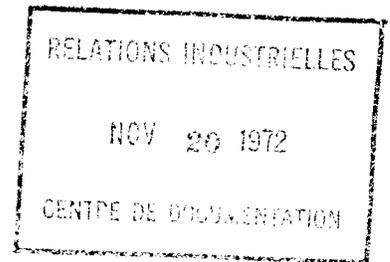


A. G
G
I

ELABORATION D'UN MODELE DE PREVISION DES EFFECTIFS
ETUDIANTS AU NIVEAU UNIVERSITAIRE



par

GILLES G. GUERIN

"Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de Ph.D. Option
Informatique".

DEPARTEMENT D'INFORMATIQUE
FACULTE DES ETUDES SUPERIEURES
UNIVERSITE DE MONTREAL

Septembre 1972

TABLE DES MATIERES

Page titre	ii
Table des matières	iii
Table des hors-textes	ix
Sommaire	xiii
CHAPITRE 1 - Généralités	2
1.1 Le système universitaire	2
1.1.1. Analyse des systèmes	2
1.1.2 Objectifs du système universitaire	3
1.1.3 Description du système universitaire	4
1.1.4 Environnement du système universitaire	5
1.2 La planification du système universitaire	7
1.2.1 Définition et nécessité de la planification	7
1.2.2 Champs d'action de la planification dans le système universitaire	9
1.2.3 Méthodologie relative à une planification	12
1.2.4 Les modèles mathématiques de planification du système universitaire	13
1.3 Présentation de la recherche	15
1.3.1 Cadre	15
1.3.2 Objet	17
CHAPITRE 2 - Aperçu des modèles mathématiques de planification du système universitaire	21
2.1 Introduction	21
2.2 Modèles de prévision des effectifs étudiants	22
2.2.1 Définitions	22
2.2.2 Modèles purement projectifs	24
2.2.3 Modèles en chaîne de Markov	27
2.2.4 Processus markoviens déterministes	36
2.2.5 Modèles d'entrée-sortie	40
2.3 Modèles de prévision des ressources	46
2.4 Modèles de répartition des ressources	50
2.5 Evaluation des programmes d'enseignement	53

CHAPITRE 3 - Pr�evision des effectifs étudiants dans un secteur d'étude d'une institution universitaire	57
3.1 Introduction	57
3.2 Cadre et structure du modèle	60
3.2.1 Système et sous-systèmes primaires . . .	60
3.2.2 Système et sous-systèmes secondaires . .	62
3.2.3 Secteur d'étude et structure	66
3.2.3.1 Promotions	67
3.2.3.2 D�partments définitifs	69
3.2.3.3 Admissions	70
3.2.4 Détermination des sous-systèmes primaires (SSP) du secteur d'étude (SE)	74
3.2.4.1 Promotion par matière	74
3.2.4.1.1 Structure complète	75
3.2.4.1.2 Structure réduite	77
3.2.4.2 Promotion par année	78
3.2.4.2.1 Structure complète	79
3.2.4.2.2 Structure réduite	80
3.2.5 Hypothèses de travail	81
3.3 Présentation du modèle mathématique	83
3.2.1 Définitions	83
3.2.2 Contraintes principales	86
3.3.3 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W non-homogènes	88
3.3.4 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W périodiques	89
3.3.5 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W homogènes	92
3.4 Etude appliquée d'un secteur d'étude	93
3.4.1 Choix du secteur d'étude et de la population	93
3.4.2 Remarques influençant les données . . .	99
3.4.3 Caractéristiques générales relatives au cheminement de la population	103
3.4.3.1 Caractéristiques d'admission	103
3.4.3.2 Caractéristiques des d�partments	108
3.4.3.3 Caractéristiques de cheminement . .	108

3.4.4	Inactifs temporaires	112
3.4.4.1	Echantillon d'inactifs détecté	112
3.4.4.2	Structure des retours d'inactifs	114
3.4.4.3	Estimation des inactifs n'ayant pas encore réintégré le SE	118
3.4.4.4	Estimation des départs en 69-70 d'inactifs 70-71	123
3.5	Application des données recueillies au modèle théorique	125
3.5.1	Cheminement relatif à chaque SSP	125
3.5.2	Elaboration des proportions de transition . . .	127
3.5.3	Homogénéité des proportions de transition dans le temps	128
3.5.4	Estimation des proportions de transition . . .	139
3.5.5	Prévision des effectifs étudiants restant dans le SE	142
CHAPITRE 4 - Détermination optimale des niveaux d'admission dans un secteur d'étude d'une institution universitaire		152
4.1	Généralités	152
4.1.1	Politique des admissions	152
4.1.2	Objet de la recherche	156
4.1.3	Objectif de la politique de détermination des niveaux d'admission	157
4.1.4	Références et originalité de l'étude	159
4.2	Contraintes du modèle pour la détermination des niveaux d'admission	162
4.2.1	Relation entre les admissions totales et les variables du modèle	162
4.2.2	Contraintes principales	162
4.2.3	Relations entre les trois types de variables dans le cas d'un horizon de 1 semestre . . .	164
4.2.3.1	Relations entre $p_j(1)$ et α_1 avec $p_{oj}(1)$ constant	164
4.2.3.2	Relation entre $p_j(1)$ et $p_{oj}(1)$ avec α_1 constant	168
4.2.3.3	Relations entre α_1 et $p_{oj}(1)$ avec $p_j(1)$ constant	169
4.2.3.4	Exemple numérique sur la détermination des bornes de α_1	172

4.2.4	Evolution vers une structure désirée p^* . . .	173
4.2.4.1	Enoncé du problème	173
4.2.4.2	Propriétés de l'objectif p^*	174
4.2.4.3	Conditions pour la réalisation possible de l'objectif sur une période	175
4.2.4.4	Exemple numérique sur la détermination de \mathcal{A}_1	182
4.2.4.5	Conditions pour la réalisation possible de l'objectif en T périodes	185
4.2.4.6	Définition expérimentale des domaines \mathcal{A}_t	190
4.2.4.7	Conditions pour la stabilité de l'objectif	193
4.2.4.8	Détermination du domaine \mathcal{H}_t	200
4.2.4.9	Représentation de divers polyèdres convexes \mathcal{H}_t	202
4.2.4.10	Détermination des polyèdres \mathcal{B}_t	205
4.2.4.11	Multiples réalisations de l'objectif ou quasi-stabilité	208
4.2.4.12	Conclusions	210
4.2.5	Description des programmes de calcul utilisés	211
4.2.5.1	Description du sous-programme SIMPLEX	211
4.2.5.2	Description du sous-programme EPUR	213
4.2.5.3	Description du sous-programme CLC	215
4.2.5.4	Description du sous-programme ZONET	215
4.2.5.5	Description du sous-programme A DOMAIN	217
4.2.5.6	Description du sous-programme MA ALPHA	217
4.2.5.7	Programme principal ADMISIO	218
4.3	Optimalité des politiques de détermination des niveaux d'admission	219
4.3.1	Introduction	219
4.3.2	Définition d'une politique optimale de détermination des niveaux d'admission	223
4.3.3	Modèle I avec un objectif par SSP	224
4.3.3.1	Présentation	224
4.3.3.2	Programme quadratique à variables séparables	226
4.3.3.3	Linéarisation des contraintes	229
4.3.3.4	Optimisation à un minimum absolu	232
4.3.3.5	Exemple numérique de réalisation d'un objectif par SSP	233

4.3.4	Modèle II avec un objectif par cycle	242
4.3.5	Programmes de calcul utilisés	246
4.3.5.1	Génération de la matrice du programme	247
4.3.5.2	Programmes d'optimisation	251
CHAPITRE 5 - Détermination optimale des niveaux d'admission dans un secteur d'étude regroupant plusieurs institutions universitaires		
		255
5.1	Généralités	256
5.1.1	Introduction	256
5.1.2	Choix des objectifs	257
5.1.3	Sous-systèmes primaires et sous-systèmes secondaires	260
5.1.4	Contraintes principales	262
5.2	Elaboration du modèle	263
5.2.1	Production de la répartition désirée de gradués: Modèle I	263
5.2.2	Réalisation des objectifs de chaque institution: Modèle II	266
5.2.3	Optimisation de la satisfaction des étudiants: Modèle III	270
5.3	Exemple numérique	275
5.3.1	Enoncé	275
5.3.2	Résultats	279
5.3.3	Conclusions et améliorations	283
5.4	Programme de calcul utilisé	287
ANNEXES		
		288
Annexe 1.	Les six fonctions du système universitaire	289
Annexe 2.	Identification des 52 secteurs d'étude	290
Annexe 3.	Description des matrices P et W dans le cas de la promotion par matière	292
Annexe 4.	Description des matrices P et W dans le cas de la promotion par année	294
Annexe 5.	McGill Student Record File	295
Annexe 6.	Tables de codage	297

Annexe 7. Rentrées des inactifs en fonction des années de départ	311
Annexe 8. Composantes des effectifs de chaque SSP pour la période 1964-71	315
Annexe 9. Sommets des zones A_t pour différentes valeurs du paramètre FE	329
Annexe 10. Sommets de la zone B_t pour FE = 0.05	332
Annexe 11. Programme de calcul des différentes zones ..	333
Annexe 12. Génération de la matrice MFA1T1 à l'aide du MGL d'OPTIMA	350
Annexe 13. Optimisation par OPTIMA du programme constitué par la matrice MFA1T3, le second membre RHSJT1 et la fonction économique FONOBJ	353
Annexe 14. Caractéristiques des différentes matrices élaborées par OPTIMA	354
Annexe 15. Programme relatif à l'exemple numérique du chapitre 5.	359
REMERCIEMENTS	361
BIBLIOGRAPHIE	362

TABLE DES HORS TEXTES

Figure 1	Structure du processus interne	72
Figure 2	Les Entrées et Sorties du Secteur d'étude	73
Figure 3	Composition de la période t	85
Figure 4	Description d'un bloc de type 1	95
	Description d'un bloc de type 2	95
	Description d'un bloc de type 3	95
	Codification des niveaux d'étude	95
Figure 5	Représentation du dossier de l'étudiant XX1500	96
Figure 6	Pourcentage moyen d'inactifs restant inactifs pendant x années ou plus	119
Figure 7	Structure des retours d'inactifs parmi la population considérée	120
Figure 8	Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_2$	165
Figure 9	Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_1$ (cas convexe)	166
Figure 10	Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_1$ (cas concave)	167
Figure 11	Relation entre $p_j(1)$ et $p_{oj}(1)$	168
Figure 12	Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1 (cas 1a)	169
Figure 13	Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1 (cas 1b)	170
Figure 14	Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1 (cas 2a)	170
Figure 15	Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1 (cas 2b)	171
Figure 16	Représentation de \mathcal{A}_1 et des zones primaires des e_i	184
Figure 17	Représentation des polyèdres convexes \mathcal{A}_3 , \mathcal{A}_4 et \mathcal{A}_5	192

Figure 18	Représentation de divers polyèdres convexes	202
Figure 19	M_α Points de segmentation de la forme quadratique	235
Tableau 1	Effectifs de la population choisie	98
Tableau 2	Admissions dans le SE par SSP de Septembre 1964 à Juin 1970	105
Tableau 3	Admissions dans le SE par année académique	107
Tableau 4	Admissions dans le SE par année académique et par SSP.	107
Tableau 5	Départs du SE par niveau de Septembre 1964 à Juin 1970	109
Tableau 6	Départs du SE par année académique	110
Tableau 7	Départs du SE par année académique et par niveau d'étude	110
Tableau 8	Nombres de graduations dans la population choisie	111
Tableau 9	Nombres d'étudiants qui redoublent	113
Tableau 10	Nombres d'étudiants qui ont changé de SSP	113
Tableau 11	Départs d'inactifs détectés	115
Tableau 12	Rentrées d'inactifs détectés	116
Tableau 13	Structure des retours d'inactifs entre Septembre 65 et Mai 71	117
Tableau 14	Ajustement des retours d'inactifs non détectés	121
Tableau 15	Proportions de transition des inactifs de la population considérée	122
Tableau 16	Proportions de transition au niveau sous-gradué	129
Tableau 17	Proportions de transition au niveau gradué sans concentration de SSP	130

Tableau 18	Proportions de transition au niveau gradué avec concentration de SSP	131
Tableau 19	Variations dans le temps des proportions de promotion	132
Tableau 20	Variations dans le temps des proportions de redoublement	135
Tableau 21	Variations dans le temps des proportions d'élimination	136
Tableau 22	Variations dans le temps des proportions de départ définitif (éliminations + graduations)	136
Tableau 23	Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau du baccalauréat	137
Tableau 24	Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau de la maîtrise	137
Tableau 25	Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau du doctorat	137
Tableau 26	Estimation des proportions de transition dans le SSS	140
Tableau 27	Estimation des proportions de transition à l'extérieur du SSS	141
Tableau 28	Prévision des effectifs à partir des données accessibles en 68-69	146
Tableau 29	Prévision des effectifs à partir des données accessibles en 69-70	147
Tableau 30	Prévision des effectifs à partir des données accessibles en 70-71	148
Tableau 31	Prévision des départs au niveau du Baccalauréat à partir des données accessibles en 1968-69	149
Tableau 32	Prévision des départs au niveau du Baccalauréat à partir des données accessibles en 1970-71	150
Tableau 33	Prévision des départs au niveau du Baccalauréat à partir des données accessibles en 1970-71	150
Tableau 34	Points de segmentation des formes quadratiques	234

Tableau 35	Points extrémaux des polyèdres convexes \mathcal{M}_α pour différentes valeurs de α	237
Tableau 36	Proportions optimales pour la réalisation de l'objectif p^* sous différents horizons	239
Tableau 37	Admissions et effectifs optimaux pour la réalisation de l'objectif p^* sous différents horizons	240
Tableau 38	Proportions optimales dans le cas d'une taille constante et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP	243
Tableau 39	Proportions dans le cas d'un SE en expansion constante de 6% et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP	244
Tableau 40	Admissions et effectifs dans le cas d'une taille constante et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP	245
Tableau 41	Admissions et effectifs dans le cas d'un SE en expansion constante de 6% et d'un objectif de .8452 sur la somme des trois premiers SSP	245
Tableau 42	Description des temps et coûts pour l'élaboration des différentes matrices à l'aide d'OPTIMA	250
Tableau 43	Exemples de temps et coûts d'optimisation des divers programmes à l'aide d'OPTIMA	254
Tableau 44	Vecteurs des admissions optimales pour diverses pondérations β_1, β_2	280
Tableau 45	Vecteurs des départs optimaux pour diverses pondérations β_1, β_2	281
Tableau 46	Vecteurs des effectifs optimaux pour diverses pondérations $\beta_1, \beta_2,$	282
Tableau 47	Vecteurs des admissions et effectifs optimaux pour divers choix de β_3	286

SOMMAIRE

Le premier chapitre de ce travail présente les principaux concepts d'analyse et de planification du système universitaire. En outre, par des définitions de plus en plus restreintes, il précise le cadre et l'objet de la recherche.

Le second chapitre donne un aperçu des principaux modèles mathématiques de planification du système universitaire. La revue et la critique des modèles de prévision des effectifs étudiants se veulent assez exhaustives. Pour les autres modèles de prévision des ressources, de répartition des ressources et d'évaluation des programmes d'enseignement, un simple survol a été proposé.

Le troisième chapitre présente en détail le modèle adopté. Ce modèle est ensuite validé à l'aide du secteur d'études en génie de l'Université McGill. Les données sont relatives à la période 1964-1970 et les prévisions des effectifs étudiants qui restent dans le secteur d'étude sont produites pour une période de cinq ans.

Le quatrième chapitre est une tentative de détermination optimale des niveaux d'admission dans un secteur d'étude d'une institution universitaire. La connaissance de ces niveaux

permet alors la prévision des effectifs complets dans le secteur pour les périodes ultérieures. L'optimalité est relative à l'obtention la plus rapide possible d'une structure - objectif, stable de préférence, des effectifs étudiants dans les différents états du secteur d'étude.

Enfin le cinquième chapitre regroupe les secteurs d'étude identiques de plusieurs institutions universitaires et détermine les niveaux d'admission optimaux en fonction des structures désirées de diplômés pour les périodes ultérieures, des structures désirées d'effectifs étudiants dans le secteur d'étude et de l'intérêt de la clientèle étudiante vis-à-vis du secteur concerné.

CHAPITRE 1

GENERALITES

1.1 Le système universitaire

1.1.1 Analyse des systèmes

Le terme système s'entend généralement d'un ensemble ou d'un assemblage d'objets ou de personnes unis par une certaine forme d'interaction ou d'interdépendance régulière. Dans l'étude d'un système quelconque, on peut définir à l'exemple de Stone R. [180], une certaine méthodologie. Dans une première phase on précise le rôle et la fonction du système au niveau du super-système qui l'englobe. Il s'agit de définir les objectifs sur lesquels s'est fondé le développement du système en relation avec l'environnement. Dans la deuxième phase il s'agit de décrire la structure et la composition du système de façon à pouvoir l'analyser et tirer des conclusions sur les aspects qui nous intéressent plus particulièrement. Enfin dans une troisième phase on analyse les dépendances entre le système et l'environnement. L'environnement influence le système par les entrées et par le processus inverse les sorties du système modifient l'environnement. Ces trois phases peuvent être considérées comme l'analyse proprement dite du système que décrit Mood A. [127], comme "the idea of viewing a problem or situation in its entirety, with all its interior interactions, with all its exterior connections, and with full cognizance of its place in its context." Cette méthodologie générale de l'analyse des systèmes peut être appliquée au système éducatif et plus particulièrement au système universitaire.

1.1.2 Objectifs du système universitaire

A l'aide de la définition d'un système proposé en 1.1.1, il est possible de définir le système universitaire comme un ensemble de ressources humaines et matérielles assemblées et structurées en vue de certains objectifs. Ces objectifs du système universitaire peuvent être d'une grande diversité. Ils peuvent être implicites ou explicites, opposés ou parallèles, disjoints ou dépendants. Un assez grand nombre d'auteurs: Keller J. [106], Brennennan D. et Weathersby G. [30], et Van Wijk A. et Young B. [192] se sont attachés à définir ces objectifs du système universitaire et même dans ces deux derniers cas, à les évaluer suivant des critères quantitatifs. On peut distinguer les objectifs portant sur les sorties du système et ceux portant sur l'évolution du système. Les premiers ont une influence directe sur l'environnement alors que les seconds ne visent qu'à rendre le système le plus opérationnel et efficace possible. On peut distinguer les trois objectifs suivants relatifs aux sorties du système:

- la formation d'étudiants en vue de leur intégration à la société,
- la production et la structuration des connaissances,
- l'offre de services publics à l'environnement.

Pour ce qui est des objectifs relatifs à l'évolution du système, on peut distinguer entre autres:

- l'adaptation à l'environnement,
- la rationalisation des décisions et la fixation de normes sur les sorties du système,
- la motivation et la satisfaction des personnes intégrées au système,
- la qualité de l'enseignement et l'élaboration de critère d'excellence.

1.1.3 Description du système universitaire

Pour atteindre les objectifs énumérés en 1.1.2 on peut distinguer six fonctions du système universitaire. Trois sont des fonctions primaires et correspondent aux objectifs sur les sorties du système; ce sont les fonctions d'enseignement, de recherche et de service au public. Trois autres fonctions sont des fonctions secondaires d'appui et correspondent aux objectifs sur le système; ce sont les fonctions de service aux étudiants, du service des techniques de calcul et d'information et enfin du service administratif. Chaque fonction qui représente un des aspects majeurs de l'Université et repose sur des objectifs précis se subdivise en un certain nombre de programmes. Un programme est défini comme un groupe de services ou d'activités interdépendantes et clairement reliées les unes aux autres. Ainsi au sein de la fonction enseignement, le Baccalauréat en Informatique et la Maîtrise en Sociologie représentent des programmes. Les activités du programme sont alors les cours, les travaux pratiques et les travaux de recherche des étudiants. De même des programmes de bourse, de sport ou de recherche sur le chômage par exemple représentent des programmes d'autres fonctions du système. Le schéma présenté dans l'Annexe 1 et inspiré d'une recherche locale [192] sur l'Université d'état de l'Ohio peut résumer la description du système et de ses fonctions.

1.1.4 Environnement du système universitaire

Pour la réalisation des objectifs énumérés en 1.1.2 le système universitaire reçoit de certains systèmes connexes des ressources humaines et matérielles, qui représentent les entrées du système. Après un processus d'élaboration ou de formation, le système renvoie à l'environnement des sorties qui représentent la production du système et devraient être conformes aux objectifs retenus.

On peut distinguer trois classes d'entrées: les étudiants, la main-d'oeuvre et les biens. Les étudiants jouent le rôle d'une ressource privilégiée puisque leur formation est un des objectifs principaux du système et que leur niveau d'entrée détermine à plus ou moins courte échéance le niveau d'entrée des autres ressources. Une des caractéristiques principales du système universitaire est que le flux d'entrée des étudiants est le plus souvent hétérogène et que le niveau d'entrée dans la structure du système peut varier d'un individu à un autre. Schématiquement les microflux suivants composent le flux d'entrée des étudiants:

- . étudiants sans expérience universitaire,
- . étudiants sous-gradués avec expérience universitaire,
- . étudiants gradués commençant un deuxième cycle d'étude,
- . étudiants gradués commençant un troisième cycle d'étude,
- . étudiants gradués avec expérience universitaire.

La main d'oeuvre joue le rôle d'agent de transformation ou de formation et ne se retrouve pas dans les sorties désirables du système. La main d'oeuvre est constituée:

- . du corps enseignant ,
- . de certains étudiants gradués ,
- . du personnel technique ,
- . du personnel administratif .

Enfin, les biens correspondent à l'ensemble des ressources matérielles et physiques qui assurent les fonctions académiques et administratives d'appui. On peut distinguer:

- . les terrains et bâtiments ,
- . l'instrumentation et le matériel ,
- . les Média ,
- . la protection physique et morale .

De même que pour les entrées, trois classes de sorties peuvent être analysées: les étudiants, la recherche et les services au public. Les étudiants représentent la sortie "humaine" du système. Ils ont reçu un enseignement ou une formation qui les rend aptes à fournir à la société un certain type de service pour lequel ils ont été préparés lors de leur séjour à l'intérieur du système. Comme à l'entrée, le flux de sortie des étudiants n'est pas homogène et comprend les microflux suivants:

- . étudiants éliminés sans diplôme ,
- . gradués au niveau du Baccalauréat ,
- . gradués au niveau du deuxième cycle d'étude ,
- . gradués au niveau du troisième cycle d'étude .

La recherche crée ou structure des connaissances ou propose des solutions à des problèmes qui doivent profiter à la société dans son ensemble. En tant que service public, le système universitaire four-

nit aussi à la population extérieure au système toute une gamme de services qui sont offerts en fonction des besoins de la société et des possibilités du système. Ce sont l'éducation des adultes, les cours d'été extérieurs à un cycle d'étude, les journaux, concerts, films, conférences, congrès, émissions, ... produits ou présentés par des personnes intégrées au système.

1.2 La planification du système universitaire

1.2.1 Définition et nécessité de la planification

Au sens large, ce terme désigne un ensemble cohérent d'objectifs particuliers et de moyens pour les réaliser, la planification ayant pour but d'organiser, en fonction des objectifs, le plus rationnellement et le plus économiquement possible les moyens. Deux obstacles majeurs semblent avoir contrarié la planification du système universitaire. Tout d'abord il a semblé pour certaines personnes ou pour certaines idéologies que l'éducation était une fin en soi et que la notion d'objectifs n'avait aucun sens puisque ceux-ci étaient illimités. L'éducation étant un art, chacun devrait pouvoir en bénéficier pour assurer le développement harmonieux de ses qualités humaines et devenir un être social. Seuls les dons naturels de l'individu pouvaient limiter ce développement. Historiquement ceci put sembler réalisable pendant quelques années puis le système universitaire, alors que la demande s'amplifiait, eut de plus en plus de difficultés à obtenir des ressources qui devaient être réparties avec d'autres systèmes eux aussi en pleine croissance: l'éducation secondaire, l'éducation primaire, la santé, les programmes sociaux, les transports, la production d'énergie, le contrôle

de la pollution, etc ...

Le système universitaire se retrouvait donc avec une infinité d'objectifs et un nombre limité de ressources; force lui était donc de choisir certains objectifs prioritaires de manière à maximiser l'efficacité et le rendement des ressources disponibles. La planification était donc devenue nécessaire.

Un deuxième obstacle pourtant contrarie la généralisation de son emploi dans toutes les activités du système universitaire. En premier lieu ces objectifs sont nombreux et variés et quelquefois diamétralement opposés; mais surtout ils sont souvent difficilement mesurables ou quantifiables. Or la planification ne peut exister sans une certaine capacité à mesurer les sorties du système et à apprécier le niveau de réalisation des objectifs. Face à cette difficulté, par exemple, à évaluer la qualité d'un enseignement ou la rentabilité d'une recherche ou d'un investissement humain, un grand nombre de personnes privilégient les objectifs facilement mesurables. Ils ont alors tendance à épurer des objectifs tout concept à évaluation floue ou intangible. Galbraith J. à propos des concepts humains [65] fait dire à ces personnes soucieuses de précision: "Since investment in individuals, unlike, investments in a blast furnace, provides a product that can be neither seen nor valued, it is inferior. And here the conventional wisdom unleashes its epithet of last resort. Since these achievements are not easily measured, as a goal they are "fuzzy". " Parce que Galbraith se fait le défenseur d'un progrès centré sur le développement humain plutôt que sur le développement matériel, il condamne

les économistes qui par excès de rigueur et de précision rejette des objectifs tels que augmentation du bénéfice social, des connaissances humaines ou de la satisfaction individuelle par exemple. Pourtant il ne propose aucune amélioration de la signification ou de la quantification de ces concepts sinon une foi dans l'éducation qui le fait se rapprocher des conceptions exposées précédemment, sur l'éducation, fin en soi. Plus qu'une volonté délibérée de conserver à la société un progrès centré sur les taux de production ou d'expansion, c'est peut-être la difficulté de définir certains objectifs du système universitaire, de les mesurer et de les contrôler qui retarde l'élaboration de plans relativement à toutes les fonctions du système universitaire. Actuellement, des programmes d'évaluation [79, 192, 9, 2, 30] ont été entrepris dans la fonction enseignement afin de contrôler quantitativement et qualitativement les sorties humaines et non humaines du système. De même la mesure des variables d'entrées permet d'estimer la qualité et le rendement du système et de contrôler les sorties en fonction des objectifs. Le succès de ces programmes, couplé à une certaine rareté des ressources permet donc de prévoir l'implantation de plus en plus profonde de la planification pour toutes les fonctions du système universitaire.

1.2.2. Champs d'action de la planification dans le système universitaire

La nécessité d'une planification peut aussi bien se faire sentir à un niveau global qu'à un niveau très restreint du système. Cette planification peut se réaliser en fonction de l'ensemble des objectifs principaux du système ou d'un objectif bien particulier. Il serait bénéfique de classer les plans suivant les fonctions primaires du

système universitaire: enseignement, recherche, service public et les fonctions académiques et administratives d'appui. Malheureusement en attendant la validation des programmes d'évaluation mentionnés en 1.2.1, la planification des différentes fonctions du système ne se développe pas à un rythme égal. Parmi celles-ci les fonctions d'appui et plus particulièrement la fonction administrative d'appui avec ses programmes d'estimation des ressources, d'élaboration du budget, de répartition des ressources, etc... se prête le plus facilement à l'élaboration de plans basés sur des objectifs d'autant plus rigoureux, que l'élément humain ou qualitatif est souvent négligeable. Pour les trois fonctions primaires il en va différemment, on peut fixer des objectifs sur le nombre de diplômés dans la fonction enseignement ou sur le nombre de fonds de recherche ou de publications produites dans la fonction recherche mais, malheureusement, l'évaluation des notions de qualité, d'influence ou de bénéfice moral en termes quantitatifs n'est pas encore assez fiable malgré les recherches dans ce domaine [192, 79] pour que l'on puisse fixer des objectifs relativement à la qualité des diplômés, au rendement d'un fond de recherche ou à l'influence d'une université sur la communauté, qui sont en fait des objectifs prépondérants des fonctions primaires.

En fait il semble préférable de distinguer dans la planification du système universitaire les quatre grandes classes suivantes:

- . prévision des effectifs étudiants,
- . prévision des besoins en ressources,
- . répartition des ressources,
- . évaluation des programmes d'enseignement.

La prévision des effectifs étudiants consiste à calculer une ou plusieurs périodes à l'avance les effectifs du système universitaire. Ces prévisions peuvent se faire à un niveau global ou très détaillé et dépendant des objectifs sur l'évolution du système. De plus elles sont la base de toute planification ultérieure sur les ressources ou sur les programmes d'enseignement.

En fonction des effectifs étudiants prévus, il s'agit de déterminer les besoins en professeurs, personnel, locaux, matériel, etc... nécessaires à l'acquisition de connaissances par les étudiants. La fixation de normes d'excellence et d'objectifs tant qualitatifs que quantitatifs sur le contenu de l'enseignement en vue de l'attribution d'un grade permettent d'estimer ces besoins en ressources. La prévision de ces ressources est généralement nécessaire à l'élaboration du budget.

Lorsque les ressources existent, il faut les distribuer ou les allouer de façon à en obtenir un rendement maximum relativement aux objectifs choisis.

Face à un programme d'enseignement donné, on peut évaluer le rendement du système en fonction des entrées nécessaires et des sorties produites. L'évaluation des coûts réels des ressources est un facteur intéressant pour des comparaisons entre programmes. Enfin la mesure du bénéfice apporté par un programme d'enseignement est un troisième type d'évaluation de ce programme.

1.2.3 Méthodologie relative à une planification

Dans toute élaboration de plan, on peut distinguer schématiquement un certain nombre de phases distinctes :

- . définition du ou des objectifs ,
- . description du système en fonction du but assigné ,
- . relations entre les variables et paramètres ,
- . données relatives aux variables et estimation des paramètres ,
- . proposition de solutions possibles ,
- . choix de la "meilleure" solution ,
- . contrôle et régularisation du processus .

Une fois les objectifs déterminés, seuls les éléments du système ayant une influence ou un rapport direct avec le but de l'étude sont examinés. On retrouve dans les trois premières phases la méthodologie proposée en 1.1.1 pour l'analyse des systèmes. Cette analyse du système peut être partielle ou globale dépendant du but assigné à l'étude. Lorsque la cueillette des données et l'estimation des paramètres sont réalisées, on dispose à ce moment d'un modèle prêt à être appliqué. Si on utilise ce modèle pour la planification, on peut se demander tout d'abord si les caractéristiques actuelles de fonctionnement du système permettent d'atteindre les objectifs. Si tel est le cas il faut alors proposer les divers moyens possibles. Dans la négative on doit modifier soit la fonction du système soit l'objectif proposé. Si les possibilités d'atteindre l'objectif sont multiples on peut dégager la solution la plus "souhaitable" relativement à certains critères choisis par le planificateur. Enfin la dernière phase, très importante si le modèle est opérationnel, est de régulariser le système

de telle sorte que ses résultats soient proches des objectifs fixés même si le niveau des variables d'entrée varie. De plus, il est très important que le modèle puisse évoluer et se corriger en fonction des écarts entre les résultats et les objectifs. La stabilité du modèle au cours de ces périodes de correction est critique. Alper P., Armitage P., Smith C. [3,5,6] et plus récemment Southwick L. [172] s'attachent à développer dans les systèmes d'enseignement ces notions de contrôle si efficaces dans d'autres domaines (électromécanique, électronique, cybernétique, etc...).

1.2.4 Les modèles mathématiques de planification du système universitaire

Jusqu'à présent le terme modèle a été utilisé d'une manière générale comme une représentation globale ou partielle d'un système. En fait la plupart des relations qui permettent l'élaboration de modèles, découle de mesures statistiques effectuées souvent sur un très grand nombre de cas. A partir d'elles, on construit donc un "modèle mathématique qui n'est rien d'autre que l'ensemble de ces fonctions ou distributions de probabilité telles qu'en introduisant les valeurs mesurées des variables et des paramètres dans le modèle construit, toutes les relations soient vérifiées; ceci pour tous les cas possibles ou pour un très grand nombre de cas possibles" [103]. On peut classer ces différents modèles mathématiques de planification suivant leurs caractéristiques relatives à:

- . la fonction,
- . la méthode,

- . le sujet,
- . la structure ,
- . l'utilisation .

Les modèles mathématiques ont été construits pour une fonction qui leur est propre et qu'il est généralement impossible de modifier. Ainsi on peut distinguer d'une manière non exhaustive l'action de dériver de celle de projeter, d'allouer, d'ordonner ou d'affecter. Dans le premier cas le modèle mathématique élaboré sera dit d'estimation alors que dans les autres il sera modèle de projection, de répartition, d'ordonnancement ou d'affectation.

Relativement à la méthode les modèles mathématiques se divisent entre ceux qui ne font pas de choix entre plusieurs options et ceux qui le font. Ces derniers sont les modèles d'optimisation où la fonction économique permet de sélectionner une ou plusieurs options optimales. Les techniques utilisées se rapportent alors à la programmation mathématique, à la programmation dynamique ou à la programmation stochastique. Parmi les modèles mathématiques qui n'incorporent pas de fonction économique, signalons les modèles de simulation, de régression, de chaînes de Markov et d'entrées-sorties. Le sujet traité par le modèle se rapporte généralement à l'un des cinq groupes suivants: professeurs, étudiants, ressources, programmes d'enseignement et budget. Ces groupes recoupent les champs d'action de la planification dans le système universitaire décrits en 1.2.2.

Les modèles diffèrent aussi dans leurs structures. Ils peuvent être de nature dynamique ou statique suivant qu'ils prévoient ou non des

modifications du système dans le temps. Ils peuvent être de nature stochastique ou déterministe suivant l'introduction ou non de caractéristiques de type probabiliste ou aléatoire. Enfin le niveau de détail des entrées, des variables internes et des sorties du système peut être très faible ou très élevé. Certains modèles se situent à un niveau très désagrégé par exemple, les modèles d'emploi du temps, de prévisions de groupes de travail, de ressources par programme etc... D'autres par contre ne nécessitent que des données très globales pour, par exemple, prévoir les effectifs étudiants au niveau universitaire, la demande de ressources pour l'enseignement supérieur, etc...

Enfin on peut distinguer entre les modèles qui en sont au stade conceptuel, ceux qui ont fait l'objet d'une implantation pilote et ceux qui sont opérationnels.

1.3 Présentation de la recherche

1.3.1 Cadre

Comme le laisse supposer les premiers paragraphes de ce chapitre d'introduction, nous limitons cette recherche aux seuls modèles mathématiques qui s'appliquent à la planification du système universitaire dans son ensemble ou à des composantes de ce système. Correa H. [45] définit ces modèles comme des macro-modèles par opposition aux micro-modèles qui "se réfèrent au processus éducatif lui-même, c'est-à-dire aux aspects psychologiques de l'acquisition des connaissances, aux réactions réciproques des professeurs et des élèves, et des élèves entre eux." Dans l'optique de cette limitation, il était donc nécessaire de définir les termes de système universitaire, de planification du système universitaire et enfin de modèle mathématique

de planification du système universitaire. Le début de ce chapitre d'introduction et, les définitions proposées constituaient déjà une restriction progressive du cadre de la recherche. Si l'on excepte le deuxième chapitre qui sera une brève analyse et, dans certain cas, critique des modèles existants, le cadre se limitera, dans les chapitres subséquents, uniquement à la prévision des effectifs étudiants.

La nécessité de telles prévisions pour la planification des autres composantes du système explique ce choix.

Ce dernier s'explique aussi par le désir de ne pas proposer un modèle uniquement conceptuel mais de le valider par l'intermédiaire d'une implantation pilote à partir de données réelles recueillies dans le système universitaire québécois. Or de telles implantations n'existant pas encore dans ce système il était préférable de commencer une recherche sur la composante de base du système plutôt que sur toute autre.

On peut noter actuellement un manque général de statistiques sur les flux étudiants. Pour accéder à de telles statistiques, il est nécessaire, lorsque cela est possible, d'extraire ces informations des effectifs étudiants eux-mêmes agrégés par programme, année d'étude ou niveau d'étude. Une banque constituée de données individuelles pour chaque étudiant serait évidemment la meilleure solution pour l'élaboration de statistiques globales de flux d'étudiants. Ces banques au Québec sont rares, certainement à cause de la jeunesse de certaines institutions universitaires. Les quelques insti-

tutions qui possèdent de telles banques n'ont malheureusement que des statistiques très récentes ou inutilisables lorsqu'elles ne sont pas codées ou enregistrées sur des supports permettant leur traitement par ordinateur. L'instauration d'une banque de données individuelles, uniforme pour toutes les institutions universitaires québécoises, se révèle des plus urgentes, pour un pays réellement préoccupé par l'effort de planification.

1.3.2 Objet

Que les objectifs se situent au niveau de la prévision des départs, des effectifs ou des admissions dans le système, cette recherche est centrée sur la structuration des étudiants dans le système et l'étude de leur mobilité dans cette structure.

Il s'agit en somme d'élaborer un modèle de simulation qui nous permette, d'estimer, avec la plus grande précision possible, le flux de sortie des étudiants en fonction du flux d'entrée ou, par la démarche inverse, d'estimer le flux d'entrée nécessaire à la formation d'un flux de sortie donné. Pour ce faire on peut structurer des étudiants à l'intérieur du système en fonction, par exemple, du programme d'étude, du niveau des études ou du statut de l'étudiant. Des restrictions existent à l'entrée dans la structure de même que pour les sorties. Une fois un tel modèle validé, il est intéressant de l'utiliser pour la prévision des admissions dans le système. Refuser la structuration des admissions dans le système universitaire, c'est admettre implicitement que les ressources sont illimitées, que le développement social et économique se modèle en fonction de la volonté d'instruction des individus, et finalement que l'éducation est une fin en soi. Dans l'optique inverse

d'une planification rigide négligeant la demande des individus, on considère l'éducation comme un moyen permettant de former les effectifs de main d'oeuvre instruite nécessaires au développement économique prévu par quelques modèles de croissance. Il peut alors y avoir décalage entre ce progrès et l'épanouissement humain. Entre ces deux excès on peut fixer les admissions dans le système en tenant compte:

- . de la demande à l'entrée du système,
- . des besoins en main d'oeuvre instruite nécessaires au développement économique,
- . des contraintes de fonctionnement du système.

L'importance de la planification des admissions est d'autant plus grande que ces admissions représentent la seule variable importante par laquelle les administrateurs peuvent contrôler les sorties du système. Toutes les décisions relatives à l'évolution des étudiants dans la structure ou à sa sortie du système leur échappent. Il est donc critique d'exercer un contrôle judicieux à ce niveau. Si l'on se contente de satisfaire la demande à l'entrée du système ou d'extrapoler des tendances à partir des admissions passées, on se prive de toute possibilité de faire évoluer le système dans un sens plus souhaitable. Si l'on excepte certains modèles incorporant des capacités sur les flux d'entrée [125, 35] ou d'autres déterminant les admissions en fonction des flux de sortie désirés [92], il est rare que les modèles proposés n'égalent pas l'offre de places dans le système à la demande des individus. Ceci peut être vrai globalement mais ne peut être acceptable à un niveau fortement

désagrégé ou il y a généralement répartition des excédents de certains flux dans les autres flux d'entrée. Le but de cette recherche est donc la prévision "optimale" des admissions dans la structure du système en fonction des trois éléments: demande à l'entrée, besoins en main d'oeuvre instruite et contraintes de fonctionnement.

CHAPITRE 2

APERCU DES MODELES MATHEMATIQUES DE PLANIFICATION DU SYSTEME UNIVERSITAIRE

2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de passer en revue les différents modèles antérieurs de planification du système universitaire. De telles entreprises ont déjà été réalisées. Citons notamment et par ordre chronologique: Wurtele Z. [210], Weitz H. [199,200], Baisuck A. [11], Weathersby G. et Weinstein M. [198], Florian M. et Guérin G. [59]. "Même dans les pays où elle a un semblant d'existence, cette forme de planification constitue un développement très récent... qui a revêtu l'aspect d'une véritable révolution"[180]. Comme dans toutes les révolutions, on assiste à une progression très rapide dans ce domaine. Des bibliographies sur ce sujet, comme celles de Wurtele et Weitz sont déjà partiellement démodées seulement après cinq années dans un cas et trois dans l'autre. Des groupes de recherche tels que "l'Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Policy" de Toronto ou l'"Office of the Vice President Planning and Analysis" de Berkeley ont publié dans cet intervalle de temps à une telle cadence qu'un grand nombre de leurs recherches répondent déjà plus ou moins aux problèmes soulevés dans les recherches présentées par les auteurs ci-dessus. Ce chapitre se veut donc une mise à jour des connaissances et plus particulièrement des modèles mathématiques de planification dans le système universitaire. Pour ce faire la classification très générale de Weitz H. [199], proposée en 1.2.2, a été conservée bien qu'il eut été plus "avantgardiste" de choisir à l'exemple de Weathersby G. et Weinstein M. [198] une classification centrée sur les fonctions du système universitaire. Cette distinction inspirée du Wiche [202]

aurait présenté l'inconvénient majeur de ne contenir que quelques travaux relatifs à la fonction enseignement et à peu près aucun pour les fonctions de recherche et de service au public. Pour respecter la vue d'ensemble et la structuration des modèles, l'ensemble de ceux-ci a été passé en revue. Pourtant la recherche présentée se destinant à l'étude et à l'implantation d'un modèle de prévision des effectifs étudiants, l'analyse et la critique de cette dernière classe de modèles a été considérablement privilégiée par rapport aux autres modèles de prévision des ressources, répartition des ressources et évaluation des programmes d'enseignement. La classification et la critique des modèles de prévisions des effectifs sont originales et constituent, même si elles peuvent s'avérer mal fondées ultérieurement, une pensée personnelle basée sur des réflexions et des lectures antérieures à la rédaction de cette dissertation. Enfin cette classification n'est pas disjointe et de nombreux modèles peuvent jouer un rôle dans plusieurs ou l'ensemble des domaines retenus. De même les sujets traités peuvent se recouper, et les limites entre la prévision des ressources et l'évaluation des coûts ou entre la prévision des effectifs étudiants et l'évaluation des programmes d'enseignement peuvent être assez imprécises.

2.2 Modèles de prévision des effectifs étudiants

2.2.1 Définitions

Tous les modèles de planification du système universitaire relatifs aux effectifs étudiants sont des représentations d'un processus stochastique. Qu'ils adoptent une approche déterministe ou stochastique, il n'en reste pas moins que le comportement des individus dans le système ou à l'extérieur du système est incertain. D'après 1.2.4

les fonctions de ces modèles sont donc de dériver, d'extrapoler ou de prévoir des éléments quantitatifs sujets à une certaine incertitude. Comme le signale Baisuck A. [11], il y a souvent dans la littérature scientifique une interprétation différente de ces concepts. "While the terms are not necessarily used interchangeably within a given work, they are used to refer to the same concept in different work". Dans les pages précédentes ces concepts ont été employés toujours dans un contexte d'incertitude et avec les distinctions suivantes.

- . Un modèle d'estimation est centré sur la fonction de dériver; des relations déduisent de données statistiques, actuelles ou passées, mais toujours incomplètes, la valeur d'un paramètre inconnu. On cherche, si possible, à déterminer le degré d'incertitude attaché à cette valeur et dans certain cas à le minimiser.
- . Un modèle de projection extrapole à l'aide de séries chronologiques la valeur inconnue d'un paramètre en fonction des hypothèses et des tendances présentées par les séries.
- . Un modèle de prévision détermine ou fixe la valeur du paramètre inconnu en fonction de données historiques ou d'une décision présente ou des deux à la fois. Contrairement aux deux premiers qui étaient statiques, ce modèle permet un contrôle du système.

Les deux premiers types de modèles ne nécessitent pas d'analyse du système universitaire. Ils supposent implicitement que les facteurs qui influent ou modèlent les flux étudiants, restent identiques. La plupart des modèles conçus jusqu'à maintenant sont des modèles

d'estimation et surtout de projection. Malgré l'imprécision du titre 2.2 ces modèles seront présentés au même titre que les modèles de prévision qui eux-mêmes d'ailleurs pourront être déterministes si de tels modèles sont en fait utilisés pour étudier un contexte stochastique.

2.2.2 Modèles purement projectifs

Sans se préoccuper de la structure du système éducatif ni des flots d'étudiants à l'intérieur de celui-ci il est possible de relier l'indice de fréquentation étudiante à des caractéristiques telles que l'âge, le sexe, le cycle d'étude, le type d'enseignement, la localisation géographique ou les caractéristiques socio-économiques. Une telle relation établie, il est alors possible de déduire les effectifs étudiants des projections des indices de fréquentation et des populations futures ayant la même caractéristique. Quoiqu'appliqués sous des formes extrêmement variées, on peut distinguer une certaine constance dans la méthodologie relative à ces modèles. Tout d'abord, il faut définir la population à laquelle se rapporte le modèle. Basées sur des données passées, des séries chronologiques sont alors élaborées et à l'aide de techniques de projection (moyenne mouvante, lissage exponentiel etc...) on estime la population future et l'indice de fréquentation pour la période de temps choisie. Les effectifs étudiants en découlent. Lorsque le choix des caractéristiques définissant la population est tel que les tendances sont bien définies, cette méthode est précieuse et peut estimer les effectifs un grand nombre de périodes à l'avance. C'est le cas pour les populations définies en fonction de l'âge ou du sexe [45, 90]. A l'aide

de projections démographiques, il devient alors possible de préparer des projections complètes des effectifs étudiants dans le système. C'est la raison pour laquelle ces projections sont généralement réalisées à un niveau agrégé compatible avec les données démographiques. Néanmoins il est possible d'élaborer ces projections au niveau d'une région, d'une institution ou même d'un programme d'enseignement [24, 74, 118, 140, 170, 171]. Dans ce dernier cas Smith W. [170, 171] et ensuite O'Grady W. [140] définissent les populations en fonction du statut (nouveau, de retour ou aux études) de l'étudiant d'un programme d'étude. Ayant projeté les populations futures de chacun de ces groupes il suppose que la structure des admissions ou des transitions d'un groupe à un autre sont identiques à celles de la période précédente et estime ainsi les effectifs aux différents niveaux du programme. L'hypothèse de travail de Smith W. ne peut s'appliquer malheureusement qu'à une institution universitaire telle que l'Université de Californie à Los Angeles qui a atteint sa capacité maximale et de ce fait même présente un certain lissage des flux d'étudiants comparable aux variables démographiques. D'ailleurs même dans ce cas les projections n'excèdent pas un ou deux semestres. Dans d'autres modèles [50, 64, 93, 139, 209] la population est représentée par les diplômés du secondaire désireux de poursuivre des études supérieures. Les caractéristiques de cette population sont l'âge, le sexe etc... mais surtout la capacité à payer les frais de scolarité et indirectement le montant de l'aide nécessaire à l'étudiant pour équilibrer son

budget. En projetant la population susceptible d'entrer dans le système universitaire et les proportions d'étudiants dans chaque classe d'aide, Jewett J. [93] détermine les admissions dans le système universitaire compatibles avec un certain budget.

Les principaux avantages que l'on peut dégager de ces modèles de projection sont les suivants.

- . Les données sont peu nombreuses et relativement simples à obtenir. Les données démographiques, généralement disponibles, peuvent être utilisées.
- . Les techniques utilisées: regressions lissages, etc... sont facilement compréhensibles et ne nécessitent pas des moyens de calcul ni des délais importants.
- . L'étude comparative des indices de fréquentation permet de porter un avis sur les conditions d'enseignement ou sur le degré de réalisation des objectifs.

Par ailleurs l'usage de ces modèles présente un certain nombre d'inconvénients.

- . Le principal est relatif à la méconnaissance des flux et de la structure interne du système. Cet inconvénient est d'autant plus préjudiciable que le niveau d'agrégation est élevé.
- . A un niveau désagrégé, les projections des populations concernées, surtout si elles ne sont pas décrites par des caractéristiques démographiques, peuvent présenter une faible fiabilité qui se répercute sur l'estimation des effectifs.

- . Ces modèles sont statiques; ils n'expliquent pas la cause des valeurs projetées ni ne donnent aucune précision sur leurs modifications possibles. Aucun contrôle du système n'est possible par l'intermédiaire de ces modèles purement représentatifs.
- . Si l'on utilise les valeurs projetées dans un but comparatif, des indices de fréquentation différents ne reflètent pas forcément les différences entre les degrés d'instruction puisque les indices sont liés à la structure des caractéristiques choisies pour décrire la population.

2.2.3 Modèles en chaîne de Markov

Si l'évolution dans un système peut être décrite en termes probabilistes, le processus sera aléatoire. Supposons que la connaissance de l'état du système aux instants consécutifs 1, 2...t antérieurs à t+1 apporte bien quant à la connaissance de son état en t+1 une certaine information mais tout entière contenue dans la connaissance de son état à l'instant le plus récent t. "Autrement dit tout le passé de l'évolution du système se trouve résumé dans son état au dernier instant ou on le connaît. Une évolution possédant cette propriété s'appelle processus de Markov" [70]. Un tel processus de Markov s'il est aléatoire et si l'espace des états est un ensemble fini ou dénombrable s'appelle une chaîne de Markov discrète $\{X_t\}$. La probabilité que X_{t+1} soit dans l'état j étant donné que X_t est dans l'état i (appelée probabilité de transition à une étape) est notée $p_{ij}^{t,t+1}$ c'est-à-dire que l'on a :

$$p_{ij}^{t,t+1} = \Pr \{X_{t+1} = j / X_t = i\} \quad .$$

Lorsque les probabilités de transition à une étape sont indépendants de la variable temps (c'est-à-dire de la valeur de t) on dit que le processus de Markov est à probabilités de transition stationnaires "[104]. On voit immédiatement l'intérêt des chaînes de Markov si on considère le système universitaire comme une structure où des transitions peuvent se produire à des instants bien déterminés, entre les différents états de cette structure. Si l'on connaît ses probabilités de transition entre les états, l'évolution d'un étudiant dans le système sera une chaîne de Markov discrète. De tels modèles sont alors des micro-modèles centrés sur le comportement individuel. La connaissance de la matrice des probabilités de transition et de son état à l'instant t résume l'histoire passée de l'individu et toutes ses caractéristiques personnelles. Si l'on veut appliquer ce modèle à un groupe d'individus, il faut supposer que l'homogénéité du groupe est telle que la matrice des probabilités de transition s'applique à chacun d'eux. Si tel n'est pas le cas, l'hypothèse markovienne ne peut être conservée. Si elle l'est malgré tout, c'est souvent pour bénéficier de l'élégance de la formulation des chaînes de Markov et de toute la théorie qui a été élaborée et qu'il suffit d'appliquer au système universitaire [70, 104]. Dans ce cas il serait bénéfique d'estimer l'erreur introduite par une telle approximation. Y a-t-il convergence ou non de l'erreur vers zéro lorsque le niveau d'agrégation des données est important [27, 57]? Baisuck A. [11] fournit une illustration de cette erreur dans le but de rejeter l'hypothèse markovienne. Il vérifie qu'une matrice prise comme moyenne pondérée de deux

matrices de probabilités de transition n'a pas une matrice limite qui est la moyenne pondérée des deux matrices limites de probabilités de transition. Bien que les deux matrices de probabilité soient assez dissemblables et le niveau des données assez désagrégé, les différences introduites dans l'évolution de deux structures relativement aux deux méthodes, même au bout d'un grand nombre de périodes, ne sont pas convaincantes. Néanmoins les auteurs qui utilisent cette approche doivent toujours exprimer une certaine faiblesse au niveau des hypothèses sans pouvoir quantifier la conséquence sur leurs résultats ou conclusion d'une telle approximation. Ainsi Thonstad T. [185]: "L'application différera de la méthode brièvement décrite ci-dessous en ce que nous utiliserons un modèle déterministe au lieu de la méthode stochastique. Cela signifie que nous interpréterons les [probabilités de transition] comme des coefficients de transition fixes, et non comme des probabilités". Cette interprétation est ambiguë puisque le terme chaîne de Markov que Thonstad T. utilise dans la suite de sa recherche, se réfère, par définition à un processus aléatoire. De même citons Marshall K. et Oliver R. [122] "It has the appealing feature that the fractions p_j can be interpreted as transition probabilities and thus allows one to adopt useful results from the theory of Markov chains even though the process itself may not be Markovian" et Marshall K., Oliver R. and Suslow S. [123]: " p_{ij} can be interpreted as a probability defined for an individual student or a fraction defined for a large number of students". Les premières suggestions concernant ce type de modèle ont été faites par Gani J. [66] quoique son

modèle soit un modèle de projection déterministe, et par Young A. et Almond G. [211] puis par Bartholomew D. [16]. Dans ces deux derniers cas, les modèles sont plutôt relatifs à un système de main d'oeuvre plutôt qu'au système universitaire. Bartholomew D. dans son livre analyse toutes les implications sur le modèle de la théorie des chaînes de Markov. Par la suite Oliver R. [142], puis Marshall K. et Oliver R. [122] et Marshall K., Oliver R. et Suslow S. [123] ont sophistiqué le modèle et l'ont surtout testé avec des données réelles de l'université de Californie à Berkeley pour la période 1955-1966. Tous ces auteurs supposent que la matrice des probabilités de transition est stationnaire dans le temps, tout au moins pour des horizons de moyenne période, que Gani J. [66] fixe à environ cinq ans. Cette hypothèse, qui n'est pas évidente, est toujours acceptée puisque son rejet entraînerait le choix d'un autre type de modèle étant donné que la théorie des chaînes de Markov à probabilités de transition non stationnaires présente un intérêt théorique restreint. La plupart de ces modèles assimile le système à une structure progressive fonction des cycles et des années d'étude. Cette structure reflète de plus en plus mal la structure des universités nord-américaines qui évoluent vers des structures plus souples et plus variées. Dans cette optique Marshall K. et Oliver R. [122] caractérisent les états de la structure en fonction du statut de l'étudiant: actif, inactif, éliminé, gradué mais là encore ils distinguent les actifs en fonction du cycle d'étude et de l'année d'étude. Or dans le contexte de plus en plus général d'une progression par

matière il devient vite impossible et superflu d'identifier l'étudiant à une année d'étude. Il importe seulement de connaître le nombre et l'articulation des cours nécessaires à l'obtention du grade que l'étudiant cherche à obtenir suivant son rythme personnel et ses réussites antérieures. Dans cette optique Turksen I. [186] propose une structure relative à l'activité plutôt qu'au programme ou au système. Bien que le modèle de Turksen I. soit un modèle de simulation, on peut penser que ce micro-modèle pourrait se présenter suivant une formulation markovienne où chaque étudiant dans le système se trouverait vis-à-vis de chaque cours proposé dans un des trois états suivants proposés par Turksen I. : éligible, non-éligible car la structure des prérequis n'est pas satisfaite, non-éligible car le cours a déjà été suivi avec succès. Pour chaque combinaison cours-étudiant les hypothèses des chaînes de Markov sont rigoureusement vérifiées puisque les probabilités de transition reflètent les caractéristiques de l'étudiant, du cours et des interactions étudiant-professeur. En ce sens Turksen I. propose un des rares modèles qui esquissent une étude du système en tenant compte de certains éléments du processus éducatif. C'est un pas vers la synthèse des micro-modèles et des macro-modèles que réclame Correa H. [45]. Malheureusement, du point de vue opérationnel, ce modèle requiert l'estimation d'un nombre incroyable de paramètres. Dans le but d'une agrégation raisonnable des données on retrouve alors les hypothèses simplificatrices, habituelles aux modèles de cette classe, hiérarchisées suivant le niveau d'agrégation désiré:

- . les comportements des étudiants d'un programme d'étude vis-à-vis d'un cours particulier sont identiques;
- . les comportements des étudiants d'un même programme d'étude sont identiques;
- . les comportements des étudiants en général sont identiques.

L'adoption de l'une ou l'autre de ces deux dernières hypothèses nous ramène aux modèles précédemment décrits. La première hypothèse est plus originale et dans le contexte d'une progression par matière il semble qu'elle puisse engendrer des prévisions fructueuses au niveau désagrégé le plus raisonnable.

Les principaux éléments positifs des modèles en chaînes de Markov peuvent se résumer ainsi.

- . Toute la théorie des chaînes de Markov discrètes d'ordre 1 peut être utilisée. En voici énumérées quelques unes des propriétés les plus importantes relativement à leur application au système universitaire: les probabilités de passage d'un état à un autre de la chaîne en t périodes sont données par la matrice puissance t -ième de la matrice des probabilités de transition; d'après le théorème de Sylvester il est possible de décomposer cette matrice à la puissance t -ième en une somme de produits des valeurs propres de la matrice de probabilités par des matrices orthogonales entre elles. Cette somme représente la décomposition spectrale de la matrice à la puissance t -ième; la donnée de la loi de probabilité initiale (qui est généralement la connaissance de la structure) et de la matrice des probabilités

- de transition suffit à déterminer la loi de probabilité à tout instant ultérieur t . Dans un système fermé on obtient l'espérance des effectifs dans chaque état de la structure au temps t en multipliant le nombre d'individus dans le système par cette loi de probabilité au temps t . Dans un système ouvert il faut additionner les admissions espérées dans chaque état de la structure pour cette même période; la loi de probabilité au temps t peut tendre pour $t \rightarrow \infty$ vers une distribution de probabilité stationnaire, indépendante de la loi de probabilité initiale. Il est nécessaire et suffisant pour que la distribution de probabilité stationnaire soit indépendante de la loi de probabilité initiale que la matrice puissance t -ième de la matrice des probabilités de transition tende vers une matrice limite, stochastique et ayant toutes ses lignes identiques entre elles et de plus identiques à la distribution de probabilité stationnaire.
- . Ces modèles étant probabilistes, il est possible d'estimer les variances et covariances des effectifs dans les états de la structure. De telles estimations, quoique difficilement maniables et basées sur des hypothèses très restrictives, ont été réalisées. par Bartholomew D. [16].
 - . On peut introduire dans le modèle un certain degré de non-homogénéité représenté par des probabilités d'admission et de transition dans le système variables suivant les périodes d'étude de l'année. Les propriétés des chaînes de Markov sont conservées si l'on suppose que les probabilités sont homogènes pour les mêmes périodes de chaque année. Gani J. [16] dans son étude rela-

tive à l'université d'état du Michigan distingue ainsi trois matrices de probabilités de transition et trois vecteurs de probabilités d'admission relatifs aux trois trimestres de l'année académique.

- . La classification des états d'une chaîne de Markov en transitaires ou absorbants s'applique particulièrement bien aux états de la structure du système universitaire qui sont tous transitaires et aux états de sortie définitive du système qui sont absorbants. Elle permet notamment d'étudier ce phénomène d'abandon momentané des études qui devient de plus en plus important dans les universités. Cet état d'inactivité est un état temporaire pour ceux qui vont revenir dans le système un certain nombre de périodes plus tard.
- . Il est possible de distinguer les probabilités de premier passage des probabilités de retour simple conformément à la théorie des chaînes de Markov. L'intérêt d'une telle distinction dans le cas d'une structure par grade et par année d'étude est faible mais dans le cas d'une structure fonction du statut de l'étudiant (actif, inactif, absorbé) elle présente plus d'intérêt.
- . Enfin du point de vue conceptuel, l'introduction de chaînes de Markov d'ordre limité mais supérieur à 1 serait plus satisfaisante. La théorie des chaînes de Markov pourrait alors s'appliquer à des groupes d'individus ayant un certain nombre de caractéristiques communes alors qu'actuellement on présume de l'homogénéité à partir uniquement d'une caractéristique qu'elle soit l'année d'étude ou le statut de l'étudiant. Malheureusement la manipulation de ces

chaînes d'ordre supérieur à 1 est extrêmement encombrante et malcommode.

On peut ramener les inconvénients de ces modèles aux points suivants.

- . Une chaîne de Markov étant un modèle stochastique, l'hypothèse markovienne ne peut être vraie que pour un seul individu ou un petit groupe très homogène. Les modèles qui utilisent cette approche devraient donc être des micro-modèles. Or certains auteurs [122, 184, 185] utilisent la théorie des chaînes de Markov pour des macromodèles sans pouvoir estimer le niveau d'erreur introduit par une telle approximation.
- . Les modèles en chaîne de Markov décrivent le cheminement des individus à l'intérieur du système. Ils ne donnent aucune indication sur l'évaluation des ressources nécessaires à cette progression dans la structure.
- . Comme le remarque Thonstad [184] le modèle en chaîne de Markov permet de rester, dans un état transitoire pendant plus de deux périodes. Même si la probabilité d'un tel état de chose va en décroissant, cela est irréaliste dans le cas d'une structure par année d'étude par exemple.
- . Les probabilités de transition sont supposées homogènes ce qui dans certains cas est une assez grossière approximation (au niveau gradué notamment ou pour des prévisions supérieures à une période). Une étude comparable à celle de Breneman D. [27] sur la stabilité des coefficients utilisés dans les modèles de répartition des charges de travail du corps professoral serait

très utile et nous permettrait de tester la validité de l'hypothèse d'homogénéité. D'ailleurs il semble que la stabilité des probabilités de transition dépende des conditions particulières à chaque institution. Admettre l'hypothèse de stabilité de Gani pour des horizons inférieurs à cinq ans pourrait être discutable dans un grand nombre de cas particuliers.

- . Même dans le cas d'une quasi-stabilité des probabilités de transition, la sensibilité des modèles par rapport à de faibles variations des probabilités de transition est généralement ignorée? Des variations insignifiantes de ces probabilités ne peuvent elles avoir des conséquences inattendues sur le comportement limite des distributions de probabilité dans les états de la structure?
- . Enfin la plupart des modèles en chaîne de Markov ne comprennent aucun traitement explicite de l'estimation des probabilités de la matrice de transition. Beaucoup de facteurs autres que les données historiques: bourses, frais de scolarité, salaire espéré, chômage, restrictions à l'admission etc .. peuvent influencer ces paramètres et du point de vue appliqué leur détermination est cruciale, puisqu'ils représentent le seul aspect auquel s'attache l'analyse du système.

2.2.4 Processus markoviens déterministes

L'approche est semblable aux modèles en chaîne de Markov si ce n'est que les auteurs "deliberately avoid talking about transition probabilities, because that approach rests on certain implausible assumptions concerning the identical behaviour of individuals of the population, and because it leads to certain intractable problem in probability theory and in statistical estimation" [42]. A part l'option

déterministe, la description de la structure et la définition des états sont identiques aux modèles proposés en 2.2.3.

L'hypothèse markovienne est généralement conservée en ce sens que la connaissance de la répartition des effectifs dans la structure au temps t ne dépend que de la répartition au temps $t-1$ et n'est pas influencée par les répartitions des périodes précédentes. Puisqu'elle n'est plus une condition nécessaire à l'application du modèle, la condition d'homogénéité dans le temps des proportions de transition est généralement rejetée. Les modèles de cette classe sont libérés de la rigueur de la formulation en chaîne de Markov et il est possible de les ajuster aux caractéristiques particulières du système en ajoutant aux contraintes relatives à la progression dans la structure des contraintes secondaires relatives aux capacités des différents états, aux limites d'admission, au développement désiré, aux proportions d'étudiants dans les états etc... Une formulation initiale de ce type de modèle est due à Moser C. et Redfern P. [130]. Ce modèle a ensuite été repris par Clough D. et McReynolds W. [42] puis par Clough D. [40], Armitage P. et Smith C. [8] et Price W. [149]. Le modèle de Clough D. [40] contient des contraintes sur l'offre de places dans le système (fonction des standards, locaux, ratios, professeurs, budgets etc...) et des contraintes sur la demande de places [44, 131] dans ce même système (fonction des frais de scolarité, coût de la vie, durée des études, niveau des études, salaires expérés, etc...). L'ensemble de ces contraintes détermine un ensemble convexe dont la fermeture varie au gré des

décisions administratives et à l'intérieur duquel se situent les proportions de transitions réalisables. Une fonction économique relative au bénéfice social, que Clough choisit de maximiser, permet de sélectionner l'ensemble optimal des proportions de transition pour un horizon de une période. Pour un horizon plus éloigné, le modèle n'est plus linéaire et il est suggéré d'employer la programmation dynamique pour optimiser la fonction économique. Ce modèle est très élégant mais il présente l'inconvénient de nécessiter une somme de données importante pour la construction des contraintes. Particulièrement pour les contraintes de demande il est déjà bien difficile de déceler l'influence d'un seul facteur [82,201, 209]. La simulation de Baisuck A. [10,11,12] utilise le même type de modèle. Des regressions permettent la projection des effectifs dans la structure. Dans le cas d'objectifs à atteindre, les projections sont modifiées, d'une façon progressive ou bien unique afin de réaliser ces objectifs. Le modèle de Dietze H. [48] quoique adapté à la rigidité des systèmes universitaires européens, utilise la même matrice de proportions de transition qui lui permet de prévoir les effectifs dans le système au cours de la période suivante à partir de ceux dans le système actuellement. A partir des taux de participation des étudiants aux différents cours et du nombre maximum d'étudiants à ces mêmes cours, l'auteur détermine les admissions dans les différents programmes d'étude et par la même occasion identifie les goulots d'étranglement dans la structure. Caspar R. [34,35] propose un modèle identique mais utilise la méthode du simplexe

pour déterminer la structure optimale des admissions. Dans le modèle de Dietze H. on peut se demander qui va déterminer le nombre maximum d'étudiants pour chaque cours car la détermination de ces capacités n'est liée à aucune autre variable et reste à la discrétion du planificateur. De plus ces deux modèles correspondent à une conception assez figée de l'enseignement supérieur; ils déterminent l'arrangement optimal des étudiants que l'on peut accepter dans le système avec les ressources qui existent. Ainsi le corps professoral détermine l'offre de places dans le système et la demande étudiante doit se modifier pour s'adapter à la structure des enseignants et réduire les goulots d'étranglement. Dans le contexte américain, cette approche est irréaliste car la demande des étudiants a une très grosse influence sur l'offre de places dans le système; de plus la structure des enseignants peut évoluer et se modeler beaucoup plus qu'en Europe puisque les admissions y sont simples et les départs fréquents.

Comme dans les cas précédents, on peut énumérer les avantages suivants.

- . Suivant cette approche les auteurs utilisent les techniques qui leur semblent appropriées pour résoudre un problème donné. Suivant l'approche en chaîne de Markov, on a parfois l'impression d'une recherche d'exemples appropriés à l'application d'une technique donnée soit les chaînes de Markov.
- . Contrairement aux modèles en chaîne de Markov les modèles de ce groupe peuvent utiliser des techniques d'optimisation. Alors que les premiers prévoient la progression des étudiants dans la structure, les seconds peuvent indiquer les modifications optimales

de cette progression ou bien déterminent les admissions adéquates en vue d'atteindre certains objectifs.

- . Face à la rigidité conceptuelle des chaînes de Markov, ces modèles s'avèrent beaucoup plus souples et peuvent répondre plus facilement aux exigences particulières de certaines institutions universitaires.
- . Il n'y a pas de restriction quant au niveau d'agrégation des variables du système.

Les inconvénients suivants peuvent être énoncés.

- . Dans l'optique habituelle de la non-homogénéité des matrices de proportions de transition, les modèles utilisant des techniques d'optimisation sont généralement peu explicites pour des horizons supérieurs à une période. Dans beaucoup de cas les contraintes du programme d'optimisation ne sont plus linéaires.
- . La description du système universitaire étant relativement partielle dans ces modèles, on aboutit généralement pour les modèles d'optimisation à des sous-optimisations relativement à l'ensemble des variables du système.
- . Le comportement des étudiants dans la structure est un comportement stochastique. Le décrire en termes déterministes est une approximation.

2.2.5 Modèles d'entrée-sortie

Toujours en fonction d'une progression des modèles du plus simple au plus sophistiqué, du plus descriptif au plus explicatif, cette dernière classe de modèles applique au système universitaire le modèle de production généralement appelé modèle d'entrée-sortie

(ou input-output). Ce modèle est déjà plus qu'un simple modèle de prévision d'effectifs d'étudiants, il représente possiblement un modèle quasi-global du système et pourrait se ranger aussi bien parmi les modèles de prévision de ressources, d'allocation de ces ressources ou surtout parmi les modèles d'évaluation des programmes d'enseignement.

Dans le cas le plus général, il existe une transformation linéaire qui lie le vecteur d'entrée au vecteur de sortie. Si les sorties correspondent aux "produits finis" du système de production universitaire, les entrées seront alors toutes les ressources nécessaires à la production de ces sorties soit des nouveaux étudiants, des professeurs, du personnel de soutien, des locaux, du matériel etc.... Stone R. [179] distingue trois grandes catégories dans ces entrées du système: les étudiants, la main d'oeuvre, les locaux et l'équipement. Les coefficients de la matrice d'entrée-sortie indiquent les décisions prises par les administrateurs et les restrictions du système. Ils reflètent les contraintes sur les rapports étudiants-professeur, sur les répartitions de charges de cours, sur l'affectation des professeurs, etc... Si l'on précise un vecteur de sortie désiré, ils permettent de déterminer les entrées nécessaires à la réalisation des objectifs. Les modèles de cette classe ne se présentent pas tous sous la forme matricielle que l'on vient de décrire; certains [26, 124] correspondent à des systèmes d'équations linéaires représentant les contraintes imposées à certaines ressources pour la production des sorties. Il suffirait de réarranger les équations et d'introduire quelquefois certaines ressources supplémentaires pour avoir un modèle complet d'entrée-

sortie. En effet la plupart des modèles [26, 124, 132, 144, 152] se limitent aux ressources humaines et ne se préoccupent que des sorties représentées par les étudiants gradués. Par le biais de capacités relatives à chacun des cours offerts, le modèle de Braun H., Hammer G. et Schmid K. [26] tient compte des salles de classe et du matériel mais la relation n'est pas explicite. Comme le modèle de Menges G. et Elstermann G. [125] ainsi que ceux précédemment décrits de Dietze [48] et Caspar [34, 35], ce modèle européen détermine les admissions possibles en fonction d'un arrangement donné et d'une utilisation maximale de certaines ressources, professeurs et/ou locaux et non en fonction d'objectifs sur les sorties ou les entrées d'étudiants comme le font généralement les auteurs nord-américains. Parmi ceux-ci, Nordell L. [132] et Oliver R., Hopkins D. et Armacost R. [144] se préoccupent uniquement des effectifs d'étudiants et d'enseignants. Contrairement aux modèles allemands il s'agit ici de déterminer le nombre d'enseignants nécessaires à la production d'une structure désirée de gradués. De la même manière le modèle de Lawson D. et Jewett F. [113] appliqué au Collège d'Etat de Humboldt permet en fonction de la structure de gradués de générer l'ensemble des ressources physiques et humaines nécessaires. A un niveau intermédiaire de généralisation se situent des modèles tels que ceux de Koenig H. [109] qui transforment toutes les ressources humaines à l'entrée du système, y compris le personnel de soutien, en sorties réparties suivant les fonctions primaires d'enseignement, de recherche, de service au public et même la

fonction administrative d'appui. Enfin au niveau le plus général le modèle comprend toutes les ressources à l'entrée du système qu'elles soient humaines ou matérielles et produit des gradués, des connaissances et des services. De tels modèles [21, 154, 179] s'inscrivent généralement dans un contexte plus vaste encore, où le système éducatif est considéré comme un des secteurs de l'économie. Ces modèles sont alors tournés vers la détermination des ressources nécessaires à la production d'une certaine structure de gradués nécessaire au développement économique et social.

Redfern P. [154] conçoit le système éducatif comme une industrie qui fournirait comme matières premières aux autres industries les personnes qualifiées nécessaires: "We may treat the educational system as an industry or group of industries producing manpower with a range of skills; treat young people as the "intermediate products" moving from one part of the educational system to another; and treat the rest of the economy outside the educational system as the final recipient of the products of the educational system.". A partir des mêmes hypothèses Bénard J. [21] introduit le concept d'optimisation relativement à l'affectation des ressources, pour la plupart physiques, entre l'activité d'éducation et les activités économiques marchandes, représentées par les secteurs d'un tableau d'échange inter-industriel... L'optimisation est obtenue par la maximisation sous contraintes d'une fonction sociale de préférence, elle-même constituée par des indicateurs numériques du niveau de vie de la population, tout au long de la période pluriannuelle envisagée, et du potentiel de production en fin de période ".

Voici, en résumé, les avantages principaux de ces modèles.

- . Ce modèle d'entrée-sortie est un modèle global qui évalue les ressources nécessaires à la production des sorties. Contrairement aux modèles précédents qui étaient en grande partie descriptifs, ce modèle étudie les relations internes et reflète une analyse complète du système.
- . Une fois élaboré, ce modèle représente un outil de gestion utile pour l'administrateur. La sensibilité des sorties à certaines ressources particulières, la modification des coefficients de la matrice, la substitution de certaines ressources peuvent être testées.
- . Le modèle d'entrée-sortie est linéaire et sa souplesse conceptuelle permet l'adjonction de contraintes supplémentaires; de la même façon il peut être intégré au milieu d'un système matriciel plus large. Des techniques d'optimisation et généralement d'optimisation linéaire peuvent être utilisées très facilement.
- . Les résultats de la théorie économétrique des modèles d'entrée-sortie de Léontief W. [51] peuvent être appliqués aux modèles d'entrée-sortie du système universitaire. Cette théorie permet la réutilisation comme ressources de certaines sorties du système; dans le système universitaire ceci peut s'appliquer aux étudiants gradués qui ont une fonction d'encadrement des étudiants sous-gradués ainsi qu'aux gradués au niveau du doctorat qui peuvent rester dans le système en temps que professeur. Cette théorie "peut aussi être considéré comme une forme particulièrement accessible des programmes linéaires. Dans le système de

Léontief le plus simple, dans lequel aucune substitution d'entrées n'est techniquement possible, la solution optimum est la seule solution efficiente possible. Mais dans des modèles plus généraux où les substitutions sont possibles, le système peut être déterminé uniquement en résolvant un problème de programmation linéaire formulé de façon convenable (ou bien en soumettant la solution à des conditions extérieures restrictives" [51].

- . La formulation mathématique est restreinte et correspond à une représentation réaliste du système. Les données nécessaires à la construction du modèle sont semblables à celles que les administrateurs manipulent au cours de leur travail de gestion. Leur compréhension du modèle et leur aptitude à s'en servir s'en trouvent accrues.

Les inconvénients suivants peuvent être cités.

- . L'une des principales difficultés auxquels se heurtent les modèles d'entrée-sortie tient à la confusion des hypothèses et des objectifs. "Si le modèle ne précise pas les éléments à considérer comme des variables et ceux que l'on doit supposer fixes, il n'apportera qu'une aide infime aux administrateurs du plan effectif. On pourrait citer nombre d'exemples où les rapports numériques élèves-maîtres sont supposés et non incorporés dans le modèle à titre d'objectifs". Cette critique de Dressel P. [52] à l'égard des modèles mathématiques en général se révèle fondée pour les modèles d'entrée-sortie. Oliver R., Hopkins D. et Armacost R. [144] précisent cette critique dans la présentation de leur modèle d'entrée-sortie appliqué au campus de Berkeley de l'Univer-

sité de Californie: " Perhaps the single most trouble some aspect of any large scale fixed coefficient model is that there is little opportunity to distinguish institutional variables, administrative controls and environmental parameters from one another, and thus be able to clearly identify the influence of new policies or the relaxation of institutional restrictions upon the structure of the [input-output] matrix itself".

- . D'autre part ce modèle étant général il nécessite une définition et une analyse complète du système. Les données nécessaires à la construction du modèle sont souvent si nombreuses que le temps et l'effort consacrés à la recherche et à la mise en ordre des statistiques risquent de réduire les avantages à attendre de cette méthode.
- . Cette approche n'est rationnellement utilisable qu'à un niveau agrégé car autrement il faudrait multiplier les matrices d'entrée-sortie et la détermination subséquente des paramètres.

2.3 Modèles de prévision des ressources

Il semble qu'il faille distinguer deux sortes de modèle dans cette catégorie. Les premiers sont des modèles d'estimation d'un ou plusieurs besoins futurs bien particuliers: locaux, espace, professeurs, matériel, etc... alors que les seconds sont des modèles de prévision générale des ressources et conduisent généralement à l'élaboration du budget. Les premiers ont habituellement un horizon assez lointain alors que les deuxièmes portent sur une ou quelques périodes au plus.

Certains des modèles d'estimation de besoins particuliers considèrent le flot des étudiants comme une donnée, d'autres estiment ce flot dans le modèle et ne requièrent que les admissions comme donnée. En fonction de la répartition prévue des étudiants par département et par cours, les besoins futurs sont déterminés et optimisent, à l'occasion, une certaine fonction sociale ou économique. Sceviour W. [162] Sanderson R. [161] et Hoover T. [85] proposent des modèles de simulation qui permettent aux ressources matérielles: espace, bâtiments, locaux, etc... de s'ajuster aux effectifs étudiants. La prévision de ces variables physiques se fait en longue période et nécessite la prévision des effectifs étudiants à un horizon assez lointain. Après Judy R. et Levine J. [100], Barnett R. [15] fait le point d'une étude de développement d'indices qualitatifs et quantitatifs destinés à mesurer l'utilité d'un bâtiment dont la construction est prévue. Ceci permet de générer toutes les alternatives possibles techniquement et de les évaluer. Dans un autre modèle [89] de l'"Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Polity" l'auteur analyse les opinions d'individus ou de groupes en vue de l'évaluation de ces alternatives. La plupart des modèles qui déterminent les besoins particuliers en ressources humaines le font sur une base de rapports (étudiants-professeur, cours-professeur, professeurs-technicien, etc...) Pourtant le modèle Dynamod [212] en plus de prévoir les effectifs étudiants estime les effectifs d'enseignants américains à partir des tendances actuelles parmi la population. Cela permet d'étudier à temps des politiques de formation ou de reclassement.

Au niveau de l'état de Californie un modèle [128] étudie l'offre et la demande futures de professeurs. Enfin on retrouve tout un ensemble de publications sur la planification des ressources humaines, les problèmes d'embauche, de sélection, de départs et de promotion dont certains sont généraux [18, 33, 49, 60, 94, 102, 149, 211] et d'autres particuliers aux institutions universitaires [7, 75, 76, 124, 143, 151].

Avec les modèles généraux de planification des ressources en vue de l'élaboration du budget, on a affaire à une analyse globale du système universitaire. Ce sont des synthèses qui comprennent généralement les catégories 2.2, 2.3 et 2.5 de la classification proposée.

De tels modèles permettent en fonction de la situation existante et des objectifs à court terme de déterminer l'ensemble des ressources nécessaires au fonctionnement du système. On retrouve les études de Lawson D. et Jewett F. [113] et de Koenig H. [109, 110]. A partir d'un ensemble de données administratives de base (variables indépendantes) le modèle de ce dernier détermine sous l'influence des contraintes dues aux interactions des différents sous systèmes les valeurs plausibles des variables dépendantes. On retrouve, précisé et explicité, les contraintes d'offre et de demande du modèle de Clough D. [40]. Citons aussi Ruefli T. [159, 160] dont le projet de simulation globale d'une institution universitaire (GUS) est en voie de réalisation et Fox K. [61, 62]. Enfin le travail le plus important dans cette voie est à mettre au compte de l'Institute for Policy

Analysis" de l'Université de Toronto qui a élaboré et poursuit des études sur le système PPB (Program Planning and Budgeting).

Les buts spécifiques du projet sont les suivants:

- . définir les objectifs d'une institution universitaire et la manière de les rendre opérationnels [192],
- . développer un modèle mathématique permettant la planification des ressources et l'élaboration du budget en fonction des buts choisis [36, 95, 101, 115, 116, 189],
- . définir le rôle des administrateurs aux différents niveaux du processus [99],
- . rendre le système utilisable pour une université quelconque [191].

Judy R. et Levine J. [36, 95, 101, 115, 116] ont largement publié et contribué à ce travail que Van Wijk A. résume dans deux rapports [189, 190]. Une récente publication de Van Wijk A. [191] fait le point de l'étude sur la généralisation des systèmes PPB à une institution universitaire ou collégiale quelconque.

Moins détaillé et ambitieux que le système PPB, le modèle de prévision des besoins en ressources RRPM (Resource Requirements Prediction Model) a été développé par la société Mathematica pour le compte de WICHE (Western Interstate Commission for Higher Education).. Basé sur un modèle de simulation des coûts (CSM) de l'Université de Californie, RRPM [72] détermine les besoins humains et financiers requis par un ensemble de décisions administratives. Les fonctions de recherche et de service au public sont incluses dans le modèle mais le niveau des données est bien

plus agrégé que ce que requiert le PPBS. Par contre un modèle de prévision des effectifs étudiants n'est pas inclus dans RRPB alors qu'il l'est dans le PPBS.

2.4 Modèles de répartition des ressources

Dans la partie précédente les modèles traitaient de prévisions et d'estimations. Il s'agissait de prévoir pour un avenir plus ou moins lointain les ressources nécessaires. Maintenant ces ressources existent à un niveau global, en quantité plus ou moins différentes de celles prévues, et elles doivent être affectées, distribuées ou ordonnées toujours suivant un critère d'optimalité.

On reconnaît les problèmes standards en recherche opérationnelle d'affectation (assignement), de distribution (allocation) et d'ordonnement (scheduling). Le plus souvent il s'agit de problèmes de ressources matérielles (espace, salles, bâtiments, machines, etc.). L'originalité et la validité de l'étude réside dans le choix du critère d'optimisation qui peut n'être que partiellement connu ou devoir être estimé. Duncan B., Hamelman P. et Scotta C. [53] étant données différentes contraintes: taille de l'université, priorités des objectifs, budgets, admissions minimales et maximales et coûts d'éducation dans chaque programme d'étude, calculent le nombre de places dans les différents programmes d'étude qui maximise les revenus espérés de l'ensemble des diplômés de l'université. Comme le constate lui-même Hamelman P. dans une autre publication [77] il est probable que la plupart des administrateurs universitaires n'accepteront pas ce critère comme seul critère d'optimisation puisqu'il ignore complètement les objectifs sociaux et même économiques du

système d'éducation universitaire. Dans ce domaine aussi, l'"Institute for Policy Analysis" de Toronto a élaboré un modèle [15] qui distribue les salles d'un bâtiment dans un cube de manière à minimiser la largeur des corridors fonction du trafic entre les différentes salles. Les principales contraintes de ce modèle sont l'espace alloué, les dimensions réglementaires des issues de secours, la disposition des lignes d'air conditionné, de chauffage, d'électricité, eau, gaz, etc... Un autre modèle de cet Institut compare le nombre de salles disponibles et le nombre de salles nécessaires tout en maximisant l'utilisation de l'espace disponible et en minimisant l'espace à construire, s'il y a lieu; dans le cas d'un excès d'espace disponible, l'espace inutilisé est maximisé. Trois autres publications [80, 96, 183] de l'Institut de Toronto traitent du même type de problème.

Au niveau du département, le directeur doit déterminer pour le semestre qui vient la meilleure répartition des ressources qu'il vient d'obtenir. Il peut s'agir d'un problème d'affectation des professeurs aux différentes tâches d'enseignement, de recherche, d'encadrement, etc... Dans ce cas le modèle doit être un modèle de programmation en nombres entiers. Fox K. [63, 148] utilise pour ce faire une approche "économique" basée sur l'étude des coûts qui se rapproche des modèles habituels de planification de la production. Il assimile le département à une entreprise qui produit plusieurs produits (enseignement, recherche, autres activités ...) et génère une séquence de modèles basés sur différentes alternatives dans le choix d'une fonction économique. Son but n'est pas d'identifier la fonction économique mais d'étudier les implications sur la prise de

décision des différents choix de fonction économique. Toujours à ce même niveau Holzman A. [83,84] et Turksen I. [84] dans une étude récente [188] utilisent la même approche réaliste qu'ils avaient adoptée pour leur micro-modèle de prévision des effectifs d'étudiants [186]. Les auteurs développent trois modèles identiques de programmation en nombre entier pour les trois activités suivantes d'un département: enseignement, recherche, autre . Les contraintes portent sur la limitation des ressources en personnel, locaux et autres ainsi que la demande supposée connue des étudiants pour un cours. Comme précédemment la détermination de la fonction économique est délicate. Elle peut être basée sur la maximisation de la satisfaction des étudiants (demandes de cours satisfaites) ou sur la minimisation des coûts d'opération.

Turksen I. propose un modèle linéaire et un modèle quadratique de programmation en nombres entiers pour chacun des trois modèles. Dans le modèle linéaire de la planification de l'activité enseignement par exemple, les coefficients de la fonction économique représentent la valeur marginale d'un cours pour un étudiant. Cette valeur marginale dépend des prérequis et de l'option qu'a choisie l'étudiant. Il peut être aussi désirable de satisfaire le plus possible la demande des étudiants en s'imposant une pénalité lorsqu'une demande ne peut être satisfaite (trop ou pas assez d'étudiants pour un cours par exemple). En couplant avec la fonction économique linéaire précédente Turksen I. aboutit à une fonction économique quadratique. Dans une optique un peu plus restreinte, Fabrycky W. [58] propose un modèle de contrôle des charges de travail des enseignants dans une universi-

té en expansion.

La répartition des étudiants en différents groupes, leur ordonnancement suivant certains critères (même origine, même programme d'étude etc..), leur affectation à différents cours sont aussi l'objet de modèles mathématiques souvent opérationnels depuis quelques années [88, 133, 167]. L'affectation des professeurs à leur tâche est simulée par Haussman R. et Rath G. [81]. Enfin de nombreux modèles dont celui de Csima J. et Gotlieb C. [46] élaborent les emplois du temps des étudiants suivant une quelconque fonction économique (maximisation des demi-journées libres, minimisation des déplacements des étudiants ou utilisation maximale des salles de cours et du matériel de laboratoire).

2.5 Evaluation des programmes d'enseignement

L'évaluation des programmes d'enseignement peut se réaliser suivant trois critères: le rendement, l'efficacité et le profit. Le rendement évalue la relation entre les réalisations et les objectifs du système. L'efficacité évalue la relation entre les réalisations et le coût supporté par le système. Enfin le profit quantifie ce que l'individu ou la société dans son ensemble retire du fonctionnement du système universitaire. Afin de pouvoir évaluer les programmes d'enseignement par l'intermédiaire de ces trois critères, il est nécessaire d'effectuer des mesures systématiques des entrées, des sorties et des caractéristiques du système ou de son environnement. Un grand nombre de ces mesures se retrouve généralement dans :

- . les analyses financières des coûts (cost-effectiveness),
- . les analyses des bénéfices économiques ou sociaux

du à l'éducation universitaire (cost-benefit),
. les modèles d'entrée-sortie .

Le premier type d'analyse sert souvent de base à la construction d'une fonction économique. C'est une étude comptable du coût d'instruction d'un étudiant, du coût d'un départ, d'une élimination, d'une ressource etc.... Il existe des études spécifiques de ce sujet [1, 87, 97, 114, 155, 194] mais elles peuvent aussi bien être englobées dans les modèles de prévision ou de répartition des ressources. Lorsque c'est possible, le calcul des variables duales du problème d'optimisation donne alors ces coûts [63].

Dans la deuxième subdivision se classent les modèles qui examinent et possiblement quantifient les conséquences d'un plan d'enseignement par rapport aux coûts encourus. La plupart du temps, seules les conséquences monétaires sont étudiées [86, 98, 175, 176]. Un modèle [173] est une exception à cet égard puisque, en plus d'évaluer le plan d'enseignement en fonction de l'augmentation des revenus personnels futurs des gradués, il tient compte aussi de variables sociales quantifiées (réduction de la délinquance juvénile, modification des strates sociales, influence familiale ultérieure, etc...).

Les modèles d'entrée-sortie ont été décrits en 2.2.5 et il n'est pas nécessaire de revenir sur ce type de modèle qui évalue les relations entre les entrées et les sorties.

Malheureusement ces trois catégories d'analyse ne permettent d'évaluer les programmes d'enseignement qu'en fonction de variables très facilement quantifiables. Comme il est mentionné en 1.2.2 cette évaluation devrait aussi tenir compte de certaines variables relatives à

la qualité, au statut, au prestige, à la satisfaction etc.... qui sont plus difficilement quantifiables. Les mesures nécessaires ne sont plus alors comprises dans les trois types d'analyse traditionnels précédemment décrits; il faut envisager des mesures de ces variables basées sur des approches nouvelles dont certaines sont proposées par Van Wijk A. et Young B. [192].

CHAPITRE 3

PREVISION DES EFFECTIFS ETUDIANTS DANS UN SECTEUR
D'ETUDE D'UNE INSTITUTION UNIVERSITAIRE

3.1 Introduction

Dans un but de planification partielle du système universitaire il est proposé d'élaborer un modèle mathématique de prévision des effectifs étudiants. Conformément à la méthodologie exposée en 1.2.3 il est utile d'exposer d'abord les objectifs de cette planification puisque le modèle ne comprendra que les éléments du système universitaire ayant une influence ou un rapport direct avec le but de l'étude. Dans ce troisième chapitre l'objectif de la planification se confond avec un des objectifs d'appui du système universitaire décrits en 1.1.2 et relatifs à l'évolution de ce système qu'il s'agit de rendre le plus opérationnel et le plus efficace possible. En fonction d'admissions données dans le système, l'estimation du cheminement et des déplacements des étudiants permet de prévoir pour chaque période les effectifs et les sorties du système. L'objectif est une meilleure connaissance de l'évolution du système et une estimation des effectifs et des sorties relatives à certaines hypothèses d'admission. Le but de cette planification est donc de simuler le comportement des étudiants à l'intérieur du système. Le modèle décrit devient l'un des moyens pour atteindre cet objectif. Il n'y a ni modification du système ni de l'environnement. Dans les quatrième et cinquième chapitres, par contre, ce même modèle sera utilisé pour une planification des admissions ou des sorties. L'objectif de la planification se confond alors avec un des objectifs primaires du

système relatif à ses interactions avec l'environnement. Une modification du système et de l'environnement sera alors recherchée.

L'estimation des déplacements futurs des étudiants dans le système universitaire pourrait se faire en fonction de nombreuses variables: âge, diplômes passés, situation financière, caractéristiques sociales, etc... . De telles variables ne sont pas considérées dans le cas de cette étude qui se limite à trois variables pour estimer les transitions des étudiants dans le système. Ce sont:

- le statut (actif ou inactif),
- le domaine d'étude,
- le degré d'avancement des études.

Le modèle proposé décrit un processus markovien déterministe dans l'esprit proposé en 2.2.4 par Moser C. et Redfern P. [10] et Clough D. et McReynolds W. [6]. La notation initiale est semblable à celle de Bartholomew D. [1] utilisée dans son modèle probabiliste. Les originalités du modèle proposé viennent des points suivants.

- L'ensemble des programmes d'étude d'une institution universitaire est regroupé en cinquante et un groupes dont l'étude peut être entreprise séparément.
- Les sorties de chaque groupe sont catégorisées en fonction du degré d'achèvement des études dans le but d'un contrôle des gradués universitaires en fonction du marché du travail.

- Le modèle proposé peut aussi bien d'adapter à un système de promotion par matière qu'à celui par année. Le degré d'avancement des études est mesuré par le nombre de crédits accumulés dans le premier cas et le nombre d'années dans le deuxième.
- Une estimation des effectifs inactifs temporairement est incluse dans le modèle.
- Le modèle a été validé et testé avec des données relatives aux programmes de génie de l'Université McGill pour la période de 1964 à 1970. La plus grande partie des données présentée en 3.4 et en 3.5 sont des données originales que les universités sont généralement incapables de fournir. Ces données n'étaient pas fournies telles quelles mais sont le résultat de comparaisons des données existantes. C'est le cas des admissions externes, des admissions d'un autre secteur d'étude, des inactifs qui reviennent, des inactifs qui partent, des redoublants effectifs, des promus, des éliminés qui quittent l'institution, de ceux qui vont dans un autre secteur d'étude, etc... Toutes ces données qui n'existaient pas implicitement sont nécessaires à la prévision du cheminement des étudiants dans la structure.
- Une étude de la stabilité des coefficients des matrices de transition est esquissée en 3.5.3.

3.2 Cadre et structure du modèle

Cette présentation correspond à la deuxième phase de la méthodologie relative à l'élaboration d'un modèle de planification telle qu'énoncée en 1.2.3. Le rôle et la fonction du système ayant été précisés en 3.1 il s'agit maintenant de décrire le système en fonction du but assigné.

3.2.1 Système et sous-systèmes primaires

Dans l'optique d'un modèle de prévision des effectifs étudiants le système universitaire est donc analysé à travers l'évolution des étudiants qui sera le seul processus interne considéré dans le système. Le système universitaire est assimilé dans cette étude au sous-système humain représenté par l'ensemble des personnes étudiant dans l'institution universitaire considérée. Si l'on adopte la terminologie de Clough D. [4] reprise par Clough D., Dudding R. et Price W. [5] sur les systèmes de main d'oeuvre on peut définir le système universitaire comme un ensemble E d'étudiants composé de sous-systèmes primaires disjoints S_i avec $i = 1, 2 \dots k$ tels que:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} S_i \cap S_j = \phi \quad , \quad i \neq j \\ \bigcup_{i=1}^k S_i = E \\ \text{avec } \phi = \text{ensemble vide.} \end{array} \right.$$

On dit qu'un étudiant occupe un sous-système primaire s'il possède les

caractéristiques de ce sous-système. Comme l'explique le système (1) d'équations, les sous-systèmes primaires sont mutuellement exclusifs et leur union représente le système universitaire. La structuration du système universitaire en sous-systèmes primaires peut s'accomplir sous des formes très variées. Citons quelques structures possibles où les sous-systèmes primaires sont représentés par:

- le statut, non éligible ou éligible, vis-à-vis d'une activité particulière d'un programme d'enseignement;
- l'année d'étude dans un programme d'enseignement;
- le nombre de crédits accumulés dans un ensemble de programmes d'enseignement;
- le statut actif ou inactif dans le système universitaire.

Comme on le voit, ces sous-systèmes primaires peuvent contenir des effectifs à un niveau plus ou moins agrégé allant d'une activité particulière d'un programme au système universitaire dans un ensemble. Le terme "sous-système primaire" (SSP) réfère à cet ensemble de caractéristiques appelé état quelquefois dans cette étude et dans la plupart des modèles markoviens.

Une fois la structure définie, il est possible à un instant donné de définir pour chaque couple de SSP une proportion de transition représentant la proportion des étudiants effectuant la transition du premier SSP au second. Soit $p_{ij}(t)$ cette proportion des étudiants effectuant

au temps t la transition du SSP i au SSP j . La matrice $k \times k$ des proportions de transition au temps t , notée $P(t) = \{p_{ij}(t)\}$, est appelée la matrice des proportions de transition.

3.2.2 Système et sous-systèmes secondaires

Suivant la définition des sous-systèmes primaires, il est possible d'élaborer une matrice $P(t)$ pour les transitions à l'intérieur du système universitaire. La plupart du temps on constate que les transitions des étudiants s'effectuent à l'intérieur d'ensembles disjoints de SSP. Dans la grande majorité des cas, seul un ensemble bien précis de SSP est compatible avec l'évolution d'un individu dans la structure; les autres ensembles de SSP lui sont inaccessibles. Sauf s'il change d'orientation ou de cycle d'étude, un étudiant qui accumule des crédits pour l'obtention d'un diplôme en mathématiques par exemple ne peut se retrouver dans un SSP relatif à l'obtention d'un autre diplôme. La matrice $P(t)$ peut alors être partitionnée en différents blocs de SSP:

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_1(t) & 0 & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & P_2(t) & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & 0 & P_3(t) & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots P_h(t) \end{bmatrix}$$

Clough D. [4] appelle sous système secondaire (SSS) un tel bloc qu'il dénomme à contrainte globale s'il existe au moins une contrainte qui le

relie à d'autres SSS. Dans le cas contraire le SSS sera dit indépendant. La mise en évidence des SSS est importante car leur étude peut se faire plus ou moins indépendamment du système selon leur type. Il est proposé que le système universitaire soit partitionné en un certain nombre de SSS appelés secteurs d'étude. Un secteur d'étude (SE) est un ensemble de SSP présentant deux caractéristiques communes: premièrement il est possible, pour un nombre non négligeable d'étudiants de passer de chaque SSP de l'ensemble à au moins un autre SSP de l'ensemble; deuxièmement les étudiants ayant évolué dans un SSS présentent à leur sortie du système une certaine homogénéité dans leur formation qui peut être utilisée dans un but d'ajustement au marché du travail. Cette classification du système universitaire en secteurs d'étude a été élaborée par l'Université du Québec et notamment agréée par le comité directeur du Registre Central des admissions dans le système universitaire au Québec. Ces secteurs sont actuellement au nombre de 51 et peuvent être regroupés en sept groupes: Sciences de la Santé, Sciences pures, Sciences humaines, Sciences administratives, Arts, Lettres et Education permanente. Une liste des 51 secteurs d'étude avec leur code informatique est jointe dans l'Annexe 2.

On peut vérifier que les transitions entre les SSP de secteurs d'étude différents sont peu fréquentes et que lorsqu'elles ont lieu, elles sont en fait de nouvelles admissions. Les trois possibilités que de telles transitions surviennent sont les suivantes:

- poursuite pour l'obtention d'un grade dans un secteur d'étude des

études commencées dans un autre secteur d'étude.

- Postulation dans un secteur d'étude d'un grade supérieur à celui obtenu dans un autre secteur d'étude.

- Postulation dans un secteur d'étude d'un grade identique ou inférieur à celui obtenu ou refusé dans un autre secteur d'étude.

Le premier cas est négligeable car il très rare qu'un individu engagé dans un secteur d'étude puisse poursuivre sa progression dans un secteur d'étude différent. Le second cas est déjà plus fréquent; en échange d'un programme un peu plus chargé un étudiant peut envisager des études graduées dans un secteur d'étude différent de celui dans lequel il a gradué précédemment. Il faut noter que ces transitions ne sont possibles qu'entre certains secteurs d'étude (par exemple Génie / Mathématiques, Physique / Informatique ou Droit / Administration des Affaires). Le troisième cas est le plus fréquent. Il correspond aux étudiants qui n'ont pas réussi dans un secteur d'étude ou qui désirent reprendre leurs études ou acquérir une deuxième formation dans un secteur d'étude différent. Dans ces deux derniers cas on peut considérer que les transitions entre les SSP concernés, n'ont plus le caractère quasi-automatique qu'elles présentent à l'intérieur d'un même secteur d'étude lorsque l'étudiant satisfait à toutes les exigences. L'étudiant qui désire poursuivre ou reprendre ses études dans un autre secteur d'étude doit reposer sa candidature et réengager une procédure d'admission qui le met sur le même pied que ceux qui désirent entrer dans le système

universitaire. On peut donc supposer que l'individu est sorti du système et réapparaît aussitôt dans le système par l'un des sous systèmes primaires d'entrée d'un autre secteur d'étude. Le prix de cette hypothèse est la sortie du système de l'individu alors qu'il n'est pas réellement disponible sur le marché du travail. En fait même parmi les individus sortant réellement du système un certain nombre ne se présente pas sur le marché du travail québécois (étrangers, émigrants, femmes, coopérants outre-mer, inactifs, etc...) et des pondérations des sorties doivent être envisagées pour obtenir réellement la main d'oeuvre disponible sur le marché du travail. De plus, la plupart des étudiants qui réapparaissent dans un autre secteur d'étude ont quitté leur précédent secteur d'étude avant l'obtention d'un premier grade. Seule la minorité qui gradue dans des secteurs d'étude différents semble apparaître, vu sa formation multidisciplinaire, plusieurs fois sur le marché du travail.

Par ailleurs la catégorisation des sorties par secteur d'étude est très utile pour la planification. Il est certain que si des objectifs peuvent être élaborés quant au nombre et à la répartition des gradués universitaires, ils se situeront au niveau du secteur d'étude qui représente le niveau agrégé le plus homogène vis-à-vis de l'offre d'emploi sur le marché du travail. Par exemple il peut être insuffisant de planifier une sortie de cent gradués dans les Sciences pures car les besoins du marché du travail sont plus précis et exigeants quant à la répartition de ces gradués dans les différentes disciplines. Il peut être aussi stérile de planifier les sorties de gradués dans chaque programme d'étude

car la mobilité ultérieure des individus est trop importante pour que l'on puisse conserver sur le marché du travail la même répartition des gradués qu'à leur sortie du système universitaire. De plus l'analyse et la classification des emplois ne peuvent souvent préciser d'une manière unique le programme d'enseignement compatible avec l'occupation de l'emploi.

Il semble donc que la partition du système universitaire en secteurs d'étude soit réaliste. Relativement aux transitions à l'intérieur ou à l'extérieur du système universitaire, l'hypothèse d'indépendance des secteurs d'étude est raisonnable. Chaque secteur d'étude peut être analysé indépendamment du système; aussi le cadre d'étude se limite à un secteur d'étude quelconque dont la matrice des proportions de transition sera dorénavant représentée par P .

3.2.3 Secteur d'étude et structure

Décrit dans l'introduction 3.1, un des objectifs d'appui du système universitaire était la prévision des sorties du secteur d'étude. Pour que cette prévision relative aux gradués de chaque secteur d'étude soit fiable il faut associer à chaque étudiant une caractéristique représentant son degré d'avancement dans ses études. Pour ce faire l'élaboration d'une structure progressive de SSP ou de blocs de SSP est nécessaire. Ces SSP seront les années d'étude ou le nombre de crédits accumulés. Dans le premier cas la promotion sera par période

de temps alors que dans le second elle sera par matière. De telles structures progressives ont déjà été élaborées et utilisées avec succès dans le cas de la prévision des effectifs d'une entreprise, par exemple. Les auteurs, Bartholomew D. [2] Young A. et Almond G. [14] , Forbes H. [7] distinguent généralement trois éléments qui influent sur l'évolution de la structure des effectifs.

3.2.3.1 Promotions

Tout d'abord la rétrogradation est impossible au niveau universitaire. De plus si l'administrateur d'une entreprise peut dans une certaine mesure accélérer ou retarder certaines promotions, l'administrateur universitaire pour sa part n'a aucun pouvoir sur les transitions des étudiants entre les différents SSP. Ces transitions sont théoriquement du ressort des professeurs qui allouent ou refusent les crédits nécessaires. En fait, pour chaque SSP il existe quasi-indépendamment du corps professoral, une certaine proportion d'étudiants qui quitte le système et une autre qui accumule suffisamment d'échecs ou s'inscrit à trop peu de cours et doit rester dans le même SSP pendant la période ultérieure. Dans une telle structure progressive l'individu ne peut que sortir du système, rester dans le même SSP ou passer dans un SSP supérieur. Même si les proportions de transition évoluent avec le temps, elles ne peuvent être considérées comme des variables sur lesquelles l'administrateur universitaire peut s'appuyer pour atteindre ses objectifs. Pourraient faire exception les transitions d'un cycle

d'études à un autre. Il est de règle commune dans la plupart des secteurs en expansion, de favoriser la promotion interne et donc d'admettre à un cycle supérieur tous les gradués du système qui satisfont les normes et les prérequis d'une telle transition. Les écarts entre le nombre de places et ces promotions internes sont ensuite comblées, s'il y a lieu, par les admissions externes. Pourtant dans le cas de secteurs en contraction, de normes de promotion trop souples ou de contingentements des effectifs, l'administrateur universitaire peut imposer des proportions de transition inférieures à la demande interne des étudiants. De tels cas sont rares et habituellement tout étudiant qui satisfait les normes de passage dans un cycle supérieur est accepté, quitte à modifier les normes pour ajuster l'offre, à la demande interne. Dans l'article 19 des règlements généraux de l'ancienne Faculté des Sciences Sociales de l'Université de Montréal, on peut lire:

"Art 19 - Conditions d'admission à la Maîtrise ès Sciences. Pour être admis comme candidat à la maîtrise ès sciences, il faut:

- être porteur d'un Baccalauréat ès Sciences de la Faculté ou son équivalent, obtenu avec une moyenne d'au moins 70% des points sur l'ensemble des cours du programme du Baccalauréat."

Le "pour être admis" suppose que l'admission est automatique pour le candidat satisfaisant ces conditions et que l'appoint des admissions se fait à l'aide des candidatures externes. Cette procédure semble

habituelle puisque Llubia L. [8] note à propos de l'école d'administration de l'Université de Californie: "It is clear that all students already admitted to the University who meet these requirements will be admitted to the School. The actual admission procedures are therefore limited to those applicants from other institutions." Les proportions de transition seront donc considérées comme des paramètres à estimer à partir des données et non comme des variables que l'on peut, à l'exemple de Clough D. et McReynolds W. [6], choisir en fonction des objectifs parmi certaines valeurs possibles.

3.2.3.2 Départs définitifs

Les départs hors du secteur d'étude qu'ils correspondent à des départs volontaires, à des éliminations ou à des graduations sont autant de paramètres imposés à l'administrateur puisque les transitions internes d'un SSP à un autre sont indépendantes de la prise de décision. Les éliminations et les départs volontaires peuvent s'effectuer à partir de n'importe lequel des SSP alors que les graduations ne sont possibles que dans certains SSP bien précis. Il est proposé de structurer les sorties étudiantes du système en un certain nombre d'états de sortie. Tout étudiant qui sort du secteur d'étude au temps t ou dans la période qui précède cet instant, effectue une transition instantanée d'un SSP à un état de sortie du système universitaire. Si $w_{ij}(t)$ représente la proportion d'étudiants passant au temps t du sous système primaire i à l'état de sortie j , la matrice $W = \{w_{ij}(t)\}$, généralement rectangulaire,

sera la matrice des proportions de départ du secteur d'étude. Ces états de sortie sont identiques aux "états absorbants" des modèles de Thonstad T. [13] ou Marshall K., Oliver R. et Suslow S. [9]. Alors que ces auteurs englobent dans le système universitaire toutes les personnes qui sont entrées dans le système à un moment quelconque, il semble plus réaliste de ne considérer que les personnes activement engagées dans ce système universitaire. La matrice P des proportions de transition se trouve allégée des SSP absorbants, et les effectifs de chaque sous système primaire sont comparables puisqu'ils représentent tous des individus actifs. En contrepartie les sommes de chacune des lignes de la matrice P sont généralement différentes de l'unité. La structuration à part des états de sortie est très utile car elle permet de tester pour chaque période la stabilité des sorties ou leur compatibilité avec la demande de diplômés sur le marché du travail ou avec l'objectif imposé par une planification générale. La prévision des sorties du secteur d'étude s'en trouve donc facilitée.

3.2.3.3 Admissions

Les admissions dans le système universitaire ne s'effectuent que dans un nombre restreint de SSP. Généralement ces SSP correspondent aux premiers états de chaque cycle d'étude. La structure des admissions est donc identique à la structure du SSS mais le niveau des admissions dans un certain nombre de SSP est nul. Dans les autres SSP le niveau des admissions est une variable fixée par les administrateurs universitaires.

Ce sont en fait les seules variables efficaces à la disposition des administrateurs pour modifier ou faire évoluer la structure des effectifs dans le système ou celle des sorties d'étudiants. D'après les hypothèses précédentes, un étudiant ne peut poser sa candidature et être possiblement admis que:

- s'il provient d'une institution pré-universitaire,
- s'il provient d'une autre institution universitaire,
- s'il change de secteur d'étude,
- s'il se trouvait sur le marché du travail.

Les candidats sont donc des gradués du niveau collégial, des étudiants provenant d'une autre institution ou d'un autre secteur d'étude ou des individus qui ne se trouvaient pas dans le système universitaire au cours de la période précédente. Dans ce dernier cas il faut exclure les étudiants qui poursuivent leurs études après une période d'inactivité inférieure ou égale à celle permise par les institutions universitaires. Ces étudiants, qui ont été inactifs temporairement, sont automatiquement réintégrés dans le système et ils n'ont pas à subir la procédure d'admission. Il est proposé d'estimer ces effectifs d'étudiants inactifs et de les considérer dans le SSS même s'ils ne sont plus, temporairement, dans le secteur d'étude. Ces étudiants seront classifiés dans un ou plusieurs SSP et les proportions de transition avec les autres SSP de la structure seront calculées ou estimées, suivant le cas.

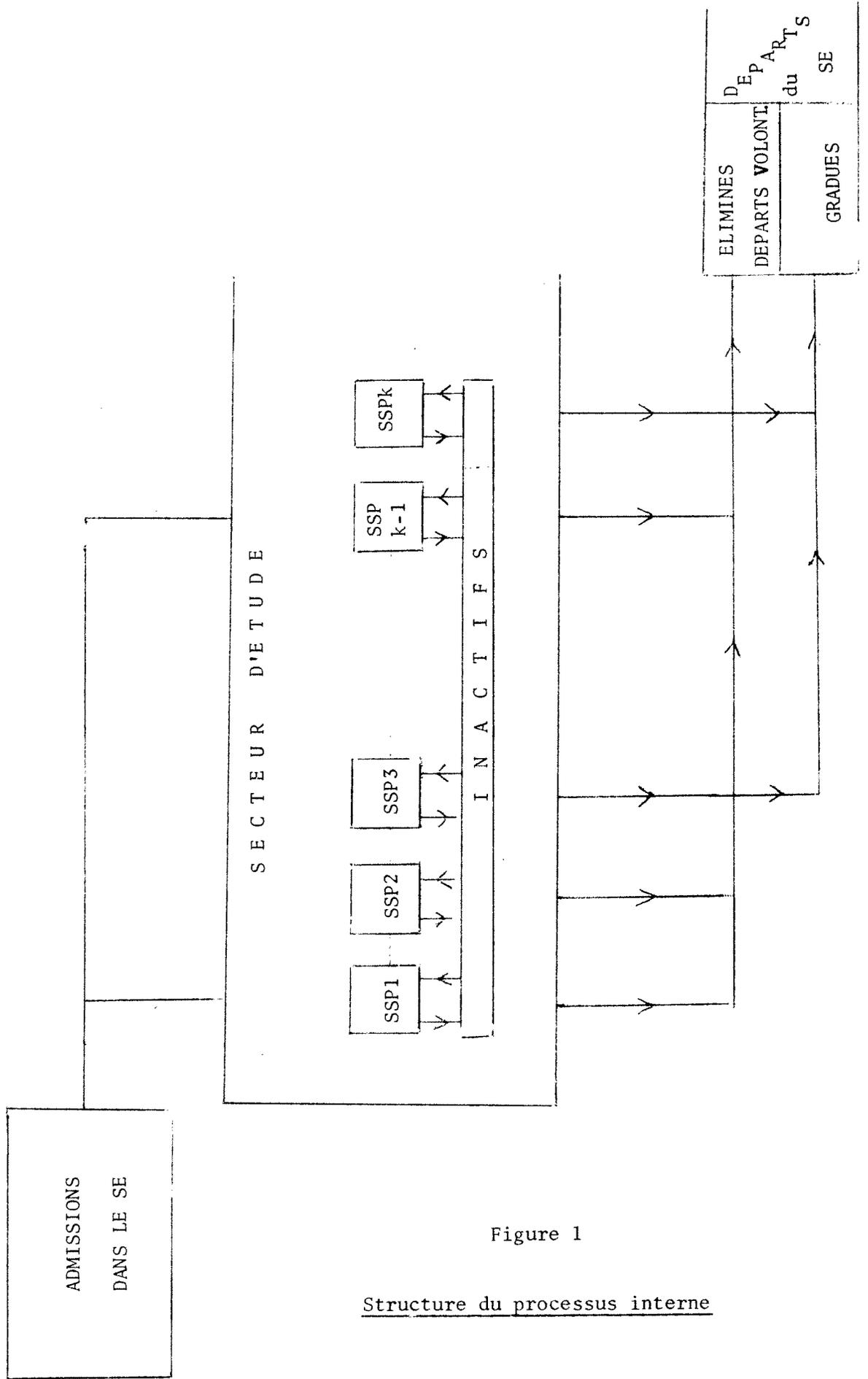


Figure 1

Structure du processus interne

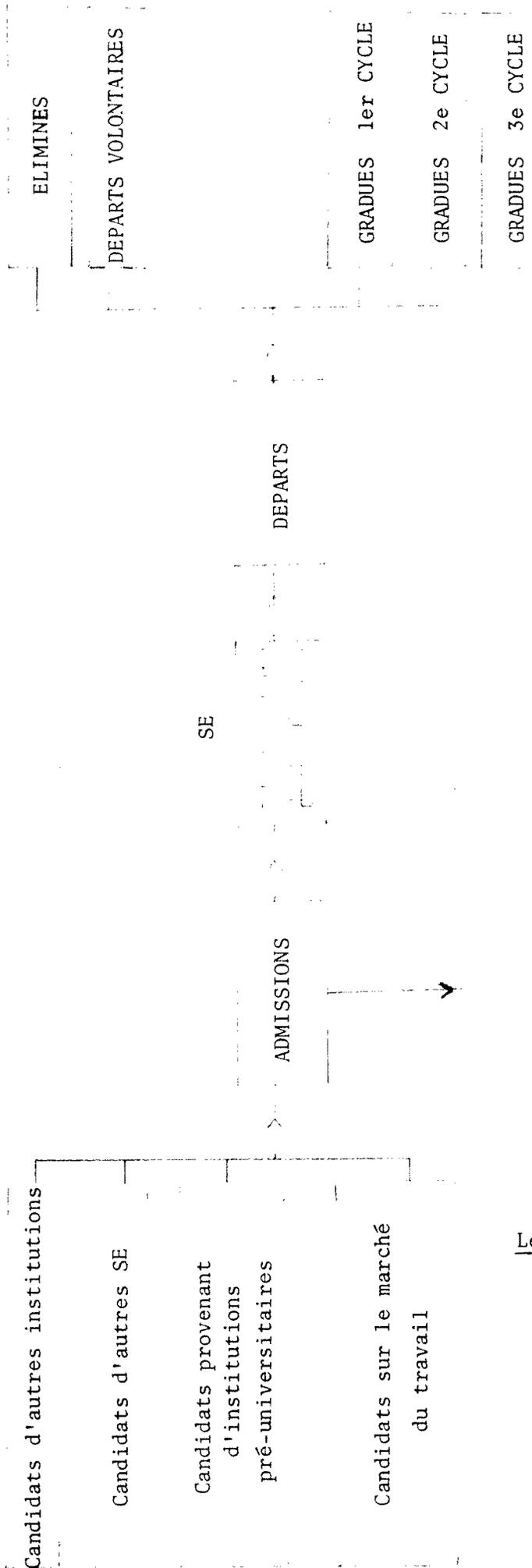


Figure 2

Les Entrées et Sorties
du
Secteur d'Etude

3.2.4 Détermination des sous systèmes primaires (SSP) du secteur d'étude (SE)

3.2.4.1 Promotion par matière

La détermination des SSP en fonction du nombre de crédits alloué aux étudiants semble prometteuse car elle s'adapte bien au système de promotion par matière. Si les intervalles sont bien choisis la plupart des étudiants devraient passer d'un SSP au SSP supérieur pour chaque période de temps. Suite à la récente décision gouvernementale identifiant l'année d'étude à trente crédits ou plus, il semble que des intervalles de quinze crédits par session d'étude soient appropriés. Avec un tel modèle où les possibilités de rester dans le même SSP sont faibles, les sorties du secteur d'étude sont beaucoup plus fiables et sont très sensibles aux politiques d'admission. Ceci est particulièrement important pour le système universitaire où dans un SE particulier, les admissions peuvent d'une session d'étude à l'autre connaître des fluctuations substantielles. Dans le cas d'un secteur où coexistent un Baccalauréat spécialisé et un Baccalauréat général il est possible de dédoubler les SSP afin de prévoir les effectifs dans chaque section. Il est aussi possible que les proportions de transition ne puissent être supposées homogènes pour toute l'année mais qu'elles le soient pour une session d'étude particulière (automne, printemps, été). Dans ce cas, les matrices P et W devraient être élaborées séparément

pour chaque semestre d'étude. Cette hétérogénéité peut aussi avoir une influence sur les effectifs d'étudiants, actifs et inactifs, car il semble, d'après Oliver R. [11] que les étudiants admis au début du semestre du printemps ont tendance à se remettre en phase avec ce qu'ils considèrent comme un programme d'étude normal, soit le programme suivi par la majorité des étudiants admis au début de la session d'automne. La nouveauté de ce type de promotion, son emploi restrictif et le manque de données accumulées empêchent actuellement de tester la validité et la stabilité des structures ainsi définies. Néanmoins, il est certain, avec la généralisation de la promotion par matière que de nouvelles définitions des SSP devront graduellement remplacer celles des SSP centrés sur la promotion par année. La définition des SSP en fonction des crédits d'étude est un essai dans ce sens et une structure complète ainsi qu'une structure réduite du modèle sont proposées.

3.2.4.1.1 Structure complète

Quoique assez élaboré et donnant lieu à une estimation assez fastidieuse des proportions de transition, ce modèle énumère toutes les transitions possibles dans le SE. Il est à noter que les sorties sont catégorisées en fonction du dernier grade obtenu dans le secteur d'étude à la suite d'études continues. Par exemple, un étudiant éliminé au niveau de la maîtrise et n'ayant pas complété sa scolarité apparaîtra dans l'état

de sortie "Gradué Baccalauréat".

La structure comprend 19 SSP et 6 états de sortie. Les états de sortie 20 et 22 correspondent à des étudiants ayant complété leur scolarité mais n'ayant pas satisfait les conditions d'obtention du grade dans les délais prévus. Les échelles d'évaluation gouvernementales tendent actuellement à reconnaître ces niveaux intermédiaires de scolarité.

Dix-neuf SSP

- 1 - Actif niveau Baccalauréat avec de 0 à 22 crédits
- 2 - " " " 23 à 37 "
- 3 - Inactif niveau Baccalauréat avec de 0 à 37 crédits
- 4 - Actif niveau Baccalauréat avec de 38 à 52 crédits
- 5 - " " " 53 à 67 "
- 6 - Inactif niveau Baccalauréat avec de 38 à 67 crédits
- 7 - Actif niveau Baccalauréat avec de 68 à 82 crédits
- 8 - " " " 83 crédits et plus
- 9 - Inactif niveau Baccalauréat avec plus de 68 crédits

- 10 - Actif niveau Maîtrise avec moins de 15 crédits
- 11 - " " 15 crédits et plus
- 12 - Inactif niveau Maîtrise avec scolarité non complétée
- 13 - Actif niveau Maîtrise avec scolarité complétée
- 14 - Inactif niveau Maîtrise avec scolarité complétée

- 15 - Actif niveau Ph.D. avec moins de 10 crédits
- 16 - " " " 10 crédits et plus
- 17 - Inactif niveau Ph.D. avec scolarité non complétée
- 18 - Inactif niveau Ph.D. avec scolarité complétée

Six états de sortie:

- 20 - Éliminé sans Grade
- 21 - Gradué niveau Baccalauréat
- 22 - Gradué niveau Baccalauréat et scolarité de Maîtrise complétée
- 23 - Gradué niveau Maîtrise
- 24 - Gradué niveau Maîtrise et scolarité Ph.D. complétée
- 25 - Gradué niveau Ph.D.

Une description des matrices P et W est proposée dans l'Annexe 3.1

3.2.4.1.2 Structure réduite

Quoiqu'effectif le phénomène de retrait temporaire du secteur d'étude est beaucoup moins prononcé au Québec que dans les universités américaines. Comme étudié en 3.4.4 il est possible de grouper tous les inactifs en un seul SSP si l'on peut montrer une certaine stabilité dans la structure des retours des différents SSP. Si l'on admet cette hypothèse il est possible de réduire la structure du SE de quatre SSP. En portant les intervalles des SSP de 15 à 30 crédits

et en ne distinguant que les trois grades: Baccalauréat, Maîtrise et Ph.D. comme états de sortie on aboutit à la structure réduite à 8 SSP et 4 états de sortie.

Huit SSP:

1. Actif niveau Baccalauréat avec de 0 à 37 crédits
2. Actif niveau Baccalauréat avec de 38 à 67 crédits
3. Actif niveau Baccalauréat avec plus de 68 crédits
4. Actif niveau Maîtrise avec scolarité non complétée
5. Actif niveau Maîtrise avec scolarité complétée
6. Actif niveau Ph.D. avec scolarité non complétée
7. Actif niveau Ph.D. avec scolarité complétée
8. Inactif

Quatre états de sortie:

9. Éliminé sans grade
10. Gradué Baccalauréat
11. Gradué Maîtrise
12. Gradué Ph.D.

Une description des matrices P et W est proposée en Annexe 3.2.

3.2.4.2 Promotion par année

Si les structures proposées en 3.2.4.1 s'appliquent particulièrement bien à certains types d'enseignement, il en est d'autres où la promotion par matière se réalisera difficilement et où la promotion se fera

en fait toujours année par année. Dans ce cas la détermination des SSP est beaucoup plus simple et l'élaboration de la matrice des proportions de transition est plus facile à réaliser. Les données relatives à ce type de promotion traditionnelle sont plus faciles à collecter. De la même façon qu'en 3.2.3.1 une structure complète et une structure réduite sont proposées.

3.2.4.2.1 Structure complète

Quinze SSP:

- 1 - Actif niveau 1ère année du Baccalauréat
- 2 - Inactif avec retour possible au niveau de la 1ère année du Baccalauréat
- 3 - Actif niveau 2ième année du Baccalauréat
- 4 - Inactif avec retour possible au niveau de la 2ième année du Baccalauréat
- 5 - Actif niveau 3ième année du Baccalauréat
- 6 - Inactif avec retour possible au niveau de la 3ième année du Baccalauréat

- 7 - Actif niveau 1ère année de la Maîtrise
- 8 - Actif niveau 2ième année de la Maîtrise
- 9 - Inactif avec scolarité de Maîtrise non complétée
- 10 - Actif avec scolarité de Maîtrise complétée
- 11 - Inactif avec scolarité de Maîtrise complétée

- 12 - Actif niveau du Ph.D.
- 13 - Inactif avec scolarité de Ph.D. non complétée
- 14 - Actif avec scolarité de Ph.D. complétée
- 15 - Inactif avec scolarité de Ph.D. complétée

Six états de sortie:

- 16 - Éliminé sans Grade
- 17 - Gradué niveau Baccalauréat
- 18 - Gradué niveau Baccalauréat et scolarité Maîtrise complétée
- 19 - Gradué niveau Maîtrise
- 20 - Gradué niveau Maîtrise et scolarité Ph.D. complétée
- 21 - Gradué niveau Ph.D.

Une description des matrices P et W est proposée dans l'Annexe 4.1.

3.2.4.2.2 Structure réduite

Huit SSP:

- 1 - Actif niveau 1ère année Baccalauréat
- 2 - Actif niveau 2ième année Baccalauréat
- 3 - Actif niveau 3ième année Baccalauréat
- 4 - Actif niveau 1ère année Maîtrise
- 5 - Actif niveau 2ième année Maîtrise (et plus)
- 6 - Actif niveau 1ère année Ph.D.
- 7 - Actif niveau 2ième année Ph.D. (et plus)
- 8 - Inactif

Quatre états de sortie:

- 9 - Éliminé sans grade universitaire
- 10 - Gradué Baccalauréat
- 11 - Gradué Maîtrise
- 12 - Gradué Ph.D.

Une description des matrices P et W de cette structure réduite est proposée dans l'Annexe 4.2.

3.2.5 Hypothèses de travail

Voici une énumération des principales hypothèses de travail de cette étude:

- Le processus, déterministe, est fonction du temps. Les différences entre les observations et le vrai processus représentent le "bruit" dont la distribution peut être estimée. Ce bruit n'est pas dû aux erreurs de mesure mais plutôt à la multiplicité des facteurs et à la complexité des interactions qui font qu'il est impossible d'élaborer des relations qui décrivent complètement le processus et explicitent les moindres variations des observations. Plutôt le modèle proposé sera schématique et décrira approximativement le processus ce qui sera suffisant pour élaborer des prévisions utiles.
- Le processus est markovien dans le sens que le nombre d'étudiants qui restent pendant la période t dans les différents SSP du SE ne

dépend que de la répartition des individus dans les différents SSP pendant la période $t-1$. Toute répartition antérieure à la période $t-1$ n'affecte pas la structure au cours de la période t .

- Les transitions entre les SE sont supposées inexistantes. Si tel n'est pas le cas, les individus sont supposés sortir du système universitaire et donc du sous système secondaire pour y réentrer aussitôt par l'intermédiaire d'un autre sous système secondaire. Chaque sortie du sous système secondaire correspond donc au diplôme le plus élevé obtenu par l'étudiant à la suite d'études continues dans le secteur d'étude considéré.

- Un SSP d'un SE correspond à la combinaison d'un statut, actif ou inactif, avec une mesure du degré d'avancement des études dans un cycle d'étude (année, nombre de crédits, achèvement d'une scolarité) du SE.

- Un sous système secondaire est l'un des cinquante et un secteurs d'étude décrits dans l'Annexe 2.

- La valeur des individus situés dans un même SSP ou dans un même état de sortie est identique.

3.3 Présentation du modèle mathématique

3.3.1 Définitions

Découlant de l'analyse élaborée en 3.2 les définitions suivantes sont proposées:

(2)	k	nombre de SSP dans le SE considéré
	$\ell - k$	nombre d'états de sortie du SE considéré
	t	numéro de la période
	T	horizon considéré
	i	numéro du SSP dans lequel se trouve l'individu [$i = 1, 2 \dots k$]
	j	numéro du SSP ou de l'état de sortie dans lequel entre l'individu [$j = 1, 2 \dots \ell$]
	J_1	ensemble des SSP où l'admission est possible
J_2	ensemble des SSP où l'admission est impossible	

(3)	$p_{ij}(t)$	proportion d'étudiants effectuant à la fin de la période t une transition du SSP i au SSP j [$j = 1, 2 \dots k$]
	$p_i(t)$	proportion d'étudiants se trouvant dans le SSP i pendant la période t
	$n_{ij}(t)$	nombre d'étudiants effectuant à la fin de la période t une transition du SSP i au SSP j [$j = 1, 2 \dots k$]
	$n_i(t)$	nombre d'étudiants se trouvant dans le SSP i pendant la période t
	$N(t)$	Nombre total d'étudiants dans le SE pendant la période t

$$\begin{array}{l}
 (4) \quad \left[\begin{array}{l}
 p_{0j}(t) \text{ proportion d'étudiants admis dans le SSP } j \text{ au début de} \\
 \text{la période } t \\
 r_j(t) \text{ nombre d'étudiants admis dans le SSP } j \text{ au début de la} \\
 \text{période } t \\
 R(t) \text{ nombre total d'étudiants admis dans le SE au début de la} \\
 \text{période } t
 \end{array} \right. \\
 \\
 (5) \quad \left[\begin{array}{l}
 w_{ij}(t) \text{ proportion d'étudiants effectuant à la fin de la période} \\
 t \text{ une transition du SSP } i \text{ à l'état de sortie } j \text{ } [j = k+1, \dots \ell] \\
 w_j(t) \text{ proportion d'étudiants se trouvant dans l'état de sortie} \\
 j \text{ } [j = k+1, \dots \ell] \text{ à la fin de la période } t \\
 m_{ij}(t) \text{ nombre d'étudiants effectuant à la fin de la période } t \text{ une} \\
 \text{transition du SSP } i \text{ à l'état de sortie } j \text{ } [j = k+1, \dots \ell] \\
 m_j(t) \text{ nombre d'étudiants se trouvant dans l'état de sortie } j \\
 [j = k+1, \dots \ell] \text{ à la fin de la période } t \\
 M(t) \text{ nombre d'étudiants quittant le SE à la fin de la période } t
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

En notation matricielle, les matrices suivantes sont définies:

$$(6) \quad \left[\begin{array}{l}
 p(t) = \{p_i(t)\}, \text{ vecteur de dimension } 1 \times k \\
 P(t) = \{p_{ij}(t)\}, \text{ matrice de dimension } k \times k \\
 n(t) = \{n_i(t)\}, \text{ vecteur de dimension } 1 \times k \\
 p_0(t) = \{p_{0j}(t)\}, \text{ vecteur de dimension } 1 \times k \\
 r(t) = \{r_j(t)\}, \text{ vecteur de dimension } 1 \times k \\
 W(t) = \{w_{ij}(t)\}, \text{ matrice de dimension } k \times (\ell-k) \\
 m(t) = \{m_j(t)\}, \text{ vecteur de dimension } 1 \times (\ell-k)
 \end{array} \right.$$

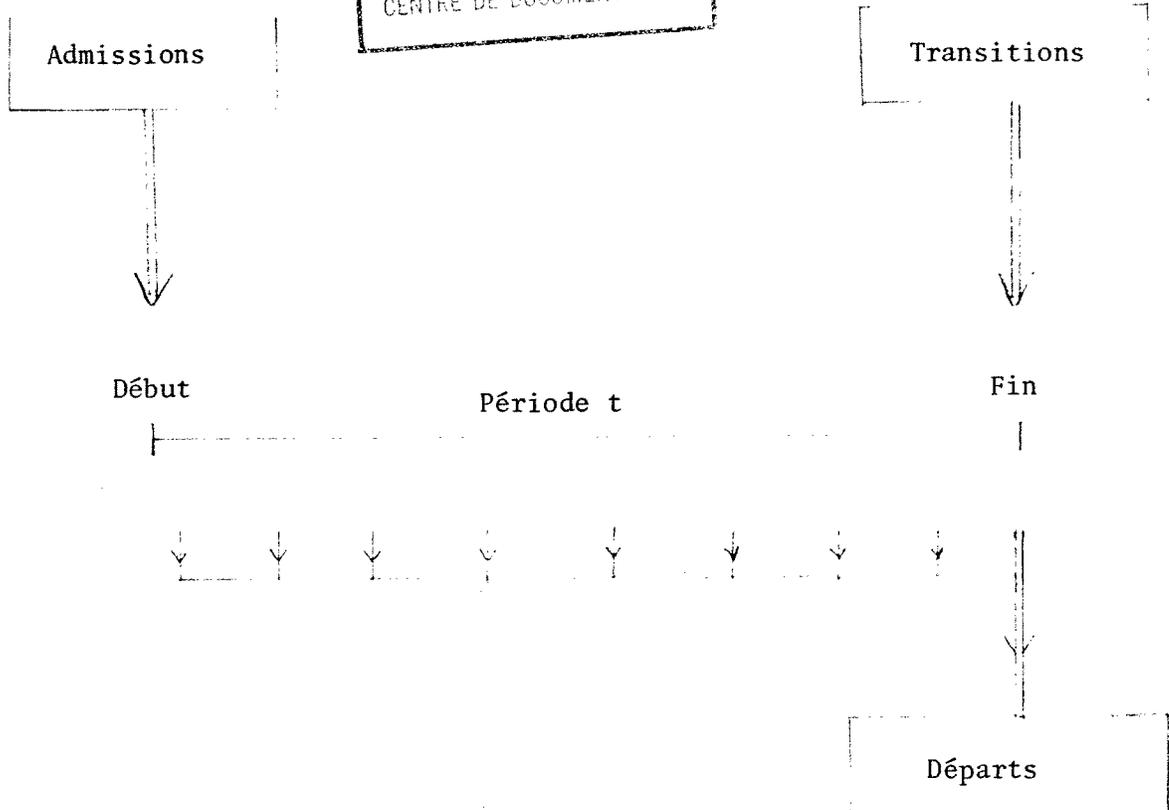


Figure 3

Composition de la période t

En outre les définitions suivantes sont utilisées dans ce travail

- (7) $\left[\begin{array}{l} I \text{ matrice identité} \\ u \text{ vecteur composé uniquement de } 1 \\ e_i \text{ vecteur composé uniquement de } 0 \text{ et d'un } 1 \text{ en } i\text{-ème position.} \end{array} \right.$

Les dimensions de ces matrice et vecteurs sont variables et compatibles avec les autres composantes des expressions où ils sont utilisés.

3.3.2 Contraintes principales

Le nombre d'étudiants dans un SSP quelconque se compose de ceux qui étaient déjà dans le SE au cours de la période précédente et des nouveaux admis. Ainsi, l'effectif d'étudiants dans le SSP j pendant la période t sera:

$$(8) \quad n_j(t) = \sum_{i=1}^k n_{ij}(t-1) + r_j(t)$$

qui peut encore s'écrire:

$$(9) \quad n_j(t) = \sum_{i=1}^k n_i(t-1) \cdot p_{ij}(t-1) + r_j(t)$$

Si les admissions dans le SSP j sont impossibles, les effectifs dans le SSP se réduiront à l'ensemble des étudiants effectuant une transition dans le SE d'un état i quelconque [$i = 1, \dots, R$] à l'état j :

$$(10) \quad n_j(t) = \sum_{i=1}^k n_i(t-1) \cdot p_{ij}(t-1)$$

Suivant l'appartenance du SSP j à l'un ou l'autre des ensembles J_1 et J_2 , les effectifs du SSP j seront donnés par l'équation (9) ou (10).

Sous forme matricielle, si les composantes de $n(t)$ sont nulles lorsque $j \in J_2$ on obtient:

$$(11) \quad n(t) = n(t-1) \cdot P(t-1) + r(t)$$

Cette équation est la première contrainte principale et régit les transitions à l'intérieur du système. Les effectifs au cours de la période t étant connus, il est possible d'élaborer la deuxième contrainte principale relativement aux sorties du système. Pour tous les états de sortie j , le nombre d'étudiants dans ces états à la fin de la période t est relié aux effectifs dans le système pendant cette période par

$$(12) \quad m_j(t) = \sum_{i=1}^k n_i(t) \cdot w_{ij}(t)$$

ou sous forme matricielle

$$(13) \quad m(t) = n(t) \cdot W(t)$$

Les équations matricielles (11) et (13) composent le système de contraintes principales du secteur d'étude:

$$(14) \quad \begin{cases} n(t) = n(t-1) \cdot P(t-1) + r(t) \\ m(t) = n(t) \cdot W(t) \end{cases}$$

A partir de ce système de contraintes il est possible,

- . si l'on connaît les effectifs au début de la période $t-1$,
 - . si l'on estime les transitions à la fin de cette période $t-1$,
 - . si l'on estime les admissions futures au début de la période t ,
- de prévoir les effectifs dans le secteur d'étude au cours de la période t et les sorties du système à la fin de cette période t .

3.3.3 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W non-homogènes

Dans le cas général où il s'avère que la matrice $P(t)$ n'est pas homogène dans le temps, les prévisions d'effectifs et de sorties pour la période T seront données par

$$(15) \quad \begin{cases} n(t) = n(t-1).P(t-1) + r(t) & t = 1, 2 \dots T \\ m(t) = n(t).W(t) & t = 1, 2 \dots T \end{cases}$$

La prévision des effectifs au cours de la période T et des sorties à la fin de cette période T exige :

- . la connaissance de $n(0)$,
- . l'estimation des matrices $P(t)$; $t = 0, 1 \dots T-1$,
- . l'estimation de la matrice $W(T)$,
- . la prévision des admissions $r(t)$; $t = 1, 2 \dots T$.

Le vecteur $n(T)$ peut d'ailleurs s'exprimer directement en fonction des données nécessaires qui viennent d'être énumérées:

$$(16) \quad n(T) = n(0) \prod_{t=0}^{T-1} P(t) + \sum_{\tau=0}^{T-1} r(T-\tau) \prod_{t=T-\tau}^{T-1} P(t)$$

à condition que l'on pose $\prod_{t=T-\tau}^{T-1} P(t) = I$ si $T-\tau > T-1$

De la même façon $m(T)$ sera alors donné par:

$$(17) \quad m(T) = n(0) \prod_{t=0}^{T-1} P(t) + \sum_{\tau=0}^{T-1} r(T-\tau) \prod_{t=T-\tau}^{T-1} P(t) \cdot W(T)$$

Si l'horizon est $T = 1$ période, il n'est nécessaire que d'estimer $P(0)$, $W(1)$ et $r(1)$.

Si l'horizon est plus éloigné, l'estimation des proportions de transition des matrices $P(t)$ et de la matrice $W(T)$ exige des données historiques pour que l'on puisse déceler des tendances et des relations dans l'évolution de ces proportions de transition. Dans ce dernier cas, il est sûr que les prévisions seront de moins en moins fiables puisque basées sur un nombre de plus en plus grand de paramètres estimés qui acquièrent de plus en plus d'importance dans la prévision au détriment des observations. Une estimation de la distribution du bruit basée sur les observations est nécessaire pour prévoir l'évolution du vrai processus. En première hypothèse cette distribution devrait être normale de moyenne nulle. Enfin les observations successives du bruit peuvent être corrélées ou statistiquement indépendantes.

3.3.4 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W périodiques

Dans certains cas il peut sembler possible d'accepter l'homogénéité dans le temps du processus de cheminement des étudiants dans la structure à condition qu'on discrimine entre les matrices P_1 et W_1 qui correspondent aux transitions à la fin de la session d'automne et les matrices P_2 et W_2 qui correspondent aux transitions à la fin de la session du printemps. D'une manière assez semblable à l'étude de Gani J. à l'Université d'état du Michigan rapportée par Bartholomew D. [1] on peut poser:

$$(18) \quad \begin{cases} P_1 \cdot P_2 = P^* \\ W_1 \cdot W_2 = W^* \end{cases} \quad \begin{cases} P_2 \cdot P_1 = P^{**} \\ W_2 \cdot W_1 = W^{**} \end{cases}$$

et définir:

$$(19) \quad \begin{cases} P^{(i)} & \text{matrices de proportion de transitions} \\ W^{(i)} & \text{relatives à } i \text{ semestres} \end{cases}$$

On tire alors de (18) et (19):

$$(20) \quad P^{(n)} = \begin{cases} P^{*\frac{n}{2}} & \text{ou } P^{**\frac{n}{2}} & ; \text{ si } n \text{ est pair} \\ P^{*\frac{n-1}{2}} \cdot P_1 & \text{ou } P^{**\frac{n-1}{2}} \cdot P_2 & ; \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

et de même

$$(21) \quad W^{(n)} = \begin{cases} W^{*\frac{n}{2}} & \text{ou } W^{**\frac{n}{2}} & ; \text{ si } n \text{ est pair} \\ W^{*\frac{n-1}{2}} \cdot W_1 & \text{ou } W^{**\frac{n-1}{2}} \cdot W_2 & ; \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Le modèle étant périodique modulo 2 on a:

$$(22) \quad \begin{cases} P(t+2) = P(t) \\ W(t+2) = W(t) \end{cases}$$

On peut alors relier $P(t)$ et $W(t)$ aux matrices P_1, P_2, W_1, W_2 si on suppose que $h = 0$ correspond à la session d'automne et $h = 1$ à la session du printemps.

$$(23) \quad \begin{cases} P(2t+h) = P_{h+1} \\ W(2t+h) = W_{h+1} \end{cases} \quad t = 0, 1, 2 \dots T ; \quad h = 0, 1$$

Si t correspond à l'année et h au semestre de l'année académique, le système (14) s'écrit dans ce cas particulier:

$$(24) \quad \left[\begin{array}{l} n(2t+1) = n(2t).P_1 + r(2t+1) \\ n(2t+2) = n(2t+1).P_2 + r(2t+2) \\ m(2t+1) = n(2t).P_1.W_1 + r(2t+1).W_1 \\ m(2t+2) = n(2t+1).P_2.W_2 + r(2t+2).W_2 \end{array} \right.$$

Le système précédent prévoit les effectifs d'un semestre en fonction des effectifs du semestre précédent. Il peut être plus utile d'avoir les prévisions des effectifs de la période d'automne par exemple, non pas en fonction de la période précédente du printemps, mais en fonction de la période d'automne de l'année précédente. On a alors une matrice de transition du type $P_1.P_2$ et le système est homogène dans le temps. Ainsi pour la session d'automne:

$$(25) \quad n(2t+2) = n(2t).P^* + r(2t+1).P_2 + r(2t+2)$$

et pour la session du printemps

$$(26) \quad n(2t+1) = n(2t-1).P^{**} + r(2t).P_1 + r(2t+1)$$

de même pour les gradués à la fin de la session d'automne:

$$(27) \quad m(2t+2) = n(2t).P^*.W_1 + r(2t+1).P_2.W_1 + r(2t+2).W_1$$

et les gradués à la fin de la session du printemps:

$$(28) \quad m(2t+1).P^{**}.W_2 + r(2t).P_1.W_2 + r(2t+2).W_2$$

Enfin on peut prévoir les effectifs T années à l'avance en fonction des effectifs actuels. La formulation sous forme d'une seule équation est plus lourde et touffue que sous forme d'un système d'équations récurrentes. Ainsi pour la session d'automne de la $T^{\text{ième}}$ année:

$$(29) \quad \left[\begin{array}{l} n(2T+2) = n(0) \cdot P^{*T+1} + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+1) \cdot P^{**t} \cdot P_2 + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+2) \cdot P^{*t} \\ m(2T+2) = n(0) \cdot P^{*T+1} \cdot W_1 + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+1) \cdot P^{**t} \cdot P_2 \cdot W_1 + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+2) \cdot P^{*t} \cdot W_1 \end{array} \right.$$

et pour la session du printemps de la $T-1^{\text{ième}}$ année:

$$(30) \quad \left[\begin{array}{l} n(2T+1) = n(0) \cdot P^{*T} \cdot P_1 + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+1) \cdot P^{**t} + \sum_{t=0}^{T-1} r(2T-2t) \cdot P^{*t} \cdot P_1 \\ m(2T+1) = n(0) \cdot P^{*T} \cdot P_1 \cdot W_2 + \sum_{t=0}^T r(2T-2t+1) \cdot P^{**t} \cdot W_2 + \sum_{t=0}^{T-1} r(2T-2t) \cdot P^{*t} \cdot P_1 \cdot W_2 \end{array} \right.$$

3.3.5 Prévision des effectifs pour un horizon T avec P et W homogènes

Si l'horizon et les observations accumulées sont tels que l'on peut supposer une homogénéité dans le temps des proportions de transition, on aura:

$$(31) \quad \left[\begin{array}{l} P(t) = P \quad ; \quad t = 0, 1, 2, \dots, T \\ W(t) = W \quad ; \quad t = 0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right.$$

Le système (14) s'écrit alors dans le cas homogène:

$$(32) \quad \begin{cases} n(t) = n(t-1).P + r(t) & ; \quad t = 1,2 \dots T \\ m(t) = n(t-1).P.W + r(t).W & ; \quad t = 1,2 \dots T \end{cases}$$

Et si l'on prévoit T sessions à l'avance les effectifs:

$$(33) \quad \begin{cases} n(T) = n(0).P^T + \sum_{t=0}^{T-1} r(T-t).P^t \\ m(T) = n(0).P^T.W + \sum_{t=0}^{T-1} r(T-t).P^t.W \end{cases}$$

à condition que $P^0 = I$

Dans le cas homogène la prévision des effectifs dépend uniquement de:

- . la connaissance de $n(0)$,
- . l'estimation des matrices P et W ,
- . la prévision des admissions $r(t)$; $t = 1,2 \dots T$.

3.4 Etude appliquée d'un secteur d'étude

3.4.1 Choix du secteur d'étude et de la population

Dès le début de cette étude, il s'est avéré que les données, sous la forme désirée, étaient difficiles à obtenir au Québec. La plupart des institutions universitaires n'offrent que des données agrégées. Les fichiers individuels sont rares et les supports informatiques de ces données souvent inexistantes. L'institution qui semblait offrir l'in-

formation la plus satisfaisante sous la forme la plus compatible avec un traitement par ordinateur fut l'Université McGill. Le bureau du Registraire de cette institution a en effet entrepris depuis l'année académique 1964-1965 la constitution d'une banque de données relatives aux étudiants admis dans le système depuis cette date. Chaque étudiant y est décrit par un certain nombre de blocs de variables. Un bloc de type 1 fournit les caractéristiques personnelles de l'étudiant. Optionnellement, si l'étudiant a suivi des cours pendant une année donnée, un bloc de type 2 donne pour chaque année les caractéristiques sur les cours suivis, les notes obtenues et leur pondération, le classement de l'étudiant par rapport aux autres étudiants qui ont suivi le même cours, etc... . Une description complète des deux types de bloc est jointe dans l'Annexe 5. Une explication des codes utilisés suit dans l'Annexe 6. Un des plus vastes secteurs d'étude de l'institution, le Génie, a été retenu pour une implantation pilote du modèle proposé en 3.3. Les données accumulées couvrent la période de septembre 1964 à Mai 1971 et comprennent 9961 blocs de type 2 et 3687 blocs de type 1 représentant le nombre d'étudiants qui ont cheminé dans le secteur d'étude pendant la période de 1964 à 1971. Sur ce nombre 3223 étudiants sont rentrés dans le SE pendant la période de Septembre 1964 à Juin 1970 au niveau du Baccalauréat, 357 au niveau de la Maîtrise et 101 au niveau du Doctorat.

Chaque bloc de chaque étudiant a été examiné pour déterminer la progression de l'étudiant dans la structure de l'institution. Celle-ci jus-

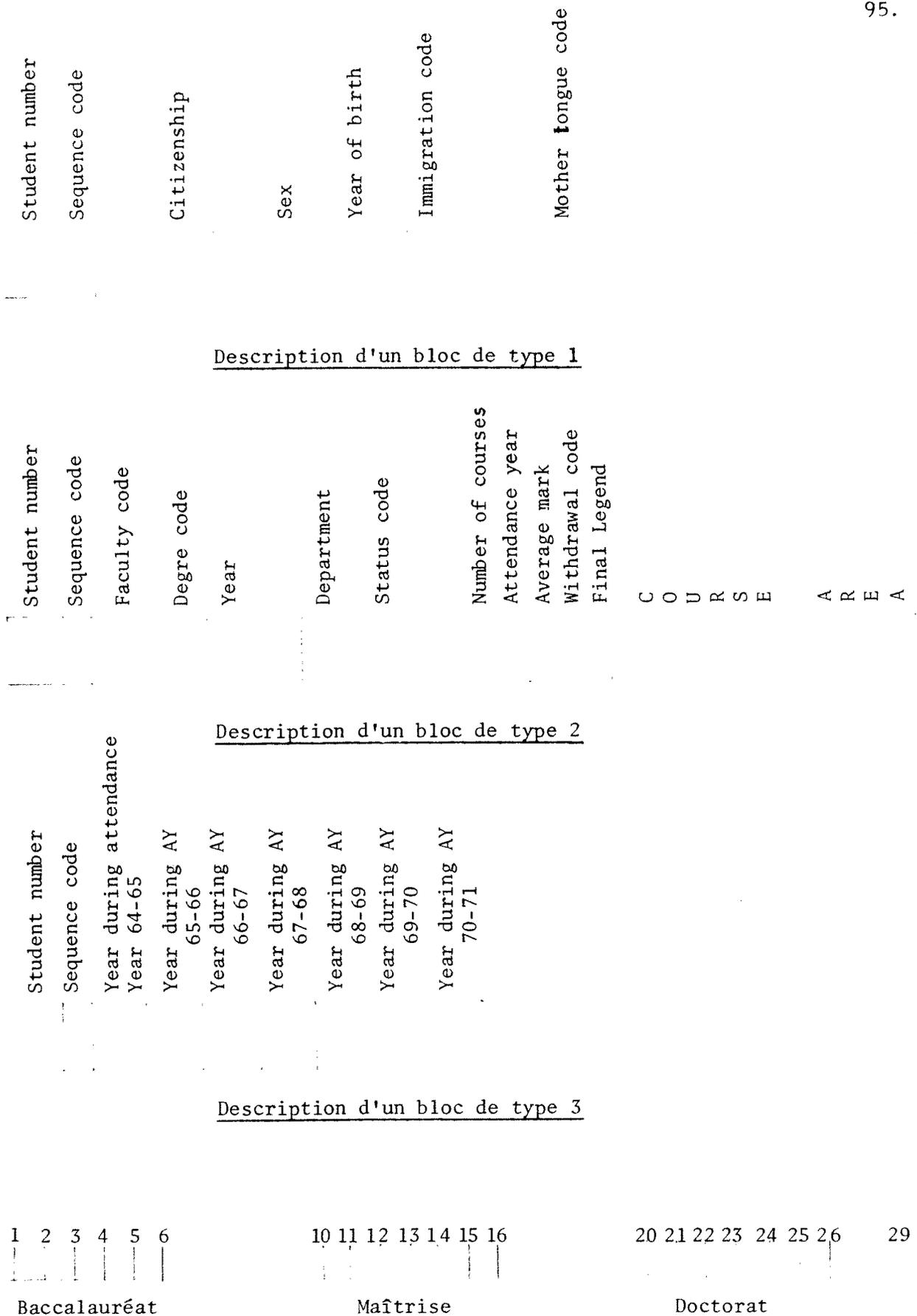


Figure 5

Représentation du dossier de l'étudiant XX 1500

Bloc Suppl.	XX 1499	3	30	11	12	29	29	29	29					
Bloc 1	XX 1500	3		108		M		48		2			2	
Bloc 2	XX 1500	2	C	341	1			1		13	66	72.4	A	COURSE AREA
Bloc 2	XX 1500	2	C	341	2			1		09	67	77.7	A	COURSE AREA
Bloc 2	XX 1500	2		341	3			1		07	68	70.2	A	COURSE AREA
Bloc 2	XX 1500	2		341	4			9		07	69	81.3	A	COURSE AREA
Bloc Suppl.	XX 1500	3	29	1	2	3	4	30	30					
Bloc 1	XX 1501	1		218		M		45		2				1

qu'en 1971 était une structure par année. L'étudiant à la fin d'une année d'étude devait donc être promu à l'année supérieure, redoubler, devenir inactif temporairement ou quitter le secteur d'étude en tant qu'éliminé ou gradué. Cette information malheureusement n'était pas disponible sous forme explicite dans les blocs de chaque étudiant; en effet la variable "statut code" qui aurait dû nous donner une partie de cette information ne fut codée que pour l'année 70-71. Pour déterminer cette information avec précision un bloc supplémentaire fut ajouté à chaque dossier d'étudiant. Chacune des variables du bloc correspond au niveau d'étude de l'étudiant pendant une année particulière. Afin de rendre les niveaux d'étude (ou SSP) de chaque cycle disjoints, les SSP du SE furent codés une première fois de la façon suivante:

SSP Baccalauréat	= niveau d'étude
SSP Maîtrise	= niveau d'étude + 10
SSP Ph.D.	= niveau d'étude + 20

Quant aux étudiants qui pour une année donnée n'apparaissait pas dans le SE, le code 30 leur fut attribué s'ils étaient inscrits dans un autre SE et 29 s'ils ne fréquentaient pas l'institution. L'utilisation de ces deux derniers codes permettra d'estimer les effectifs dans les SSP d'inactivité temporaire.

Pour les fins de la présente étude, le secteur d'étude du Génie de l'Université McGill se compose de tous les étudiants remplissant l'une des trois conditions suivantes:

- au niveau du Baccalauréat, inscription dans un département quelconque en vue d'obtenir les grades 311 à 361 inclusivement énumérés dans la Table 2 de l'Annexe 6.

- au niveau de la Maîtrise inscription en vue de l'obtention de l'un des trois grades 521 (M. Eng), 522 (M. Eng. Mining) et 525 (M. Arch) de la Table 2 de l'Annexe 6.

- au niveau du Doctorat inscription dans l'un des départements suivants: 0462, 1450, 1638, 1890, 2800, 3090, 6380, 6450, 6650 (Table 1, Annexe 6) en vue d'obtenir le grade 561 (Table 2, Annexe 6).

Les effectifs de la population ainsi délimitée se répartissent suivant le tableau 1 en fonction du niveau d'étude et de l'année académique.

La présence d'un astérisque signifie une donnée incomplète ou partiellement désagrégée que les remarques présentées en 3.4.2 devraient expliquer.

Niveau d'étude	1	2	3	4	5	6	B	10-11	12	13+	M	20-21	22	23	D	To-taux
<u>Année</u>																
64-65	262*	265*	173*	166*	16*	*	882	36*	14*	1*	51	*	*	*		933*
65-66	345	318	251	204	168	16	1302	46	18	0	64	5	9	4	18	1384
66-67	409	308	272	242	170	24	1425	54	26	2	82	7	19	16	42	1549
67-68	379	358	245	254	208	28	1472	78	36	4	118	11	24	12	47	1637
68-69	367	345	299	249	217	25	1502	86	51	3	140	5	26	14	45	1687
69-70	281	352	288	259	221	32	1433	80	47	9	136	7	36	12	55	1624
70-71	1*	242*	272*	258	232	29	1034*	26*	45*	5	76*	0*	11*	26	37*	1147
Totaux	2044	2188	1800	1632	1832	154	9050	406	237	24	667	35	125	84	244	9961

Tableau 1 - Effectifs de la population choisie

3.4.2 Remarques influençant les données

Un certain nombre de remarques doivent être gardées en mémoire lorsqu'on analyse les données de cette étude.

Tout d'abord il y a eu un certain nombre de changements administratifs pendant la période 1964-1971 qui peuvent expliquer certaines données. En premier lieu, la première année du Génie a été supprimée en Septembre 1970. Cette décision a très grandement influencée les admissions de Septembre 1969, les redoublements et les promotions au niveau de la première année en 1970. Il est possible qu'il puisse même y avoir dans les années ultérieures une influence de cette décision sur les comportements des étudiants en deuxième ou troisième année. La durée normale des études pour l'obtention du titre de "Bachelor of Engineering" a donc été ramenée de 5 à 4 ans. Le département d'Architecture fait exception car son programme traditionnel conduisant au titre de "Bachelor of Architecture" était de six ans et a donc été ramené à cinq ans par la suppression de la première année. Un deuxième changement administratif fut introduit en 1969-1970 par l'introduction d'un cycle court de deux ans conduisant à l'obtention du titre de "Bachelor of Sciences in Architecture". Suivant la description de la population choisie en 3.4.1, les étudiants postulant le nouveau cycle long ont été conservés. Dans les années ultérieures le titre de "Bachelor of Architecture" sera décerné après deux années supplémentaires à partir du cycle court. Enfin la promotion traditionnelle par année d'étude a été abandonnée au profit de la promotion par ma-

tière à partir de septembre 1971. Il était donc difficile d'agrèger certaines des données disponibles pour l'année 1971-1972 à celles de la période 1964-1971.

N'ayant pas l'année d'admission dans le secteur d'étude, celle-ci a été assimilée à l'année initiale de présence dans le SE. Cette hypothèse est raisonnable mais crée deux problèmes; en premier lieu les individus dans le SE en 1964-65 sont tous considérés comme des étudiants qui viennent d'être admis dans le système et lorsqu'on discrimine en fonction de l'année d'admission, les données de cette année sont donc inutilisables. En second lieu il est impossible de distinguer pour les premières années de la période 64-71 un individu admis pour la première fois dans le SE d'un individu inactif temporairement qui retourne aux études et qui a séjourné dans le SE avant 1964. D'une manière semblable, l'année de départ du système a été considérée comme l'année la plus récente de présence dans le SE. Ici encore il est difficile de distinguer les départs définitifs des départs temporaires d'étudiants qui réintégreront le SE après 1971. En conclusion le nombre d'observations est beaucoup trop restreint pour estimer d'une manière fiable les proportions d'inactifs dans le SE. Même dans l'estimation des proportions de transition si l'on excepte la première année ou on ignore l'origine des étudiants, la dernière année ou on ignore la destination des étudiants et l'année 1969-1970 correspondant à la suppression de la première année, il ne reste en fait que quatre observations complètes.

Au niveau des grades supérieurs la structure est beaucoup moins bien définie. Outre des niveaux probatoires codés 10 à la maîtrise et 20 au doctorat, il ne peut y avoir redoublement qu'au niveau de la scolarité, dont la durée est de deux ans au niveau de la maîtrise et est indéterminée au niveau du doctorat. Si l'étudiant a terminé sa scolarité, on ne peut qu'additionner les années d'activité dans le SE jusqu'à l'obtention de son grade et/ou le départ du SE. On arrive ainsi à des niveaux d'étude 13, 14, 15 et 23, 24, 25, 26 sans grande signification et qu'il sera utile de regrouper de même que les niveaux 10, 11 et 20, 21. Enfin le cas d'étudiants admis au Doctorat qui graduent au niveau de la Maîtrise est possible à McGill et reflète un comportement habituel dans les universités nord-américaines. La taille des groupes analysés, 667 blocs de type 2 au niveau de la maîtrise et 244 blocs du même type au niveau du doctorat, est assez faible. De plus le comportement des étudiants gradués est beaucoup moins prévisible que ceux des étudiants sous-gradués. Les influences de personnes, de programmes et de conjonctures affectent beaucoup le comportement de tels petits groupes.

Il est surprenant de constater qu'un grand nombre d'admissions dans le SE ont lieu en deuxième, troisième et même quatrième année. Ces admissions représentent des transferts entre d'autres institutions universitaires et McGill. A l'avenir ces transferts seront limités à la deuxième et troisième année puisqu'un nouveau règlement oblige

les étudiants postulant un grade à l'Université McGill à effectuer au moins l'équivalent de deux années d'étude dans l'institution. Néanmoins, ce phénomène justifie l'adoption telle que proposée dans le chapitre 5 d'une structure plus générale regroupant tous les secteurs d'étude identiques des institutions universitaires qui se partagent une même clientèle étudiante et débouchent sur le même marché du travail. Dans une telle structure, le plus grand nombre de ces admissions redeviendrait ce qu'il est réellement c'est-à-dire un simple transfert inter-institutions.

L'analyse des données a confirmé l'absence de deux groupes prépondérants dans la population décrite en 3.4.1. Tout d'abord les étudiants de 5^{ème} année autres que ceux d'Architecture (16 individus) et ceux des grades supérieurs n'étaient pas incorporés aux données de l'année 64-65. Pour cette raison et aussi à cause du fait que les éliminés du système semblent bien peu nombreux pour cette année là, l'année 64-65 est considérée peu fiable et sera généralement omise des statistiques. Enfin pour l'année 1970-71, aucune admission externe n'était comprise dans les données. Suivant le type de statistique compilé, le nombre d'observations variera donc entre quatre et sept. Les cinq années fiables et complètes correspondent à la période 1965-1970. Par une mise à jour des données il sera possible d'étendre cette période jusqu'à 1972 tout en conservant 1964-65 comme période d'initialisation des calculs.

Enfin il est certain que le SE choisi est un des plus hétérogènes parmi les SE définis dans l'Annexe 2. Il comprend des programmes aussi variés

qu'Architecture, Génie minier, Génie électrique, Génie chimique, Génie agricole, Génie civil, Génie métallurgique. Une plus grande homogénéité des caractéristiques de cheminement dans la structure serait certainement observée dans les autres SE.

3.4.3 Caractéristiques générales relatives au cheminement de la population

Parmi les caractéristiques générales de la population définie en 3.4.1, seules nous intéressent celles qui sont relatives au cheminement de la population dans la structure et permettront l'élaboration de la matrice des proportions de transition. Ce seront dans l'ordre les caractéristiques relatives aux admissions, aux départs et aux progressions dans la structure.

3.4.3.1 Caractéristiques d'admission

Si l'on définit l'admission comme étant la première inscription d'un étudiant dans le SE pendant la période de septembre 1964 à juin 1970, on peut distinguer entre la provenance des étudiants qui peut être soit un autre SE de l'institution (code 30), soit un système externe à l'institution universitaire considérée (code 29). Le tableau 2 résume ces admissions par année d'étude. Les étudiants inactifs qui reviennent après un arrêt d'étude temporaire dans le SE ont été comptabilisés à part dans la mesure du possible. Parmi ceux admis dans les premières années ou les dernières de la période, il en est certainement qui étaient

ou seront des inactifs, seule une estimation permettra de les distinguer des admissions réelles. Le tableau 2 fournit donc les effectifs de la population décrite en 3.4.1.

Tableau page suivante

Niveau d'étude	Effectifs en 64-65	+	Admissions autres SE	+	Admissions externes	-	Inactifs qui reviennent	=	Total des admis
1	262	+	5	+	1612	-	4	=	1875
2	265	+	36	+	408	-	14	=	695
3	173	+	8	+	132	-	18	=	295
4	166	+	4	+	169	-	19	=	320
5	16 *	+	1	+	29	-	11	=	35
6	*	+	0	+	6	-	3	=	3
Bac.	882	+	54	+	2356	-	69	=	3223
10 et 11	36 *	+	9	+	267	-	6	=	306
12	14 *	+	25	+	12	-	3	=	48
13 et +	1 *	+	0	+	6	-	4	=	3
Maîtrise	51	+	34	+	285	-	13	=	357
20 et 21	*	+	1	+	33	-	0	=	34
22	*	+	4	+	52	-	6	=	50
23 et +	*	+	6	+	15	-	4	=	17
Ph.D.		+	11	+	100	-	10	=	101
Totaux	933	+	99	+	2741	-	92	=	3681

Tableau 2 - Admissions dans le SE par SSP de Septembre 1964 à Juin 1970.

Le tableau 3 propose les admissions par année académique et le rapprochement des tableaux 2 et 3 permet l'élaboration du tableau 4 présentant les admissions totales par niveau d'étude et par année académique.

Tableau page suivante

	Sous-gradué		Gradué		Génie
	externe	autre SE	externe	autre SE	
Année 65-66	454	13	55	5	527
Année 66-67	547	7	62	7	623
Année 67-68	464	13	89	15	581
Année 68-69	454	10	85	10	559
Année 69-70	369	11	70	8	458
Totaux	2288	54	361	45	2748

Tableau 3 - Admissions dans le SE par année académique

Niveau d'étude	1	2	3	4	5	6	B	10-1	12	13+	M	20-1	22	23+	0	Tot.
Année 64-65 (effectifs)	262	265	173	166	16		882	36	14	1	51					933
Année 65-66	293	72	40	45	16	1	467	43	2	0	45	5	6	4	15	527
Année 66-67	394	94	23	40	1	2	554	38	4	0	42	6	13	8	27	623
Année 67-68	346	97	12	22	0	0	477	66	12	0	78	11	12	3	26	581
Année 68-69	333	81	22	26	1	0	463	67	10	1	78	5	12	1	18	559
Année 69-70	247	86	25	21	1	0	380	56	6	1	63	7	7	1	15	458
Totaux	1875	695	295	320	35	3	3223	306	48	3	357	34	50	17	101	3681

Tableau 4 - Admissions dans le SE par année académique et par SSP

3.4.3.2 Caractéristiques des départs

De la même façon que pour les admissions on peut dresser les tableaux équivalents correspondant aux départs du système. Si l'on définit l'année de départ comme étant celle de la dernière inscription d'un étudiant dans le SE pendant la période de Septembre 1964 à Juin 1970, on peut distinguer entre les étudiants qui quittent le SE pour un autre SE de l'institution et ceux qui quittent définitivement l'institution. Le tableau 5 présente la même population, décrite précédemment sous l'angle des départs. Quarante inactifs temporaires qui ont ré-intégrés le système en Septembre 1970 sont classés "inactifs" dans le tableau 5 alors qu'ils auraient dû être considérés comme "effectif 70-71" si l'on ne conservait que les renseignements relatifs à la période Septembre 1964 - Juin 1970. Ceci ne change rien à la population totale qui reste 3681 individus. Il est préférable de conserver cette information supplémentaire qui a été recueillie et sera exploitée en 3.4.4. Enfin le tableau 6 met en valeur les départs par année académique et permet l'élaboration du tableau 7 des départs désagrégés par année académique et par niveau d'étude. Dans le but de pouvoir distinguer les éliminations des graduations le tableau 8 présente le nombre de gradués par cycle d'étude et par année académique.

3.4.3.3 Caractéristiques de cheminement

Dans le but de compléter l'information principale nécessaire à l'élaboration de la matrice des proportions de transition, il est nécessaire

	Départs autre SE		Départs externes		Départ d'inactifs		Effectifs qui restent en 70-71		Total
1	303	+	318	-	15	+	1	=	607
2	164	+	242	-	20	+	242	=	628
3	42	+	141	-	27	+	272	=	428
4	7	+	107	-	30	+	258	=	342
5	33		729	-	21	+	232	=	973
6	1	+	122	-	1	+	29	=	151
Bac	550	+	1659	-	114	+	1034	=	3129
10-11	6	+	162	-	10	+	26	=	184
12	5	+	144	-	3	+	45	=	191
13+			13	-	0	+	5	=	18
Maîtrise	11	+	313	-	13	+	76	=	393
20-21			16	-	1	+	0	=	15
22			66	-	3	+	11	=	74
23+			45	-	1	+	26	=	70
Ph.D.			127	-	5	+	37	=	159
Totaux	561	+	2105	-	132	+	1147	=	3681

Tableau 5 - Départs du SE par niveau de Septembre 1964
à Juin 1970

	Sous-gradués		Gradués		Génie
	externe	autre SE	externe	autre SE	
Année 64-65	3	44	26	3	76
Année 65-66	358	60	41	1	460
Année 66-67	328	110	71	3	512
Année 67-68	344	104	96	3	547
Année 68-69	305	144	104	1	554
Année 69-70	321	88	108	0	517
	1659	550	446	11	2666

Tableau 6 - Départs du SE par année académique

Niveau d'étude	1	2	3	4	5	6	B	10-11	12	13+	M	20-21	22	23+	D	Total
Année 64-65	27	16	3	0	0	0	46	16	11	0	27	0	0	0	0	73
Année 65-66	126	75	34	15	129	15	394	22	13	0	35	1	1	3	5	434
Année 66-67	145	67	26	13	126	24	401	21	22	2	45	3	12	11	26	472
Année 67-68	112	81	32	16	155	28	424	31	29	4	64	4	13	10	27	515
Année 68-69	122	72	33	13	157	24	421	35	33	1	69	2	21	10	33	523
Année 69-70	74	75	28	27	174	31	409	33	38	6	77	5	16	10	29	517
Année 70-71 (effectifs qui restent)	1	242	272	258	232	29	1034	26	45	5	79	0	11	26	40	1147
Totaux	607	628	428	342	973	151	3129	184	191	18	393	15	74	70	159	3681

Tableau 7 - Départs du SE par année académique
et par niveau d'étude

	Baccalauréat	Maîtrise	Ph.D.	Totaux
Année 64-65	15 *	37	3	55
Année 65-66	159	29	4	192
Année 66-67	161	44	7	212
Année 67-68	202	40	7	249
Année 68-69	205	59	23	287
Année 69-70	215	56	10	281
Totaux	957	265	54	1276

Tableau 8 - Nombres de graduations dans la population choisie

de connaître les redoublements et les promotions. Au niveau du Baccalauréat, les promotions se font généralement au niveau supérieur. Trois ou quatre individus ont réalisé des promotions doubles qu'il est difficile d'expliquer sinon par des erreurs de codage. Au niveau gradué des promotions (ou quelquefois retrogradations) irrégulières sont assez fréquemment enregistrées. Les plus nombreuses correspondent aux rétrogradations de SSP du doctorat à ceux de maîtrise. Des promotions doubles à ces mêmes niveaux ont été notées et inexplicables.

3.4.4 Inactifs temporaires

3.4.4.1 Echantillon d'inactifs détecté

Parmi la population choisie il a été possible de détecter 129 inactifs totalisant 132 périodes d'inactivité. Dans le but d'élaborer la matrice des proportions de transition, il sera nécessaire d'estimer le nombre et le cheminement des inactifs. Pour la période de Septembre 1964 à Mai 1971, le nombre sera supérieur à 129 car un certain nombre d'individus ayant quitté le SE avant 1964 sont réintégrés sous forme d'admis et non d'inactifs. De même pour les sorties, il est impossible de distinguer un étudiant qui sort définitivement du SE d'un étudiant qui devient inactif et rentrera dans le SE après Mai 1971. Le but est donc de réaliser une estimation des inactifs dans la période 1964-1971 à partir de l'échantillon rassemblé et des comparaisons avec le même phénomène étudié à l'Université de Californie à Berkeley par Marshall K., Oliver R., and Suslow S. [9].

	1	2	3	4	5	6	10-11	12	13+	20-21	22	23+
Année 1965-1966	52	64	25	16	1	0	3	0	0	0	0	0
Année 1966-1967	15	15	25	16	1	0	2	2	0	1	1	1
Année 1967-1968	33	28	26	15	2	0	3	1	0	0	1	5
Année 1968-1969	32	30	22	26	5	0	0	0	0	0	0	2
Année 1969-1970	32	49	39	15	5	0	1	0	0	0	0	3

Tableau 9 - Nombres d'étudiants qui redoublent

	1	2	3	4	5	6	10-11	12	13+	20-21	22	23+
Année 1965-1966	0	182	186	143	151	15	0*	16	0	0	3	0
Année 1966-1967	0	199	223	186	168	22	14	20	1	0	5	7
Année 1967-1968	0	227	205	212	202	28	8	22	4	0	11	3
Année 1968-1969	0	230	244	187	206	25	16	40	2	0	11	11
Année 1969-1970	0	212	219	219	213	29	21	40	5	0	26	5

Tableau 10 - Nombres d'étudiants qui ont changé de SSP

Tout d'abord les tableaux 11 et 12 présentent la structure des départs et des retours des 129 inactifs détectés dans la population. Même s'il s'avère que le nombre est faible par rapport à la population totale, l'intérêt de ce paragraphe est de vérifier l'ampleur du phénomène, et de pouvoir proposer par la suite une prévision des effectifs qui contrôle ces étudiants. Le modèle sera alors plus complet et pourra s'adapter facilement à une augmentation prévisible du nombre des étudiants qui étudient, abandonnent leurs études puis les reprennent.

3.4.4.2 Structure des retours d'inactifs

La connaissance de la structure des inactifs est nécessaire à l'estimation des inactifs. Pour chaque année la structure des rentrées est proposée dans l'Annexe 7. Si l'on catégorise chaque inactif par le nombre d'années d'inactivité, on peut ainsi mettre en évidence la structure des rentrées. Plus la période d'activité est courte plus le nombre d'années observables est important et plus l'intervalle de confiance de l'estimé de la proportion de retour est limité. L'année 1964-65 est éliminée vu son manque de fiabilité. Le tableau 13 résume ces calculs.

	64-65	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-71	Totaux
1	0	5	4	5	1			15
2	0	4	8	3	5			20
3	1	7	7	4	8			27
4	0	5	12	5	8			30
5	0	2	6	7	6			21
6	0	1	0	0	0			1
10-11	1	1	2	4	2			10
12	1	0	0	2	0			3
13+	0	0	0	0	0			0
20-21	0	0	0	1	0			1
22	0	1	1	1	0			3
23+	0	0	0	0	1			1
Totaux	3	26	40	32	31			132

Tableau 11 - Départs d'inactifs détectés

	64-65	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-71	Totaux
1			0	0	2	2	0	4
2			0	5	4	5	3	17
3			1	2	10	5	9	27
4			0	5	10	4	6	25
5			0	4	5	2	7	18
6			0	0	0	3	4	7
10-11			0	1	3	3	5	12
12			0	1	1	1	1	4
13+			1	0	0	3	0	4
20-21			0	0	0	0	0	0
22			0	0	3	3	1	7
23+			0	1	0	3	3	6
Totaux			2	19	38	34	39	132

Tableau 12 - Rentrées d'inactifs détectés

	Retour après 1 année	Retour après 2 années	Retour après 3 années	Retour après 4 années	
Nombre d'années observées	4	3	2	1	
Nombre de retours	110	15	3	1	
Nombre de retours observés	123	98	66	26	
Pourcentage de retours	85.27 78.09	15.52 14.22	4.55 4.17	3.85 3.52	= 109.19 = 100.00
Intervalle de confiance à 95%	± 5.60	± 6.57	± 4.60(*)	± 6.77(**)	
Pourcentage restant inactifs X années ou +	100.00	21.91	7.69	3.52	

(*) Le pourcentage est voisin de zéro et l'intervalle de confiance est seulement indicatif.

(**) De plus la taille de l'échantillon est légèrement inférieure à 30 et l'intervalle de confiance est seulement indicatif.

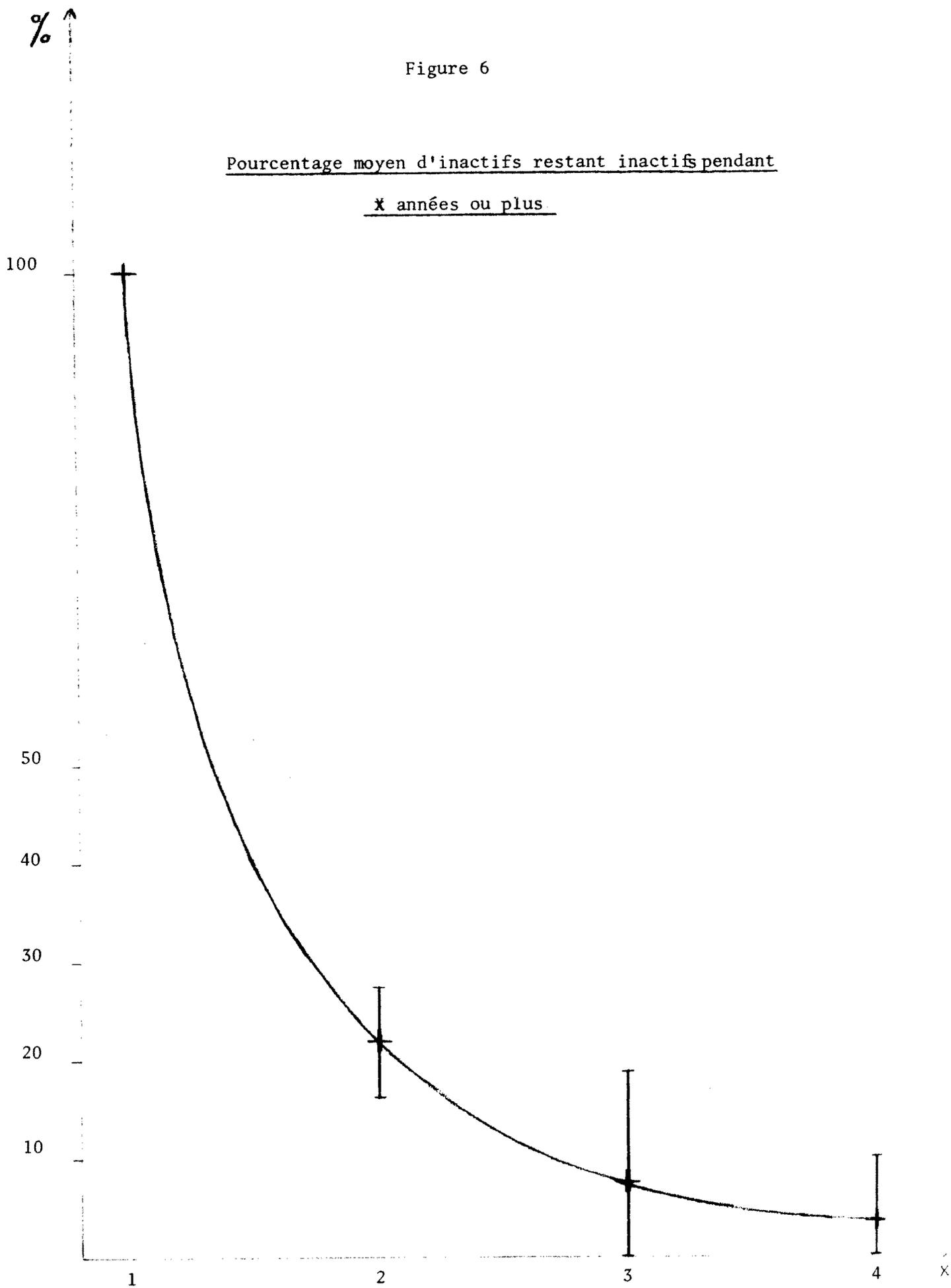
Tableau 13 - Structure des retours des inactifs
entre Septembre 65 et Mai 71

3.4.4.3 Estimation des inactifs n'ayant pas encore réintégré le SE

A partir de cette structure moyenne des retours d'inactifs il a été vérifié que les données, mêmes incomplètes, pour chaque année académique, peuvent s'ajuster à la structure moyenne des rentrées et permettre ainsi l'estimation du véritable nombre de départs d'inactifs pour chaque année académique. Il a été supposé qu'après quatre années, tous les inactifs étaient revenus aux études. Ceci corrobore aisément les données de l'Annexe 7.2. Une confirmation plus réaliste de cette hypothèse vient de Marshall K., Oliver R. et Suslow S. [9] qui estime respectivement à 3% et à 1.5% les nombres d'étudiants inactifs qui restent hors du SE pendant 6 et 7 semestres. Ces données sont relatives aux étudiants admis pour la première fois en automne 1960 sur le campus de Berkeley de l'Université de Californie. Il est vrai que la promotion se réalisant par matière, les étudiants peuvent rentrer au début du semestre du printemps. Ceci augmente certainement la mobilité des étudiants vers l'extérieur ou l'intérieur du SE.

Par extrapolation graphique des courbes de la Figure 7 ou par estimation des retours à l'aide des pourcentages moyens de la Figure 6, il est possible de compléter les effectifs d'inactifs qui retournent dans le SE après avoir quitté entre Septembre 1966 et Mai 1970. Ces retours estimés à partir des inactifs détectés sont rassemblés dans le Tableau 14. L'estimation des inactifs ayant quitté le SE avant 1965-66 et réintégrant le SE après cette date a été négligée car les proportions de tels retours

Figure 6



50

Nombre de retours

Figure 7

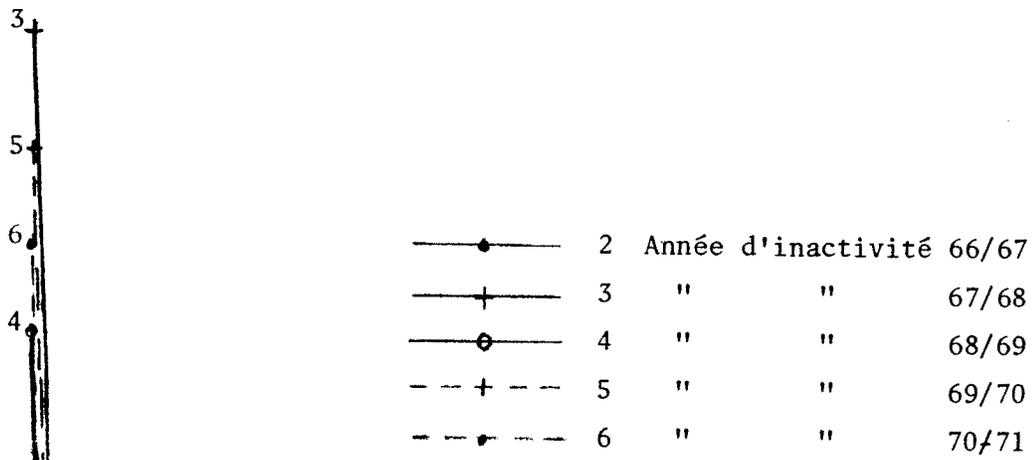
Structure des retours d'inactifs
parmi la population considérée

40

30

20

10



détectés

estimés

1

2

3

4

5

deviennent très faibles à partir de l'année 1968-1969. On peut donc considérer comme fiables les prévisions des mouvements d'inactifs à partir de cette date. Seules les années 68-69, 69-70, 70-71 sont donc complètes. Enfin le Tableau 14 propose des estimations globales par année mais il est important de décomposer ces retours en fonction des SSP, puisque ceux-ci sont nécessaires à une prévision globale des effectifs. Dans ce but, les effectifs d'inactifs totaux par année du Tableau 14 sont répartis en fonction des différents niveaux d'études. Dans le cas d'étudiants inactifs n'ayant pas encore réintégré le SE, leur SSP de départ est déterminé proportionnellement aux pourcentages de départ des différents SSP pendant la même année. Il est ainsi possible d'aboutir au Tableau 15 qui résume toute l'information sur les inactifs faisant partie de la population choisie.

Retours Départs	64-65	65-66	66-67	67-68	68-69	69-70	70-71	71-72	72-73	73-74	74-75	Total Retours
64-65			2			1						3
65-66				19	4	2	1					26
66-67					34	5	1	1				41
67-68						26	6	1.5	1.0			34.5
68-69							31	5.5	1.6	1.1		39.2
69-70								28.5	5.6	1.7	1.3	37.1
Total Départs			2	19	38	34	39	36.5				

Tableau 14 - Ajustement des retours des inactifs non détectés

	1	2	3	4	5	6	10-11	12	13+	20-21	22	23+	65-66	I N A C T I F S					E N						
														66-67	67-68	68-69	69-70	70-71							
1														5	4.1	1.04	5.4	1.42	1.3	0.35	2	.71			
2														4	1.22	2.66	3.2	0.89	6.3	1.83	5.8	1.65			
3														7	2.79	7.17	2.86	4.3	1.76	10.1	3.38	7.8	2.70		
4														5	2.45	12.3	5.08	5.4	2.13	10.1	4.06	8.9	3.43		
5														2	1.20	6.15	3.62	7.6	3.65	7.6	3.50	6.6	3.02		
6														1	6.25								.5	1.56	
10-11														1	2.27	2.05	3.94	4.3	5.51	2.5	2.90	3.2	4.00		
12														0				2.2	6.11				.6	1.28	
13+														0											
20-21														0											
22														0											
23+														1	11.11	1.03	5.42	1.1	4.58						
														1											
65-66									1																
66-67	0	5	2	5	4		1	1	3.70			1			8	29.63									
67-68	2	4	10	10	5		3	1	3		3						11	22.45							
68-69	2	6	5	4	2	3	1	1	3		3	3													
69-70	0	3	9	6	7	4	5	1	1		1	3													
		5.80	17.41	11.61	13.54	7.74	9.67	1.93	1.93		1.93	5.80													
														3	27	49	45.5	51.7	49.8						

Tableau 15 - Proportions de transition des inactifs de la population considérée

* Le premier nombre dans chaque case correspond au nombre de transitions et le deuxième à la proportion de transition.

3.4.4.4 Estimation des départs en 69-70 d'inactifs en 70-71

Il ne s'agit plus ici d'ajustement ou d'extrapolation puisque nous ne connaissons aucun élément de la structure des retours des étudiants ayant quitté le SE pendant l'année académique 69-70 et ayant été inactifs au moins pendant l'année 1970-71. Il ne s'agit pas non plus d'estimations pures semblables à celles élaborées en 3.5.5. En effet, pour cette année là la somme des éliminés et des inactifs est connue. Afin que ces données soient utilisées il est donc nécessaire d'estimer le nombre d'inactifs qui partent. Pour les années subséquentes la procédure sera celle d'estimation normale puisqu'aucune donnée n'est disponible actuellement pour cette année. Les départs d'inactifs du Tableau 15 ayant été complétés avec les inactifs non encore rentrés dans le SE, il y a tout lieu de se fier aux proportions du Tableau 15. Si après étude en 3.5.3 il apparaît que l'homogénéité dans le temps des proportions de transition est confirmé, il suffira de choisir la moyenne des quatre dernières années comme estimé approprié. Si par contre une tendance ou une évolution est décelable, l'estimé obtenu avec un coefficient de lissage exponentiel approprié sera préférable. Préjugant de la stabilité des proportions de départ, les estimés relatifs aux départs d'inactifs pour l'année 1969-70 apparaissent dans la dernière colonne du Tableau 15. Il est ensuite possible de compléter la dernière ligne du Tableau 14 et par soustraction d'estimer le nombre d'éliminés pour cette année étant bien entendu que la somme des inactifs et des éliminés est une donnée. Il est à noter que la proportion des départs d'inactifs

au niveau de la première année a été pondérée étant donnée que la première année a été supprimée et que dans le passé les sept onzièmes des inactifs quittant le SE au niveau de la première année réintégraient au niveau de la seconde année. Pour les années ultérieures, cette proportion de départ sera évidemment nulle.

Incidentement pour les estimations de retours d'inactifs il sera préférable d'utiliser les techniques de lissage exponentiel avec un assez fort coefficient de lissage puisque les données deviennent de plus en plus complètes avec le temps. En effet le nombre d'inactifs ayant quitté le SE avant 1964-65 et réintégrant pendant la période étudiée a tendance à devenir de plus en plus faible d'année en année.

3.5 Application des données recueillies au modèle théorique

3.5.1 Cheminement relatif à chaque SSP

A l'aide des données accumulées en 3.4, il est maintenant possible de quantifier l'ensemble des flots qui composent le cheminement des étudiants dans le SE. Chaque SSP reçoit quatre flots:

- 1 - les admissions
- 2 - les inactifs qui reviennent
- 3 - les redoublants
- 4 - les transferts (généralement promotions) en provenance d'autres SSP du SE.

De même cinq flots sortent de chaque SSP:

- 5 - les inactifs qui partent
- 6 - les redoublants
- 7 - les transferts (généralement promotions) vers d'autres SSP du SE
- 8 - les éliminés
- 9 - les gradués.

Sur chaque SSP et pour chaque année, l'équation d'équilibre des flots est alors vérifiée. La plupart de ces flots sont internes au SE. Seuls les flots 1, 8 et 9 proviennent ou vont à l'extérieur du SE et composent les entrées et sorties du SE telles que décrites dans la Figure 2. L'annexe 8 présente pour chacun des 12 SSP choisis, les effectifs de chaque année académique en fonction des flots qui les composent. Comme on

peut le remarquer dans l'Annexe, certains de ces flots peuvent se diviser en deux si l'origine (ou la provenance) peut être un autre SE ou une source externe à l'institution.

Au niveau sous-gradué il a été possible de reconstituer les 9 flots pour chaque SSP. La distinction entre provenance externe ou interne à l'institution ne peut toujours être maintenue car pour certains SSP cette information, inexistante dans tous les cas, ne peut être reconstituée à l'aide des blocs de la Figure 4. En effet tant que l'on se trouve dans un SSP où les graduations sont impossibles, tous les départs définitifs sont des éliminations. Aux niveaux des SSP 5 et 6 il n'est plus de même puisqu'un départ définitif peut dans la plupart des cas signifier une graduation, et dans certains cas une élimination. A partir du nombre de diplômes décernés par l'institution chaque année il est possible de reconstituer le nombre d'éliminés mais certainement pas leur destination. Il en est de même pour la destination des gradués quoiqu'il soit possible (Tableau 6) de déterminer la destination vers un autre SE ou vers l'extérieur de l'institution de la somme des éliminés et des gradués pour chaque année.

Au niveau gradué, la distinction entre SSP où la graduation est possible et SSP où la graduation est impossible n'existe pas. Dès lors il devient impossible de distinguer pour chaque SSP et pour chaque année les gradués des éliminés. L'absence de cette seule information rend impossible l'utilisation des données dans le but d'une prévision des graduations. Il

reste néanmoins possible de prévoir les effectifs qui restent dans le SE. Cette lacune a d'ailleurs été comblée par le Bureau du Registraire de l'Université McGill qui à partir de 1970-71 indique dans chaque bloc 2 si l'étudiant a obtenu le diplôme postulé à la date de mise à jour de son dossier qui est elle-même précisée dans le bloc 2. Si néanmoins on désire à partir des seules données disponibles prévoir les futures graduations il devient nécessaire de grouper tous les SSP de maîtrise

un SSP unique. Une promotion de l'ancien SSP "11" à l'ancien SSP "12" sera alors considérée comme un redoublement dans le nouveau SSP "maîtrise". Il est certain qu'une telle structure ne reflètera pas fidèlement les variations des entrées et aura tendance à prévoir des niveaux de graduation amortis. Néanmoins ces prévisions de gradués seront les seules possibles à obtenir et l'Annexe 8 expose dans ce but les cheminements relatifs à une telle structure au niveau de la maîtrise et du doctorat. Enfin les décimales relatives à certains flots sont dues aux ajustements apportés aux retours d'inactifs. Elles ont été conservées dans le but de permettre un calcul des proportions de transition plus rigoureux. Incidemment, l'Annexe 8 confirme l'absence pressentie d'étudiants dans les niveaux d'étude M et D pour l'année 1964-65. En effet le nombre d'éliminés déduit dans les deux cas est négatif.

3.5.2 Elaboration des proportions de transition

La connaissance des 9 flots explicités en 3.5.1 permet de calculer pour chaque SSP les proportions de transition dans les autres SSP. La structure des SSP utilisée est semblable à la structure réduite proposée en

3.2.4.2.2. Les tableaux 16, 17, 18 sont alors élaborés et fournissent les proportions de transition entre les différents SSP du SE relativement à chaque année académique de la période analysée. Dans certains cas et particulièrement au niveau gradué les données relatives à l'année 1964-65 ne sont pas disponibles. Lorsqu'un pourcentage ne peut être désagrégé entre différents états de sortie, un trait indique les états de sortie auxquels le pourcentage global s'applique. Enfin il ne faut pas oublier que pour certains SSP la taille du groupe qui permet de calculer le pourcentage est tellement réduite que des fortes variations de ce pourcentage au cours du temps sont possibles et ne compromettent pas forcément l'élaboration de prévisions fiables des effectifs. En lisant simultanément les tableaux précédents et l'Annexe 8, il est possible d'examiner la taille des groupes relative à chaque pourcentage et ainsi de juger l'influence plus ou moins prépondérante des variations sur les prévisions d'effectifs.

3.5.3 Homogénéité des proportions de transition dans le temps

Afin de déterminer lequel des deux modèles mathématiques proposés en 3.3.3 et 3.3.5 doit être adopté, il est nécessaire d'étudier la stabilité des proportions de transition rassemblées dans les tableaux 16, 17 et 18. Des études semblables sur la stabilité des coefficients des modèles de Léontieff d'entrée-sortie ont été réalisées par Breneman D. [3] et Sevaldson P. [12]. La première étude est relative à un modèle de détermination des charges de travail des professeurs de l'Université de Californie.

		1	2	3	4	5	6	Inactifs	Éliminés	Gradués
1	64-65	19.85	69.85					0.00	10.30	
	65-66	4.35	57.68					1.47	36.50	
	66-67	8.07	55.50					1.04	35.39	
	67-68	8.44	60-69					1.42	29.45	
	68-69	8.72	57.77					0.35	33.16	
	69-70	0	73.67					0.71	25.62	
2	64-65		24.15	69.81				0.00	6.03	
	65-66		4.72	70.44				1.22	23.62	
	66-67		9.09	66.56				2.66	21.69	
	67-68		8.38	68.16				0.89	22.57	
	68-69		14.20	63.48				1.83	20.49	
	69-70		9.38	69.32				1.65	19.66	
3	64-65			14.45	83.24			0.58	1.73	
	65-66			9.96	73.71			2.79	13.54	
	66-67			9.93	77.94			2.86	9.27	
	67-68			8.98	76.33			1.76	12.93	
	68-69			13.04	73.24			3.38	10.34	
	69-70			6.60	83.68			2.70	7.01	
4	64-65				9.64	90.36		0.00	0.00	
	65-66				7.84	82.35		2.45	7.36	
	66-67				6.20	83.47		5.08	5.25	
	67-68				10.63	81.10		2.13	6.14	
	68-69				6.02	85.54		4.06	4.38	
	69-70				4.25	85.33		3.43	6.99	
5	64-65					.60	13.10	1.20	1.17	75.60
	65-66					1.18	16.47	3.62	0.00	74.12
	66-67					2.40	12.02	3.65	0.00	73.08
	67-68					2.30	13.36	3.50	0.00	70.97
	68-69					1.81	10.86	3.59	0.91	74.25
	69-70									
6	64-65						0.00	6.25	0.00	93.75
	65-66						0.00	0.00	12.50	87.50
	66-67						0.00	0.00	3.57	96.43
	67-68						0.00	0.00	0.00	96.00
	68-69						3.12	1.56	1.56	93.75
	69-70									
INACTIFS	64-65							33.33		
	65-66	0.00	0.00	33.33	0.00	0.00	0.00	29.63		
	66-67	0.00	18.52	7.41	18.52	14.81	0.00	22.45		
	67-68	4.08	8.16	20.41	20.41	10.20	0.00	27.47		
	68-69	4.40	13.19	10.99	8.79	4.40	6.59	24.56		
	69-70	0.00	5.80	17.41	11.61	13.54	5.61			

Tableau 16 - Proportions de transition au niveau sous-gradué

		5 → 10-11	6 → 10-11	12 +	20-21	22	23 +	Inac- tifs	Gradués B	Gradués M	Gradués D
5 et 6	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70	8.33 4.71 7.69 9.22 8.60	0. 0. 0. 4.00 0.						Voir tableau précédent		
10 et 11	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70	8.33 4.35 5.56 0.00 1.16 0.00		41.67 41.30 40.74 50.00 46.51 52.50		2.78 4.35 11.11 5.13 9.30 6.25		2.78 2.27 3.94 5.51 2.90 4.00	44.44 47.73 38.27 39.36 40.12 37.25		
12 et +	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70			6.67 16.67 10.71 5.00 9.26 12.50		13.32 11.11 3.57 7.50 27.78 8.93		6.67 0.00 0.00 5.50 0.00 1.28	73.33 72.22 85.71 82.00 62.96 77.50		
20 et 21	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70			20.00	20.00	20.00 57.14 36.36 60.00 14.29	20.00 0.00 18.18 0.00 0.00	0.00 0.00 10.00 0.00 1.43		20.00 42.86 35.45 40.00 70.00	
22	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70					11.11 5.26	66.66 15.79 37.50 19.23 55.55	11.11 5.42 4.58 0 4.17		11.11 63.00 53.75 80.77 40.28	
23 et +	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70						33.33 45.45 28.57 21.42 16.66		9.29 0.83	66.66 54.55 71.43 69.29 82.50	
INACTIFS	64-65 65-66 66-67 67-68 68-69 69-70			33.33 3.70 2.04 8.79 1.93			3.70 6.12 6.59 5.80				

Tableau 17 - Proportions de transition au niveau gradué sans concentration de SSP

		Maîtrise	Doctorat	Inactifs	Gradués B	Gradués M	Gradués D
5	64-65			Voir tableaux précédents			
	65-66	8.33					
	66-67	4.71					
	67-68	7.69					
	68-69	9.22					
	69-70	8.60					
6	64-65			"			
	65-66	0.00					
	66-67	0.00					
	67-68	0.00					
	68-69	4.00					
	69-70	0.00					
M	64-65						
	65-66	37.50	6.25	1.56	17.19	37.50	
	66-67	34.15	8.54	2.56	10.85	43.90	
	67-68	34.75	5.93	5.34	27.71	28.70	
	68-69	32.86	16.43	1.79	24.64	24.29	
	69-70	36.03	7.35	2.79	20.00	33.82	
D	64-65						
	65-66						
	66-67		35.71	2.45		23.74	38.10
	67-68		38.30	4.47		14.68	42.55
	68-69		24.44	2.89		50.44	22.22
	69-70		43.64	3.09		9.64	43.64
INACTIFS	64-65						
	65-66	33.33					
	66-67	7.40	3.70				
	67-68	8.16	6.12				
	68-69	10.99	13.18				
	69-70	11.60	7.73				

Tableau 18 - Proportions de transition au niveau gradué avec concentration de SSP

	1 → 2	2 → 3	3 → 4
1964-65	69.85 - 17.42	65.81 + 0.90	83.24 - 11.44
1965-66	57.58 - 3.78	70.44 - 5.51	73.71 + 5.74
1966-67	55.50 + 9.35	66.56 + 2.40	77.94 - 2.07
1967-68	60.69 - 4.81	68.16 - 6.87	76.33 - 4.05
1968-69	57.77 + 27.52	63.48 + 9.20	73.23 + 14.24
1969-70	73.67	69.32	83.68

	4 → 5	5 → 6	5 → 11
1964-65	90.36 - 8.86		
1965-66	82.35 + 1.36	13.10 + 25.73	8.33 - 43.46
1966-67	83.47 - 2.84	16.67 - 27.02	* 4.71 + 63.27
1967-68	81.10 + 5.47	12.02 + 11.15	7.69 + 19.90
1968-69	85.54 - 0.25	13.36 - 18.71	9.22 - 7.21
1969-70	85.33	10.86	8.60

	10-11 → 12	10-11 → 22	12+ → 22
1964-65	41.67 - 0.89	** 2.78 + 56.47	** 13.32 - 16.59
1965-66	41.30 - 1.36	** 4.35 +155.40	** 11.11 - 67.87
1966-67	40.74 + 22.73	* 11.11 -116.57	** 3.57 + 110.08
1967-68	50.00 - 6.98	** 5.13 + 81.29	** 7.50 + 270.40
1968-69	46.51 + 12.88	* 9.30 - 32.80	27.78 - 67.85
1969-70	52.50	* 6.25	** 8.93

	20.21 → 22	22 → 23+	M → D
1965-66	** 20.00 + 185.70	* 66.66 - 76.31	6.25 + 36.64
1966-67	* 57.14 - 36.37	* 15.79 +137.49	8.54 - 30.56
1967-68	* 36.36 + 65.02	37.50 - 48.72	5.93 + 177.07
1968-69	** 60.00 - 76.18	* 19.23 +188.85	16.63 - 55.26
1969-70	** 14.29	55.55	7.35

Tableau 19 - Variations dans le temps des proportions de promotion

La première colonne représente les variations relatives des proportions de la première colonne

Le Tableau 19 expose les variations relatives dans le temps des proportions dans la structure. Une astérisque simple dans ce tableau signifie que la proportion présentée a été calculée à partir d'un groupe inférieur à 10. Une astérisque double signale que le groupe est inférieur à 5. Ce type de transition est celui qui implique le plus grand nombre d'étudiants chaque année et la précision des prévisions dépendra en grande partie de la précision des estimés de ces proportions de promotion. En 1968-1969 on peut remarquer l'influence sur les trois premières années du Baccalauréat de la suppression de la première année. Il semble que les proportions de transition ont été bien plus importantes cette année là. Pour les années suivantes l'influence ne s'est pas faite sentir. Par la suite on peut penser que les taux de promotion aux niveaux des troisième et quatrième année vont fléchir puisque les abandons et les éliminations inévitables se feront maintenant au niveau de la deuxième et troisième année. Cette évolution des proportions de promotion au niveau des premières années du Baccalauréat devrait ensuite se stabiliser à un niveau inférieur à celui de la période 1965-69. Si l'on excepte les variations dues à la suppression de la première année, la stabilité relative des proportions de promotion au niveau du Baccalauréat est assez satisfaisante. Les variations plus importantes des proportions de transition de la cinquième à la sixième année s'expliquent par les faibles groupes impliqués. Au niveau gradué ces groupes sont encore plus faibles et les variations sont plus prononcées. Il faut pourtant être sensible au fait qu'une variation de 10% à 20% se traduira par une augmentation de 100% ou une diminution de 50% si la variation se fait de 20% à 10%.

Le deuxième ensemble important pour l'élaboration de la matrice des proportions de transition P est celui constitué des proportions de redoublement. Le Tableau 20 nous confirme qu'il y a eu un changement de politique en 1965-66. Les possibilités de redoublement ont certainement été restreintes et les éliminations définitives plus nombreuses (Tableau 21). De même en 1969-70 les proportions de promotion élevées sont couplées avec des proportions de redoublement et d'élimination en baisse.

Les Tableaux 21 à 25 examinent les variations des proportions de transition d'un SSP du système à un état de sortie. Ce sont les coefficients de la matrice W . Tant que les groupes sont importants la stabilité des coefficients est satisfaisante.

Les conclusions suivantes se dégagent de l'analyse des variations des proportions de transition:

- Si l'on excepte les variations importantes des proportions expliquées par des changements de politique (suppression de la première année, restriction des redoublements), des groupes trop restreints ou des données douteuses, il semble, au niveau du Baccalauréat, que les proportions de transition soient relativement stables. Les fluctuations maximales pour les proportions de promotion et de graduation sont de l'ordre de 9 à 10%. Ces fluctuations maximales atteignent 40 et 60% pour les éliminations et 90% pour les redoublements qui représentent heureusement des groupes plus restreints.

	1 → 1	2 → 2	3 → 3	4 → 4	5 → 5	12+ → 12+	23+ → 23+
64-65	19.85 - 78.09	24.15 - 80.46	14.65 - 31.07	9.64 - 18.67		** 6.67 + 149.93	
65-66	4.35 + 85.52	4.72 + 92.58	9.96 - 0.30	7.84 - 20.92	** .60 + 96.67	** 16.67 - 35.75	** 33.33 + 36.36
66-67	8.07 + 4.58	9.09 - 7.81	9.93 - 9.57	6.20 + 71.45	** 1.18 +103.39	** 10.71 - 53.31	** 45.45 - 37.14
67-68	8.44 + 3.32	8.38 + 69.45	8.98 + 45.21	10.63 - 43.37	* 2.40 - 4.17	** 5.00 + 85.20	** 28.57 - 25.03
68-69	8.72	14.20 - 33.94	13.04 - 49.39	6.02 - 29.40	** 2.30 - 21.30	* 9.26 + 34.99	** 21.42 - 22.22
69-70	0	9.38	6.60	4.25	* 1.81	* 12.50	** 16.66

Tableau 20 - Variations dans le temps des proportions de redoublement

La deuxième colonne représente les variations relatives des proportions de la première colonne

	1 → éliminés	2 → éliminés	3 → éliminés	4 → éliminés
64-65	10.30 + 254.37	6.03 + 291.71	** 1.73 + 682.66	
65-66	36.50 - 0.30	23.62 - 8.17	13.54 - 31.54	7.36 - 28.67
66-67	35.39 - 16.78	21.69 + 4.06	9.27 + 39.48	5.25 + 16.95
67-68	29.45 + 12.60	22.57 - 9.22	12.93 - 20.03	6.14 - 28.66
68-69	33.16 - 22.74	20.49 - 4.05	10.34 - 32.21	4.38 + 59.59
69-70	25.62	19.66	7.01	6.99

Tableau 21 - Variations dans le temps des proportions d'élimination

	10-11→Départs	12+ → Départs	20-21 → Départs	22 → Départs	23+ → Départs
64-65	44.44 + 7.40	73.33 - 1.51			
65-66	47.73 - 19.82	72.22 + 18.68	** 20.00 + 114.30	** 11.11 + 467.06	** 66.66 - 18.17
66-67	38.27 + 2.59	85.71 - 4.33	** 42.86 - 17.29	63.00 - 14.68	54.55 + 30.94
67-68	39.26 + 2.19	82.00 - 23.22	** 35.45 + 12.83	53.75 + 50.27	71.43 - 3.00
68-69	40.12 - 7.15	62.96 + 23.09	** 40.00 + 75.00	80.77 - 50.13	* 69.29 + 19.06
69-70	37.25	77.50	** 70.00	40.28	* 82.50

Tableau 22 - Variations dans le temps des proportions de départ définitif (éliminations + graduations)

La deuxième colonne représente les variations relatives des proportions de la première colonne

	5 → Gradués B	6 → Gradués B	M → Gradués B
64-65			
65-66	75.60	93.75	17.19
66-67	- 1.96	- 6.67	- 36.88
67-68	74.12	87.50	* 10.85
68-69	- 1.40	+ 10.21	+ 155.39
69-70	73.08	96.43	27.71
	- 2.89	- 0.45	- 11.08
	70.97	96.00	24.64
	+ 4.62	- 2.34	- 18.83
	74.25	93.75	20.00

Tableau 23 - Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau du baccalauréat

	M → Gradués M	D → Gradués M
64-65		
65-66	37.50	
66-67	+ 17.07	* 23.74
67-68	43.90	- 38.16
68-69	- 34.62	14.68
69-70	28.70	+ 243.60
	- 15.37	50.44
	24.29	- 80.89
	+ 39.23	* 9.64
	33.82	

Tableau 24 - Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau de la maîtrise

	D → Gradués D
64-65	
65-66	
66-67	38.10 + 11.68
67-68	42.55 - 47.78
68-69	22.22 + 96.40
69-70	43.64

Tableau 25 - Variations dans le temps des proportions de graduation au niveau du doctorat

La deuxième colonne représente les variations relatives des proportions de la première colonne

- Au niveau gradué la comparaison des variations des proportions de transition relative à chaque SSP avec celles de niveaux plus agrégés suggère que les proportions relatives aux groupes agrégés ne sont pas nécessairement plus stables.
- Les variations tantôt négatives tantôt positives des proportions de transition suggère l'adoption d'un modèle constant. Les observations accumulées incluent la valeur de cette constante et un bruit plus ou moins important suivant la taille du groupe. Lors de certains changements de structure ou de politique cette valeur de la constante peut changer et se fixer à un autre niveau.
- La mise à jour périodique des proportions de transition des matrices P et W se révèle donc un moyen très simple de tenir compte des variations possibles de la valeur de cette constante. L'estimation des proportions devra donc donner plus de poids aux dernières observations plutôt qu'aux anciennes. Les techniques de moyenne mouvante ou de régression exponentielle seront donc adéquates.
- Une fois la mise à jour des proportions de transition réalisée à partir des plus récentes données observées, il est inutile de faire varier les proportions de transition pour les prévisions futures. En effet les proportions estimées à l'aide de moyennes mouvantes ou de lissages exponentielles se stabilisent très vite. De plus, ces variations d'estimés eux-mêmes calculés de plus en plus à partir d'estimés, présentent de moins en moins d'intérêt. Le modèle proposé sera donc constant et homogène dans le temps avec des mises à jour périodiques des proportions de transition chaque fois que de nouvelles données seront accessibles.

3.5.4 Estimation des proportions de transition

A l'aide des conclusions de 3.5.3, les matrices de transition P et W ont été estimées à partir des données disponibles en 1968-69, 1969-70 et 1970-71. Dans le premier cas les précisions seront donc relatives à l'année 1969-70 et aux années subséquentes. Dans les trois cas la moyenne mouvante a été choisie comme technique d'estimation des proportions de transition. Il semblerait que cinq observations soit un nombre adéquat pour le calcul des moyennes. Ceci permettrait de tenir compte assez rapidement des changements graduels reflétés par les nouvelles données. Néanmoins ce nombre serait assez grand pour éliminer le bruit relativement important dans la plupart des observations. Malheureusement nous ne disposons que de 3 observations fiables en 68-69, 4 observations en 69-70 et 5 observations en 70-71. Pour ces années là le calcul se ramène à un simple calcul de moyenne alors que pour les années subséquentes un véritable calcul par moyenne mouvante pourra s'établir. Dans le cas des retours d'inactifs les proportions ont été exceptionnellement calculées à l'aide d'un lissage exponentiel de coefficient 0.5. Ceci est justifié par les remarques posées en 3.4.4.4 puisque les retours d'inactifs dans le système avant 1964-65 vont en se raréfiant et rendent les données plus complètes et les estimations plus fiables. Le coefficient anormalement élevé pour un lissage exponentiel est justifié par le faible nombre d'observations et la rapidité du changement. Pour les années ultérieures ce coefficient pourra décroître ou bien la technique de lissage exponentiel pourra être remplacée par la technique de moyenne mouvante appliquée aux autres SSP.

	1	1	2	3	4	5	6	10-11	12+	20-21	22	23+	Inactifs
1	68-69 69-70 70-71	6.95 0.00 -	57.96 65.53 -										1.31 .71 -
2			7.40 9.10 9.15	68.39 67.16 68.59									1.59 1.65 1.65
3				9.62 10.48 9.70	75.99 75.31 76.98								2.47 2.70 2.70
4					8.22 7.67 6.99	82.31 83.12 83.56							3.22 3.43 3.43
5						1.39 1.62 1.66	13.86 13.74 13.16	6.91 7.49 7.71					2.82 2.99 3.11
6							0.00 0.00 0.62						2.08 1.56 1.56
10-11								3.30 2.77 2.21	44.01 44.64 46.21		6.86 7.47 7.23		3.91 3.66 3.72
12+									10.75 10.41 10.83		7.39 12.49 11.78		1.83 1.38 1.36
20-21									6.66 5.00 6.85	6.66 5.00 4.00	37.83 43.38 37.56	12.73 9.55 7.64	3.33 2.50 2.29
22									4.90 3.68 2.94		5.46 4.09 3.27	39.98 34.80 38.95	7.04 5.28 5.06
23+												35.78 32.19 29.09	0.00 2.32 2.02
Inactifs		2.04 0.00 -	13.34 13.70 9.80	13.91 12.86 15.34	19.47 14.60 13.22	12.51 8.73 11.30	0 3.41 4.58	4.91 3.68 6.79	2.87 6.02 3.98		3.06 4.99 3.47	1.85 4.36 5.15	26.04 27.67 26.36

Tableau 26 - Estimation des proportions de transition dans le SSS

		Éliminés	Gradués Bac.	Gradués Maîtrise	Gradués Doctorat
1	69-70 70-71 71-72	33.78 33.76 -			
2	69-70 70-71 71-72	22.63 22.10 21.61			
3	69-70 70-71 71-72	11.91 11.51 10.62			
4	69-70 70-71 71-72	6.25 5.78 6.02			
5	69-70 70-71 71-72	0.39 0.29 0.42	74.27 73.44 73.60		
6	69-70 70-71 71-72	5.36 4.02 3.52	92.56 93.42 93.48		
10-11	69-70 70-71 71-72	_____		41.79 41.37 40.55	
12+	69-70 70-71 71-72	_____		79.97 75.72 76.08	
20-21	69-70 70-71 71-72	_____			32.77 34.58 41.66
22	69-70 70-71 71-72	_____			42.62 52.16 49.78
23+	69-70 70-71 71-72	_____			64.21 65.48 68.89

Tableau 27 - Estimation des proportions de transition à l'extérieur du SSS

3.5.5 Prévision des effectifs étudiants restant dans le SE

Pour la prévision des effectifs étudiants le modèle proposé en 3.3.5 est utilisé. Puisque les admissions ont été considérées en 3.2.3.3 comme les seules variables efficaces à la disposition des administrateurs pour faire évoluer la structure du système, il n'est pas concevable de prévoir des admissions futures à l'aide des tendances passées. La prévision des effectifs ne comprend donc que les étudiants déjà dans le sous-système secondaire. Le SSS est donc fermé et les systèmes d'équation (32) et (33) élaborés en 3.3.5 se réduisent à :

$$(34) \quad \begin{cases} n(t) = n(t-1).P & ; & t = 1, 2, \dots T \\ m(t) = n(t-1).P.W & ; & t = 1, 2, \dots T \end{cases}$$

ou

$$(35) \quad \begin{cases} n(T) = n(0)P^T \\ m(T) = n(0)P^T.W \end{cases}$$

A partir des tableaux 26 et 27 la prévision des effectifs dans les différents SSP du SSS a été réalisée à partir des données respectivement disponibles en 1968-69, 1969-70 et 1970-71. Dans chaque cas les prévisions s'étalent sur une période de cinq ans. Dans un but de comparaison avec les effectifs réellement observés, ceux-ci, lorsqu'ils sont disponibles, seront joints aux prévisions et l'écart relatif sera calculé.

Au niveau du Baccalauréat les prévisions sont assez proches des observations. Si l'on excepte la première année réduite aux redoublements, l'é-

cart relatif absolu oscille entre 2.9 et 7.8% pour les différents SSP. Pour l'ensemble des effectifs au niveau du Baccalauréat l'écart relatif serait de l'ordre de 1%. L'écart de 3.6% entre les prévisions et les observations de 70-71 s'explique par la suppression de la première année et les conséquences sur les proportions de promotion plus élevées. Les prévisions de cette année ont donc été effectuées dans les conditions les plus défavorables puisqu'une modification majeure de la structure était méconnue. De plus le Tableau 19 indique que les variations des proportions de transition n'ont jamais été aussi élevées que cette année là. Néanmoins l'écart relatif au niveau du Baccalauréat se maintient à 3.6% et se réduit à 3.4% au niveau global du SSS. Ces chiffres peuvent être considérés comme des écarts maxima entre les observations et les prévisions élaborées par le modèle. Pour un système stable un écart de 1% semble plus plausible au niveau du Baccalauréat. Pour les deuxième et troisième cycles, la petite taille des groupes et la multiplicité des transitions possibles rendent les prévisions plus hasardeuses. Néanmoins l'écart relatif semble se maintenir à moins de 10% au niveau de la maîtrise et moins de 20% au niveau du doctorat. Pour des SSP particuliers de chaque cycle, cet écart relatif peut être supérieur à ces moyennes.

Les prévisions relatives aux années ultérieures à 70-71 seront certainement affectées par l'adoption de la promotion par matière à partir de 1970-71. Pourtant avant le remplacement graduel de la promotion par année et l'utilisation de structures semblables à celles décrites en

3.2.4.1.1. et 3.2.4.1.2, ces prévisions d'effectifs devraient conserver une certaine vraisemblance.

A l'aide du Tableau 27 les prévisions relatives aux départs du SE ont été élaborées respectivement à partir des données accessibles en 68-69, 69-70 et 70-71. Ces prévisions sont réunies dans les Tableaux 31, 32 et 33. Il semble que l'écart relatif entre les prévisions et les observations soit plus important pour les éliminés que pour les gradués. Pour ces derniers, au niveau du Baccalauréat, une précision inférieure à 3% est normale. Pour les éliminés par contre les prévisions sont moins précises et pour certains SSP où le nombre d'éliminés est faible des variations de 50 à 60% sont constatées. Certains écarts importants s'expliquent par des proportions de départ plus importantes pour certains groupes d'étudiants que la proportion attribuée au SSP. Ainsi des étudiants ayant séjourné dans un SSP plus d'une année ont certainement une proportion de départ plus élevée que la moyenne des étudiants du SSP. Le modèle théorique ne discrimine pas entre ces sous populations de chaque SSP et il y aura donc possibilité d'écarts entre les observations et les prévisions relatives à des groupes particuliers comme ceux présentés dans les Tableaux 31, 32 et 33.

Dans le Tableau 32, les prévisions ont nettement été surestimées. Ceci est dû au changement de politique attribuable à la suppression de la première année. Les promotions ont été plus nombreuses et

les départs plus restreints.

Enfin les prévisions relatives aux départs du SE des étudiants de maîtrise et de Doctorat n'ont pu être élaborées faute de données indispensables.

	1	2	3	4	5	6	B	10-11	12+	M	20-21	22	23+	D	I	Total
68-69 observé	367	345	299	249	217	25	1502	86	54	140	5	26	14	45	45.5	1732.5
69-70 estimé	26.4	244.3	271.0	256.5	213.7	30.1	1042.2	20.1	46.5	66.6	.3	14.6	16.9	31.5	50.5	1190.8
69-70 observé	34	265	263	238	220	32	1052	24	49	73	0	29	11	40	51.7	1216.7
69-70 % écart relatif	-22.4	-7.8	+3.0	+7.8	-2.9	-5.9	-0.9	-16.2	-5.1	-8.7	-	-49.6	+53.6	-21.2	-2.3	-2.13
70-71 estimé	2.8	40.1	203.2	236.8	220.4	29.6	732.9	26.8	16.0	42.8	0.	7.3	12.9	20.2	41.7	837.5
70-71 observé	0	41	206	238	212	26	723	25	15	40	0.	7	17	24	42.8	829.8
70-71 % écart relatif	-	-2.2	-1.4	-0.4	+4.0	+13.8	+1.4	+7.2	+6.7	+7.0	-	+4.3	-24.1	-15.8	-2.6	+0.9
71-72 estimé	1	8.5	52.8	175.8	203.2	30.5	471.8	18.2	15.1	33.3	-	4.7	8.3	13.0	33	551.1
72-73 estimé	-	5	15.5	61.0	151.7	28.2	261.4	16.3	10.8	27.1	-	3.5	5.5	9.0	23.4	311.9
73-74 estimé	-	3.5	8.2	21.4	55.3	21.0	109.4	12.2	9.2	21.4	-	2.8	3.8	6.6	14.5	

Tableau 28 - Prévision des effectifs à partir des données accessibles en 68-69

	1	2	3	4	5	6	B	10-11	12+	M	20-21	22	23+	D	I	Total
69-70 observé	281	352	288	259	221	32	1433	80	56	136	7	36	12	55	51.7	1675.7
70-71 estimé	-	223.3	273.2	244.3	223.4	32.1	996.3	20.7	46.3	67.	.3	20.1	19.3	39.7	52.	1155.
70-71 observé	1	242	272	258	232	29	1034	25	50	75	-	11	26	37	49.8	1195.8
70-71 % écart relatif	-	- 7.7	+ 0.4	- 5.3	- 3.8	+ 10.7	- 3.6	-17.2	-7.4	- 10.7	-	+ 82.7	- 85.8	+7.3	+4.42	- 3.41
71-72 estimé	-	27.4	185.3	232.1	211.2	32.5	688.5	19.2	17.9	27.6	-	10.7	15.5	26.2	45.1	786.6
72-73 estimé	-	8.6	43.6	163.9	200.3	30.5	446.9	18.0	13.5	31.5	-	6.4	10.7	21.0	31.8	531.2
73-74 estimé	-	5.2	14.4	50.0	142.3	28.6	240.5	16.7	11.0	27.7	-	4.9	6.8	11.7	23.6	303.5
74-75 estimé	-	3.7	8.0	18.1	46.0	20.4	95.4	12.0	10.2	22.2	-	4.0	4.9	8.9	14.6	141.1

Tableau 29 - Préviation des effectifs à partir des données accessibles en 69-70

	1	2	3	4	5	6	B	10-11	12+	M	20-21	22	23+	D	I	Total
70-71 observé (sans ad- missions)	1	242	272	258	232	29	1034	25	50	75	-	11	26	37	49.8	1195.8
71-72 estimé	-	29.0	197.6	234.0	225.1	32.8	718.5	218	19.3	41.1	-	9.8	14.4	24.2	43.4	827.2
72-73 estimé	-	6.9	45.4	174.2	204.2	31.6	462.3	20.8	14.2	35.0	-	5.7	10.3	16.0	34.7	548.0
73-74 estimé	-	4.0	14.4	51.7	152.9	28.5	251.5	18.6	12.7	31.3	-	4.6	7.0	11.6	25.1	319.5
74-75 estimé	-	2.8	8.0	18.0	48.6	21.5	98.9	13.9	11.1	25.0	-	3.9	5.1	9.0	15.2	148.1

Tableau 30 - Préviation des effectifs à partir des données accessibles en 70-71

	Éliminés							Gradués		
	1	2	3	4	5	6	B	5	6	B
68-69 estimé	124.0	78.1	35.6	15.6	.8	1.3	255.4	159.4	23.4	182.8
68-69 observé	121.7	70.7	30.9	10.9	0	0	234.2	155.4	24	179.4
68-69 % écart relatif	+1.9	+10.5	+15.2	+43.2	/	/	+9.0	+2.6	-2.5	+1.89
69-70 estimé	8.9	55.3	32.3	16.0	.8	1.6	114.9	158.7	27.9	186.6
69-70 observé	12	55	19	17	2	.5	105.5	164	30	194.0
69-70 % écart relatif	-25.8	+0.5	+70.0	5.9	/	/	+8.9	-3.2	-7.0	-3.8
70-71 estimé	0.9	9.1	24.2	14.8	0.9	1.6	51.5	163.7	27.4	191.1
71-72 estimé	.3	1.9	6.3	11.0	0.8	1.6	21.9	150.9	28.2	179.1
72-73 estimé	/	1.1	1.8	3.8	0.6	1.5	8.8	112.7	26.1	138.8

Tableau 31 - Prévion des départs au niveau du Baccalauréat à partir
des données accessibles en 1968-69.

	Éliminés							Gradués		
	1	2	3	4	5	6	B	5	6	B
69-70 estimé	94.8	77.8	33.1	15.0	.6	1.3	222.6	164	29.6	193.6
69-70 observé	72	69.2	20.2	18.1	2	0.5	182.0	164	30	194.0
69-70 écart % relatif	31.7	12.4	63.8	17.1	/	/	22.3	0.0	1.3	-0.2
70-71 estimé	/	49.3	31.4	14.1	0.6	1.3	96.7	164.1	30.0	194.1
71-72 estimé	/	6.1	21.3	13.4	0.6	1.3	42.7	155.1	30.4	185.5
72-73 estimé	/	1.9	5.0	9.5	0.6	1.2	18.2	147.1	28.5	175.6
73-74 estimé	/	1.1	1.7	2.9	0.4	1.2	7.3	104.5	26.7	131.2

Tableau 32 - Prévion des départs au niveau du Baccalauréat à partir des données accessibles en 1969-70.

70-71 estimé (sans admissions)	/	52.3	28.9	15.5	1.0	1.0	98.7	170.8	27.1	197.9
71-72 estimé	/	6.3	21.0	14.1	0.9	1.2	43.5	165.7	30.7	196.4
72-73 estimé	/	1.5	4.8	10.5	0.9	1.1	18.8	150.3	29.5	209.3
73-74 estimé	/	0.9	1.5	3.1	0.6	1.0	7.1	112.6	26.7	139.3
74-75 estimé	/	0.6	0.8	1.1	0.2	0.8	3.5	35.8	20.1	55.9

Tableau 33 - Prévion des départs au niveau du Baccalauréat à partir des données accessibles en 1970-71.

CHAPITRE 4

DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D'ADMISSION DANS
UN SECTEUR D'ETUDE D'UNE INSTITUTION
UNIVERSITAIRE

4.1 Généralités

4.1.1 Politique des admissions

Deux aspects principaux se dégagent de toute politique d'admission. Ce sont la détermination des niveaux d'entrée et la sélection. Le premier point est généralement décidé ou proposé à un niveau hiérarchique élevé. Pour les facultés de l'Université de Montréal ayant délégué leur politique d'admission au bureau du registraire, c'est le vice-recteur aux affaires académiques qui fixe les quotas; pour les autres facultés ce sont les doyens. La CDA (commission du développement académique) propose des quotas aux organismes concernés après avis des assemblées professorales et des directeurs de département et examen critique de ces avis. Ces capacités d'accueil devraient tenir compte:

- . des promotions, départs et graduations,
- . des possibilités d'emploi à la fin des études pour les différents grades du secteur concerné,
- . de la demande des étudiants,
- . de la variation possible de la taille du secteur,
- . d'une répartition cohérente et stimulante des étudiants entre les 3 cycles.

Ces niveaux d'admission sont ensuite pondérés par un certain coefficient qui estime le pourcentage d'étudiants qui ont posé leur candidature mais ne s'inscriront pas dans le secteur concerné. Les nombres ainsi obtenus correspondent aux étudiants qu'il faut admettre dans les différents SSP du secteur d'étude.

Ils représentent le vecteur $r(t)$ du système d'équation (14).

Llubia L. [119] écrit au sujet de l'école d'administration des affaires de l'université de Californie: "Recently the University imposed an extra constraint on the School. Every program now has a predetermined quota. For graduate students the Dean of the Graduate Division allocates student positions to the different departments up to a ceiling that is determined by the President's Office. Thus, regardless of the number of applicants, the total enrollment is predetermined. A simple calculation (present enrollment minus degree winners and the estimated number of drop-out) will give the number of openings. Admissions must be somewhat higher to account for those student admitted that will not show up. This "percentage of show" was around 73% for the MBA program in 1969 .".

Ce premier aspect de la politique des admissions répond à la question: combien d'étudiants peut-on admettre dans chacun des trois cycles universitaires du secteur? Le deuxième aspect permet de répondre à la question suivante: qui doit-on admettre? C'est le problème de la sélection qui permet d'admettre un certain groupe d'étudiants et d'en rejeter un autre. Il est évident que l'un ou l'autre des deux groupes peut être vide. La difficulté principale, dans l'élaboration d'une politique d'admission réside dans le choix des objectifs de la sélection. Ces objectifs, une fois définis et classés, il s'agit de choisir les caractéristiques ou les critères qui mesurent et contrôlent avec la plus grande précision possible la réalisation de ces objectifs. La procédure de sélection est

alors efficace et opérationnelle. Elle aboutit à un classement des individus disponibles, qui permet d'admettre dans le secteur le groupe qui optimise la fonction économique sélectionnée. Voici quelques propositions d'objectifs possibles pour une procédure de sélection:

- . maximiser le pourcentage de graduations,
- . maximiser la satisfaction des étudiants relativement à leurs préférences d'admission,
- . favoriser le plus possible une certaine répartition socio-économique des admissions,
- . favoriser dans les choix des candidats certains secteurs où la demande en gradués est élevée,
- . minimiser les coûts (en favorisant par exemple l'admission de bons candidats dans les secteurs à coût marginal élevé).

Si l'on s'intéresse à la sélection à l'intérieur d'un seul secteur, seuls les objectifs 1 et 3 subsistent. Au premier abord il semble que le premier objectif cité soit le plus rationnel tant pour l'aspect financier que pour l'aspect humain. Il s'appuie pourtant sur une hypothèse de base primordiale qui est la concordance entre les programmes d'étude et les objectifs du système d'éducation universitaire (acquisitions de connaissances désirables par les étudiants; formation d'étudiants pour des tâches spécifiques; production, transmission et conservation des connaissances humaines etc...)

Si tel est le cas l'augmentation du pourcentage de graduation par une procédure de sélection adéquate a un sens. Les caractéristiques des étudiants ayant gradués déterminent des critères desquels il

peut être possible de dégager une politique de sélection favorisant la réalisation de la fonction économique. Pieper W. [146], écrit dans une des rares études récentes sur le processus de sélection universitaire que le but de son travail était "to identify on the basis of past experience those factors which have been the best predictors of a student's ability to succeed in the MBA program."

Pieper W. estime à 10% l'augmentation possible de la production des gradués du secteur étudié si la sélection s'opérait d'une manière cohérente sur les deux variables supplémentaires suivantes: la citoyenneté et l'âge à l'admission. Mais il ajoute: "It would be possible to base an admission policy on these factors, but this should not be done without further investigation to be certain that they are valid for larger and more current populations."

Pourtant la nécessité d'une sélection cohérente est évidente.

Llubia L. conclut toujours dans le cas de l'université de Californie:

"An attrition rate of 25% means that a fourth of the instructional expenditure in the MBA program is essentially wasted and that around 100 positions are denied to potentially successful students.

The total cost involved certainly justifies an important effort towards improvement." A l'université de Montréal, la procédure de sélection s'appuie uniquement sur les résultats scolaires antérieurs et sur les résultats des tests effectués par le SEICUM. Dans chaque secteur où une sélection est nécessaire, le "profil" du gradué-type pourrait aider à augmenter l'efficacité de la sélection.

Dans le cas des niveaux d'accueil comme dans celui de la sélection, il est clair qu'aucune politique des admissions entièrement automa-

tisée ne pourrait remplacer le bureau du Registraire ou le service des admissions des facultés. Trop de variables intangibles ou non quantifiables (opinion publique, perception du marché, entrevues et motivation de candidats etc...) entrent en ligne de compte pour que l'on puisse se passer du jugement humain et introduire des règles de gestion sans appel. Par contre, de tels modèles quantitatifs peuvent améliorer le rendement et l'efficacité du processus des admissions et obliger les administrateurs à définir clairement et publiquement leurs objectifs et leurs critères d'admission.

4.1.2 Objet de la recherche

Le but de ce chapitre est l'élaboration d'une politique de détermination optimale des niveaux d'admission au niveau universitaire qui soit cohérente et dont l'application par les administrateurs puisse se réaliser d'une manière simple et pratique.

Si l'on veut prévoir dans leur totalité les effectifs étudiants ou les départs du système plusieurs périodes à l'avance, il est nécessaire de maîtriser avec une certaine précision les admissions dans le système pendant chacun de ces semestres. Or les recherches sur les modèles de prévision des effectifs étudiants sont très nombreuses mais elles sont généralement peu explicites sur la politique des admissions qui est, en fait, la seule variable que les administrateurs ont à leur disposition pour faire évoluer le système. Certains modèles se contentent d'extrapoler des tendances par des méthodes de lissage habituelles et leurs prévisions n'ont d'intérêt que si les niveaux d'admission évoluent de la même

façon que dans le passé. Qu'un changement brutal intervienne dans la politique des admissions et toutes les prévisions sont inutilisables. Dans d'autres modèles, la taille totale du système est supposée constante et les admissions sont toujours suffisantes pour égaler les départs du système. De telles hypothèses, valables à la rigueur pour des entreprises privées, ne peuvent s'appliquer à l'Université où la mobilité des individus est très grande et où la taille du système doit pouvoir supporter des variations, globales ou internes. Puisque chaque niveau d'admission est une variable de contrôle à la disposition des administrateurs, il est proposé de fixer pour chaque période, ces variables à certains niveaux réalisables qui optimisent une certaine fonction économique qui reflète les objectifs des administrateurs.

4.1.3 Objectif de la politique de détermination des niveaux d'admission

En 4.1.1 nous avons énoncé un certain nombre de points desquels devrait dépendre le choix des niveaux d'admission dans un secteur donné. Si la taille du secteur était constante, le problème serait simple; à l'aide des contraintes énoncées en 3.3.3, nous évaluerions les départs du secteur $\sum_{j=k+1}^{\ell} m_j(t-1)$ à la fin du semestre $t-1$ qui nous donneraient les admissions $\sum_{i=1}^k r_i(t)$ nécessaires au maintien de la taille du secteur. Comme nous l'avons dit ceci est réaliste pour une entreprise mais pas pour un secteur d'université même en courte période. Il faut donc admettre que le nombre total d'étudiants $N(t-1)$ dans le système pendant le semestre $t-1$ varie et devienne $N(t) = (1+\alpha_t)N_{t-1}$ au cours du semestre t si α_t est le pourcentage de variation de la taille du secteur au début de ce semestre (positif s'il y a expansion,

correspond bien aux désirs des administrateurs universitaires soucieux de préserver une certaine cohérence dans la répartition des étudiants entre les trois niveaux, stimulante pour l'acquisition des connaissances, la recherche et adaptable à l'offre de positions sur le marché du travail. Cet objectif présuppose une sélection des étudiants c'est-à-dire un nombre plus élevé de candidatures que d'admissions possibles dans chacun des trois cycles. (les corrections à apporter au système si cela n'est pas le cas, sont envisagées en 4.3.1)

4.1.4 Références et originalité de l'étude

Le présent chapitre est relié principalement aux travaux de Young A. et Almond G. [211], Bartholomew D. [17], Forbes A. [60] et Branchflower N. [25]. Ces auteurs étudient l'influence du recrutement et des promotions sur l'évolution d'une structure progressive ou hiérarchique. Bartholomew D. [17] et par la suite Branchflower N. [25] élaborent des stratégies et politiques d'admission seulement dans les cas d'une taille constante du système. Young A. et Almond G. [211] admettent des variations de taille mais ne les contrôlent pas. Enfin Forbes A. [60] relie, dans le cas stationnaire seulement, les admissions et les promotions aux variations de taille. Il évalue les conséquences d'une politique mais ne propose pas de politique optimale pour atteindre certains objectifs sur la structure. L'évolution pratique des structures est analysée en fonction de taux de variation de taille constants. Au meilleur de notre connaissance, aucune étude sur le contrôle de l'évolution des structures d'étudiants n'a été présentée dans les publications consultées. Les trois premières

négalif s'il y a contraction). Le nombre d'admissions $R(t)$ au début du semestre t devient maintenant la somme du nombre de départs $R'(t)$ à la fin du semestre $t-1$ plus le nombre d'étudiants $R''(t)$ nécessaire à la variation α_t de la taille du secteur au début du semestre t . Le premier terme de la somme dépend des proportions de transition à l'intérieur du système, le deuxième terme dépend essentiellement du choix de α_t . Soit:

$$(34) \quad R(t) = R'(t) + R''(t)$$

Le modèle de prévision des effectifs élaboré dans le chapitre 3 fournit les valeurs de $R'(t)$. Celles-ci dépendent des décisions passées des administrateurs (admissions des semestres précédents) et de paramètres indépendants de leur volonté (transitions et départs des étudiants). Les valeurs de $R'(t)$ étant données, la prise de décision implique le choix de deux types de variables seulement pour fixer le système chaque période soit:

- a/ la variation α_t de la taille du système qui fixe $R''(t)$ et le nombre total des admissions,
- b/ la répartition des admissions suivant les trois cycles.

Des contraintes relatives à chaque période limitent le choix de ces variables à un ensemble de solutions réalisables. Parmi ces solutions réalisables il s'agit ensuite de choisir une solution qui optimise une certaine fonction et constitue l'objectif vers lequel on désire que le système tende. Cet objectif peut être formulé ainsi: tendre le plus rapidement possible vers une répartition donnée des étudiants dans les SSP du SE ou encore tendre vers une répartition désirée de ceux qui quittent le SE. Cet objectif

références précitées étudient les structures hiérarchiques dans une entreprise alors que Branchflower N. [25] se restreint à la distribution des grades des professeurs de l'université de Berkeley. Pourtant il est éminemment souhaitable de contrôler les structures d'étudiants dans un secteur universitaire. De même que des recrutements non planifiés au sein d'une entreprise engendrent des promotions variables et des départs d'insatisfaits, de même des admissions non planifiées dans une structure universitaire engendrent des structures de gradués qui ne pourront s'adapter aux demandes du marché du travail. On conçoit qu'un contrôle de la structure des effectifs est nécessaire dans une entreprise. Il en sera de même dans les structures étudiants ou certains rapports entre les étudiants des trois cycles devraient être respectés. Cette répartition des étudiants doit favoriser un certain lissage des effectifs dans les différents SSP; elle doit aussi tenir compte des capacités du corps enseignant et de la structure demandée par le marché du travail. Des politiques d'incitation doivent être mises en place pour ajuster la demande des étudiants aux répartitions souhaitées des admissions dans la structure.

En plus d'appliquer ce contrôle des structures à un nouveau domaine d'application, cette recherche prolonge les travaux des auteurs précités dans les directions suggérées par ces derniers. Ainsi nous sommes attachés à répondre aux questions suivantes posées par Bartholomew D. [17] et Forbes A. [60] à la fin de leurs publications respectivement page 48 et pages 19-20.

- . "Throughout we have assumed that the total size of the organization was fixed. The theory needs to be developed for organizations whose size is changing in time."
- . "Possible generalisation of work in this paper is to consider a more sophisticated model. [...]. This is basically a relaxation of assumption which demands the particular form of the transition matrix."
- . "Other possible generalisation of work in this paper is to consider mixed control policies, i.e. the case when some promotion and some recruitment rates are controlled and some are fixed."
- . "A more fundamental and important development would be to specify the control problem in terms of the general mathematical programming problem. For example preliminary work on the extension to more sophisticated models, as suggested above, shows that the theory becomes increasingly complex. Hence the benefit of developing a generalised programming technique for which one would simply have to "turn the handle". [...]. Perhaps the greatest benefit from a specification of the problem in terms of programming, however, would be the incorporation of all sorts of constraints and conditions desired by management. These would not necessarily have to be satisfied but could be applied as in the goal programming of Charnes and Cooper [37] where the constraints is only satisfied as nearly as possible".

4.2 Contraintes du modèle pour la détermination des niveaux d'admission

4.2.1 Relation entre les admissions totales et les variables du modèle

La somme des départs du système à la fin du semestre $t-1$ donne le premier terme $R'(t)$ de la somme $R(t)$ des admissions. Si l'on conserve les définitions proposées en 3.3.1 on peut expliciter les termes de l'expression (34).

$$(35) \quad \left[\begin{aligned} R'(t) &= \sum_{j=k+1}^{\ell} m_j(t-1) = \sum_{j=k+1}^{\ell} \sum_{i=1}^k n_i(t-1) \cdot w_{ij} \\ &= N(t-1) \cdot \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \\ &= N(t-1) \cdot p(t-1) \cdot W \cdot u \end{aligned} \right.$$

Par ailleurs le choix d'une valeur de α_t détermine

$$(36) \quad R''(t) = \alpha_t \cdot N(t-1)$$

L'équation (34) s'écrit alors:

$$(37) \quad R(t) = N(t-1) \cdot p(t-1) \cdot W \cdot u + \alpha_t \cdot N(t-1)$$

4.2.2 Contraintes principales

Elles se déduisent de l'équation (37) en 4.2.1 et de la première équation du système (14) en 3.3.2:

$$(38) \quad n_j(t) = \sum_{i=1}^k n_i(t-1) \cdot p_{ij} + r_j(t) ; j = 1, 2, \dots, k$$

Ces équations deviennent après remplacement des $n_j(t)$ et $r_j(t)$:

$$(39) (1 + \alpha_t) \cdot p_j(t) = \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} + [p(t-1) \cdot W \cdot u + \alpha_t] p_{0j}(t); j=1, 2, \dots, k.$$

On sait aussi que la somme des $p_{0j}(t)$ est égale à 1 et que

$$p_{0j}(t) = 0; j \in J_2.$$

De plus des proportions négatives d'admission d'étudiants

n'ont aucun sens donc $p_{0j}(t) \geq 0$. On remarque que la con-

trainte $\sum_{j=1}^k p_j(t) = 1$ est implicite si on introduit la contrainte $p_0(t) \cdot u = 1$.

Enfin la variable α_t doit être supérieure au pourcentage de départ si l'on veut que R_t soit positif ou nul.

Le système des contraintes principales se résume donc ainsi:

	$(1 + \alpha_t) \cdot p_j(t) - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(t-1) \cdot p_{ij}$	$= 0; j \in J_2$
	$(1 + \alpha_t) \cdot p_j(t) - p_{0j}(t) [\alpha_t + p(t-1) \cdot W \cdot u] - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(t-1) \cdot p_{ij}$	$= 0; j \in J_1$
(40)	$\sum_{j \in J_1} p_{0j}(t)$	$= 1$
	$\alpha_t + p(t-1) \cdot W \cdot u$	≥ 0
	$p_{0j}(t)$	$\geq 0; j \in J_1$

soit au total $J_2 + J_1 + 2$ contraintes et $J_2 + 2J_1 + 1$ variables

$(p_j(t), p_{0j}(t), \alpha_t)$ par période. Les $J_1 + J_2$ premières con-

traintes ne sont pas linéaires à cause de termes $\alpha_t \cdot p_j(t)$ et

$p_{0j}(t) \cdot [\alpha_t + p(t-1) \cdot W \cdot u]$. Les contraintes ne deviennent linéaires

que si l'horizon est de une période et si α_t est donné. Deux

$p_{0j}(t)$ fixent alors le système, s'il existe une solution réalisable

ce qui n'est pas toujours le cas puisque les $p_{0j}(t)$ et les $p_j(t)$

doivent être positifs ou nuls.

Dans l'hypothèse où le choix de α_t et des $p_{oj}(t)$ serait maintenu lors des semestres ultérieurs, ces contraintes permettent d'examiner T semestres à l'avance les conséquences sur la structure d'une politique d'admission p_o constante dans le temps couplée à une variation constante α de la taille du secteur (à condition évidemment que le nombre d'étudiants disponibles aux 3 niveaux soit supérieur au nombre d'étudiants que l'on devrait admettre).

4.2.3 Relations entre les trois types de variables dans le cas d'un horizon de 1 semestre

Le but de ce paragraphe est de porter un jugement sur la convexité ou la concavité des contraintes (40). Ceci nous permettra dans le contexte de programmation mathématique adopté en 4.3 de déterminer si l'ensemble des solutions réalisables lorsqu'il existe est convexe ou concave. Le choix des techniques de programmation non linéaire en dépend grandement.

4.2.3.1 Relations entre $p_j(1)$ et α_1 avec $p_{oj}(1)$ constant

Les relations sont différentes suivant que j fait partie de J_1 ou J_2 . Dans le cas où j appartient à l'ensemble J_2 la relation est simple:

$$(41) \quad p_j(1) = \frac{\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(0) \cdot p_{ij}}{1 + \alpha_1} \quad ; \quad j \in J_2$$

Comme α_1 est supérieur ou égal à $-p(0) \cdot W.u$, les numérateur et dénominateur de la fraction sont toujours positifs. Les relations graphiques entre $p_j(1)$ et α_1 sont donc des types ci-dessous suivant que

B qui vaut $\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(0) \cdot p_{ij}^{-1}$
est inférieur (Cas a) ou supérieur (Cas b) à $-p(0) \cdot W.u.$

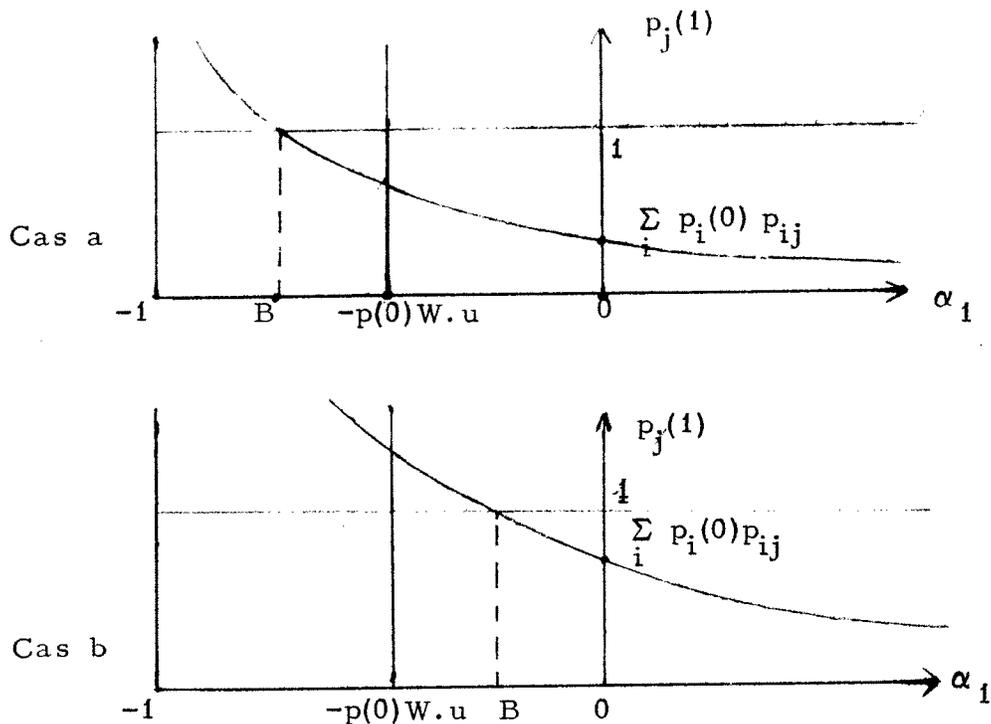


Figure 8 - Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_2$

Dans le cas où j appartient à l'ensemble J_1 la relation est différente. On a:

$$(42) p_j(1) = \frac{\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(0) \cdot p_{ij} + p_{oj}(1) \cdot p(0) \cdot W.u + \alpha_1 \cdot p_{oj}(1)}{1 + \alpha_1} ; j \in J_1$$

la relation est du type $\frac{k_1 + k_2 \cdot \alpha_1}{1 + \alpha_1}$.

L'asymptote horizontale est égale à $p_j(1) = p_{oj}(1)$. Suivant que

$\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(0) \cdot p_{ij} + p_{oj}(1) \cdot p(0) \cdot W.u$ sera supérieur ou inférieur à $p_{oj}(1)$ la courbe sera convexe ou concave.

Cas 1 Si $\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i(0) \cdot p_{ij} + p_{oj}(1) \cdot p(0) \cdot W \cdot u > p_{oj}(1)$

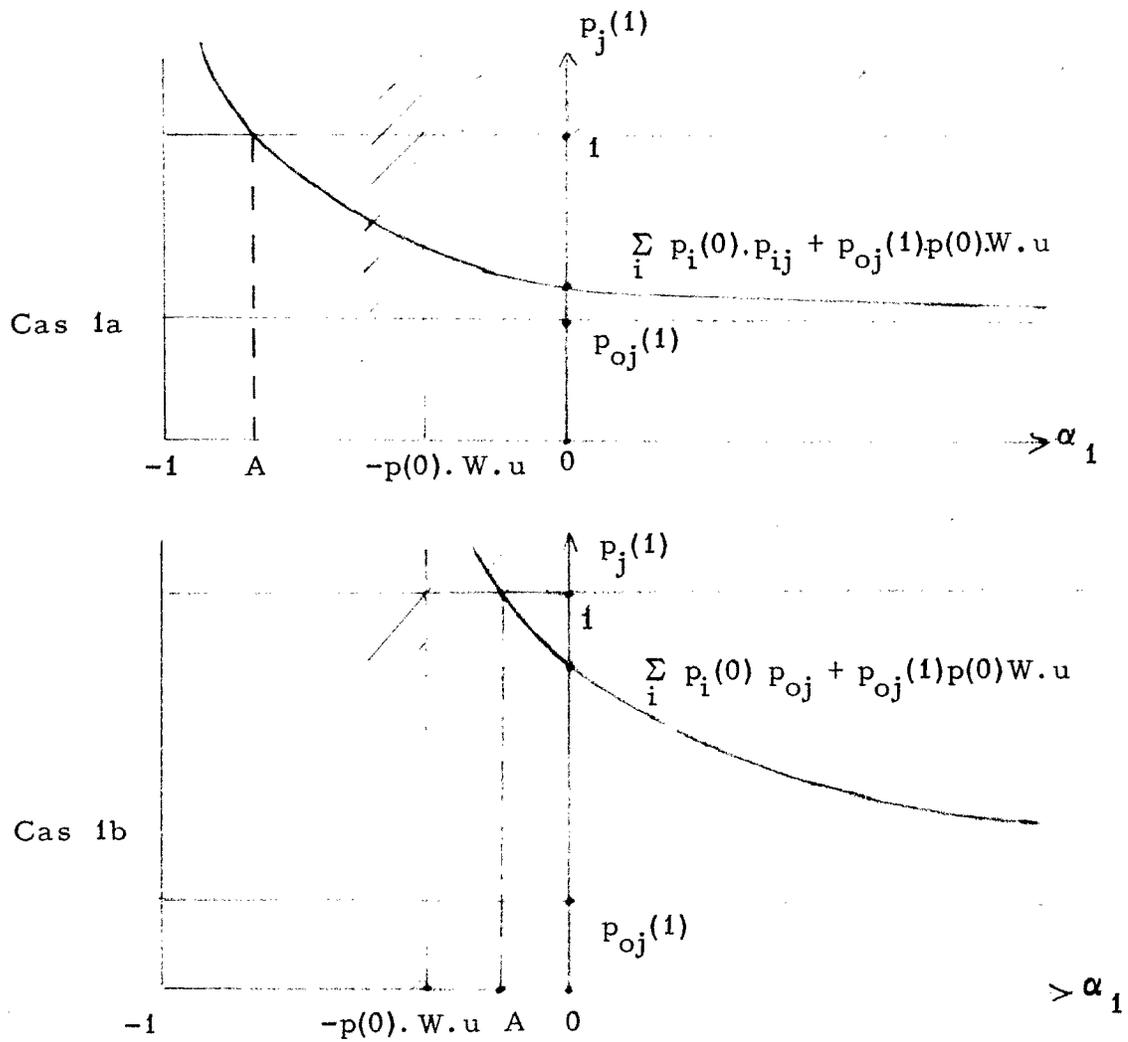


Figure 9 - Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_1$ (cas convexe)

Dans le cas 1 on obtient l'un des deux graphes ci-dessus selon que la valeur A qui est égale à

$$\frac{\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} + p_{oj}(1) \cdot p(0) \cdot W \cdot u - 1}{1 - p_{oj}(1)}$$

est inférieure à $-p(0) \cdot W \cdot u$ (Cas 1a) ou supérieure à $-p(0) \cdot W \cdot u$ (Cas 1b).

Cas 2 Si $\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} + p_{oj}(1) \cdot p(0) \cdot W \cdot u < p_{oj}(1)$

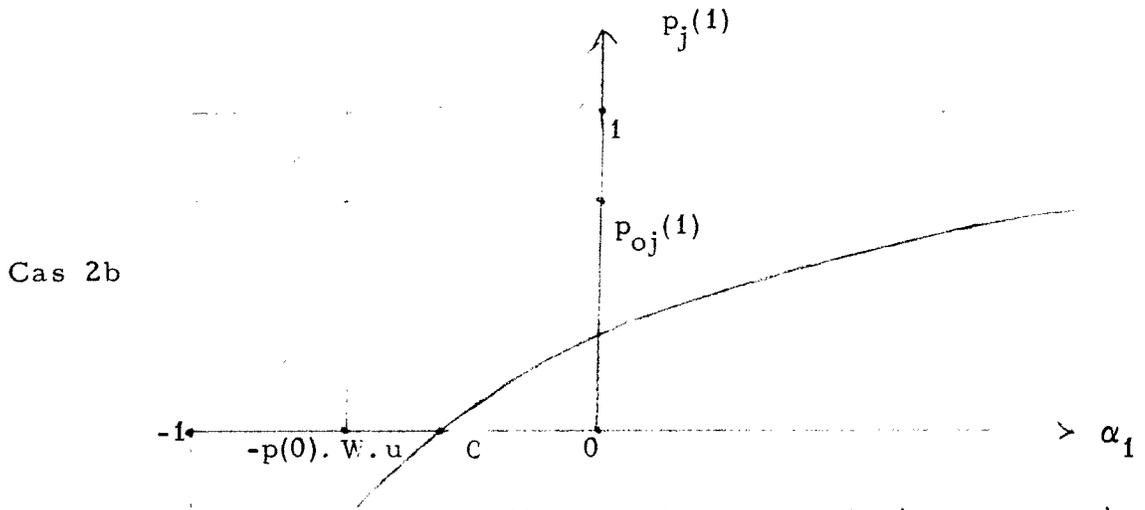
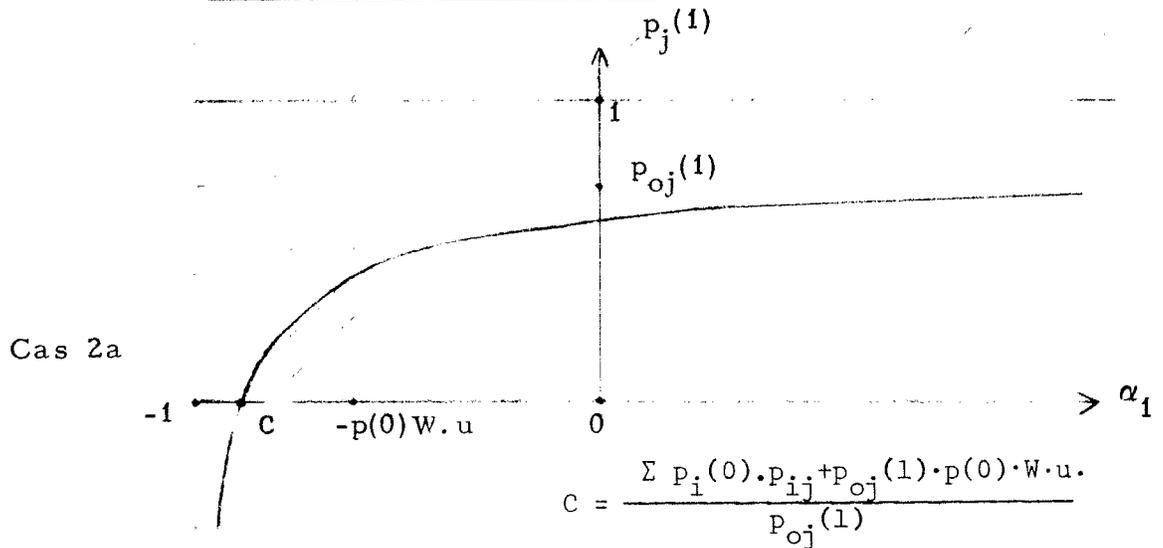


Figure 10 - Relations entre $p_j(1)$ et α_1 lorsque $j \in J_2$ (cas concave)

Dans le cas 2 on obtient de la même façon l'un des 2 graphes ci-dessus selon que la valeur de c est inférieure à $-p(0) \cdot W \cdot u$ (Cas 2a) ou supérieure à $-p(0) \cdot W \cdot u$ (Cas 2b).

Ici encore la contrainte $\alpha_1 \geq -p(0) \cdot W \cdot u$ rend le numérateur et le dénominateur toujours positifs ou nuls. Les contraintes $p_j(t) \geq 0$ n'ont donc pas à apparaître dans les contraintes principales (40) puisqu'elles sont implicites à partir des autres.

4.2.3.2 Relation entre $p_j(1)$ et $p_{oj}(1)$ avec α_1 constant

L'indice j ne peut appartenir qu'à J_1 , et la relation est alors linéaire car

$$(43) \quad p_j(1) = p_{oj}(1) \cdot \frac{\alpha_1 + p(0) \cdot W \cdot u}{1 + \alpha_1} + \frac{\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij}}{1 + \alpha_1} ; j \in J_1$$

La pente est toujours positive puisque $\alpha_1 \geq -p(0) \cdot W \cdot u$.

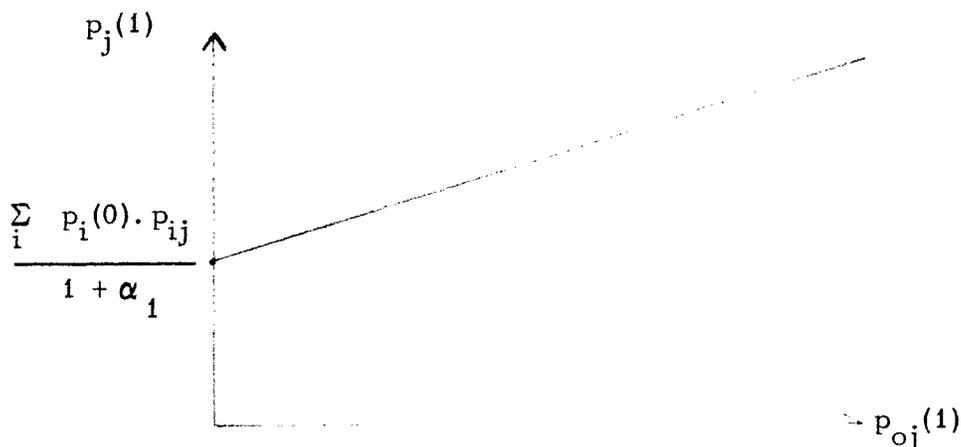


Figure 11 - Relation entre $p_j(1)$ et $p_{oj}(1)$

4.2.3.3. Relations entre α_1 et $p_{oj}(1)$ avec $p_j(1)$ constant

L'interprétation de $p_j(1)$ constant est simple, on peut supposer que l'on est en régime stationnaire et donc $p_j(1) = p_j(0)$.

C'est le type de relation le plus intéressant car nous avons ici les relations entre les variables indépendantes. Une fois fixées 3 de ces 4 variables (dont α_1) les $p_j(1)$ sont déterminés. Il est donc important de connaître l'effet d'une variation de α_1 sur les termes $p_{oj}(1)$.

On a

$$(44) \quad p_{oj}(1) = \frac{\alpha_1 \cdot p_j(1) - \sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} + p_j(1)}{\alpha_1 + p(0) \cdot W \cdot u}$$

Cette relation en régime stationnaire détermine s'il est possible pour un α_1 donné de choisir des $p_{oj}(1)$ qui conserveront la structure $p_i(0)$. Cela n'est pas toujours le cas car si le dénominateur est toujours positif ou nul le numérateur lui peut être négatif si

$$(1 + \alpha_1) \cdot p_j(1) \cong \sum_i p_i(0) \cdot p_{ij}$$

Il faut donc distinguer deux cas suivant que est plus grand ou plus petit que $-p(0) \cdot W \cdot u$.

$$\frac{\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)}$$

Cas 1 Si $\frac{\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)} < -p(0) \cdot W \cdot u$

Cas 1a

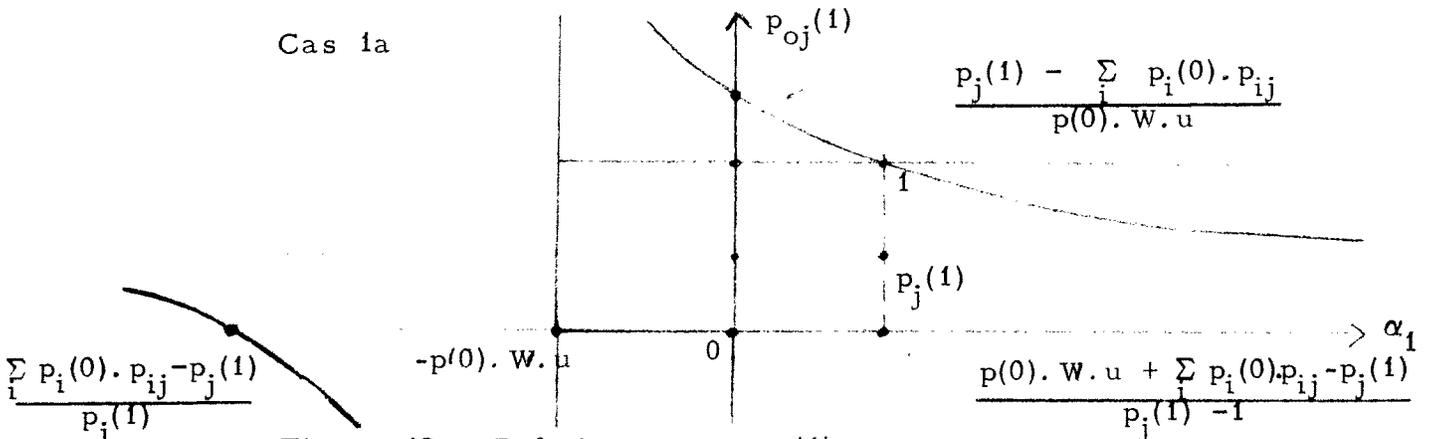


Figure 12 - Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1

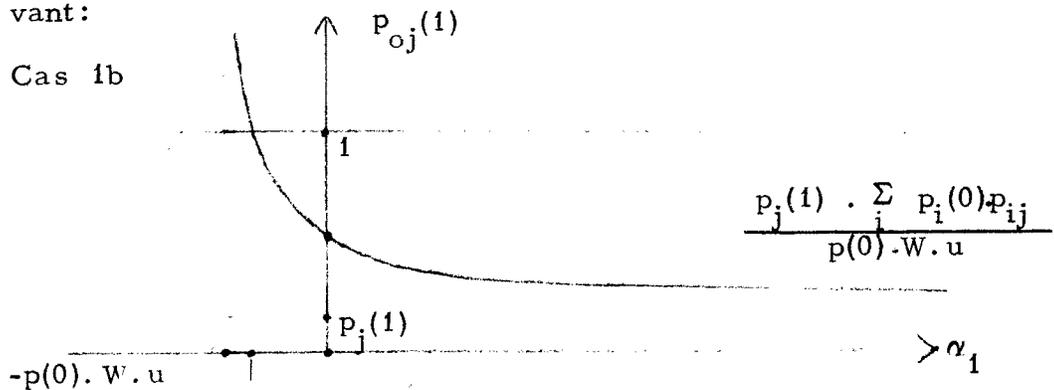
Les conditions $\alpha_1 \geq -p(0) W.u$ et $0 \leq p_{oj}(1) \leq 1$ permettent ensuite de délimiter l'aire non hachurée.

Suivant que la valeur

$$\frac{p(0) \cdot W.u + \sum p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1) - 1}$$

est positive ou comprise

entre $-p(0) \cdot W.u$ et 0, on a le graphe précédent ou le graphe suivant:



$\frac{p(0) \cdot W.u + \sum p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1) - 1}$ Fig. 13 - Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1

Enfin dans le cas où $\frac{\sum p_i(0) p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)} > -p(0) \cdot W.u$ on a la disposition complémentaire des branches de l'hyperbole.

Cas 2 Si $\frac{\sum p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)} > -p(0) \cdot W.u$

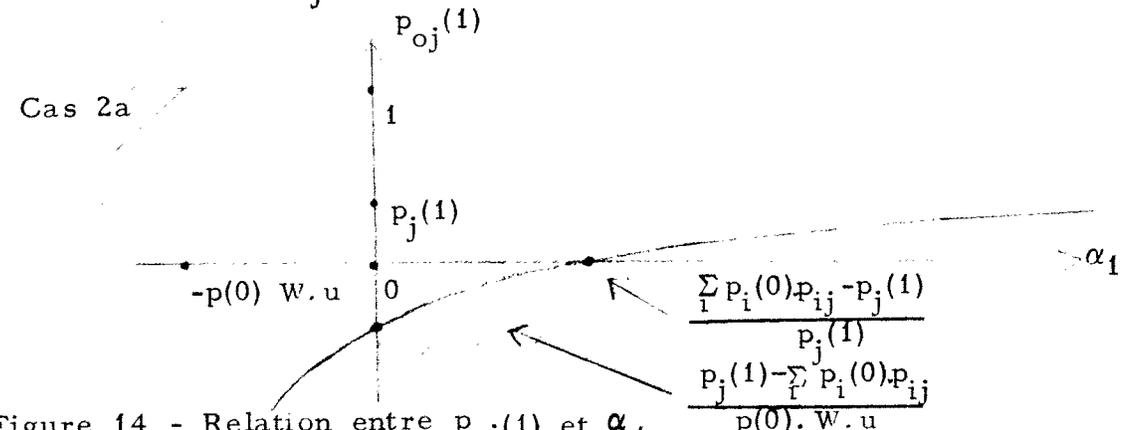


Figure 14 - Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1

Suivant que la valeur $\frac{\sum_i p_i(0) p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)}$ est positive ou comprise entre $-p(0).W.u$ et 0, on a le Cas 2a ou le Cas 2b.

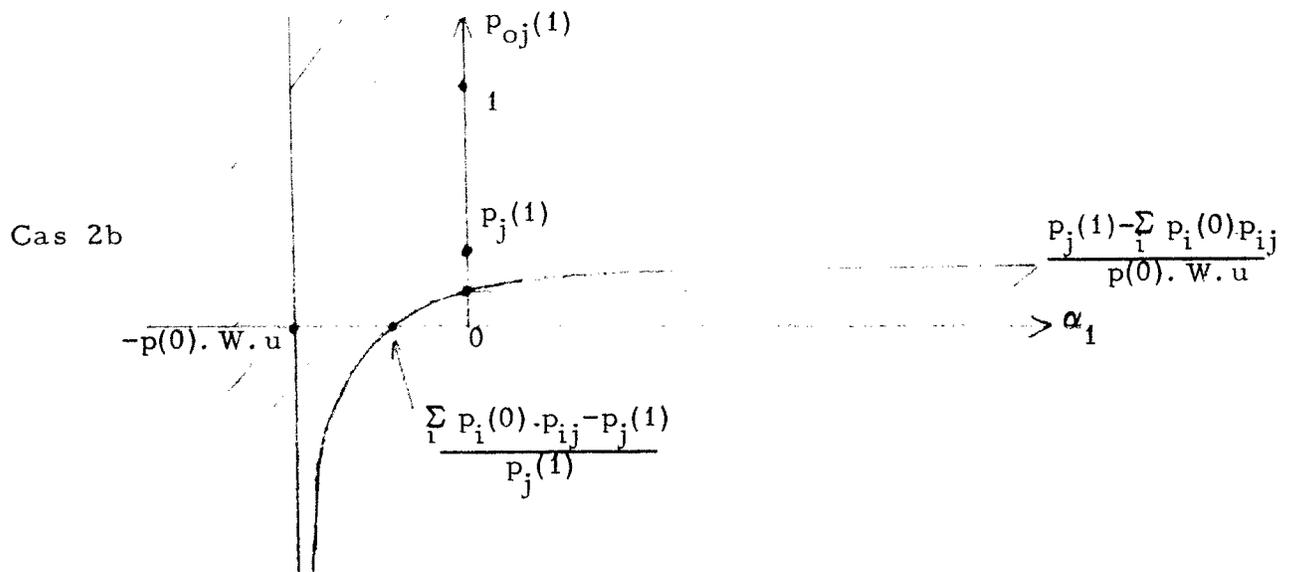


Figure 15 - Relation entre $p_{oj}(1)$ et α_1

Comme on le voit, le problème de conserver une certaine structure peut quelquefois être délicat sinon impossible si l'expansion nécessaire (Cas 1a et 2a) est trop élevée. Les bornes inférieures des intervalles de définitions de α_1 ont été très sérieusement améliorées et il faut pour que le maintien du régime stationnaire soit possible que :

$$(45) \quad \alpha_1 \cong \frac{p(0).W.u + \sum_i p_i(0).p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1) - 1} \quad \text{dans le cas 1}$$

$$(46) \quad \alpha_1 \cong \frac{\sum_i p_i(0).p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)} \quad \text{dans le cas 2}$$

ceci pour $j \in J_1$.

On a un intervalle de définition et donc une limite inférieure pour chaque j et la plus forte de toute est la limite inférieure de α_1 pour que le maintien du régime stationnaire soit possible.

4.2.3.4. Exemple numérique sur la détermination des bornes de α_1

Soit une structure dont la distribution initiale des effectifs est $p(0) = [.75, .20, .05]$. Les matrices des proportions de promotion et de départ vers l'extérieur sont respectivement P et W.

$$P = \begin{bmatrix} .6 & .1 & 0 \\ 0 & .5 & .1 \\ 0 & 0 & .6 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} .1 & .2 & 0 & 0 \\ 0 & .1 & .3 & 0 \\ 0 & 0 & .1 & .3 \end{bmatrix}$$

Si l'on veut maintenir le régime stationnaire nous aurons

$p(1) = [.75 \quad .20 \quad .05]$ et les variations possibles de α_1 seront précisées. Ainsi au premier cycle nous sommes dans le cas 1 puisque

$$\frac{\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1)} = -.40 < -.325$$

$$\text{Donc pour } j = 1 \quad \alpha_1 \cong \frac{p(0) \cdot W \cdot u + \sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} - p_j(1)}{p_j(1) - 1}$$

$$\alpha_1 \cong -.10 .$$

Pour le deuxième cycle nous sommes dans le cas 2.

$$\text{et} \quad \alpha_1 \cong -.125 .$$

Pour le troisième cycle nous sommes encore dans le cas 2

$$\text{et} \quad \alpha_1 \cong 0 .$$

L'inégalité $\alpha_1 \cong -p(0) \cdot W \cdot u$ est superflue puisque dans tous les cas les trois autres inégalités sont plus restrictives que cette dernière. Donc si on veut conserver l'état stationnaire il faut nécessairement que α_1 soit supérieur à 0. Les valeurs des $p_{0j}(1)$

se déduisent du choix de α_1 .

4.2.4 Evolution vers une structure désirée p^*

4.2.4.1 Enoncé du problème

Le problème dans toute sa généralité consisterait à déterminer une suite de vecteurs $p(t)$ telle qu'en un nombre minimal de semestres le système passe, si possible, de la structure initiale $p(0)$ à la structure désirée p^* . Les contraintes limitant l'évolution du système seraient les contraintes principales formulées en 4.2.2 ainsi que d'autres contraintes secondaires qui peuvent être ajoutées par les administrateurs, et qui reflètent les contraintes matérielles imposées au système: variation maximale du système, nombre d'étudiants ayant posé leurs candidatures à l'admission dans les différents cycles, etc...

Dans l'étude de Bartholomew D. [17] où la taille du système est constante et où des admissions peuvent se produire à tous les niveaux les contraintes principales sont plus simples que celles proposées en 4.2.2:

$$(47) \quad \begin{cases} p(t) = p(t-1) \cdot [P + W \cdot u \cdot p_0(t)] \\ p_0(t) \cdot u = 1 \\ p_0(t) \geq 0 \end{cases}$$

Le système n'est toujours pas linéaire à cause du produit $p(t-1) \cdot W \cdot u \cdot p_0(t)$. L'auteur exprime $p(t)$ suivant une fonction linéaire en $p_0(t)$ par l'intermédiaire de deux approximations:

- la matrice des transitions est triangulaire;
- les proportions de départs aux différents niveaux sont égales.

Cette deuxième approximation, déjà bien simplificatrice dans le cas d'une structure hiérarchique où généralement les proportions de départ diminuent lorsqu'on s'élève vers les grades supérieurs, devient irréaliste dans le cas de la structure universitaire où les départs se produisent surtout à la fin d'un cycle. La simplification est considérable car $W.u$ est un vecteur de composantes identiques et tous les termes $p(t).W.u$ sont égaux à cette composante commune w' . La relation linéaire est alors :

$$(48) \quad p(T) = p(0). P^T + w'. \sum_{j=0}^{T-1} p_0(T-1). P^j$$

L'application de cette relation linéaire à la structure universitaire est impossible principalement à cause de la forme de la matrice W des proportions de départs et des admissions possibles qu'en certains SSP particuliers.

4.2.4.2 Propriétés de l'objectif p^*

Même dans le cas général où des admissions ont lieu à tous les niveaux, Bartholomew D. [19] démontre dans le cas d'une taille constante que certaines structures ne peuvent être atteintes quelle que soit la structure de départ $p(0)$. D'autres peuvent être possiblement atteintes suivant le $p(0)$ de départ et un dernier groupe de structures peut être atteint de n'importe où. Certaines structures p^* auraient aussi la particularité une fois atteintes de ne pouvoir se maintenir et de devoir évoluer. Une fois l'objectif p^* déterminé il s'agit donc de déterminer si p^* est réalisable et s'il est stable. Dans le cadre d'une étude pratique, il suffirait dans

le premier cas de montrer que l'on peut arriver "assez" prêt de p^* et dans le deuxième cas que l'on pourrait rester assez prêt de p^* pendant une période de temps "assez" longue.

4.2.4.3 Conditions pour la réalisation possible de l'objectif sur une période

Considérons l'intersection \mathcal{J} de l'orthant positif et de l'hyperplan $\sum_{i \in J_1 + J_2} p_i = 1$. Cette intersection est un polyèdre convexe par définition puisqu'elle est l'intersection bornée d'un nombre fini de demi-espaces fermés. La structure p^* est représentée par un point fixe de ce polyèdre convexe et les différents vecteurs p sont autant de points de \mathcal{J} se rapprochant plus ou moins de p^* . Pour que l'objectif p^* puisse être réalisable il faut qu'il existe au moins un vecteur p tel que l'on puisse passer de cette structure p à l'objectif p^* en une période et en vérifiant les contraintes (40). On peut aussi bien affirmer qu'il doit exister une solution (α, p) au système de contraintes linéaires (49) pour que l'on puisse espérer que l'objectif p^* soit réalisable:

$$(49) \quad \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha) \cdot p_j^* - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i \cdot p_{ij} = 0 ; j \in J_2 \\ (1 + \alpha) \cdot p_j^* - \alpha - p \cdot W \cdot u - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i \cdot p_{ij} \leq 0 ; j \in J_1 \\ (1 + \alpha) \cdot p_j^* - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i \cdot p_{ij} \leq 0 ; j \in J_1 \\ \sum_{j \in J_1 + J_2} p_j = 1 \\ \alpha + p \cdot W \cdot u \leq 0 \\ p_j \leq 0 ; j \in J_1 + J_2 \end{array} \right.$$

Il y a $J_1 + J_2 + 1$ variables, $J_2 + 1$ contraintes strictes et $2 J_1 + 1$ contraintes lâches.

Soit \mathcal{K}_1 l'ensemble des points tels qu'il existe au moins un ensemble (α, p) qui vérifie l'ensemble des contraintes ci-dessus. Si p^* fait partie de l'ensemble complémentaire $\overline{\mathcal{K}_1}$, on peut affirmer que l'objectif p^* est irréalizable. Essayons de préciser l'ensemble \mathcal{K}_1 . Tous les vecteurs p^* que l'on peut atteindre à partir des k sommets e_i ($i = 1, 2, \dots, k$) font partie de \mathcal{K}_1 par définition. Chaque vecteur e_i détermine ce que Bartholomew D. [19] appelle une zone primaire qui est l'ensemble des objectifs qui peuvent être atteints à partir d'un vecteur en une période. En particulier pour chaque e_i la zone primaire est déterminée par les p_j^* vérifiant:

$$(50) \quad \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha) p_j^* - p_j = 0 ; j \in J_2 \\ (1 + \alpha) p_j^* - p_{ij} \left[\alpha + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \right] p_{oj} = 0 ; j \in J_1 \\ \sum_{j \in J_1} p_{oj} = 1 \\ \alpha + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \cong 0 \\ p_{oj} \cong 0 ; j \in J_1 \end{array} \right.$$

Théorème 1: Les zones primaires sont des polyèdres convexes dont les points extrémaux correspondent aux solutions du système (50) pour toutes les combinaisons possibles d'une valeur

limite de α avec un vecteur d'admission unitaire $p_0 = e_j$; $j \in J_1$.
 Pour démontrer ce théorème il suffit de prouver, pour un
 sommet e_i quelconque, que les p_j^* obtenus pour toute straté-
 gie $[\alpha, p_0]$ permmissible sont des combinaisons linéaires des
 p_j^* correspondant à des stratégies extrêmes, c'est-à-dire que
 α a la valeur $-\sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \alpha \alpha_{\max}$ et que p_0 est un vecteur unitaire
 e_j avec $j \in J_1$.

- Soit p_m^* l'objectif obtenu avec la valeur minimale de α
 soit $-\sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}$. Ce vecteur est unique quelle que soit la
 politique des admissions.
- Soit $p_{M_j}^*$ l'objectif obtenu avec la valeur maximale α_{\max}
 couplée à une politique où toutes les admissions sont con-
 centrées en l'état j ; $j \in J_1$.
- Soit p^* un vecteur correspondant à une stratégie $[\alpha, p_0]$
 avec $-\sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ et $p_0 \geq 0$ tel que $p_0 \cdot u = 1$ et
 $p_{0j} = 0$; $j \in J_2$.

Si $P'(i)$ est la i ème colonne de la matrice transposée de P

$$(51) \quad p_m^* = \frac{P'(i)}{1 - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}}$$

$$(52) \quad p_{M_j}^* = \frac{P'(i) + (\alpha_{\max} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}) \cdot e_j}{1 + \alpha_{\max}} \quad ; j \in J_1$$

$$(53) \quad p^* = \frac{P'(i) + (\alpha + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}) \cdot p_0}{1 + \alpha}$$

Si on pose $\alpha = \lambda_1 \alpha_{\max} - \lambda_2 \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}$ avec $\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \\ \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{cases}$

$$p^* = \frac{\lambda_1 \left[P'(i) + (\alpha_{\max} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}) \cdot p_0 \right] + \lambda_2 P'(i)}{\lambda_1 (1 + \alpha_{\max}) + \lambda_2 (1 - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij})}$$

De la même façon si on pose $p_0 = \sum_{j \in J_1} \delta_j \cdot e_j$ avec $\begin{cases} \sum_{j \in J_1} \delta_j = 1 \\ \delta_j \geq 0 \end{cases}$

$$(54) \quad p^* = \frac{\lambda_1 (1 + \alpha_{\max}) \sum_j \delta_j p_{M_j}^* + \lambda_2 (1 - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}) \cdot p_m^*}{\lambda_1 (1 + \alpha_{\max}) + \lambda_2 (1 - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij})}$$

p^* est alors une combinaison linéaire convexe des points p_m^* et $p_{M_j}^*$; $j \in J_1$ qui sont les points extrémaux de la zone primaire correspondant au sommet e_i , $i \in J_1 + J_2$. La démonstration est identique dans le cas d'une zone primaire issue d'un vecteur quelconque autre qu'un sommet. Le théorème est donc général et sera utilisé dans ce sens pour les démonstrations des théorèmes 10, 11 et 12.

Pratiquement on obtient les "points extrémaux minimaux" (c'est-à-dire correspondant à la valeur limite inférieure de α) par la relation:

$$(55) \quad p_j^* = \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}} \quad ; \quad j \in J_1 + J_2$$

pour $i = 1, 2 \dots k$.

Pour compléter la détermination des k zones primaires il faut déterminer les "points extrémaux maximaux". D'un point de vue théorique si l'on ne met aucune borne supérieure à α , ces

points extrémaux correspondent à un α infini et sont donc donnés par la relation:

$$(56) \quad p^* = e_j \quad ; j \in J_1$$

Pratiquement on sait qu'un secteur ne peut avoir une expansion infinie. Généralement chaque secteur peut déterminer le coefficient α_{\max} qui est l'expansion maximale que le secteur peut se permettre d'un semestre à l'autre sans compromettre l'équilibre et la qualité de l'enseignement. Les relations donnant les points extrémaux maximaux sont alors:

$$(57) \quad \left[\begin{array}{l} p_j^* = \frac{p_{ij}}{1 + \alpha_{\max}} \quad ; j \in J_2 + \overline{J}_1 \\ p_j^* = \frac{p_{ij} + \alpha_{\max} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}}{1 + \alpha_{\max}} \quad ; j \in J'_1 \in J_1 \end{array} \right. \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, k .$$

J'_1 correspond à l'un quelconque des états où l'admission est possible.

Les systèmes (55) et (56) ou plus pratiquement (55) et (57) donnent donc les k zones primaires de \mathcal{J} . Tout point de ces zones primaires fait partie de \mathcal{A}_1 puisqu'il existe toujours un choix (α, p_0) permettant de passer d'un des sommets à ce point. Il reste maintenant à prouver qu'un vecteur p quelconque de \mathcal{U} engendre la période suivante un objectif p^* qui est combinaison linéaire des sommets des zones primaires. L'ensemble \mathcal{A}_1 serait alors un polyèdre convexe dont les points extrémaux seraient des sommets des zones primaires choisis

d'une manière telle qu'aucun sommet de zone primaire ne soit extérieur à A_1 .

Théorème 2: Les vecteurs p^* atteints en une période à partir d'un vecteur p quelconque à l'intérieur de \mathcal{J} constituent un polyèdre convexe dont tous les points sont des combinaisons linéaires convexes des sommets des zones primaires déterminés par le théorème 1. De plus chaque sommet du polyèdre convexe est combinaison linéaire convexe des sommets des zones primaires des sommets e_i correspondant à la même "stratégie extrême". Soit donc un point p quelconque. Ce point est une combinaison linéaire convexe des k vecteurs e_i précédemment déterminés. Donc $p = \sum_{i=1}^k p_i \cdot e_i$. En reportant dans (40) on peut déterminer les objectifs p^* que l'on peut atteindre en un semestre à partir de p . Ce sont les vecteurs p^* tels que:

$$(58) \quad \left[\begin{array}{l} (1+\alpha) p_j^* - \sum_{i=1}^k p_i \cdot p_{ij} = 0 ; j \in J_2 \\ (1+\alpha) p_j^* - \sum_{i=1}^k p_i \cdot p_{ij} + p_{oj} [\alpha + \sum_{i=1}^k p_i \cdot e_i \cdot W \cdot u] = 0 ; j \in J_1 \\ \sum_{j \in J_1} p_{oj} = 1 \\ \alpha + \sum_{i=1}^k p_i \cdot e_i \cdot W \cdot u \geq 0 \\ p_{oj} \geq 0 ; j \in J_1 \end{array} \right.$$

Les points extrémaux minimaux sont alors:

$$(59) \quad p_j^* = \sum_{i=1}^k p_i \cdot \left\{ \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{j=k+1}^k w_{ij}} \right\} ; j \in J_1 + J_2$$

si l'on note que $\alpha = - \sum_{i=1}^k p_i \cdot \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}$ et que $\sum_{i=1}^k p_i = 1$.

De la même façon les points extrémaux maximaux sont donnés

par:

$$(60) \quad p^* = \sum_{i=1}^k p_i \cdot e_j \quad ; j \in J_1$$

si α peut être aussi grand qu'on le désire et

$$(61) \quad \left[\begin{array}{l} p_j^* = \sum_{i=1}^k p_i \cdot \frac{p_{ij}}{1 + \alpha_{\max}} \quad ; j \in J_2 + \overline{J'_1} \\ p_j^* = \sum_{i=1}^k p_i \cdot \frac{p_{ij} + \alpha_{\max} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}}{1 + \alpha'_{\max}} \quad ; j \in J'_1 \in J_1 \end{array} \right.$$

si α est limité à la valeur α_{\max} .

En comparant (59) (60) (61) avec (55) (56) (57) on constate que les points extrémaux de la zone primaire de p sont des combinaisons linéaires convexes des points extrémaux des k zones primaires des e_i . D'où le théorème 2 et le Corrolaire 3;

Corrolaire 3: Aucun des vecteurs-objectifs p^* situés à l'extérieur du polyèdre convexe \mathcal{A}_1 n'est réalisable. L'ensemble des points extrémaux de ce polyèdre convexe est inclus dans les points p^* déterminés par les relations (55) et (56) ou (55) et (57) suivant que l'expansion du secteur peut être infinie ou limitée plus pratiquement à α_{\max} . Les points intérieurs à \mathcal{A}_1 peuvent être atteints au moins une fois à partir d'au moins un vecteur de \mathcal{J} .

Théorème 4: Le fait de n'accepter des admissions qu'à certains niveaux ne peut que réduire ou au pire laisser inchangé le polyèdre convexe \mathcal{A}_1 obtenu dans le cas d'admissions possibles dans tous les états.

En effet supposons un système où J_1 états admettent des admissions et J_2 n'en admettent pas. Le fait de faire passer un état de l'ensemble J_2 à J_1 crée un point extrémal supplémentaire pour chaque zone primaire. Celles-ci sont donc égales ou supérieures en surface à ce qu'elles étaient auparavant. Il en est de même pour le polyèdre convexe \mathcal{A}_1 englobant l'ensemble des points combinaisons linéaires de points situés dans les zones primaires. Dans le cas d'un état où les transitions de passage vers d'autres états à l'intérieur du système sont impossibles, le fait de passer de l'ensemble J_2 à J_1 peut laisser \mathcal{A}_1 inchangé. Dans tous les autres cas \mathcal{A}_1 est augmenté.

Théorème 5: Le fait de permettre une certaine variation de la taille du secteur augmente le polyèdre convexe \mathcal{A}_1 obtenu dans le cas d'une taille constante ($\alpha = 0$).

En effet lorsque $\alpha = 0$ on obtient un polyèdre convexe \mathcal{A}_1 . Lorsque α varie, les points extrémaux de ce polyèdre convexe deviennent combinaisons linéaires de nouveaux points extrémaux correspondant à $\alpha = -\sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}$ et à $\alpha_{\max} > 0$. Le polyèdre \mathcal{A}_1 s'aggrandit donc quand α devient variable.

4.2.4.4. Exemple numérique sur la détermination de \mathcal{A}_1

Soit le système à 5 états dont les 3 premiers pourraient correspondre au Baccalauréat et les deux suivant à la Maîtrise.

Les matrices P et W sont respectivement les suivantes :

$$P = \begin{bmatrix} .2 & .6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .2 & .7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .2 & .2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .5 & .1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .8 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} .2 & 0 & 0 \\ .1 & 0 & 0 \\ .1 & .5 & 0 \\ 0 & .2 & .2 \\ 0 & 0 & .2 \end{bmatrix}$$

Seules des admissions dans les états 1 et 4 sont possibles.

Les points extrémaux minimaux des 5 zones primaires sont les points suivants numérotés par des nombres impairs.

$$[1/4, 3/4, 0, 0, 0] \longrightarrow 1 \text{ et } 3$$

$$[0, 2/9, 7/9, 0, 0] \longrightarrow 5 \text{ et } 7$$

$$[0, 0, 1/2, 1/2, 0] \longrightarrow 9 \text{ et } 11$$

$$[0, 0, 0, 5/6, 1/6] \longrightarrow 13 \text{ et } 15$$

$$[0, 0, 0, 0, 1] \longrightarrow 17 \text{ et } 19$$

Pour chaque e_i , les deux points extrémaux minimaux correspondent à l'admission dans l'état 1 ou l'état 4 sont confondus puisqu'en fait à ces points l'admission est nulle puisque

$$\alpha = - e_i \cdot W \cdot u = - \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} .$$

On remarque que la borne inférieure de α est d'autant plus basse qu'il y a un fort pourcentage de départs hors du système.

Y

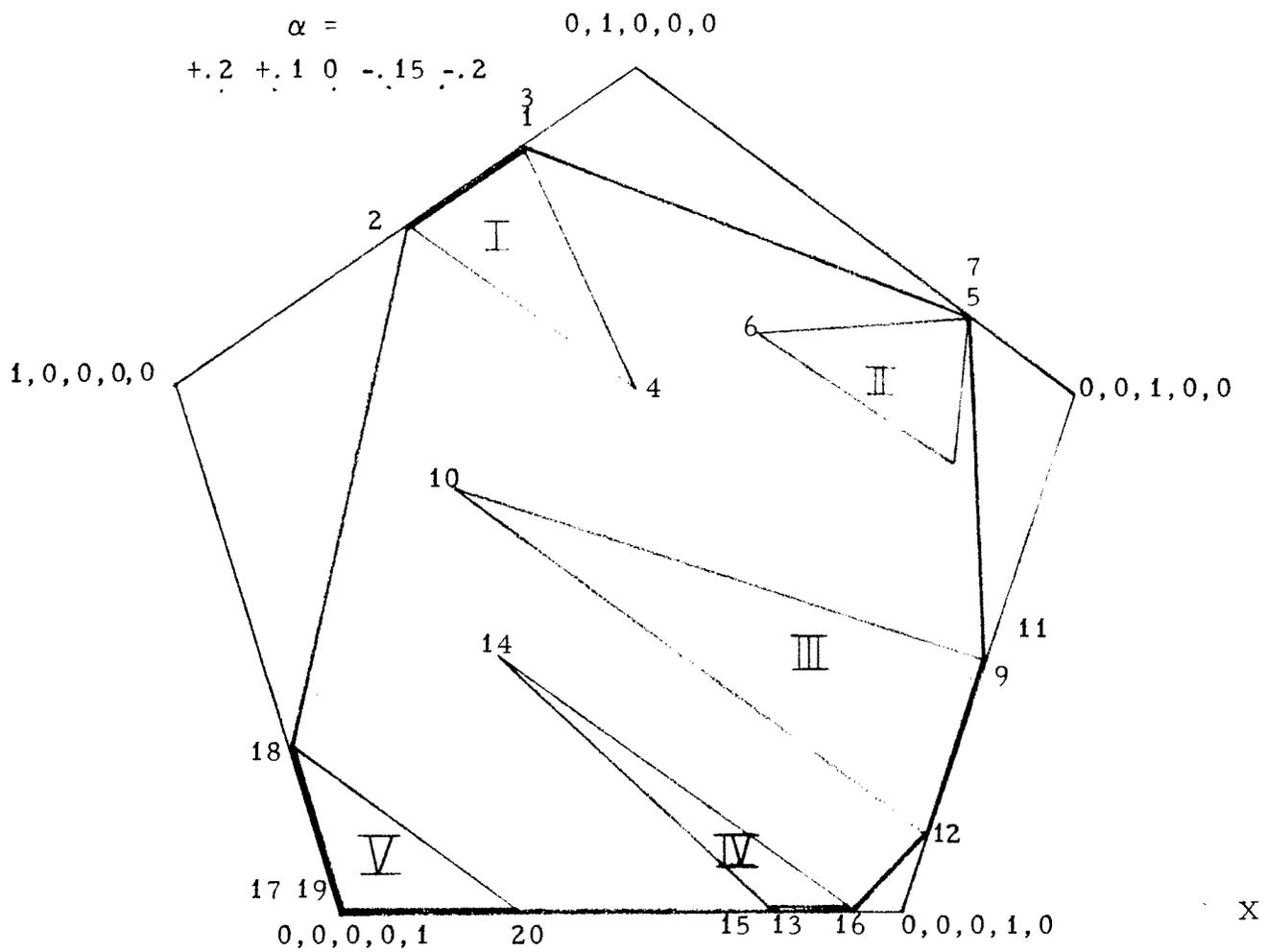


Figure 16 - Représentation de α_1 et des zones primaires des e_i .

Les points extrémaux maximaux sont 1, 0, 0, 0, 0 et 0, 0, 0, 1, 0 dans le cas où la borne supérieure de α est infinie.

Dans le cas d'une borne supérieure $\alpha_{\max} = .2$ les points extrémaux maximaux sont:

$$\begin{aligned}
& [1/2, 1/2, 0, 0, 0] \rightarrow 2; [0, 0, 1/6, 5/6, 0] \rightarrow 12 \\
& [1/6, 1/2, 0, 1/3, 0] \rightarrow 4; [1/4, 0, 0, 5/12, 1/12] \rightarrow 14 \\
& [1/4, 1/2, 7/12, 0, 0] \rightarrow 6; [0, 0, 0, 11/12, 1/12] \rightarrow 16 \\
& [0, 1/6, 7/12, 1/4, 0] \rightarrow 8; [1/3, 0, 0, 0, 2/3] \rightarrow 18 \\
& [3/4, 0, 1/6, 1/6, 0] \rightarrow 10; [0, 0, 0, 1/3, 2/3] \rightarrow 20
\end{aligned}$$

Dans le cas de $\alpha_{\max} = .2$, le polyèdre convexe \mathcal{C}_1 est constitué par les sommets 2, 3, 5, 9, 12, 16, 18, 19, 4, 6, 8, 10, 14. A l'extérieur de ce polyèdre convexe aucun objectif n'est réalisable. La représentation graphique utilisée pour la Figure 16, est complètement fictive et ne sert qu'à visualiser d'une manière quelconque les différentes zones primaires. L'application, dans un but purement représentatif, de l'espace à 5 dimensions dans l'espace plan se fait par les lois de correspondance non-univoque suivantes :

$$(62) \quad \begin{cases} X = \sum_{i=1}^5 p_i x_i \\ Y = \sum_{i=1}^5 p_i y_i \end{cases}$$

x_i, y_i étant les coordonnées des 5 vecteurs e_i dans le système de référence choisi.

4.2.4.5 Conditions pour la réalisation possible de l'objectif en T périodes

Pour que l'objectif p^* puisse être réalisable il faut qu'il existe au moins une structure $p(0) \in \mathcal{J}$ telle qu'il soit possible de passer de cette structure $p(0)$ à p^* en T périodes et en vérifiant à chaque période le système de contraintes (40).

Tous les objectifs p^* réalisables seront donc solutions du système (63) où $p(0)$ peut être n'importe quelle structure de J .

$$(63) \left[\begin{array}{l} p^* \cdot \prod_{t=1}^T (1 + \alpha_t) - p(0) \cdot \prod_{t=1}^T [P + W.u.p_o(t)] - \sum_{k=1}^T \left\{ \prod_{t=1}^{k-1} (1 + \alpha_t) \alpha_{k p_o(k)} \right. \\ \left. \prod_{t=k+1}^T [P + W.u.p_o(t)] \right\} = 0 \\ \text{avec } \prod_{a=1}^b = 1 \text{ si } b < a \\ p_o(t) \cdot u = 1 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \\ p_{oj}(t) = 0 \quad ; j \in J_2 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \\ p_{oj}(t) \geq 0 \quad ; j \in J_1 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \\ \alpha_t + p(t-1) \cdot W.u \geq 0 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \\ \alpha_t - \alpha_{\max} \leq 0 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \\ p(0) \cdot u = 1 \end{array} \right.$$

Théorème 6: L'ensemble des objectifs que l'on peut atteindre en t périodes à partir d'une structure initiale $p(0)$ est un polyèdre convexe.

D'après le Théorème 1 on sait que les zones primaires sont des polyèdres convexes. Chaque sommet de ces zones primaires détermine sa propre zone primaire qui en vertu de ce même théorème est toujours un polyèdre convexe. Prouvons qu'à un objectif $p^*(1)$ d'une zone primaire d'une structure initiale $p(0)$ quelconque correspond une zone primaire dont tous les points sont des combinaisons linéaires convexes de vecteurs des zones

primaires déterminées par les sommets de la zone primaire du vecteur e_i .

Soit un point quelconque $p^*(2)$ de la zone primaire de $p^*(1)$ correspondant à une stratégie permmissible $[\alpha_2, p_0(2)]$.

Soit $p_m^*(1)$ et $p_{M_j}^*(1)$ les sommets de la zone primaire d'un vecteur e_i quelconque suivant la notation utilisée pour démontrer le théorème 1.

Pour la même stratégie $[\alpha_2, p_0(2)]$ on obtient à partir de ces sommets, des vecteurs $p_m^*(2)$ et $p_{M_j}^*(2)$ de leurs zones primaires correspondantes.

$$(64) \quad \begin{cases} (1 + \alpha_2) \cdot p_m^*(2) = p_m^*(1) + [\alpha_2 + p_m^*(1) \cdot W \cdot u] \cdot p_0(2) \\ (1 + \alpha_2) \cdot p_{M_j}^*(2) = p_{M_j}^*(1) + [\alpha_2 + p_{M_j}^*(1) \cdot W \cdot u] p_0(2); j \in J_1 \end{cases}$$

$p^*(2) = \frac{p^*(1) + [\alpha_2 + p^*(1) \cdot W \cdot u] p_0(2)}{1 + \alpha_2}$ est-il une combinaison linéaire convexe de $p_m^*(2)$ et $p_{M_j}^*(2)$?

Comme

$$(65) \quad p^*(1) = \lambda_0 p_m^*(1) + \sum_{j \in J_1} \lambda_j p_{M_j}^*(1)$$

avec $\lambda_0 + \sum_{j \in J_1} \lambda_j = 1$ et $\lambda_0, \lambda_j \geq 0$,

on déduit $p^*(2) = \lambda_0 p_m^*(2) + \sum_{j \in J_1} \lambda_j p_{M_j}^*(2)$. Comme d'après le théorème 1 on sait que les vecteurs $p_m^*(2)$ et $p_{M_j}^*(2)$ sont eux-mêmes dans les zones primaires de $p_m^*(1)$ et $p_{M_j}^*(1)$, on peut affirmer que toute combinaison linéaire convexe entre les vecteurs des zones primaires des sommets d'une zone primaire

d'un vecteur e_i détermine la zone secondaire de ce vecteur qui est donc un polyèdre convexe. Par le même raisonnement on démontre que la zone t -ième est un polyèdre convexe dont les sommets se trouvent parmi $[1 + J_1 \max]^t$ vecteurs $p(t)$ correspondant à tous les arrangements $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_t]$ et $[p_0(1), p_0(2) \dots p_0(t)]$ possibles, avec les valeurs:

- . de α_t restreintes à $-p(t-1) \cdot W \cdot u$ ou α_{\max} ,
- . de $p_0(t)$ restreintes à e_j ; $j \in J_1$.

$J_1 \max$ est le nombre d'états inclus dans J_1 .

Théorème 7: Les vecteurs correspondant à des politiques constantes pendant t semestres, pour des combinaisons des valeurs "extrêmes" du coefficient de variation de taille et du vecteur des proportions d'admission, sont des sommets du polyèdre convexe constituant la zone t -ième.

Ces combinaisons possibles sont au nombre de $[1 + J_1 \max]$ comme nous l'avons vu précédemment, soit:

$$(66) \quad \begin{cases} \alpha = -p(t-1) \cdot W \cdot u & \text{et } p_0 \text{ indifférent} \\ \alpha = \alpha_{\max} & \text{et } p_0 = e_j ; j \in J_1 \end{cases}$$

Soit $p_m^*(t)$ et $p_{M_j}^*(t)$ les $[1 + J_1 \max]$ sommets de base correspondant aux différentes stratégies extrêmes. Si $p_m^*(t)$ et $p_{M_j}^*(t)$ n'étaient pas des sommets de la zone t -ième, ils seraient des combinaisons linéaires convexes des L sommets $p_{S_\ell}^*(t)$ soit:

$$(67) \quad p_m^*(t) = \sum_{\ell=1}^L \lambda_\ell \cdot p_{S_\ell}^*(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sum_{\ell=1}^L \lambda_\ell = 1 \\ \lambda_\ell \geq 0 ; \ell = 1, \dots, L \end{cases}$$

Cette relation peut aussi bien s'écrire au niveau de la première composante des vecteurs soit

$$(68) \quad p_{1m}^*(t) = \sum_{\ell=1}^L \lambda_{\ell} \cdot p_{1S_{\ell}}^*(t)$$

Or il est évident que cette stratégie minimise la première composante des vecteurs $p^*(t)$

$$(69) \quad p_{1m}^*(t) = \min [p_{1}^*(t)]$$

Si les L sommets sont distincts, il est impossible de trouver des λ_{ℓ} satisfaisant la relation (68) puisque les valeurs $p_{1S_{\ell}}^*(t)$ sont supérieures à $p_{1m}^*(t)$.

De la même façon il faudrait prouver que

$$p_{M_j}^*(t) = \sum_{\ell=1}^L \lambda_{\ell} \cdot p_{S_{\ell}}^*(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sum_{\ell=1}^L \lambda_{\ell} = 1 \\ \lambda_{\ell} \geq 0 ; \ell = 1, 2, \dots, L. \end{cases}$$

Or on sait que pour chaque $j \in J_1$, on a

$$(70) \quad p_{jM_j}^*(t) = \max [p_{j}^*(t)] ; \quad j \in J_1.$$

Les relations

$$(71) \quad p_{jM_j}^*(t) = \sum_{\ell=1}^L \lambda_{\ell} \cdot p_{jS_{\ell}}^*(t) ; \quad j \in J_1$$

sont donc impossibles et les J_1 max vecteurs $p_{M_j}^*(t)$ sont bien des sommets de la zone t -ième.

Ce théorème est utile pour le calcul de la zone t -ième car il permet d'éliminer tous les vecteurs issus des sommets de la $(t-1)$ -ième zone et combinaisons linéaires des $1+J_1$ max sommets de base de la zone t -ième. Les calculs en sont allégés et l'exploration jusqu'à des horizons plus lointains est rendue possible.

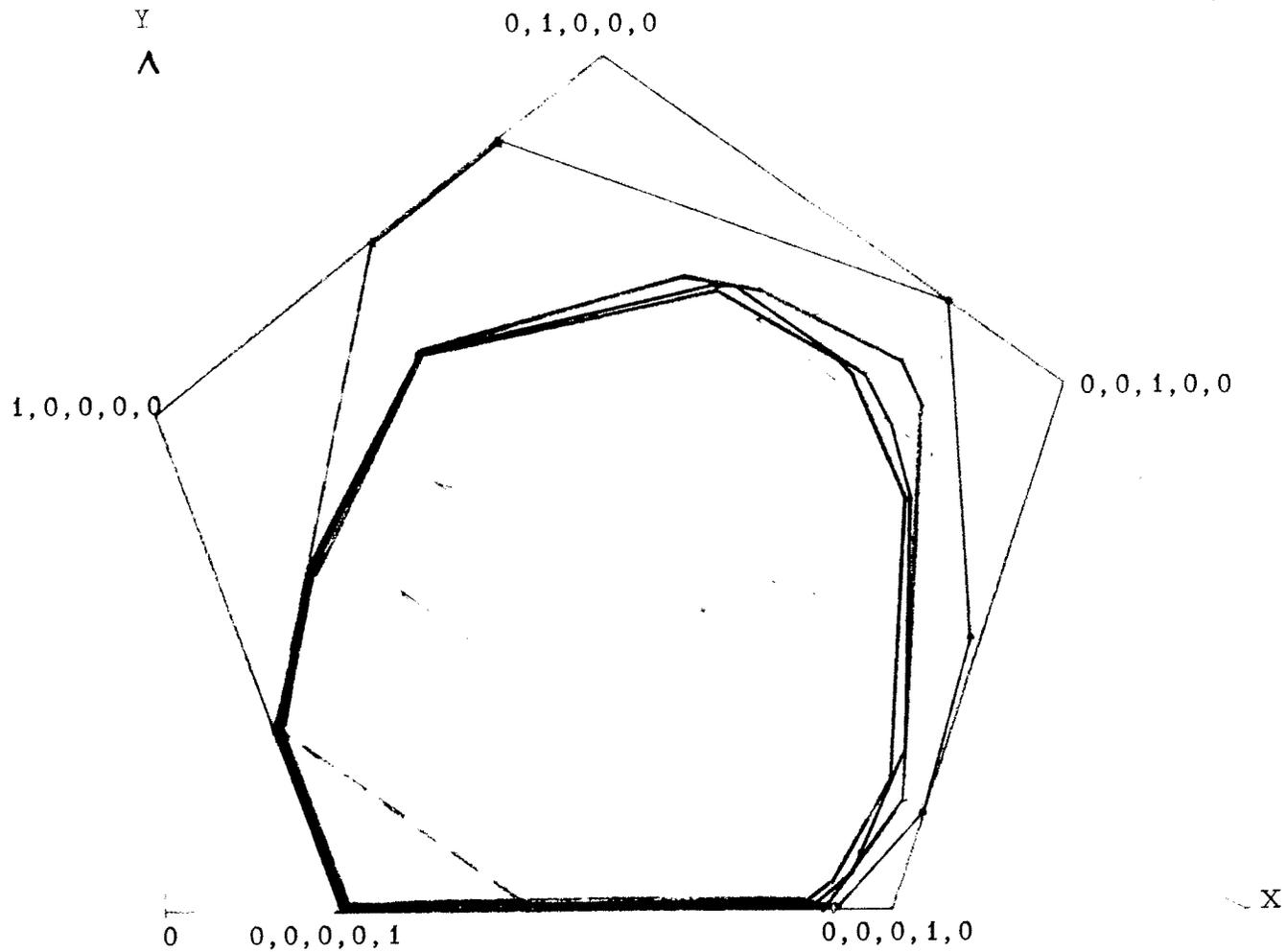
La structure $p(0)$ étant une combinaison linéaire convexe des sommets e_i l'objectif p^* pour être réalisable devra en vertu des théorèmes 6 et 2 se trouver dans le polyèdre convexe déterminé par les sommets des zones t -ièmes des sommets e_i . On définit ainsi un polyèdre convexe \mathcal{A}_t qui comprend l'ensemble des structures qu'il est possible d'atteindre à partir d'au moins un point de \mathcal{J} en t périodes.

Si le système doit fonctionner d'une manière permanente, ou s'il fonctionne déjà depuis un certain nombre de périodes, on devra donc s'assurer que l'objectif désiré est bien intérieur au polyèdre convexe \mathcal{A}_∞ représentant le domaine limite vers lequel tendent les polyèdres convexes \mathcal{A}_t au fur et à mesure que t augmente. Bien que cette convergence n'ait pas été prouvée théoriquement, on constate expérimentalement qu'après quelques périodes (5 à 8), avec des matrices de transition réalistes, les polyèdres convexes \mathcal{A}_t ont pratiquement convergé vers \mathcal{A}_∞ .

4.2.4.6 Détermination expérimentale des domaines \mathcal{A}_t

A l'aide des programmes de calcul décrit en 4.2.5 les zones 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 etc.. de chaque sommet ont été calculées. Très rapidement le nombre de sommets croît, même si on élimine chaque période à l'aide du sous-programme EPUR décrit en 4.2.5 les structures qui sont combinaisons linéaires convexes d'un certain nombre d'autres structures. En effet le polyèdre convexe peut très rapidement être assimilé à un polyèdre convexe

ayant une infinité d'arêtes. Plutôt que le polyèdre convexe \mathcal{A}_t réel, une approximation de ce polyèdre a été calculée en éliminant les structures trop voisines de certaines autres structures même si elles représentent des sommets et ne sont pas des combinaisons linéaires convexes de ces autres structures. Cette approximation peut être plus ou moins voisine de la réalité suivant le choix du paramètre FE qui limite plus ou moins le nombre de sommets de \mathcal{A}_t . La définition précise du paramètre FE est présentée en 4.2.5.2. Si l'on reprend les mêmes données que dans l'exemple 4.2.4.4 les polyèdres semblent converger très rapidement et après 5 ou 6 périodes on peut assimiler très facilement les polyèdres convexes \mathcal{A}_t à \mathcal{A}_∞ . Les sommets des zones \mathcal{A}_1 jusqu'à \mathcal{A}_6 sont présentés dans l'Annexe 9. Pour une même zone le nombre de sommets peut varier suivant la valeur de FE. Les mêmes restrictions formulées en 4.2.4.4 au sujet de la Figure 16 s'appliquent à la Figure 17 où l'application de l'espace à 5 dimensions sur l'espace plan se fait toujours suivant les formules de correspondance (62).



- | | |
|-------|------------|
| | 1 période |
| ———— | 3 périodes |
| ———— | 4 périodes |
| ———— | 5 périodes |

Figure 17 - Représentation des polyèdres convexes A_3 , A_4 et A_5

4.2.4.7 Conditions pour la stabilité de l'objectif

Pour qu'un objectif soit stable, il suffit qu'il puisse se maintenir pendant une période à la valeur désirée puisque les contraintes (40) ne font intervenir que $p(t-1)$ et $p(t)$. Le cas stationnaire doit donc être possible et p^* doit pouvoir être atteint à partir de p^* . Les contraintes que le système doit vérifier pour que p^* soit stable sont les suivantes:

$$(72) \quad \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha) \cdot p_j^* - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i^* \cdot P_{ij} = 0 ; j \in J_2 \\ (1 + \alpha) \cdot p_j^* - p_{0j}(\alpha + p^* \cdot W \cdot u) - \sum_{i \in J_1 + J_2} p_i^* \cdot P_{ij} = 0 ; j \in J_1 \\ \sum_{j \in J_1} P_{0j} = 1 \\ \alpha + p^* \cdot W \cdot u > 0 \\ P_{0j} \geq 0 ; j \in J_1 \end{array} \right.$$

Théorème 8: Dans le cas d'une matrice P de proportions où un état peut être atteint à partir de n'importe lequel des états inférieurs, l'objectif p^* pour être stable doit comprendre:

- a) une suite de termes positifs ou
- b) une suite de termes nuls puis uniquement positifs à partir d'un certain p_j^* (qui est un des états avec admission ou le k ème état du système).

En effet, s'il n'en était pas ainsi le vecteur p^* serait composé de termes positifs puis de termes nuls et positifs. Ceci est irréalisable car il doit, d'après l'hypothèse, y avoir une possibilité de passer des états inférieurs au premier état j dont le terme p_j^* est nul. Comme les termes correspondant aux états inférieurs sont tous positifs, le terme p_j^* ne pourrait être nul et ainsi de suite pour les autres termes nuls.

Remarques

- 1/ L'hypothèse posée sur la forme de P n'est pas restrictive puisqu'elle correspond bien à une structure d'enseignement où tous les états de la structure peuvent être atteints à partir d'un certain cheminement à travers les états inférieurs. Ceci n'interdit pas à un état d'être atteint à partir d'un niveau supérieur comme c'est le cas des états d'inactivité temporaire qui diffusent vers le bas à condition qu'une communication soit alors possible vers l'état considéré.
- 2) En longue période on peut admettre que l'alternative a/ du théorème 8 prévaut. Il est en effet hypothétique d'étudier une structure universitaire dont les premiers états n'ont aucun étudiant.
- 3/ Dans le cas d'états supérieurs où l'admission et la promotion interne sont nuls il est évident que ces états ne doivent pas apparaître dans la structure.
- 4/ Le cas où la promotion interne est nulle et où l'admission est positive est tout-à-fait improbable si l'on tient compte du

fait que les proportions de la matrice P sont des estimations portant sur plusieurs périodes.

5/ Dans le cas de l'alternative b/ du théorème 8, il est toujours possible de se ramener au cas a/ en supprimant les états du début où la proportion d'étudiants est nulle. Pour ce qui est de l'étude de la stabilité, le problème est alors inchangé si ce n'est que la contrainte sur α peut être moins rigoureuse, suivant la valeur des p_{jj} correspondant aux états abandonnés (voir théorème no.9). Dans ce qui suit nous supposons toujours l'alternative a/ du théorème 8 réalisée.

Théorème 9: Pour que l'existence de solutions stables soient possibles, il faut que le coefficient de variation de taille du secteur soit supérieur au maximum des termes $[p_{jj}-1]$ pour tout $j \in J_1 + J_2$.

Soit le système suivant tiré de (72) en considérant toujours que $P(j)$ est la j -ième colonne de P et que e^j est un vecteur unitaire de dimensions $k \times 1$.

$$(73) \left[\begin{array}{l} p^* [e'_j(1+\alpha) - P(j)] \\ p^* [e'_j(1+\alpha) - P(j)] - [\alpha + p^* \cdot W \cdot u] p_{0j} \\ \sum_{j \in J_1} p_{0j} \\ \alpha + p^* \cdot W \cdot u \\ p_{0j} \end{array} \right. \begin{array}{l} = 0 ; j \in J_2 \\ = 0 ; j \in J_1 \\ = 1 \\ > 0 \\ \geq 0 ; j \in J_1 \end{array}$$

Tous les termes du vecteur $[e'_j(1+\alpha) - P(j)]$ sont négatifs ou nuls sauf le j -ième terme qui dépend de α . Puisque tous les termes de p^* sont positifs la seule possibilité que le membre de gauche soit positif ou nul est donc que α soit supérieur à p_{jj}^{-1} .

Donc $\alpha > \max_{j \in J_1 + J_2} [p_{jj}^{-1}]$.

Théorème 10: Pour une valeur de α supérieure à $\max_{j \in J_1 + J_2} [p_{jj}^{-1}]$ le domaine \mathcal{M}_α des solutions stables p^* est un polyèdre convexe ayant comme sommet les vecteurs lignes normalisés de la matrice $[(1 + \alpha) - P]^{-1}$ correspondant aux états où l'admission est possible.

Le système (72) pourrait être écrit d'une manière équivalente sous la forme suivante:

$$(74) \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha) p^* - [\alpha + p^* \cdot W \cdot u] \cdot p_0 \\ p_0 \cdot u \\ p_{0j} \\ p_{0j} \\ \alpha + p^* \cdot W \cdot u \end{array} \right. \begin{array}{l} = p^* \cdot P \\ = 1 \\ = 0 ; j \in J_2 \\ \geq 0 ; j \in J_1 \\ > 0 \end{array}$$

En fait p_{01} doit être positif sinon on supprime des états initiaux (voir remarque 5/). Soit $\widetilde{1 + \alpha}$ la matrice ayant tous ses éléments nuls sauf les éléments diagonaux égaux à $1 + \alpha$.

$$(75) \quad (1 + \alpha) \cdot p^* = p^* \cdot \widetilde{(1 + \alpha)}$$

La contrainte (74a) s'écrit alors

$$(76) \quad p^* \cdot [\widetilde{(1 + \alpha)} - P] = [\alpha + p^* \cdot W \cdot u] \cdot p_0 \cdot$$

Puisque $\alpha > \max_j [p_{jj} - 1]$, tous les éléments de la diagonale de la matrice $[\widetilde{(1 + \alpha)} - P]$ sont positifs. Cette matrice est donc régulière et elle admet un inverse pour toutes les valeurs de α supérieures à $\max_j [p_{jj} - 1]$. Donc :

$$(77) \quad p^* = [\alpha + p^* \cdot W \cdot u] \cdot p_0 \cdot [\widetilde{(1 + \alpha)} - P]^{-1}$$

Les contraintes (74b) (74c) et (74d) nous indiquent que p^* est une combinaison linéaire convexe de J_1 lignes de la matrice $[\widetilde{(1 + \alpha)} - P]^{-1}$. Ces J_1 lignes sont les lignes correspondant aux états où l'admission est possible. Le terme $[\alpha + p^* \cdot W \cdot u]$ est un terme de normalisation pour que la somme des p_j^* soit égale à 1 puisqu'on sait que la contrainte $p^* \cdot u = 1$ est implicite dans le système (74).

Corrolaire 11 Tout vecteur extérieur au polyèdre convexe \mathcal{A}_α associé à une valeur de α ne peut être une solution stable.

Tout vecteur intérieur au polyèdre convexe peut être conservé indéfiniment si on applique une politique d'admission constante dans le temps du type $p_0 = \frac{(1 + \alpha) \cdot p^* - p^* \cdot P}{\alpha + p^* \cdot W \cdot u}$.

Evident à partir du théorème 8 et du système (74).

Le domaine \mathcal{M} des solutions stables p^* est constitué de l'ensemble des polyèdres convexes \mathcal{M}_α associés aux valeurs de α supérieures à $\max_j [p_{jj}-1]$ et inférieures ou égales à α_{\max} . Bien que la détermination des \mathcal{M}_α soit très précise, celle de \mathcal{M} est plus délicate et il semblerait que pratiquement la détermination point par point soit la manière la plus rapide de déterminer \mathcal{M} . En fait il n'est pas nécessaire de s'attarder sur la détermination de \mathcal{M} car l'intérêt pratique d'une telle étude est faible. Si une structure se trouve dans \mathcal{M} cela indique qu'il existe une valeur du coefficient de variation de taille α telle que la structure peut être conservée indéfiniment. Si cette valeur de α est très différente de la valeur désirée de α , une stabilité à ce niveau ne présente pas d'intérêt. C'est donc généralement un domaine \mathcal{M}_α particulier qu'il s'agit d'atteindre et le fait de se trouver à l'intérieur ou à l'extérieur de \mathcal{M} n'apporte aucun intérêt supplémentaire à une structure.

Remarques: 1/ Nous avons envisagé le cas assez courant où $\max_j [p_{jj}-1]$ est supérieur à $-p^*.W.u.$ puisque dans ce cas certaines valeurs de $-p^*.W.u. < \alpha \leq \max_j [p_{jj}-1]$ engendrent des polyèdres convexes \mathcal{M}_α nuls car le système (73) ne peut être vérifié. L'autre cas où $p^*.W.u.$ est supérieur à $\max_j [p_{jj}-1]$ ne présente pas de problème puisqu'alors les valeurs de α sont limitées à des valeurs supérieures à $-p^*.W.u.$ qui permettent toujours l'existence de polyèdres convexes \mathcal{M}_α non nuls

puisque le système (73) peut toujours être vérifié pour ces valeurs.

2/ Le cas $\alpha = -p^* \cdot W \cdot u$ doit être écarté car dans ce cas p_0 est indéterminé et l'équation (74a) aboutit à l'identité

$p^* = p^* [P + W \cdot u \cdot p^*] = p^*$ correspondant à une seconde indétermination. En fait ceci correspond au cas où il n'y a plus aucune admission et où le système tend vers un ensemble d'états vides pour lesquels p_0 et p n'ont plus de sens et sont indéterminés (o/o) quoique $p_0 \cdot u$ et $p \cdot u$ soient toujours égaux à 1.

3/ Nous savons que tout point à l'intérieur de \mathcal{A}_1 peut être atteint au moins une fois à partir d'au moins un point particulier de \mathcal{J} (Théorème 1). Nous savons qu'il existe une politique d'admission constante dans le temps qui permet pour un coefficient de variation de taille constant de se maintenir sur un objectif stable aussi longtemps qu'on le désire. Le problème est maintenant de savoir si les objectifs stables correspondant à un polyèdre \mathcal{A}_α peuvent être atteints à partir de n'importe quel point de \mathcal{J} . Ceci peut être démontré rigoureusement pour

$\alpha = 0$. Dans ce cas:

$$(78) \quad p(T) = p(0) \cdot \prod_{t=1}^T [P + W \cdot u \cdot p_0(t)]$$

$[P + W \cdot u \cdot p_0(t)]$ étant une matrice stochastique, il existe une politique d'admission constante dans le temps p_0 qui permet d'approcher aussi près qu'on le désire p^* situé dans \mathcal{A}_0 .

En effet $[P + W \cdot u \cdot p_0]^t$ tend vers un comportement limite et il existe alors une structure p^* telle que $p^* = p^* [P + W \cdot u \cdot p_0]^\infty$

ce qui est la définition d'une structure stable.

Pour le cas de $\alpha \neq 0$, une preuve aussi rigoureuse n'a pu être trouvée et il faut se reporter au paragraphe 4.2.4.9 pour une résolution numérique du problème.

4.2.4.8 Détermination du domaine \mathcal{M}

Reprenons les mêmes données que dans l'exemple 4.2.4.4.

D'après le théorème 8 on voit que α doit être supérieur à $-.2 = \max_j [p_{jj} - 1]$.

Soit donc $\alpha = -.2 + \varepsilon$ (avec $\varepsilon > 0$) comme limite inférieure de α .

$$[(1+\alpha)\tilde{P}] = \begin{bmatrix} 6+\varepsilon & -.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .6+\varepsilon & -.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .6+\varepsilon & -.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .3+\varepsilon & -.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$[(1+\alpha)\tilde{P}]^{-1} \approx \begin{bmatrix} 1.666 & 1.666 & 1.935 & .129 & .013/\varepsilon \\ 0 & 1.666 & 1.935 & .129 & .013/\varepsilon \\ 0 & 0 & 1.666 & .111 & .011/\varepsilon \\ 0 & 0 & 0 & 3.332 & .333/\varepsilon \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\varepsilon \end{bmatrix}$$

Quand $\varepsilon \rightarrow 0$, la valeur limite de p^* est le point $[0, 0, 0, 0, 1]$.

Cette limite est exclue du domaine \mathcal{M} des solutions stables puisque α ne peut être égal à $-.2$.

Si l'on choisit $\alpha_{\max} = .2$ comme dans 4.2.4.4 on a la limite supérieure de \mathcal{A}_b . La structure b est aussi exclue de \mathcal{A}_b puisque p_{01} doit être positif sinon l'alternative $b/$ du théorème 4 se produirait et on devrait supprimer des états au début de la structure comme l'indique la Remarque 5 de 4.2.4.7.

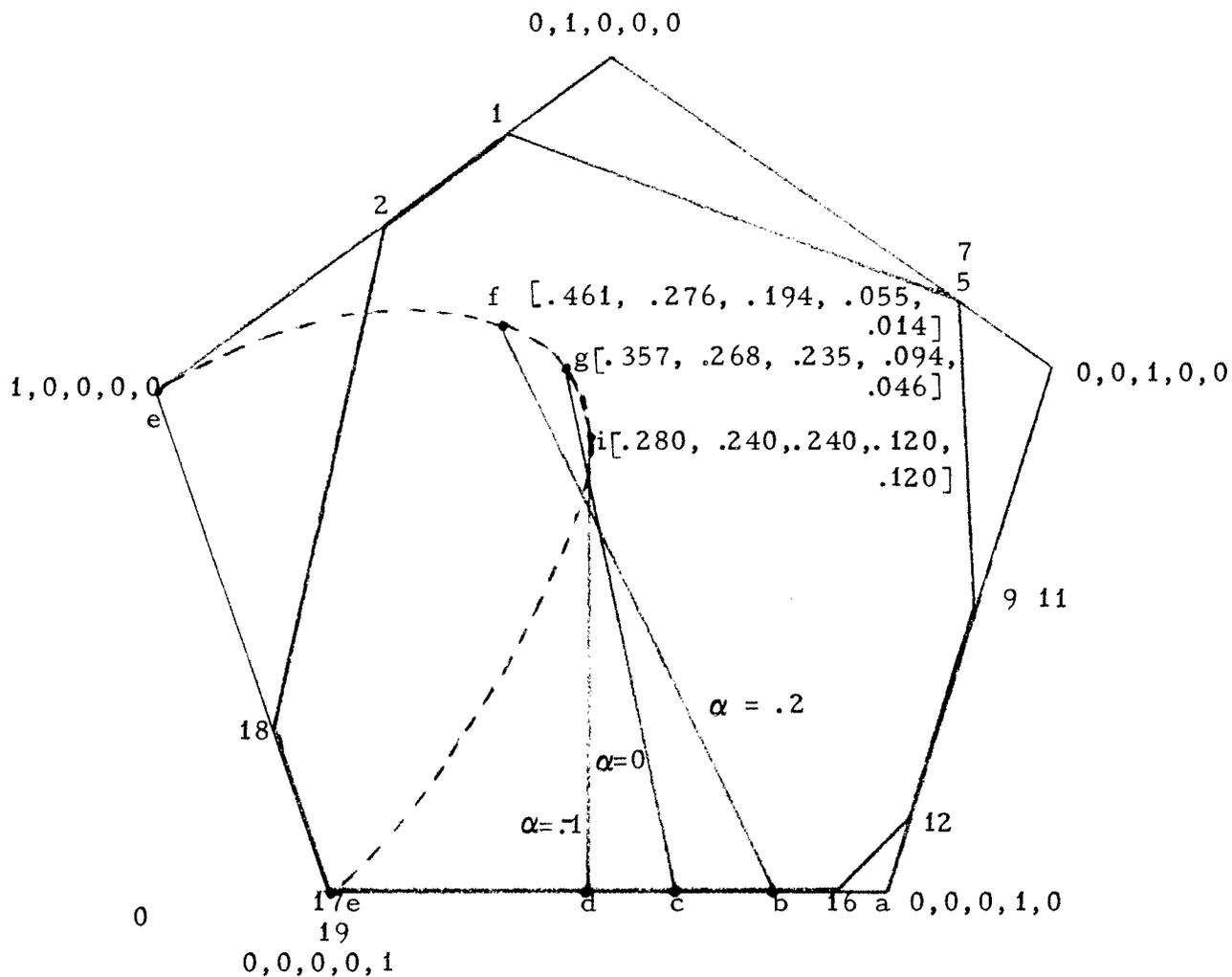
$$[(1+\alpha)-P] = \begin{bmatrix} 1 & -.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .7 & -.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .4 \end{bmatrix}$$

$$[(1+\alpha)-P]^{-1} = \begin{bmatrix} 1.000 & .600 & .420 & .120 & .030 \\ 0 & 1.000 & .700 & .200 & .050 \\ 0 & 0 & 1.000 & .286 & .071 \\ 0 & 0 & 0 & 1.430 & .357 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.500 \end{bmatrix}$$

Lorsque $\alpha = .2$, p^* pour être stable doit être une combinaison linéaire convexe des deux vecteurs $[\ .461 \ .276 \ .194 \ .055 \ .014]$ et $[0 \ 0 \ 0 \ .8 \ .2]$.

Dans le cas des trois hypothèses d'expansion: "optimiste" ($\alpha = .2$), "moyenne" ($\alpha = 0$) et "pessimiste" ($\alpha = -.1$), la figure 18 montre les trois polyèdres convexes $\mathcal{A}_{b.2}$, $\mathcal{A}_{b.0}$ et $\mathcal{A}_{b.-.1}$ correspondant à ces trois valeurs de α . Les points b , c , d sont exclus des polyèdres convexes.

Y



X

Figure 18 - Représentation de divers polyèdres convexes

 \mathcal{M}_α

4.2.4.9 Structures communes à toutes les zones

\mathcal{A}_1 est l'ensemble des objectifs p^* que l'on peut atteindre à partir d'au moins une structure $p(0) \in \mathcal{J}$ en 1 période. Or dans \mathcal{A}_1 certaines structures ne peuvent être atteintes que

dans certains cas en partant de structures initiales $p(0)$ bien particulières. Ainsi dans l'exemple 4.2.4.4 certains sommets des polyèdres \mathcal{A}_1 ne peuvent être atteints que si la structure originale $p(0)$ est identique à e_5 . Partant de tout autre structure de \mathcal{J} ces sommets ne peuvent jamais être atteints quels que soient p_0 et α . Il serait donc utile de vérifier si certaines structures ne peuvent pas être atteintes très rapidement par tous les points de \mathcal{J} . Soit donc \mathcal{B}_t le domaine des structures qui peuvent être atteintes de tous les points de \mathcal{J} en t périodes. Si une structure p^* est dans \mathcal{B}_t il existera donc toujours, quelle que soit la structure initiale, une stratégie réalisable $[p_0(1), p_0(2) \dots p_0(t), \alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_t]$ pour atteindre cette structure p^* en t périodes.

Théorème 12: L'ensemble des objectifs p^* que l'on peut atteindre en t périodes à partir de n'importe quelle structure $p \in \mathcal{J}$ est l'intersection des k zones t -ièmes des vecteurs e_i .

Soit un point x de l'intersection des k zones primaires, si elle existe, des sommets e_i . Ce point est une combinaison linéaire convexe des sommets de chaque zone primaire.

$$(79) \quad x = \sum_j \lambda_j^{(i)} p_j^{(i)} \quad \left[\begin{array}{l} i = 1, 2 \dots k . \\ \lambda_j \geq 0 \text{ et } \sum_j \lambda_j = 1. \end{array} \right.$$

D'après le Théorème 2, chaque sommet q_j de la zone primaire d'une structure quelconque, combinaison linéaire convexe des sommets e_i , est combinaison linéaire convexe des sommets des zones primaires des e_i correspondant à la même stratégie. Donc

$$(80) \quad q_j = \sum_i \mu_i \cdot p_j^{(i)} \quad \left[\begin{array}{l} i = 1, 2 \dots, 1+J_1 \max \\ \mu_i \geq 0 \quad \text{et} \quad \sum_i \mu_i = 1 \end{array} \right.$$

x peut s'écrire aussi comme la combinaison linéaire convexe de l'ensemble des sommets des zones primaires.

$$(81) \quad x = \sum_i \mu_i \cdot \sum_j \lambda_j^{(i)} \cdot p_j^{(i)} \quad \left[\begin{array}{l} \sum_i \alpha_i = 1 \\ \alpha_i \geq 0 \end{array} \right.$$

$$(82) \quad x = \sum_j \lambda_j^{(i)} \cdot \sum_i \mu_i \cdot p_j^{(i)} = \sum_j \lambda_j^{(i)} \cdot q_j$$

Donc x est aussi CLC des sommets q_j de la zone primaire d'une structure quelconque, CLC des sommets e_i . Si une structure est située dans l'intersection des zones primaires des sommets e_i , elle sera donc dans la zone primaire de tout vecteur e^M . Si l'on tient compte du Théorème 6 le même raisonnement peut se faire en remplaçant la zone primaire par la zone t -ième.

Ainsi dans le cas $t = 1$, B_1 serait l'intersection si elle existe de toutes les zones primaires calculées en 4.2.4.3 et représentées sur la figure 16. Si $t = 2$, il suffira de

de déterminer les zones secondaires contenant les objectifs p^* que l'on peut atteindre en deux semestres à partir des différents e_i . S'il y a intersection des k zones secondaires, cela signifie qu'un vecteur situé dans cette intersection \mathcal{B}_2 peut être atteint à partir de tous les vecteurs faisant partie de \mathcal{J} en deux périodes.

\mathcal{B}_t sera l'intersection, si elle existe, des k zones t -ièmes.

Corrolaire 13: L'ensemble \mathcal{B}_t des objectifs p^* que l'on peut atteindre en t périodes, quelle que soit la structure de départ est un polyèdre convexe.

Evident à partir du Théorème 6 puisque \mathcal{B}_t est l'intersection des k zones t -ièmes.

Les sommets de ce polyèdre convexe ne sont plus forcément des sommets des zones t -ièmes car un sommet de \mathcal{B}_t peut incidemment être l'intersection de deux arêtes ou d'une arête et d'un hyperplan de zones t -ièmes.

4.2.4.10 Détermination des polyèdres \mathcal{B}_t

Il s'agit de calculer les zones t -ièmes, t suffisamment grand, pour déterminer \mathcal{B}_t qui est leur intersection. Initialement, un programme avait été conçu qui retenait les sommets communs à toutes les zones et déterminait ensuite les autres sommets de l'intersection qui étaient les intersections de deux arêtes ou d'une arête et d'un hyperplan. Très rapidement on s'est aperçu qu'une telle précision n'était pas nécessaire et

par l'intermédiaire du sous programme ADMISIO explicité en 4.2.5 seuls les sommets de la première zone t -ième, combinaisons linéaires convexes des quatre autres zones t -ièmes, sont retenus comme sommets possibles de la zone \mathcal{B}_t .

Expérimentalement, on constate que la convergence de cette zone \mathcal{B}_t est très lente. L'intersection des zones t -ièmes est nulle pendant les cinq premières périodes si l'on utilise les valeurs du paramètre FE utilisées dans la détermination de \mathcal{A}_t^i . Ceci est certainement dû à la zone t -ième de e_5 qui est très lente à évoluer car la probabilité de sortir de l'état 5 est très faible (.2) et la stabilisation d'une structure initiale $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$ est très lente même avec un vecteur d'admission p_0 constant dans le temps. Pourtant l'influence de la structure initiale décroît au fur et à mesure que le nombre de périodes augmente. La structure atteinte est donc de moins en moins influencée par la structure initiale et de plus en plus par les stratégies d'admission et de variation de taille du secteur. A la limite, on conçoit, et on peut vérifier expérimentalement, que les zones t -ièmes issues de chacun des cinq sommets convergent vers une zone commune quand t devient grand.

Par définition cette zone commune n'est rien d'autre que \mathcal{A}_∞ . Plus t augmente plus les polyèdres convexes \mathcal{A}_t^i tendent par valeurs supérieures vers cette zone commune et plus les polyèdres

convexes \mathcal{B}_t tendent par valeurs inférieures vers cette même zone commune. Cette zone commune est le polyèdre convexe des structures qu'on peut atteindre à partir de tous les points de \mathcal{J} . On conçoit donc l'intérêt du calcul des \mathcal{A}_t qui convergent beaucoup plus rapidement que les \mathcal{B}_t et nous fournissent les sommets de ce polyèdre convexe qui contient toutes les structures ayant un intérêt pratique, puisqu'il existe toujours des stratégies $[p_0(1), p_0(2) \dots p_0(t), \alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_t]$ qui permettent de les obtenir à partir de n'importe quelle structure possible et plus particulièrement à partir d'elles-mêmes.

On peut donc écrire:

$$(83) \quad \mathcal{J} \supset \mathcal{A}_1 \supset \mathcal{A}_2 \supset \mathcal{A}_3 \dots \supset \mathcal{A}_\infty \equiv \mathcal{B}_\infty \supset \dots \mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_1.$$

En ce qui concerne le domaine des solutions stables \mathcal{M} qui est l'union des \mathcal{M}_α , on peut affirmer que \mathcal{M} fait partie de tous les polyèdres convexes \mathcal{A}_t puisqu'on peut conserver chaque structure, à partir d'elle-même aussi longtemps qu'on le désire.

On ignorait jusqu'à maintenant dans le cas où α est différent de 0 s'il était possible d'atteindre ces structures stables à partir de tous les points de \mathcal{J} .

Or $\mathcal{J} \supset \mathcal{A}_1 \supset \mathcal{A}_\infty \supset \mathcal{M}$ implique $\mathcal{M} \subset \mathcal{A}_\infty$ et prouve que les structures stables peuvent être atteintes à partir de tous les points de \mathcal{J} et donc à partir d'elles-mêmes ce qui représente un intérêt pratique. Pourtant l'intérêt ira en décrois-

sant au fur et à mesure que le nombre de périodes nécessaires à la réobtention de la structure ira en augmentant.

Ainsi quel que soit l'objectif situé dans \mathcal{M}_0 , il existe toujours au moins une séquence de politiques d'admission et de coefficients de variation de taille $-p(t-1) W.u \leq \alpha_t \leq \alpha_{\max}$ qui permet d'atteindre cet objectif.

L'Annexe 10 contient les sommets des zones B_6 et B_{10} . Pour $t \leq 4$ les domaines B_t sont vides.

4.2.4.11 Multiples réalisations de l'objectif ou quasi-stabilité

Même si une structure n'est pas stable elle peut être d'un certain intérêt pratique, si on peut la réobtenir aussi souvent qu'on le désire et de préférence en un nombre de périodes relativement faible.

On peut ainsi définir \mathcal{E}_t , l'ensemble des structures que l'on peut réatteindre à partir d'elles mêmes en t périodes.

L'ensemble \mathcal{E}_1 est déjà connu puisque c'est \mathcal{M}_0 , ensemble des structures qu'on peut obtenir à partir d'elles-mêmes en une période.

Par définition on a:

$$(84) \quad \mathcal{E}_t \supset B_t \text{ et } \mathcal{E}_t \subset \mathcal{A}_t .$$

On aura donc un nouvel ensemble qui convergera vers le polyèdre convexe limite défini en 4.2.4.10:

$$(85) \quad \mathcal{E}_\infty \equiv \mathcal{A}_\infty \equiv B_\infty .$$

D'ailleurs par définition de \mathcal{B}_∞ on savait que toutes les structures de ce polyèdre pouvaient être atteintes par tous les points de \mathcal{J} donc à fortiori par les points d'un sous-ensemble de \mathcal{J} .

L'ensemble \mathcal{C}_t tend donc vers le polyèdre \mathcal{B}_∞ quand t augmente mais la relation $\mathcal{C}_t \supset \mathcal{B}_t$ montre qu'il le fait plus rapidement que \mathcal{B}_t et il peut être plus efficace d'étudier l'évolution des \mathcal{C}_t que celle des \mathcal{B}_t si l'on arrive à calculer expérimentalement ce domaine \mathcal{C}_t .

Puisque $\mathcal{M} \subset \mathcal{B}_\infty$ on sait qu'il existe toujours une séquence de $p_0(1)$ et de α_t permettant de revenir à \mathcal{M} . Une méthode expérimentale de détermination du domaine \mathcal{C}_t sera donc de partir des structures incluses dans \mathcal{M} et de calculer les structures que l'on peut atteindre avant de revenir en \mathcal{M} en t périodes. L'ensemble de ces structures sera \mathcal{C}_t .

Il est clair que :

$$(86) \quad \mathcal{C}_1 \equiv \mathcal{M} \subset \mathcal{C}_2 \subset \mathcal{C}_3 \dots \subset \mathcal{C}_\infty \equiv \mathcal{M}_\infty \equiv \mathcal{B}_\infty$$

En effet l'ensemble \mathcal{C}_2 se compose des structures que l'on peut atteindre en une période à partir de \mathcal{M} ainsi que du domaine \mathcal{M} lui-même. Il en est de même de \mathcal{C}_3 , \mathcal{C}_t et \mathcal{C}_∞ .

En vertu du Théorème 12, on peut affirmer que les structures que l'on peut atteindre à partir d'un polyèdre convexe \mathcal{M}_α en t périodes seront combinaisons linéaires convexes des sommets

des zones t -ièmes des sommets du polyèdre convexe \mathcal{M}_α .

L'ensemble de ces structures formera le polyèdre convexe $\mathcal{E}_{t\alpha}$ et l'union de ces $\mathcal{E}_{t\alpha}$ pour toutes les valeurs réalisables de α donnera le domaine \mathcal{E}_t .

4.2.4.12 Conclusions

En résumé si:

- . l'objectif est intérieur à $\mathcal{J} - \mathcal{A}_1$, il est impossible à réaliser.
- . l'objectif est intérieur à $\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_\infty$, il est réalisable mais seulement à partir de certaines structures bien particulières. De plus il est impossible de revenir à cet objectif ni de s'y maintenir.
- . l'objectif est intérieur à $\mathcal{A}_\infty - \mathcal{E}_t$, il est réalisable à partir de tous les points de \mathcal{J} mais il est impossible de s'y maintenir bien qu'on puisse y revenir aussi souvent qu'on le désire en plus de t périodes.
- . l'objectif est intérieur à $\mathcal{E}_t - \mathcal{M}$, il est réalisable à partir de tous les points de \mathcal{J} mais il est impossible de s'y maintenir bien qu'on puisse y revenir aussi souvent qu'on le désire en t périodes ou moins.
- . l'objectif est intérieur à \mathcal{M} , on peut l'atteindre à partir de tous les points de \mathcal{J} et il est possible de s'y maintenir.

De plus on constate expérimentalement que:

- . Si on maintient une politique d'admission et un coefficient de variation de taille constants, toutes les structures évoluent vers un état stable.

- . Plus il y a d'états dans le système, plus cela prend de périodes pour atteindre l'objectif.
- . Plus le taux de départ du système est élevé, plus les changements de structure sont rapides.
- . Plus le nombre de périodes écoulées est grand, plus l'influence de la structure initiale diminue et plus l'influence de la politique d'admission prédomine.

4.2.5 Description des programmes de calcul utilisés

Afin d'effectuer les calculs présentés en 4.2.4 un programme en langage FORTRAN a été écrit. Il fut testé sur l'ordinateur Control Data 6600 de l'Université de Montréal. L'objectif de ce programme est double:

- . calculer les différents domaines ou polyèdres convexes définis en 4.2.4,
- . vérifier si une structure particulière considérée comme objectif se situe à l'intérieur ou à l'extérieur de ces différents domaines ou polyèdres.

Le programme est composé du programme principal ADMISIO et des sous-programmes suivants: SIMPLEX, CLC, EPUR, ZONET, ADOMAIN et MALPHA qui sont joints dans l'Annexe 11.

4.2.5.1 Description du sous programme SIMPLEX

Cette sous routine résout un programme linéaire à l'aide de la forme simple du simplexe. La méthode des deux phases est utilisée et les variables artificielles ainsi que la nouvelle fonction économique sont générées automatiquement. Le paramètre BIT indique si l'opti-

misation a lieu au cours de la phase 1 (BIT = 1) ou au cours de la phase 2 (BIT = 4). Le paramètre FE représente la somme des variables artificielles au cours de la phase 1 et la fonction économique au cours de la phase 2. Cette fonction peut être minimisée (ITI = 1) ou maximisée (ITI \neq 1). Les fonctions ZBAR, MAX, MIN et SIGNE accompagnent la sous-routine SIMPLEX et réalisent les fonctions suivantes:

- . calcul de la fonction économique,
- . recherche du $z_k - c_k$ maximum déterminant la variable k qui entre dans la base,
- . recherche du y_{lk} minimum déterminant la variable l qui sort de la base,
- . calcul d'un paramètre général pouvant prendre les valeurs +1 ou -1 suivant le type d'optimisation désiré .

Enfin les sous-routines ZI ZJ, COND, CHANGE, PIVOT sont respectivement utilisées pour:

- . calculer le nouvel ensemble des valeurs $z_j - c_j$,
- . déterminer si tous les y_{ij} correspondant à un $z_j - c_j$ sont négatifs,
- . générer une variable de valeur absolue égale à une variable donnée mais de signe opposé,
- . calculer par pivotage la nouvelle matrice des y_{ij} .

Une variable est considérée nulle si elle est comprise entre 10^{-5} et -10^{-5} .

4.2.5.2 Description du sous-programme EPUR

Le but de cette sous-routine est d'épurer une matrice de ses colonnes qui sont combinaisons linéaires convexes d'autres colonnes. Pour ce faire chaque colonne de la matrice est considérée comme le second membre d'un programme linéaire. Il faut vérifier si ce second membre peut être combinaison linéaire convexe des autres lignes de la matrice. Si l'optimisation a lieu au cours de la phase 1 (BIT = 1) ce n'est pas le cas et la colonne considérée doit être conservée comme sommet du polyèdre convexe. Elle rentre à nouveau dans la matrice et on teste une nouvelle colonne. Si par contre l'optimisation a lieu au cours de la phase 2 (BIT = 4) la colonne considérée est alors combinaison linéaire convexe des autres colonnes et peut être rejetée. La taille de la matrice est alors réduite de 1 et une nouvelle colonne est testée. La contrainte fixant la somme des variables à 1 est redondante puisque toutes les colonnes et le second membre ont une somme égale à l'unité. La fonction économique choisie n'a aucune importance puisque dans tous les cas elle sera égale à 1 si BIT = 4.

La matrice initiale A comprend MA1 lignes à épurer. L'épuration se réalise sur la matrice intermédiaire UT1 ayant MA1-1 colonnes et la matrice épurée se retrouve dans B qui conserve les MB sommets du polyèdre convexe représenté par les MA1 lignes de A.

Pratiquement cette épuration n'est pas suffisamment réaliste car si la taille de l'espace est assez grande (4,5 et plus) et le nombre de sommets conséquent, une approximation s'avère nécessaire si l'on veut estimer des polyèdres ayant un très grand nombre de sommets. Des sommets très proches les uns des autres devront donc être éliminés pour conserver le volume des calculs à un niveau raisonnable. Le programme EPUR pour réaliser ces approximations a alors été modifié. Au lieu de réaliser la phase 1 du simplexe en ajoutant une variable artificielle positive à chaque ligne, on ajoute une variable artificielle quelconque (ou une différence de variables positives) à chaque ligne et on minimise la somme des valeurs absolues de ces variables quelconques (ou la somme des sommes des variables positives). La nouvelle matrice UT1 est alors composé de 3 blocs: la transposée A' de A de dimension $N \times (MA1-1)$, une matrice identité I de dimension $N \times N$ et une autre matrice $-I$ également de dimension

$$(87) \quad \begin{array}{l} N \times N. \\ \left[\begin{array}{ccc} A' & I & -I \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = AUX \\ \lambda, \alpha, \beta \geq 0 \\ \text{Min } \sum_{i=1}^N [\alpha_i + \beta_i] = FE \end{array}$$

En fixant une limite à la valeur du paramètre FE on peut plus ou moins limiter l'entrée des sommets dans la matrice épurée B et proposer ainsi une approximation plus ou moins serrée de la véritable matrice épurée qui serait celle que l'on obtiendrait

à l'aide de la première version d'EPUR.

Ici encore la contrainte sur la somme des variables égale à 1 est redondante puisque la somme des termes de chaque colonne de UT1 ou du deuxième membre est égale à 1. Maintenant par contre la phase 1 du simplexe est toujours vérifiée et l'optimisation a lieu au cours de la phase 2. Habituellement, la valeur .05 est choisie comme limite supérieure à la valeur du paramètre FE pour permettre le rejet du second membre.

4.2.5.3 Description du sous-programme CLC

Ce sous-programme est assez semblable au sous-programme précédent. Pourtant ce n'est plus une ligne de la matrice A (ou colonne de la matrice UT1) qui est considérée comme second membre. L'objectif est donc de vérifier si telle structure est combinaison linéaire convexe de l'ensemble des lignes de la matrice A. Ici encore on vérifiera si la structure est combinaison linéaire convexe ou suffisamment proche, dépendant de la valeur limite permmissible de FE, pour être assimilée à une combinaison linéaire convexe.

4.2.5.4 Description du sous-programme ZONET

Ce sous-programme permet de calculer la zone t-ième d'une structure originale PP. Il aurait été possible à partir de la structure PP de calculer les x sommets de la zone primaire puis les x^2 structures de la zone secondaire puis les x^3 de la

zone tertiaire etc... parmi lesquelles se trouveront les sommets des zones secondaires, tertiaires etc.. Même dans le cas de l'exemple 1 relativement favorable puisqu'il n'y a que deux niveaux d'admission ($x = 3$), on devrait calculer $(1 + J1MAX)^t$ sommets soit 59049 sommets pour 10 périodes ce qui représente un volume de calcul trop important pour cet horizon. Utilisant le Théorème 6, ZONET calcule déjà pour chaque zone les x sommets de base correspondant à des stratégies constantes dans le temps. Ensuite le sous-programme reprend chaque sommet de la zone $(t-1)$ -ième, rangé dans la matrice PPF, pour lui appliquer les stratégies extrêmes: $p_0 = e_j, j \in J_1$ et $\alpha = p(t-1).W.u$ ou $\alpha = \alpha_{max}$. Chaque structure ainsi élaborée est comparée aux x sommets de base par l'intermédiaire du sous programme CLC; si cette structure est combinaison linéaire convexe ou que la valeur de la fonction économique FE est relativement proche de zéro, on rejette la structure sinon on la range à la suite des sommets de base dans la matrice PPI qui déterminera le nouveau polyèdre convexe par rapport auquel les nouvelles structures seront testées. Lorsque tous les sommets de la zone t -ième ont été examinés, il se peut que certaines structures de PPI qui n'étaient pas combinaisons linéaires convexes des lignes de PPI lors de leur admission, le sont devenues lors de l'adjonction de nouvelles lignes à la matrice PPI. Le sous programme EPUR permet alors l'épuration de ces structures à l'intérieur de la matrice

PPI qui une fois épurée devient la matrice PPF dont les NFMAX lignes permettront le calcul de la zone (t+1)-ième.

4.2.5.5. Description du sous programme ADOMAIN

Le sous programme ADOMAIN permet la détermination des différents polyèdres convexes \mathcal{A}_t ou \mathcal{B}_t . Suivant la valeur de $t = IT$, ADOMAIN détermine les zones t-ièmes relatives à chaque sommet e_i . Chaque période, les différentes matrices PPF relatives à chaque sommet e_i sont rassemblées dans PTRANS qui par l'intermédiaire du sous-programme EPUR fournit la matrice épurée SA comprenant les sommets du polyèdre convexe \mathcal{A}_t (ou de son approximation). Pour la détermination de \mathcal{B}_t , ADOMAIN se contente de retenir dans une matrice TA les sommets qui sont combinaisons linéaires convexes des lignes de la matrice PPF relative au sommet e_i considéré. Lorsque tous les e_i ont été examinés, la matrice TA comprend tous les sommets de la matrice PPF relative à e_1 qui sont combinaisons linéaires convexes des matrices PPF relatives à tous les autres e_i . Une épuration des lignes de TA par EPUR fournit alors une approximation par valeurs inférieures du polyèdre convexe \mathcal{B}_t .

4.2.5.6 Description du sous-programme MALPHA

Pour une valeur du coefficient de variation de taille α , ce sous-programme calcule les sommets du polyèdre convexe \mathcal{M}_α des objectifs stables. MALPHA précise que le domaine

est vide si $\text{ALPHA} \leq \text{PJJMAX} - 1.0$ (Théorème 9).

Dans le cas contraire, la matrice PFIN correspondant à la matrice $[1 + \alpha] - P$ est élaborée, inversée puis normalisée par l'intermédiaire de PSTAINV. Les lignes de la matrice PFIN correspondant à des états où l'admission est possible, $j \in J_1$ sont alors les sommets du polyèdre convexe des objectifs stables relatifs au coefficient de variation de taille α considéré.

4.2.5.7 Programme principal ADMISIO

Suivant les besoins, ce programme principal appelle les sous-programmes précédents dans le but d'élaborer les limites de un ou plusieurs domaines et de vérifier si une structure quelconque est située à l'intérieur ou à l'extérieur de ces domaines. Ainsi ADMISIO permet de vérifier si le choix d'un objectif p^* est raisonnable ce qui sera le cas si cet objectif se trouve dans un des polyèdres \mathcal{C}_α correspondant à une valeur α réaliste ou s'il se trouve dans un polyèdre $\mathcal{C}_{t\alpha}$ correspondant à t assez petit et à une valeur de α compatible.

4.3 Optimalité des politiques de détermination des niveaux d'admission

4.3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent 4.2 nous avons examiné les principales contraintes qui s'imposaient aux administrateurs. Il en ressort que trois types de paramètres peuvent être distingués.

- . Les paramètres estimés à partir de données recueillies lors des périodes passées sont les matrices de proportions P et W qui ont été élaborées dans le chapitre 3 ainsi que le vecteur $p(0)$ qu'un simple relevé des objectifs dans les différents états du système permet d'obtenir.
- . Les objectifs représentent un choix des administrateurs sur le comportement du système. Ce choix est basé sur des considérations externes au modèle et la détermination de toutes les variables liées au modèle en dépend. Ce sont l'objectif p^* des proportions que l'on désire atteindre le plus rapidement possible dans les différents états du système ainsi que α_{\max} et α_{\min} , s'il y a lieu, qui représentent les coefficients de variation maximale de la taille du système.
- . Les variables liées au modèle sont des variables que le modèle permet de fixer à des valeurs optimales relativement à une ou plusieurs fonctions économiques choisies. Ces valeurs optimales représentent un guide ou une aide dans le rôle décisionnel des administrateurs et leur détermination constitue l'objectif recherché lors de l'élaboration du modèle. Ce sont des séquences de vecteurs des types suivants: $p(t)$: vecteur des proportions d'étudiants dans les différents SSP du système pendant la période t ,
 $p_0(t)$: vecteur des proportions d'admission dans les différents SSP du système au début de la période t ,

α_t : variation de la taille du secteur au début de la période t.

Comme cela a été spécifié à la fin de 4.1.3 l'application d'une politique d'optimalité dans la détermination des niveaux d'admission nécessite un nombre de candidats à l'admission plus élevé que le nombre de places dans les différents cycles du secteur. Si tel n'était pas le cas, il est évident que les administrateurs devraient s'écarter de la politique optimale préconisée et accepter la fixation des variables liées $p_0(1)$ et α_1 à des valeurs fonction du nombre de candidats ou bien ramener l'objectif p^* à un niveau plus compatible avec les admissions actuelles. Dans le premier cas on considère que l'objectif p^* est toujours valable et une nouvelle politique optimale sera redéfinie en tenant compte des admissions actuelles et de certaines incitations à l'admission dans ce secteur d'étude ; dans le deuxième cas on estime que l'offre est supérieure à la demande des étudiants et qu'elle doit être ramenée à un niveau moins ambitieux. Dans le cas d'un vecteur objectif p^* déterminé à partir d'une étude du marché du travail et des débouchés du secteur la première stratégie est préférable; dans le cas d'un ajustement de l'objectif p^* à la demande des étudiants, la seconde stratégie prévaudra. La première stratégie se conçoit dans un contexte de planification de type dirigiste alors que la seconde présente un caractère plus politique et opportuniste. En somme par la détermination des plus critiques de l'objectif p^* ce modèle serait plutôt fonction de l'offre

de places sur le marché du travail; il limiterait la demande des étudiants lorsque celle-ci est trop importante et encouragerait la mise en place de politiques d'incitation ou d'information lorsque celle-ci est trop faible pour satisfaire l'offre. Ceci est assez conforme aux nouvelles orientations des politiques de gestion universitaire imposées par le coût croissant des études et la restriction des allocations gouvernementales. Il implique la mise en place de mécanismes capables d'estimer le plus précisément possible la répartition désirée des différents types de gradués dans chaque secteur d'étude . A défaut d'estimé sûr, il peut être un outil pour l'administrateur chargé de tester différentes hypothèses . Bien que le modèle proposé soit complètement différent , nous citerons une analyse de Menges G. et Elstermann G. [125] qui valide assez bien les hypothèses du modèle proposé:

"... the admission of students had to be restricted in more and more fields of study... It is to be expected that in a very few years the admissions to nearly all fields of study will be restricted at all institutions of tertiary education. Students will have to apply for admissions at a central registration office which, in a computer - based procedure, assigns students to institutions in co-operation with the faculties, taking into consideration the student's qualifications and preferences, the facultie's criteria for admission, and the educational capacity of the institutions in terms of student enrolment by field of

study. The philosophy is now seriously discussed that every sufficiently qualified person should be granted the chance to get higher education at all; that, however, the free choice of both the field of study and the institution have to be abandoned; and that the distribution of students on fields of study should be controlled with respect to highly qualified manpower requirements of economy and society."

Si l'analyse des causes diffère (explosion de la demande et de la population étudiante en république fédérale allemande et accroissements des coûts en Amérique du Nord) il semble que les conclusions et nouvelles orientations de la gestion universitaire soient identiques et infirment l'utilité et l'opportunité du modèle proposé.

Enfin dans 4.2.3 et 4.2.4 nous avons déterminé les relations des variables liées entre elles et des variables liées avec les objectifs. Ce dernier type de relation nous a montré que suivant la localisation de l'objectif p^* dans l'un ou l'autre des domaines A_1 ou \bar{A}_1 , le domaine des solutions réalisables pour les variables liées pouvait exister ou non. Dans le cas d'existence de ces solutions, il peut apparaître que celles-ci présentent un certain risque si l'objectif p^* est situé dans le domaine $A_\infty - A_1$. En effet il est fort possible que l'objectif une fois atteint ne puisse être réatteint une seconde fois. Dans ce qui suit il sera donc toujours préférable de s'assurer que p^* fait partie des domaines A ou E_t

avant d'envisager la définition d'une politique optimale. Il est généralement souhaitable que l'objectif p^* se trouve dans le domaine \mathcal{M} si l'on veut éviter de possibles variations ultérieures de la taille du système pour revenir à p^* . Plus précisément p^* devrait se trouver dans le domaine \mathcal{M}_α correspondant à la variation de taille désirée en longue période dans un régime stationnaire.

4.3.2 Définition d'une politique optimale de détermination des niveaux d'admission

Une politique est optimale si une fois un objectif défini, elle permet d'atteindre cet objectif de la façon "la plus satisfaisante possible". Il existe certainement un grand nombre de caractéristiques qu'il serait agréable de voir évoluer de la façon "la plus satisfaisante possible":

- . un nombre restreint de périodes pour atteindre l'objectif,
- . pas de variation importante de la taille du système d'une période à une autre,
- . pas de variations trop brusques des niveaux d'admission d'une période à une autre,
- . valeur finale de la taille du système qui soit telle que la structure p^* fasse partie du domaine \mathcal{M}_α qui correspond à une variation de taille désirée en longue période dans un régime stationnaire,
- . éviter des structures $p(t)$ "indésirables" pendant certaines périodes avant d'atteindre l'objectif,

. des coûts restreints pour supporter la politique choisie.

Le dernier point relatif aux coûts peut être éliminé puisqu'il est généralement dû à des variations brusques des capacités d'accueil ou à des structures $p(t)$ indésirables.

Nous négligeons temporairement les troisième et quatrième points et formulons l'hypothèse que les deux plus souhaitables caractéristiques devraient être un nombre restreint de périodes pour atteindre l'objectif et un certain lissage de la taille du système au cours du temps.

Une fois l'objectif défini, une politique sera donc considérée comme optimale si elle atteint cet objectif en un nombre de périodes minimal avec la somme des valeurs absolues de la taille du système minimale et en respectant à chaque période le système de contraintes (40) élaboré en 4.2.2 et complété, s'il y a lieu, par les bornes α_{\min} et α_{\max} limitant la variation permise de α .

L'objectif sera toujours une certaine répartition des étudiants dans le système ou à la sortie du système. Cette répartition peut porter sur tous les états du système ou sur les trois cycles seulement.

4.3.3 Modèle I avec un objectif par SSP

4.3.3.1 Présentation

Dans ce modèle l'objectif est représenté de la façon la plus générale par un vecteur p^* représentant les proportions désirées d'étudiants dans les différents SSP.

La formulation mathématique du problème dans son ensemble est alors la suivante:

$$(88) \left[\begin{array}{ll} (1+\alpha_t) \cdot p(t) = p(t-1) \cdot P + [\alpha_t + p(t-1) \cdot W \cdot u] \cdot p_0(t) & ; t = 1, 2, 3 \dots T \\ p(T) = p^* & \\ p_{0j}(t) = 0 & ; j \in J_2 \quad ; t = 1, 2, 3 \dots T \\ p_{0j}(t) \geq 0 & ; j \in J_1 \quad ; t = 1, 2, 3 \dots T \\ p_0(t) \cdot u = 1 & ; t = 1, 2, 3 \dots T \\ \alpha_t \geq -p(t-1) \cdot W \cdot u & ; t = 1, 2, 3 \dots T \\ \alpha_{\max} \geq \alpha_t \geq \alpha_{\min} & ; t = 1, 2, 3 \dots T \end{array} \right.$$

1°) Min T

2°) Min $\sum_{t=1}^T |\alpha_t|$

Une formulation équivalente des deux premières contraintes de (88) serait:

$$(89) \left[\begin{array}{l} p^* \cdot \prod_{t=1}^T (1+\alpha_t) = p(0) \prod_{t=1}^T [P+W \cdot u \cdot p_0(t)] + \sum_{k=1}^T \left\{ \prod_{t=1}^{k-1} (1+\alpha_t) \cdot \alpha_k \cdot p_0(k) \right. \\ \left. \prod_{t=k+1}^T [P+W \cdot u \cdot p_0(t)] \right\} \\ \text{avec } \prod_{a}^b = 1 \text{ si } b < a \end{array} \right.$$

Par rapport aux variables $p_j(t)$, $p_{0j}(t)$ ($j = 1, 2 \dots k$ et $t = 1, 2 \dots T-1$) et α_t ($t = 1, 2 \dots T$) les contraintes (88) présentent des non-linéarités sous la forme des produits $\alpha_t \cdot p(t)$, $\alpha_t p_0(t)$ et $p(t-1) \cdot p_0(t)$ qui ne peuvent être développés linéairement à l'aide des transformations classiques.

Si l'on suppose que l'objectif p^* peut être atteint en un nombre fini de périodes, T peut théoriquement toujours être déterminé. Il suffit de poser $T = 1, 2, \dots$ et de calculer chaque fois s'il existe une solution réalisable relativement aux variables $p_j(t)$, $p_{0j}(t)$ et α_t . La plus petite valeur de T pour laquelle ceci sera vrai sera alors le nombre minimal de périodes nécessaires à l'obtention de l'objectif à partir de la structure initiale $p(0)$ si l'on veut que les contraintes (88) soient vérifiées. Pratiquement ceci peut être fait très simplement à l'aide du Théorème 7. Il suffit de calculer chaque période les sommets du polyèdre convexe des structures que l'on peut atteindre à partir de $p(0)$ et de vérifier si p^* est une combinaison linéaire convexe de ces sommets. La première valeur de T pour laquelle ceci se produit représente le T minimal. Le sous programme ZONET décrit en 4.2.5.4 peut être utilisé pour la recherche de cette solution minimale.

4.3.3.2 Programme quadratique à variables séparables

L'horizon T étant maintenant déterminé, le nombre de contraintes est connu et le système qui doit être vérifié par les solutions réalisables, s'il y en a, est le suivant:

$$(90) \quad \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha_t) p_j(t) - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} \\ (1 + \alpha_t) p_j(t) - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) [p_{ij} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}] \\ (1 + \alpha_t) p_j(t) - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} \\ \sum_j p_j(t) \\ p_j(t) \\ p_j(T) \\ \alpha_{\min} \leq \alpha_t \\ \alpha_t + \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} = 0 ; j \in J_2 ; t=1 \dots T \\ \leq 0 ; j \in J_1 ; t=1 \dots T \\ \geq 0 ; j \in J_1 ; t=1 \dots T \\ = 1 ; \quad t=1 \dots T \\ \geq 0 ; j=1 \dots k; t=1 \dots T \\ = p_j^* ; j=1 \dots k ; \\ \leq \alpha_{\max} ; t=1 \dots T \\ \geq 0 ; t=1 \dots T \end{array}$$

La seule non-linéarité qui subsiste dans le système (90) est le produit $\alpha_t \cdot p_j(t)$ qu'il est possible de ramener à une différence des carrés de nouvelles variables par un changement de variables. En fait la linéarisation de la fonction économique introduit une deuxième non-linéarité qu'il s'agit de traiter de la même façon. Posons :

$$(91) \quad \alpha_t = u_t - v_t \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_t \geq 0 \\ v_t \geq 0 \end{cases}$$

La fonction économique $\sum_{t=1}^T |\alpha_t|$ devient $\sum_{t=1}^T u_t + \sum_{t=1}^T v_t$,

car les variables u_t et v_t ne peuvent se trouver en même temps dans la base puisque les vecteurs qui leur sont associés dans la matrice des coefficients sont linéairement dépendants.

Si l'on pose enfin :

$$(92) \quad \begin{cases} r_{tj} = 1/2 [p_j(t) + \alpha_t] \\ s_{tj} = 1/2 [p_j(t) - \alpha_t] \end{cases}$$

la non-linéarité $\alpha_t \cdot p_j(t)$ devient :

$$(93) \quad \alpha_t \cdot p_j(t) = r_{tj}^2 - s_{tj}^2$$

avec r_{tj} et s_{tj} quelconques.

Le programme est donc à variables séparables. Certaines contraintes sont linéaires, d'autres sont quadratiques. La fonction économique est linéaire.

Le programme s'énonce :

$$\begin{aligned}
 & p_j(t) + r_{tj}^2 - s_{tj}^2 - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} = 0 ; j \in J_2 ; t = 1 \dots T \\
 & p_j(t) + r_{tj}^2 - s_{tj}^2 - u_t + v_t - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot [p_{ij} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}] \leq 0 ; j \in J_1 ; t = 1 \dots T \\
 & p_j(t) + r_{tj}^2 - s_{tj}^2 - \sum_{t=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} \geq 0 ; j \in J_1 ; t = 1 \dots T \\
 & p_j(t) - 2r_{tj} + u_t - v_t = 0 ; j = 1 \dots k ; t = 1 \dots T \\
 & p_j(t) - 2s_{tj} - u_t + v_t = 0 ; j = 1 \dots k ; t = 1 \dots T \\
 & \sum_{j \in J_1 + J_2} p_j(t) = 1 ; t = 1 \dots T \\
 & u_t - v_t + \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \geq 0 ; t = 1 \dots T \\
 (94) \quad & u_t - v_t \leq \alpha_{\max} ; t = 1 \dots T \\
 & u_t - v_t \geq \alpha_{\min} ; t = 1 \dots T \\
 & p_j(T) = p_j^* ; j = 1 \dots k ; \\
 & p_j(t) \geq 0 ; j = 1 \dots k ; t = 1 \dots T \\
 & u_t, v_t \geq 0 ; t = 1 \dots T \\
 & r_{tj}, s_{tj} \text{ quelconques} \quad j = 1 \dots k ; t = 1 \dots T \\
 \\
 & \text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T u_t + \sum_{t=1}^T v_t \right\}
 \end{aligned}$$

Le nombre de contraintes du système (94) peut être diminué en remarquant que les variations des variables r_{tj} et s_{tj} sont limitées par les limites de variation de α_t . Ainsi :

$$(95) \quad \begin{cases} \frac{\alpha_{\min}}{2} \leq r_{tj} \leq \frac{1 + \alpha_{\max}}{2} \\ \frac{\alpha_{\max}}{2} \leq s_{tj} \leq \frac{1 - \alpha_{\min}}{2} \end{cases}$$

Les variables des contraintes quadratiques étant séparées il est possible de substituer des approximations polygonales aux expressions quadratiques. Hadley [73] cite deux types d'approximation : la forme $-\lambda$ et la forme $-\delta$. Il semble que dans ce cas la deuxième forme soit plus appropriée puisqu'elle donne un nombre de contraintes inférieur à la forme λ si on utilise le mode de résolution approprié. De plus le fait de présenter des variables bornées (r_{tj} et s_{tj}) n'est pas un handicap puisque les nouvelles variables seront toutes positives.

4.3.3.3 Linéarisation des contraintes

Divisons les intervalles de définition (95) en un certain nombre de sous-intervalles que l'on supposera égaux pour chacune des variables bien que cela ne soit pas une obligation. De plus le nombre de segmentations sera identique pour toutes ces variables car bien que cela ne soit encore pas nécessaire, ces deux hypothèses allègent l'écriture et les calculs. Les intervalles de définition des variables r_{tj} et s_{tj} sont alors divisés en R segments délimités par les points $r_{tj\lambda}$ et $s_{tj\lambda}$; $\lambda = 0, 1, 2, \dots, R$ et par exemple $\Delta r_{tj\lambda} = r_{tj\lambda} - r_{tj(\lambda-1)}$.

A cette variation $\Delta r_{tj\lambda}$ de la variable correspondra alors une variation $\Delta q(r_{tj\lambda})$ d'une forme quadratique définie dans cet intervalle et telle que $\Delta q(r_{tj\lambda}) = q(r_{tj\lambda}) - q(r_{tj,\lambda-1})$. Si l'on introduit les nouvelles variables $\alpha_{tj\lambda}$, $\beta_{tj\lambda}$ comprises entre 0 et 1 on peut écrire, pour les variables du type r_{tj} par exemple, $r_{tj} = \sum_{\lambda=1}^R \Delta r_{tj\lambda} \cdot \alpha_{tj\lambda}$ ainsi que l'approximation suivante:

$$(96) \quad q(r_{tj}) = \sum_{\lambda=1}^R \Delta q(r_{tj\lambda}) \cdot \alpha_{tj\lambda} + q(r_{tj0})$$

à la condition que lorsqu'une variable $\alpha_{tj\lambda}$ est positive pour un λ donné, toutes les variables correspondant à des λ inférieurs soient posées égales à 1.

Pour obtenir les coefficients des nouvelles variables il suffit d'élaborer un tableau où l'on calcule, pour chaque borne de la segmentation relative à un certain type d'anciennes variables, la valeur des différents types de formes quadratiques qui sont fonctions de cette variable.

Dans le système (94) deux types de formes quadratiques apparaissent. Nous dénommerons par $f_{tj\lambda}$ et $g_{tj\lambda}$ les valeurs prises aux points de segmentation par les formes quadratiques r_{tj}^2 et $-s_{tj}^2$ et $r_{tj\lambda}$ et $s_{tj\lambda}$ les valeurs prises aux mêmes points de segmentation par les formes linéaires $-2r_{tj}$ et $-2s_{tj}$.

Le programme (94) - (95) peut maintenant s'écrire en fonction des variables $p_j(t)$, $\alpha_{tj\lambda}$, $\beta_{tj\lambda}$, u_t , v_t et des constantes $r_{tj\lambda}$, $s_{tj\lambda}$, $f_{tj\lambda}$, $g_{tj\lambda}$, w_{ij} , p_{ij} et p_j^* .

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & p_j(t) + \sum_{\lambda=1}^R f_{tj\lambda} \cdot \alpha_{tj\lambda} + \sum_{\lambda=1}^R g_{tj\lambda} \cdot \beta_{tj\lambda} - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} = -f_{tj0} - g_{tj0} ; j \in J_2 ; t=1 \dots T \\
 (b) \quad & p_j(t) + \sum_{\lambda=1}^R f_{tj\lambda} \cdot \alpha_{tj\lambda} + \sum_{\lambda=1}^R g_{tj\lambda} \cdot \beta_{tj\lambda} \cdot -u_t + v_t - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot [p_{ij} + \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij}] \\
 & \leq -f_{tj0} - g_{tj0} ; j \in J_1 ; t = 1 \dots T \\
 (c) \quad & p_j(t) + \sum_{\lambda=1}^R f_{tj\lambda} \cdot \alpha_{tj\lambda} + \sum_{\lambda=1}^R g_{tj\lambda} \cdot \beta_{tj\lambda} - \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot p_{ij} \geq -f_{tj0} - g_{tj0} ; j \in J_1 ; t=1 \dots T \\
 (d) \quad & p_j(t) + \sum_{\lambda=1}^R r_{tj\lambda} \cdot \alpha_{tj\lambda} + u_t - v_t = -r_{tj0} ; j=1 \dots k ; t=1 \dots T \\
 (e) \quad & p_j(t) + \sum_{\lambda=1}^R s_{tj\lambda} \cdot \beta_{tj\lambda} - u_t + v_t = -s_{tj0} ; j=1 \dots k ; t=1 \dots T \\
 (97) \quad (f) \quad & \sum_{j=1}^k p_j(t) = 1 ; ; t=1 \dots T \\
 (g) \quad & u_t - v_t + \sum_{i=1}^k p_i(t-1) \cdot \sum_{j=k+1}^{\ell} w_{ij} \geq 0 ; t=1 \dots T \\
 (h) \quad & p_j(T) = p_j^* ; j=1, \dots, k \\
 (i) \quad & p_j(t), u_t, v_t, \alpha_{tj\lambda}, \beta_{tj\lambda} \geq 0 ; j=1 \dots k ; t=1 \dots T \\
 (j) \quad & \text{si } \alpha_{tj\lambda} \text{ ou } \beta_{tj\lambda} > 0 \Rightarrow \alpha_{tj(\lambda-\epsilon)} \text{ ou } \beta_{tj(\lambda-\epsilon)} = 1 ; \epsilon = 1, \dots, (\lambda-1). \\
 & \text{Min } \left\{ \sum_{t=1}^T u_t + v_t \right\}
 \end{aligned}$$

Le programme serait linéaire si ce n'était les variables $\alpha_{tj\lambda}$ et $\beta_{tj\lambda}$ qui sont bornées supérieurement à 1 et qui sont telles que si pour un λ donné une variable $\alpha_{tj\lambda}$ ou $\beta_{tj\lambda}$ est positive, les variables correspondant aux mêmes valeurs de t et de j mais à

des λ inférieurs doivent être égalées à 1. Le programme (97) comprend $(3k + J_{1\max} + 2) \cdot T$ contraintes (sans compter les contraintes (97 h), (97 i) et (97 j)) et un nombre de variables égal à $[k(2R+3) + 2] \cdot T$.

4.3.3.4 Optimisation à un minimum absolu

L'inconvénient majeur de la linéarisation des contraintes est que généralement on ne peut garantir que la solution optimale du programme (97) soit le minimum absolu des solutions réalisables. Pour que cela soit vrai il faudrait que la fonction économique soit convexe ce qui est réalisé puisqu'elle est linéaire; il faudrait aussi que le domaine des solutions réalisables soit également convexe ce qui dans un problème de minimisation implique que les contraintes du type \geq soient convexes, que celles du type \leq soient concaves et que celles avec le signe $=$ soient linéaires [voir Hadley [73] page 123].

Dans le programme (97) les inégalités avec le signe \geq sont les contraintes du type (97c) et (97g). Si l'on se reporte aux graphes relatifs à l'équation (41), on constate que les contraintes du premier type sont convexes. Les contraintes du deuxième type étant linéaires peuvent aussi être considérées comme convexes. Les inégalités avec le signe ≤ 0 sont les contraintes du type (97b). Dans ce cas l'équation (42) indique que puisque $p_{0j}(t) = 1$ on a toujours $\sum_i p_i(0) \cdot p_{ij} + p(0) \cdot W \cdot u \leq 1$ et les contraintes sont concaves (Cas 2a et Cas 2b). Aucune des inégalités

ne contribue donc au rejet de l'hypothèse de convexité du domaine des solutions réalisables. Enfin les égalités sont les contraintes des types (97a), (97d), (97e), (97f) et (97h). Sauf pour (97a), ces contraintes sont aussi bien linéaires. Seules les contraintes du type (97a) nous empêchent d'accepter la convexité du domaine des solutions réalisables. Il sera donc nécessaire de conserver la restriction (97j) pour obtenir une solution optimale du programme (97), et une valeur plus ou moins approchée (dépendant de la linéarisation des contraintes) de la solution optimale du programme (94). La solution optimale atteinte pourrait être un minimum local.

4.3.3.5 Exemple numérique de réalisation d'un objectif pour chaque SSP

Reprenons le cas d'un secteur d'étude d'une institution universitaire de taille 1000 au temps $t = 0$ et dont les proportions de transition entre les différents états sont données par les matrices P et W décrites en 4.2.4.4. L'objectif à atteindre est représenté par un vecteur p^* ayant autant d'éléments qu'il y a de SSP dans le SE.

Dans le but de calculer les points de segmentation $f_{tj\lambda}$ et $g_{tj\lambda}$, les valeurs suivantes de R , α_{\max} et α_{\min} ont été choisies:

$$(98) \quad \begin{cases} R = 10 \\ \alpha_{\max} = .2 \\ \alpha_{\min} = -.2 \end{cases}$$

les variables r_{tj} et s_{tj} du programme (94) sont alors bornées à l'aide des inéquations (95):

$$(99) \quad \begin{cases} -.1 \leq r_{tj} \leq .6 \\ -.1 \leq s_{tj} \leq .6 \end{cases}$$

ce qui permet de préciser les constantes $r_{tj\lambda}$, $s_{tj\lambda}$, $f_{tj\lambda}$, et $g_{tj\lambda}$ du tableau 34 pour les $R + 1$ valeurs de λ .

λ	r_{tj}	$r_{tj\lambda}$	$f_{tj\lambda}$	s_{tj}	$s_{tj\lambda}$	$g_{tj\lambda}$
0	-.1	+.20	.01	-.1	+.20	-.01
1	-.03	-.14	-.0091	-.03	-.14	+.0091
2	.04	-.14	+.0007	.04	-.14	-.0007
3	.11	-.14	+.0105	.11	-.14	-.0105
4	.18	-.14	+.0203	.18	-.14	-.0203
5	.25	-.14	+.0301	.25	-.14	-.0301
6	.32	-.14	+.0399	.32	-.14	-.0399
7	.39	-.14	+.0497	.39	-.14	-.0497
8	.46	-.14	+.0595	.46	-.14	-.0595
9	.53	-.14	+.0693	.53	-.14	-.0693
10	.60	-.14	+.0791	.60	-.14	-.0791

Tableau 34 - Points de segmentation des formes quadratiques

Figure 19

0.4

Points de segmentation de la forme
quadratique r_{tj}^2

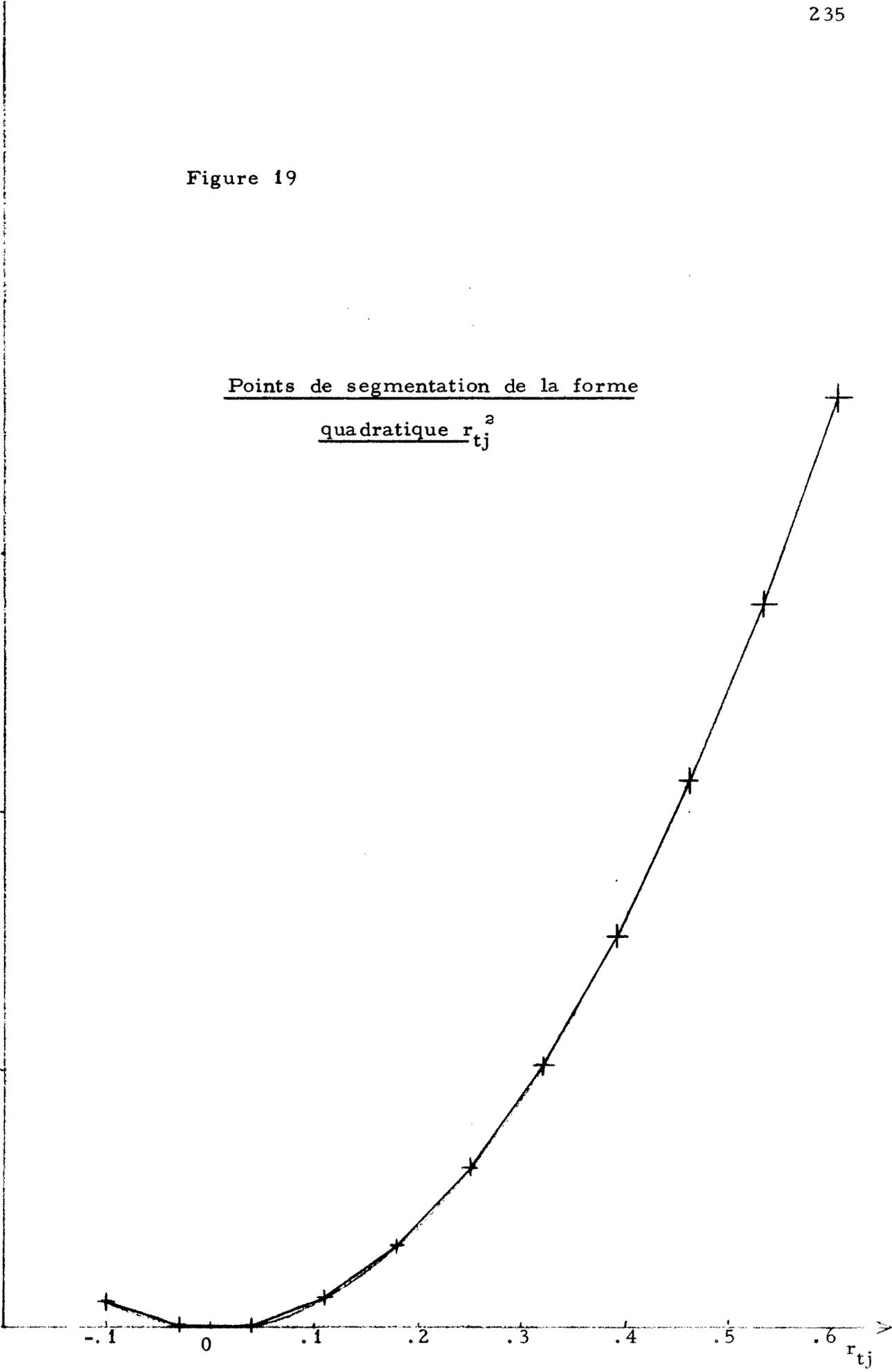
0.3

0.2

0.1

0

-0.1 0 .1 .2 .3 .4 .5 .6 r_{tj}



Comme expliqué en 4.3.5, les programmes (97) relatifs à des horizons $T = 1, 2, 3, 4$ et 5 ont été générés et peuvent être utilisés pour l'obtention d'objectifs variés.

L'objectif p^* peut être choisi quelconque et il y aura possiblement à partir d'un certain horizon T une solution optimale qui permettra de passer de la structure $p(0)$ à la structure p^* en T périodes. L'objectif p^* sera alors dans la zone T -ièmes de $p(0)$. Dans un contexte de planification il y a tout lieu de choisir p^* très soigneusement en tenant compte des résultats acquis en 4.2. Ainsi en accord avec 4.2.4.8 il est fort souhaitable de choisir p^* dans le polyèdre convexe \mathcal{M}_α correspondant à la variation de taille souhaitée en longue période même si des contraintes immédiates freinent plus ou moins l'obtention de cette stabilité. A la rigueur on pourra accepter un objectif p^* dans un domaine \mathcal{C}_t à condition que t soit le plus petit possible. Il faudra alors accepter une fois l'objectif atteint de s'en éloigner quelque peu au cours des périodes suivantes avant de pouvoir y revenir t périodes plus tard. Cette quasi-stabilité a été traitée en 4.2.4.11 et elle présente l'inconvénient de faire varier la taille du système de façon abrupte et peu cohérente.

Dans l'exemple proposé il est donc souhaitable de choisir l'objectif parmi les combinaisons linéaires convexes des vecteurs lignes 1 et 4 de la matrice inverse normalisée obtenue en 4.2.4.8.

Ces vecteurs pour les quatres types d'expansion souhaitée en longue période sont présentés dans le Tableau 35.

α	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
.20	.4608	.2765	.1935	.0553	.0138
	0	0	0	.8000	.2000
.13	.4289	.2667	.2083	.0661	.0200
	0	0	0	.7674	.2326
.06	.3927	.2740	.2230	.0796	.0306
	0	0	0	.7222	.2778
0	.3570	.2680	.2350	.0940	.0460
	0	0	0	.6667	.3333

Tableau 35 - Points extrémaux des polyèdres convexes M_α
pour différentes valeurs de α

Il est proposé de choisir l'objectif p^* [.3730, .2603, .2119, .1118, .0430] correspondant à une expansion stable de 6%.

La structure initiale est $p(0) = [.36, .28, .23, .09, .04]$.

A l'aide du programme ADMISIO décrit en 4.2.5, on a caractérisé la structure $p(0)$ comme quasi stable de niveau 3, c'est-à-dire qu'elle fait partie de \mathcal{C}_3 et ne pourra être ré-obtenue qu'au bout de trois périodes. Cette structure est

donc assez peu recommandable et il semble urgent dans un but de stabilité d'évoluer vers l'objectif p^* correspondant au taux d'expansion prévu.

Toujours à l'aide du programme ADMISIO et de son sous-programme ZONET il a été calculé que p^* ne faisait pas partie de la zone primaire ni secondaire de $p(0)$. Il faut donc un horizon de $T = 3$ périodes avant que p^* puisse être atteint. Pour des horizons supérieurs la structure sera d'autant plus facile à atteindre.

Les tableaux 36 et 37 présentent les structures optimales aboutissant à l'obtention de l'objectif pour un horizon supérieur ou égal à 3.

		$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$P_4(t)$	$P_5(t)$	α_t	$P_{01}(t)$	$P_{04}(t)$
T=1	t=0	.3600	.2800	.2300	.0900	.0400			
	t=1	.3639	.2614	.2326	.1027	.0394	.0404	0.951	0.049
T=2	t=0	.3600	.2800	.2300	.0900	.0400			
	t=1	.3607	.2454	.2174	.1402	.0362	+ .1126	0.835	0.165
	t=2	.3734	.2608	.2114	.1122	.0422	+ .0179	0.998	0.002
T=3	t=0	.3600	.2800	.2300	.0900	.0400			
	t=1	.3399	.2720	.2420	.1051	.0410	0	0.950	0.050
	t=2	.3732	.2513	.2326	.0998	.0431	+ .0243	0.996	0.004
	t=3	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0504	0.938	0.062
	t>3	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0600	0.929	0.071
T=4	t=0	.3600	.2800	.2300	.0900	.0400			
	t=1	.3540	.2720	.2420	.0910	.0410	0	1.000	0.000
	t=2	.3473	.2668	.2388	.1052	.0419	0	0.961	0.039
	t=3	.3744	.2544	.2284	.0989	.0438	+ .0252	0.997	0.003
	t=4	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0565	0.933	0.067
	t>4	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0600	0.929	0.071
T=5	t=0	.3600	.2800	.2300	.0900	.0400			
	t=1	.3540	.2720	.2420	.0910	.0410	0	1.000	0.000
	t=2	.3586	.2668	.2388	.0939	.0419	0	1.000	0.000
	t=3	.3505	.2685	.2345	.1036	.0429	0	0.969	0.031
	t=4	.3753	.2556	.2279	.0968	.0430	+ .0290	0.998	0.002
	t=5	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0598	0.929	0.071
	t>5	.3730	.2603	.2119	.1118	.0430	+ .0600	0.929	0.071

Tableau 36 - Proportions optimales pour la réalisation de l'objectif p^*
sous différents horizons

		R(t)	$r_1(t)$	$r_4(t)$	$n_1(t)$	$n_2(t)$	$n_3(t)$	$n_4(t)$	$n_5(t)$	N(t)
T=1	t=0				360	280	230	90	40	1000
	t=1	328	312	16	378	272	242	107	41	1040
T=2	t=0				360	280	230	90	40	1000
	t=1	403	337	66	401	273	242	156	40	1112
	t=2	299	298	1	423	295	240	127	48	1133
T=3	t=0				360	280	230	90	40	1000
	t=1	268	255	13	340	272	242	105	41	1000
	t=2	314	313	1	382	257	238	102	44	1023
	t=3	317	297	20	401	280	228	120	46	1075
	t>3	341	317	24						
T=4	t=0				360	280	230	90	40	1000
	t=1	282	282	0	354	272	242	91	41	1000
	t=2	277	266	11	347	267	239	105	42	1000
	t=3	314	313	1	384	261	234	101	45	1025
	t=4	319	298	21	404	282	229	121	47	1083
	t>4	341	317	24						
T=5	t=0				360	280	230	90	40	1000
	t=1	282	282	0	354	272	242	91	41	1000
	t=2	288	288	0	358	267	239	94	42	1000
	t=3	279	270	9	351	268	234	104	43	1000
	t=4	316	315	1	386	263	235	100	44	1028
	t=5	320	297	23	407	284	231	122	47	1091
	t>5	341	317	24						

Tableau 37 - Admissions et effectifs optimaux pour la réalisation de l'objectif p^* sous différents horizons

Afin d'atteindre l'objectif une certaine variation des niveaux d'admission est nécessaire. Une fois l'objectif atteint et la stabilité acquise, la politique d'admission est constante dans le temps en vertu du Corrolaire 11. De même les effectifs dans chaque SSP sont identiques ($\alpha = 0$) ou s'accroissent chaque période d'une quantité constante ($\alpha > 0$). Cette situation est éminemment souhaitable et il y a tout lieu de pratiquer une politique des admissions qui tende vers cet objectif. Enfin il n'est pas nécessaire de fixer dans le programme la variation de taille du SE au niveau souhaité par le choix de la structure objectif stable. On constate que dans ce cas le lissage de la taille du SE est effectif.

Il est possible que les administrateurs universitaires soient plus préoccupés de la structure des sorties du SE que de la structure des effectifs dans le SE. Dans ce cas l'adjonction de la contrainte supplémentaire:

$$(100) \quad w_j(t) = \sum_{i=1}^k p_i(t) \cdot w_{ij} \quad j=k+1, \dots, l; \quad t=1, 2 \dots T$$

permettra la fixation d'objectifs w^* sur les proportions de départ du SE et l'élaboration de structures $w(t)$ et d'effectifs de sortie $m(t)$ optimaux permettant la réalisation de l'objectif w^* .

4.3.4 Modèle II avec un objectif par cycle

Il peut être vain quelquefois de faire varier la taille et les admissions du SE pour obtenir pour une période donnée la proportion désirée dans un SSP. Dans le cas où l'objectif n'est pas stable la fixation d'objectifs sur les SSP sans admission externe peut être très néfaste sur l'évolution du système. Pourtant il est possible d'évoluer vers une structure stable qu'on ignore en spécifiant simplement la proportion des effectifs qu'on désire dans chaque cycle. Cette approche est particulièrement fructueuse si l'on ignore comment déterminer les structures stables et si l'on désire conserver la taille du SE constante. Dans le cas de variations souhaitées de la taille du SE celles-ci devront être ajoutées dans le programme. Ainsi si l'on part d'une structure $p(0) = [.3730, .2603, .2119, .118, .0430]$ qui n'est pas une structure stable pour une taille constante, le programme évoluera vers une structure que l'on ignore mais qui est stable pour $\alpha = 0$.

Si l'on pose la contrainte que pour chaque période la somme des trois premiers SSP est égale à .8452, on aura l'évolution présentée dans le Tableau 38.

	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$p_5(t)$	α_t	$p_{01}(t)$	$p_{04}(t)$
$t = 0$.3730	.2603	.2119	.1118	.0430			
$t = 1$.3448	.2759	.2246	.1092	.0456	0	.9612	.0388
$t = 2$.3456	.2602	.2380	.1076	.0476	0	.9722	.0278
$t = 3$.3547	.2595	.2310	.1061	.0487	0	.9835	.0165
$t = 4$.3526	.2647	.2278	.1053	.0495	0	.9790	.0210
$t = 5$.3498	.2645	.2308	.1047	.0502	0	.9776	.0224

Tableau 38 - Proportions optimales dans le cas d'une taille constante et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP

En comparant avec le Tableau 35, on s'aperçoit que la structure évolue bien vers une structure stable pour $\alpha = 0$ qui correspond à environ 98.3% du vecteur [.357, .268, .235, .094, .046] et 1.7% du vecteur [0, 0, 0, .667, .333].

Dans le cas où l'on prévoit une certaine expansion du SE il faut insérer les variations de taille prévues dans le système. Pour une structure initiale $p(0) = [.36, .28, .23, .09, .04]$ et une expansion de 0.06, on constate bien dans le Tableau 39 que la structure évolue vers $p^* = [.3730, .2603, .2119, .1118, .0430]$ si l'on conserve toujours la somme des trois premiers SSP égale à .8452.

	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$P_4(t)$	$P_5(t)$	α_t	$P_{01}(t)$	$P_{04}(t)$
t = 0	.36	.28	.23	.09	.04			
t = 1	.3603	.2566	.2283	.1161	.0387	.06	.9602	.0938
t = 2	.3803	.2524	.2125	.1122	.0426	.06	.9491	.0509
t = 3	.3755	.2629	.2068	.1095	.0453	.06	.9408	.0592
t = 4	.3704	.2622	.2126	.1103	.0445	.06	.9385	.0615
t = 5	.3728	.2591	.2133	.1108	.0440	.06	.9420	.0580

Tableau 39 – Proportions dans le cas d'un SE en expansion constante de 6% et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP

Il est à remarquer qu'avec cette méthode on n'atteint pas réellement une structure stable mais des structures très voisines de la structure stable.

Par contre les variations dans la politique optimale des admissions semblent beaucoup moins abruptes. A partir des Tableaux 38 et 39 il est possible de bâtir les Tableaux 40 et 41 qui présentent les admissions et les effectifs correspondant aux proportions optimales.

	R(t)	$r_1(t)$	$r_4(t)$	$n_1(t)$	$n_2(t)$	$n_3(t)$	$n_4(t)$	$n_5(t)$	N(t)
t = 0				373	260	212	112	43	1000
t = 1	281	270	11	345	276	225	109	45	1000
t = 2	284	276	8	346	260	238	108	48	1000
t = 3	290	285	5	355	259	231	106	49	1000
t = 4	288	282	6	353	265	228	105	49	1000
t = 5	285	279	6	350	264	231	105	50	1000

Tableau 40 - Admissions et effectifs dans le cas d'une taille constante et d'un objectif de .8452 pour la somme des trois premiers SSP

	R(t)	$r_1(t)$	$r_4(t)$	$n_1(t)$	$n_2(t)$	$n_3(t)$	$n_4(t)$	$n_5(t)$	N(t)
t = 0				360	280	230	90	40	1000
t = 1	342	310	32	382	272	242	123	41	1060
t = 2	349	331	18	426	283	238	126	47	1120
t = 3	342	322	20	443	310	244	129	54	1180
t = 4	338	317	21	459	325	264	137	55	1240
t = 5	341	321	20	485	337	277	144	57	1300

Tableau 41 - Admissions et effectifs dans le cas d'un SE en expansion constante de 6% et d'un objectif de .8452 sur la somme des trois premiers SSP

4.3.5 Programmes de calcul utilisés

Les calculs précédents ont été réalisés à l'aide du système de programmation mathématique OPTIMA élaboré par Control Data pour ses ordinateurs de la série 6000. Voici résumé quelques-unes des caractéristiques principales de la version 3.0: "Optima is a revised product - form, composite, bounded variable, separable, multipricing, simplex, linear programming algorithm... a dual optimization algorithm is available ... sophisticated post-optimal analysis of a problem can be accomplished. These include parameterization of the objective function, the right-hand side, or both simultaneously, as well as parameterization of any interior row, column, or element in the data matrix.... Non linear functions can be approximated by using separable programming embedded with the algorithms... Optima can solve problems of up to 4094 rows with an essentially unlimited number of columns." [43].

Dans une première opération la matrice du problème a été générée à l'aide du MGL (Matrix-Generator-Language) et le programme (97) est déchargé sur une bande magnétique sous la forme la plus propice à son utilisation ultérieure. Cette génération de la matrice à partir de tables de données est l'opération la plus longue au point de vue temps machine.

Dans une seconde opération, le programme (97) est chargé et optimisé en fonction du cas particulier choisi. Contrairement à la théorie élaborée en 4.3.3.2 la forme λ a été préférée à la forme δ pour

les calculs. Cela tient au fait qu'OPTIMA propose une option qui permet, parmi un ensemble de variables, de restreindre l'entrée de la base au maximum à deux variables contigues de l'ensemble.

4.3.5.1 Génération de la matrice du programme

Comme défini dans le chapitre 6 du manuel OPTIMA de CDC [43] il s'agit d'assembler la matrice à partir de tables primaires rentrées sous forme de données. Dans le cas de l'exemple proposé, 7 tables permettent l'élaboration de la matrice relative à une période. Le programme (97) constitué par l'adjonction du membre de droite et de la fonction économique comprend alors 30 lignes et 133 colonnes. L'annexe 12 contient un programme écrit pour générer une telle matrice correspondant à une période et pour la décharger sur la bande magnétique Scope **MEDFIL** sous le nom Optima MFA1T1. Le programme principal écrit en ACL (Applications Control Language) est représenté par le fichier PROG alors que le générateur de matrice écrit en MGL (Matrix Generator Language) est compris dans le fichier MAT1. Sur les 30 lignes de la matrice MFA1T1:

- trois représentent les contraintes (97a),
- deux représentent les contraintes (97b),
- deux représentent les contraintes (97c),
- cinq représentent les contraintes (97d),
- cinq représentent les contraintes (97c),

- une représente la contrainte (97f),
- une représente la contrainte (97g),
- dix représentent des contraintes particulières à la forme λ qui assurent la convexité des formes linéaires qui approximent les formes quadratiques,
- une représente la fonction économique.

Enfin sur les 133 variables structurelles d'une période

- cinquante cinq correspondent aux $\alpha_{tj\lambda}$
- " " " " $\beta_{tj\lambda}$
- cinq " " $p_j(t)$
- cinq " " $p_j(t-1)$
- une représente u_t
- une " v_t
- une " la valeur de la fonction économique,
- dix représentent des variables PKT ayant toujours la valeur zéro mais définissant un ensemble de 11 variables parmi lesquels deux seulement peuvent se trouver en même temps dans la base.

De la même façon que précédemment la matrice MFA2T2 relative à deux périodes a été générée à partir des tables de données existantes (Annexe 12). Le tableau 42 propose les temps nécessaires à la génération des matrices MFA1T1 et MFA2T2. Ces temps comprennent le chargement d'OPTIMA sur le système, le déchargement des matrices sur la bande MEDFIL et le dessin de la matrice déchargée pour l'utilisateur. Pour expliquer ces temps

assez élevés il suffit de dire qu'environ 50% du coût total (PR) et plus de 70% du temps d'entrée-sortie (PP) représentent le chargement d'Optima et l'impression de la matrice dans le cas de l'élaboration de MFA1T1. Pourtant il se révèle que les temps nécessaires à la génération des matrices de tailles plus élevées deviennent rapidement trop élevés et pour les matrices MFA1T3, MFA1T4 et MFA1T5 il a été préférable d'insérer les lignes et les colonnes manquantes à la matrice de taille inférieure afin de constituer la matrice désirée. Les temps présentés dans le Tableau 42 sont alors plus raisonnables mais ne correspondent qu'à l'insertion d'une période supplémentaire à la matrice précédente. Pour avoir le temps total pour l'élaboration de MFA1T4 par exemple il faudrait alors ajouter le temps nécessaire à la génération de MFA2T2 plus le temps nécessaire à la formation de MFA1T3 à partir de MFA2T2 et de MFA1T4 à partir de MFA1T3.

	Temps d'ordina- teur central (sec)	Temps d'en- trée-sortie (sec)	Temps total (sec)	Prix (\$)	Nombre de lignes		Nombre de colonnes
Génération de MFA1T1	18.250	112.545	130.795	15.41	30	x	133
Génération de MFA2T2	52.000	361.251	413.552	49.30	59	x	260
Elaboration de MFA1T3 à partir de MFA2T2	24.067	129.955	154.022	18.01	88	x	387
Elaboration de MFA1T4 à partir de MFA1T3	29.760	104.128(*)	133.888(*)	19.66	117	x	514
Elaboration de MFA1T5 à partir de MFA1T4	37.641	110.854(*)	148.495(*)	22.90	146	x	641

(*) à partir de MFA1T4 la description des fichiers (Logname) de MEDFIL n'est plus demandée.

Tableau 42 - Description des temps et coûts pour l'élaboration des différentes matrices à l'aide d'OPTIMA

Ces temps auraient été grandement diminués en élaborant MFA2T2 à partir de MFA1T1 et non pas en le générant directement. De plus certaines impressions et options facultatives auraient pu être éliminées

dans la recherche d'un temps minimal de génération des matrices. Tel n'était pas le but recherché. L'annexe 14 résume les caractéristiques des différentes matrices.

4.3.5.2 Programmes d'optimisation

La matrice une fois générée et déchargée sur la bande MEDFIL peut être rechargée aussi souvent qu'on le désire pour des optimisations variées. Ainsi le fichier PROG de l'Annexe 13 contient un programme ACL d'optimisation du programme constitué par la matrice MFA1T3, le second membre RHSJT1 et la fonction économique FONOBJ. Une fois le chargement effectué à partir de MEDFIL, le verbe REVISE permet d'incorporer aux programmes les conditions particulières d'optimisation: valeurs initiales des $p_j(0)$, objectifs désirés sur les $p_j(3)$ etc ...

Par l'intermédiaire des verbes READY et SET UP le programme est alors activé en vue de l'optimisation. W.OBJ et W.RHS incorporent la fonction économique et le second membre désirés. Enfin W. SEPSW = ON active les restrictions sur l'entrée dans la base pour chaque approximation linéaire et W.MSHSZ=1 fixe l'écart entre les deux vecteurs d'une même approximation qui peuvent se trouver dans la base. Sans l'option MAPLN qui force l'introduction dans la base de départ d'un certain nombre de variables choisies, OPTIMA génère des variables artificielles qui additionnées aux vecteurs unitaires déjà existant composent la solution de départ. Le nombre d'itérations pour arriver à

la solution optimale est alors plus élevée que si l'utilisateur choisit comme point de départ de l'optimisation une solution déjà plus ou moins vraisemblable. De plus sans MAPIN le système n'arrive pas toujours à expulser toutes les variables artificielles de la base et ne converge pas à coup sûr vers une solution optimale. Au contraire la solution peut devenir de plus en plus irréalisable jusqu'au diagnostic final. Cette évolution fréquente pour les matrices d'ordre élevé n'a pu être expliquée. Avec l'utilisation de MAPIN, ce problème n'a jamais réapparu et l'auteur s'est contenté de cette approche pragmatique. Enfin dans la plupart des optimisations le verbe RESOLVE a été préféré aux autres verbes possibles: PRIMAL et OPTIMAL. En effet comme en 4.2.5.2 il est possible que l'objectif ne soit pas réalisable mais que l'écart entre l'objectif réalisable le plus proche et cet objectif irréalisable soit tellement minime qu'il serait irréaliste de rejeter la solution.

Avec l'énoncé: RESOLVE max delta, error label, le contrôle est transféré à l'étiquette "error label" si la somme des variables artificielles dans la base est supérieure à "max delta". Dans l'autre cas la solution optimale est recherchée et les écarts entre la premier membre et le second membre sont mentionnés pour chaque contrainte. La valeur de max delta spécifiée dans le programme de l'Annexe 13 est volontairement très élevée pour ne rejeter aucun cas. En fait pour que la solution optimale

considérée ait un intérêt il faudrait plutôt ne retenir que les solutions où la somme des variables artificielles dans la base ne dépasse pas .001 ou .0001.

Le Tableau 43 présente des exemples de temps et coûts d'optimisation pour les divers programmes considérés. Ici encore les temps, quoique dans une moindre mesure que pour l'élaboration des matrices, semblent importants. Il faut pourtant noter que le chargement d'OPTIMA, la lecture des fichiers de correction, la lecture de la bande MEDFIL et le chargement de la matrice désirée prennent environ 100 secondes pour un coût de 11.25 dollars avant que puisse être envisagée la moindre opération d'optimisation. Autant dire, dans le cas de MFA1T4, que la procédure d'optimisation n'accapare qu'une faible partie du temps total nécessaire.

	Temps d'ordi- nateur central (sec)	Temps d'en- trée-sortie (sec)	Temps total (sec)	Prix (\$)	Nombre d'itéra- tions	Temps par itération
Optimisation de MFA1T1	12.290	101.717	114.007	13.63	47	2.425
	11.986	105.211	117.197	13.58	46	2.547
Optimisation de MFA2T2	20.055	139.738	159.793	19.42	63	2.536
	24.985	136.121	161.106	21.24	69	2.335
Optimisation de MFA1T3	59.647	202.811	262.458	38.81	218	1.204
	51.399	175.934	227.333	32.67	141	1.612
Optimisation de MFA1T4	82.658	233.810	316.468	49.56	265	1.194
	68.337	210.822	279.159	42.37	129	2.164
Optimisation de MFA1T5	111.955	268.759	380.714	62.57	360	1.057
	105.091	270.060	375.151	59.44	314	1.195

Tableau 43 - Exemples de temps et coûts d'optimisation des divers programmes à l'aide d'OPTIMA

CHAPITRE 5

DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D'ADMISSION
DANS UN SECTEUR D'ETUDE REGROUPANT PLUSIEURS
INSTITUTIONS UNIVERSITAIRES

5.1 Généralités

5.1.1 Introduction

Le chapitre précédent traitait du problème des admissions au sein d'une institution universitaire. Il apparaît de plus en plus que les demandes d'admission pour toutes les Universités d'une même région voire d'un même pays, sont centralisées dans un Office dont le rôle est plus ou moins important suivant les pouvoirs qui lui ont été délégués par les différentes universités qui en font partie. Ce rôle peut aller de la simple information visant à accélérer les procédures d'admission dans chaque université à la sélection et à la répartition des candidats entre les différentes institutions. Les étudiants poseraient directement leur candidature à l'Office, préciseraient leurs qualifications et ordonneraient leurs préférences quant au secteur d'étude et à l'institution désirés. De leur côté les administrateurs universitaires devraient indiquer pour chaque secteur d'étude de leur institution les normes d'admission, la répartition désirée dans les trois cycles et les possibilités d'extension ou de contraction acceptables. Le but de ce chapitre est donc d'envisager un modèle quantitatif qui en fonction des différents objectifs possibles permet la répartition des étudiants entre les différents cycles du même secteur d'étude offert par des institutions différentes mais qui doivent se partager le même budget ou la même clientèle étudiante ou qui s'engagent globalement à fournir la quantité et la qualité

de main d'oeuvre requise par le marché du travail. Cette répartition sera optimale ou quasi-optimale vis à vis d'une fonction économique liée aux objectifs retenus.

Au Québec un tel office existe mais son rôle est actuellement un rôle d'information et d'aide aux Universités. Il existe d'ailleurs un phénomène de méfiance même au sein des Universités où de nombreux secteurs d'étude répugnent à déléguer leur procédure d'admission au Registraire ou aux organismes centraux. Il reste donc beaucoup à faire pour en arriver à un processus d'admission et de sélection unique dans la Province. Pourtant il semble que certains organismes tels la Conférence des Recteurs et Principaux d'Universités du Québec ou la Direction générale de l'Enseignement Supérieur s'intéressent actuellement à une analyse et classification des emplois qui devrait aboutir logiquement, dans le domaine de l'Education, à une quantification des débouchés dans les différents secteurs d'étude . Ceci étant réalisé, il deviendrait difficile de s'opposer à la centralisation des procédures d'admission si l'on désire réellement ajuster la "production" de gradués universitaire au besoin estimé de main d'oeuvre spécialisée . Il est à noter que ce besoin peut dépasser le besoin purement économique et se situer à un niveau social ou culturel.

5.1.2 Choix des objectifs

La principale raison qui s'oppose à une centralisation des objectifs vient du fait que les administrateurs des différents paliers ont des

objectifs différents et que chacun a tendance à élaborer une politique des admissions qui favorise son objectif. Les administrateurs au niveau du secteur d'étude sont soucieux de susciter un grand nombre de candidatures, peu d'abandon en cours d'étude et en général d'entretenir un maximum de satisfaction chez les étudiants. Au niveau de l'administration de l'institution, les contacts avec les étudiants s'amenuisent, et l'on se préoccupe plus de coûts, de qualité de l'enseignement, de prestige de l'institution. A l'échelon supérieur s'additionnent aux objectifs financiers, le désir d'intégrer les gradués au marché du travail et de ne pas manquer de main d'oeuvre spécialisée dans certains domaines. Au niveau du secteur d'étude on peut être satisfait de faire face à un grand nombre de candidats au Ph.D. dans une discipline; au niveau de l'institution on s'inquiétera du coût de formation et de la qualité de ces futurs gradués alors qu'au niveau national ou provincial on se demandera si le marché peut absorber un si grand nombre de Ph.D. ou s'il ne serait pas plus utile d'en former dans certains autres secteurs. Chaque administrateur vise son propre objectif et considère les autres objectifs comme des contraintes que l'on doit essayer de satisfaire. L'effort que l'on doit faire pour satisfaire ces contraintes est ensuite une question de charisme et d'influences parmi les administrateurs. La présence d'objectifs multiples est donc certainement un frein important au développement des techniques de programmation mathématique dans le domaine de l'Education. Il peut être

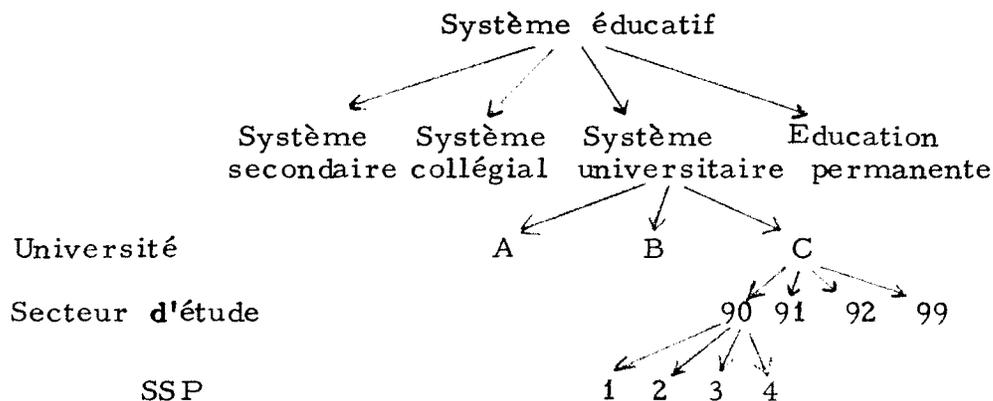
possible d'élaborer différentes fonctions économiques et de laisser à l'administrateur le soin de choisir celle qui correspond le mieux aux circonstances du moment. Les transitions risquent alors d'être brutales et la solution optimale obtenue ne reflète certainement pas un compromis acceptable pour les différents paliers d'administrateurs. Il semble donc qu'il soit préférable, lorsque cela est possible, de considérer une fonction économique qui intègre les différents objectifs en les pondérant à l'intérieur d'une fonction de préférence. La solution optimale est alors beaucoup plus souple et des variations des pondérations permettent une mise à jour de l'influence des différents objectifs. D'après Geoffrion A., Dyer J. et Feinberg A. [69] qui utilisent une fonction d'optimisation suivant plusieurs critères: "in all cases, our experimental use of the procedure has indicated that decision makers can provide the required information without significant difficulty". Si donc cette pondération est perçue d'une manière très réaliste par les administrateurs, il semble que la programmation mathématique puisse devenir un outil efficace dans la planification universitaire. Une approche assez semblable dénommée "Goal Programming" a été élaborée par Charnes A., Cooper W. et Niehaus R. [37] qui spécifient les objectifs sous forme de contraintes et optimisent suivant une fonction de préférence les variables d'écart de ces mêmes contraintes.

Le but de l'étude étant la répartition des étudiants admissibles dans un secteur d'étude couvrant plusieurs institutions universitaires, on peut dégager trois types d'objectifs qui semblent pertinents:

- optimiser la fonction de préférence des étudiants relativement à leur admission dans le secteur d'étude considéré;
- satisfaire le plus possible les objectifs de chaque institution relatifs aux variations de taille et aux structures d'effectifs dans les différents états du secteur d'étude considéré;
- approcher le plus possible et le plus rapidement possible une certaine production globale de diplômés reflétant les besoins réels de la société. Cette production est relative à chaque état de sortie du système pour chaque secteur d'étude; elle n'est pas désagrégée au niveau de l'institution.

5.1.3 Sous systèmes primaires et sous système secondaire

La définition d'un SSP sera essentiellement la même que celle proposée en 3.2.1. Chaque institution universitaire développe donc un certain nombre de SSP dans certains des 52 secteurs d'étude proposés dans l'Annexe 2.



Pourtant toutes les Universités n'ont pas développé toutes les combinaisons possibles de SSP et de secteurs d'étude. Il faut donc recenser les combinaisons possibles actuellement dans le système. Au fur et à mesure de leur création les combinaisons nouvelles pourront s'ajouter au modèle.

Université	Secteur d'étude	SSP						
		1	2	3	4	...	14	
A	90	x	x	x	x			
	91	x	x	x	x			x
	92							
	⋮							
	99	x	x	x				
B	90	x						
	91							
	92	x	x	x				
	⋮							
	99	x						
C	90	x	x	x				x
	91	x	x	x				
	92				x			x
	⋮							
	99	x						

Tableau 44 - Ensemble de SSP développés par chaque institution universitaire dans les différents secteurs d'étude.

L'ensemble de tous ces SSP détermine donc le nouveau sous-système secondaire. Un tel SSS comprendra tous les étudiants d'une province ou d'un pays qui postulent un grade dans un secteur d'étude déterminé. Au niveau du marché du travail, on a ainsi, chaque période, à un niveau agrégé, toutes les sorties relatives à la spécialité choisie. Dans un contexte de planification, le SSS est donc d'une grande utilité pour ajuster le nombre de diplômés universitaires à l'offre d'emplois recensés sur le marché du travail.

Les hypothèses de travail et définitions utilisées dans la suite du chapitre seront identiques à celles proposées en 3.2.5 et 3.3.1.

5.1.4 Contraintes principales

Malgré un contenu différent on retrouve les deux systèmes d'équations de base (14) élaborés en 3.3.2.

Les matrices P et W étant considérées homogènes dans le temps, ces équations sont linéaires. Il est probable que ces matrices auront une certaine structure en bloc puisque les transitions s'effectueront principalement entre les sous-systèmes primaires d'une même université. Partitionner les matrices davantage serait inutile puisque les nombres de diplômés désirés ne sont spécifiés qu'au niveau du secteur. Par contre ce modèle permet les transitions entre universités, par exemple, lorsque le cycle supérieur n'est offert que dans une université particulière. De même les

proportions de transition peuvent être différentes reflétant ainsi des qualités et des normes d'enseignement différentes. Pourtant même si des diplômes peuvent être plus difficiles ou plus prestigieux dans certaines Universités, les gradués sont interchangeables et leur répartition au sein de l'objectif importe peu. Ce point de vue qui est celui du planificateur central ne peut évidemment être celui des employeurs soucieux de rendement et de formation personnelle ou d'administrateurs sensibles à la qualité et au prestige de leur institution.

Dans le cas d'un système à 4 universités comprenant chacune 10 SSP, les vecteurs $n(t)$ et $r(t)$ seraient donc de dimension 1×40 et P serait une matrice 40×40 . Dans la répartition des admissions, toutes les composantes de $r(t)$ ne sont pas des variables. Si la composante est relative à un SSP qui ne correspond pas à un début de cycle, cette composante sera nulle. Dans l'hypothèse de trois niveaux d'admission par université seules 12 composantes parmi les 40 du vecteur $r(t)$ pris en exemple précédemment seraient susceptibles d'être non nulles.

5.2 Elaboration du modèle

5.2.1 Production de la répartition désirée de gradués: Modèle I

Le but du modèle est de fixer les admissions de telle manière que la répartition des individus qui sortent du système approche le plus rapidement possible une répartition désirée m^* élaborée par le planificateur central. Si l'on suppose qu'il n'y a aucune

restriction sur la taille du secteur d'étude, sur le nombre d'étudiants admissibles dans chaque cycle, le système (101) permettra d'obtenir la répartition $m(t)$, le plus proche possible de la répartition de gradués $m^*(t)$ désirée à partir de la répartition actuelle $n(0)$ des individus dans les différents SSP du SSS.

$$(101) \quad \left[\begin{array}{ll} n(t) - n(t-1) \cdot P - r(t) & = 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ m(t) - n(t) \cdot W & = 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r_j(t) & = 0 \quad ; j \in J_2 ; t = 1, 2, \dots, T \\ m(t), n(t), r(t) & \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \text{Min } \left\{ \sum_{t=1}^t |m(t) - m^*(t)| \cdot q_1(t) \right\} \end{array} \right.$$

Le vecteur $q_1(t)$ de dimension $(l-k) \times 1$ permet la sommation des composantes du vecteur $|m(t) - m^*(t)|$. Le programme (101) devient le programme linéaire (102) si l'on pose :

$$\begin{cases} m(t) - m^*(t) = u(t) - v(t) \\ u(t), v(t) \geq 0 \end{cases}$$

$$(102) \quad \left[\begin{array}{ll} n(t) - n(t-1) \cdot P - r(t) & = 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n(t) \cdot W - u(t) + v(t) & = m^*(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r_j(t) & = 0 \quad ; j \in J_2 ; t = 1, 2, \dots, T \\ n(t), r(t), u(t), v(t) & \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \text{Min } \left\{ \sum_{t=1}^T [u(t) + v(t)] \cdot q_1(t) \right\} \end{array} \right.$$

Sous une forme plus condensée, le système (102) peut s'écrire :

$$(103) \left[\begin{array}{l} n(0) \cdot P^t \cdot W + \sum_{\tau=0}^{t-1} r(t-\tau) \cdot P^\tau \cdot W - u(t) + v(t) = m^*(t) ; t = 1, 2, \dots, T \\ r_j(t) = 0 ; j \in J_2 ; t = 1, 2, \dots, T \\ m(t), r(t), u(t), v(t) \geq 0 ; t = 1, 2, \dots, T \\ \text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T [u(t) + v(t)] \cdot q_1(t) \right\} \end{array} \right.$$

Si l'on se reporte en 3.2.3.2 et 3.2.4 on constate que toutes les composantes du vecteur m^* ne dépendent pas du choix du planificateur central. En fait la première composante qui représente le nombre d'éliminés sans diplôme du sous-système secondaire doit être estimée et la modification du nombre prévu ne peut se réaliser que par un choix qualitatif des admissions ou une modification contrôlée de la taille du SE. De même pour les autres composantes, une certaine proportion des diplômés représente des étudiants qui abandonnent leurs études supérieures et une variation quantitative du nombre des admissions restera sans effet sur cette proportion.

Le vecteur $q_1(t)$ est un vecteur de dimension $(l-k) \times 1$ composé uniquement de 1. Il peut aussi représenter un ensemble de pondérations attaché au vecteur m^* , qui reflète l'importance relative de chacune des composantes. En choisissant adéquatement $q_1(t)$, on peut transformer les différentes variations $m(t) - m^*(t)$ en des valeurs $|m(t) - m^*(t)| \cdot q_1(t)$ comparables. Si $q_1(t) = 1/m^*(t)$ on ramène les écarts absolus à des écarts relatifs plus significatifs

au niveau de la fonction économique et donc de l'objectif du planificateur central.

Pourtant ce modèle présente certaines lacunes. Il se contente de faire évoluer chaque SE d'institution universitaire en fonction de l'objectif proposé qui peut amener des structures indésirables pour chaque institution. La taille de chaque SE n'est pas contrôlée et elle peut subir des changements imprévus et inopportuns dans le seul but d'atteindre l'objectif. Enfin à l'horizon, les structures de chaque institution peuvent se trouver dans une situation très éloignée de la stabilité qui peut occasionner des problèmes avec les admissions ultérieures. Il est donc impérieux de tenir compte des objectifs de structure et de développement de chaque institution au même titre que l'objectif global sur les sorties d'étudiants du SSS.

5.2.2. Réalisation des objectifs de chaque institution: Modèle II.

Le but du Modèle II est d'approcher le plus possible les objectifs des différentes Universités relativement aux admissions dans le secteur d'étude considéré. Si l'on se reporte au modèle de détermination des niveaux d'admission au sein d'une institution universitaire élaboré dans le chapitre 4, on se souvient que les deux objectifs de l'administration universitaire relativement à un secteur d'étude sont:

- un certain équilibre ou proportion entre les différents SSP du secteur d'étude développé par l'institution,

- une variation satisfaisante sinon désirée de la taille du secteur d'étude.

Les seules variables que l'administrateur contrôle et sur lesquelles il peut s'appuyer pour la réalisation des deux objectifs précités sont les variables $r_j(t)$ représentant les admissions dans les différents SSP du secteur d'étude de l'institution où l'admission est possible. Que ces variables aient été déterminées par le modèle de détermination des niveaux d'admission proposé dans le chapitre 4, ou qu'elles soient simplement des valeurs estimées représentant le jugement des administrateurs, le but du Modèle II sera d'essayer de satisfaire le plus possible les objectifs des différentes institutions universitaires tout en essayant de produire la répartition de gradués désirée par le planificateur central. C'est donc une amélioration du Modèle I où l'on ignorait les objectifs individuels des institutions.

Soient $r_j^*(t)$, $j \in J_1$ les objectifs des institutions. Le programme (104) s'écrit donc à partir du programme (102):

$$(104) \quad \left[\begin{array}{lll} n(t) - n(t-1) \cdot P - r(t) & = 0 & t = 1, 2, \dots, T \\ n(t) \cdot W - u(t) + v(t) & = m^*(t) & t = 1, 2, \dots, T \\ r(t) - x(t) + y(t) & = r^*(t) & t = 1, 2, \dots, T \\ r_j(t), r_j^*(t) & = 0 ; j \in J_2, & t = 1, 2, \dots, T \\ m(t), r(t), u(t), v(t), x(t), y(t) & \geq 0 & t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right.$$

$$\text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T \alpha_1 \cdot [u(t) + v(t)] \cdot q_1(t) + \alpha_2 \cdot [x(t) + y(t)] \cdot q_2(t) \right\} .$$

Ayant la même signification que dans le Modèle I, le vecteur $q_2(t)$ est de dimension $k \times 1$. En supposant par exemple que $q_2(t) = 1/r^*(t)$ les termes $\sum_{t=1}^T [u(t)+v(t)] \cdot q_1(t)$ et $\sum_{t=1}^T [x(t)+y(t)] \cdot q_2(t)$ représentent la somme des écarts relatifs entre d'une part le nombre de gradués et l'objectif du planificateur et d'autre part le nombre d'individus admis et l'objectif de l'institution.

Les deux termes composant la fonction économique sont compatibles puisqu'ils représentent alors des pourcentages d'écart par rapport aux objectifs. Pourtant le vecteur $m(t)$ se compose de $l-k$ termes alors que $r(t)$ comprend $J_{1\max}$ composantes non nulles. Pour pallier à cet inconvénient on multiplie les deux sommes respectivement par deux coefficients α_1 et α_2 . Ces coefficients peuvent être définis de manière à annuler l'influence du nombre de composantes différent dans chaque vecteur $m(t)$ et $r(t)$ et aussi à pondérer chacune des deux sommes suivant l'importance relative que l'utilisateur du modèle veut lui voir jouer à l'intérieur de la fonction économique. En posant $\alpha_1 = \frac{\beta_1}{l-k}$ et $\alpha_2 = \frac{\beta_2}{J_{1\max}}$, on réalise cette pondération si $\beta_1 + \beta_2 = 1$ et $\beta_1, \beta_2 \geq 0$.

$$\sum_{t=1}^T [u(t)+v(t)] \cdot \frac{q_1(t)}{l-k} \quad \text{et} \quad \sum_{t=1}^T [x(t)+y(t)] \cdot \frac{q_2(t)}{J_{1\max}}$$

représentent alors pour chaque période les écarts relatifs moyens par rapport aux objectifs alors que β_1 et β_2 sont des coefficients de pondération relative attachés à chacune des deux sommes.

Dans le programme (105) on pose $p_1(t) = \frac{q_1(t)}{l-k}$ et $p_2(t) = \frac{q_2(t)}{J_{\max}}$.

Suivant les valeurs attribuées à β_1 et β_2 il se peut qu'il y ait un certain écart entre les admissions $r(t)$ élaborées par le modèle et celles $r^*(t)$ proposées par les institutions. Même si l'écart $|r^*(t) - r(t)|$ est minimisé, dépendant de β_1 et β_2 , il n'en reste pas moins que des niveaux d'admission $r_j(t)$, $j \in J_1$ peuvent être très différents des choix $r_j^*(t)$, $j \in J_1$. Dans le but de ne pas rendre certains niveaux d'admission $r_j(t)$ incompatibles avec les possibilités de variation de taille du secteur d'étude, une capacité maximale $r_j^{**}(t)$ peut être spécifiée par les administrateurs des institutions pour chaque sous système primaire du secteur d'étude où des admissions sont possibles. Généralement le niveau d'admission $r_j(t)$ sera donc inférieur ou égal à cette capacité maximale. Cette capacité maximale peut aussi s'exprimer sous forme de contraintes au niveau de chaque cycle. Dans le cas habituel le programme (104) représentant le Modèle II se présente ainsi:

$$(105) \quad \left[\begin{array}{ll} n(t) - n(t-1) \cdot P - x(t) + y(t) & = r^*(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n(t) \cdot W - u(t) + v(t) & = m^*(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r^*(t) + x(t) - y(t) & \leq r_j^{**}(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r^*(t) + x(t) - y(t) & \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r_j^*(t), x_j(t), y_j(t) & = 0 \quad ; j \in J_2 \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n(t), u(t), v(t), x(t), y(t) & \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T \beta_1 \cdot [u(t) + v(t)] \cdot p_1(t) + \beta_2 \cdot [x(t) + y(t)] \cdot p_2(t) \right\} \end{array} \right.$$

La contrainte $r^*(t) + x(t) - y(t) \geq 0$ reflète la nécessité pour le vecteur des admissions d'être positif. Sans cette contrainte il se pourrait en effet que certains $x_j(t) - y_j(t)$ soient choisis inférieurs à $r_j^*(t)$ ce qui entraînerait des admissions négatives. Il n'en est pas de même pour la contrainte $m^*(t) + u(t) - v(t) \geq 0$ qui est redondante. En effet $n(t) \geq 0$ est suffisant pour assurer que $n(t)$, w et par suite $m^*(t) + u(t) - v(t)$ seront toujours positifs.

5.2.3. Considération de la satisfaction des étudiants : Modèle III.

Supposons que chaque étudiant qui désire être admis dans un SSP d'une institution universitaire doit poser sa candidature à un office central des admissions. L'étudiant ne peut poser sa candidature et être possiblement admis que:

- s'il provient d'une institution pré-universitaire,
- s'il n'était pas la période précédente dans une institution universitaire ayant délégué sa politique d'admission à l'office central des admissions,
- s'il change de sous système secondaire.

Les candidats sont donc des gradués du niveau collégial, des individus n'ayant pas étudié au cours de la période précédente, des étudiants provenant d'un autre SE ou de l'extérieur du groupe d'institutions qui a centralisé l'admission de ses candidats au sein de l'office.

Chaque dossier de candidature comprend les diplômes, notes et

cours suivis par le répondant ainsi qu'un certain nombre de choix correspondant à ses préférences. Ses préférences sont hiérarchisées et chaque choix correspond à un SSP d'un SSS. Il est souhaitable de respecter le plus possible les préférences des étudiants puisqu'il est évident que leurs motivations ultérieures tant au niveau universitaire que dans le monde du travail sont liées aux possibilités que ceux ci auront de se former dans le SE et l'institution qu'ils ont choisis. Supposons que le premier choix valable est retenu. Est considéré comme valable un choix pour lequel un candidat satisfait toutes les conditions (notes, prérequis, expérience, etc.) imposées par les autorités universitaires de l'institution qui délivre le grade postulé. Soit $C_1^*(t)$ un vecteur de dimension $1 \times k$ représentant le nombre de candidats ayant choisi en premier l'un des SSP du SE concerné. De la même façon on définit $C_2^*(t)$ un vecteur de dimension $1 \times k$ représentant le nombre de candidats intéressés à venir dans un SSP du SE bien qu'ils ne l'aient pas choisi en premier. Soient $C_1(t)$ le vecteur représentant les nombres d'étudiants admis dans les différents SSP et ayant vu leur première préférence satisfaite. Si $C_2(t)$ correspond aux étudiants admis dans un sous-système primaire qui ne figurait parmi leur première préférence on a :

$$(106) \quad r(t) = C_1(t) + C_2(t)$$

Le but du Modèle III est alors d'ajuster le plus possible l'offre de place dans un SE à la demande tout en essayant de s'approcher

le plus possible de la production $m^*(t)$ désirée par le planificateur central et des objectifs $r^*(t)$ élaborés par les administrateurs des institutions. C'est donc une amélioration des modèles précédents I et II dans le sens où un objectif supplémentaire est introduit.

Même si on désirait admettre tous les candidats on sait que seulement une proportion h_1 de $C_1^*(t)$ et h_2 de $C_2^*(t)$ seraient disponibles. Il est évident que h_1 est très voisin de 1 et que $h_1 > h_2$ puisque parmi les étudiants figurant dans $C_2^*(t)$ par exemple, un grand nombre risque de voir un de leur premier choix, intérieur ou extérieur au SE satisfait. Les deux contraintes (107) découlent de ces remarques:

$$(107) \quad \begin{cases} C_1(t) \leq h_1 \cdot C_1^*(t) \\ C_2(t) \leq h_2 \cdot C_2^*(t) \end{cases}$$

Dans le cas de non-homogénéité des proportions h_1, h_2 pour les différents sous-systèmes primaires, h_1 et h_2 seraient alors des matrices $k \times k$ où seuls les éléments diagonaux pourraient être positifs. Dans l'équation (106), $r(t)$ serait alors la somme des transposées des vecteurs $C_1(t)$ et $C_2(t)$.

La proportion h_2 ne peut être réellement une constante puisqu'elle est directement influencée par $C_1(t)$. Une variation de $C_1(t)$ par exemple, pour une période, entraîne la variation inverse du coefficient h_2 . Pourtant le but n'est pas ici d'optimiser la fonction de préférence des étudiants pour l'ensemble des SE des institutions

mais plutôt de tenir compte le plus possible dans l'élaboration des niveaux d'admission de ce secteur d'étude de la demande des étudiants. Dans ce cas il semble qu'on puisse élaborer une proportion h_2 homogène dans le temps et significative de la proportion d'étudiants réellement disponibles parmi ceux intéressés à venir dans un SSP du SE bien qu'ils ne l'aient pas choisi en premier.

Cette proportion sera alors très approximative mais l'importance de cette pondération est très minime dans la fonction économique.

Soient $w_1(t)$ et $w_2(t)$ les variables d'écart représentant les étudiants refusés dans le SE:

$$(108) \quad \begin{cases} C_1(t) + w_1(t) = h_1 \cdot C_1^*(t) \\ C_2(t) + w_2(t) = h_2 \cdot C_2^*(t) \end{cases}$$

Dans la minimisation des variables d'écart il y a certainement un profit beaucoup plus important pour les administrateurs à minimiser $w_1(t)$ que $w_2(t)$.

Si on pose comme dans les Modèles I et II:

$$(109) \quad \begin{cases} q_3(t) = \frac{1}{h_1 \cdot C_1^*(t)} & \text{et} & q_4(t) = \frac{1}{h_2 \cdot C_2^*(t)} \\ p_3(t) = \frac{q_3(t)}{J_{1\max}} & \text{et} & p_4(t) = \frac{q_4(t)}{J_{1\max}} \end{cases}$$

les termes $w_1(t) \cdot p_3(t)$ et $w_2(t) \cdot p_4(t)$ représentent pour la période t l'écart relatif moyen entre l'offre de places dans le secteur d'étude et la demande des étudiants. Afin d'être sûr

que tous les étudiants apparaissant dans C_1^* soit admis avant qu'on fasse appel au premier étudiant de C_2^* il est nécessaire de s'assurer que les coefficients des composantes des vecteurs $w_1(t)$ dans la fonction économique soient toujours supérieurs aux coefficients des composantes des vecteurs $w_2(t)$. Ce sera le rôle des coefficients γ_1 et γ_2 qui feront alors que l'on devra minimiser chaque période $\gamma_1 \cdot w_1(t) \cdot p_3(t) + \gamma_2 \cdot w_2(t) \cdot p_4(t)$ avec $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, $\gamma_1, \gamma_2 \geq 0$ et $\gamma_1 \gg \gamma_2$. Enfin le coefficient de pondération β_3 évaluera l'importance relative pour le planificateur central de l'ajustement de l'offre à la demande par rapport aux deux précédents objectifs représentés par la production désirée.

Le programme représentant le Modèle III s'écrit alors:

$$(110) \quad \left\{ \begin{array}{l} n(t) - n(t-1) \cdot P - x(t) + y(t) = r^*(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n(t) \cdot W - u(t) + v(t) = m^*(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r^*(t) + x(t) - y(t) \leq r^{**}(t) \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r^*(t) + x(t) - y(t) \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ x(t) - y(t) + w_1(t) + w_2(t) = h_1 \cdot C_1^*(t) + h_2 \cdot C_2^*(t) - r^*(t); t=1, 2, \dots, T \\ h_1 \cdot C_1^*(t) - w_1(t) \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ h_2 \cdot C_2^*(t) - w_2(t) \geq 0 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ r_j^*(t), x_j(t), y_j(t) = 0 \quad j \in J_2 \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T \\ n(t), x(t), y(t), u(t), v(t), w_1(t), w_2(t) \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T \beta_1 [u(t) + v(t)] \cdot p_1(t) + \beta_2 \cdot [x(t) + y(t)] \cdot p_2(t) \right. \\ \left. + \beta_3 \cdot \gamma_1 \cdot w_1(t) \cdot p_3(t) + \beta_3 \cdot \gamma_2 \cdot w_2(t) \cdot p_4(t) \right\} \end{array} \right.$$

Bien que les vecteur $C_1^*(t)$ et $C_2^*(t)$ aient été indicés en fonction du temps, seules les préférences des étudiants pour la première période du programme sont réellement connues par l'intermédiaire des demandes d'admission. Pour les périodes subséquentes deux possibilités peuvent être envisagées:

- réaliser des sondages périodiques au niveau collégial permettant d'estimer les préférences futures des étudiants.
- élaborer des séries chronologiques permettant par des techniques adéquates de lissage d'estimer ces préférences.

Il est aussi possible de n'introduire dans la fonction économique que les préférences relatives à la première période. On risque dans ce cas d'assister au cours des périodes suivantes à des variations assez irréalistes des admissions dans le but d'arriver à la structure désirée de gradués malgré les restrictions imposées par la clientèle étudiante au cours de la première période.

5.3 Exemple numérique

5.3.1 Enoncé

Soit une province qui comprend deux universités A et B qui ont développé des programmes d'étude dans un SE donné. Elles offrent les deux premiers cycles et l'une d'entre elles seulement a développé un programme de troisième cycle. Les proportions de transition entre les SSP et les proportions de départ sont les suivantes:

Les admissions sont possibles dans les SSP A1, A4, B1, B4 et B6. Les quatre états de sortie correspondent aux éliminés, gradués Baccalauréat, gradués maîtrise et gradués Ph.D. Le gouvernement désire ajuster la production de gradués à l'offre d'emplois dans ce SE. Il a fixé un objectif sur les nombres de gradués pour chaque période dans les trois cycles même s'il sait qu'il est trop tard pour modifier les sorties du système relatives aux deux prochaines périodes :

$$m(1) = [380, 85, 14]$$

$$m(2) = [400, 90, 15]$$

$$m(3) = [420, 95, 16]$$

$$m(4) = [440, 100, 17]$$

Pour atteindre cet objectif les institutions désirent modifier le moins possible leurs prévisions relativement aux structures d'admission et aux structures d'étudiants dans le SE. La plus jeune institution universitaire qui ne développe que les deux premiers cycles voudrait atteindre une expansion de 6% ainsi que la stabilité de ses structures d'effectifs et d'admission. Comme la structure des effectifs dans les SSP A1, A2, A3, A4, A5 au temps $t = 0$ est $[\.3540, \.2720, \.2420, \.0910, \.0410]$ et que l'objectif souhaité est $[\.3730, \.2603, \.2119, \.1118, \.0430]$, le modèle élaboré dans le chapitre 4 nous permet de déterminer les structures d'admission souhaitées par l'institution A pour atteindre son équilibre le plus rapidement possible. Sachant qu'il y a 1000 étudiants dans le SE considéré de l'institution A au temps $t = 0$ on a :

$$\left[\begin{array}{lll} r_1^*(1) = 236 & r_1^*(2) = 313 & r_1^*(3) = 298 \\ r_4^*(1) = 11 & r_4^*(2) = 1 & r_4^*(3) = 21 \end{array} \right.$$

Dans le cas où ces admissions seraient acceptées, l'Université A aurait au cours des périodes ultérieures une structure stable des effectifs, une expansion de 6% et une structure constante des admissions $r_1^* = 317$ et $r_4^* = 24$.

Dans le cas de l'Université B établie depuis plus longtemps, les planificateurs locaux désireraient conserver une taille constante et la structure stable correspondante que les structures d'admission précédentes ont permis d'atteindre. Cette structure est [.3392, .2546, .2223, .1160, .0383, .0196] et correspond à une combinaison linéaire convexe des 3 vecteurs lignes de la matrice $[(1 + \alpha) - P]^{-1}$ où des admissions sont possibles soit B1, B4 et B6.

La combinaison linéaire convexe choisie est [.95, .04, .01]. Puisqu'il y a 2000 étudiants dans l'institution B la structure stable des effectifs est:

$$[678, 509, 445, 232, 77, 59]$$

et celle des admissions constantes chaque période est la suivante:

$$[543, 27, 4] .$$

5.3.2 Résultats

A l'aide du programme (105) on désire connaître la séquence optimale des $r_j(t)$, $j \in J_1$, en fonction de la pondération β_1 , β_2 reflétant l'importance relative des deux types d'objectifs. En paramétrisant la fonction économique, il est possible d'obtenir les solutions optimales en fonction de pondérations β_1 , β_2 variant linéairement entre 0 et 1. Les résultats sont alors ceux présentés dans les Tableaux 44, 45, 46. On remarquera que les objectifs $m^*(t)$ ne comprennent que trois composantes. En effet il est préférable de ne pas fixer d'objectifs sur les nombres d'éliminés puisque ceux-ci sont liés aux nombres de gradués et ne représentent pas un des objectifs immédiats des planificateurs.

			$\beta_1=0.000$	$\beta_1=.250$	$\beta_1=.500$	$\beta_1=.625$	$\beta_1=.750$	$\beta_1=.875$	$\beta_1=1.000$
			$\beta_2=1.000$	$\beta_2=.750$	$\beta_2=.500$	$\beta_2=.375$	$\beta_2=.250$	$\beta_2=.125$	$\beta_2=0.000$
$r_1^*(1)$	266	$r_1(1)$	266	266	266	266	266	266	266
$r_4^*(1)$	11	$r_4(1)$	11	11	11	11	11	11	11
$r_6^*(1)$	543	$r_6(1)$	543	543	543	612	612	601	600
$r_9^*(1)$	27	$r_9(1)$	27	27	27	27	27	27	0
$r_{11}^*(1)$	4	$r_{11}(1)$	4	4	11	11	11	11	11
$r_1^*(2)$	313	$r_1(2)$	313	313	313	313	313	313	313
$r_4^*(2)$	1	$r_4(2)$	1	1	1	1	1	1	0
$r_6^*(2)$	543	$r_6(2)$	543	543	543	543	615	617	604
$r_9^*(2)$	27	$r_9(2)$	27	27	27	27	27	30	47
$r_{11}^*(2)$	4	$r_{11}(2)$	4	4	8	8	8	8	8
$r_1^*(3)$	298	$r_1(3)$	298	298	298	298	298	298	298
$r_4^*(3)$	21	$r_4(3)$	21	21	21	21	21	21	21
$r_6^*(3)$	543	$r_6(3)$	543	543	543	543	543	543	543
$r_9^*(3)$	27	$r_9(3)$	27	27	27	27	27	37	37
$r_{11}^*(3)$	4	$r_{11}(3)$	4	4	9	9	10	9	9
$r_1^*(4)$	317	$r_1(4)$	317	317	317	317	317	317	317
$r_4^*(4)$	24	$r_4(4)$	24	24	24	24	24	24	24
$r_6^*(4)$	543	$r_6(4)$	543	543	543	543	543	543	543
$r_9^*(4)$	27	$r_9(4)$	27	27	27	27	27	27	41
$r_{11}^*(4)$	4	$r_{11}(4)$	4	4	4	4	4	4	4

Tableau 44 - Vecteurs des admissions optimales pour diverses pondérations β_1, β_2 .

			$\beta_1 = 0.000$	$\beta_1 = .250$	$\beta_1 = .500$	$\beta_1 = .625$	$\beta_1 = .750$	$\beta_1 = .825$	$\beta_1 = 1.000$
			$\beta_2 = 1.000$	$\beta_2 = .750$	$\beta_2 = .500$	$\beta_2 = .375$	$\beta_2 = .250$	$\beta_2 = .125$	$\beta_2 = 0.000$
$m_1^*(1)$	/	$m_1(1)$	349	349	349	363	363	361	360
$m_2^*(1)$	380	$m_2(1)$	409	409	409	409	409	409	404
$m_3^*(1)$	85	$m_3(1)$	90	90	90	90	90	90	85
$m_4^*(1)$	14	$m_4(1)$	14	13	14	14	14	14	14
$m_1^*(2)$	/	$m_1(2)$	356	356	356	377	377	377	374
$m_2^*(2)$	400	$m_2(2)$	406	406	406	406	406	407	408
$m_3^*(2)$	90	$m_3(2)$	89	89	89	89	89	90	90
$m_4^*(2)$	15	$m_4(2)$	13	13	15	15	15	15	15
$m_1^*(3)$	/	$m_1(3)$	356	356	356	362	369	368	367
$m_2^*(3)$	420	$m_2(3)$	406	406	406	420	420	420	420
$m_3^*(3)$	95	$m_3(3)$	93	93	93	93	93	95	95
$m_4^*(3)$	16	$m_4(4)$	14	14	16	16	16	16	16
$m_1^*(4)$	/	$m_1(4)$	362	361	362	364	369	369	368
$m_2^*(4)$	440	$m_2(4)$	415	415	415	425	440	440	440
$m_3^*(4)$	100	$m_3(4)$	95	95	95	96	96	97	100
$m_4^*(4)$	17	$m_4(4)$	14	14	17	17	17	17	17

Tableau 45 - Vecteurs des départs optimaux pour diverses pondérations

 β_1, β_2

	n(0)	354	272	242	91	41	678	509	445	232	77	59
$\beta_1=0.000$ $\beta_2=1.000$	n(1)	337	267	239	105	38	679	509	445	232	77	63
	n(2)	380	255	235	101	37	679	509	445	232	77	66
	n(3)	374	279	226	119	36	679	509	445	232	77	68
	n(4)	392	280	241	128	37	679	509	445	232	77	70
$\beta_1=.250$ $\beta_2=.750$	n(1)	337	267	239	105	38	679	509	445	232	77	63
	n(2)	380	255	235	101	37	679	509	445	232	77	66
	n(3)	374	279	226	119	36	679	509	445	232	77	68
	n(4)	392	280	241	128	37	679	509	445	232	77	70
$\beta_1=.500$ $\beta_2=.500$	n(1)	337	267	239	105	38	679	509	445	232	77	70
	n(2)	380	255	235	101	37	679	509	445	232	77	75
	n(3)	374	279	226	119	36	679	509	445	232	77	80
	n(4)	392	280	241	128	37	679	509	445	232	77	84
$\beta_1=.625$ $\beta_2=.375$	n(1)	337	267	239	105	38	747	509	445	232	77	70
	n(2)	380	255	235	101	37	692	550	445	232	77	75
	n(3)	374	279	226	119	36	681	525	474	232	77	80
	n(4)	392	280	241	128	37	679	514	463	238	77	84
$\beta_1=.750$ $\beta_2=.250$	n(1)	337	267	239	105	38	747	509	445	232	77	70
	n(2)	380	255	235	101	37	764	550	445	232	77	75
	n(3)	374	279	226	119	36	696	569	474	232	77	81
	n(4)	392	280	241	128	37	682	531	493	238	77	85
$\beta_1=.825$ $\beta_2=.175$	n(1)	337	267	239	105	38	737	509	445	232	77	70
	n(2)	380	255	235	101	37	764	544	445	235	77	75
	n(3)	374	279	226	119	36	696	567	470	243	77	80
	n(4)	392	280	241	128	37	682	531	491	242	79	85
$\beta_1=1.000$ $\beta_2=0.000$	n(1)	337	267	239	105	38	735	509	445	205	77	70
	n(2)	380	255	235	100	37	751	543	445	238	74	75
	n(3)	374	279	226	118	36	693	559	469	245	76	80
	n(4)	392	280	241	128	37	682	528	485	257	77	85

Tableau 46 - Vecteurs des effectifs optimaux pour diverses pondérations β_1, β_2 .

5.3.3 Conclusions et améliorations

Les Tableaux 44, 45 et 46 amènent plusieurs remarques et améliorations possibles du programme. Tout d'abord il est nécessaire de fournir les objectifs pour un horizon assez lointain même si l'on désire seulement prévoir les effectifs de la période suivante. En effet plus il y a d'états sans admission directe plus il est long d'évoluer vers la structure de gradués désirée. Dans notre exemple il faut au moins choisir un horizon de 3 puisqu'il y a au maximum deux états sans admission consécutifs. Avec un tel horizon pourtant seules les admissions optimales de la première période ont une influence sur la structure des gradués. La signification des vecteurs d'admissions optimales des périodes suivantes est donc réduite puisqu'ils reflètent les objectifs particuliers des institutions et ne concourent pas forcément à l'obtention de la structure des gradués désirée par le planificateur central pour les périodes après l'horizon. De la même façon l'objectif sur les départs relatifs à la première période est souvent irréalisable puisqu'il faut plus d'une période au système pour évoluer vers une structure désirée de gradués. Même si l'on cherche les effectifs optimaux pour la prochaine période il est donc très recommandable de préciser les objectifs jusqu'à un horizon assez lointain ($T = 4, 5$ ou 6) afin d'éviter aux vecteurs des admissions d'évoluer très rapidement en fonction du seul désir des institutions. Ainsi certaines admissions du Tableau 44 pour les

périodes 3 et 4 ne seraient certainement pas conservées si les objectifs de gradués étaient précisés au delà de l'horizon.

Il est un inconvénient plus important qui ressort des tableaux 44 et 45. Par rapport aux SSP identiques de chaque institution, les variations d'admissions par rapport aux objectifs sont toutes concentrées dans l'institution qui a le plus d'étudiants dans le SSP considéré. Ainsi dans les SSP A1 et B1 correspondant au premier niveau du Baccalauréat dans les institutions A et B toutes les variations par rapport à l'objectif sont concentrées dans le SSP B1 qui a un objectif de 543 supérieur au 266 souhaité par l'institution A. Ceci est évidemment dû au choix de la fonction économique. Pourtant les corrections de telles anomalies sont possibles et variées:

- . l'adjonction de la contrainte $r^*(t) + x(t) - y(t) \leq r^{**}(t)$ peut permettre le remplissage consécutif des différents SSP jusqu'à leur capacité maximale spécifiée par $r^{**}(t)$;

- . au risque de détruire la signification élaborée en 5.2.2 des coefficients de la fonction économique, il est possible d'introduire dans cette fonction des coefficients croissants au fur et à mesure avec les écarts entre les admissions et les objectifs;

- . au même risque de détruire la signification de la fonction économique, il est aussi possible de rendre cette fonction quadratique en la faisant varier proportionnellement aux carrés des écarts entre les admissions et les objectifs;

. l'adjonction de contraintes linéaires supplémentaires du type $x_1(1) - y_1(1) - x_6(1) + y_6(1) = \frac{r_6^*(1)}{r_1^*(1)}$ permet de résoudre le problème en répartissant les variations dans les SSP proportionnellement aux objectifs souhaités;

. enfin beaucoup plus simplement l'utilisation du modèle III où l'on tient compte des préférences des étudiants corrige les anomalies détectées puisque les variations d'admissions se feront d'une manière plus réaliste en fonction des choix émis par la clientèle d'étudiants admissibles.

Afin d'améliorer les solutions optimales des Tableaux 44, 45 et 46, le programme (110), plus général, a été utilisé avec le choix suivant des données:

$$\left[\begin{array}{l} C_1^* = [320, 20, 640, 40, 8] \\ C_2^* = [220, 2, 350, 5, 1] \\ h_1 = .90 \quad \text{et} \quad h_2 = .10 \\ \gamma_1 = .999 \quad \text{et} \quad \gamma_2 = .001 \\ \frac{\beta_1}{\beta_2} = 3 \quad \text{et} \quad \frac{\beta_2}{\beta_3} = 10, 2, 0.5 \end{array} \right. .$$

Le tableau 47 résume les solutions optimales pour les trois choix de la pondération β_3 . Dès que β_3 prend un peu d'importance on constate que l'Université A prend en charge une partie des admissions dans l'Université B dans les solutions précédentes.

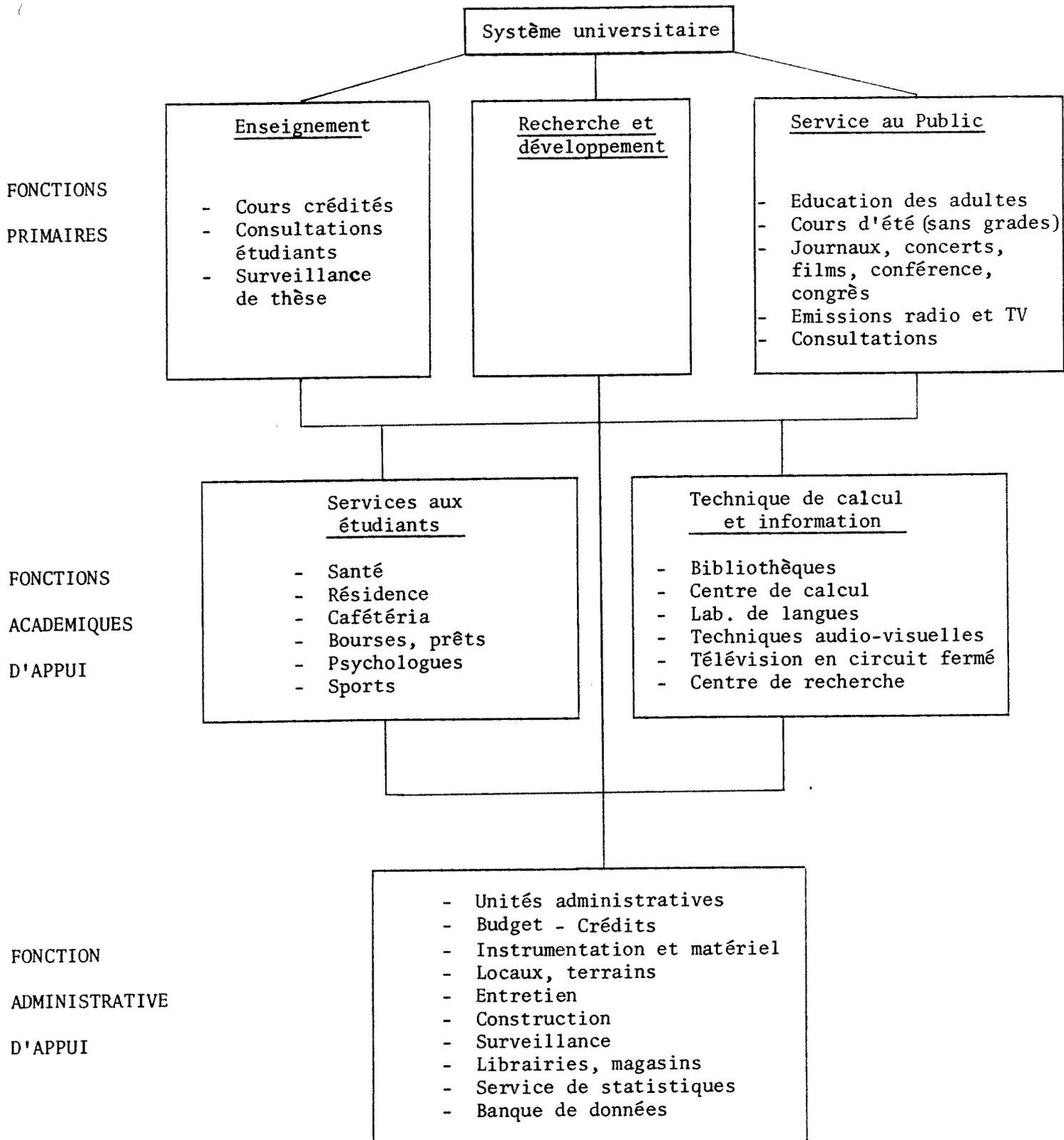
	$r(1)$	$w_1(1)$	$w_2(1)$	$n(1)$
$\beta_1 = .732$	266 11 612 27 7	22 7 0 9 0	22 .2 9.4 .5 0	337 267 239 105 38 747 509 445 232 77 66
$\beta_2 = .244$				
$\beta_3 = .024$				
$\beta_1 = .667$	288 11 590 27 7	0 7 0 9 0	22 .2 31 .5 0	359 267 239 105 38 725 509 445 232 77 66
$\beta_2 = .222$				
$\beta_3 = .111$				
$\beta_1 = .500$	288 18 586 36 7	0 0 0 0 0	22 .2 35 .5 0	359 267 239 112 38 721 509 445 241 77 66
$\beta_2 = .167$				
$\beta_3 = .333$				
	$r^*(1)$			
	266 11 543 27 4			
	$h_1 \cdot C_1^*$			
	288 18 576 36 7.2			
	$h_2 \cdot C_2^*$			
	22 .2 45 .5 .1			

Tableau 47 - Vecteurs des admissions et effectifs optimaux pour divers choix de β_3 .

5.4 Programme de calcul utilisé

Le système de programmation mathématique utilisé est toujours OPTIMA. Le programme construit pour l'élaboration des Tableaux 44, 45 et 46 est joint dans l'Annexe 15. La seule innovation par rapport aux programmes OPTIMA du chapitre 4 consiste en l'utilisation de la procédure PAROBJ pour réaliser la paramétrisation de la fonction économique. En plus de la fonction économique FONOBJ on introduit dans la matrice des données, un vecteur supplémentaire CHANGE qui permet la construction à volonté de nouvelles fonctions économiques égales à $FONOBJ + W.PHI \times CHANGE$. En donnant une valeur initiale à W.PHI et en précisant une valeur maximale de ce paramètre (PARMX) on obtient une ou plusieurs solutions optimales fonction des valeurs permissibles de W.PHI.

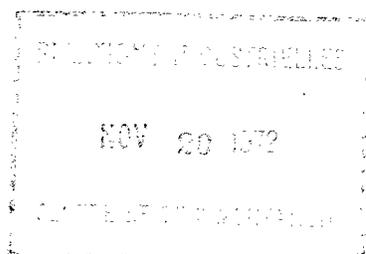
ANNEXES

1. Les six fonctions du Système universitaire

2. Identification des 51 SECTEURS D'ETUDE

9001000000CHIRURGIE DENTAIRE
9002000000DIETETIQUE NUTRITION
9003000000EDUCATION PHYSIQUE
9004000000MEDECINE
9005000000MEDECINE VETERINAIRE
9006000000OPTOMETRIE
9007000000PHARMACIE
9008000000REHABILITATION
9009000000SCIENCES INFIRMIERES
9010000000SC. SANTE (AUTRES)
9101000000AGRICULTURE
9102000000ARCHITECTURE
9103000000BIOCHIMIE
9104000000BIOLOGIE
9105000000CHIMIE
9106000000FORESTERIE GEODESIE
9107000000GENIE
9108000000GEOLOGIE
9109000000INFORMATIQUE
9110000000MATHEMATIQUE
9111000000PHYSIQUE
9112000000SC. PURES/APP(AUTRES)
9201000000BIBLIOTHECONOMIE
9202000000CRIMINOLOGIE
9203000000DEMOGRAPHIE
9204000000DROIT
9205000000ECONOMIE
9206000000GEOGRAPHIE
9207000000HISTOIRE
9208000000JOURNALISME
9209000000ORIENTATION
9210000000PHILOSOPHIE
9211000000PSYCHOLOGIE
9212000000RELATIONSIndustr.
9213000000SCES DE L'EDUCATION
9214000000SCIENCES POLITIQUES
9215000000SERVICE SOCIAL
9216000000SOCIOLOGIE ANTHROP.
9217000000THEOL. SCES RELIG.
9218000000SC HUMAINES (AUTRES)
9301000000ADMINISTRATION
9302000000ADM. (AUTRES)
9401000000BEAUX-ARTS

9402000000HISTOIRE DE L'ART
9403000000MUSIQUE
9404000000ARTS (AUTRES)
9501000000LANGUES MODERNES
9502000000LANGUES ANCIENNES
9503000000LETTRES (AUTRES)
9901000000EDUC. PERMANENTE
9902000000B.A. GENERAL



3.2 STRUCTURE REDUITE

Admission

	i	2	3	4	5	6	7	8
1	X	X						X
2		X	X					X
3			X	X				X
4				X	X	X		X
5					X	X	X	X
6						X	X	X
7							X	X
8	X	X	X	X	X	X	X	X

Matrice P

	9	10	11	12
1	X			
2	X			
3	X	X		
4	X	X	X	
5	X	X	X	
6	X	X	X	X
7	X	X	X	X
8				

Matrice W

4. DESCRIPTION DES MATRICES P ET W DANS LE CAS DE LA PROMOTION PAR ANNEE

4.1 STRUCTURE COMPLETE

	X					X				X					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	X	X	X												
2	X	X													
3			X	X	X										
4			X	X											
5					X	X	X								
6					X	X									
7							X	X	X						
8								X	X	X	X	X			
9							X	X	X						
10										X	X	X			
11										X	X				
12												X	X	X	X
13												X	X		
14														X	X
15														X	x

Matrice P

	16	17	18	19	20	21									
1	X														
2															
3	X														
4															
5	X	X													
6															
7	X	X													
8	X	X	X	X											
9															
10											X	X			
11											X	X			
12	X	X	X	X	X										
13															
14														X	X
15														X	X

Matrice W

4.2 STRUCTURE REDUITE

	X			X		X		
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X	X						X
2		X	X					X
3			X	X				X
4				X	X			X
5					X	X		X
6						X	X	X
7							X	X
8	X	X	X	X	X	X	X	X

	9	10	11	12			
1	X						
2	X						
3	X	X					
4	X	X					
5	X	X	X				
6	X	X	X				
7	X	X	X	X			
8							

5. McGill Student Record File

File Description

- 1) Odd Parity
- 2) 800 BPI , 9 track
- 3) Non-Label
- 4) Blocked 14
- 5) Record Length - 492 characters
- 6) The file is in ascending sequence on student number.
There is one sequence one record per student, followed
by a sequence 2 record for each session attended.

Sequence 1 Record

1-6	Student Serial Number (ascending sequence)
7	Sequence Number
8-27	Blank
28-30	Citizenship Code
31-33	Blank
34	Sex
35-40	Blank
41-42	Year of Birth
43-77	Blank
78	Immigration Code
79-224	Blank
225	Mother Tongue Code
226-492	Blank

Sequence 2 Record

1-6	Student Number
7	Sequence code
8	Faculty code
9-11	Degree code
12	Year
13	PQRL CODE
14	Academic Category
15-18	Major Department
19	Status Code
20	College Equivalent Code
21-26	Date of Last Change
27	Registration Code
28	Open Field
29-30	Number of Courses
31-32	Attendance year
33-35	Average Mark
36-39	Withdrawal date
40	Withdrawal code
41	Final Legend
42	Supplemental Legend
43-492	Course Area

TABLE 1 DEPARTMENT CODES

0001	LAW	
0002	LAW	
0003	LAW	
0004	LAW	
0005	LAW	
0006	LAW	
0007	LAW	
0008	LAW	
0009	LAW	
0042	ACCOUNTG	ACCOUNTING
0050	ACC&ECONS	ACCOUNTING AND ECONOMICS
0060	ENGNGING	ENGINEERING
0210	AGR BACT	AGRICULTURAL BACTERIOLOGY
0265	AFRICAN ST	AFRICAN STUDIES
0294	AGR CHEM	AGRICULTURAL CHEMISTRY
0296	AGR COMM	AGRICULTURAL COMMERCE
0378	AGR EC	AGRICULTURAL ECONOMICS
0462	AGR ENGRG	AGRICULTURAL ENGINEERING
0544	DIP (CHEM ENG)	GRADUATE STUDIES
0550	AGR MECH	AGRICULTURAL MECHANICS
0590	AGR PHYS	AGRICULTURAL PHYSICS
0605	AGRIC	AGRICULTURE
0630	AGRONOMY	
0714	AIRSP LAW	AIR AND SPACE LAW
0740	AL INSTR.	ALL INSTRUMENTS
0765	ANAESTH	ANAESTHESIA
0776	ANALYSIS	ANALYSIS
0798	ANATOMY	
0805	ANTMY & HISTGY	ANATOMY & HISTOLOGY
0820	ANC HIST	ANCIENT HISTORY
0829	ANIM BEHAV	ANIMAL BEHAVIOUR
0830	ANIMAL BR	ANIMAL BREEDING
0836	ANIMAL PA	ANIMAL PATHOLOGY
0838	ANIMAL PH	ANIMAL PHYSIOLOGY
0840	ANIMAL SC	ANIMAL SCIENCE
0860	AN SC&NUT	ANIMAL SCIENCE AND NUTRITION
1090	ANTHRO	ANTHROPOLOGY
1092	AN&GEO	ANTHROPOLOGY & GEOGRAPHY
1093	AN & LING	ANTHROPOLOGY AND LINGUISTICS
1094	AN&POL SC	ANTHROPOLOGY AND POLITICAL SCIENCE
1098	AN & SOC	ANTHROPOLOGY AND SOCIOLOGY
1121	APP GEO	APPLIED GEOPHYSICS
1122	APP MECH O	APPLIED MECHANICS OPTION
1125	ARABIC	
1126	ARAMAIC	ARAMAIC LANGUAGE
1150	ARCH	ARCHITECTURE
1155	ARCH DSGN	ARCHITECTURAL DESIGN
1310	BACT&IMM	BACTERIOLOGY & IMMUNOLOGY
1311	BAROQ MUS	BAROQUE MUSIC

1350	BASSOON	
1420	BIOCHEM	BIOCHEMISTRY
1430	BIOC&CHEM	BIOCHEMISTRY AND CHEMISTRY
1440	BIO SC	BIOLOGICAL SCIENCE
1445	BIOLOGY	
1446	BIOL DIS	BIOLOGY OF DISEASE
1450	BIOMED. ENG.	BIOMEDICAL ENGINEERING
1455	BIOMED SC	BIOMEDICAL SCIENCE
1460	BIOPHYS	BIOPHYSICS
1470	BOTANY	
1490	BRASSE MU	BRASS ENSEMBLE - MUSIC
1495	BRASSR MU	BRASS REPERTOIRE - MUSIC
1499	BRASS TEC	BRASS TECHNIQUES
1554	BR INST	BRACE RESEARCH INSTITUTE
1596	BUS ADMIN	BUSINESS ADMINISTRATION
1597	BUS EC&PP	BUSINESS ECONOMICS AND PUBLIC POLICY
1598	BUS&GOVT	BUSINESS AND GOVERNMENT
1599	CELLO	
1600	CHAMBERMU	CHAMBER MUSIC
1601	CHMBR LIT	CHAMBER MUSIC LIT
1602	C NER SYS	CENTRAL NERVOUS SYSTEM
1603	CATH STUD	CATHOLIC STUDIES
1638	CHEM ENG	CHEMICAL ENGINEERING
1639	CHEM ENG	ENGINEERS TAKING GRAD COURSE
1722	CHEMISTRY	
1825	CHEM&GEOL	CHEMISTRY AND GEOLOGY
1845	CHEM&PHYS	CHEMISTRY AND PHYSICS
1860	CHINESE LANG.	CHINESE LANGUAGE
1870	CHOIR MU	CHOIR - MUSIC
1880	CHORALTEC	CHORAL TECHNIQUES
1885	CHORUS OP	OPERA CHORUS - MUSIC
1890	CIVIL ENG	CIVIL ENGINEERING
1891	CIVIL ENG.	ENGINEERS TAKING GRAD COURSES
2000	CIVIL LAW	CIVIL LAW
2050	CLARINET	
2051	CLASCL MU	CLASSICAL MUSIC
2100	CLASSICS	
2119	INT CL ST	INTRODUCTION TO CLINICAL STUDIES
2120	CLIN. MEDIC.	CLINICAL MEDICINE
2140	CLIN. MEDIC.	CLIN. MED & PSYCH
2230	CLOTHING	
2265	COMMERCE	
2340	COM LAW	COMMERCIAL LAW
2350	COM & M LAW	COMMERCIAL & MARITIME LAW
2360	COMM ARTS	COMMUNICATION ARTS
2400	C & F LAW	COMPARATIVE & FOREIGN LAW
2401	COMMUN ARTS	COMMUNICATION ARTS
2405	COMM PLAN	COMMUNITY PLANNING
2500	COMPOSITN	COMPOSITION - MUSIC
2657	COMP SC	COMPUTER SCIENCE

2665	COMP SC	COMPUTER SCIENCE
2675	CONDUCTNG	CONDUCTING
2680	CONST LAW	CONSTITUTIONAL LAW
2681	DIAG&RAD	DIAGNOSIS & RADIOLOGY
2682	DIET FD MAN	DIETETICS & FOOD MANAGEMENT
2683	CNTEMP MU	CONTEMPORARY MUSIC
2684	CONTINUO	CONTINUO PRACTICE
2685	DENTISTRY	DENTISTRY
2686	DBLE BASS	DOUBLE BASS
2687	DIETETICS	DIETETICS
2688	COUNS ED,	COUNSELLOR EDUCATION
2689	CONTROL O	CONTROL OPTION
2690	CONSERVTN	CONSERVATION
2691	COUNTE MU	COUNTERPOINT - MUSIC
2692	CRYSTALL	CRYSTALLOGRAPHY
2693	DSGN PRO D	DESIGN PROJECT OPTION
2694	DIC ET MU	EAR TRAINING (DICTATN) - MUSIC
2695	LANG F MU	FRENCH DICTATION
2696	GERMN DIC	GERMAN DICTATION
2697	ITALN DIC	ITALIAN DICTATION
2698	DIVINITY	
2699	EARLY CHLD	EARLY CHILDHOOD
2700	ECONOMICS	
2701	EARTH SC	EARTH SCIENCES
2702	DICTATION	DICTATION
2706	EARTRAIN	EAR TRAINING
2715	ECOLOGY	
2720	EC & HIST	ECONOMICS AND HISTORY
2740	EC & MATH	ECONOMICS AND MATHEMATICS
2760	EC & PHIL	ECONOMICS AND PHILOSOPHY
2770	EC POL SC	ECONOMICS AND POLITICAL SCIENCE
2780	EC & SOC	ECONOMICS AND SOCIOLOGY
2790	EDUCATION	
2791	EDUC 2 SEC	EDUCATION 2 SECONDARY SUBJECTS
2792	EDUC 1 SEC	EDUCATION 1 SECONDARY SUBJECTS
2793	EDUC(ART)	EDUCATION (ART)
2794	EDUC(HIST)	EDUCATION (HISTORY)
2795	EDUC(MUS)	EDUCATION (MUSIC)
2796	EDUC(S/S)	EDUCATION (SOC STUDIES)
2797	EDUC(SCI)	EDUCATION (SCIENCE)
2798	EDUC(FRENCH)	EDUCATION (FRENCH)
2799	EDUC(GEOG)	EDUCATION (GEOGRAPHY)
2800	ELECT ENG	ELECTRICAL ENGINEERING
2801	ELECT. ENG,	ENGINEERS TAKING GRAD COURSES
2802	EDUC(ENG)	EDUCATION (ENGLISH)
2803	EDUC(MATH)	EDUCATION (MATHEMATICS)
2804	EDUC (BIO)	EDUCATION (BIOLOGY)
2805	EDUC (MOV)	EDUCATION (MOVING)
2806	ED(REL R)	EDUCATION (RELIGION)
2807	ED(KIND)	EDUCATION (KINDERGARTEN PROCEDU

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

2808 ED(ELEM)
 2809 EDUC(LANG ARTS)
 2810 ELECT O
 2811 EDUC(H EC)
 2820 ELECT-THER,
 2850 ENERGY O
 3000 ENGLISH
 3010 ENG & FR
 3020 ENG & GER
 3030 ENG&GREEK
 3040 ENG&HIST
 3044 ENG&ITAL
 3050 ENG&LATIN
 3060 ENG&PHIL
 3070 ENG & RUSS
 3090 ENGRG
 3091 E AALD
 3092 ENS ACCOM
 3093 ENS BAND
 3094 ENS CHMBR
 3095 ENGRG GEOL
 3096 ENS CHORL
 3097 ENS INSTR
 3098 ENS JAZZ
 3099 ENS OPERA
 3100 ENTOMOL
 3101 ENS ORCH
 3102 ENS PIANO
 3103 ENS REPER
 3104 ENS STRNG
 3105 ENS WSHOP
 3150 EPIDEMIOLOG
 3155 EP&HEALTH
 3165 ET DIC MU
 3173 EUPHONIUM
 3200 EXP MED
 3240 EXP PRO O
 3249 EXPER CRS
 3250 EXP SURG
 3260 EXTENSION
 3270 EXT METH
 3272 FAC BAND
 3275 FAC CHOIR
 3280 FAC CRSE
 3285 FAC ORCH
 3290 FARM FOR
 3293 FIN ACC
 3295 FIN&TAX
 3300 FINE ARTS
 3325 FINE A.&HIST.

EDUCATION (ELEMENTARY EDUCATION)
 EDUCATION (LANGUAGE ARTS) 300
 ELECTRONICS OPTION
 EDUCATION (HOME ECONOMICS)
 ELECTROTHERAPY
 ENERGY OPTION

 ENGLISH AND FRENCH
 ENGLISH AND GERMAN
 ENGLISH AND GREEK
 ENGLISH AND HISTORY
 ENGLISH AND ITALIAN
 ENGLISH AND LATIN
 ENGLISH AND PHILOSOPHY
 ENGLISH & RUSSIAN
 ENGINEERING
 ENGRG ASPECTS OF ARID LAND DEVELOPM
 ENSEMBLE ACCOMPANIMENT
 ENSEMBLE BAND
 ENSEMBLE CHAMBER MUSIC
 ENGRG GEOLOGY
 ENSEMBLE CHORAL
 ENSEMBLE INSTRUMENTS
 ENSEMBLE JAZZ
 ENSEMBLE OPERA
 ENTOMOLOGY
 ENSEMBLE ORCHESTRA
 ENSEMBLE PIANO
 ENSEMBLE REPERTOIRE
 ENSEMBLE STRING
 ENSEMBLE WORKSHOP
 EPIDEMIOLOGY
 EPIDEMIOLOGY & HEALTH
 DICTATION MUSIC
 EUPHONIUM
 EXPERIMENTAL MEDICINE
 EXPERIMENTAL PROJECT OPTION
 EXPERIMENTAL SUMMER COURSE
 EXPERIMENTAL SURGERY

 EXTENSION METHODS
 FACULTY BAND
 FACULTY CHOIR
 FACULTY COURSE
 FACULTY ORCHESTRA
 FARM FORESTRY
 FINANCIAL ACCOUNTING
 FINANCE & TAXATION

 FINE ARTS & HISTORY
 FRENCH LANGUAGE
 FRENCH LITERATURE
 FRENCH HISTORY

3350	FLUTE	
3400	FOOD MAN	FOOD MANAGEMENT
3500	FOOD SC	FOOD SCIENCE
3600	FRENCH	
3601	FRNCH DIC	FRENCH DICTATION
3610	FR CND STUD	FRENCH CANADA STUDIES
3613	FR HORN	FRENCH HORN
3620	FR & GER	FRENCH AND GERMAN
3630	FR & ITAL	FRENCH AND ITALIAN
3640	FR & LAT	FRENCH AND LATIN
3650	FR & LING	FRENCH & LINGUISTICS
3660	FR & PHIL	FRENCH AND PHILOSOPHY
3670	FR & RUSS	FRENCH & RUSSIAN
3680	FR & SPAN	FRENCH AND SPANISH
3685	FUNCT FR	FUNCTIONAL FRENCH
3895	GEN AGR SC	GENERAL AGRICULTURAL SCIENCE
3900	GEN BIODSC	GENERAL BIOLOGICAL SCIENCES
4200	GENETICS	
4500	GEOG	GEOGRAPHY
4530	GEOG&HIST	GEOGRAPHY AND HISTORY
4570	GEOGERUS	GEOGRAPHY AND RUSSIAN
4800	GEOLOGY	
4875	GEOLEPHYS	GEOLOGY AND PHYSICS
5100	GERMAN	
5110	GER & GR	GERMAN AND GREEK
5115	GER&ITAL	GERMAN AND ITALIAN
5120	GER & LAT	GERMAN AND LATIN
5130	GER&LING	GERMAN AND LINGUISTICS
5140	GER&HIST	GERMAN AND HISTORY
5160	GER&PHIL	GERMAN AND PHILOSOPHY
5170	GER&RUS	GERMAN AND RUSSIAN
5180	GER&SPAN	GERMAN AND SPANISH
5300	GLACIOLOGY	
5350	GR SCH & BUS	GRAD SCHOOL & BUSINESS
5400	GREEK	
5440	GR&PHIL	GREEK AND PHILOSOPHY
5450	GUID & COUNS	GUIDANCE & COUNSELLING
5455	GUITAR	
5460	HAR K MU	HARMONY (KEYBOARD) MUSIC
5480	HAR WR MU	HARMONY (WRITTEN) MUSIC
5484	HARP	
5485	HARPCHORD	HARPSICHORD
5500	H COM DIS	HUMAN COMMUNICATION DISORDERS
5600	HEBREW	
5698	HIGH SCH	HIGH SCHOOL
5699	HISTOLOGY	HISTOLOGY
5700	HISTORY	
5701	HIST&EMB	HISTOLOGY&EMBRYOLOGY(DENTAL)
5702	HIST(DENT)	HISTORY (DENTAL)
5720	HIST & LIT	HISTORY AND LITERATURE

5740	HIST&PHIL	HISTORY AND PHILOSOPHY
5750	HIST&POL	HISTORY AND POLITICAL SCIENCE
5760	HIST&RUS	HISTORY AND RUSSIAN
5800	HOME EC	HOME ECONOMICS
5801	HOME EC ED	HOME ECONOMICS EDUCATION
5820	HORN	
5900	HORTIC	HORTICULTURE
5903	HOSP SUPER	HOSPITAL SUPERVISION
5905	HOUSING	HOUSING
5909	HUNGARIAN	
5910	HSEHLD SC	HOUSEHOLD SCIENCE
5911	INDUS REL	INDUSTRIAL RELATIONS
5912	INTER BUS	INTERNATIONAL BUSINESS
5913	INFO PRO D	INFORMATION PROCESSING OPTION
5914	ORG IMPRO	ORGAN IMPROVISATION
5917	IND REL CTR	INDUSTRIAL RELATION CENTRE
5920	INS ADMIN	INSTITUTE ADMINISTRATION
5921	INSTR.	INSTRUMENTS
5922	INTERNAL MED	INTERNAL MEDECINE
5923	INSTRU MU	INSTRUMENTAL CLASS MUSIC
5924	INV MAN	INVESTMENT MANAGEMENT
5925	INVST MED	INVESTIGATIVE MEDICINE
5950	ISLAMICS	
5970	ITALIAN	ITALIAN AND LATIN
5980	ITAL&LAT	ITALIAN AND LINGUISTICS
5981	ITAL&LING	ITALIAN AND PHILOSOPHY
5990	ITAL&PHIL	ITALIAN AND SPANISH
5995	ITAL&SPAN	JURISPRUDENCE, DENTAL
5996	JURISPRUD	KEYBOARD HARMONY
5997	KYBD HARM	LATER CHILDHOOD
5998	LATER CHLD	JEWISH STUDIES
5999	JEWISH STUDIES	
6000	LATIN	LATIN AND PHILOSOPHY
6030	LAT&PHIL	LATIN & RUSSIAN
6040	LAT & RUSS	LATIN AND SPANISH
6050	LAT&SPAN	
6075	LAW	
6080	LAW & CONST	LAW & CONSTITUTION
6085	LEGAL PROB	LEGAL PROBLEMS OF GOVT CONTROL
6100	LIB SCH	LIBRARY SCHOOL
6150	LINGSTCS	LINGUISTICS
6159	LING&RUSS	LINGUISTICS AND RUSSIAN
6160	LING & SP	LINGUISTICS & SPANISH
6170	MACH SC C	MACHINE SCIENCES CENTRE
6180	MANAGMNT	MANAGEMENT
6200	MAR SC	MARINE SCIENCE
6215	MAT & C H NRSG	MATERNAL & CHILD HEALTH NRSG
6220	MED S NRSG	MEDICAL SURGICAL NRSG
6225	M H & P NRSG	MENTAL HEALTH & PSYCH NRSG
6240	MAT. SC.	MATERIAL SCIENCE

6250	MAN ACCNG	MANAGERIAL ACCOUNTING
6255	MAN&MARK	MANAGEMENT AND MARKETING
6300	MATH	MATHEMATICS
6305	MATH&PHIL	MATHEMATICS AND PHILOSOPHY
6310	MATH PHYS	MATH PHYSICS
6375	MATH&ZOO	MATHEMATICS AND ZOOLOGY
6379	MED (BIOCHEM)	MED (BIOCHEM)
6380	MECH ENG	MECHANICAL ENGINEERING
6381	MED (CARDIOL)	MED (CARDIOLOGY)
6382	MED (CHEST)	MED (CHEST)
6383	MED (DERMAT)	MED (DERMATOLOGY)
6384	MEDVL MUS	MEDIAEVAL MUSIC
6385	MEDICINE	
6386	MED (ENDOCR)	MED (ENDOCRINOLOGY)
6387	MED (GASTRO)	MED (GASTROENTEROLOGY)
6388	MED (HEMAT)	MED (HEMATOLOGY)
6389	MED (PHYS MED)	MED (PHYSICAL MED)
6390	MED (RENAL)	MED (RENAL)
6400	METALLURG	METALLURGY
6450	MET ENG	METALLURGICAL ENGINEERING
6600	METEOROL	METEOROLOGY
6625	MICROBIOL	MICROBIOLOGY
6627	MINR SEP O	MINERAL SEPARATION OPTION
6628	MICRO&IMM	MICROBIOLOGY AND IMMUNOLOGY
6629	MINR EXPL	MINERAL EXPLORATION
6630	MINING	
6640	MIN & APP GE	MINING & APPLIED GEOPHYSICS
6650	MIN ENG	MINING ENGINEERING
6660	MOD GREEK	MODERN GREEK
6661	MUSIC ED	MUSIC EDUCATION
6662	MUSIC PER	MUSIC PERFORMANCE
6663	MUSIC TH	MUSIC THEORY
6664	MUSIC THF	MUSIC THEORY (FIXED)
6665	MUSIC	
6666	MUSIC THM	MUSIC THEORY (MOVEABLE)
6667	MUS ED ORCH	MUSIC EDUCATION ORCHESTRA
6668	MUS ANAL	MUSIC ANALYSIS
6669	MUS ED CHOR	MUSIC EDUCATION CHORUS
6670	MUS HIST	MUSIC HISTORY
6671	MUS HIST & LIT	MUSIC HISTORY & LITERATURE
6672	MUHIST&GL	MUS HIST AND GUIDED LISTENING
6673	MUS ED KYBD	MUSIC EDUCATION KEYBOARD
6674	MUSICOLGY	MUSICOLOGY
6675	NEUROLOGY	
6676	NEUROCHEM	NEUROCHEMISTRY
6677	NEUROPATH	NEUROPATHOLOGY
6679	NEUROSURG	NEUROSURGERY
6680	NEUR&NSRG	NEUROLOGY AND NEUROSURGERY
6700	NEURANTM	NEURDANATOMY
6750	NEURPHYSIOL	NEUROPHYSIOLOGY

6755 N AMER ST
 6762 NURSING
 6763 NUT & DIET
 6764 OPHTHAL
 6765 NRSG ADMIN
 66 ORCH LIT
 6767 OPERA LIT
 6768 NRSG EDUC
 6769 OP WKSHP
 6770 NUTRITN
 6771 ORCH MU
 6772 DR&BD TEC
 6773 ORCHSTRTN
 6774 OBST & GYN
 6775 OTOLAR
 6776 ORGAN
 6777 OBOE
 6778 PAEDIAT
 6779 OBS & TEACH
 6780 PARASIT
 6789 PED MU
 6790 PATHOLOGY
 6791 PED PERC
 6792 PIANO PED
 6793 ORGAN PED
 6794 VOICE PED
 6795 STRNG PED
 6796 WWIND PED
 6797 BRASS PED
 6798 THEOR PED
 6799 PERCUSSION
 6800 PHARM
 6801 PHARM & THER
 6803 PERCN PED
 6804 PERCN TEC
 6810 PERF COND
 6811 PERF HPCHD
 6812 PERF ORG
 6813 PERF ORCH
 6815 PERF VOICE
 6820 PK O & H
 6822 PERF PIANO
 6900 PHIL
 6950 PHIL&POL
 7000 PHYS ED
 7100 PHYS. THER,
 7200 PHYSICS
 7255 PHYSE&PHYS
 7300 PHYS OF M
 7400 PHYS SCI

NUTRITION & DIETETICS
 OPHTHALMOLOGY
 NRSG ADMINISTRATION
 ORCHESTRAL LITERATURE
 OPERA LITERATURE
 NRSG EDUCATION
 OPERA WORKSHOP
 NUTRITION
 ORCHESTRA - MUSIC
 ORCHESTRA & BAND TECH MUSIC
 ORCHESTRATION
 OBSTETRICS & GYNAECOLOGY
 OTOLARYNGOLOGY

PAEDIATRICS
 OBSERVATION & PRACTICE TEACH
 PARASITOLOGY
 MUSIC PEDAGOGY
 PATHOLOGY
 PEDAGOGY PERCUSSION
 PIANO PEDAGOGY
 ORGAN PEDAGOGY
 VOICE PEDAGOGY
 STRING PEDAGOGY
 WOODWIND PEDAGOGY
 BRASS PEDAGOGY
 THEORY PEDAGOGY

PHARMACOLOGY
 PHARMACOLOGY & THERAPEUTICS
 PERCUSSION PEDAGOGY
 PERCUSSION TECHNIQUES
 PERFORMANCE CONDUCTING
 PERFORMANCE - HARPSICHORD
 PERFORMANCE - ORGAN
 PERFORMANCE ORCHESTRAL INSTRUMENTS
 PERFORMANCE VOICE
 PERFORMANCE KEYBOARD ORGAN & HARPSICHORD
 PERFORMANCE KEYBOARD PIANO
 PHILOSOPHY
 PHILOSOPHY AND POLITICAL SCIENCE
 PHYSICAL EDUCATION
 PHYSICAL THERAPY
 PHYSICS AND PHYSIOLOGY
 PHYSICS OF MUSIC
 PHYSICAL SCIENCE

UNIVERSITY OF TORONTO
 LIBRARY
 100 ST. GEORGE STREET
 TORONTO, ONTARIO

7500	PHYSIOL	PHYSIOLOGY
7540	PHYSICPSY	PHYSIOLOGY AND PSYCHOLOGY
7550	PIA AC MU	PIANO ACCOMP MUSIC
7555	PIANO CLS	PIANO CLASS
560	PIA EN MU	PIANO ENSEMBLE MUSIC
7600	PL PATH	PLANT PATHOLOGY
7800	POL SC	POLITICAL SCIENCE
7850	POLSC&SOC	POLITICAL SCIENCE AND SOCIOLOGY
7875	PIANO	
7876	PIANO LIT	PIANO LITERATURE
7877	PRAC MU	PRACTICAL MUSIC
7878	PREP EAR	PREP EAR TRAINING
7879	PREP THEO	PREP THEORY
7900	PROJECT	
8000	PSYCHIAT	PSYCHIATRY
8100	PSYCH	PSYCHOLOGY
8125	PH & NRSG SP	PUBLIC HEALTH & NRSG SUPERVISION
8130	PUB ADMIN	PUBLIC ADMINISTRATION
8150	PUBLIC LAW	PUBLIC LAW
8175	Q ANAL&OP	QUANTITATIVE ANALYSIS&OPERATIONS RESEA
8200	RADIOLOGY	
8201	RADIOLOGY (DIAG)	RADIOLOGY (DIAG)
8300	RELIGION	
8301	REL STUD	RELIGIOUS STUDIES
8303	RENAIS MU	RENAISSANCE MUSIC
8304	RESEARCH	RESEARCH
8350	ROMAN LAW	
8353	ROMANT MU	ROMANTIC MUSIC
8400	RUSSIAN	
8450	SAXOPHONE	
8460	SCH CHOR	SCHOOL MUSIC - CHORAL
8470	SCH KYBD	SCHOOL MUSIC - KEYBOARD
8500	SCHL CANT	SCHOLA CANTORUM
8501	SCIENCE	SCIENCE
8512	SM KEY-C	SCHOOL MUSIC KEYBOARD & CHORAL
8514	SCH ORCH	SCHOOL MUSIC ORCHESTRAL INSTRUMENTS
8525	SCOR READ	SCORE READING
8550	ET SOL MU	EAR TRAINING-SOLFEGE MUSIC
8575	SYM BA MU	SYMPHONIC BAND MUSIC
8700	SOCIOLOGY	
8800	SOC WORK	SOCIAL WORK
8900	SOIL SC	SOIL SCIENCE
8908	SOLFEGE F	SOLFEGE (FIXED)
8909	SOLFEGE M	SOLFEGE (MOVEABLE)
9000	SPANISH	SPANISH
9001	INSTSURVY	INSTRUMENTAL SURVEY
9002	SPECIAL ST	SPECIAL STUDIES
9003	STRNG TEC	STRING TECHNIQUES
9010	STUD ART	STUDIO ART
9019	SURG (C-V & THOR)	SURG (C-V & THOR)

9020	SURGERY	SURGERY (GENERAL)
9021	SURGERY (GEN)	SURGERY (ORTHOPED)
9022	SURGERY (ORTH)	SURGERY (PLASTIC)
9023	SURGERY (PLAS)	SURGERY (UROLOGY)
9024	SURGERY (UROL)	SURGERY (DENTAL)
9025	SURGERY (ORAL)	TEACHING SUBJECT
9050	TEACH SUB	STRUCTURAL OPTION
9055	STRUCT O	SURVEY MUSIC
9056	SURVEY MU	SYSTEMS ANALYSIS & DESIGN OPTION
9100	S A D OPT	TEACHING
9190	TEACHING	TEXTILES AND CLOTHING
9200	TEX&CLOTH	THEORY
9299	THEORY	THEORY (KEYBOARD) MUSIC
9300	THEO K MU	THEORY AND ANALYSIS
9301	THEO&ANAL	THEORY AND EAR TRAINING
9302	THEO&ER TR	THEORY WRITTEN MUSIC
9303	THEO W MU	THEORY MUSIC
9350	THEORY MU	
9355	TROMBONE	
9360	TRUMPET	
9365	TUBA	
9400	OCC. THER.	OCCUPATIONAL THER.
9430	VIOLA	
9440	UROLOGY	
9450	VIOLIN	
9451	VIOLIN RF	VIOLIN REFRESHER
9457	VOICE LIT	VOICE LITERATURE
9458	VOICE CLS	VOICE CLASS
9459	VOICE	VOICE
9460	V OPERA	VOICE OPERA
9461	V ORO-LIED	VOICE OROTORIO-LIED
9494	UR-HIN	URDU-HINDI
9500	WOOD MAN	WOOD MANAGEMENT
9501	WWIND TEC	WOODWIND TECHNIQUES
9550	WKSH O MU	OPERA WORKSHOP MUSIC
9595	YIDDISH	
9600	ZOOLOGY	
99999999		

TABLE 2 DEGREE CODES

111	A14E	B ARTS	ARTS AND SCIENCE
122	A14E	B SCIENCE	ARTS AND SCIENCE
133	D14E	B COM	MANAGEMENT
154	B14	B ED MCG	EDUCATION(MCGILL)
166	A13	B SC MOCM	ARTS AND SCIENCE
177	B34	B ED PED	EDUCATION(MCGILL)
188	A34	B SOC WK	ARTS & SCIENCE
189	L14E	B ED	EDUCATION
190	L14E	B ED P E	EDUCATION
191	L14E	B ED H EC	EDUCATION
192	L11	MCG DIP ED CL 1	EDUCATION
193	L11	DIP ED CL 2 1 YR	EDUCATION
194	L22	DIP ED CL 2 2 YR	EDUCATION
195	L22	DIP ED PE CL2 2YR	EDUCATION
196	L11	MCG DIP ED CL 1 TV	EDUCATION
197	L11	DIP ED TV CL2 1YR	
198	L34	DIP ED CLASS A	EDUCATION
199	L34E	B ED U DE MONTR	EDUCATION
200	L11	MCG DIP ED CL1 COM	EDUCATION
201	L11	DIP ED COM CL2 1YR	EDUCATION
202	L11	MCG DIP ED CL1 MUS	EDUCATION
203	L12	DIP KINDERGARTEN	EDUCATION
204	L13	DIP SPECIAL EDUC	EDUCATION
205	L13	DIP I ELEM OPTION	EDUCATION
206	L13	DIP II ELEM OPTION	EDUCATION
207	L13	DIP I SECOND. EDUC	EDUCATION
208	L13	DIP II SECOND. EDU	EDUCATION
210	E12E	B SCIENCE	AGRICULTURE
211	E25	B SC AGR	AGRICULTURE
222	E12	DIP (AGR)	AGRICULTURE
270	M14	D D S	DENTISTRY
280	U13	B D	DIVINITY
281	T13	B THEOL	RELIGIOUS STUDIES
311	C56	B ARCH	ENGINEERING
312	C34	B SC ARCH	ENGINEERING
321	C12E	B ENG REG	ENGINEERING
323	C11	B ENG	ENGINEERING
324	C	B ENG HON	ENGINEERING
325	C35	B ENG (CHEMICAL)	ENGINEERING
328	C25	B ENG (HON CHEM)	ENGINEERING
331	C35	B ENG CIV	ENGINEERING
333	C25	B ENG (HONS. CIVIL)	ENGINEERING
341	C35	B ENG (ELECTRICAL)	ENGINEERING
345	C35	B ENG (MECHANICAL)	ENGINEERING
348	C35	B ENG (HONS MECH)	ENGINEERING
351	C35	B ENG MET	ENGINEERING
353	C25	B ENG (HONS METAL)	ENGINEERING
355	C35	B ENG MIN	ENGINEERING
361	C35	B ENG (HON ELECT)	ENGINEERING

2*

1*

401	W	GRAD DIP NURSING	GRADUATE NURSES
411	W12	B N	GRADUATE NURSES
21	W15E	BSC (N)	GRADUATE NURSES
510	G1	M COMM	GRADUATE STUDIES
511	G1	M A	GRADUATE STUDIES
512	G1	M ED	GRADUATE STUDIES
513	G1	M M A	GRADUATE STUDIES
514	G2	M NRSG	GRADUATE STUDIES
515	G1	M SC	GRADUATE STUDIES
516	G1	DIP (MANAGEMENT)	GRADUATE STUDIES
517	G1	DIP (CIVIL ENG)	GRADUATE STUDIES
518	G1	DIP (ELECT ENG)	GRADUATE STUDIES
519	G1	DIP (MECH ENG)	GRADUATE STUDIES
520	G1	DIP (MINING ENG)	GRADUATE STUDIES
521	G1	M ENG	GRADUATE STUDIES
522	G1	M ENG (MINING)	GRADUATE STUDIES
525	G1	M ARCH	GRADUATE STUDIES
530	G1	D C L	GRADUATE STUDIES
535	G1	M C L	GRADUATE STUDIES
537	G1	LLM	GRADUATE STUDIES
540	G1	DIP (AIRSP LAW)	GRADUATE STUDIES
541	G1	DIP DENT	GRADUATE STUDIES
542	G1	DIP BRACE RESEARCH	GRADUATE STUDIES
543	G12	DIP GEOL	GRADUATE STUDIES
544	G1	DIP (CHEM ENG)	GRADUATE STUDIES
545	G1	M SC APPL	GRADUATE STUDIES
551	G1	S T M	GRADUATE STUDIES
561	G1	PH D	GRADUATE STUDIES
570	G1	D ED	GRADUATE STUDIES
575	G	MUS D	GRADUATE STUDIES
578	G1	M L S	GRADUATE STUDIES
580	G1	M B A	GRADUATE STUDIES
590	G1	DIP EDUC	GRADUATE STUDIES
620	E12E	B SCIENCE	FOOD SCIENCE
621	E25	B SC F SC	FOOD SCIENCE
661	D13	B C L	LAW
663	D14	LLB	LAW
681	G1	B LIBRARY SC	GRADUATE STUDIES
700	K1	PRE-MED	MEDICINE
701	K14	M D C M	MEDICINE
702	G1	GRAD MED RESIDENT	GRADUATE STUDIES
703	G1	GRAD MED FELLOW	GRADUATE STUDIES
704	G1	GRAD MED INTERN	GRADUATE STUDIES
705	G1	GRAD DIP MED	GRADUATE STUDIES
791	K	GRAD DIP MED	MEDICINE
808	S44	B MUS (MAC)	MUSIC
811	S14E	B MUS	MUSIC
814	S13	MUS L	MUSIC
820	S1	ASSOC MUS	MUSIC
823	S12	CONCERT DIP	MUSIC

G
G

SEN. A. L. ...
CHA. P. ...

41	G1	M S W		GRADUATE STUDIES
51	G1	SOC WK DIP		GRADUATE STUDIES
71	Y15	B SC (P & O T)		PHY & OCC THERAPY
72	Y13	DIP (P TH)		PHY & OCC THERAPY
73	Y14E	B OCC THER		PHY & OCC THERAPY
74	Y24E	B PHYS THER		PHY & OCC THERAPY
75	Y15E	B SC (PHYS THER)		PHYS & OCC THERAPY
76	Y13	DIP (D TH)		PHYSIOTHERAPY
30	Z	PRE-REGISTRATION C	ODE	EDUCATION(MAC)
31	Z11	DIP (1 YR CL 1)		EDUCATION(MAC)
32	Z11	DIP (1 YR CL 2)		EDUCATION(MAC)
33	Z12	DIP (2 YR CL 2)		EDUCATION(MAC)
34	Z12	DIP (SPECL CL 2)		EDUCATION(MAC)
35	Z12	DIP (P ED CL 2)		EDUCATION(MAC)
36	Z11	CLASS 1(1 YR TEC V	OC)	EDUCATION (MAC)
37	Z11	CLASS 2(1 YR TEC V	OC)	EDUCATION (MAC)
51	Z22	B ED		EDUCATION(MAC)
53	Z22	B ED (P E)		EDUCATION(MAC)
54	Z24	B ED (H EC)		EDUCATION (MAC)

2*
2*

999999

TABLE 3 FACULTY CODES-ENTRY CODE 10

A	ARTS AND SCIENCE
B	EDUCATION(MCGILL)
C	ENGINEERING
D	MANAGEMENT
E	AGRICULTURE
G	GRADUATE STUDIES
K	MEDICINE
L	EDUCATION
M	DENTISTRY
O	LAW
P	MUSIC (PREP)
R	CONTINUING EDUCATION
S	MUSIC
T	RELIGIOUS STUDIES
U	DIVINITY
W	GRADUATE NURSES
X	FOOD SCIENCE
Y	PHY & OCC THERAPY
Z	EDUCATION(MAC)

99999999

7. RENTREES DES INACTIFS EN FONCTION DES ANNEES DE DEPART7.1 RENTREES DES INACTIFS PARTIS EN 1964-1965

	66-67	67-68	68-69	69-70	70-71
3	1				
4					
14	1				
25				1	
29 et 30	1	1	1		
% d'actifs (*)	66.00	0.00	0.00	100.00	
% d'inactifs (*)	33.00	100.00	100.00	0.00	
% d'actifs (**)	66.00	0.00	0.00	33.00	
% d'inactifs (**)	33.00	33.00	33.00	0.00	

(*) par rapport à la population d'inactifs de l'année précédente

(**) par rapport à la population d'inactifs en 65-66.

7.2 RENTREES DES INACTIFS PARTIS EN 1965-1966

	67-68	68-69	69-70	70-71
1		1		
2	5		1	
3	2	2		1
4	5			
5	4			
6				
11	1		1	
12	1			
13+				
21				
22		1		
23				
24+	1			
29 et 30	7	3	1	0
% d'actifs (*)	73.10	57.2	66.66	100.00
% d'inactifs (*)	26.90	42.8	33.33	0.00
% d'actifs (**)	73.10	15.40	7.70	3.85
% d'inactifs (**)	26.90	11.53	3.85	0

(*) par rapport à la population d'inactifs de l'année précédente.

(**) par rapport à la population d'inactifs en 66-67.

7.3 RENTREES DES INACTIFS PARTIS EN 1966-67

	68-69	69-70	70-71
1	1		
2	4		
3	8		
4	10		
5	5		
11	3		1
12	1		
13	0	1	
22	2		
23			
25		1	
29 et 30	6	1	0
% d'actifs (*)	85.0	83.3	100.00
% d'inactifs (*)	15.0	16.7	0
% d'actifs (**)	85.0	12.5	2.5
% d'inactifs (**)	15.0	2.5	0.0

(*) par rapport à la population d'inactifs de l'année précédente.

(**) par rapport à la population d'inactifs en 67-68.

7.4 RENTRES DES INACTIFS PARTIS EN
1967-68

	69-70	70-71
1		
2	2	1
3	3	1
4	4	
5	3	1
6	2	
11	3	
12	2	2
13	1	0
14	1	
22	1	
24	3	
	1	1
29		0
% d'actifs (*)	81.25	100.00
% d'inactifs (**)	18.75	0.00
% d'actifs (**)	81.25	18.75
% d'inactifs (**)	18.75	0

(*) par rapport à la population d'inactifs de l'année précédente.

(**) par rapport à la population d'inactifs en 68.69.

7.5 RENTRES DES INACTIFS PARTIS
EN 1968-69

	70-71
2	2
3	7
4	6
5	6
6	4
11	2
12	1
22	1
23	1
25	1
	31

8. COMPOSANTES DES EFFECTIFS DE CHAQUE SSP POUR LA PERIODE 1964-71

8.1 PREMIERE ANNEE (SSP-1)

	Admission		Retours d'Inactifs	Redoublants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'Inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Éliminés		Gradués
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE	
64-65	292	+ 1		+ 52		262			52	+ 183		+ 27	
65-66	392	+ 2		+ 15		345			4	+ 1	+ 199	+ 93	+ 33
66-67	345	+ 1		+ 33		409			4.1		+ 227	+ 85.9	+ 59
68-69	333		+ 2	+ 32		379			4.3	+ 1.1	+ 230	+ 56.8	+ 54.8
68-69	246	+ 1	+ 2	+ 32		367			1.3		+ 212	+ 35.7	+ 86
69-70						281			2		+ 206	+ 32	+ 40
70-71				1		1							

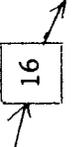
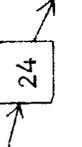
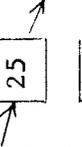
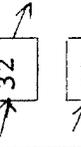
8.2 DEUXIEME ANNEE (SSP-2)

	Admission		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Éliminés		Gradués
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE	
64-65	62	+ 10		+ 64	+ 182	265			64	+ 185	+ 2	+ 14	
65-66	91	+ 3		+ 15	+ 199	318	4		+ 15	+ 224	+ 59	+ 19	
66-67	88	+ 9	+ 5	+ 28	+ 227	308	6.2	+ 2	+ 28	+ 205	+ 34.9	+ 31.9	
67-68	76	+ 5	+ 4	+ 30	+ 230	358	1.1	+ 2.1	+ 30	+ 244	+ 54.9	+ 25.9	
68-69	79	+ 7	+ 5	+ 49	+ 212	345	3.8	+ 2.5	+ 49	+ 219	+ 35.2	+ 35.5	
69-70			3	+ 33	+ 206	352	5.8		+ 33	+ 244	+ 38.2	+ 31	
70-71						242							

8.3 TROISIEME ANNEE (SSP-3)

	Admission		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Éliminés		Gradués
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE	
64-65	39	1	+	25	+ 186	173	1	+	25	+ 144	+	3	
65-66	21	2	+	1	+ 223	251	7	+	25	+ 185	+ 31	+	3
66-67	11	1	+	2	+ 205	272	6.2	+	1	+ 212	+ 22.8	+	3
67-68	22			10	+ 244	245	4.3	+	22	+ 187	+ 20.7	+	11
68-69	24	1	+	5	+ 219	299	9	+	1.1	+ 219	+ 17	+	13.9
69-70			+	9	+ 244	288	7.8	+	19	+ 241	+ 15.2	+	5
70-71						272							

8.6 SIXIEME ANNEE (SSP-6)

Admission ext	Retours d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Promus		Éliminés		Gradués
	autre SE					ext	autre SE		M	B	ext	autre SE	
1				+ 15									15
2				+ 22									15
				28								3	+ 21
				25								1	+ 27
		3		+ 29					1				+ 24
		4	+ 1	+ 24		0.5						0.5	+ 30
													

8.7 MAITRISE (SSP 10-11)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus M D	Départs		
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE	
64-65	1	+ 1			+ 16	14	1			+ 2	+ 10	+ 1	
65-66	1	+ 3		+ 2	+ 20	18			+ 2	+ 1	+ 12	+ 1	
66-67	2	+ 10	+ 1	+ 1	+ 22	26			+ 1	+ 2	+ 21	+ 1	
67-68	5	+ 5	+ 1		+ 40	36	2.2			2	+ 3	+ 27.8	1
68-69	2	+ 4	+ 1		+ 40	51			+ 3	+ 15	+ 32	+ 1	
69-70	1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 43	47	0.6		+ 1	+ 4	+ 4	+ 37.4	
70-71						46							

8.8 MAITRISE (SSP-12)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus		Départ	
	ext	autre SE					ext	autre SE		M	D	ext	autre SE
64-65	42	+ 1	+	3		36	1	+	3	+ 15	+ 1	14	+ 2
65-66	37	+ 1	+	2	+ 14	46	1	+	2	+ 19	+ 2	22	
66-67	66		+	3	+ 8	54	2.1	+	3	+ 22	+ 6	18.9	+ 2
67-68	65	+ 2	+	3	+ 16	78	4.3			+ 39	+ 4	28.7	+ 2
68-69	54	+ 2	+	1	+ 21	86	2.5	+	1	+ 40	+ 8	34.5	
69-70		2	+	6	+ 20	80	3.2			+ 42	+ 5	29.8	
70-71						28							

8.11 DOCTORAT (SSP-22)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Départs	
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE
64-65	5	+ 1			+ 3							
65-66	12	+ 1	+ 1	+ 1	+ 5	9	1	+ 1	+ 6	+ 1		
66-67	11	+ 1	+ 1	+ 1	+ 11	19	1	+ 1	+ 5	+ 12		
67-68	12		+ 3		+ 11	24	1.1		+ 10	+ 12.9		
68-69	6	+ 1	+ 3		+ 26	26			+ 5	+ 21		
69-70	2		+ 1		+ 10	36	1.5		+ 20	+ 14.5		
70-71						13						

8.12 DOCTORAT (SSP-23, 24, 25, 26, 27 et 28)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Pro- mus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Pro- mus	Départs	
	ext	autre SE					ext	autre SE			ext	autre SE
64-65	2	+ 2										
65-66	6	+ 2	+	1	+ 7	4			1		+ 3	
66-67	1	+ 2	+	5	+ 3	16			5		+ 11	
67-68	1		+	2	+ 11	12			2		+ 10	
68-69	1		+	3	+ 5	14			3		+ 9.7	
69-70	1		+	3	+ 21	12		1.3	2		+ 9.9	
70-71						27		.1				

8.13 MAITRISE (Tous les SSP de 10 à 16)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Promus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Éliminés		Gradués	
	ext	autre SE					ext	autre SE		ext	autre SE		
64-65	43	+	2	+	19	51	2	+	19	+	(-6)	+	33
65-66	38	+	4	+	1	64	1	+	24	+	11	+	24
66-67	68	+	10	+	1	82	2.1	+	28	+	8.9	+	36
67-68	71	+	7	+	4	118	6.3	+	41	+	32.7	+	31
68-69	57	+	6	+	6	140	2.5	+	46	+	34.5	+	34
69-70			3	+	7	136	3.8	+	49	+	27.2	+	46
70-71						79							

8.14 DOCTORAT (tous les SSP de 20 à 28)

	Admissions		Retours d'inactifs	Redou- blants	Promus	Effectifs	Départs d'inactifs		Redou- blants	Éliminés		Gradués
	ext	autre SE					ext	autre SE		ext	autre SE	
64-65	12	+ 3		3		18						
65-66	24	+ 3	+ 12	+ 3	3	42			12	+ (-6)	+ 11	
66-67	23	+ 3	+ 1	+ 15	+ 5	47			15	+ 10	+ 16	
67-68	17	+ 1	+ 3	18	+ 6	47			18	+ 6.9	+ 20	
68-69	14	+ 1	+ 6	11	+ 23	45			11	+ 22.7	+ 10	
69-70	3	+ 4		24	+ 9	55			24	+ 5.3	+ 24	
70-71						40						

9. SOMMETS DES ZONES A_t POUR DIFFERENTES VALEURS DU PARAMETRE FE

9.1 SOMMETS DE LA ZONE A_2 POUR FE = 0.01

.0571	.3429	.6000	0.0000	0.0000
.3750	.3333	.2917	0.0000	0.0000
.3125	.2500	.4375	0.0000	0.0000
.1176	.4746	.4118	0.0000	0.0000
0.0000	.0870	.6087	.3043	0.0000
.5556	.1528	.1944	.0972	0.0000
.5741	.0370	.2593	.1296	0.0000
0.0000	.0370	.2593	.7037	0.0000
0.0000	0.0000	.2000	.7000	.1000
.5278	.3333	.0278	.0972	.0139
0.0000	0.0000	.0278	.9028	.0694
.5833	0.0000	.0833	.2917	.0417
0.0000	0.0000	.0833	.8750	.0417
.1905	.5714	.0476	.1667	.0238
.1111	.3333	.0278	.5139	.0139
.5278	0.0000	.0278	.3750	.0694
.4861	.2500	0.0000	.1736	.0903
0.0000	0.0000	0.0000	.8681	.1310
.1395	.4186	0.0000	.2907	.1512
.0833	.2500	0.0000	.5764	.0903
.4861	0.0000	0.0000	.3819	.1310
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
.3889	.1667	0.0000	0.0000	.4444
.3333	0.0000	0.0000	0.0000	.6667
.0833	.2500	0.0000	0.0000	.6667

9.2 SOMMETS DE LA ZONE A_3 POUR FE=0.01

.0792	.1731	.6058	.2019	0.0000
.4653	.2431	.2431	.0486	0.0000
.5143	.0857	.3000	.1000	0.0000
.0095	.0857	.3000	.6048	0.0000
.1047	.4070	.4070	.0814	0.0000
.5104	.1979	.2188	.0729	0.0000
.0345	.2414	.6034	.1207	0.0000
.4510	.1373	.3431	.0686	0.0000
0.0000	.0345	.3621	.5431	.0647
.5797	.0145	.1522	.2283	.0254
0.0000	.0145	.1522	.8080	.0254
.1547	.5068	.2031	.1219	.0135
.1703	.5220	.1154	.1731	.0192
.5340	.2932	.0648	.0972	.0102
.0957	.2932	.0648	.5355	.0108
.5340	.0062	.0648	.3364	.0586
0.0000	.0062	.0648	.8704	.0586
0.0000	0.0000	.0690	.6724	.2586
.4190	.3194	.1991	.0451	.0174
.5167	0.0000	.0333	.3250	.1250
0.0000	0.0000	.0333	.8417	.1250
.1315	.4775	.2976	.0675	.0260
.1647	.4941	.0235	.2294	.0882
.5069	.2917	.0139	.1354	.0521
.0972	.2917	.0139	.5451	.0521
.5069	0.0000	.0139	.3785	.1007
0.0000	0.0000	.0139	.8854	.1007
0.0000	0.0000	0.0000	.8397	.1602
.4780	0.0000	0.0000	.3617	.1602
.1344	.4031	0.0000	.2639	.1987
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
.3843	.2222	.0972	0.0000	.2962
.3333	0.0000	0.0000	0.0000	.6667
.0952	.3265	.1429	0.0000	.4354
.0833	.2500	0.0000	0.0000	.6067
.3889	.1667	0.0000	0.0000	.4444
.0202	.1212	.2121	0.0000	.6455
.3264	.0833	.1458	0.0000	.4444
.0139	.0833	.1458	.3125	.4444

9.3 SOMMETS DE LA ZONE d_s POUR FE = 0.05

.1626	.4989	.0981	.1938	.0466
.4474	.3095	.1750	.0549	.0132
0.0000	.0010	.0168	.8563	.1260
.0330	.2230	.5378	.1650	.0412
.0127	.1225	.4857	.3032	.0758
.5244	.0590	.2340	.1461	.0365
.5175	.2650	.0832	.0971	.0372
.5175	.0158	.0832	.3048	.0788
.1193	.4279	.2966	.0884	.0678
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
.3333	0.0000	0.0000	0.0000	.6667
.4512	0.0000	0.0000	.2947	.2540
.0833	.2500	0.0000	0.0000	.6667
.3889	.1667	0.0000	0.0000	.4444
.3990	.1076	.2420	.0476	.2038

9.4 SOMMETS DE LA ZONE d_s POUR FE = 0.05

.0354	.2327	.5328	.1580	.0411
.0115	.1121	.4592	.3310	.0862
.5270	.0536	.2197	.1584	.0412
.1535	.4779	.1290	.1754	.0641
.5182	.2720	.0734	.0999	.0365
.0862	.2614	.0231	.5514	.0779
.4968	.0033	.0231	.3559	.1209
.0002	.0033	.0231	.8525	.1209
0.0000	0.0000	0.0000	.1598	.8402
.4576	.2728	.1841	.0531	.0324
0.0000	0.0000	0.0000	.8079	.1921
.1233	.4409	.2976	.0858	.0523
.4312	.1310	.2990	.0863	.0526
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
.3333	0.0000	0.0000	0.0000	.6667
.0833	.2500	0.0000	0.0000	.6667
.3889	.1667	0.0000	0.0000	.4444
.0202	.1212	.2121	0.0000	.6465

10. SOMMETS DE LA ZONE B_t POUR FE = 0.0510.1 SOMMETS DE LA ZONE B_6

.0320	.2168	.3863	.1647	.1962
.0053	.0054	.0476	.3051	.5516
.4476	.0030	.0263	.2183	.3048
.1324	.3995	.0224	.1860	.2597
.4729	.2427	.0136	.1130	.1578

10.2 SOMMETS DE LA ZONE B_{10}

.1324	.4664	.2606	.0917	.0522
.0368	.2401	.5267	.1306	.2658
.4187	.1450	.3181	.0789	.0397
.1377	.4140	.0082	.2551	.1529
.2827	.2485	.0153	.5320	.1110
.0824	.0005	.0050	.3598	.1327
.0080	.0005	.0050	.8422	.1523
.5186	.0506	.2307	.1457	.0473
.0663	.0506	.2307	.6580	.0473
.5394	.5267	.1479	.2504	.0980
.1510	.4702	.1264	.1712	.0312
.5149	.2687	.0722	.0979	.0484
.0000	.0000	.0000	.0301	.2001
.3571	.0000	.0000	.0579	.5344
.0000	.0000	.0000	.4150	.5856
.0946	.2879	.0000	.0560	.5650
.4100	.1859	.0007	.0705	.3682
.0247	.1484	.2661	.0511	.5107

11.1 SOUS PROGRAMME SIMPLEX

```

SUBROUTINE SIMPLEX (M,N,A,D,C,ITI,JTI,KTI,FE,BIT)
DIMENSION A(M,N),D(M),C(250)
DIMENSION C1(250),IENS(5), JMOINS(245),JENS(245),w(250)
COMMON Y(5,250)
COMMON I/IND(25),EPS
EQUIVALENCE (KATO,KA0,MP,JS),(KAT,KOA,LJ,JSA)
INTEGER BIT
LOGICAL TRUE

C
C M = NOMBRE DE RANGEES DE A
C N = NOMBRE DE COLONNES DE A
C ITI = *****MIN.***SINON***MAX***.
C JTI = *****TRACE DES CALCULS***PAS = A 1***PAS DE TRACE***.
C KTI=1***TOUTES LES SOL OPT***PAS = 1 UNE SEULE SOL OPT***.
C
IF(M.LE.0.OR.N.LE.0)4,5
4 PRINT 600
600 FORMAT(/,15X,*M OU N NEGATIF*,/,15X,*TRAITEMENT ANNULE*)
GO TO 30
5 IO=M*N
IF(ITI.EQ.1)GO TO 555
DO 150 I=1,N
150 C(I)=-C(I)
555 DO 6 I=1,M
IF(D(I).LT.0)7,6
7 DO 8 J=1,N
8 A(I,J)=-A(I,J)
D(I)=-D(I)
6 CONTINUE
ITER=1
L=0
EPS=-0.00001
DO 9 I=1,N
JMOINS(I)=-50
9 JENS(I)=M+I5
IF(JTI.NE.1)GO TO 1000
PRINT 102,(I,JENS(I),I=1,N)
102 FORMAT(1X,*JENS(*,I2,*) = *,I3)
1000 DO 10 I=1,M
10 IENS(I)=I
IF(JTI.NE.1)GO TO 1001
PRINT 103,(I,IENS(I),I=1,M)
103 FORMAT(1X,*IENS(*,I2,*) = *,I3)
1001 DO 11 I=1,M
DO 11 J=1,M
IF(I.EQ.J)12,13
13 Y(I,J)=0.
GO TO 11
12 Y(I,J)=1.
11 CONTINUE
MP=M+1
DO 14 I=1,M
DO 14 J=MP,IO
14 Y(I,J)=A(I,J-M)
IF(JTI.NE.1)GO TO 1002
DO 120 I=1,M

```

```

120 PRINT 201,I,J,Y(I,J)
201 FORMAT(1X,*Y(*,I2,*,*,I2,*) = *,F15.6)
1002 BIT=1
42 GO TO (15,16,16,19)BIT
15 IF(ITER.EQ.1)18,19
18 DO 20 I=1,I0
   IF(I.LE.M)21,22
21 C1(I)=1
   GO TO 20
22 C1(I)=0
20 CONTINUE
19 FE=ZBAR(M,I0,C1,D)*SIGNE(ITI,BIT)
   IF(JII.NE.1)GO TO 400
   PRINT 101,FE,ITER
101 FORMAT(///,15X,*F.E. = *,F10.3,15X,*ITER = *,15,/)
   PRINT 8000
8000 FORMAT(15X,*COEFFICIENTS ECONOMIQUES*,/)
   PRINT 8001,(I,C1(I),I=1,I0)
8001 FORMAT(5X,I2,10X,F15.5)
   PRINT 8002
8002 FORMAT(//,15X,*DEMANDE*,/)
   PRINT 8003,(I,D(I),I=1,M)
8003 FORMAT(5X,I2,10X,F15.5)
400 TRUE=BIT.NE.1.OR.FE.GT.(-EPS)
   IF(TRUE)GO TO 24
   DO 23 I=1,M
   DO 25 J=1,M
   IF(J.EQ.IENS(I))GO TO 26
25 CONTINUE
   GO TO 23
26 IF(ABS(D(J)).LE.-EPS)27,28
28 PRINT 29
29 FORMAT(//,10X,*ERREUR INTERNE...ENON...26,28,29*)
   GO TO 30
27 IF(L.NE.0) GO TO 23
   L=1
   CALL ZIZJ(M,N,I0,C1,IENS,JENS,W,BII,JMOINS,L)
   DO 4000 KAO=1,I0
   IF(W(KAO).EQ.-50.)W(KAO)=0.
4000 CONTINUE
   IF(JII.NE.1)GO TO 1003
   PRINT 200,(I,I,W(I),I=1,I0)
1003 DO 31 J=1,M
   DO 32 LI=1,N
   IF(LJ.EQ.JENS(LI))33,32
33 JMOINS(L)=LJ
   L=L+1
   GO TO 31
32 CONTINUE
31 CONTINUE
   D(J)=0
   KATO=L-1
   DO 34 LI=1,I
   DO 119 KAT=1,KATO
   IF(LI.EQ.JMOINS(KAT))34,119
119 CONTINUE
   IF(W(LI).GT.EPS)GO TO 34
   JMOINS(L)=LI

```

```

L=L+1
34 CONTINUE
      KAO=L-1
      IF(KAO.LE.0)GO TO 70
      IF(JII.NE.1)GO TO 70
      PRINT 104,(KOA,JMOINS(KOA),KOA=1,KAO)
104  FORMAT(1X,*J-(#,I2,*) = *,5X,I2)
      70 IF(L.EQ.N+1)37,38
      37 IF(JII.NE.1)GO TO 050
      PRINT 39
      39 FORMAT(/,10X,*OPTIMALITE...F.E.=0, TOUTES LES VAR. HORS BASE =0*)
      50 GOTO41
      38 L=L-1
      23 CONTINUE
      IF(L.EQ.0)40,41
      40 BIT=2
      DO 310 I=1,M
310  JMOINS(I)=I
      L=M
      GO TO 42
      41 BIT=3
      GO TO 42
      16 DO 43 I=1,M
      IF(IENS(I).LE.M) 44,45
      44 C1(I)=0
      GO TO 43
      45 JS=IENS(I)-M
      C1(I)=C(JS)
      43 CONTINUE
      DO 46 I=1,N
      IF(JENS(I).LE.M)47,48
      47 C1(M+I)=0
      GO TO 46
      48 JS=JENS(I)-M
      JSA=M+I
      C1(JSA)=C(JS)
      46 CONTINUE
      BIT=4
      GO TO 19
C
      24 CALL ZIZJ(M,N,IO,C1,IENS,JENS,W,BIT,JMOINS,L)
      IF(JII.NE.1)GO TO 401
      PRINT 200,(I,I,W(I),I=1,IO)
200  FORMAT(1X,*Z(*,I2,*)-C(*,I2,*) = *,F10.2)
401  LI=0
      DO 49 I=1,IO
      IF(W(I).LE.-EPS)LI=LI+1
      49 CONTINUE
      IF(LI.EQ.IO)53,51
      53 IF(JII.NE.1)GOTO1484
      PRINT 59,BIT,I,ER,FE
      59 FORMAT(/,10X,*OPTIMALITE...BIT= *,I1,5X,*ITER= *,I5,5X,*F.E.= *,
      IF8.5)
      PRINT 402
402  FORMAT(10X,*Z(J)-C(J)#,/)
      PRINT 06,(I,W(I),I=1,IO)
406  FORMAT(5X,I2,5X,F10.2)
      PRINT 405

```



```
66 PRINT 68,BIT,ITER,LL
68 FORMAT(//,10X,*ERREUR...BIT= *,I1,5X,*ITER= *,I5,5X,*LL= *,I5)
GO TO 30
67 CALL PIVOT(M,N,IO,IENS,JENS,LL,K,D)
IF(JII.NE.1) GO TO 403
PRINT 110,K,JENS(K),LL,IENS(LL),ITER,BIT
110 FORMAT(//,15X,*VECTEUR QUI ENTRE EST JENS(*,I2,*) = *,I2,//,
115X,*VECTEUR QUI SORT EST IENS(*,I2,*) = *,I2,//,15X,*ITER = *,I5,
210X,*BIT = *,I1)
DO 300 I=1,M
DO 300 J=1,IO
300 PRINT 201,I,J,Y(I,J)
403 CALL CHANGE(IENS(LL),JENS(K))
IF(JII.NE.1)GO TO 404
PRINT 103,(I,IENS(I),I=1,M)
PRINT 102,(I,JENS(I),I=1,N)
404 CALL CHANGE(C1(LL),C1(K+M))
ITER=ITER+1
GO TO 42
30 RETURN
END
```

```
FUNCTION ZBAR(M,IO,C1,D)
```

```
DIMENSION C1(IO),D(M)
```

```
ZBAR=0.
```

```
DO 1 I=1,M
```

```
1 ZBAR=ZBAR+C1(I)*D(I)
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE ZIZJ(M,N,IO,C1,IENS,JENS,W,BIT,JMOINS,L)
```

```
DIMENSION IENS(M),C1(IO),W(IO),JENS(N),JMOINS(N)
```

```
COMMON Y(5,250)
```

```
DO 2 I=1,IO
```

```
DO 1 J=1,M
```

```
IF(I.EQ.IENS(J))50,1
```

```
50 W(I)=-50
```

```
GO TO 2
```

```
1 CONTINUE
```

```
IF(BIT.EQ.1) GO TO 6
```

```
DO 7 K=1,L
```

```
IF(I.EQ.JMOINS(K))50,7
```

```
7 CONTINUE
```

```
6 W(I)=0.
```

```
DO 3 K=1,M
```

```
3 W(I)=W(I)+C1(K)*Y(K,I)
```

```
DO 4 K=1,N
```

```
IF(I.EQ.JENS(K))5,4
```

```
CONTINUE
```

```
4 W(I)=-150.
```

```
GO TO 10
```

```
5 W(I)=W(I)-C1(M+K)
```

```
CONTINUE
```

```
2 RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE COND(M,N,IO,JENS,TAG,W)
```

```
DIMENSION W(IO),JENS(N)
```

```
COMMON Y(5,250)
```

```
EPS=0.00001
```

```
DO 1 JJ=1,N
```

```
L=0
```

```
J=JENS(JJ)
```

```
DO 2 I=1,M
```

```
IF(Y(I,J).LE.EPS)L=L+1
```

```
2 CONTINUE
```

```
IF(L.GE.M.AND.W(J).GE.EPS)4,1
```

```
1 CONTINUE
```

```
TAG=1
```

```
GO TO 7
```

```
4 TAG=0.
```

```
7 RETURN
```

```
END
```

```

FUNCTION MAX(N,IO,JENS,JMOINS,K,W)
DIMENSION JENS(N),JMOINS(N),W(IO)
IF(K.EQ.0)35,33
35 L=1
   GO TO 50
33 L=K
50 J=1
   DO 1 LL=1,L
   4 IF(JENS(J).EQ.JMOINS(LL))2,1
   2 J=J+1
     IF(J.LE.N) GO TO 4
     MAX=-50
     GO TO 8
   1 CONTINUE
31 J1=J+1
27 IF(J1.LE.N)11,10
11 DO 12 LL=1,L
   IF(JENS(J1).EQ.JMOINS(LL))25,12
25 J1=J1+1
   GO TO 27
12 CONTINUE
   JJ=JENS(J)
   JJJ=JENS(J1)
   IF(W(JJ).GT.W(JJJ))25,30
30 J=J1
   GO TO 31
10 MAX=J
   8 RETURN
   END

```

```

FUNCTION MIN(M,IO,IENS,K1,D)
DIMENSION IENS(M),D(M)
COMMON Y(5,250)
EPS=0.00001
I=1
3 IF(Y(I,K1).GT.EPS)1,2
2 I=I+1
   IF(I.LE.M)GO TO 3
   MIN=-50
   GO TO 8
   1 I1=I+1
   9 IF(I1.LE.M)20,21
20 IF(Y(I1,K1).LE.EPS)GO TO 10
   A=D(I)/Y(I,K1)
   B=D(I1)/Y(I1,K1)
   IF(A.LE.B)10,11
10 I1=I1+1
   GO TO 9
11 I=I1
   GO TO 3
21 MIN=1
   8 RETURN
   END

```

```

T=A
A=B
B=T
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PIVOT(M,N,IO,IENS,JENS,L,K,D)
DIMENSION IENS(M),JENS(N),D(M)
COMMON Y(5,250)
DO 10 I=1,M
DO 10 J=1,N
IF (Y(I,J).EQ.-0.)Y(I,J)=-Y(I,J)
10 CONTINUE
JS=JENS(K)
PIVO=Y(L,JS)
DO 1 J=1,IO
IF(J.EQ.JENS(K))GO TO 1
DO 2 I=1,M
IF(I.EQ.L) GO TO 2
Y(I,J)=Y(I,J)-Y(L,J)*Y(I,JS)/Y(L,JS)
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 5 I=1,M
IF(I.EQ.L) GO TO 5
D(I)=D(I)-D(L)*Y(I,JS)/Y(L,JS)
5 CONTINUE
DO 8 J=1,IO
8 Y(L,J)=Y(L,J)/PIVO
DO 9 I=1,M
IF(I.EQ.L)100,101
100 Y(L,JS)=1.0
GO TO 9
101 Y(I,JS)=0.0
9 CONTINUE
D(L)=D(L)/PIVO
RETURN
END

```

```

FUNCTION SIGNE(I,J)
IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1)1,2
1 SIGNE=1.0
GO TO 3
2 SIGNE=-1.
3 RETURN
END

```

11.2 SOUS PROGRAMME EPUR

SUBROUTINE EPUR (A,MA1,N,UT1,B,MB,AMDA)

*A EST LA MATRICE A EPURER DE SES LIGNES COMBINAYSONS LINEAIRES CONVEXES
 *MA1 EST LE NOMBRE DE LIGNES DE A.
 *N EST LE NOMBRE DE COLONNES DE A OU LE NOMBRE DE LIGNES DE UT1.
 *UT1 EST UNE MATRICE DE CALCUL INTERMEDIAIRE.AMDA AUSSI.
 *B EST LA MATRICE EPUREE.
 *MB EST LE NOMBRE DE LIGNES DE B.

```

000012      DIMENSION B(250,N),A(250,N),UT1(N,250),AUX(15),AMDA(250)
000012      IF (N.GT.15.OR.MA1.GT.250) GOT060
000022      MA=MA1-1
000024      MB=0
000024      DO 41 I=1,MA1
000026      62 DO 1 K=1,N
000030      1 AUX(K)=A(I,K)
000043      NB=0
000044      DO 2 J=1,MA1
000045      IF (J.EQ.I)GOT02
000047      NB=NB+1
000050      DO 3 K=1,N
000052      3 UT1(K,NB)=A(J,K)
000070      2 CONTINUE
000073      KKI=NB+1
000075      KKF=NB+2*N
000077      DO5 KL=1,N
000100      DO6 KFF=KKI,KKF
000102      6 UT1(KL,KFF)=0
000111      5 CONTINUE
000113      DO4 KD=1,N
000115      UT1(KD,NB+KD)=1.0
000122      4 UT1(KD,NB+N+KD)=-1.0
000131      DO7 KK=1,NB
000132      7 AMDA(KK)=0.0
000136      DO8 KK=KKI,KKF
000140      8 AMDA(KK)=1.0
000145      MAS=MA+2*N
000147      CALL SIMPLEX(N,MAS,UT1,AUX,AMDA,1,2,2,FE,IND2)
000161      IF (IND2.EQ.4.AND.FE.LT.0.0500) GO TO 42
000176      MB=MB+1
000177      DO 33 K=1,N
000201      33 B(MB,K)=A(I,K)
000214      GOT041
000215      42 MA1=MA1-1
000217      MA=MA-1
000220      DO43 IW=1,MA1
000221      DO 44 K=1,N
000222      44 A(IW,K)=A(IW+1,K)
000235      43 CONTINUE
000240      IF (I.GT.MA1)GOT041
000243      GO TO 62
000243      41 CONTINUE
000246      RETURN
000246      60 PRINT 61
000252      61 FORMAT (//10X,*REDIMENSIONNER LES VECTEURS AUX ET AMDA DANS LE SOU
000252      STOP
  
```

11.3 SOUS PROGRAMME EPUR

SUBROUTINE CLC (A,M1,N ,PAUX,UT1,IND,AMDA,FE)

*PAUX EST LE VECTEUR QU ON VEUT COMPARER AUX LIGNES DE A POUR SAVOIR S'IL
* UNE CLC.

*M1 EST LE NOMBRE DE LIGNES DE A.

*N2 EST LE NOMBRE DE COLONNES DE A OU LE NOMBRE DE LIGNES DE UT1.

*UT1 EST UNE MATRICE DE CALCUL INTERMEDIAIRE. AMDA AUSSI.

*IND=1 SI PAUX N EST PAS CLC DES LIGNES DE A.

* =4 SI PAUX EST CLC DES LIGNES DE A.

```

000013 DIMENSION A(250,N),PAUX(N ),UT1(N,250),AMDA(250)
000013 IF (N .GT.15.OR.M1.GT.250)GO TO 1
000023 DO 2 J=1,M1
000024 DO 2 I=1,N
000025 2 UT1(I,J)=A(J,I)
000045 KKI=M1+1
000047 KKF=M1+2*N
000051 DO7KL=1,N
000052 DO6KFF=KKI,KKF
000054 6 UT1(KL,KFF)=0
000063 7 CONTINUE
000065 DOSKD=1,N
000067 UT1(KD,M1+KD)=1.0
000074 5 UT1(KD,M1+N+KD)=-1.0
000102 DO8KK=1,M1
000103 8 AMDA(KK)=0.0
000107 DO3KK=KKI,KKF
000111 3 AMDA(KK)=1.0
000116 MIS=M1+2*N
000120 CALL SIMPLEX(N,MIS,UT1,PAUX,AMDA,1,2,2,FE,IND)
000132 RETURN
000133 1 PRINT 4
000137 4 FORMAT (//10X,*REDIMENSIONNER DANS LE SOUS PROGRAMME CLC*//)
000137 STOP
000141 END

```

11.4 SOUS PROGRAMME ZONET

SUBROUTINE ZONET (N,L,PP,W,GP,IP0,ALPMAX,TSEMF, PPI,PPINV,PPF,NF

IFMAX,XX)

* CETTE ROUTINE DONNE LES NMAX SOMMETS DU POLYEDRE CON VEXE DES SOLUTIONS QUE
* L ON PEUT ATTEINDRE EN ISEMF PERIODES A PARTIR D UNE STRUCTURE INITIALE PP A N
* ETATS.

* GP EST LA MATRICE DES PROPORTIONS DE TRANSITION DE DIMENSION N*N.

* T EST LA MATRICE DES PROPORTIONS DE DEPART DE DIMENSION N*L.

* IP0 EST UN VECTEUR I X N AVEC DES 0 POUR LES NOS D ETATS OU IL N Y A PAS ADMISSIO
* N ET DES 1 POUR CEUX OU L ADMISSION EST POSSIBLE.

* ALPMAX EST LE COEFFICIENT MAXIMUM DE VARIATION DE TAILLE.

* LES LIGNES DE PPF DONNENT LES SOMMETS DU POLYEDRE CONVEXE.

* LES MATRICES PPI ET PPIV SONT DES MATRICES DE CALCUL INTERMEDIAIRE.

*

* DETERMINATION DE LA ZONE PRIMAIRE DE LA STRUCTURE INITIALE PP

*

DIMENSION E(10),T1(15), PAUX(15),PPINV(N,250),PPI(250,N),

IP0(15),XX(250),ALPHA(250)

DIMENSION PP(N),PPF(250,N),GP(N,N),IP0(N),W(N,L)

IF (L.GT.10.OR.N.GT.15) GO TO 405

TSEMF=1

NN=1

DO 1 K=1,L

1 E(K)=1.0

CALL MATRIX (20,N,L,1,W,N,E,10,T1,15)

CALL MATRIX (20,1,N,1,PP,1,T1,15,T2,1)

CALL MATRIX (20,1,N,N,PP,1,GP,N,T1,1)

ALPHA(NN)=-T2

DO 7 K=1,N

7 PPF(1,K)=T1(K)/(1.0+ALPHA(NN))

DO 14 J=1,N

IF (IP0(J).NE.1) GO TO 14

DO 13 KK=1,N

13 P0(KK)=0.0

P0(J)=1.0

NN=NN+1

ALPHA(NN)=ALP MAX

ALP=ALPHA(NN)+T2

DO 144 K=1,N

144 PPF(NN,K)=(T1(K)+ALP*P0(K))/(1.0+ALPHA(NN))

14 CONTINUE

PRINT 8,(PP(K),K=1,N)

8 FORMAT (*1///25X,*STRUCTURE INITIALE * F8.4/(44X,F8.4))

PRINT 88+ISEMF

88 FORMAT (//1X,*SOMMETS DE LA ZONE NO *,12)

DO 6 NF=1,NN

6 PRINT 9,NF,ALPHA(NF),(PPF(NF,K),K=1,N)

IFMAX=NF

9 FORMAT (1X,*SOMMET NO *,1),3X,*ALPHA =*,F6.3,3X,*STRUCTURE *,5F10.5

PRINT 92,IFMAX

92 PRINT 93,(PP(K),K=1,N)

93 FORMAT (1X,*SOMMET NO *,1),3X,*ISSU DE *,5F10.4,*PP = *,110.5)

* DETERMINATION DES SOMMETS DE BASE DE LA ZONE T-IE F=ISEMF.

*

92 IF (ISEMF.EQ.ISEMF) GO TO 2

PRINT 777

```

110 NI=1
111 MAK=0
112 ISEM=ISEM+1
113 DO 23 NF=1,NM
114 DO 120 K=1,N
120 PP(K)=PPF(NF,K)
115 CALL MATRIX (20,N,L,1,W,N,E,10,T1,15)
116 CALL MATRIX (20,1,N,1,PP,1,T1,15,T2,1)
117 CALL MATRIX (20,1,N,N,PP,1,GP,N,T1,1)
118 IF (NF.NE.1) GO TO 17
119 ALPHA(NF)=-T2
120 DO 19 K=1,N
19 PPI(1,K)=T1(K)/(1.0-T2)
121 GO TO 23
17 ALPHA(NF)=ALPMAX
18 ALP=ALPMAX+T2
19 DO 20 J=1,N
20 DO 21 K=1,N
21 P0(K)=0.0
22 P0(J)=1.0
23 IF (P0(J).NE.IP0(J)) GO TO 20
24 IF ((NI+1).NE.NF) GO TO 20
25 IF (J.LE.MARK) GOTO 20
26 MARK=J
27 NI=NI+1
28 DO 22 K=1,N
22 PPI(NI,K)=(T1(K)+ALP*P0(K))/(1.0+ALPMAX)
20 CONTINUE
23 CONTINUE
24 PRINT 88,ISEM
25 DO 12 II=1,NI
12 PRINT 9,II,ALPHA(II),(PPI(II,K),K=1,N)
26 DO 1212 II=1,NI
27 PRINT 999,II,(PPF(II,K),K=1,N)
1212 CONTINUE

```

*DETERMINATION DES AUTRES SOMMETS DE LA ZONE T-IFME=ISEM.

```

DO 30 NF=1,NFMAX
DO 130 K=1,N
130 PP(K)=PPF(NF,K)
131 CALL MATRIX (20,N,L,1,W,N,E,10,T1,15)
132 CALL MATRIX (20,1,N,1,PP,1,T1,15,T2,1)
133 CALL MATRIX (20,1,N,N,PP,1,GP,N,T1,1)
134 ALPHA(NF)=-T2
135 DO 31 K=1,N
31 PAUX(K)=T1(K)/(1.0-T2)
136 IF (NI.GT.250) GO TO 405
137 CALL CLC (PPI,NI,N,PAUX,PPIN,IND5,XX,FE)
138 IF (IND5.EQ.4.AND.FE.LT.0.050) GOTO 32
139 NI=NI+1
140 DO 33 K=1,N
33 PPI(NI,K)=T1(K)/(1.0-T2)
141 PRINT 9,NI,ALPHA(NF),(PPI(NI,K),K=1,N)
142 PRINT 999,NI,(PPF(NF,K),K=1,N),FE
32 ALPHA(NF)=ALPMAX
143 ALP=ALPMAX+T2
144 DO 340 J=1,N

```

```
IF (IP0(J).NE.1) GO TO 340
DO 34 K=1,N
34 P0(K)=0.0
P0(J)=1.0
DO 35 K=1,N
35 PAUX(K)=(T1(K)+ALP*P0(K))/(1.0+ALPMAX)
IF (NI.GT.250) GO TO 405
CALL CLC (PPI,NI,N ,PAUX,PPINV,IND5,XX,FE)
IF (IND5.EQ.4.AND.FE.LT.0.050) GO TO 340
NI=NI+1
DO 37 K=1,N
37 PPI(NI,K)=(T1(K)+ALP*P0(K))/(1.0+ALPMAX)
PRINT 9,NI,ALPHA(NF),(PPI(NI,K),K=1,N)
PRINT 999,NI,(PPF(NF,K),K=1,N),FE
340 CONTINUE
30 CONTINUE
IF (NI.GT.250) GO TO 405
CALL EPUR (PPI,NI,N ,PPINV,PPF,NFMAX,XX)
GO TO 42
2 RETURN
405 PRINT 406,ISEM
406 FORMAT (1X,*MATRICES PPI,PPINV DE LA ROUTINE ZOMET TROP G
1RANDES,REDIMENSIONNER POUR UN HORIZON ISEMF SUPERIFUR OU EGAL A *,
112)
STOP
END
```

11.5 SOUS PROGRAMME ADOMAIN

```

SUBROUTINE ADOMAIN (N,L,W,GP,IP0,ALPMAX,IT,PP,PPINV,PPF,PTRANS,SA,KA)
  I,KA,XX,YY,SX,SY)
*POLYEDRE CONVEXE A DES OBJECTIFS QUE L ON PEUT ATTEINDRE AU MOINS UNE FOIS A PA
*RTIR D AU MOINS UN POINT DE I EN IT PERIODES OU MOINS.
*LES LIGNES DE LA MATRICE SA DE DIMENSION KA PAR N DONNENT LES SOMMETS DU
*POLYEDRE.
  PPF ET PTRANS SONT DES MATRICES DE CALCUL INTERMEDIAIRE.PPI ET PPINV AUSSI.
  DIMENSION PPF(250,N),PTRANS(250,N),PP(15),PPINV(N,250),PPI(250,N)
  DIMENSION W(N,L),GP(N,N),IP0(N),SA(250,N)
  DIMENSION XX(250),YY(250),SX(N),SY(N)
  DIMENSION TA(50,5)
  IF (N.GT.15) GO TO 12
  KIMAX=0
  DO 3 I=1,N
  DO 2 K=1,N
  2 PP(K)=0.0
  PP(I)=1.0
  NB=LLL=0
  CALL ZONET (N,L,PP,W,GP,IP0,ALPMAX,IT, PPI,PPINV,PPF,NFMAX,XX)
  CALL MATRIX(20,NFMAX,N,1,PPF,250,SX,5,XX,2,0)
  CALL MATR IX(20,NFMAX,N,1,PPF,250,SY,5,YY,250)
  PRINT 20,IT,I
  20 FORMAT (////5X,*ZONE NO *,I2,* DU SOMMET NO *,I2)
  DO 1 KI=1,NFMAX
  KIMAX=KIMAX+1
  IF(KIMAX.GT.250)GO TO 13
  DO 6 K=1,N
  6 PTRANS(KIMAX,K)=PPF(KI,K)
  13 PRINT 21,(PPF(KI,K),K=1,N),XX(KI),YY(KI)
  21 FORMAT(/5X,(7F12.4))
  1 CONTINUE
  IF(I.NE.1)GOTO30
  IFMAX=NFMAX
  DO 310 K=1,NFMAX
  DO 50 KK=1,N
  50 SA(K,KK)=PPF(K,KK)
  310 PRINT 260,( SA(K,KK),KK=1,N)
  260 FORMAT(2X,*VOICI SA *,5F8.4/(16X,5F8.4))
  GO TO 3
  30 CONTINUE
  IF (IFMAX.EQ.0)LLL=1
  IF (IFMAX.EQ.0)GO TO 3
  IF (LLL.EQ.1)GOTO3
  DO 60 K=1,IFMAX
  DO 80 KKK=1,N
  80 PP(KKK)= SA(K,KKK)
  CALL CLC (PPF,NFMAX,N,PP,PPINV,IND21,YY,FF)
  IF(IND21.EQ.4.AND.FE.LT.0.100) GO TO 61
  GO TO 60
  61 NB=NB+1
  IF (NB.GT.50) GO TO 12
  DO 90 KKK=1,N
  90 TA(NB,KKK)= SA(K,KKK)
  PRINT 250,(TA(NB,KKK),KKK=1,N),FE
  250 FORMAT (2X,*VOICI TA *,5F7.4,*FE = *,F8.5)
  50 CONTINUE
  60 CONTINUE

```

```

PRINT 62,IFMAX,LLL,NFMAX,NB,KIMAX,IND21
62 FORMAT (5X,*IFMAX =*,I2,*LLL =*,I2,*NFMAX =*,I2,*NB =*,I2,*KIMAX =
1*,I2,*IND21 =*,I2)
IF (NB.EQ.0)GOTO3
DO 8 KKB=1,NB
DO 81 KKK=1,N
81 SA(KKB,KKK)=TA(KKB,KKK)
PRINT 2,0,(SA(KKB,KKK),KKK=1,N)
82 CONTINUE
3 CONTINUE
IF (LLL.EQ.1.OR.IFMAX.EQ.0)GOTO347
PRINT 25,IT,((SA(KB,KKK),KKK=1,N),KB=1,NB)
251 FORMAT (2X,*VOICI LES SOMMETS DANS TOUTES LES ZONES POUR *,I2,* PERIODES *
1RIODES *,5F7.4/(59X,5F7.4))
347 IF (KIMAX.GT.250) GO TO 12
CALL EPUR(PTRANS,KIMAX,N, PPINV,SA,KA,XX)
PRINT 23,IT
PRINT 22,((SA(KR,KW),KW=1,N),KR=1,KA)
22 FORMAT (5X,5F12.4)
23 FORMAT (/////5X,*VOICI LES SOMMETS DE LA ZONE A POUR *,I2,* PERIODES.
IES.*)
RETURN
12 PRINT 15
15 FORMAT (1X,*MATRICE PTRANS DE LA ROUTINE ADOMAINE TROP GRA
INDES.REDIMENSIONNER*)
RETURN
END

```

11.6 SOUS PROGRAMME MALPHA

```

SUBROUTINE MALPHA (N,GP,IP0,ALPHA,PSTAINV,PFIN)
* CETTE ROUTINE DONNE LE POLYEDRE CONVEXE DES OBJECTIFS STABLES POUR UNE
* VALEUR DU COEFFICIENT DE VARIATION DE TAILLE ALPHA DONNEE. CHAQUE LIGNE DE LA
* MATRICE PFIN DONNE UN POINT EXTREMAL DU POLYEDRE CONVEXE QUI
* CORRESPOND A UNE STRATEGIE DES ADMISSIONS CONCENTREE DANS L'ETAT CORRESPONDANT
* A LA LIGNE DE LA MATRICE. DANS LE CAS D'ADMISSIONS LIMITEES A CERTAINS ETATS NE
* RENDRE QUE LES LIGNES DE LA MATRICE CORRESPONDANT A CES ETATS POUR ETABLIR
* LE POLYEDRE. X ET Y CORRESPONDENT AUX COORDONNEES DANS I; L'AXE DES X PASSE PAR
* 000...1 ET 000...10; CELUI DES Y PAR 100...0.
* GP EST LA MATRICE DES PROPORTIONS DE TRANSIT
* ION ENTRE LES N ETATS.
* PSTAINV EST UNE MATRICE DE CALCUL INTERMEDIAIRE.
  DIMENSION PFIN(N,N),PSTAINV(N,N),SOMME(15),GP(N,N),IP0(N)
  IF (N.GT.15) GO TO 102
  PJJMAX=-1.0
  DO 51 K=1,N
  IF (GP(K,K).GT.PJJMAX) PJJMAX=GP(K,K)
  51 CONTINUE
  IF (ALPHA.GT.(PJJMAX-1.0)) GO TO 151
  PRINT 156,ALPHA
156 FORMAT (//1X,*LE POLYEDRE CONVEXE M-ALPHA DES OBJECTIFS STABLES PO
  UR UN COEFFICIENT DE VARIATION DE TAILLE EGAL A *,F6.3,* EST VIDE*
  2//1X,*CAR ALPHA EST INFERIEUR OU EGAL AU MAXIMUM DES QUANTITES PJJ-
  31*)
  GO TO 100
151 DO 53 IL=1,N
  DO 53 IC=1,N
  IF (IL.EQ.IC) PFIN(IL,IC)=1.0+ALPHA-GP(IL,IC)
  53 IF (IL.NE.IC) PFIN(IL,IC)=-GP(IL,IC)
  DO 52 I=1,N
  52 PRINT 62,(PFIN(I,J),J=1,N)
  62 FORMAT (5X,F7.4)
  CALL MATRIX (10,N,N,0,PFIN,N,IR2)
  PRINT 54,ALPHA,IR2
  54 FORMAT (///,1X,*LE COEFFICIENT DE VARIATION DE TAILLE EST EGAL A *,
  F6.3,10X,*LE RANG DE LA MATRICE A INVERSER EST EGAL A *,I2//20X,*LA
  MATRICE INVERSEE EST LA SUIVANTE *)
  PRINT 64
  64 FORMAT (//20X,*LA MATRICE INVERSE NON NORMALISEE EST LA SUIVANTE*)
  DO 65 I=1,N
  65 PRINT 62,(PFIN (I,J),J=1,N)
  IN=0
  DO 55 K=1,N
  55 SOMME(K)=0.0
  DO 57 IL=1,N
  DO 56 IC=1,N
  SOMME(IL)=PFIN (IL,IC)+SOMME(IL)
  56 CONTINUE
  DO 59 IL=1,N
  DO 59 IC=1,N
  59 PSTAINV(IL,IC)=PFIN (IL,IC)/SOMME(IL)
  DO 61 IL=1,N
  IF (IP0(IL).EQ.0) GO TO 61
  IN=IN+1
  DO 70 IC=1,N
  70 PFIN(IN,IC)=PSTAINV(IL,IC)
  PRINT (CONTINUED)

```

60 FORMAT (/IX,*LE SOMMET NO *,I2,*DU POLYEDRE CONVEXE DES OBJ STABLE
1S POUR ALPHA =*,F5.3,*EST *,F7.4/(73X,F7.4))

349

61 CONTINUE

100 RETURN

102 PRINT 103

103 FORMAT (/10X,*REDIMENSIONNER LE VECTEUR SOMME DANS LA ROUTINE

1MALPHA*)

STOP

END

12. GENERATION DE LA MATRICE MFAIT1 A L'AIDE DU MGL D'OPTIMA

```

62 FILE      PROG
63 TITLE    DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D ADMISSION.
64 SET      R.B.TLSW=ON
65 BUILD    SOURCE=MFAIT1,IDENT=MFAIT1
66 PICTURE  SOURCE=MFAIT1
67 UNLOAD   SOURCE=MFAIT1,IDENT=MFAIT1
68 EXIT
69 ENDFILE
    
```

1	FILE	MAT1
2		TABLE
3	IIJ2T1	P200T1,A200T1,A201T1,A202T1,A203T1,A204T1,A205T1,A206T1,
4		A207T1,A208T1,A209T1,A210T1,B200T1,B201T1,B202T1,B203T1,
5		B204T1,B205T1,B206T1,B207T1,B208T1,B209T1,B210T1,U100T1,
6		V100T1
7	L102T1	1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
8		.2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
9		-.1521,-.2116,-.2809,-.3600
10	L402T1	1.0,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,-1.06,-1.2,
11	1.0,-1.0
12	L502T1	1.0,.....,2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,
13		-1.06,-1.2,-1.0,1.0
14	LA02T1	.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,
15	LB02T11.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.
16		ENDATA
17		TABLE
18	IIJ3T1	P300T1,A300T1,A301T1,A302T1,A303T1,A304T1,A305T1,A306T1,
19		A307T1,A308T1,A309T1,A310T1,B300T1,B301T1,B302T1,B303T1,
20		B304T1,B305T1,B306T1,B307T1,B308T1,B309T1,B310T1,U100T1,
21		V100T1
22	L103T1	1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
23		.2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
24		-.1521,-.2116,-.2809,-.3600
25	L403T1	1.0,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,-1.06,-1.2,
26	1.0,-1.0
27	L503T1	1.0,.....,2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,
28		-1.06,-1.2,-1.0,1.0
29	LA03T1	.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,
30	LB03T11.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.
31		ENDATA
32		TABLE
33	IIJ5T1	P500T1,A500T1,A501T1,A502T1,A503T1,A504T1,A505T1,A506T1,
34		A507T1,A508T1,A509T1,A510T1,B500T1,B501T1,B502T1,B503T1,
35		B504T1,B505T1,B506T1,B507T1,B508T1,B509T1,B510T1,U100T1,
36		V100T1
37	L105T1	1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
38		.2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
39		-.1521,-.2116,-.2809,-.3600
40	L405T1	1.0,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,-1.06,-1.2,
41	1.0,-1.0
42	L505T1	1.0,.....,2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,
43		-1.06,-1.2,-1.0,1.0
44	LA05T1	.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,
45	LB05T11.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.
46		ENDATA
47		TABLE
48	IIJ1T1	P100T1,A100T1,A101T1,A102T1,A103T1,A104T1,A105T1,A106T1,

```

JOB OPTIMA   DATE   11/05/72  TITLE   DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D AI
VERB=BUILD
 49          A107T1,A108T1,A109T1,A110T1,B100T1,B101T1,B105T1,B103T1,
 50          B104T1,B105T1,B106T1,B107T1,B108T1,B109T1,B110T1,UT00T1,
 51          VT00T1
 52  L201T1   1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
 53          .2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
 54          -.1521,-.2116,-.2809,-.3600,-1.0,1.0
 55  L301T1   1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
 56          .2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
 57          -.1521,-.2116,-.2809,-.36
 58  L401T1   1.0,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,-1.06,-1.2,
 59          ,,,,,,1.0,-1.0
 60  L501T1   1.0,,,,,,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,
 61          -1.06,-1.2,-1.0,1.0
 62  L701T1   ,,,,,,1.0,-1.0
 63  LA01T1   ,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,
 64  LB01T1   ,,,,,,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,
 65          ENDATA
 66          TABLE
 67  IIJ4T1   P400T1,A400T1,A401T1,A402T1,A403T1,A404T1,A405T1,A406T1,
 68          A407T1,A408T1,A409T1,A410T1,B400T1,B401T1,B402T1,B403T1,
 69          B404T1,B405T1,B406T1,B407T1,B408T1,B409T1,B410T1,UT00T1,
 70          VT00T1
 71  L204T1   1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
 72          .2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
 73          -.1521,-.2116,-.2809,-.3600,-1.0,1.0
 74  L304T1   1.0,.01,.0009,.0016,.0121,.0324,.0625,.1024,.1521,.2116,
 75          .2809,.3600,-.01,-.0009,-.0016,-.0121,-.0324,-.0625,-.1024,
 76          -.1521,-.2116,-.2809,-.36
 77  L404T1   1.0,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,-1.06,-1.2,
 78          ,,,,,,1.0,-1.0
 79  L504T1   1.0,,,,,,.2,.06,-.08,-.22,-.36,-.50,-.64,-.78,-.92,
 80          -1.06,-1.2,-1.0,1.0
 81  LA04T1   ,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,
 82  LB04T1   ,,,,,,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,
 83          ENDATA
 84          TABLE
 85  JJ06T1   P100T1,P200T1,P300T1,P400T1,P500T1
 86  L6JJT1   1.0000,1.0000,1.0000,1.0000,1.0000
 87          ENDATA
 88          TABLE
 89  P015T0   P100T0,P200T0,P300T0,P400T0,P500T0
 90  L102T1   -.6 ,-.2 , , ,
 91  L103T1   ,-.7 ,-.2 , ,
 92  L105T1   , , ,-.1 ,-.8
 93  L201T1   -.4 ,-.1 ,-.6 ,-.4 ,-.2
 94  L204T1   -.2 ,-.1 ,-.8 ,-.9 ,-.2
 95  L301T1   -.2 , , , ,
 96  L304T1   , , ,-.2 ,-.5 ,
 97  L701T1   .2 ,.1 ,.6 ,.4 ,.2
 98          ENDATA
 99          FORM   J2A3T1=IIJ2T1 OR IIJ3T1
100         FORM   J1A3T1=IIJ1T1 OR J2A3T1
101         FORM   J1A4T1=IIJ4T1 OR J1A3T1
102         FORM   J1A5T1=IIJ5T1 OR J1A4T1
103         FORM   INTET1=JJ06T1 OR J1A5T1
104         FORM   BASET1=P015T0 OR INTET1
105         REPLACE BASET1=IIJ1T1
106         REPLACE BASET1=IIJ2T1

```

JOB OPTIMA DATE 11/05/72 TITLE DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D A

VERB=BUILD

107	REPLACE	BASET1=IIJ3T1
108	REPLACE	BASET1=IIJ4T1
109	REPLACE	BASET1=IIJ5T1
110	REPLACE	BASET1=JJ06T1
111	REPLACE	BASET1=P015T0
112	SURMAT	.,=BASET1
113	RHS	RHSJT1,L102T1(Z)=.00,L103T1(Z)=.00,L105T1(Z)=.00,
114		L201T1(P)=.00,L204T1(P)=.00,L301T1(M)=.00,
115		L304T1(M)=.00,L401T1(Z)=.00,L402T1(Z)=.00,
116		L403T1(Z)=.00,L404T1(Z)=.00,L405T1(Z)=.00,
117		L501T1(Z)=.00,L502T1(Z)=.00,L503T1(Z)=.00,
118		L504T1(Z)=.00,L505T1(Z)=.00,L6JJT1(Z)=1.00,
119		LA01T1(Z)=1.0,LA02T1(Z)=1.0,LA03T1(Z)=1.0,
120		LA04T1(Z)=1.0,LA05T1(Z)=1.0,L801T1(Z)=1.0,
121		LB02T1(Z)=1.0,L803T1(Z)=1.0,L804T1(Z)=1.0,
122		LR05T1(Z)=1.0,L701T1(M)=0.0
123	OBJ	FONOBJ,.,TT00T1.=1.00,.,VT00T1.=1.00
124	RETURN	

13. OPTIMISATION PAR OPTIMA DU PROGRAMME CONSTITUE PAR LA
MATRICE MFAIT3, LE SECOND MEMBRE RHSJTL ET LA FONCTION
ECONOMIQUE FONOBJ

```

62      FILE      PROG
63      TITLE    DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D ADMISSION.
64      SWITCH   PIER=PEXIT,MIER=PEXIT,UNB=PEXIT,NFS=PEXIT
65      LOAD     SOURCE=MEDFIL,IDENT=MFAIT3
66      REVISE   SOURCE=COREC1,MFILE=MFAIT3,IDENT=MEDI11
67      READY   SOURCE=MEDI11,IDENT=PFRI11
-----
68      SETUP   SOURCE=PFRI11
69      SET     W.OBJ=FONOBJ,W.RHS=RHSJTL
70      SET     W.SEPSW=ON,W.MSHSZ=1
71      MAPIN   SOURCE=BASE,SOLN
72      RESOLVE 0.1,PEXIT
73      SET     W.RSVSW=ON
-----
74      PRIMAL
75      LOGIC   R.MXPER GE 0.1,PEXIT
76      NEXT
77      RECORD  IDENT=OUTPUT
78      EXIT
79      PEXIT   PICTUREF SOURCE=MEDI11
-----
80      TRACE   INFEAS
81      EXIT
82      ENDFILE

```

14. CARACTERISTIQUES DES DIFFERENTES MATRICES ELABOREES PAR OPTIMA14.1 MATRICE MFALTI (1 PERIODE)

	TYPE	NO. ROW/COL	NO. NON=NULL COEFF.	AVERAGE NON=NULL COEFF.
ROWS USED	Z	25	333	13.320000
ROWS USED	P	2	60	30.000000
ROWS USED	M	3	56	18.666667
ROWS USED	F	1	2	2.000000
TOTAL ROWS USED		31	451	14.548388
STRUCTURAL COLUMNS USED	Z	5	24	4.800000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P	7	53	7.5714286
STRUCTURAL COLUMNS USED	P(K)	110	374	3.400000
STRUCTURAL COLUMNS USED	PKT	10		0.
TOTAL STRUCTURAL COLUMNS USED		132	451	3.4166667
RHS COLUMNS USED	RHS	1	12	12.000000
TOTAL RHS COLUMNS USED		1	12	12.000000

STRUCTURAL ELEMENT SIZES FOR DIRECT COEFFICIENTS

ROW TYPE	ROW KJ	COL KJ	MIN ABS ELEMENT	ROW KJ	COL KJ	MAX ABS ELEMENT
Z	3	44	.00090000	11	53	1.2000000
P	5	70	.00090000	4	37	1.0000000
M	7	70	.00090000	6	37	1.0000000
F	31	66	1.0000000	31	66	1.0000000

MATRIX OVERALL STRUCTURAL DENSITY IS 11.1

LONGEST COLUMN HAS 14 ELEMENTS. FIRST OF 2 COLUMNS IS .UT00T1.

14.2 MATRICE MFA2T2 (2 PERIODES)

	TYPE	NO. ROW/COL	NO. NON-NULL COEFF.	AVERAGE NON-NULL COEFF.
ROWS USED	Z	50	666	13.3200000
ROWS USED	P	4	120	30.0000000
ROWS USED	M	6	112	18.6666667
ROWS USED	F	1	4	4.0000000
TOTAL ROWS USED		61	902	14.786886
STRUCTURAL COLUMNS USED	Z	5	24	4.8000000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P	14	130	9.2857143
STRUCTURAL COLUMNS USED	P(K)	220	748	3.4000000
STRUCTURAL COLUMNS USED	PKI	20	0.	0.
TOTAL STRUCTURAL COLUMNS USED		259	902	3.4826255
RHS COLUMNS USED	RHS	1	24	24.0000000
TOTAL RHS COLUMNS USED		1	24	24.0000000

STRUCTURAL ELEMENT SIZES FOR DIRECT COEFFICIENTS

ROW TYPE	ROW KJ	COL KJ	MIN ABS ELEMENT	ROW KJ	COL KJ	MAX ABS ELEMENT
Z	1	65	.00090000	2	74	1.2000000
P	11	117	.00090000	11	87	1.0000000
M	12	117	.00090000	15	87	1.0000000
F	61	87	1.0000000	61	87	1.0000000

TRIX OVERALL STRUCTURAL DENSITY IS 5.71

LONGEST COLUMN HAS 14 ELEMENTS. FIRST OF 4 COLUMNS IS .000001.

14.3 MATRICE MFALT3 (3 PERIODES)

	TYPE	NO. ROW/COL	NO. NON-NULL COEFF.	AVERAGE NON-NULL COEFF.
ROWS USED	Z	72	990	13.750000
ROWS USED	P	6	180	30.000000
ROWS USED	M	9	168	18.666667
ROWS USED	F	1	6	6.000000
TOTAL ROWS USED		88	1344	15.272728
STRUCTURAL COLUMNS USED	Z	10	46	4.600000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P	16	176	11.000000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P(K)	330	1122	3.400000
STRUCTURAL COLUMNS USED	PKI	30	0.	0.
TOTAL STRUCTURAL COLUMNS USED		386	1344	3.4818653
RHS COLUMNS USED	RHS	1	33	33.000000
TOTAL RHS COLUMNS USED		1	33	33.000000

STRUCTURAL ELEMENT SIZES FOR DIRECT COEFFICIENTS

ROW TYPE	ROW KJ	COL KJ	MIN ABS ELEMENT	ROW KJ	COL KJ	MAX ABS ELEMENT
Z	1	92	.00090000	2	101	1.2000000
P	11	144	.00090000	11	114	1.0000000
M	12	144	.00090000	15	114	1.0000000
F	59	114	1.0000000	59	114	1.0000000

MATRIX OVERALL STRUCTURAL DENSITY IS 3.96

LONGEST COLUMN HAS 14 ELEMENTS. FIRST OF 6 COLUMNS IS .00001.

14.4 MATRICE MFALT4 (4 PERIODES)

	TYPE	NO. ROW/COL	NO. NON-NULL COEFF.	AVERAGE NON-NULL COEFF.
ROWS USED	Z	96	1320	13.750000
ROWS USED	P	8	240	30.000000
ROWS USED	M	12	224	18.666667
ROWS USED	F	1	8	8.000000
TOTAL ROWS USED		117	1792	15.316240
STRUCTURAL COLUMNS USED	Z	10	46	4.600000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P	23	250	10.869565
STRUCTURAL COLUMNS USED	P(K)	440	1496	3.400000
STRUCTURAL COLUMNS USED	PKI	40	0.	0.
TOTAL STRUCTURAL COLUMNS USED		513	1792	3.493177
RHS COLUMNS USED	RHS	1	44	44.000000
TOTAL RHS COLUMNS USED		1	44	44.000000

STRUCTURAL ELEMENT SIZES FOR DIRECT COEFFICIENTS

ROW TYPE	ROW KJ	COL KJ	MIN ABS ELEMENT	ROW KJ	COL KJ	MAX ABS ELEMENT
Z	1	121	.00090000	2	130	1.200000
P	11	173	.00090000	11	143	1.000000
M	12	173	.00090000	15	143	1.000000
F	59	143	1.000000	59	143	1.000000

MATRIX OVERALL STRUCTURAL DENSITY IS 2.99

LONGEST COLUMN HAS 14 ELEMENTS. FIRST OF 8 COLUMNS IS .010011.

14.5 MATRICE MFALT5 (5 PERIODES)

	TYPE	NO. ROW/COL	NO. NON-NULL COEFF.	AVERAGE NON-NULL COEFF.
ROWS USED	Z	120	1650	13.750000
ROWS USED	P	10	300	30.000000
ROWS USED	M	15	280	18.666667
ROWS USED	F	1	10	10.000000
TOTAL ROWS USED		146	2240	15.342466
STRUCTURAL COLUMNS USED	Z	10	46	4.6000000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P	30	324	10.800000
STRUCTURAL COLUMNS USED	P(K)	550	1870	3.4000000
STRUCTURAL COLUMNS USED	PKT	50	0.	0.
TOTAL STRUCTURAL COLUMNS USED		640	2240	3.5000000
RHS COLUMNS USED	RHS	1	55	55.000000
TOTAL RHS COLUMNS USED		1	55	55.000000

STRUCTURAL ELEMENT SIZES FOR DIRECT COEFFICIENTS

ROW TYPE	ROW KJ	COL KJ	MIN ABS ELEMENT	ROW KJ	COL KJ	MAX ABS ELEMENT
Z	1	150	.00090000	2	159	1.2000000
P	11	202	.00090000	11	172	1.0000000
M	12	202	.00090000	15	172	1.0000000
F	59	172	1.0000000	59	172	1.0000000

MATRIX OVERALL STRUCTURAL DENSITY IS 2.40

THE FIRST COLUMN HAS 14 ELEMENTS. FIRST OF 10 COLUMNS IS .UT00T1.

L'EXEMPLE NUMERIQUE DU CHAPITRE 5

JOB OPTIMA	DATE	16/08/72	TITLE	OPTIMA	VERSION	3.0	-- 15 SEP 1970
VERB=ACTRAN							
1			MACRO	BASIC			
2			SWITCH	NFS=\$02,UNR=\$02,PROER=\$02			
3			MAPIN	\$01,IDENT=MPEXMA			
4			MAPOP	MPEXMB=MPEXMA ONOT MPEXMA			
5			MAPOP	MPEXMB=MPEXMB ANOT MPEXMA			
6			MAPIN	\$01,SOLN			
7			EXCLUDE	MAP=MPEXMH			
8			SET	W.MVDI=262143			
9			INVERT				
10			CRASH				
11			PRIMAL				
12	\$02		INCLUDE	ALL			
13			SWITCH	NFS,UNR,PROER			
14			RESET	W.MVDI			
15			ENDM				
16			MACRO	RESOLVE			
17			SET	W.RSVSW=ON			
18			PRIMAL				
19			LOGIC	R.MXPER GE \$01,\$02			
20			NEXT				
21			ENDM				
22			MACRO	BLOCK			
23			BLOCK2				
24			BLSAVE	\$01			
25			RLCHK				
26			RLOUTPT	\$02			
27			ENDM				
28			MACRO	BPARRHS			
29			RLPRHS				
30			BLSAVE	\$01			
31			RLCHK				
32			RLOUTPT	\$02			
33			ENDM				
34			MACRO	HPAROBJ			
35			SIGMA				
36			BLSAVE	\$01			
37			RLCHK				
38			RLOUTPT	\$02			
39			ENDM				
40	TERM		DLRDMP				
41			RECORD	IDENT=OUTPUT			
42			GO TO	ABJOB1			
43	ARJOB		DLRDMP				
44	ARJOB1		MAPOUT	IDENT=PUNCH,SOLN			
45	EXIT		STATUS				
46			EXIT				
47	INVT		INVERTH				
48			CURRENT				
49	DINV		INVERT				
50	CURRENT		CURRENT				
51	PRJ		PRIMAL				
52			CURRENT				
53	PRJ		PRIMAL				
54	NEXT		NEXT				
55	DUALN		DUAL				
56			NEXT				
57	ROBINV		RLINV				
58			CURRENT				

```

JOB OPTIMA      DATE 16/08/72  TITLE  OPTIMA  VERSION 3.0  -- 15 SEP 1970 -
VERB=ACTRAN
59             RESET
60             SWITCH
61             SET      S.DMPsw=ON
62             FILE    PROG
63             TITLE   DETERMINATION OPTIMALE DES NIVEAUX D ADMISSION
64             SWITCH   PIER=PEXIT,MIER=PEXIT,UNB=PEXIT,NFS=PEXIT
65             CONVERT  SOURCE=MAT3,IDENT=MEDI01
66             READY   SOURCE=MEDI01,IDENT=WORK
67             SETUP   SOURCE=WORK
68             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=1.00,W.PARMX=1.0001
69             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
70             MAPIN   SOURCE=BASE,SOLN
71             PAROBJ
72             RECORD  IDENT=OUTPUT
73             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=2.00,W.PARMX=2.001
74             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
75             PAROBJ
76             RECORD  IDENT=OUTPUT
77             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=3.00,W.PARMX=3.001
78             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
79             PAROBJ
80             RECORD  IDENT=OUTPUT
81             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=4.00,W.PARMX=4.001
82             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
83             PAROBJ
84             RECORD  IDENT=OUTPUT
85             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=5.00,W.PARMX=5.001
86             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
87             PAROBJ
88             RECORD  IDENT=OUTPUT
89             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=6.00,W.PARMX=6.001
90             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
91             PAROBJ
92             RECORD  IDENT=OUTPUT
93             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=7.00,W.PARMX=7.001
94             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
95             PAROBJ
96             RECORD  IDENT=OUTPUT
97             SET     W.OBJSW=ON,W.PHI=8.00,W.PARMX=8.001
98             SET     W.OBJ=FONOBJ,W.COBJ=CHANGE,W.RHS=RHSJT1
99             PAROBJ
100            RECORD  IDENT=OUTPUT
101            EXIT
102            PEXIT   PICTURE SOURCE=MEDI01
103            EXIT
104            ENDFILE

```

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée dans le Département d'Informatique de l'Université de Montréal, sous la direction du Professeur Michel Florian.

Je remercie Monsieur Florian qui a guidé mes recherches et m'a souvent prodigué ses conseils, ses suggestions et ses critiques avec une constante bienveillance et néanmoins une appréciable liberté d'action. L'ambiance empreinte de cordialité qui a prévalu dans nos échanges a facilité le développement de ce travail.

Je remercie également Messieurs Pierre Robillard et Williams Price qui m'ont fait pleinement profiter de leur expérience.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 ABT and CLARK, Design for an Educational System Cost Effectiveness Model, Abt Assoc., Cambridge, Mass, January 1967.
- 2 ALKIN, M., Toward an Evaluation Model: A System Approach; Center for the Study of Evaluation of Instructional Programs, University of California, Los Angeles, December 1967.
- 3 ALPER P., Introduction de notions de contrôle dans les modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris, 1969.
- 4 ALPER, P., ARMITAGE P. and SMITH C., Educational Models, Manpower Planning and Control, Operational Research Quarterly, Vol. 18, no.2, 1966.
- 5 ALPER P., ARMITAGE P. and SMITH C., Models of the Educational System: Educational Models, Manpower, Planning and Control, MOD. RM/12, London School of Economics Unit for Economics and Statistical Studies on Higher Education, London, 1966.
- 6 ALPER P. and SMITH C., Models of the Educational System: An Application of Control Theory to a Problem in Educational Planning, MOD. RM/13, London, 1966.
- 7 Aoustin S. et Cassagne P., Système automatisé de mutation de personnel enseignant, Conférence de l'OTAN sur la planification de la main d'oeuvre, Porto, Portugal, sept. 1969.

- 8 ARMITAGE P. et SMITH C., Mise au point et utilisation de modèles exploitables à l'ordinateur pour le système britannique d'enseignement, Modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris, 1969.
- 9 ASTIN A., Undergraduate Achievement and Institutional Excellence, Science, Vol. 161, No. 3842, August 1968.
- 10 BAISUCK A., A Projection Model for Higher Educational Systems Planning, Rensselaer Research Corp., Troy, N.Y., May 1968.
- 11 BAISUCK A., Construction and Evaluation of a Simulation Model for Projecting Higher Education Enrolment, Ph.D. Dissertation, School of Management, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, N.Y., August 1969.
- 12 BAISUCK A. and WALLACE W., A Computer Simulation Approach to Enrolment Projection in Higher Education, Rensselaer Research Corp., Troy, N.Y. March 1970.
- 13 BALDERSTON F., The Repayment Period for Loan-Financed College Education, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, January 1970.
- 14 BALDERSTON F. and RADNER R., Academic Demand for New Ph.D's: 1970-90; its sensitivity of alternative Policies, Paper P-26, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, December 1971.

- 15 BARNETT R., The Space Affinity Model: Documentation, Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Policy, University of Toronto, Toronto 5, May 1970.
- 16 BARTOLOMEW D., Stochastic Models for Social Processes, John Wiley, 1967.
- 17 BARTHOLOMEW D., A Mathematical Analysis of Structural Control in a Graded Manpower System, Paper P-3, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, December 1969.
- 18 BARTHOLOMEW D. and BUTLER A., The Distribution of the Number of Leavers for an Organization of Fixed Size, University of Kent, Canterbury, Sept. 1969.
- 19 BARTON R., On Optimization in the American University, Texas Tech. University, June 1970.
- 20 BELL C., Comments on Mathematical Models of Educational Systems, University of California, Irvine 1970.
- 21 BENARD J., Modèle d'optimisation générale: Economie-Education, publié dans les modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris, 1969, pp 211-250.
- 22 BERNERS-LEE, C.M., (edited by) Models for Decision, English Universities Press, 1969.

- 23 BOLING E. and GARDINER D., Forecasting University Enrolment, Study No 23 of the Bureau of Research, College of Business Administration, University of Tennessee, Knoxville, February 1952.
- 24 BORRIE W., School and Universities and the Future, Some Observations based on Statistics, Vestes (Aust. Univ. Rev.), Vol.5, no.3, 1962, pp 42-59.
- 25 BRANCHFLOWER N., Analysis of Rank Distribution in a University Faculty, Naval Postgraduate School, Monterey, California, April 1970.
- 26 BRAUN H., HAMMER G. and SCHMID K., Ein Verfahren zur Ermittlung, der Ausbildungs["]kapazität["] Wissenschaftlicher Hochschulen, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Vol 182, 1969, pp 381-397.
- 27 BRENEMAN D., The Stability of Faculty Input Coefficients in Linear Workload Models of the University of California, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, April 1969.
- 28 BRENEMAN D., An Economic Theory of Ph.D. Production: The Case at Berkeley, Paper P-8, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, June 70.
- 29 BRENEMAN D., (edited by), Internal Pricing within the University - A Conference Report, Paper P-23, Ford Foundation Program for Research in Univ. Administration, University of California, December 1971.

- 30 BRENEMAN D. and WEATHERSBY G., Definition and Measurement of the Activities and Outputs of Higher Education, Discussion Paper No 10, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, 1970.
- 31 BROWN R., Predicting School Enrolment, New York University Center for School Services, New York 1961.
- 32 Bureau central de statistiques de l'Institut suédois de prévision, modèles prévisionnels du système suédois d'enseignement, OCDE, Paris, 1969, pp 97-126.
- 33 BUTLER A., Stochastic Manpower Models, M.Sc.Thesis, University of Wales, 1968.
- 34 CASPAR R., BINGERT A., BAYER W. and BLAHUSCH F., Ein Modell zur Ermittlung der Zulassungszahlen von Studienanfängern an einer Wissenschaftlichen Hochschule, Universität Stuttgart, 1968.
- 35 CASPAR R., Ein Modell Zur Ermittlung Optimaler Zulassungszahlen von Studienanfängern, HIS-Briefe, Heft, B1, 1969, pp 2-5.
- 36 CENTNER S., JUDY R. and LEVINE J., Systems Analysis and Higher Education Planning, Presented to the Conference on Systems Analysis for Social Problems; a Symposium Sponsored by the Washington Operations Research Council, Gaithersburg, Maryland, May 1969.

- 37 CHARNES A., COOPER W. and NIEHAUS R., A Goal Programming for Manpower Planning, Management Sciences Research Report, 115, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, December 1967.
- 38 CLARKE E., COOK D., FALLIS G. and KENT M., Student Aid and Access to Higher Education, Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Policy, University of Toronto, Toronto 5, Sept. 1969.
- 39 CLEROUX R., Analyse des données d'admissions (1970) provenant du registre central des admissions, Gresigu, Université de Montréal, 1971.
- 40 CLOUGH D. A Model for Education-Employment Systems Analysis, University of Toronto, 1967.
- 41 CLOUGH D., DUDDING R. and PRICE W., Mathematical Programming Models of a Quasi-independent Sub-system of the Canadian Forces Manpower System, University of Waterloo, Ontario 1969.
- 42 CLOUGH D. and MC REYNOLDS W., State Transition Model of an Educational System incorporating a Constraint Theory of Supply and Demand, Ontario Journal of Educational Research, Vol. 9, Number 1, Autumn 1966, pp 1-18.

- 43 Control Data, 6400/6500/6600 Computer Systems, Optima Version 3. Reference Manual, Pub.No 60207000, 1968.
- 44 CORRAZINI A., The Demand for Higher Education in an Urban Area, Tufts University, Medford, Mass 02155.
- 45 CORREA H., Modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris 1969, pp 23-95.
- 46 CSIMA J. and GOTLIEB C., Test on a Computer Method for Constructing School Timetables, Paper presented at the 18th Annual Conference of the Association for Computing Machinery, August 1963.
- 47 DAVIS, R., On the Development of Educational Planning Models at Harvard, CSED: An Algebraic History of Activity in One Small Place , Proceedings First Annual Conference on the Economics of Education, Educational Systems Development Center, The Florida State University, Tallahassee, Florida, 1968.
- 48 DIETZE H., Studie zur Kapazitätsemittlung an Universitäten Universität des Saarlandes, 1969.
- 49 DILL W., GAVER D. and WEBER W., Models and Modelling for Manpower Planning, Management Science, Vol 13, no 4, December 1966, pp B142-B167.

- 50 DOERMANN H., Cross currents in College Admissions, Teachers College Press, Columbia University, 1968.
- 51 DORFMAN R., SAMUELSON P. et SOLOW R., Programmation linéaire et Gestion économique, Dunod, 1962.
- 52 DRESSEL P., Remarques sur l'emploi des modèles mathématiques dans la planification de l'enseignement, Modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris 1969.
- 53 DUNCAN, B. HAMELMAN P. and SCOTTA C., The Optimum Allocation of University Spaces, Occasional paper 247-A, Polytechnic Institute, Blacksburg, Va., 1969.
- 54 DURBIN E., Manpower Allocation and Mathematical Programming, Rand Corporation, Santa Monica, Calif. 90406, March 1967.
- 55 DURBIN E. and WRIGHT O., A Model for Estimating Military Personnel Rotation Base Requirements, Rand Corporation, Santa Monica, California 90406, October 1967.
- 56 DURSTINE R., Modeling the Allocation Process in Education, Center for Studies in Education and Development, Graduate School of Education, Harvard University, 1970.

- 57 EDWARDS J. and ORCUTT G., Should Aggregation Prior to Estimation be the Rule? Review of Economics and Statistics, Vol. LI, No 4, November 1969.
- 58 FABRYCKY W., An Activity Information System for the Control of Faculty Workload in a Dynamic Environment, Department of Industrial Engineering, Virginia Polytechnic Institute, April 1970.
- 59 FLORIAN M. et GUERIN G., Modèle de Préviation de Population Etudiante, Rapport Technique no 6, Gresigu, Université de Montréal, Mai 1971.
- 60 FORBES A. Promotion and Recrutement Policies for the Control of quasi-stationary Hierarchical Systems, Univ. of Kent, Canterbury, England, September 1969.
- 61 FOX K., Optimization Models for University Planning and Management Models, OECD, April 1969.
- 62 FOX K. et Al. Specification of Econometric Models for Planning Educational Systems: An Appraisal of Alternative Approaches, Kyklos, Vol 21, no 4, 1968, pp 665-694.
- 63 FOX K., SENG U PTA J. and SANYAL B., On the Optimality of Resource Allocation in Educational Systems; Problems posed by Fixed and Semi-fixed, Divisible or Semi-divisible Resources, Department of Economics, Iowa State Univ. Ames, Iowa 50010, 1969.

- 64 FOX T., Long Run Planning for Undergraduate - Higher Education Capacity Needs: Basing Enrolment Projections on Partial-College-Potential vs Full-College-Potential, Institute for Research on Human Resources, Pennsylvania State University, University Park, Penn., August 1970.
- 65 GALBRAITH J., The Affluent Society, Pelican Book A545, 1958.
- 66 GANI J., Formulae for Projecting Enrolments and Degrees Awarded in Universities, Journal of Royal Statistics Society, Series A, Vol 126, Part 3, 1963, pp 400-409.
- 67 GEOFFRION A., An Analytical Framework for Resource Allocation on a University Campus, Discussion Paper, Graduate School of Business Administration, University of California, Los Angeles, July 1970.
- 68 GEOFFRION A., Resource Allocation on the UCLA Campus with Multiple Objectives via Revealed Preferences and Decomposition Programming, Western Management Science Institute Workshop, 1970.
- 69 GEOFFRION A., DYER J. and FEINBERG A., Academic Departmented Management: An Application of an Interactive Multicriterion Optimization Approach, Paper P-25, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, October 1971.

- 70 GORDON P., Théorie des chaînes de Markov finies et ses applications, Dunod, 1965.
- 71 GUERIN G., Prédiction des effectifs étudiants dans un Secteur d'étude d'une institution universitaire, GRESIGU, Université de Montréal, numéro 19, Mai 1972.
- 72 GULKO W., Resource Requirements Prediction Model-1 (RRPM-1): An Overview, Boulder, Colorado: Wiche, Planning and Management Systems Division, January 1971.
- 73 HADLEY G., Non linear and Dynamic Programming, Addison-Wesley, 1964.
- 74 HALL A., Projecting University Populations, Vestes (Aust. Univ. Rev.), Vol 5, no 3, 1962, pp 66-73.
- 75 HALPERN J., Bounds for New Faculty Positions in a Budget Plan, Unpublished Ph.D. Thesis, Department of Industrial Engineering and Operations Research, University of California, Berkeley, 1970.
- 76 HALPERN J., Budget Allocation for New Faculty Positions, Ford Foundation Project and Analysis, 2171 Shattuck Avenue, Berkeley, California 94704, May 1970.
- 77 HAMELMAN P., Planning and Analysis for Higher Education: Promises and Pitfalls, Working Paper No 8, College of Business, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, Va., June 1969.

- 78 HANSEN O., The Expansion of Existing Campuses Versus the Building of New Ones, Office of Analytical Studies, University of California, Berkeley, California, 1966.
- 79 HARTLEY H., Educational Planning - Programming - Budgeting; A System Approach, Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, 1968.
- 80 HARTMAN W., Three Approaches to Educational Resources Allocation, Working Paper Series, No 6904, Institute for Policy Analysis, University of Toronto, December 1968.
- 81 HAUSSMAN R. and RATH G., Automated Teacher Assignment, a GPSS Simulation, Journal of Educational Data Processing, Summer 1965.
- 82 HOENACK S., Efficient Allocation of Subsidies for College Student Institute for Defense Analysis, Presented at Symposium on Operations Analysis of Education, Washington, D.C., November 1967.
- 83 HOLZMAN A. and TURKES W., Optimal Scheduling in Educational Institutions, Department of Industrial Eng'g, University of Pittsburgh, 1964.
- 84 HOLZMAN A. and TURKSEN I., Boolean Isomorphic Structures in an Educational Scheduling Model, Paper presented at the Conference of the Systems Development Corporation, February 1963.

- 85 HOOVER T., A Systems Approach to Long Range Facilities Planning in Higher Education, Management Horizons Inc., 2041 Riverside Drive, Columbus, Ohio 43221, May 1968.
- 86 HOPKINS D., A Cost Benefit Analysis of University Year Round Operations, University of California, Berkeley 94700, 1969.
- 87 HOPKINS D., University Cost Simulation Models: A Critique, Ford Foundation Research Report, Office of the Vice President, Planning and Analysis, University of California, Berkeley, 1969.
- 88 HOZ R., Computer Assisted Scheduling, Journal of Education Data Processing, Spring 1964.
- 89 Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Policy, A Research Progress Report on Systems Analysis for Efficient Resource Allocation in Higher Education, University of Toronto, January 1970.
- 90 JACOBY E., Methods of School Enrolment Projection, U.N.E.S.C.O., Paris, France, August 1959.
- 91 JANNE Henri, Les principes généraux de la planification universitaire, Etudes des problèmes de l'enseignement supérieur, Editions de l'Institut de Sociologie, Université libre de Bruxelles, 1971.

- 92 JESSOP W., (edited by), Manpower Planning, N.A.T.O. Symposium on Manpower Planning, Elsevier, N.Y. 1966.
- 93 JEWETT, J., College Admissions Planning: Use of a Student Segmentation Model, Paper P-23, Ford Foundation for Research in University Administration, University of California, November 1971.
- 94 JONES C. and CULHAN R., Manpower Planning and Project Progress Measurement, Babcock and Wilcox Company, Alliance, Ohio 44601, April 1970.
- 95 JUDY R., Systems Analysis and University Planning Sciences, Pergamon Press, May 1969.
- 96 JUDY R., Simulation and Rational Resource Allocation in Universities, in Efficiency in Resource Utilisation, OECD, Paris, 1969.
- 97 JUDY, R., Costs: Theoretical and Methodological Issues, a paper presented at the North American Conference on Cost-benefit Analysis of Manpower Policies, University of Wisconsin, Madison, May 1969.
- 98 JUDY R., On the Income Redistributive Effects of Public Financial Assistance to Higher Education in Canada, in Canadian Economic Problems and Policies, McGraw-Hill, March 1970.

- 99 JUDY R., and LEVINE J., A New Tool for Educational Administrators; Educational Efficiency Through Simulation Analysis, University of Toronto Press, 1965.
- 100 JUDY R. and LEVINE J., Systems Analysis of Alternative Designs of Faculty, in Budgeting, Programme Analysis and Cost Effectiveness in Educational Planning, OECD, Paris, 1968.
- 101 JUDY R., LEVINE J. and CENTNER S., Systems Analysis for Efficient Resource Allocation in Higher Education, a Report on the Development and Implementation of Campus Techniques, A paper presented at the 24th National Conference on Higher Education, American Association of Higher Education, Chicago, March 1969.
- 102 KAO R. and ROWAN T., A Model for Personnel Recruiting and Selection: paper presented to the Fourth Annual Meetings of the Institute of Management Sciences, Detroit, Michigan, October 1957.
- 103 KAUFMAN A., Méthodes et modèles de la Recherche opérationnelle, Dunod 1962.
- 104 KARLIN S., Initiation aux processus aléatoires, Dunod, 1969.
- 105 KELLER J., The Use of Models in University Decision Making, University of California, Office of the President, Berkeley, California, November 1967.

- 106 KELLER J., Higher Education Objectives: Measures of Performance and Effectiveness, Paper P-7, Office of the Vice President, Planning and Analysis, University of California, May 1970.
- 107 KENDALL M., (edited by) Cost Benefit Analysis, English Universities Press, 1970.
- 108 KNIGHT W., et al. Revised Academic Plan 1969-1975, University of California, Berkeley, California, 1969.
- 109 KOENIG H., Systems Models and their Applications in Management Planning and Resource Allocation in Institutions of Higher Education, Division of Engineering Research, Michigan State University, November 1969.
- 110 KOENIG H., KEENEY M. and ZEMACH R., A System Model for Management, Planning and Resource Allocation in Institutions of Higher Education, Division of Engineering Research, Michigan State University, September 1968.
- 111 KOZA R. and NEUHAUSER, A Projection Model for Higher Educational Systems Planning, Rensselaer Research Corporation, Troy, New York, 1968.
- 112 KREPLIN H., Credit by Examination: A Review and Analysis of the Literature, Paper P-20, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, July 1971.

- 113 LAWSON D. and JEWETT F., An Input-Output Model of Humboldt State College, Humboldt State College, 1969.
- 114 LEVIN H., Cost Effectiveness Analysis and Education Policy-Profusion, Confusion, Promise, Stanford University, 1968.
- 115 LEVINE J., A University Planning and Budgeting System Incorporating a Microanalytical Model of the Institution, Unpublished Ph.D. Dissertation, University of Toronto, 1969.
- 116 LEVINE J., The Implementation of Campus Simulation Models for University Planning, in Management Information Systems; their Development and Use in the Administration of Higher Education, John Minter and Ben Lawrence (eds), Western Interstate Commission for Higher Education, October 1969.
- 117 LEWIS C.G., (edited by), Manpower Planning: A Bibliography, English Universities Press, 1969.
- 118 LINS L., Methodology of Enrolment Projections for Colleges and Universities, A.A.C.R.A.O., Copyright 1960.
- 119 LLUBIA L., An Analysis of the Schools of Business Administration at the University of California, Berkeley, Paper P-18, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, December 1970.

- 120 LOVELL C., Student Flow Models: A Review and Conceptualization, Technical Report 25, National Center for Higher Education Management Systems and Wiche, Boulder, Colorado, August 1971.
- 121 MARSHALL K. and KNEALE, Redirection Policies at Campuses of the University of California, Department of Operations Research, Naval Post Graduate School, Monterey, California 93940, 1970.
- 122 MARSHALL K. and OLIVER R., A Constant Work Model for Student Attendance and Enrolment, Report No 69-1, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, February 1969.
- 123 MARSHALL K., OLIVER R. and SUSLOW S., Under-Graduate Enrolments and Attendance Patterns, Administration Studies Project in Higher Education, University of California, March 1970.
- 124 MENGES G. and ELSTERMANN G., Forecasting and Planning the Structure of Personnel of a University, NATO Conference on Manpower Planning, Porto, Portugal, September 1969.
- 125 MENGES G. and ELSTERMANN G., Capacity Models in University Management, XVII International Conference of TIMS, London, April 1970.

- 126 MILLER J. and RATH G., Priority Determination and Resource Allocation by Planning Programming Budgeting and Cost Effectiveness Analysis in Educational Systems, A Report Prepared for President's Commission on Instructional Technology, Northwestern University, Evanston, III 60201, March 1969.
- 127 MOOD A., On Some Basic Steps in the Application of Systems Analysis to Instruction; Socio-Economic Planning Science, Vol.1, 1967, pp 19-26.
- 128 MORTON A., Supply and Demand of Teachers in California, Paper presented to a Symposium on Operations Analysis in Education, Washington, D.C., November 1967.
- 129 MOSER C. and LAYARD P., Planning the Scale of Higher Education in Britain: Some problems, J. Royal Statistical Soc., 127, 1964.
- 130 MOSER C and REDFERN P., Education and Manpower: Some Current Research, in C. Berners-Lee (Ed.): Models for Decision, English Universities Press, London, 1965.
- 131 MURTIRA M., The Social Demand for Higher Education in Portugal, N.A.T.O. Conference on Manpower Planning, Porto, Portugal, September 1969.

- 132 NORDELL L., A Dynamic Input-Output Model of the California Educational System, Technical Report No 25, Center for Research in Management Science, University of California, Berkeley, August 1967.
- 133 OAKFORD A. and CHATTERTON, School Scheduling, Practice and Theory, Journal of Educational Data Processing, Winter 1966-67.
- 134 O C D E - Modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris 1969.
- 135 O E C D - Budgeting, Programme Analysis and Cost Effectiveness in Educational Planning, OECD, Paris, 1968.
- 136 O E C D - University Planning and Management Models, OECD, 1969.
- 137 O E C D - Efficiency in Resource Utilization, OECD, Paris, 1969.
- 138 Office of Analytical Studies, The Enrolment Outlook: Prospects and Problems, University of California, Berkeley, California, 1969.
- 139 Office of Program Planning and Evaluation, Students and Building, An analysis of Selected Federal Programs for Higher Education, USOE, Washington, D.C., OE-50054, May 1968.

- 140 O'GRADY W. and FEDDERSEN A., A Student Flow Model for California State College, Fullerton: A Feasibility Study, Division of Analytic Studies, the California State Colleges, Los Angeles, January 1972.
- 141 OLIVER R., An Equilibrium Model of Faculty Appointments, Promotions, and Quota Restrictions, Office of the Vice-President, Planning and Analysis, University of California, March 1969.
- 142 OLIVER R., Models for Predicting Gross Enrolments at the University of California, Research Report No 68-3, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, August 1968.
- 143 OLIVER R. and GOBY, A Model of Faculty Appointments and Promotions, University of California, Berkeley, California.
- 144 OLIVER R., HOPKINS D. and ARMACOST R., An Academic Productivity and Planning Model for a University Campus, Administrative Studies Project in Higher Education, University of California, Berkeley, California, February 1970.
- 145 PERL L., Graduation, Graduate School Attendance and Investments in School Training, Paper P-21, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, December 1971.

- 146 PIEPER W., An Analysis of Applicants admitted to the Master's program of the Graduate School of Business Administration at Berkeley, Office of Institutional Research, University of California, Berkeley, March 1969.
- 147 PINSKY D., A Mathematical Model for Measurement and Control of Classroom Achievement, Stanford University, Stanford, California 94305, 1970.
- 148 PLESSNER Y., FOX K. and SANYAL B., On the Allocation of Resources in a University Department, Department of Economics, Iowa State University, Ames, Iowa 50010, 1969.
- 149 PRICE W., Les modèles mathématiques de systèmes de gestion de personnel, Département de Mechanical Engineering, Royal Military College, Kingston, Ontario, October 1969.
- 150 PRITSKER A., A Decision Theory Approach to Enrolment Prediction, Journal of Industrial Engineering, Volume XVI, Number 3, May-June, 1965, pp 164-170.
- 151 RADNER R., Note on Division of Labor in University of the Future, Saturday Review, December 1968.
- 152 RADNER R. and MILLER L., Resource Requirements for a Universal Two-year College Program, Working Paper Number 2, Carnegie Commission on the Future of Higher Education, Berkeley, California, 1969.

- 153 RATH G., Management Science in University Operations, Management Science, Applications Series, Vol 14, no 6, Feb. 1968, pp B373-B384.
- 154 REDFERN P., Input-Output Analysis and its Application to Education and Manpower Planning, Her Majesty's Stationary Office, London 1967.
- 155 REISMAN A., A Cost and Revenue Allocation Methodology for Institutions of Higher Learning, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio.
- 156 Rensselaer Research Corporation, Construction and Analysis of a Prototype Planning Simulation for Projecting College Enrolments, Rensselaer Polytechnic Institute, Feb. 1969.
- 157 ROSS S., Applied Probability Models with Optimizations Applications, Holden-Day Inc., San Francisco, California, 1970.
- 158 ROWE S. and WEATHERSBY G., A Control Theory Selection to Optimal Faculty Staffing, Paper P-11, Office of the Vice President, Planning and Analysis, University of California, 1970.
- 159 RUEFLI T., Project Generalized University Model Phase 3, College of Business Administration, University of Texas at Austin, February 1970.

- 160 RUEFLI T., The Generalized University Simulation, College of Business Administration, University of Texas at Austin, February 1970.
- 161 SANDERSON R., Expansion of University Facilities to Accomodate Increasing Enrolments, Ford Foundation Project, Office of the Vice President, Planning and Analysis, 2171 Shattuck Avenue, Berkeley, California 94704, November 1969.
- 162 SCEVIOUR W., A Computer Simulation Model for Planning Instructional Facilities at University of Toronto, M.Sc. Thesis, Department of Industrial Engineering, University of Toronto, Toronto 5, 1968.
- 163 SCHMID C. and MILLER V., Enrolment Forecasts State of Washington: 1957-1965, Washington State Consus Board, Seattle, 1957.
- 164 SCHMITT J. and GRIFFIN M., A Monte Carlo Method for Prediction of Public School Enrolment, Boston College, November 1966.
- 165 SEVALDSON P., Changes in Input-Output Coefficients, in Barna T. (Ed.), Structural Interdependence and Economic Development, MacMillan, 1963.
- 166 SHROEDER R. and RATH G., The Role of Mathematical Models in Educational Research, Psychology in the Schools, Vol 2, no.4, October 1965, pp 317-325.

- 167 SHERMAN G. , A Combinatorial Problem Arising from Scheduling University Classes, Journal of the Tennessee Academy of Sciences, 1963, pp 116-117.
- 168 SMITH A. ,(edited by), Models of Manpower Systems, English Universities Press, August 1970.
- 169 SMITH R. , Accomodating Student Demand for Courses by varying the Classroom Size Mix, Administrative Studies Project in Higher Education, University of California, Berkeley, California, April 1970.
- 170 SMITH W. , Review of a Student Flow Model, University of California, Los Angeles, April 1969.
- 171 SMITH W. , A Student Flow Model, Office of Advanced Planning at the University of California at Los Angeles, Los Angeles, California .1970.
- 172 SOUTHWICK L. , A Control Theory Model of an Education Decision, State University of New York at Buffalo, Buffalo, New York, 1969.
- 173 SPIEGELMAN R. , A Benefit-cost Model to Evaluate Educational Programs, Stanford Research Institute, Menlo Park, California, January 1968.
- 174 SPIELBERG K. , Algorithms for the Simple Plant-Location Problem with some Side Conditions, ORSA, Vol 17, no 1, 1969, pp 85-111.

- 175 STAGER D., Monetary Returns to Post Secondary Education in Ontario, 1960-1964, a paper presented to the Société Canadienne des sciences Economiques, Ottawa, October 1968.
- 176 STAGER D., Net Monetary Returns to Post Secondary Education in Ontario, unpublished Ph.D. Dissertation, Princeton University, 1968.
- 177 STAGER D. and COOK G., Student Financial Assistance Programs, Institute for the Quantitative Analysis of Social and Economic Policy, University of Toronto, Toronto 5, November 1969.
- 178 STANFORD R. and OLIVER R., Non Tenure Faculty Appointment and Retention, Ford Foundation Project, Office of the Vice President Planning and Analysis, Berkeley, California, 94704.
- 179 STONE R., A Model for the Educational System, Minerva, Vol 3, 1965, pp 172-186.
- 180 STONE R., Aperçu général de la Conférence, modèles mathématiques pour la planification de l'enseignement, OCDE, Paris 1968, pp 7-22.
- 181 STONE R., Input-Output and Demographic Accounting: A Tool for Educational Planning, Minerva, Vol 3, 1966, pp 365-380.

- 182 SULLOW S., LANGLOIS E., SUMARIWALLA K. and WATHER C., Student Performance and Attrition at the University of California, Berkeley: A follow-up of the entering Freshman Classes of Fall 1955 and Fall 1960, Office of Institutional Research, University of California, Berkeley, California, January 1968.
- 183 SUTHERLAND W., POSSEN U. and WOLFSON W., Resource Allocation and Pricing Principles for a University Computer Centre, Working Paper series no 6819, Institute for Policy Analysis, University of Toronto, November 1968.
- 184 THONSTAD T., Education and Manpower, University of Toronto Press, 1968.
- 185 THONSTAD T., A Mathematical Model of Norwegian Educational System, in Mathematical Models in Educational Planning, OCDE, Paris, 1967, pp 125-158.
- 186 TURKSEN I., A Micro Level Forecasting Model of Student Enrolment, Department of Industrial Engineering, University of Toronto, April 1970.
- 187 TURKSEN I., Micro Level Resource Allocation and Forecasting Models with an Information System for Universities, Ph.D. Dissertation, University of Pittsburgh, 1969.
- 188 TURKSEN I. and HOLZMAN H., Micro Level Resource Allocation Models for Universities, Department of Industrial Engineering, University of Toronto, Toronto 5, April 1970.

- 189 VAN WIJK A., C.U.G. and P.P.B.S., A Planning and Budgeting System of the University of Toronto, Institute for Policy Analysis, Toronto 5, January 1970.
- 190 VAN WIJK A., The Planning Programming Budgeting System in Universities, A Study of its Applicability and Some Preliminary Designs, Institute for Policy Analysis Toronto 5, October 1969.
- 191 VAN WIJK A., Using Campus in Planning and Budgeting for Educational Institutions: Institute for Policy Analysis, Toronto 5, March 1970.
- 192 VAN WIJK A. and YOUNG B., Objectives Program Structure and Evaluation in Higher Education: An Introduction, Institute for Policy Analysis, University of Toronto, Toronto 5, March 1970.
- 193 WAGNER G. and WEATHERSBY G., Optimality in College Planning: A Control Theoretic Approach, Paper P-22, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, December 1971.
- 194 WEATHERSBY G., The Development and Applications of a University Cost Simulation Model, Master's Thesis, Department of Business Administration, University of California, Berkeley, California, 1967.

- 195 WEATHERSBY G., Educational Planning and Decision Making: The Use of Decision and Control Analysis, Paper P-6, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, 1970.
- 196 WEATHERSBY G., The Development and Application of a University Cost Simulation Model, Discussion Paper No 7, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, 1970.
- 197 WEATHERSBY G., Student Tuition Models in Private and Public Higher Education, Discussion Paper No 5, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, 1970.
- 198 WEATHERSBY G. and WEINSTEIN M., A Structural Comparison of Analytical Models for University Planning, Paper P-12, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, August 1970.
- 199 WEITZ H., An Assessment of the Contribution of Operations Research to Educational Planning, IBM Yorktown Heights, N. Y., June 1969.
- 200 WEITZ H., Bibliography for Operations Analysis of Education, IBM Yorktown Heights, N. Y., 1969.

- 201 WHITE L., Mathematical Programming Models for Determining Freshman Scholarship Offers, Sloan School Working Paper No 379-69, Massachusetts Institute of Technology, March 1969.
- 202 WICHE, Program Classification Structure, Technical Report No 13, 1970.
- 203 WILLIAMS H., Planning for Effective Resource Allocation in Universities, American Council on Education, 1966.
- 204 WILSON N., (edited by), Manpower Research, English Universities Press, 1969.
- 205 WING P., Costs of Medical Education, Paper P-19, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, September 1971.
- 206 WING P., Planning and Decision Making for Medical Education, An Analysis of Costs and Benefits, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, January 1972.
- 207 WINSLOW F., Allocation and Pricing of University Capital, Paper P-9, Office of the Vice-President, Planning and Analysis, University of California, 1970.
- 208 WINSLOW F., The Capital Costs of a University, Ford Foundation Program for Research in University Administration, University of California, Paper P-9, January 1971.

- 209 WOLFMAN B. and FONG P., Construction of Student Fees at the University of California, Office of the President, Berkeley, May 1968.
- 210 WURTELE Z., Mathematical Models for Educational Planning, System Development Corporation, Santa Monica, California, November 1967.
- 211 YOUNG A. and ALMOND G., Predicting Distributions of Staff, Computer Journal, 3, No 4, 1961, pp 246-250.
- 212 ZABROWSKI E., Student-Teacher Population Growth Model, Department of Health; Education and Welfare, OE-10055, USOE, Washington, DC, May 1967.