Université de Montréal

Enseignement de la résolution de problèmes arithmétiques à des élèves du 3e cycle du primaire présentant des difficultés d'apprentissage

par :

Nathalie Bisaillon

Département de didactique

Faculté des sciences de l'éducation

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maîtrise ès arts (M. A.)

décembre 2005

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :

Enseignement de la résolution de problèmes arithmétiques à des élèves du 3e cycle du primaire présentant des difficultés d'apprentissage

présenté par :

Nathalie Bisaillon

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Françoise Armand
président-rapporteur

Gisèle Lemoyne
directeur de recherche

Louise Poirier
membre du jury

RÉSUMÉ

Savoir résoudre un problème est une compétence essentielle en mathématiques, comme le souligne, à juste titre, le ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). Notre projet s'inscrit dans une perspective d'intervention auprès d'élèves du 3e cycle du primaire présentant des difficultés d'apprentissage.

Nous avons conçu des dispositifs d'enseignement qui permettent d'engager les élèves dans une démarche de résolution de problèmes visant la construction de connaissances mathématiques. Nous avons créé des situations de rédaction, de représentation et de résolution de problèmes arithmétiques. Nous les avons mises à l'essai auprès de huit élèves du 3e cycle du primaire, au cours du second semestre de l'année scolaire 2005. L'analyse des conduites de ces élèves au cours des situations, ainsi que lors des épreuves présentées à l'entrée et à la sortie de la séquence, montre une évolution de leurs connaissances et de leurs habitudes en résolution de problèmes. Ces résultats mettent en évidence l'intérêt didactique de certaines des situations que nous avons conçues.

Mots-clés: didactique, mathématiques, 3e cycle primaire, difficultés d'apprentissage, arithmétique, résolution de problèmes, enseignement, environnement informatique, heuristique, compétences

ABSTRACT

The ability to solve problems is an essential competence in mathematics, as highlighted by the *ministère de l'Éducation du Québec* (MEQ) rightfully notes it. In this context, we have developed a project targeting third-grade students with learning disabilities.

We developed a method of teaching that can engage children in a problem-solving process that builds and consolidates mathematics knowledge. We have built writing, representation ant problem-solving situations. We worked on this project with eight third-grade students, during the second semester of the 2005's academic year. The analysis of the behaviour of the students during the exercises and of their results to a test administered before and after the sequence shows an evolution of their knowledge and the way they solve problems. These results demonstrate the didactic interest of some of the situations that we conceived.

Keywords: didactic of mathematics, pedagogy, third-grade, learning difficulties, arithmetic, problem solving, teaching, computer environment, heuristics, competence

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

Remerciements

Je me dois d'abord de dire merci (ou «encore merci»!) à ma directrice de mémoire, la Professeure Gisèle Lemoyne. Sa passion, son support, ses conseils, sa collaboration et son éternel optimisme ont été essentiels à l'accomplissement de ce projet. Un simple merci me semble bien insuffisant pour tout ce qu'elle a fait pour moi!

Je me dois aussi de dire merci à ma famille et mes amis pour leur très grande compréhension. Faire une maîtrise ne se fait pas seul, mais demande parfois des moments de solitude. Je vous ai quelque peu délaissés au cours de cette aventure et je vous remercie d'être encore là et de comprendre. Votre soutien, votre support, vos encouragements et vos précieux conseils m'ont grandement aidée. Je tiens à dire un merci plus particulier à ma correctrice pour sa patience et son sens critique, ainsi qu'à mon conjoint pour son appui constant.

Enfin, merci à tous mes collègues pour les échanges constructifs qui m'ont permis de pousser plus loin mes réflexions et finalement, merci aux élèves et aux enseignants qui ont participé à ce projet pour leur grande générosité.

INTRODUCTION

Les échecs et les abandons d'un grand nombre d'élèves du secondaire (Tardif et Presseau, 2000) préoccupent les responsables du ministère de l'Éducation (MEQ), les enseignants et les chercheurs. Selon les données disponibles en 1999 (Janosz, Fallu et Deniger, 2000), 58% des élèves du Québec ne complètent pas leurs études secondaires. La situation actuelle montre une amélioration du taux de diplômation, qui est maintenant de 71,6%. Il importe de souligner que seulement 57,5% de ces élèves ont fait leur secondaire en cinq ans (MEQ, 2004), la majorité de ces élèves ayant fait face à des échecs qui les ont contraints à reprendre des cours et ainsi ralenti la progression de leurs études. Cette amélioration pourrait aussi n'être que de courte durée. Les propos de monsieur Claude Paquette, conseiller pédagogique en mathématiques pour le secondaire à la commission scolaire de Laval, que nous avons rencontré récemment, sont ainsi fort préoccupants et rejoignent ceux de plusieurs des enseignants du primaire et du secondaire que nous côtoyons régulièrement. Selon monsieur Paquette, l'intégration et le non redoublement des élèves en difficulté au primaire amèneront, dans un proche avenir, une augmentation de la proportion d'élèves du secondaire en difficulté, les problèmes non résolus au primaire entravant très fortement la poursuite des études secondaires. Enfin, selon l'étude citée précédemment (Janosz et al., 2000), les échecs et les difficultés sont aussi plus élevés en mathématiques qu'en français, ce que confirme aussi l'étude faite par le ministère en 2004 (MEQ, 2004) ; selon cette étude, 82,9% des élèves de la 5e année du secondaire ont réussi l'épreuve générale de français langue d'enseignement et 76,7%, l'épreuve de mathématiques du programme régulier (mathématiques 514).

Il va sans dire que toutes les interventions permettant de contrer ce phénomène d'échecs en mathématiques sont scolairement et socialement désirables. Ces interventions doivent, dans une perspective de prévention, prendre place dès le primaire.

Notre projet s'inscrit dans une perspective d'intervention auprès d'élèves du primaire présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Il concerne des élèves du 3e cycle du primaire qui font partie de classes régulières, mais qui ne parviennent pas à réaliser les apprentissages attendus. Cette situation est tout aussi préoccupante que celle que l'on retrouve chez les élèves de classes spéciales. En effet, elle concerne un nombre important d'élèves, notamment en milieux défavorisés. Peu de ces élèves bénéficient actuellement d'un enseignement spécialisé, cet enseignement étant réservé à des clientèles d'élèves présentant des déficiences intellectuelles ou des problèmes de comportement importants. Pour suivre le rythme de la classe, ces élèves sont souvent contraints à effleurer les savoirs objets d'enseignement/apprentissage et à essayer de retenir gestes et procédés dans l'espoir de réussir, comme l'ont bien montré plusieurs chercheurs, notamment Mercier (1995a ; 1995b). De telles pratiques d'apprentissage sont fort éloignées de celles prônées par plusieurs chercheurs, vision partagée par le ministère de l'Éducation du Québec (MEQ, 2001a). Parmi les pratiques mises de l'avant par les chercheurs et le MEQ, la résolution de problèmes constitue une activité privilégiée. Résoudre des problèmes permet non seulement de développer des savoirs mathématiques, mais aussi des pratiques mathématiques (Conne, 1999). C'est dans une telle perspective que notre projet a pris forme.

Notre projet s'inscrit également dans le cadre des recherches conduites par notre directrice de mémoire, madame Gisèle Lemoyne, sur l'enseignement de l'arithmétique à des élèves du 3e cycle du primaire présentant des difficultés d'apprentissage. Ces élèves font partie de classes régulières et ne bénéficient pas de services orthopédagogiques.

La question générale qui retient notre attention est la suivante :

> Comment concevoir des dispositifs d'enseignement des mathématiques qui permettent d'engager des élèves du 3[e] cycle du primaire, présentant des difficultés en mathématiques, dans une démarche de résolution de problèmes visant la consolidation et la construction de connaissances mathématiques ?

Nous effectuerons, au premier chapitre, une analyse des études sur les pratiques d'enseignement et d'apprentissage dans les classes régulières incluant des élèves présentant des difficultés d'apprentissage et sur les dispositifs faisant de la résolution de problèmes une activité centrale. Cette analyse nous permettra de préciser notre question générale de recherche et d'identifier les objectifs poursuivis. La méthodologie de notre recherche sera ensuite exposée au deuxième chapitre. Le troisième chapitre sera consacré à l'analyse des données de notre recherche. Enfin, une synthèse et une analyse critique des résultats de notre recherche seront effectuées au dernier chapitre.

CHAPITRE 1 : Problématique et cadre conceptuel

Toute intervention auprès d'élèves présentant des difficultés en mathématiques est une entreprise hasardeuse, notamment lorsque ces élèves font partie de classes régulières. Pour mieux apprécier les problèmes associés à une telle entreprise et ainsi, mieux orienter la recherche d'interventions, il nous semble important de définir d'abord le cadre institutionnel dans lequel cette entreprise prendra place et d'en montrer les limites. Ce travail sera suivi d'un exposé des pratiques d'enseignement auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Nous présenterons par la suite les études sur la résolution de problèmes mathématiques qui sont à l'origine des dispositifs didactiques que nous souhaitons construire et mettre à l'épreuve dans notre recherche.

1.1. L'enseignement aux élèves de classes régulières présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques

L'intégration en classes régulières d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage est une pratique courante au primaire. En effet, les élèves sont regroupés selon leur âge et distribués en vue d'obtenir une mixité raisonnable. Ils sont ainsi appelés à côtoyer d'autres élèves qui ne présentent pas de difficultés d'apprentissage. Comment l'hétérogénéité des classes ainsi formées affecte-t-elle l'enseignement et l'apprentissage? À qui profite-t-elle ?

1.1.1. L'hétérogénéité dans les classes : à qui profite-t-elle ?

Dans une étude récente effectuée auprès d'une population de cent douze élèves provenant de sept classes de l'école élémentaire (9-10 ans) en France, Sarrazy (2002) a évalué l'impact de l'hétérogénéité des classes sur les performances des élèves en mathématiques. Il définit ainsi trois types d'hétérogénéité : exogène, péri-didactique et didactique. Le premier type réfère aux conditions non-didactiques, c'est-à-dire, aux conditions qui, *a priori*, n'ont pas d'impact sur le fonctionnement ou la diffusion de connaissances, comme la couleur des yeux, la couleur des cheveux, etc. L'hétérogénéité péri-didactique est définie comme un *«ensemble de caractéristiques repérables en liaison avec les acquisitions réalisées dans une discipline donnée»* (Sarrazy, 2002, p. 95), tel le niveau scolaire des élèves. Enfin, l'hétérogénéité didactique est directement liée à l'appropriation du savoir. Si l'on regarde la visée d'un enseignant du point de vue de l'hétérogénéité didactique et péri-didactique, on constate facilement qu'il se retrouve devant un dilemme, commun à plusieurs enseignants : *«Comment faire avancer le savoir sans abandonner certains élèves dans cette aventure?»* (Sarrazy, 2002, p. 96). Une autre constatation faite par le chercheur est que l'on tente de lutter contre l'hétérogénéité, plutôt que de voir les éventuels effets didactiques qu'elle pourrait entraîner.

L'étude effectuée par Sarrazy (2002) montre que les élèves faisant partie de son échantillon expérimental ne profitent pas tous également de l'enseignement. On pourrait penser que les élèves faibles, en côtoyant les plus forts, pourraient bénéficier de cette situation, mais ce n'est pas le cas. En effet, ce sont les élèves des niveaux élevés et moyens qui en bénéficient le plus. Pour apprécier les bénéfices respectifs des élèves forts, moyens et faibles, Sarrazy a élaboré des épreuves mathématiques qui ont été présentées à tous les élèves participant à sa recherche, à deux reprises, soit avant et après un enseignement. Parmi les élèves forts et moyens, ce sont ceux qui ont le moins bien réussi le pré-test chez qui il y a eu une plus grande amélioration au post-test. Ce n'est pas le cas pour les élèves faibles.

Selon Sarrazy (2002, p. 106), il ne serait pas faux de dire que *«l'enseignement n'est efficace qu'à partir d'un certain seuil de compétence initial»* et que *«les gains de connaissances se paient en gain d'hétérogénéité (principalement par la progression des bons et moyens élèves)»* (ibid, p. 108). Il importe donc, selon ce chercheur, de trouver différents dispositifs didactiques pour tirer profit de cette hétérogénéité, en ayant pour objectif de *«perdre le moins grand nombre d'élèves dans cette aventure»* (ibid, p. 108).

Dans toutes les classes, les trois types d'hétérogénéités sont présents. Au Québec, les hétérogénéités didactiques et péri-didactiques nous semblent accentuées, entre autres, en raison de certains éléments de l'organisation du système scolaire, dont l'intégration scolaire et la politique du non redoublement.

1.1.2. L'intégration scolaire

L'intégration scolaire est un phénomène de plus en plus important au Québec. De nombreuses publications officielles traitent de cette question. Une publication importante est sans doute le rapport COPEX (Comité pour l'enfance exceptionnelle, 1974). Ce comité avait le mandat de faire le point sur la situation de l'enfance inadaptée au Québec. Pour contrer la ségrégation, il prônait la scolarisation dans le cadre le plus normal possible pour tous les élèves. Suite à ces recommandations, le ministère a publié son Livre vert (1978) et les écoles spéciales ont commencé à fermer (Trépannier, 1995).

Plus tard, en 1996, le Conseil Supérieur de l'Éducation (CSE) se penchaient sur la question de l'intégration scolaire des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) et constatait que la situation était problématique ; la situation actuelle de l'intégration conduit les élèves vers l'échec. Cette situation est d'autant plus importante qu'en 1994-1995, 80,1% des élèves en difficulté de niveau primaire sont scolarisés dans des classes régulières (CSE, 1996). Il émet plusieurs mises en garde, entre autres, que l'intégration scolaire demeure un choix de société et que l'on doit concilier égalité des chances et qualité de l'éducation pour tous les élèves.

Enfin, en 1999, le ministère fait paraître sa Politique de l'adaptation scolaire, dans un document ayant pour titre: «*Une école adaptée à tous ses élèves*». Cette politique est mise en place dans la vague de la Réforme et s'inscrit dans la lignée de l'égalité des chances. Elle privilégie l'intégration des élèves *à risque*[1] dans les

[1] Un élève *à risque*, au primaire : éprouve des difficultés à atteindre les objectifs du Programme de formation de l'école québécoise ; présente un retard de langage expressif (autre que la déficience

classes ou groupes ordinaires et mentionne que l'organisation des services éducatifs revient à la commission scolaire (MEQ, 1999). En d'autres mots, c'est aux commissions scolaires de voir à ce que les élèves EHDAA aient tous les services auxquels ils ont droit pour avoir accès à la réussite.

Ce bref parcours des politiques sur l'intégration scolaire montre bien qu'il s'agit d'un problème de taille, dont les solutions ne sont pas évidentes. En effet, comme nous avons pu le constater, au cours des dernières années, et ce, dans plusieurs écoles, peu d'actions concrètes sont proposées pour soutenir l'activité des enseignants et des élèves. Les directions d'écoles doivent aussi faire face à d'importantes restrictions budgétaires. Nous verrons dans la section suivante que la situation est assez comparable en regard de la politique du non redoublement.

1.1.3. La politique du non redoublement

Un autre élément à considérer pour expliquer l'hétérogénéité dans les classes est la politique du non redoublement. Avec la réforme de l'éducation, on vise une baisse du taux de redoublement. Le ministère a constaté que la première année du primaire et la première année du secondaire sont des années difficiles pour un bon nombre d'élèves. La nouvelle organisation en cycles d'apprentissage tente donc de contrer ce phénomène. L'élève aura deux ans (soit un cycle) pour développer les compétences attendues dans le programme. Il aura donc plus de temps pour maîtriser les apprentissages de base et exécuter des tâches plus élaborées. Le redoublement deviendra une mesure exceptionnelle.

Or, les élèves qui sont sujets au redoublement sont des élèves en difficulté. L'idée de ne pas leur faire cumuler de retard, en terme d'années, est certes louable, mais encore faut-il que ces élèves parviennent à acquérir les compétences et le savoir nécessaires. Si l'on ne fait que prolonger la durée durant laquelle l'élève peut faire

---

langagière) ; est considéré comme surréactif (problèmes de discipline, d'attention et de concentration) ou sous-réactif (très faible interaction avec les camarades de leur classe) ; a des difficultés ou des troubles d'apprentissage ; a une déficience intellectuelle légère ; a des problèmes émotifs ; a des troubles du comportement. (MEQ, 2000) ces acquisitions, il se retrouvera encore en situation d'échec, et celle-ci sera de plus en plus importante avec les années (MEQ, 2001b, 2003b). Il importe donc de penser un enseignement qui offre aux élèves présentant des difficultés d'apprentissages des possibilités de pallier leurs difficultés et de poursuivre la construction de savoirs jugés essentiels.

Dans notre projet, nous souhaitons examiner les possibilités et les limites d'un dispositif visant à aider les élèves du 3^{e} cycle présentant des difficultés d'apprentissage et faisant partie de classes régulières à pallier certaines difficultés en mathématiques et à développer des pratiques mathématiques plus pertinentes. Il s'agit, bien sûr, d'un travail modeste qui doit être vu comme une avenue à explorer et à poursuivre éventuellement.

1.2. Pratiques d'enseignement des mathématiques auprès des élèves en difficulté d'apprentissage

Les pratiques d'enseignement des mathématiques auprès des élèves en difficulté sont fortement modulées par les contraintes institutionnelles dont nous avons fait état précédemment. Le défi qui se pose aux enseignants est non négligeable. Pour en saisir la portée, il nous semble d'abord nécessaire de traiter plus généralement de l'enseignement des mathématiques en classes régulières, avant d'exposer certaines pratiques privilégiées par les enseignants intervenant auprès d'élèves présentant des difficultés, élèves intégrés ou non en classes régulières. Nous compléterons cet examen des pratiques par une analyse de la notion de contrat didactique et de ses effets (Brousseau, 1998) ; cette analyse nous permettra de retenir certaines orientations pour un travail important visant à la fois le changement de pratiques des enseignants et des élèves présentant des difficultés.

1.2.1. Les activités mathématiques des enseignants et des élèves dans les classes régulières

Les activités mathématiques des enseignants et des élèves dans les classes régulières s'inscrivent dans des pratiques qu'il importe de comprendre. Nous nous référons principalement aux travaux effectués par Conne (1999) et Favre (1999) sur l'enseignement des mathématiques pour caractériser ces pratiques.

Selon Conne (1999) et Favre (1999), enseigner les mathématiques, c'est d'abord «*faire des mathématiques*», puis «*faire faire des mathématiques*», pour finalement «*regarder ce que ça donne*». Lorsque l'enseignant prépare une leçon, il confronte ses connaissances aux définitions mathématiques du concept. Lorsque ces auteurs parlent de «*faire des mathématiques*», ils sous-entendent le savoir-faire mathématique ; les mathématiques sont alors considérées comme une science. Dans cette optique, l'enseignant confronte ses connaissances aux définitions mathématiques du concept, ce qui l'amène à définir les problèmes qu'il présentera aux élèves. L'enseignant se place dans une position d'apprenant pouvant ainsi cibler les apprentissages qui seront faits par l'élève et les éventuels obstacles qu'il rencontrera. Cet élément de l'enseignement des mathématiques n'est pas une pratique habituelle ; les enseignants sont davantage portés à «*faire faire des mathématiques*» à leurs élèves.

Un enseignant qui «*fait faire des mathématiques*» planifie ses leçons et organise des activités, pour ensuite les évaluer. Conne (1999) et Favre (1999) soulignent de plus que l'enseignant se réfère généralement aux manuels qui sont à sa disposition, économisant ainsi temps, travail et formation. De plus, ces derniers étant conçus selon les attentes du programme, un enseignant peut très bien s'en contenter et être assuré de couvrir l'ensemble du programme. Une telle économie est toutefois difficile à aménager en classes spéciales, comme le montrent plusieurs études.

Cherel et Giroux (2002) ont suivi pendant une année deux élèves d'une classe spéciale du premier cycle de l'enseignement primaire intégrés partiellement aux activités en mathématiques effectuées dans deux classes ordinaires de ce même cycle. Cette intégration résultait d'une entente entre les enseignants de ces classes, entente prenant appui sur le fait que ces élèves éprouvaient moins de difficultés que les autres en mathématiques. Ces chercheurs montrent que dans la classe spéciale, on assiste à une réduction des objets de savoir enseignés, l'enseignant s'intéressant plus particulièrement à la numération et aux opérations additives, et à un étalement sur une longue période de temps de l'enseignement du traitement de ces objets, cette période étant déterminée par les apprentissages de chacun des élève. On observe aussi des échanges soutenus entre l'enseignant et chacun des élèves, échanges visant à supporter les élèves dans la réalisation des tâches ou encore, à s'assurer de la compréhension de chacun.

En revanche, dans les classes ordinaires, les objets de savoir enseignés sont déterminés par le programme ; l'enseignement est de courte durée et chacun des objets est présenté en alternance. Dans les classes ordinaires, comme le font remarquer les chercheurs, *«ce sont principalement les manuels, et donc le programme de mathématiques, qui déterminent l'avancée du temps didactique»* (Cherel et Giroux, 2002, p. 41). Ces chercheurs notent également que *«les interventions didactiques de l'enseignant visent l'obtention de la bonne réponse plutôt que la réduction des incompréhensions»* (Cherel et Giroux, 2002, p. 42). Mentionnons enfin que les résultats en mathématiques des élèves intégrés en classes ordinaires se comparent à ceux de la moyenne des élèves de ces classes.

L'étude effectuée par Cherel et Giroux (2002) montre que le programme pèse ainsi beaucoup plus lourdement sur l'avancée du temps didactique en classe ordinaire qu'en classe spéciale. En classe ordinaire, l'enseignant contrôle peu ce que les élèves font en mathématiques ; il veille à ce que ces derniers fassent les activités demandées. Ses échanges avec les élèves sont ainsi moins nombreux, voire de très courte durée. Or, comme le souligne Favre (1999, p. 248), *«les manuels, aussi bien faits qu'ils puissent l'être, ne sont pas à même de se substituer à l'enseignant dans le rôle du contrôle de l'activité mathématique de l'élève, ce que l'école, de façon générale, a fortement tendance à croire»*. Découlant de ces constatations, l'appréciation des enseignants se limitera souvent à la réussite ou à l'échec.

En classe ordinaire, l'enseignant occulte souvent un élément important de l'enseignement : «*regarder ce que ça donne*». Selon Conne (1999) et Favre (1999), il s'agit d'observer les procédures des élèves et non seulement leurs performances. «*Regarder ce que ça donne*» oblige aussi l'enseignant à «refaire» ; il doit donc mobiliser (ou remobiliser) certains concepts mathématiques pour pouvoir avoir accès au raisonnement de l'élève. Même si «*le processus de l'enseignement est censé déboucher sur une réplique du savoir, il reste néanmoins incertain : on ne peut assurer d'avance qu'il aboutira, il pourrait emprunter des voies inattendues, prendre des formes quasi méconnaissables*» (Conne, 1999, p. 54), d'où l'importance pour l'enseignant de «*regarder ce que ça donne*» et de faire des mathématiques pour donner sens aux mathématiques de l'élève. Cette dernière activité de l'enseignant, soit «*faire des mathématiques*», est aussi reconnue essentielle par Brousseau (1998). Dans l'enseignement auprès d'élèves en difficulté, cette dernière activité nous apparaît tout à fait cruciale.

Les enseignants peinent à trouver quoi et comment faire pour aider les élèves en difficulté, pour permettre à ces élèves de « *faire des mathématiques* ». On assiste ainsi souvent à un recyclage d'activités et de tâches plusieurs fois utilisées (par exemple, le pliage d'une feuille pour enseigner les fractions). On aura aussi tendance à redécouper le savoir, à montrer lentement les gestes à faire pour faire un calcul, un problème. «*Les mesures didactiques préconisées assureront les pré-requis, ramèneront l'activité aux points supposés de blocage, aux étapes qu'on soupçonnera avoir manquées*» (Conne, 1999, p. 57). Ces méthodes partent d'une intention fort louable : faire vivre des succès aux élèves en atténuant les difficultés, mais elles nous éloignent des activités mathématiques, renforcent les attitudes passives des élèves et arrêtent la progression du savoir.

1.2.2. Le contrat didactique en classes de mathématiques

Afin de compléter ce regard porté sur l'enseignement des mathématiques, il nous faut aborder le concept de contrat didactique ; il joue en effet un grand rôle dans cet enseignement, particulièrement en résolution de problèmes. Au début des années

'80, Brousseau introduit le concept de contrat didactique (Brousseau, 1980). À ce moment, il cherchait à expliquer les causes des échecs des élèves en mathématiques, élèves qui réussissaient cependant dans les autres matières. En observant plus particulièrement un élève en difficulté (Brousseau et Peres, 1981), il a constaté que ce dernier n'était pas impliqué activement dans ses apprentissages, qu'il attendait que l'enseignant lui dise quoi faire. Les attentes de l'élève et de l'enseignant étaient, il va sans dire, fort différentes. Le concept de contrat didactique est alors proposé par Brousseau pour rendre compte de cette situation.

Le contrat didactique est *«l'ensemble des comportements (spécifiques des connaissances enseignées) du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître»* (Brousseau, 1980, p. 127). Brousseau complète cette définition en disant que le contrat didactique est *«ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire (enseignant et élève) va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre»* (Brousseau, 1998, p. 78). En d'autres mots, l'enseignant a des habitudes et pratiques spécifiques qui sont attendues par l'élève et l'élève a des comportements qui sont attendus par l'enseignant.

Le contrat didactique se manifeste dans une situation didactique. Une situation didactique a trois composantes : le maître, l'élève et le milieu. Les rapports du maître et de l'élève à la situation didactique ne sont pas les mêmes.

L'enseignant doit gérer le paradoxe de toute situation d'enseignement ; *«si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir»* (Brousseau, 1986, p. 316), ni faire en sorte que cet acte soit celui de l'élève. L'élève doit, de son côté, faire confiance à l'enseignant en s'engageant dans la résolution du problème posé par l'enseignant, tout en n'ayant pas la connaissance nécessaire pour le résoudre puisqu'elle est justement l'enjeu de la situation didactique (Sarrazy, 2002). Un problème dont la solution est connue par l'élève, voire un problème d'application, ne peut ainsi satisfaire le besoin d'apprendre de l'élève, tout comme un problème trop difficile pour lequel l'élève ne peut imaginer diverses avenues de solutions, ne peut satisfaire le besoin d'apprentissage de l'élève. Dans un problème bien choisi par le maître, l'élève devra accepter de s'engager dans une situation source d'incertitude, dans un jeu avec un milieu comportant un défi cognitif ; un tel engagement constitue la marque de la réussite de la dévolution[2] de la situation a-didactique[3] à l'élève (Sarrazy, 2002). Dans cette situation, l'élève cherchera à maîtriser et à anticiper le résultat de ses actions. Il y aura apprentissage[4] par un processus de négociation des règles qui fera évoluer la relation didactique. *«Dans cette perspective, le contrat didactique est la fiction qui rend possible cette négociation»* (Sarrazy, 2002, p. 17).

Les conduites en résolution de problèmes de l'élève qui présente des difficultés peuvent ainsi traduire une absence de dévolution de la situation. Elles peuvent aussi, à l'insu de l'enseignant, être associées à un effet pervers du contrat didactique. En mathématiques, on observe ce phénomène particulièrement en résolution de problèmes.

Sensevy (1998) mentionne à ce sujet que, au fur et à mesure qu'il rencontre des problèmes, l'élève en vient à tirer certaines conclusions et ces conclusions se transforment souvent en postulats, comme : *«un problème comporte toujours une solution et dans un problème, on fait toujours une opération (ou plusieurs) ce qui donne la solution du problème»* (Sensevy, 1998, p. 31). Sensevy (1998) rapporte aussi une étude faite par Chevallard en 1980 et traitant du célèbre problème de l'âge du capitaine : *«Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine?»* Beaucoup d'élèves ont répondu à ce problème. Ils ne se sont pas arrêtés à l'illogisme de l'énoncé. De plus, la majorité des réponses obtenues par les élèves

---

[2] *«La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert»* (Sarrazy, 2002, note # 8, p. 35)

[3] *«À l'intérieur d'une situation didactique (donc organisée par le maître pour un certain enseignement), le terme de situation a-didactique désigne toute situation (finalisée par un résultat) qui, d'une part ne peut être maîtrisée de façon convenable sans la mise en oeuvre des connaissances ou du savoir visé et qui d'autre part sanctionne, sous le mode de l'évidence pour l'élève, les décisions qu'il prend (bonnes ou mauvaises), sans intervention du maître relativement au savoir à mettre en oeuvre.»* (Lemoyne, 2000)

[4] Il y a apprentissage lorsqu'il y a une adaptation à la situation. *«Il se manifeste par la construction d'une connaissance qui correspond à la «stratégie optimale» (la moins coûteuse et la plus efficace). Elle permet à l'élève de contrôler la situation en réduisant l'incertitude qui y était attachée»* (Sarrazy, 2002, p. 17).

sont produites à l'aide de la dernière opération mathématique apprise. Selon Chevallard (1980 : voir Sensevy, 1998), l'élève adopterait ce comportement parce qu'il lui est souvent arrivé de procéder ainsi pour obtenir la bonne réponse.

Pour qu'il y ait dévolution, donc apprentissage, Sarrazy (2002) mentionne que ce sera à l'enseignant de mettre en place les conditions sociales, affectives et didactiques pour permettre un bris du contrat didactique et ainsi amener l'élève à construire ses propres significations, à faire confiance en ses capacités de maîtrise des situations (Sarrazy, 2002). Dans notre étude, nous voulons donc apporter des situations nouvelles, des situations-défis qui briseront le contrat didactique souvent observé chez l'élève présentant des difficultés en mathématiques (voir les études réalisées par Brousseau et Peres, 1981 sur les attentes des élèves présentant des difficultés en mathématiques, études dont nous avons fait état précédemment), qui permettront à l'élève de véritablement s'engager dans ses apprentissages et qui amèneront les enseignants et les élèves à se pencher sur le sens même de l'activité «résolution de problèmes».

Dans cette lignée et en adoptant les représentations sur l'enseignement des mathématiques proposées par Conne (1999) et Favre (1999), nous adoptons ce que préconise le programme de formation de l'école québécoise lorsqu'il parle de résolution de situations-problèmes que nous présentons dans la section suivante.

1.3. L'importance et la complexité de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques

«Pour construire de nouvelles connaissances, il faut remettre en cause le savoir acquis» (Poirier, 2001, p. 5). C'est ainsi que commence le chapitre traitant de la résolution de problèmes dans le livre rédigé par Louise Poirier (2001). En fait, voilà un rôle important de la résolution de problèmes : permettre à l'élève de mettre ses connaissances à l'essai pour les valider ou les invalider, et ainsi construire de nouvelles connaissances. La résolution de problèmes a donc un rôle crucial dans l'apprentissage en mathématiques. Mentionnons aussi que résoudre des problèmes constitue la pratique privilégiée des mathématiciens.

L'importance et la complexité de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques seront d'abord analysées à travers le nouveau programme de formation de l'école québécoise et ses orientations. Ensuite, nous discuterons des processus de résolution de problèmes et des difficultés rencontrées par les élèves.

1.3.1. Le Programme de formation de l'école québécoise pour l'enseignement primaire

Les orientations du programme de formation de l'école québécoise pour l'enseignement primaire partent des objectifs du programme précédent, mais les abordent sous un nouvel angle. Les contenus disciplinaires demeurent importants, mais on se préoccupe maintenant davantage *«du développement des processus mentaux nécessaires à l'assimilation des savoirs, à leur utilisation dans la vie réelle et à leur réinvestissement dans des apprentissages ultérieurs»* (MEQ, 2001a, p. 3).

Un élément qui caractérise le nouveau programme est le concept de compétence. Développer le savoir sous cette forme devrait permettre aux élèves d'acquérir des habiletés qui leur seront utiles tout au long de leur cheminement scolaire, professionnel et même personnel. Le ministère définit la compétence comme étant : *«un savoir-agir fondé sur la mobilisation et l'utilisation efficaces d'un ensemble de ressources»* (MEQ, 2001a, p. 4). Il s'agit d'une capacité à recourir à des ressources (acquis scolaires, expériences de l'élève, habiletés, etc.), de manière appropriée pour atteindre un but. Une compétence est quelque chose d'évolutif. Son degré de maîtrise progressera tout au long du parcours scolaire.

Une autre caractéristique de ce programme est qu'il se préoccupe de la démarche d'apprentissage. En s'appuyant sur des théories et paradigmes constructivistes, il considère que l'apprentissage est *«un processus actif et continu de construction de savoirs»* (MEQ, 2001a, p. 4). Le concept de compétence et la maîtrise de savoirs complexes s'y appuient. Le concept de compétence étant un élément important du programme de formation, nous examinerons ce qu'il faut entendre par compétences disciplinaires en mathématiques.

Le programme de formation de l'école québécoise pour l'enseignement primaire (MEQ, 2001a) identifie trois compétences mathématiques, soit : résoudre une situation-problème, communiquer à l'aide d'un langage mathématique et déployer un raisonnement mathématique. *«Les trois compétences se développent en relation étroite avec l'acquisition de savoirs relatifs à l'arithmétique, la géométrie, la mesure, la probabilité et la statistique»* (MEQ, 2001a, p. 125). Elles sont aussi interreliées : raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ne peut logiquement se faire que si l'on communique avec le langage mathématique ; le raisonnement mathématique s'exerce le plus généralement en situation de résolution de situations-problèmes. Selon le type de compétences sollicitées, une distinction sera faite à travers l'exercice de la pensée mathématique.

Dans notre projet, une compétence retient plus particulièrement notre attention, soit *résoudre une situation-problème*. Voici comment le MEQ définit une situation-problème :

> *«Une situation-problème se caractérise par le fait qu'il y a un but à atteindre, une tâche à réaliser ou une solution à trouver. L'objectif ne saurait être atteint d'emblée car il ne s'agit pas d'un exercice*

> *d'application. Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances»* (MEQ, 2001a, p. 124).

Une situation-problème porte à la fois sur des questions provenant du contexte pratique et sur des questions purement mathématiques. Le programme présente la compétence à résoudre une situation-problème, selon deux facettes. D'abord, *«en tant que processus, elle constitue un objet d'apprentissage en soi. En tant que modalité pédagogique, elle supportera la grande majorité des démarches d'apprentissage en mathématiques»* (MEQ, 2001a, p. 124). Elle est d'autant plus importante qu'elle permettra aussi d'aborder l'ensemble des compétences transversales[5]. Cette compétence comporte plusieurs composantes : décoder les éléments de la situation-problème, partager l'information relative à la solution, valider la solution, modéliser la situation-problème, appliquer différentes stratégies en vue d'élaborer une solution.

1.3.2. La résolution de problèmes

Une certaine ambiguïté règne autour de la définition de ce qu'est un problème et donc, par ricochet, autour de la définition de l'activité même de résolution de problèmes. Il faudra, dans un premier temps, bien faire la distinction entre un problème et un exercice. Pour appuyer ces définitions de problèmes, nous présenterons la typologie élaborée par Vergnaud (1981) qui catégorise les problèmes de types additifs (problèmes pouvant se résoudre par des additions et des soustractions) et les problèmes de types multiplicatifs (problèmes pouvant se résoudre par des multiplications et des divisons). Nous serons ainsi en mesure de bien définir l'activité de résolution de problèmes, qui sous-entend que pour résoudre un problème, il faut s'en faire une représentation. Nous prendrons principalement appui sur les recherches de Julo (1995). Enfin, cette définition nous amènera à explorer certaines difficultés et certains dysfonctionnements. Nous présenterons

---

[5] Le programme de formation compte neuf compétences transversales : exploiter l'information, résoudre des problèmes, exercer son jugement critique, mettre en œuvre sa pensée créatrice, se donner des méthodes de travail efficaces, exploiter les technologies de l'information et de la communication, structurer son identité, coopérer, communiquer de façon appropriée

ensuite différentes aides à la résolution, apportées à la fois par les chercheurs et les enseignants.

1.3.2.1. Définition de problème

Un nouveau terme en résolution de problèmes est apparu avec le programme de formation, soit la «situation-problème». En fait, il fallait établir une distinction entre un problème d'application (un exercice) et une situation qui poserait réellement problème à l'élève, et dans laquelle il devrait déployer un raisonnement qui l'amènerait à appliquer différentes procédures afin de trouver une solution et de construire des connaissances. Pour la communauté de chercheurs, un problème n'est pas un exercice et ce, depuis toujours. Schoenfeld (1985) et Kilpatrick (1987), dans les années '80, disaient que c'est la relation entre l'individu et la tâche qui en fait un problème. Une personne ne peut pas donner un problème à quelqu'un d'autre ; la seconde personne doit construire le problème pour elle-même. Il y aura un problème si cela pose problème à l'individu qui le résout. Plus près de nous, Jean Brun (dans Poirier, 2001) définit le problème mathématique scolaire, comme suit :

> *« Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que si la situation n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire»* (Brun dans Poirier, 2001, p. 6).

Cette définition se rapproche beaucoup de celle émise dans le programme de formation, énoncée précédemment pour la situation-problème. La définition que Rey donne de la situation-problème va aussi en ce sens :

> *«C'est une situation complexe et inédite pour laquelle l'élève doit choisir et combiner les procédures élémentaires qui conviennent, parmi celles qu'il connaît. Il s'agit d'une combinaison non acquise d'éléments acquis »* (Rey, 2000, p.8).

Dans sa définition, Brun apporte aussi un autre élément important : *«Un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel, par exemple. »* (Brun dans

Poirier 2001, p. 6). Pour un même problème, un élève peut immédiatement savoir quelle procédure utiliser, tandis qu'un autre doit déployer un véritable raisonnement mathématique pour trouver la solution. Dans notre travail, afin de simplifier, nous ne ferons plus de distinction entre problèmes et situations-problèmes, étant entendu que le problème satisfait aux conditions définies précédemment. Un problème n'est pas un simple exercice, le schéma de la solution ne doit pas être immédiatement accessible à la personne qui le résout.

1.3.2.2. Typologie des problèmes élaborée par Vergnaud (1981)

Dans notre projet, les problèmes dont il sera question sont des problèmes arithmétiques. Or, la typologie de ces problèmes, proposée par Vergnaud (1981), est tout à fait précieuse pour comprendre les difficultés des élèves et pour effectuer un choix éclairé de problèmes. La typologie des problèmes additifs et multiplicatifs présentée par Vergnaud (1981) prend appui sur la structure des relations entre les données des problèmes. Elle se démarque d'autres typologies qui privilégient très souvent contexte et/ou calcul.

Les problèmes additifs définis par Vergnaud (1981) sont des problèmes qui peuvent être résolus par addition ou soustraction, tandis que les problèmes multiplicatifs sont ceux qui peuvent être résolus par multiplication et division. Il est important, dans ce contexte, de noter qu'un même problème peut être résolu en ayant recours à une diversité de calculs, ces derniers pouvant être choisis en fonction de leur efficacité, de leur économie.

Vergnaud (1981) distingue six grandes catégories de problèmes additifs : composition de mesures, transformation de mesures, relation entre les mesures, composition de transformations, transformation d'un état relatif (relation) et composition de deux états relatifs (relation). Généralement, ce ne sont que les quatre premières catégories que l'on retrouve dans les manuels scolaires. Le tableau I (p. 32) présente, pour les quatre premières catégories de problèmes, des exemples de problèmes qui diffèrent selon la place de l'inconnue ; nous utilisons le symbolisme proposé par Vergnaud (1981) pour montrer les différences entre les diverses catégories de problèmes, ainsi qu'entre les problèmes relevant d'une même catégorie.

Dans les problèmes de composition de mesures, comme le précise Vergnaud (1981, p. 135), on a *«deux mesures qui se composent pour donner une mesure»*. Dans les problèmes présentés au tableau I (p. 21), il s'agit de mesures du nombre de billes dans des boîtes. Puisque la composition comporte deux mesures, on peut retrouver trois situations, selon la place de l'inconnue, ce que montrent les symbolismes associés aux problèmes.

Dans les problèmes dits de transformation de mesures, on a une *«transformation qui opère sur une mesure pour donner une autre mesure»* (Vergnaud, 1981, p. 135). Avec ce type de problèmes, on retrouve trois situations possibles ; comme le montrent les exemples de problèmes et les symbolismes associés, l'inconnue peut être la transformation, la mesure initiale ou la mesure finale.

Dans les problèmes appartenant à la troisième catégorie, on fait état d'*«une relation qui relie deux mesures»* (Vergnaud, 1981, p. 136). Ces problèmes contiennent souvent les expressions «de plus» et «de moins». Dans cette catégorie, il y a trois situations possibles, selon encore une fois, la question posée.

Enfin, dans les problèmes de composition de transformations, on fait état de *«deux transformations qui se composent pour donner une transformation»* (Vergnaud, 1981, p. 136). Ces problèmes sont considérés comme étant les plus complexes. La majorité des élèves de l'enseignement primaire ne maîtrisent pas la composition de transformations, en raison, entre autres, de la notion de nombre relatif, qui y est implicite, et des propriétés de la loi de composition dans Z (nombres entiers) (Escarabajal, 1988 ; Poirier, 1992). Comme il est montré, au tableau I (p. 21), on peut relever plusieurs situations.

Tableau I

Typologie de Vergnaud (1981) : Problèmes additifs

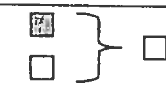
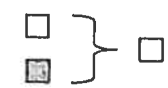
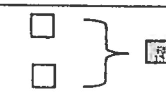
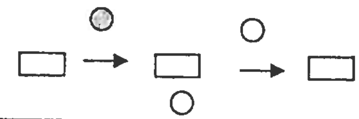
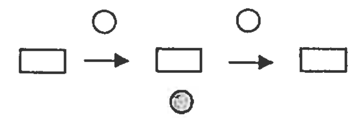
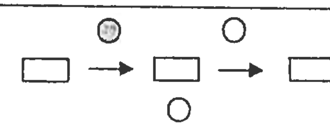
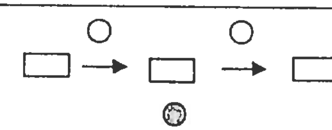
Type de problème	Exemple	Symbolisme (Vergnaud, 1981)
Composition de mesures	**1)** Deux boîtes contiennent 19 billes. La deuxième contient 14 billes. Combien de billes contient la première boîte ?	
	2) Deux boîtes contiennent un certain nombre de billes. La première contient 14 billes. Si je compte le nombre de billes dans les deux boîtes, j'obtiens alors 19 billes. Combien de billes contient la deuxième boîte. ?	
	3) Une première boîte contient 14 billes et une deuxième contient 5 billes. Combien de billes contiennent-elles ensemble?	
Transformation de mesures	**1)** Serge avait 10 billes avant de jouer. Il a maintenant 18 billes. Combien en a-t-il gagné?	
	2) Serge avait 10 billes avant de jouer. Il en a gagné 8. Combien a-t-il de billes maintenant?	
	3) Serge avait un certain nombre de billes avant de jouer. Il en a gagné 8. S'il a maintenant 22 billes, combien avait-il de billes avant de jouer?	
Relation entre les mesures	**1)** Jean a 9 billes. Louise a 3 billes de plus que Jean. Combien Louise a-t-elle de billes ?	
	2) Jean a 3 billes de moins que Louise. Louise a 12 billes. Combien de billes Jean a-t-il?	

Tableau I (Suite)

Relation entre les mesures (suite)	3) Jean a 9 billes et Louise a 12 billes. Combien Jean a-t-il de billes de moins que Louise?	
Composition de transformations	1) Marie joue une première partie de billes. Elle joue une seconde partie de billes et gagne 5 billes. Après ces deux parties, elle fait le bilan et dit qu'elle a gagné 12 billes. Que s'est-il passé à la première partie (Lemoyne, 2000) ?	
	2) Marie joue une première partie de billes et gagne 7 billes. Elle joue une seconde partie de billes. Après ces deux parties, elle fait le bilan et dit qu'elle a gagné 12 billes. Que s'est-il passé à la deuxième partie?	
	3) Marie joue une première partie de billes. Elle joue une seconde partie de billes et gagne 9 billes. Après ces deux parties, elle fait le bilan et dit qu'elle a gagné 4 billes. Que s'est-il passé à la première partie partie?	
	4) Marie joue une première partie de billes et perd 6 billes. Elle joue une seconde partie de billes. Après ces deux parties, elle fait le bilan et dit qu'elle a gagné 8 billes. Que s'est-il passé à la deuxième partie?	

Légende :

□ : un nombre naturel

○ : un nombre relatif

: le nombre naturel que l'on cherche

: le nombre relatif que l'on cherche

} : la composition d'éléments de même nature

⟶ : une transformation ou une relation

En ce qui concerne les problèmes multiplicatifs, Vergnaud (1981) présente trois grandes catégories : isomorphisme de mesures, cas d'un seul espace de mesure et produit de mesures. Pour chacune de ces catégories, plusieurs situations sont possibles, selon, entre autres, la place de la mesure inconnue dans l'énoncé du problème. Le tableau II (p. 25) donne un exemple pour chacune des possibilités et pour chacun des types de problèmes. On y retrouve aussi le symbolisme associé à ces problèmes.

L'isomorphisme de mesures implique une relation multiplicative entre quatre quantités (relation quaternaire). Selon la place de l'inconnue, on peut retrouver quatre situations (Vergnaud, 1981). Dans ce travail, nous parlerons de l'isomorphisme de mesures en général ; nous ferons toutefois une distinction, selon que le rapport de proportionnalité est simple ou multiple.

La deuxième catégorie de problèmes multiplicatifs regroupe des problèmes qui ne font état que d'un seul espace de mesure. C'est dans ces problèmes que l'on retrouve des relations de types «fois plus» et «fois moins». Pour ce type de problèmes, on peut relever trois situations possibles. Ces problèmes sont souvent sources d'interprétations erronées chez les élèves, le vocabulaire utilisé ne correspondant pas toujours à l'opération mathématique que l'élève doit faire. Ainsi, pour résoudre le problème 2 du tableau II (p. 25), un élève pourrait faire «6 x 3», ayant repéré l'expression «fois plus» dans la première phrase du texte.

Enfin, une dernière catégorie de problèmes multiplicatifs se caractérise par des produits de mesures. Cette catégorie définit un certain type de relation qui *«consiste en une relation ternaire entre trois quantités dont l'une est le produit des deux autres, à la fois sur le plan numérique et sur le plan dimensionnel»* (Vergnaud, 1981, p. 171). La façon la plus simple de représenter cette relation est avec le plan cartésien, un couple étant l'association d'un élément d'un premier ensemble à un élément d'un second. Les calculs de vitesse, de distance, d'aire sont des problèmes de ce type. Là encore, on retrouve de nombreuses possibilités.

La typologie établie par Vergnaud (1981) est un outil précieux pour aborder la résolution de problèmes, surtout si l'on vise à changer les habitudes des élèves. Cette typologie invite à une analyse des relations entre les mesures, entre les grandeurs. Elle nous sera utile pour analyser les problèmes qui sont présentés aux élèves dans les manuels scolaires, mais aussi pour présenter un éventail de problèmes aux élèves.

Tableau II

Vergnaud (1981) : Problèmes multiplicatifs

Type de problème	Exemple	Symbolisme (Vergnaud, 1981)
Isomorphisme de mesure à proportionnalité multiple	J'ai 9 paquets de gommes. Chaque paquet contient le même nombre de gommes. Dans les 9 paquets, j'ai 108 gommes. Combien de gommes aurais-je si j'avais 27 paquets?	9 paquets $\longrightarrow$ 108 27 paquets $\longrightarrow$?
Isomorphisme de mesure à proportionnalité multiple	Je dois nourrir 32 chats durant 14 jours. Si la consommation de 8 chats pour une semaine est de 3,5 kg de nourriture, combien de kg de nourriture sèche dois-je acheter pour nourrir tous mes chats durant 14 jours?	7 jours $\longrightarrow$ 3,5 kg 14 jours $\longrightarrow$ a 8 chats $\longrightarrow$ a 32 chats $\longrightarrow$?
Cas d'un seul espace de mesure	**1)** Il faut 2 mètres de tissu pour faire une jupe ; il en faut trois fois plus pour faire un ensemble. Combien de tissu faut-il pour faire un ensemble ? (Vergnaud, 1981, p. 179)	jupe 2 $\downarrow$ x3 ensemble x
	2) Il faut trois fois plus de tissus pour faire un ensemble qu'une jupe. Il faut 6 mètres pour un ensemble. Combien de tissu faut-il pour faire une jupe ? (Vergnaud, 1981, p. 179)	jupe x $\downarrow$ x3 ensemble 6
	3) Il faut 2 mètres de tissu pour faire une jupe, 6 mètres pour un ensemble. Combien de fois plus faut-il pour un ensemble (par rapport à une jupe) ? (Vergnaud, 1981, p. 179)	jupe 2 $\downarrow$ x ensemble 6

Tableau II (Suite)

Produits de mesures	**1)** 3 garçons et 4 filles veulent danser. Chaque garçon veut danser avec chaque fille et chaque fille avec chaque garçon. Combien y a-t-il de couples possibles?	
	2) Un marchand veut mettre à la disposition des clients 15 variétés de glaces enrobées de chocolat. Il dispose de trois variétés de chocolat. Combien de variétés de glace doit-il avoir ? (Vergnaud, 1981, p. 180)	
	3) Un rectangle a une surface de 18,66 mètre carrés et une largeur de 3,23 mètres. Quelle est sa longueur ? (Vergnaud, 1981, p. 180)	

Légende :

□ : un nombre naturel

○ : un nombre relatif

} : la composition d'éléments de même nature

→ : une transformation ou une relation

1.3.2.3. Définition de l'activité de résolution de problèmes

Après avoir défini ce qu'est un problème et identifié les catégories de problèmes arithmétiques, nous nous penchons maintenant sur l'activité de résolution de problèmes. Un grand nombre d'études ont été consacrées à l'analyse de cette activité et ce, depuis plusieurs décennies. Nous nous référons principalement à l'étude effectuée par Julo (1995). Cette dernière étude a le grand mérite de procéder à une synthèse fort bien étayée des travaux en ce domaine. Et, plus encore, ce chercheur fait de l'activité de représentation une activité essentielle à la résolution de problème.

Pour Julo (1995), résoudre un problème consiste d'abord à s'en construire une représentation. En fait, pour comprendre quelque chose, il faut se construire une représentation de cette chose : l'idée de construction est inséparable de celle de représentation. Vergnaud (1981) ajoute que la représentation est essentielle si on veut agir sur cette chose. En lisant un énoncé de problème, nous nous construisons progressivement, à partir des informations que nous extrayons, une représentation qui nous permet de comprendre (Julo, 1995). Il est intéressant de souligner qu'une représentation n'est pas nécessairement un dessin, un tableau ou un schéma. En effet, Vergnaud (1981) mentionne que *«certaines représentations ne sont pas accessibles à l'observateur extérieur»* (Vergnaud, 1981, p. 54).

Il y a trois processus impliqués dans la construction de représentations. Ils sont généralement présentés d'une façon séquentielle ou linéaire. En réalité, tous les processus interviennent simultanément et interagissent pour faire avancer notre compréhension et notre démarche de résolution (Julo, 1995).

Un processus d'interprétation et de sélection est requis dans la formation de toute représentation d'un problème. Nous avons accès aux données du problème concernant l'objet et la tâche par le contexte sémantique. Ce contexte permet de communiquer les informations, mais il n'a pas pour fonction d'expliciter complètement l'objet du problème. Il faut donc interpréter ce contexte. Cette interprétation orientera la sélection des informations pertinentes pour réaliser la tâche. Ces processus vont avoir un impact sur les connaissances que nous allons activer.

Le deuxième processus présenté par Julo (1995) est la structuration. En effet, la représentation d'un problème est une entité fortement organisée et structurée ; les éléments de son contenu sont solidaires les uns des autres, car ils ont un fonctionnement et une logique propre. L'évolution de la représentation, sa structuration progressive ou sa restructuration sont liées à plusieurs facteurs dont l'interprétation, mais aussi le contenu de la représentation et les connaissances mobilisées lors de l'interprétation du problème. On va mettre en place des stratégies et des procédures qui vont structurer la représentation.

Enfin, vient le processus d'opérationnalisation. Ce sont les relations complexes entre le contenu de la représentation, la manière dont elles se structurent, et les connaissances opératoires qui sont mobilisées qui sont à la base de ce processus. Sa fonction est de permettre la mise en œuvre de nos connaissances opératoires pour élaborer une procédure de résolution de problèmes et permettre à la représentation de se transformer et d'évoluer (Julo, 1995). Les connaissances opératoires vont permettre un passage à l'action.

1.3.3. Difficultés, dysfonctionnements en résolution de problèmes

La représentation est au cœur de l'activité de résolution de problèmes. Nous exposerons certains dysfonctionnements pouvant se rattacher à chacun des processus qu'elle comprend. Une fois de plus, nous nous référons plus spécifiquement aux travaux effectués par Julo (1995). L'examen de ces dysfonctionnements est essentiel puisque, selon Montague, Warger et Morgan (2000), la caractéristique la plus importante des élèves en difficulté est leur incapacité à se représenter un problème.

Il serait utopique de prétendre énoncer tous les dysfonctionnements, puisqu'il y a des difficultés inhérentes à chaque problème. D'autres types de difficultés sont aussi présents en résolution de problèmes. Si on fait l'analyse sous l'angle de la typologie proposée par Vergnaud (1981), la structure d'un problème peut être plus complexe ou moins accessible pour l'élève. Les différentes formulations de l'énoncé, le niveau de vocabulaire, la présence d'expressions de types «de plus», «de moins», «fois plus» ou «fois moins», peuvent aussi entraîner des difficultés ; nous avons fait état de certaines de ces difficultés lors de la présentation de la typologie de problèmes. Dans notre étude, nous sommes plus spécifiquement préoccupée par les dysfonctionnements liés à la représentation de problèmes. Ces dysfonctionnements sont bien décrits par Julo (1995). Nous en traitons donc plus longuement.

En ce qui concerne l'interprétation et la sélection, des cas de dysfonctionnements apparaissent ici assez clairement. Des informations non pertinentes peuvent être prises en compte pour la résolution ou encore, des informations essentielles peuvent être ignorées et ne seront pas intégrées au contenu de la représentation (Julo, 1995). De ces dysfonctionnements découle une activation de connaissances inadéquates qui amènera une représentation erronée du problème. Nous mettrons ici l'accent sur le fait que les élèves faibles sont sensibles aux indices qui accompagnent la présentation des problèmes.

Les dysfonctionnements liés au processus de structuration concernent, entre autres, les schémas de problèmes (connaissances intégrées comme telles dans nos structures cognitives) et les prototypes (le terme prototype réfère à un problème qui sert d'emblème) (Julo, 1995). La structuration est forte lorsqu'on peut se référer à un problème analogue. Plus un prototype permet la mise en oeuvre rapide d'une procédure, plus il structure fortement la représentation (Julo, 1995). Ce phénomène a des avantages, mais aussi des inconvénients.

Si l'interprétation que l'enfant a faite du problème l'a amené à activer des connaissances inadéquates (schémas de problèmes), sa représentation sera fortement «mal» structurée. Plus sa représentation sera structurée, plus il sera difficile de la contrôler, de pouvoir la modifier, de la restructurer et c'est là un grand défi pour toute personne qui travaille dans une démarche d'aide à la résolution de problèmes.

Quant à l'opérationnalisation, ce processus est majeur, surtout parce que l'incapacité d'opérationnaliser provoque de la frustration et du découragement (Julo, 1995). Ne pas réussir à opérationnaliser sa représentation, au moins pour tenter quelque chose, conduit les élèves à faire n'importe quoi. Ainsi, devant un problème qu'ils ne savent résoudre immédiatement, plusieurs élèves adoptent l'une ou l'autre des conduites suivantes : abandon du problème, réponse rapide, précipitation dans des calculs, appel à l'aide, etc. Ces conduites sont bien connues des enseignants et des chercheurs en didactique des mathématiques. Plusieurs solutions sont tentées pour venir en aide aux élèves.

1.3.4. L'aide à la résolution

Pour aider les élèves à résoudre des problèmes, on assiste à une multiplication de moyens : repérage d'informations pertinentes (souligner le ou les mots-clés), reformulation d'énoncés, représentation imagée, représentation graphique, etc. Plusieurs propositions didactiques sont aussi faites pour venir en aide aux élèves. Actuellement, comme le rappelle Lemoyne (2003), on retrouve trois grandes orientations dans les recherches en didactique des mathématiques : l'enseignement de stratégies et d'heuristiques, la construction de différents environnements et le travail sur l'erreur visant un changement des habitudes des élèves.

1.3.4.1. L'enseignement de stratégies et d'heuristiques

L'enseignement des stratégies a été exploré par de nombreux chercheurs (Polya, 1945 ; Schoenfeld, 1985, 1987 ; Montague, 1997, 2000). Afin d'avoir un portrait de ce type d'aide à la résolution, nous exposons les recherches de Schoenfeld (1985, 1987) et de Montague (1997, 2000). Montague (1997) définit les stratégies ou les connaissances stratégiques comme étant une «*capacité individuelle de décrire ou d'appliquer un truc mnémotechnique ou une stratégie de résolution de problèmes* *qui est spécifique ou universelle»* (traduction libre, Montague 1997, p. 166). Pour Scheonfeld (1985), les heuristiques sont des stratégies et des techniques qui servent à faire progresser la résolution.

Les recherches de Schoenfeld sur les heuristiques s'inscrivent dans le courant des recherches en sciences cognitives. Elles trouvent leur source dans les travaux de George Polya, notamment, dans l'ouvrage paru en 1945 : *How to solve It*. Dans cet ouvrage, Polya examine ses propres pensées, son propre raisonnement mathématique.

Il en résulte une description générale de processus de résolution de problèmes et il présente une séquence de résolution de problèmes divisée en quatre étapes : comprendre le problème, déterminer un plan, mettre le plan à l'essai et l'évaluer. Dans ces étapes, on retrouve plusieurs heuristiques qui sont suggérées pour réussir des problèmes plus difficiles. Or, la méthode suggérée par Polya (1945) ne semble pas fonctionner lorsque les enseignants tentent de l'utiliser. Après plusieurs recherches à ce sujet, la raison de l'échec de cette méthode s'explique. En fait, la caractérisation des stratégies de résolution de problèmes faite par Polya (1945) est une description. Comme Schoenfeld (1987) le souligne, il y a une différence entre une description et une prescription. Dans une description, quelques éléments caractéristiques suffisent pour avoir une idée générale de la chose. Dans une prescription, une procédure est caractérisée avec assez de précisions et de détails pour que ces caractéristiques servent de guide à l'élaboration éventuelle de stratégies. Pour que les stratégies soient utilisables, il fallait donc créer une version prescriptive des stratégies à un niveau juste assez détaillé. C'est le défi que Schoenfeld s'est donné.

Son approche, s'inspirant de travaux classiques en Intelligence Artificielle, l'amène à poser la question de l'utilisation des heuristiques en résolution de problèmes: «*Quel est le niveau de détail nécessaire pour décrire les stratégies de résolution de problèmes pour que les élèves puissent réellement les utiliser ?*» (traduction libre, Schoenfeld, 1987, p. 18). Le but de ses recherches était de donner un sens aux comportements mathématiques des bons «solutionneurs» pour tenter de comprendre ce qui se passe dans leur tête lorsqu'ils sont engagés dans une tâche mathématique complexe. Il voulait identifier des régularités dans leur comportement devant un problème, pour pouvoir ensuite les transmettre aux élèves en difficultés.

Ses recherches ont été fructueuses. Il a été en mesure de créer une version prescriptive des stratégies de Polya : *«Dans de telles conditions, tu devrais essayer de faire telle chose de telle façon»* (traduction libre, Schoenfeld, 1987, p. 19). Pour ce faire, il a établi un cadre d'analyse qui définit quatre catégories de connaissances et de comportements : les ressources, le contrôle, le système de croyances et les heuristiques.

Les ressources représentent les connaissances déclaratives, procédurales et conditionnelles que l'individu possède. En les explorant, il est possible de comprendre les différents chemins empruntés par l'individu lors de la résolution. Nous avons ainsi accès à une liste d'outils et de techniques utilisables dans une situation particulière, selon le type de connaissance sollicitée. Pour les catégoriser, Schoenfeld (1985) a tenté de mesurer leur degré d'accessibilité en déterminant s'il est certain ou probable que cette ressource soit utile. Les ressources décrivent les faits et les procédures accessibles à l'individu.

Le contrôle est défini par Schoenfeld (1985) comme étant la façon dont les individus utilisent les informations mises à leur disposition. Il s'agit de la majorité des décisions prises lors de la résolution d'un problème. Plusieurs comportements se rattachent au contrôle, par exemple : planifier sa démarche de résolution, déterminer le but de notre résolution, contrôler et évaluer la solution en cours de résolution, réviser ou abandonner les plans après une évaluation de la situation. Montague (1997, 2000) parle de ce phénomène en termes de métacognition. Les choix qui seront pris au cours de la résolution auront un impact non négligeable sur les résultats de la résolution.

Il est important de mentionner que même les bons «solutionneurs» font des erreurs ; la différence entre les bons et les mauvais «solutionneurs» c'est le réajustement suite à la décision concernant la solution entreprise, lorsque celle-ci s'avère mauvaise. Cela détermine aussi le niveau de contrôle de l'individu. En effet, les décisions contrôlées déterminent l'efficacité avec laquelle les techniques et stratégies sont exploitées.

Schoenfeld (1985) parle aussi d'un système de croyances qu'il définit comme étant la perception que nous avons de nos connaissances, selon les expériences que nous avons vécues comme le fait, par exemple, que les problèmes mathématiques doivent se résoudre en dix minutes, s'il est possible de les résoudre ; si non, ils sont impossibles (Schoenfeld, 1985). Ceci constitue un parallèle avec l'effet du contrat didactique dont parlent plusieurs chercheurs (Sarrazy, 1995 ; Brousseau, 1980, 1986, 1998 ; Sensevy, 1998) et dont nous avons parlé précédemment.

Les heuristiques, quant à elles, sont les outils qui feront progresser la résolution, qui pousseront le raisonnement le plus loin possible. Schoenfeld (1985) propose de les enseigner. Selon lui, les élèves ne devraient pas avoir à trouver par eux-mêmes les principes généraux, les différentes méthodes permettant de résoudre efficacement tel type de problème. Il devrait être possible de donner un enseignement de ces heuristiques si elles sont préalablement bien identifiées et documentées. L'enseignement de stratégies et d'heuristiques, comme le souligne Schoenfeld (1985), est quelque chose qui a beaucoup été exploité, mais avec peu de résultats. Une des raisons de cet échec, selon l'auteur, serait que les heuristiques n'ont pas été assez documentées, caractérisées dans leur moindre détail ; cette caractérisation n'a pas été assez prescriptive. La question du choix de la bonne heuristique, pour un problème particulier, est aussi cruciale.

Il faut toutefois être conscient que l'implantation de stratégies heuristiques est beaucoup plus complexe qu'il apparaît de prime abord. Une heuristique sous-entend plusieurs stratégies. Enseigner l'utilisation de stratégies correspond à un entraînement rigoureux et donné avec soin et attention.

Schoenfeld (1985) souligne aussi que, même si les stratégies heuristiques peuvent servir de guide dans un problème dont les concepts sont relativement inconnus, elles ne remplacent en aucun cas les connaissances de la matière et ne compensent pas facilement leur absence.

Schoenfeld (1985) a donc mis à l'essai différents enseignements de stratégies heuristiques. Il croit que l'enseignement explicite de ces dernières peut faire la différence en résolution de problèmes. Il ne croit pas que le simple fait de s'entraîner à résoudre des problèmes est suffisant à la réussite en résolution de problèmes. Ce qu'il suggère est de fournir une liste exhaustive des heuristiques et des stratégies qui leurs sont rattachées et de les enseigner aux élèves. Il mentionne cependant que d'autres études doivent être faites pour déterminer comment entraîner les élèves dans l'utilisation des heuristiques et dans quelles conditions cela doit être fait. À la fin des années 1990, une chercheure, Marjorie Montague, s'est intéressée à l'enseignement de stratégies. Elle nous apporte des informations supplémentaires à ce sujet.

Après dix ans de recherche sur les difficultés des élèves en résolution de problèmes, Montague (1997, 2000) a mis sur pied un programme d'enseignement de stratégies cognitives et métacognitives de résolution de problèmes pour les élèves en difficulté en résolution de problèmes mathématiques qu'elle a nommé *Solve It !*. Trois études ont précédé la création de *Solve It !*. Ces études ont été réalisées aux Etats-Unis, auprès d'élèves de l'enseignement primaire. Les résultats de ces études montrent que l'apprentissage de la résolution de problèmes est plus efficace s'il y a combinaison de stratégies cognitives et métacognitives.

Les bases théoriques de ce programme sont constructivistes. L'apprentissage en mathématiques est vu comme un processus de construction dans lequel l'élève construit le savoir mathématique en faisant des liens avec ses connaissances antérieures. L'élève a des buts personnels qui le conduisent à acquérir de nouvelles connaissances, qui l'entraînent vers de nouveaux objectifs, et ainsi de suite ; c'est la spirale de l'apprentissage (Montague, 1997). L'apprentissage mathématique peut être tracé comme étant un va et vient entre différents stades, au fur et à mesure que l'apprenant intègre et assimile des nouvelles connaissances déclaratives et procédurales. Plusieurs facteurs influenceront donc l'apprentissage en mathématiques comme le développement cognitif, le contexte, les interactions sociales et le développement affectif.

De plus, considérant les mathématiques comme une activité de résolution de problèmes, elle implique plusieurs activités de type *méta* : «*définition de la tâche, sélection de l'ordre le plus simple pour accomplir la tâche, formation de stratégies en combinant certains processus inférieurs, formation d'une représentation mentale du problème, choix de ressources mentales pour faire le travail et évaluation de la tâche*» (traduction libre, Montague, 1997, p. 165). Des lacunes en ce qui concerne la métacognition auront un impact sur le développement et l'utilisation de stratégies efficaces pour se représenter et résoudre un problème. En effet, selon Montague (1997), la caractéristique la plus importante des élèves en difficulté est leur incapacité à se représenter un problème. Ces propos rejoignent ceux formulés par Julo (1995), propos dont nous avons précédemment fait état.

Selon Montague, Wagner et Morgan (Montague, 1997 ; Montague, Wagner et Morgan, 2000), plusieurs élèves ont besoin d'aide pour acquérir et appliquer les procédures et stratégies cognitives et métacognitives qui sont à la base d'une résolution de problèmes efficace. Les élèves en difficulté d'apprentissage ont besoin de plus qu'un cahier d'exercices ou de problèmes de la vie réelle pour s'améliorer en résolution de problèmes. Ils ont besoin de consignes bien claires et faciles à suivre quant aux stratégies de résolution de problèmes et ils ont besoin d'être guidés dans leurs expériences de résolution de problèmes. De plus, toujours selon Montague (1997), les recherches soulignent qu'un entraînement rend plus efficace l'utilisation de stratégies. L'entraînement permet aussi d'enseigner l'auto-régulation, en amenant l'élève à évaluer l'efficacité d'une stratégie, à réviser et à changer de stratégie si elle ne s'avère pas efficace.

Le but de *Solve It !* est de donner des consignes, une marche à suivre, pour enseigner aux élèves des stratégies cognitives et métacognitives faciles à comprendre, pour les aider à résoudre des problèmes mathématiques. Les élèves apprennent à lire le problème pour le comprendre, en le mettant dans leurs mots, en le visualisant, en faisant un dessin ou en se créant une image mentale, en décidant de la procédure qui sera utilisée, en estimant la réponse, en calculant et vérifiant leur réponse. Ils apprennent aussi à analyser l'information contenue dans l'énoncé, à développer des façons logiques de le résoudre et à évaluer leur solution. On leur enseigne aussi des stratégies d'auto-régulation pour une résolution de problèmes efficace qui comprend l'auto-instruction (se dire quoi faire durant la résolution), l'auto-questionnement (se poser constamment des questions durant la résolution pour s'assurer de ne pas s'égarer) et «l'auto-monitoring» (vérifier que tout est fait correctement). Ces stratégies aident les élèves à avoir accès aux connaissances stratégiques, les guident dans l'application de ces dernières et régularisent leur utilisation de stratégies et leur réussite.

Solve It ! donne aux enseignants plusieurs techniques efficaces pour aider les élèves, les soutenir dans l'application de ces activités cognitives et stratégies d'auto-régulation. Il y en a quatre principales : l'évaluation de la résolution de problèmes, l'enseignement explicite de procédures et stratégies de résolution de problèmes, le processus de «modeling» et la rétroaction sur la performance de l'élève.

Les interventions ciblant l'enseignement de stratégies pour la résolution de problèmes mathématiques semblent, selon Montague (1997), être assez efficaces pour les élèves de l'enseignement secondaire et de l'enseignement collégial, ainsi que pour les élèves qui terminent leurs études primaires. Ce programme exige en effet un certain niveau de maturité cognitive de la part des élèves parce qu'on fait appel, de plus en plus, à des processus métacognitifs. L'enseignement de stratégies signifiantes ne peut se faire qu'à partir d'un certain point du développement cognitif.

Ce programme d'enseignement des stratégies part de bonnes intentions, mais comporte aussi plusieurs lacunes. Il préconise une adaptation au niveau des élèves, tout en proposant une démarche d'enseignement qui laisse peu de place à l'initiative des élèves, en un mot, qui ne favorise pas un engagement des élèves dans les situations d'apprentissage. De plus, les élèves sont invités à suivre toutes les étapes de résolution de problèmes qui leur sont imposées. L'ampleur des tâches ajoutées à la résolution de problèmes ne fait alors aucun doute. Julo (1995) parlerait de tâches surajoutées. Les élèves doivent apprendre les stratégies proposées et savoir quand et comment les utiliser. Dans de telles conditions, on peut s'interroger sur le sens que revêt pour les élèves l'application de ces stratégies et par conséquent, la résolution de problèmes ? Dans notre recherche, nous n'empruntons pas la voie de l'enseignement de stratégies pour les raisons susmentionnées. Nous choisissons plutôt une voie préventive.

1.3.4.2. La construction d'environnements

Une autre orientation pour aider les élèves en résolution de problèmes est la construction de différents environnements en utilisant l'aide à la représentation. Selon Julo (1995), il faut réunir trois conditions pour qu'il y ait apprentissage. Les élèves doivent d'abord avoir un intérêt pour l'activité. Pour que les élèves aient une véritable acquisition de savoir, ils doivent aussi être actifs. Enfin, l'ingénierie didactique viendra diriger la conception de la situation d'apprentissage. On parlera alors de situation didactique qui nous amènera, par ricochet, à parler d'ergonomie cognitive, puisque la conception d'un problème tient compte à la fois de l'intérêt didactique et de la réalité cognitive. L'ergonomie cognitive est une approche qui tient compte à la fois des caractéristiques de la situation particulière et du fonctionnement cognitif des individus qui sont confrontés à cette situation (Julo, 1995). En fait, Julo (1995) parle de la relation entre le fonctionnement cognitif en situation d'apprentissage et l'ensemble des processus qui permettent d'acquérir le savoir propre aux mathématiques.

Tout ceci nous amène à parler de l'aide à la représentation. Julo (1995) souligne d'abord que, généralement, les enseignants ne savent pas comment aider un élève qui bloque face à un problème particulier. Tout ce qu'ils font c'est de lui suggérer quelques pistes de solutions qui, la plupart du temps, ne sont pas réellement efficaces. Ils ont aussi tendance à aider trop et davantage pour les procédures que pour les représentations (Julo, 1995, p. 150). Il faut donc chercher comment fournir des aides à la représentation sans «tuer» le problème. Le but est donc de faire en sorte qu'un problème particulier soit compris et, bien entendu, résolu.

Julo (1995) mentionne qu'il existe des catégories de problèmes (par exemple, les problèmes additifs définis par Vergnaud (1981)) et qu'il y a un intérêt à bien les différencier. Les schémas de problème sont utiles pour examiner les différences entre le traitement et la compréhension de problèmes (Julo, 1995, p. 147). Pour effectuer un tel examen, Julo (1995) crée un environnement qui peut être décrit en termes de contenu mathématique, de processus didactique et de fonctionnement cognitif (Julo, 1995, p. 148). Ce travail conduit à distinguer trois milieux dans lesquels une aide est possible.

On parle d'abord de l'environnement immédiat du problème. Il s'agit en fait des données du problème, immédiatement accessibles (éléments matériels, éléments de nature socio-didactique, etc.). Tout ce qui a trait à la présentation du problème touche à l'environnement immédiat. Ainsi, on regardera les caractéristiques de l'énoncé, entre autres, la manière dont il est interprété. La notion «d'opérateurs sémantiques» est celle qui nous intéressera parce que *«l'interprétation que l'élève fait de ces opérateurs est déterminante pour la construction de la représentation et on constate que le cas le plus difficile est celui où l'opérateur sémantique et l'opérateur mathématique ne sont pas de même signe (Maintenant j'ai 3$. Je viens d'en perdre 2. Combien en avais-je avant?)»* (Julo, 1995, p. 153). La question de l'explicitation a aussi sa place. En fait, plus l'objet sera explicité par le solutionneur, plus les chances qu'il aura de réussir le problème seront grandes (Julo, 1995, p. 154). On doit aussi considérer le contexte sémantique[6].

Vient ensuite l'environnement disponible. Il diffère du premier seulement par son degré de disponibilité. Il comprend tout ce dont l'individu a besoin pour résoudre le problème, mais que l'on ne retrouve pas dans l'environnement immédiat.

Enfin, il y a l'environnement conditionnel. Ce dernier concerne les *«éléments qui ont une fonction d'aide et qui n'interviennent que lorsque certaines conditions*

[6] Le contexte sémantique donne accès aux données du problème concernant l'objet et la tâche du problème, sans toutefois en expliciter complètement l'objet (Julo, 1995).

sont réunies» (Julo, 1995, p. 149). C'est celui qui est le plus difficile à aménager parce qu'on doit tenir compte du cheminement de l'élève. En effet, il doit être adapté au parcours mathématique de l'élève. Par exemple, un élève qui éprouve des difficultés à saisir les différences entre les problèmes additifs et multiplicatifs impliquant des relations entre diverses mesures, pourrait être invité à produire une illustration de problèmes de ce type comportant des mesures de même type, des contextes similaires.

Dans notre projet, nous tenterons de fournir une aide à la représentation des élèves en créant un environnement conditionnel puisque les élèves s'exerceront à représenter des problèmes particuliers, identifiant alors leurs structures afin de pouvoir les résoudre, certes, mais aussi de pouvoir transférer ce raisonnement dans la résolution d'autres problèmes. Dans la construction de notre séquence didactique, nous nous appuierons, entre autres, sur les recherches effectuées par Julo (1995).

1.3.4.3. Un travail sur l'erreur et un changement des habitudes des élèves

Parallèlement aux recherches de Julo (1995), nous nous appuierons sur les recherches de Sensevy (1998) qui proposent à la fois de faire un travail sur l'erreur et de changer les habitudes de travail des élèves. Notre projet de mémoire s'inscrit fortement dans cette dernière proposition.

Sensevy (1998) porte un intérêt au travail sur l'erreur. Comme le souligne Lemoyne et Lessard (2003, p. 34), *«intégrer un travail sur l'erreur aux dispositifs usuels d'enseignement peut aussi amener une transformation non négligeable des rapports publics et privés des élèves aux objets mathématiques»*. Sensevy (1998) trouve un double intérêt à travailler sur l'erreur. Cela permet à la fois d'apprendre en travaillant sur ses erreurs et celles des autres, mais aussi de transformer le rapport des élèves face à cette dernière.

Le statut de l'erreur est généralement très négatif. L'erreur à l'école, comme le dit Astolfi (1997) est une «*source d'angoisse et de stress*» (Astolfi, 1997, p. 7). Or, en situation d'apprentissage et, d'une façon encore plus évidente en résolution de problèmes, l'erreur est souvent la manifestation de connaissances qui ont été appliquées dans une tentative de donner un sens aux relations impliquées. Par exemple, dans un problème multiplicatif comportant plusieurs mesures et plusieurs relations entre ces mesures (proportion multiple), un élève peut produire une réponse, certes erronée, s'il ne prend en compte qu'une partie de ces mesures et de ces relations. Sa réponse peut révéler, par ailleurs, un traitement juste des mesures et des relations considérées. L'intervention de l'enseignant ne sera pas de même nature que celle qu'il ferait si cet élève avait effectué un traitement additif des relations entre les mesures. L'erreur est donc souvent révélatrice de connaissances et non, uniquement d'ignorances. Enfin, il est normal d'effectuer des erreurs en situation d'apprentissage, ces erreurs témoignant d'un engagement mettant en œuvre des connaissances disponibles à ce moment. S'il est juste de dire qu'on apprend beaucoup de nos erreurs, il est important que les élèves puissent modifier leurs rapports aux erreurs ainsi que leurs habitudes de travail en situation d'apprentissage. C'est la perspective adoptée par Sensevy (1998) dans le dispositif d'enseignement des fractions qu'il a mis à l'essai auprès d'élèves de l'enseignement primaire. Voici un très bref aperçu de ce dispositif.

Le dispositif d'enseignement conçu par Sensevy (1998) vise d'abord à provoquer une rupture dans les habitudes de travail des élèves qui présentent des difficultés dans le traitement des fractions. Pour ce faire, il les amène à fabriquer des problèmes de fractions, travail que les élèves n'ont pas l'habitude de faire. De plus, les élèves deviennent responsables de leurs erreurs et de celles des autres. En effet, l'enseignant intervient le moins possible au cours des activités, les élèves devant se corriger eux-mêmes, corriger les autres et faire consensus. Les résultats de la mise à l'essai de ce dispositif d'enseignement se révèlent très positifs. Ils nous ont incitée à examiner plus attentivement les activités de rédaction et de résolution de problèmes.

1.4. La rédaction et la résolution de problèmes : activités de construction, d'intégration et de consolidation de connaissances

Dans la perspective qui est la nôtre, il est important de penser des situations qui puissent engager l'élève dans une activité mathématique, en lui permettant d'apprivoiser l'erreur, de la rendre bénéfique, de l'utiliser comme tremplin pour poursuivre. Comme le montre Sensevy (1998), rédiger, représenter, corriger et résoudre des problèmes sont des activités défis, peu usuelles, qui peuvent s'avérer fécondes, en regard des objectifs que nous poursuivons. Ces activités sont également privilégiées dans le programme actuel pour l'enseignement des mathématiques produit par le ministère de l'Éducation (MEQ, 2003).

Dans une épreuve exploratoire de fin 6^{e} année pour l'année 2003, le ministère de l'Éducation a proposé la rédaction d'un problème correspondant à une chaîne d'opérations. Voici le problème :

> «Tu es en train de lire un roman des plus excitants. Au cours de l'histoire, les héros se retrouvent devant une immense gargouille qui leur bloque le passage. S'ils veulent poursuivre leur chemin, ils doivent résoudre l'énigme suivante :
>
> $$247 - (3 \times 28 + 4 \times 32) = ?$$
>
> Pour aider les deux héros à comprendre l'énigme de la gargouille, invente un problème qui illustre la suite d'opération ci-dessus et résous l'énigme de la gargouille. Laisse les traces de tes calculs» (MEQ, 2003d).

Nous avons administré ce problème à une dizaine d'élèves de la 2^{e} année du 3^{e} cycle du primaire présentant des difficultés en mathématiques. Les résultats ont été fort intéressants. À notre grande surprise, la majorité de ces élèves ont été capables de rédiger un problème montrant une interprétation adéquate de la chaîne d'opérations. Les problèmes rédigés étaient par ailleurs peu développés ; ils comportaient également des maladresses «langagières», témoignant, entre autres, de la difficulté de ces élèves à recourir à des expressions fréquemment rencontrées dans les textes des problèmes présentés dans les manuels scolaires.

L'activité de rédaction de problèmes est une activité relativement nouvelle et très peu documentée. Déjà, en 1987, Kilpatrick (1987) faisait cette constatation quant à la recherche sur la formulation de problèmes. Il mentionne que pour la majorité des chercheurs, il semble évident que les problèmes proviennent des enseignants de mathématiques et des manuels de mathématiques, donc les bons problèmes viennent des bons enseignants et des bons manuels. L'idée que les élèves peuvent être la source de bons problèmes n'avait probablement jamais été envisagée, selon Kilpatrick (1987), ni par les enseignants, ni par les élèves.

Or, selon lui, la formulation de problèmes va de pair avec la résolution de problèmes, et elle a reçu très peu d'attention dans le curriculum mathématique. Les enseignants, tout comme les élèves, considèrent que les problèmes sont tout simplement là, comme une montagne à franchir. Selon Kilpatrick (1987), la formulation de problèmes devrait être vue à la fois comme un objectif d'instruction et un outil de résolution de problèmes. De plus, l'expérience de découvrir et de créer son propre problème mathématique devrait faire partie de l'éducation des élèves. Or, seulement quelques élèves ont cette chance.

Kilpatrick (1987) explore beaucoup la question de la reformulation d'un problème, puisque pratiquement aucune information sur la rédaction de problèmes n'est alors disponible. Il mentionne que la reformulation est une activité essentielle à la résolution de problèmes. L'activité de formulation est une activité d'autant plus importante. Il suggère quelques pistes pour formuler un problème : faire des associations, des analogies, des généralisations, des contradictions. Il parle aussi de l'ordinateur comme étant un bon outil dans l'apprentissage de la formulation de problèmes, par exemple, en demandant aux élèves de changer les données, le contexte et observer l'impact sur leur solution. Les élèves pourraient aussi changer la syntaxe de problèmes pour en faire de nouveaux.

Kilpatrick (1987) mentionne également que d'engager les élèves dans une activité créative de formulation de problèmes nécessite un environnement où l'exploration, les essais et erreurs sont acceptés. Un tel environnement est fortement encouragé dans le programme de formation de l'école québécoise.

Peu de recherches ont porté sur la rédaction de problèmes dans les années 1980. Kilpatrick (1987) fait toutefois état de quelques-unes de ces recherches qui semblent toutes avoir eu un effet positif sur les habiletés des élèves en résolution de problèmes. Aujourd'hui, on compte un plus grand nombre d'études sur la rédaction de problèmes. Nous présentons deux de ces études qui ont été réalisées dans une perspective de changement du rapport des élèves à la résolution de problèmes et du statut de l'erreur dans la résolution de problèmes.

1.4.1. Les études sur la rédaction et la résolution de problèmes arithmétiques

Dans notre travail, nous prenons principalement appui sur deux recherches (Sensevy, 1998 ; Lemoyne, Giroux et Biron, 1990) qui ont exploré la rédaction et la résolution de problèmes mathématiques, dans une perspective de transformation des habitudes de travail des élèves et de construction de connaissances en mathématiques. D'abord, Sensevy (1998) a amené des élèves à rédiger et corriger des problèmes sur les fractions en leur exposant différentes structures de la typologie définie par Vergnaud (1981). Enfin, Lemoyne, Giroux et Biron (1990) ont, quant à elles, utilisé la fabrication, la correction et la résolution de problèmes pour identifier les rapports des élèves aux problèmes d'arithmétique et évaluer l'effet de ces activités dans la construction et la transformation des connaissances de ces élèves.

1.4.1.1. La fabrication de problèmes, dans la perspective d'une transformation des conduites d'apprentissage des élèves

Sensevy (1998) met en place une séquence d'enseignement dont l'objectif est de tenter de modifier la conduite habituelle de l'élève, par rapport au contrat didactique, soit la position d'attente. Il veut ainsi amener l'élève dans une position de dévolution, autrement dit, l'amener à partager la responsabilité d'apprendre. De plus, l'auteur cherche à savoir si cette pratique peut améliorer la compréhension des différents concepts mathématiques et l'efficacité des apprentissages. Il veut, par le fait même, modifier le rapport que l'élève a avec l'erreur, en faisant en sorte qu'elle devienne quelque chose de positif qui aide à apprendre et qu'elle ne soit plus considérée comme un échec, une défaite.

Dans cette recherche, Sensevy (1998) a choisi de travailler sur les fractions. La fabrication de problèmes de fractions a été abordée selon le cadre fourni par Vergnaud, Benhadj et Dussouet (1979) qui classent les problèmes de fractions selon trois tâches, en fonction de la solution recherchée. Ce qui est recherché peut être la grandeur initiale, l'opérateur fractionnaire ou encore, la grandeur finale. La figure 1 est une représentation symbolique de ce que pourrait être chacune de ces tâches.

Figure 1

Représentation des tâches dans un problème de fractions (Vergnaud, Benhadj et Dussouet (1979))

grandeur initiale $\xrightarrow{\text{opérateur fractionnaire}}$ grandeur finale

«La recherche du rapport entre deux grandeurs et la recherche de la grandeur initiale» sont les tâches les plus difficiles, en raison de la plus grande complexité des rapports partie/partie que des rapports partie/tout (Sensevy, 1998).

Vergnaud, Benhadj et Dussouet (1979) proposent une démarche didactique permettant à l'élève de se familiariser avec la structure des problèmes de fractions, soit en anticipant la ou les questions que l'on peut formuler à partir des données fournies par le problème, soit en identifiant les informations à considérer pour résoudre le problème ou encore, en faisant une représentation (schéma ou écriture mathématique) du problème. Dans le premier cas, les problèmes arithmétiques qui sont présentés ne comportent pas de questions ; l'élève doit donc formuler la ou les questions. Dans le deuxième cas, les élèves notent les informations pertinentes pour résoudre les problèmes qui sont présentés ; cette tâche est relativement familière aux élèves, du moins si on en juge par les pratiques identifiées dans les classes québécoises. Enfin, dans le dernier cas, les élèves sont invités à illustrer les problèmes ou à rédiger une «phrase mathématique» ou une «écriture mathématique» ; l'expression «phrase mathématique» est cependant celle qui est utilisée dans les manuels québécois, permettant de rendre compte des relations entre les données des problèmes. Cette dernière tâche est également familière aux élèves québécois.

Notre recherche retient les tâches proposées par Vergnaud, Benhadj et Dussouet (1979). Nous y ajoutons une quatrième tâche, soit celle de rédiger des problèmes à partir d'illustrations ou d'écritures mathématiques. Cette dernière tâche s'inspire de celle proposée par Sensevy (1998) dans sa recherche sur la «fabrication de problèmes de fractions». Nous présentons maintenant plus en détail le dispositif conçu par ce chercheur.

Dans son étude effectuée auprès d'élèves faibles intégrés dans des classes régulières de la dernière année de l'école primaire (ce chercheur ne précise pas le nombre de classes et ne donne qu'un aperçu très global des résultats de sa recherche), Sensevy (1998) présente d'abord aux élèves la typologie de problèmes établie par Vergnaud (1981). Les élèves s'entraînent alors à reconnaître les différents cas de problèmes de soustraction. Il leur est demandé de produire une fiche comportant un problème de chaque type. Au verso de chacune des fiches, les élèves doivent inscrire le cas de la typologie associé au problème rédigé. Chaque fiche est ensuite vérifiée par une dyade. Si elle est jugée adéquate, elle est placée dans le fichier de la classe. Sinon, les élèves doivent aller voir ceux qui ont construit la fiche et trouver un consensus. S'il y a accord, on place la fiche dans le fichier ; dans le cas contraire, l'enseignant invite les élèves à examiner ensemble le problème. Les élèves ont également la responsabilité de détecter les erreurs ; ils sont ainsi amenés à modifier leur rapport avec lesdites erreurs.

À la fin de la première année de la recherche, les élèves commencent à travailler sur les fractions. Au fur et à mesure de leurs apprentissages, on leur présente des problèmes de fractions. Avec le soutien de l'enseignant, ils en viennent à reconstituer la typologie effectuée par Vergnaud (1981) pour les problèmes impliquant les fractions et à utiliser le vocabulaire s'y rapportant. Après cette période de familiarisation avec la typologie, les élèves sont invités à rédiger des problèmes de fractions.

Parallèlement à cette tâche, un symbolisme élémentaire (voir le schéma présenté précédemment à la figure 1, page 44) est associé à chaque type de problèmes et doit être utilisé dans la résolution de chaque problème. Ce symbolisme représentait, selon l'auteur, une aide précieuse pour l'éventuelle fabrication de problèmes. En effet, comme le dit Brousseau (1987), un schéma peut être fait seulement à partir de l'énoncé (sans la question), à partir du «*langage de la représentation de la situation de référence. La solution peut elle, être représentée avant et indépendamment de la solution à produire*» (Sensevy, 1998, p. 120).

L'analyse des données de cette recherche permet d'identifier certaines caractéristiques des productions des élèves (Sensevy (1998, pp. 122-124), dont : l'utilisation exclusive de nombres entiers ; l'utilisation exclusive de grandeurs discrètes[7] ; le recours à des fractions de numérateur 1 et à de petits nombres, dans les problèmes de transformations ; le recours à des nombres qui sont des mesures discutables des objets choisis ; la pauvreté de la syntaxe des phrases ; le choix de situations plus ou moins plausibles. Une fiche de critères pour la production d'énoncés de problèmes a alors été construite par le chercheur, à partir des erreurs et difficultés mises en évidence chez les élèves. Cette fiche a été utilisée pour orienter les discussions des élèves, lors de la fabrication et de la vérification des problèmes. Les élèves étaient invités à consulter cette fiche pour rédiger leurs problèmes et examiner les textes alors produits.

---

[7] Une grandeur discrète ne fait pas appel à une unité de mesure, contrairement à une grandeur continue.

Un autre point important de cette recherche, qui s'inscrit dans la lignée de ce que le nouveau programme du MEQ entend par enseignement, est que la fonction de l'enseignant n'est plus la même. En effet, il n'est plus celui qui «*obtient les bonnes réponses des élèves*» (Sensevy, 1998, p. 115). Il doit parvenir à :

> «*mettre en évidence les conflits entre les interprétations contradictoires des élèves, aider au travail collaboratif, faciliter le dialogue inter-élèves, conduire à la légitimation ainsi qu'à l'aide à l'établissement, à partir des productions, de significations communes (emblèmes) qui puissent s'inscrire dans la mémoire didactique de la classe*» (Sensevy, 1998, p. 116).

Il devient donc nécessaire qu'il maîtrise différentes techniques et gestes pour bien orienter le travail des élèves.

Les résultats de cette séquence sont très positifs. On remarque un «*accroissement de la perspicacité numérique des élèves*» (Sensevy, 1998, p. 124) ; une telle perspicacité ne peut se construire qu'à partir de pratiques et d'exercices diversifiés. La fabrication de problèmes a d'abord permis aux élèves de modifier leur rapport avec certains objets épistémiques, modification qui suppose une transformation concomitante du contrat didactique classique. Sensevy (1998) mentionne aussi que les résultats de ces élèves aux épreuves de fin d'année sont positifs. Ces élèves ont ainsi majoritairement réussi l'épreuve qui consistait à fabriquer au moins un problème avec une fraction supérieure à un et à expliciter leur travail.

1.4.1.2. La rédaction, la correction et la résolution de problèmes chez des élèves de classes et de milieux différents

Dans le but de mieux identifier et de transformer les connaissances en arithmétique, notamment sur la résolution de problèmes arithmétiques, Lemoyne, Giroux et Biron (1990) ont demandé à des élèves de 8 à 12 ans provenant de milieux socio-économiques différents de formuler des problèmes et de corriger, si nécessaire, les problèmes formulés par d'autres, afin de pouvoir les résoudre. Les élèves étaient ensuite invités à mettre en commun leurs travaux, à discuter de la pertinence des problèmes, des corrections et des solutions. Cette étude prenait appui, entre autres, sur les résultats des études conduites par Puchalska et Semedani (1987), qui mettaient en évidence le fait que beaucoup d'élèves voient la résolution de problèmes comme une activité qui leur donne un prétexte de calculer et «*se satisfont d'un calcul conduisant à une solution numérique qu'ils peuvent défendre*» (Lemoyne, Giroux et Biron, 1990, p. 275). Ainsi, ils utilisent peu leurs différentes connaissances (connaissances de nature linguistique, sémantique, procédurale, connaissances sur les structures des problèmes mathématiques et, plus généralement, sur les problèmes). Un des buts de la recherche effectuée par Lemoyne, Giroux et Biron (1990) était de contourner le déclenchement de réactions scolaires stéréotypées.

Les chercheurs ont d'abord demandé aux élèves ce qu'ils entendaient par problème. Ensuite, ils les ont invités à fabriquer onze problèmes mathématiques (on leur a spécifié qu'il ne s'agissait pas de romans ou d'histoire à raconter) portant sur les thèmes du voyage (relations entre des mesures de temps, de distance et de vitesse, etc.) et de l'alimentation (relations entre des mesures de consommation, de prix, de quantité, etc.), traitant ainsi plusieurs relations mathématiques. Certaines contraintes ont été imposées au cours de l'activité, contraintes sur le type de problème, contrainte d'insertion de certaines expressions déterminant les relations entre certaines données des problèmes, contraintes au niveau d'une des mesures et de la solution.

Les résultats de cette étude montrent que, très rapidement au cours des activités de rédaction, les élèves de 4^e^, 5^e^ et 6^e^ année mettent en œuvre des connaissances sur les structures des relations entre les données des problèmes, ainsi que sur ce qui constitue, à leurs yeux, un problème acceptable (format de problèmes, entre autres). Très tôt également, les élèves utilisent leurs connaissances sur le monde dans le choix des nombres.

Ils ont le souci de choisir des nombres ayant un rapport avec la réalité, encore faut-il qu'ils soient familiers avec cette réalité, ce qui n'est pas toujours le cas chez les élèves provenant de milieux socio-économiques défavorisés. La précision des données et des questions semble toutefois constituer même chez les élèves plus âgés un aspect secondaire des énoncés. Les connaissances procédurales (manipulation possible des nombres par des opérateurs arithmétiques pour résoudre le problème) sont peu activées dans la formulation de problèmes ; les élèves ne semblent pas préoccupés par l'éventuelle résolution de leurs problèmes. Enfin, les résultats de cette recherche montrent un progrès significatif chez les deux populations d'élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques. Un résultat assez intéressant, au terme de la séquence, est qu'un bon nombre d'élèves dans les deux milieux ne reconnaissent pas les énoncés qu'ils ont eux-mêmes produits au début de la séquence, jugeant ces énoncés (qu'ils croient l'œuvre d'autres élèves) inadéquats, incorrects et mal rédigés.

Cette synthèse des recherches qui ont retenue notre attention pour la construction de notre séquence didactique nous permet maintenant de présenter les orientations de ce projet.

1.5. Orientations retenues pour la recherche

L'activité de résolution de problèmes mathématiques est jugée par les chercheurs en didactique, par les concepteurs du programme actuel sur l'enseignement des mathématiques, par les enseignants de mathématiques et enfin, par les mathématiciens eux-mêmes, comme une activité essentielle à la construction de connaissances, de savoirs, de compétences en mathématiques. Or, comme le montre nombre d'études, chez les élèves qui éprouvent des difficultés en mathématiques, les difficultés en résolution de problèmes sont manifestes. Il nous semble important d'intervenir dès l'enseignement primaire pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés, à construire des connaissances mathématiques qui leur permettent d'envisager avec confiance les études secondaires.

Les analyses des contraintes qui pèsent sur l'enseignement des mathématiques aux élèves de classes régulières présentant des difficultés d'apprentissage en ce domaine nous ont amenée à examiner les études sur la résolution de problèmes qui visent à la fois la transformation des habitudes de travail des élèves présentant des difficultés, la transformation de leurs rapports à l'erreur et aux mathématiques. Les dispositifs de rédaction, de correction et de résolution de problèmes conçus par Sensevy (1998), ainsi que ceux proposés par Lemoyne, Giroux et Biron (1990), nous sont apparus propices à opérer de telles transformations.

Dans notre projet, nous comptons adapter les dispositifs de rédaction, de représentation, de correction et de résolution de problèmes proposés par les chercheurs précédents, pour les arrimer aux contraintes institutionnelles des classes actuelles, notamment, aux programmes et pratiques actuelles d'enseignement en classes régulières.

1.6. Objectifs de recherche

Dans cette lignée, notre recherche a pour objectifs :

1. de **concevoir** des situations de rédaction, de représentation et de résolution de problèmes impliquant les opérations arithmétiques, selon le sens de ces opérations dans la typologie de Vergnaud (1981) ;
2. de les **mettre à l'essai** auprès d'élèves de la 1ère et de la 2e année du 3e cycle du primaire qui présentent des difficultés d'apprentissage en mathématiques ;
3. d'en **évaluer** les effets sur la construction et l'intégration de connaissances sur le sens des opérations arithmétiques, ainsi que sur les habiletés en résolution de problèmes.

Chapitre 2 : Méthodologie

Pour préciser la méthodologie de notre recherche, nous présentons d'abord les caractéristiques des élèves qui y participent. Nous décrivons ensuite le dispositif didactique sur la résolution de problèmes que nous avons conçu. Puis, nous présentons les procédés de cueillette et d'analyse des données de notre recherche, procédés prenant en compte les objectifs énoncés.

2.1. Caractéristiques des élèves participant à la recherche

Notre étude s'inscrit dans le cadre d'une recherche longitudinale sur l'enseignement de l'arithmétique qui a commencé au cours de l'année 2002-2003 (Lemoyne et Giroux, projet CRSH) auprès d'élèves *à risque* de la 2e année du 2e cycle du primaire. Ces élèves proviennent d'un milieu socio-économique moyennement défavorisé.[8]

Les élèves qui participent à notre recherche proviennent de trois classes régulières : deux classes de la 2e année du 3e cycle (classes A et B), et une classe de la 1ère année du 3e cycle (Classe C). Ces élèves ont été choisis par les enseignants titulaires de ces classes. Le tableau III (p. 53) indique le nombre d'élèves provenant de chacune des classes ; le nombre d'élèves dans chacune des classes qui présentent ou non des difficultés importantes d'apprentissage, selon le témoignage des enseignants titulaires de ces classes, est également spécifié. Comme le montre ce tableau, deux des trois élèves qui proviennent de la 1ère année du 3e cycle, ne présentent pas de difficultés importantes d'apprentissage; les enseignants ont toutefois jugé pertinents de leur faire profiter des situations de notre séquence, ces élèves bénéficiant peu des situations de résolution de problèmes présentées en classe.

---

[8] - Cette recherche est le fruit d'une concertation entre l'auteur de ce mémoire (étudiante-chercheure) et la directrice de ce mémoire (chercheure). Lorsque la directrice de ce mémoire intervient dans le déroulement des activités dans les classes, nous le précisons.

Tableau III

Distribution et caractéristiques des élèves participant à la séquence didactique

Classe	Nombre	Niveau	Difficulté d'apprentissage
A	2	2^{e} année du 3^{e} cycle	oui
B	3	2^{e} année du 3^{e} cycle	oui
C	2	1ère année du 3^{e} cycle	non
	1	1ère année du 3^{e} cycle	oui

Nous avons accueilli favorablement la proposition d'inclure dans notre échantillon des élèves de la 1ère année du 3^{e} cycle, pour les raisons suivantes. Bien qu'ils présentent tous des difficultés importantes d'apprentissage en mathématiques, les élèves des classes de la 2^{e} année du 3^{e} cycle ont eu l'occasion de construire plus de connaissances sur les nombres et les opérations que les élèves de la classe de 1ère année. Par ailleurs, les deux élèves de la 1ère année n'éprouvant pas de difficultés importantes d'apprentissage en mathématiques ont probablement développé des rapports aux mathématiques, notamment à la résolution de problèmes mathématiques, plus adéquats que ceux qu'ont pu construire les autres élèves ; cela semble être aussi le cas du troisième élève de cette classe qui, bien qu'ayant des difficultés importantes en mathématiques, montre un engagement soutenu et un «désir» de comprendre les mathématiques. Regrouper ces élèves nous est apparu une stratégie gagnante, chacun pouvant apporter une contribution diversifiée à l'apprentissage de l'ensemble du groupe. Nous avons donc saisi l'occasion offerte par les enseignants, mais avant de nous engager, nous avons demandé aux élèves ce qu'ils en pensaient. Tous les élèves se sont montrés enthousiastes.

Il importe également de mentionner que les classes de la 2^{e} année du 3^{e} cycle travaillent avec un système décloisonné, selon les orientations du programme de formation. Ainsi, les élèves sont regroupés selon leurs forces et leurs difficultés dans les différentes matières. Chacune de ces classes compte environ vingt-cinq élèves et en moyenne, sept élèves par classe présentent des difficultés d'apprentissage en mathématiques, selon les résultats académiques et les témoignages de leurs enseignants. Les observations que nous avons faites dans ces classes montrent que ces jugements sont fondés. L'option de ne travailler qu'avec cinq des quatorze élèves présentant des difficultés résulte d'échanges avec les enseignants qui ont porté à notre attention les éléments suivants :

a) les résultats de ces cinq élèves sont inférieurs à ceux des neuf autres élèves, ces derniers bénéficiant davantage que les premiers des activités de récupération offertes par les enseignants ;

b) les cinq élèves retenus souffrent de leur situation, ils veulent effectuer une entrée réussie à l'école secondaire, et sont prêts à s'investir pour changer cette situation.

Au cours de la première année du projet de recherche subventionné (2002-2003), dans lequel s'inscrit la nôtre, les élèves qui, en 2004-2005, font partie, des classes de la 2^e année du 3^e cycle, étaient dans des classes de la 2^e année du 2^e cycle. Ils ont alors bénéficié de situations informatisées et papier-crayon portant sur la numération et le calcul. Durant la seconde année (2003-2004), notre travail auprès de ces élèves (1ère année du 3^e cycle) a prolongé ces entrées sur l'arithmétique en nous centrant spécifiquement sur la résolution de problèmes, domaine crucial pour le développement de connaissances en mathématiques. La recherche actuelle s'inscrit dans le prolongement de ces activités. Le tableau IV présente les domaines du savoir arithmétique qui ont été objets du travail auprès de ces élèves au cours de cette étude longitudinale.

Tableau IV

Domaines du savoir arithmétique, objets des situations réalisées au cours de l'étude longitudinale

Année scolaire	Niveau académique	Domaines du savoir
2002-2003	2^e année 2^e cycle	numération ; calcul
2003-2004	1ère année 3^e cycle	arithmétique ; résolution de problèmes
2004-2005	2^e année 3^e cycle	arithmétique ; résolution de problèmes

2.2. Description du dispositif didactique

Le dispositif didactique que nous avons retenu, et que nous mettons à l'épreuve auprès des élèves, est le produit d'une convergence entre nos préoccupations d'étudiante-chercheure et celles des enseignants titulaires des classes de 3e cycle qui participent à l'étude longitudinale, préoccupations fortement teintées des résultats de l'étude préliminaire. Nous présentons donc, dans un premier temps, les résultats de cette étude.

2.2.1. Démarches et résultats de l'étude préliminaire

L'étude préliminaire a été effectuée en 2003-2004, auprès de deux petits groupes de quatre élèves, soit huit des dix-huit élèves des deux classes de la 1ère année du 3e cycle qui présentaient alors des difficultés en mathématiques. Cette décision a été prise après quelques rencontres avec les enseignants participant à la recherche et avec les élèves de leurs classes respectives. Il a alors été convenu de prendre appui sur les activités de résolution de problèmes réalisées en classe, ces activités étant généralement celles que l'on retrouve dans les manuels *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b), pour penser les situations de rédaction et de résolution de problèmes. Notre intention était alors de supporter le travail d'intégration des connaissances dérivant des problèmes réalisés en classe.

Les manuels *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b) comportent différents chapitres, chacun étant consacré à un objet spécifique du savoir enseigné au 3e cycle du primaire ; nous avons regroupé ces informations sous la forme d'un tableau que l'on retrouve à l'annexe I.

Lors de la réalisation de l'étude préliminaire, l'enseignement avait porté sur les contenus des chapitres 10 et 11 du manuel, à savoir sur les pourcentages et la comparaison intuitive des fractions. Notre présence en classe, au moment de la réalisation de quelques situations de ces chapitres, nous a permis de mieux connaître la manière dont les enseignants présentaient les diverses situations, organisaient et géraient le travail des élèves, et répondaient à leurs questions.

Voici un exemple d'une situation-problème provenant du manuel *Clicmath* :

Figure 2

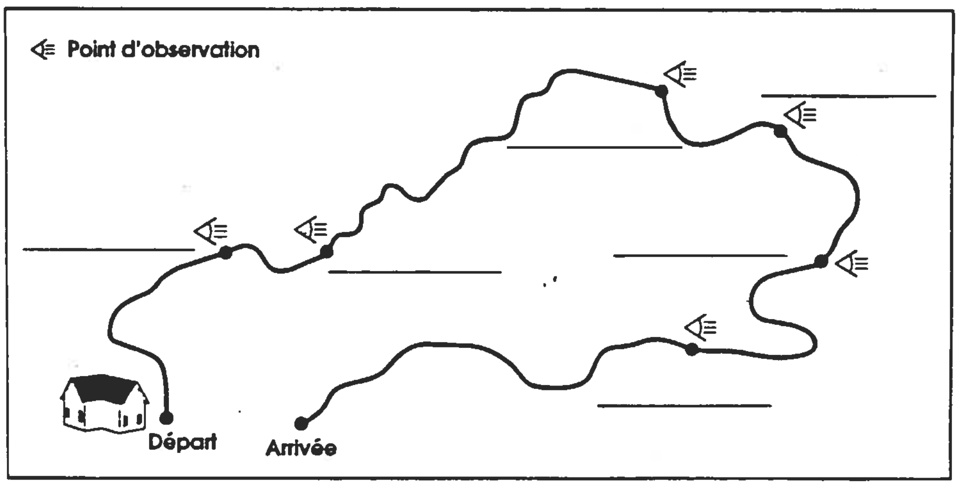
Exemple d'une situation-problème du manuel *Clicmath*

Le sentier de randonnée

Voici le nom et l'emplacement des six points d'observation qu'on trouve le long du sentier.

Points d'observation	Emplacement	Points d'observation	Emplacement
L'étang des canards	$\frac{1}{8}$ du parcours	La petite chute	$\frac{4}{5}$ du parcours
La falaise	$\frac{4}{9}$ du parcours	Le ruisseau	$\frac{1}{5}$ du parcours
La grande chute	$\frac{5}{8}$ du parcours	Le sommet	$\frac{1}{2}$ du parcours

Sur le plan ci-dessous, écris le nom de chacun des points d'observation. Explique ta démarche.



Des situations de révision et d'évaluation sont proposées à la fin de ces chapitres. Nous avons aussi eu accès aux traces des conduites des élèves dans la résolution des problèmes faisant partie des situations de révision et d'évaluation. Nous avons donc décidé de prendre appui sur ces situations pour le travail que nous allions effectuer auprès des élèves. Nous avons ainsi retenu quelques-uns des problèmes les moins bien réussis : ces problèmes sont reproduits à l'annexe II. Nous avons rédigé ensuite les problèmes suivants, problèmes isomorphes aux problèmes ayant causé des difficultés aux élèves :

Problème no. 1.

Louis est allé magasiner pour un nouveau vélo. Il en a remarqué cinq qui lui plaisaient beaucoup. À la maison, il discute avec ses parents et finalement, il prend la décision d'aller, le lendemain, acheter le moins cher. Louis ne veut pas dépenser tout son argent de poche pour ce vélo. Quel vélo Louis achètera-t-il? Explique comment tu as procédé.

Vélo	Prix avant le rabais	Pourcentage de rabais
A	620 $	25 %
B	575 $	20 %
C	800 $	40 %
D	750 $	50 %
E	1240 $	12,5 %

Problème no. 2.

Mathieu et Josée sont allés au dépanneur acheter des bonbons. Ils ont acheté le même nombre de bonbons, soit .... bonbons. Mathieu a mangé le 3/5 de ses bonbons et Josée, le 5/9 des siens. Qui a mangé le plus de bonbons ?

Question a) Peux-tu ajouter l'information qui manque dans ce problème et expliquer ton choix.

Question b) Trouve au moins deux façons de comparer le nombre de bonbons que chacun a mangés.

Question c) Dans le problème précédent, on avait oublié de dire aussi que Chloé était avec Mathieu et Josée et qu'elle a aussi acheté le même nombre de bonbons qu'eux. Chloé a mangé 9/15 de ses bonbons. Est-ce que la réponse que tu as donnée avant est toujours bonne? Explique pourquoi ?

Problème no. 3

Six élèves de deux classes de 5^e année, reconnus pour leur endurance, ont participé à un marathon pour récolter des fonds. Malheureusement, aucun n'a réussi à atteindre la ligne d'arrivée. Voici les performances de chacun :

Noms des élèves	Fractions ou pourcentages du trajet total réalisé
Sandra	4/5
Julien	16/20
Michelle	81%
Maxime	8/9
Josianne	75%
Marc	4/10

Classe les performances par ordre croissant, en effectuant le moins de calcul possible. Explique comment tu as procédé.

Il était prévu de présenter ces problèmes à deux reprises, soit avant et après les interventions didactiques sur la résolution de problèmes, ce qui nous permettrait d'évaluer la valeur de notre dispositif. Nous avons administré l'épreuve une première fois à tous les élèves des classes. Ces problèmes se sont avérés difficiles pour un grand nombre d'élèves, surtout pour les élèves faibles qui n'ont pratiquement rien produit. Nous avons ensuite commencé le travail auprès de nos deux petits groupes de quatre élèves. Il nous est apparu essentiel de prévoir un dispositif pour faire entrer les élèves dans les activités de rédaction, de correction et de résolution de problèmes, pour qu'ils puissent partager certaines de leurs connaissances sur les savoirs en jeu dans les activités qu'ils devront mener. Voici les consignes que nous avions déterminées pour l'entrée des élèves dans les situations de rédaction, correction et résolution de problèmes :

Consignes et questions pour la comparaison de fractions :

1- Depuis le début de l'année, tu as rencontré et utilisé divers nombres, en plus des nombres entiers. Peux-tu indiquer quels autres ensembles (on dira aussi sortes) de nombres tu as rencontrés et utilisés récemment en classe? (réponses attendues : fractions, pourcentages).
2- Si je dis fractions, à quels nombres penses-tu? Quelles sont les expressions que tu as rencontrées et qui sont formées du terme fraction? Quels nombres pourrais-tu associer à ces expressions?
3- À quoi servent les fractions? À calculer quoi? Et les fractions équivalentes?
4- Quels sont les tâches que vous avez faites et qui utilisaient les fractions?
5- As-tu fait des tâches qui utilisaient en même temps des fractions et des nombres entiers ?

Consignes et questions pour les pourcentages

1- Si je dis pourcentages, à quels nombres penses-tu ? Quelles sont les expressions que tu as rencontrées et qui sont formées du terme pourcentage? Quels nombres pourrais-tu associer à ces expressions?
2- À quoi servent les pourcentages ? À calculer quoi?
3- Quels sont les tâches que tu as faites et qui utilisaient les pourcentages?
4- Existe-t-il des liens de parenté (des rapports) entre les pourcentages et les fractions ? Peux-tu dire quelque chose sur ces liens ?
5- As-tu fait des tâches qui utilisaient en même temps des pourcentages et des nombres entiers ?

Ce travail s'est avéré extrêmement difficile pour les élèves. Nous avons travaillé quelques semaines sur ces questions et consignes. Nous avons d'abord travaillé les fractions équivalentes et les rapports. Pour ce faire, nous leur avons présenté le problème qui suit en leur demandant de compléter le tableau.

Le sel de table est souvent recommandé pour lutter contre les infections de la bouche, contre les maux de gorge. Comme gargarisant, on conseille de diluer le sel dans de l'eau; on dit généralement, de compter 4 mg de sel de table pour 20 ml d'eau. En autant qu'on respecte cette recette, il est possible de préparer ainsi diverses quantités de ce remède connu depuis longtemps. Pouvez-vous compléter le tableau suivant, remplacer le ? par la mesure appropriée, indiquer par des fractions les rapports entre les mesures de sel et d'eau, et écrire votre solution dans la colonne calculs.

Mesures de la quantité de sel en mg	Mesures de la quantité d'eau en ml	Fractions exprimant les rapports entre les mesures de sel et d'eau	Calculs
4	80		
1	?		
?	40		
8	?		
25	?		
?	2000		
5/10	?		
?	2,5		
75% de 8	?		

Les élèves ont éprouvé plusieurs difficultés à exprimer par des fractions équivalentes les rapports entre les quantités de sel et d'eau. Plusieurs explications et plusieurs exemples leur ont été proposés pour tenter de les amener à saisir le sens de ces fractions. Les élèves ne semblaient pas avoir l'habitude de s'arrêter sur le travail qu'ils font, pour essayer d'en comprendre la signification. Par exemple, lorsque nous avons présenté ce document aux élèves, nous avons d'abord exprimé, par une fraction, le rapport entre 4 mg de sel et 80 ml d'eau. Aucun élève n'a toutefois pu effectuer une réduction de la fraction 4/80, trouver une fraction équivalente à 4/80. Nous avons donc effectué et commenté cette réduction. Aucun élève n'a cependant pu mettre à profit ce que nous avions fait et commenté, pour compléter les entrées à la seconde ligne du tableau.

Lorsque nous avons terminé cette tâche, une élève nous a dit avoir compris, les autres avouant ne pas saisir. Nous avons donc décidé de passer directement à la phase de rédaction de problèmes. Voici les consignes pour la rédaction de problèmes :

> Les fractions, les pourcentages, comme nous l'avons vu au cours des semaines précédentes, ont des petits airs de parenté et sont utiles pour répondre à des questions variées, pour résoudre des problèmes.
>
> Ce que je vous propose c'est de former des équipes de deux. Chacune des équipes devra rédiger 4 problèmes sur les fractions, les pourcentages, et ensuite résoudre des problèmes rédigés par d'autres équipes. Avant de présenter les problèmes aux autres équipes, chacune des équipes devra bien sûr résoudre ses propres problèmes et me remettre ses solutions.
>
> Les problèmes doivent respecter les consignes suivantes :
>
> **1.** un problème doit comporter au moins 5 fractions et certaines des fractions doivent être plus difficiles à traiter que d'autres ;
> **2.** un problème doit comporter au moins 5 pourcentages et certains des pourcentages doivent être plus difficiles à traiter que d'autres ;
> **3.** un problème doit comporter à la fois des fractions et des pourcentages ;
> **4.** un problème libre… selon votre goût, mais il doit être difficile !
>
> Attention, les problèmes doivent exiger des solutions différentes, des calculs différents.

Ce travail s'est aussi avéré très difficile pour les élèves, mais ils ont tout de même produit quelque chose. Voici des exemples de problèmes composés par les élèves :

> **Problème 1 :**
> J'ai 600/600 dans ma banque. J'ai partagé avec Fanny 300/600. J'ai a 300/600 et Fanny elle a 200/600. Trouve comment Fanny elle a 200/600? Trouve comment Vanessa elle à 300/600 ?

Problème 2 :

a) Kimbie à 500 $ et 35 ¢ elle veut donner ¼ de sont argent à Camille. Combien Kimbie donne à Camille?

b) Camille à .... $ elle veut donner 2/8 de sont argent à Carl. Combien Camille donne?

Problème 3 :

Kimbie a 500,35 elle veux donné ¼ de sont argent à Camille ? Camille veux donné 2/8 de sont argent à Carl. Combien d'argent Camille a donné à Carl ?

Problème 4:

J'ai une boite de 60 crayons. J'ai ¼ bleu. J'ai 2/3 rouge. J'ai 1/10 vert. J'ai 2/5 noire. Combien il me reste de crayon? Combien de crayons bleus ai-je? Combien de crayons rouge ai-je? Combien de crayons vert ai-je? Combien de crayons noire ai-je?

L'année scolaire a, malheureusement, pris fin rapidement. Les élèves n'ont pas eu le temps d'examiner attentivement les problèmes rédigés et les solutions envisageables. Ce travail nous a toutefois convaincue de la pertinence de cette situation. Face à l'ampleur des difficultés rencontrées par les élèves dans la résolution des problèmes que nous avions rédigés, en nous appuyant sur les chapitres du manuel scolaire qui avaient été étudiés en classe, nous avons décidé d'orienter autrement notre action auprès de ces élèves. Il nous est apparu plus pertinent d'engager les élèves dans la résolution de problèmes additifs et multiplicatifs, isomorphes à ceux qu'ils ont pu rencontrer au 3^{e} cycle du primaire, ces problèmes de structures et de niveaux de difficulté différents, offrant de meilleures chances d'amener une évolution des connaissances et des pratiques en ce domaine.

2.2.2. Le dispositif didactique

Le dispositif didactique envisagé prend appui sur les études sur la résolution de problèmes mathématiques qui ont été examinées au chapitre précédent. Ces études montrent, entre autres, qu'une emphase sur la représentation de problèmes et sur le recours à diverses heuristiques de représentation et de résolution de problèmes, affecte positivement les habiletés et les pratiques des élèves en résolution de problèmes. Elle leur permet également de construire des connaissances importantes sur les opérations et les nombres. Dans son ouvrage, Julo (1995) montre ainsi qu'un entraînement à se représenter des problèmes, en recourant à divers outils, a des effets non négligeables sur les compétences et performances en mathématiques d'élèves présentant des difficultés en ce domaine. Nous tenterons donc, comme nous en avons déjà fait mention, de fournir une aide à la représentation en créant un environnement conditionnel (Julo, 1995).

Enfin, comme nous en avons également fait état au chapitre précédent, les études effectuées par Sensevy (1998) montrent que *«rédiger des problèmes, les corriger, les vérifier et les résoudre»*, constituent autant de situations propices à la construction de connaissances mathématiques, au changement d'habitudes.

Dans la construction de notre dispositif didactique, nous avons ainsi cherché à créer un milieu qui puisse permettre la mise en œuvre de situations de rédaction, de représentation et de résolution de problèmes. Nous présentons l'approche privilégiée dans la conception des situations-problèmes.

2.2.2.1. La conception des situations-problèmes

Les situations d'apprentissage sur la résolution de problèmes que nous avons envisagées visent à changer les habitudes des élèves en résolution de problèmes ; un tel changement nous apparaît un élément majeur favorisant une plus grande réussite des élèves en ce domaine, une meilleure compréhension des nombres et des opérations. Pour effectuer le choix de ces situations, nous avons d'abord tenu compte des situations qui étaient présentées dans les manuels de mathématiques du 3^{e} cycle du primaire, manuels en usage dans les classes de ces élèves. Nous effectuons d'abord une analyse des problèmes que l'on retrouve dans les manuels *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b).

Cette analyse sert de base pour la conception des situations qui sont présentées aux élèves. Nous décrivons ensuite les problèmes que nous avons retenus et qui sont présentés aux élèves. Nous montrons ensuite comment ces problèmes sont intégrés dans les situations didactiques et quelles sont les tâches que les élèves doivent accomplir. Nous terminons par une description du dispositif informatique qui sert de support aux situations didactiques ; nous montrons alors, à l'aide d'une situation, son déroulement.

2.2.2.1.1. Analyse des problèmes additifs et multiplicatifs présentés dans les manuels Clicmaths

Avant de concevoir nos situations didactiques, nous avons jugé pertinent d'analyser les différents problèmes arithmétiques qui sont présentés aux élèves dans les manuels *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b). Ces manuels constituent les outils d'enseignement et d'apprentissage dans les classes où se déroule notre recherche.

Nous avons d'abord pris note des thèmes abordés dans les problèmes. Nous avons appliqué la typologie des problèmes proposée par Vergnaud (1981) pour caractériser les structures mathématiques des problèmes. Nous avons également relevé les types de données numériques présentes dans ces problèmes. Les tableaux présentés à l'annexe III et IV rendent sommairement compte de ce travail d'analyse. Nous présentons, ici, un résumé de cette analyse.

Les thèmes abordés dans les problèmes sont similaires à ceux que l'on retrouve dans plusieurs manuels, du moins selon notre parcours des principaux manuels en usage au Québec. Il s'agit des thèmes suivants : les sports, les voyages, l'alimentation, la classe, les animaux, les égyptiens, les romains, les recettes, les rénovations, etc. Il est intéressant de noter que, dans un grand nombre de problèmes, on essaie de prendre en compte les intérêts des élèves. En voici un exemple:

> *«Marie-Denise a noté l'heure de diffusion des quatre émissions de télévision qu'elle regarde tous les jours. (16h-16h30 : Le magicien ; 16h30-17h30 : Ratatouille ; 17h30-18h : Collège McDouglas ; 19h-19h30 : Magali). Ces émissions sont diffusées du lundi au vendredi. Si Marie-Denise ne regarde aucune autre émission, combien de temps passe-t-elle à regarder la télévision par semaine»* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a)?

Les tableaux suivants résument les types de problèmes présentés dans chacun des manuels, ainsi que leurs fréquences relatives exprimées en pourcentages. Rappelons que ces types ont été définis principalement à partir de la typologie des problèmes additifs et multiplicatifs définie par Vergnaud (1981).

Tableau V

Types de problèmes présentés dans le volume 1

Problèmes additifs		
Types de problèmes	Nombres de problèmes de ce type	Fréquence
Calcul de moyenne	0	0
Composition de mesures	5	19 %
Transformation de mesures	1	4 %
Relation entre les mesures	3	12 %

Problèmes multiplicatifs		
Types de problèmes	Nombres de problèmes de ce type	Fréquence
Isomorphisme de mesure, proportionnalité simple	11	42 %
Isomorphisme de mesure, proportionnalité multiple	6	23 %
Cas d'un seul espace de mesure	2	8 %
Produit de mesures	2	8 %
Conversion de mesures	12	46 %

Tableau VI

Types de problèmes présentés dans le volume 2

Problèmes additifs		
Types de problèmes	Nombres de problèmes de ce type	Fréquence
Calcul de moyenne	2	2 %
Composition de mesures	6	6 %
Transformation de mesures	2	2 %
Relation entre les mesures	0	0 %

Problèmes multiplicatifs		
Types de problèmes	Nombres de problèmes de ce type	Fréquence
Isomorphisme de mesure, proportionnalité simple	50	48 %
Isomorphisme de mesure, proportionnalité multiple	16	15 %
Cas d'un seul espace de mesure	4	4 %
Produit de mesures	18	17 %
Conversion de mesures	25	24 %

Comme le montrent ces tableaux, les problèmes multiplicatifs sont plus présents que les problèmes additifs, notamment dans le deuxième manuel. Les problèmes additifs en sont presque absents. Dans le premier manuel, les problèmes additifs de composition de mesures et de relation entre mesures se retrouvent plus fréquemment que les autres types de problèmes additifs. Dans chacun des manuels, les problèmes multiplicatifs d'isomorphisme de mesures à proportionnalité simple et de conversion de mesures occupent un espace privilégié. Les problèmes multiplicatifs impliquant des produits de mesures sont surtout présentés dans le second manuel ; ces problèmes nous semblent prendre appui sur les connaissances construites en géométrie (ex : calcul de périmètres et d'aires de polygones).

Dans notre analyse des problèmes présentés dans les manuels, notre regard s'est enfin porté sur les données numériques. Les tableaux suivants regroupent les informations ainsi obtenues.

Tableau VII

Données numériques problèmes présentés dans le volume 1

Données numériques	Nombre de problèmes	Fréquence
Nombres naturels: supérieurs à 1000	2	9 %
Nombres naturels: inférieurs à 1000	11	48 %
Nombres décimaux : jusqu'aux dixièmes	0	0
Nombres décimaux : jusqu'aux centièmes	1	4 %
Nombres décimaux : jusqu'aux millièmes	0	0
Pourcentages	0	0
Fractions simples	2	9 %
Heures	10	43 %

Tableau VIII

Données numériques présentées dans le volume 2

Données numériques	Nombre de problèmes	Fréquence
Nombres naturels: supérieurs à 1000	3	3 %
Nombres naturels : inférieurs à 1000	32	30 %
Nombres décimaux : jusqu'aux dixièmes	10	10 %
Nombres décimaux : jusqu'aux centièmes	14	13 %
Nombres décimaux : jusqu'aux millièmes	6	6 %
Pourcentages	4	4 %
Fractions simples	12	11 %
Heures	6	6 %

On constate que près de la moitié des problèmes du premier manuel et près du tiers des problèmes du second manuel incluent des nombres naturels inférieurs à 1 000. Dans le premier manuel, plusieurs problèmes traitent d'heures. Par ailleurs, les problèmes incluant des nombres décimaux sont davantage présents dans le deuxième manuel, conformément aux directives des programmes de mathématiques.

L'analyse des problèmes dans les manuels nous permet de mieux cibler notre travail. En effet, nous ne souhaitons pas augmenter la charge de travail des élèves présentant des difficultés d'apprentissage ; nous cherchons plutôt à accroître leurs compétences en résolution de problèmes. Nous voulons aussi que ce travail leur soit utile dans leur parcours scolaire. Pour mieux apprécier les situations que nous avons mises à l'épreuve, il nous semble important, dans un premier temps, de caractériser ces différentes situations. Les précisions concernant les tâches que comporteront ces différentes situations seront ensuite données, ces tâches étant inscrites dans un environnement informatique qui sera alors décrit.

2.2.2.1.2. Caractéristiques des situations

Le dispositif didactique que nous souhaitons éprouver comporte diverses situations d'apprentissage. Dans chacune de ces situations, les élèves sont invités à effectuer l'une ou l'autre des tâches suivantes :

- rédiger un problème à partir d'une illustration ;
- illustrer un problème ;
- écrire une «expression mathématiques» qui montre les relations entre les données d'un problème ;
- résoudre des problèmes ;
- se prononcer sur les problèmes, les illustrations, les expressions mathématiques et les solutions effectuées par les autres élèves.

2.2.2.1.2.1. Situations d'apprentissage

Trois «situations d'apprentissage» sont présentées aux élèves. L'arrimage de ces situations aux problèmes rencontrés dans les manuels est d'abord fait en tenant compte des structures mathématiques et des données numériques que comportent ces problèmes. Ces situations visent donc la construction de rapports adéquats aux problèmes additifs et multiplicatifs les plus couramment rencontrés dans ces manuels.

Toutefois, pour que de tels rapports puissent être construits, nous tenons à présenter des problèmes de mêmes structures que ceux des manuels, mais exigeant un travail plus important d'analyse des relations entre les données. Avant de présenter chacune des situations, il importe de donner quelques précisions sur le déroulement et la gestion des situations.

Lors de la réalisation de ces situations, les élèves sélectionnés pour notre projet sont regroupés en dyades et parfois en équipe de trois, s'il y a des élèves absents. Davenport et Howe (1999) mentionnent que la collaboration entre pairs, en mettant l'accent sur l'explication de son raisonnement, est une démarche bénéfique en ce qui concerne les processus cognitifs et les stratégies utilisées en résolution de problèmes, ce qui appuie notre choix de faire travailler les élèves en équipe. De plus, Davenport et Howe (1999) concluent leur recherche en disant que le travail collaboratif a tendance à faire augmenter la performance des élèves.

Nous n'avons pas de critères pour la formation de ces équipes puisque tous les élèves qui participent à notre recherche sont des élèves d'un niveau équivalent.

Nous avons convenu, avec les enseignants, de travailler au rythme d'une période d'environ quarante-cinq minutes par semaine, pour au moins huit semaines. Nous rencontrons les élèves durant des moments autres que le temps consacrés aux mathématiques ; ils peuvent ainsi bénéficier des situations que nous leur offrons et de celles qu'ils rencontrent dans leurs classes respectives, les mathématiques étant pour ces élèves une matière faible. Un lien avec l'enseignement effectué en classe est constant. Nous travaillons ainsi sur des problèmes isomorphes à ceux qu'ils rencontrent habituellement.

Les situations d'apprentissage se distinguent par les tâches que les élèves doivent réaliser. Dans la construction de la **première situation**, nous nous sommes grandement inspirée des travaux effectués par Sensevy (1998), travaux qui montrent toute l'importance de la tâche de rédaction de problèmes dans le développement des connaissances et dans le changement de pratiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage. Les élèves sont invités à rédiger des problèmes, puis à les résoudre. Pour cela, ils disposent d'illustrations plus ou moins schématiques des problèmes, illustrations produites par l'étudiante-chercheure et la chercheure. Il leur faut donc donner sens à ces illustrations. Nous travaillons en deux temps ; nous présentons d'abord deux illustrations aux élèves pour qu'ils se familiarisent avec la tâche demandée. Nous formulons les questions suivantes :

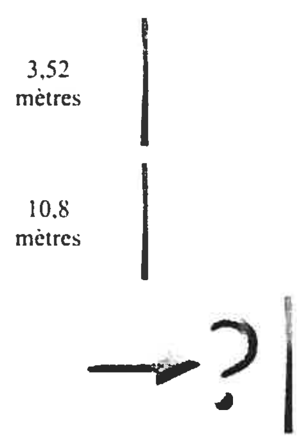
1- De quoi, selon vous, parle le problème qui a servi à faire l'illustration?

2- D'après vous, s'agit-il d'un problème d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division?

3- Pouvez-vous maintenant rédiger un problème qui va avec cette illustration?

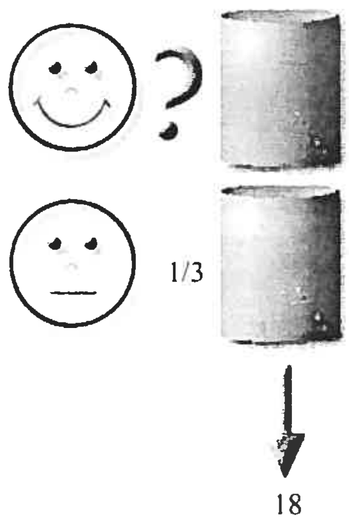
Ensuite, nous les laissons aller seuls. Nous présentons donc chacune des illustrations avec le problème dont elle est issue. Les deux premiers problèmes sont ceux que nous avons utilisés pour l'introduction à l'activité :

Problème 1.1. La neige
Selon les statistiques provenant d'Environnement Canada, depuis le début de l'hiver actuel, il est tombé 3,52 mètres de neige dans la région de Montréal. Environnement Canada prévoit qu'il tombera, d'ici la fin de l'hiver, 10,8 mètres de neige de plus que ce qu'il n'est tombé jusqu'à maintenant. Si les prévisions d'Environnement Canada se réalisent, combien de neige sera-t-il tombé sur Montréal durant cet hiver?



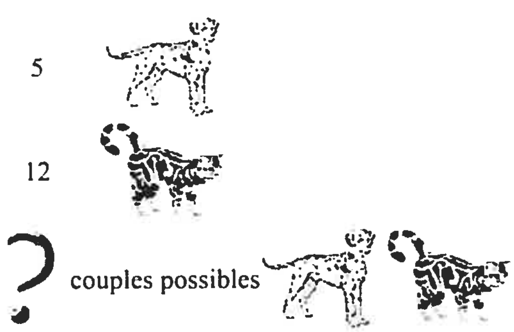
Problème 1.2. Le jus d'ananas

Antoine est un grand consommateur de jus d'ananas. Au cours du mois de novembre, il ainsi bu une très très grande quantité de jus d'ananas. Considérant qu'il avait bu trop de jus durant ce dernier mois, il a décidé au mois de décembre de ne boire que 1/3 de ce qu'il avait bu en novembre. S'il a bu 18 litres de jus durant le mois de décembre, quelle a été sa consommation de jus durant le mois de novembre.



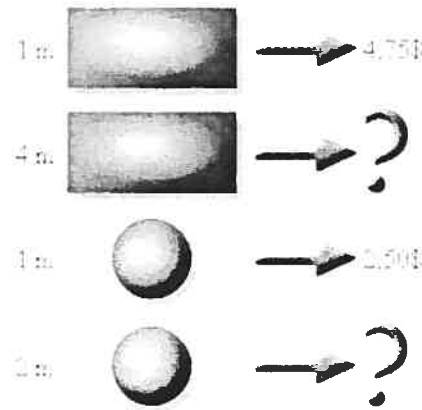
Problème 1.3. Chiens-chats

Monsieur Richard est propriétaire d'une animalerie. Il décide de faire une grande promotion pour encourager l'achat de couples de chiens et chats. Si dans son animalerie, il a 5 chiens et 12 chats, combien de couples différents d'animaux pourrait-t-il, en principe, former?



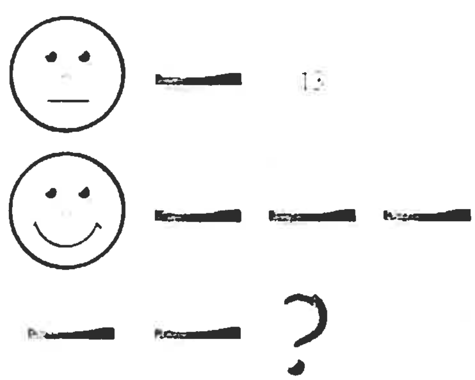
Problème 1.4. Tissu-couture

Pour sa nouvelle chambre, la mère de Magalie lui a offert de lui faire des nouveaux rideaux. Elle était très contente et avait envie de quelque chose de différent. Après avoir feuilleté quelques magazines de décoration, elle a choisi un motif avec deux sortes de tissus. Elle acheté 4m d'un tissu à 3.75$ le mètre et 2m d'un autre tissu à 2.50$ le mètre. Combien a-t-elle payé en tout?



Problème 1.5. Anniversaire

C'est l'anniversaire du père de Claudine aujourd'hui! Elle aime beaucoup jouer avec les chiffres et elle a constaté qu'aujourd'hui, il est 5 fois plus âgé qu'elle. Si elle a 13 ans, quel âge avait le père de Claudine hier?



Chacune des équipes est invitée à consigner ses solutions aux problèmes qu'elle a rédigés, mais à ne pas dévoiler ses solutions. Chacune des équipes doit ensuite évaluer, puis résoudre les problèmes écrits par d'autres dyades. Lorsque chacune des équipes aura complété chacune des tâches de rédaction, de résolution et d'évaluation, elle est invitée à exposer les corrections qu'elle a faites aux textes des problèmes rédigés par les autres dyades (si bien sûr, ces corrections ont été jugées nécessaires) et ses solutions des problèmes ; chacune des équipes qui a rédigé les problèmes doit ensuite donner son interprétation de chacune des illustrations et exposer ses solutions aux problèmes qu'elle a rédigés. Chacune des dyades défend ainsi son point de vue, mais s'il n'y a pas consensus, l'enseignant n'insiste pas.

Les problèmes additifs et multiplicatifs qui sont présentés aux élèves ont été pensés à partir des analyses des problèmes de *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b). Nous nous sommes inspirée des illustrations schématiques produites par Vergnaud (1981) pour construire les diverses illustrations offertes aux élèves. Les types de problèmes choisis pour construire les illustrations sont les suivants :

a) problèmes multiplicatifs : isomorphisme de mesures, proportionnalité simple ; (1.2. le jus) ; produit de mesures (1.3. chiens-chats) ; cas d'un seul espace de mesure (relation de types «fois plus, «fois moins» ; 1.5. anniversaire) ;

b) problèmes additifs : relations entre mesures de types «de plus», «de moins» (1.1. la neige) ; composition de mesures (1.4.tissu-couture). Ces illustrations sont construites avec l'environnement informatique.

Dans la **deuxième situation**, les élèves sont invités à produire des illustrations et des écritures symboliques (expressions arithmétiques) de problèmes, puis à résoudre les problèmes. Les problèmes sont rédigés par l'étudiante-chercheure et la chercheure. Comme l'ont montré Lemoyne, René de Cotret, Coulange et Brouillet (Lemoyne, Brouillet, René de Cotret, 2001 ; Lemoyne, René de Cotret et Coulange, 2002), produire une illustration et y associer également une écriture symbolique obligent à un travail fondamental et fort bénéfique sur la structure mathématique d'un problème ; si les outils pour la création d'illustrations sont limités, ce travail oblige à une dé-contextualisation et à une re-contextualisation du problème. Les énoncés des problèmes présentés à chacune des dyades sont différents. Ces problèmes sont isomorphes aux problèmes présentés en classe aux élèves, et à ceux de la première situation. Voici ces problèmes ; nous indiquons, entre parenthèses, de quel type de problème il s'agit :

2.1. Viva la leche!
Pour être en bonne santé, le ministère de la santé, selon le guide canadien de l'alimentation, recommande de boire quatre verres de lait par semaine. Selon cette recommandation, combien de verres de lait devrait-on boire par année (Indice : il y a 52 semaines dans un année)?
(Isomorphisme à proportionnalité simple)

2.2. Anniversaire mouillé
C'est la fête ! Les amis de Jean et lui-même ont soif ! Jean va chercher une bouteille de lait de 2 L. Il veut remplir six verres ayant chacun une capacité de 225 ml. Y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?
(Isomorphisme à proportionnalité simple avec conversion de mesures)

2.3. Histoire de chats!
Dans une animalerie, l'espace est compté! Dans une petite cage, on peut loger quelques chats. Sur une tablette, on peut mettre sans problème 15 petites cages. Puisqu'on dispose de 5 tablettes, on a réussi à loger 225 chats. Combien de chats une petite cage contient-elle?
(Isomorphisme à proportionnalité simple)

2.4. Laveuse défectueuse
Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?
(Composition de mesures)

2.5. Champion de basket!
Félix fait partie de l'équipe de basket de son école. Il veut devenir un champion. Il demande donc à son père de lui faire un petit terrain devant la maison. Il estime que son terrain idéal de pratique devrait faire 4 mètres de largeur et 6 mètres de longueur. Avec cette superficie, il devrait en avoir assez pour se pratiquer. Quelle est l'aire de ce terrain idéal?
(Produit de mesures)

2.6. Qui est le plus grand ??
À la garderie, après l'école, Alexis et sa sœur ont été mesurés. Alexis mesure 1m 25 cm. Sa petite sœur mesure 27 cm de moins que lui. Combien mesure la petite sœur de Alexis?
(Relation entre les mesures de type «de moins»)

2.7. Histoire de cartes!
Marc et François sont deux bons amis. Ils collectionnent tous les deux les cartes de hockey. Marc envie un peu François parce qu'il a 6 fois plus de cartes que lui, il en a 144. Combien Marc a-t-il de cartes?
(Cas d'un seul espace de mesures; relation entre les mesures de type «fois plus»)

Les contraintes imposées dans la composition des illustrations, comme nous pourrons le voir dans la description de l'environnement informatique, peuvent faire en sorte que des énoncés qui, en surface, sont différents, peuvent être associés à des illustrations ayant en commun certains objets.

Enfin, comme à la situation précédente, chacune des équipes est invitée à consigner ses solutions aux problèmes qui lui ont été présentées, mais elle ne doit pas toutefois dévoiler ces informations. Chacune des équipes fait l'évaluation des illustrations et des expressions associées des autres équipes, puis essaie de résoudre les problèmes qui, selon elle, peuvent être associés à ces illustrations et/ou expressions. Lorsque chacune des équipes a complété chacune des tâches précédentes, elle expose les corrections qu'elle a faites aux illustrations et aux expressions produites par les autres équipes (si bien sûr, ces corrections ont été jugées nécessaires), ainsi que ses solutions des problèmes ; chacune des équipes qui a effectué les illustrations doit ensuite donner son interprétation de chacun des problèmes et exposer ses solutions. Il y a donc une rotation des problèmes. Chacune des dyades défend ainsi son point de vue, mais s'il n'y a pas consensus, l'enseignant n'insiste pas.

Une discussion autour des différentes illustrations pour un même problème conclut cette situation. Cette discussion est dirigée par l'étudiante-chercheure et la chercheure. Nous souhaitons amener les élèves à explorer différentes façons de faire, mais aussi à être capables d'expliquer leur raisonnement. Nous mettons ainsi l'accent sur l'explication des raisonnements.

La **troisième** situation, reprend la première situation, mais les illustrations offertes à chacune des équipes sont matériellement différentes ; elles peuvent toutefois toutes être associées à des problèmes de même type. Chacune des équipes est donc invitée à produire des énoncés, en y associant une écriture mathématique, pour les autres dyades qui doivent évaluer ces problèmes, les résoudre et y joindre des expressions arithmétiques. Cette situation est donc une occasion, pour les élèves, d'éprouver les connaissances qu'ils ont pu construire.

Les types de problèmes sont isomorphes à ceux présentés aux autres situations. Pour chacun de ces types de problèmes, nous avons construit trois illustrations, en variant la taille des nombres, les contextes, les données à calculer. Chacune des équipes se voit donc offrir deux illustrations, de niveau de complexité différente. Il s'agit donc de trois problèmes isomorphes, qui peuvent être associés à des illustrations de même type. Nous présentons chacun des problèmes (en indiquant entre parenthèses de quel type il s'agit) suivi des trois illustrations associées à ce problème. Les illustrations sont réduites à 1/3 de leur grandeur originale.

Problème 3.1. Partie de billes

> Louise est habituellement très bonne aux billes. Aujourd'hui, sa chance tourne. Elle a perdu 64 billes lors de sa première partie et 32, lors de sa deuxième. Il lui reste maintenant 176 billes. Combien de billes avaient-elles avant la première partie ?
> (Transformation de mesure)

Illustration 3.1.1 Les billes

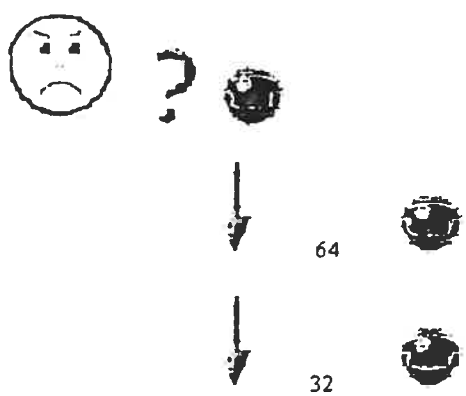


Illustration 3.1.2. Le voleur

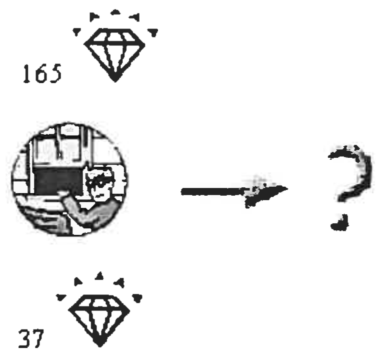
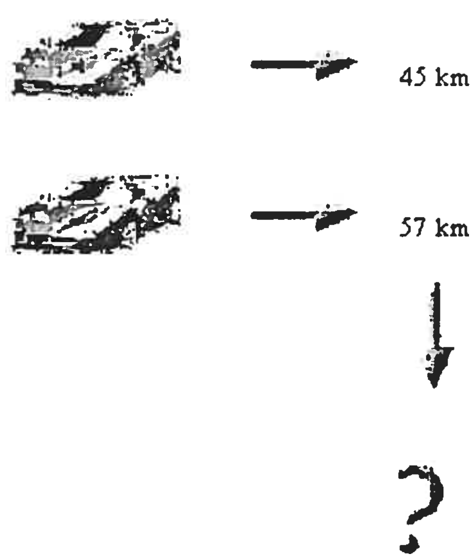


Illustration 3.1.3. Voyage en voiture



Problème 3.2. Le mobile

Jade, Hanako et Noémya veulent réaliser un mobile pour mettre dans la classe. Pour cela, elles veulent utiliser 600 pailles. Jade en prend 148 et Hanako en prend deux fois plus. Combien de pailles Noémya prendra-t-elle? (Cas d'un seul espace de mesure de type «fois plus»)

Illustration 3.2.1. La maison de pailles

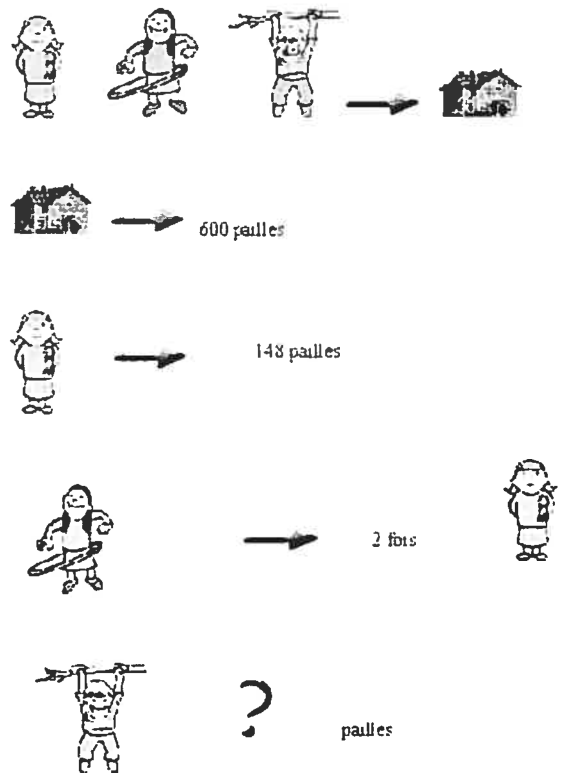


Illustration 3.2.2. La salade de fruits

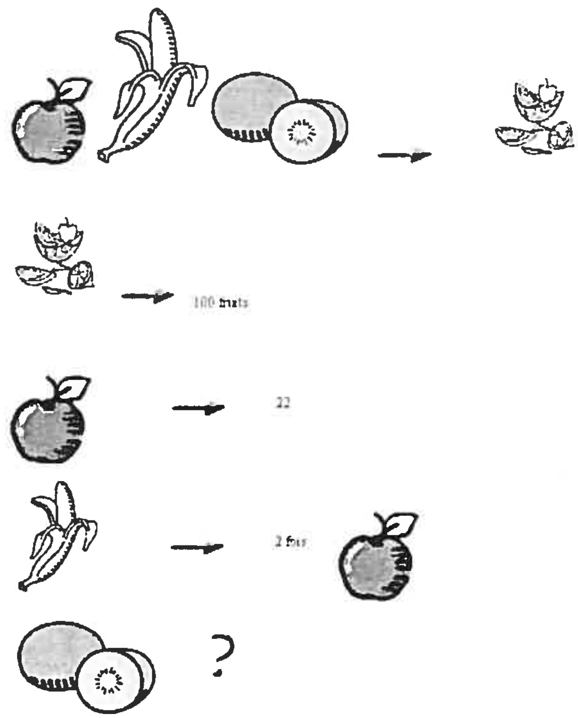
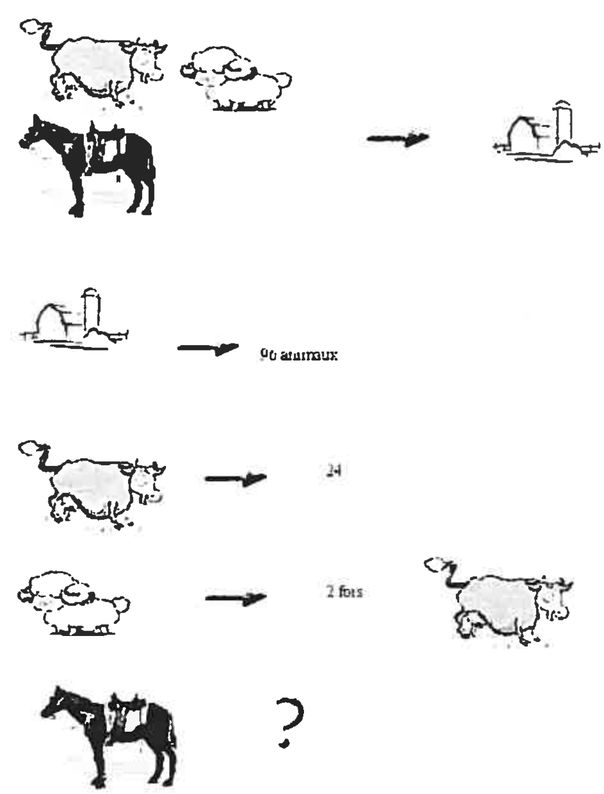


Illustration 3.2.3. Les animaux de la ferme



Problème 3.3. Magasinage heureux

Stéphanie adore le magasinage! Elle essaie d'aller faire un tour au centre d'achats, à chaque semaine, pour voir les nouveautés. Cette semaine, elle a vu une superbe jupe en laine, juste comme elle les aime! Elle décide donc de l'acheter. Elle coûte 95,67$, taxes comprises. Elle a 6 billets de 20$. Combien d'argent de plus ou de moins aura-t-elle ?
(Relation additive de mesures)

Illustration 3.3.1. La jupe

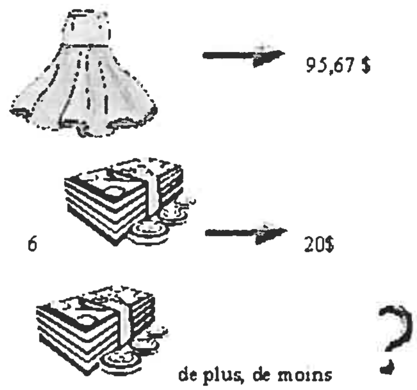


Illustration 3.3.2. Disques compacts

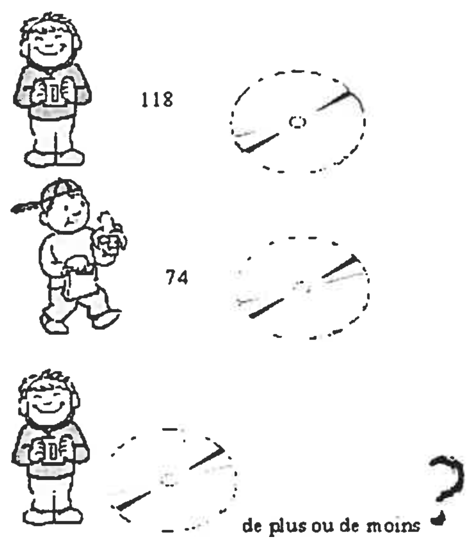
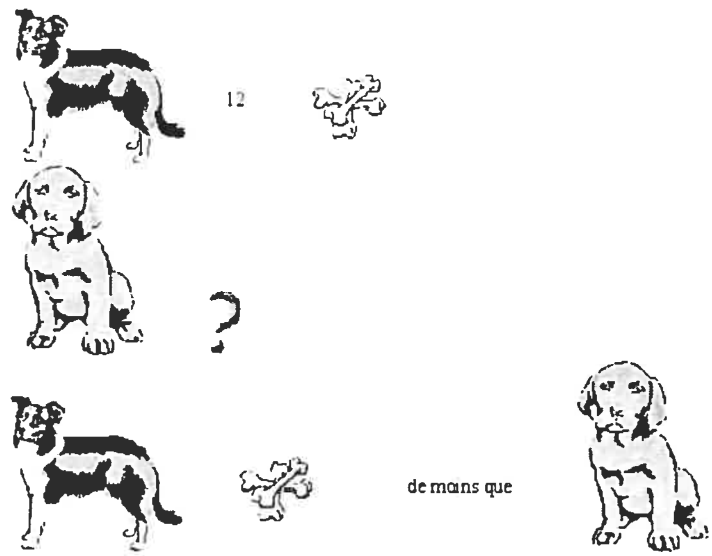


Illustration 3.3.3. Histoire d'os



Problème 3.4. La livraison

Serge est livreur de chips. Il doit faire plusieurs dépanneurs dans sa journée. À Longueuil, il fait 3 dépanneurs et il répartit 45 sacs de chips dans chacun. À St-Hubert, il livre dans 4 dépanneurs et il distribue 52 sacs dans chacun. Combien de sacs doit-il avoir au minimum dans son camion ?
(Composition de mesures)

Illustration 3.4.1. Sacs de provisions

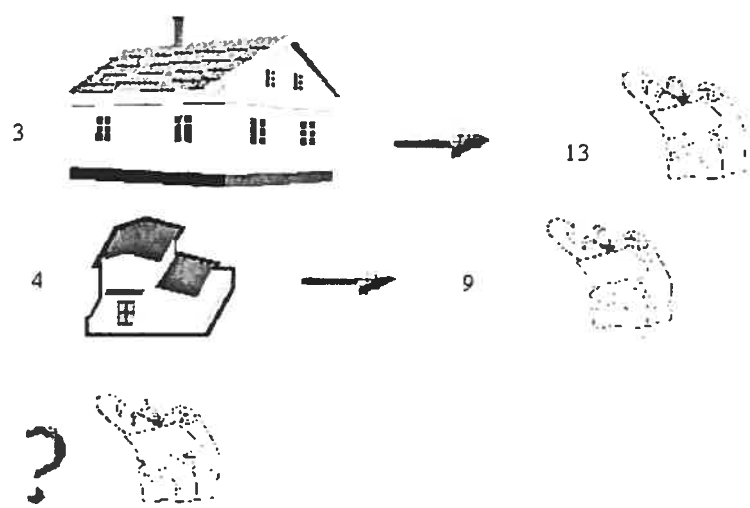


Illustration 3.4.2. Les boîtes

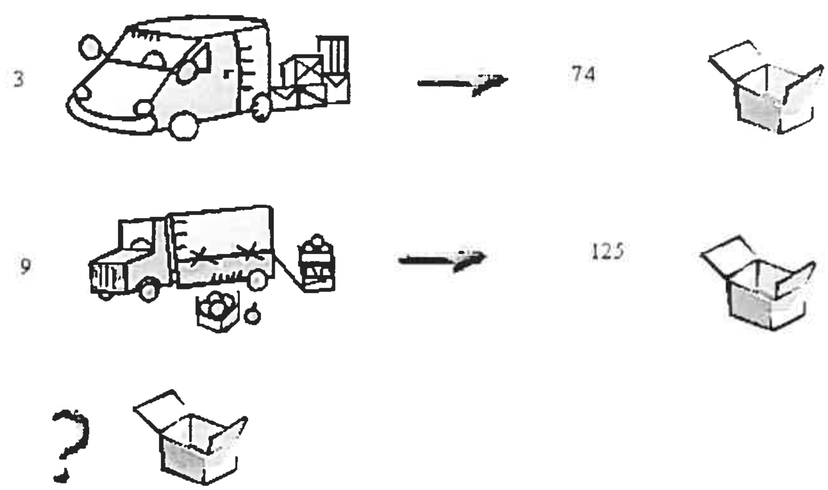
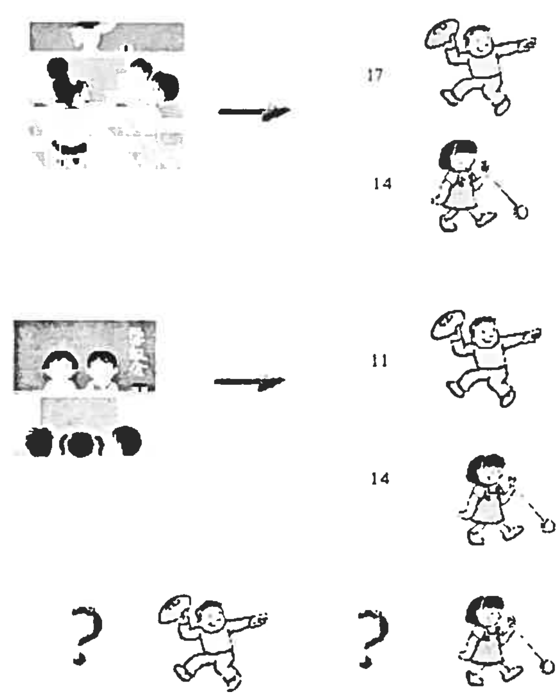


Illustration 3.4.3 Les garçons et les filles



Problème 3.5. Les poissons !

Ma voisine est partie en vacances et je dois nourrir ses 32 poissons durant 7 jours. Si la consommation de mes 8 poissons pour une semaine est de 3,5 g de nourriture, combien de g de nourriture pour poisson dois-je apporter pour nourrir tous ces poissons durant 7 jours?

(Isomorphisme à proportionnalité simple)

Illustration 3.5.1. Les poissons

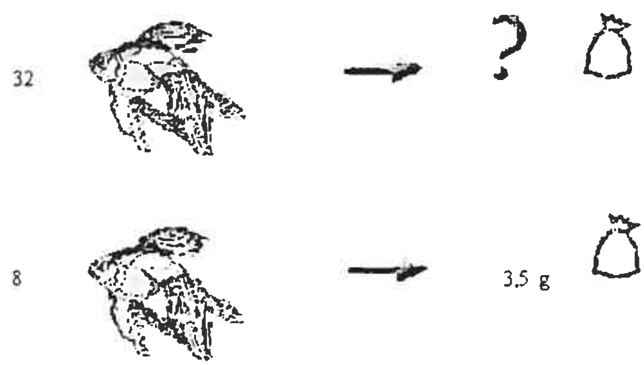


Illustration 3.5.2. Les timbres

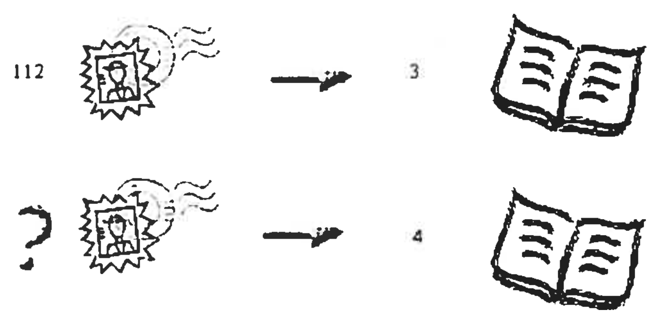
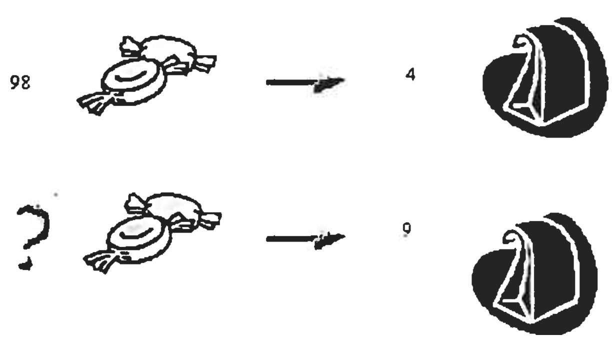


Illustration 3.5.3. Les bonbons



Problème 3.6. Sandwichs au jambon

C'est le temps de faire un peu de changement! Un épicier veut créer 12 variétés de sandwichs au jambon. Il dispose de 4 variétés de pain. Combien de variétés de jambon doit-il avoir ?

(Produit de mesures)

Illustration 3.6.1. Sandwich au jambon

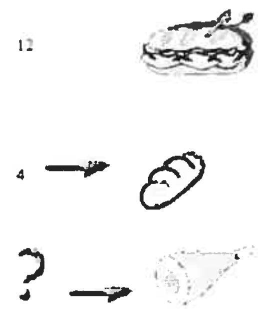


Illustration 3.6.2. Les danseurs

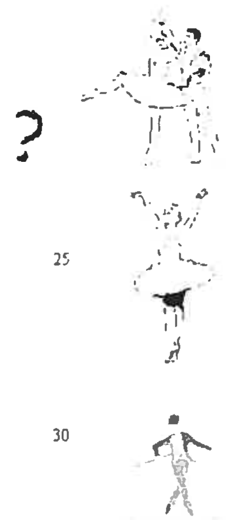
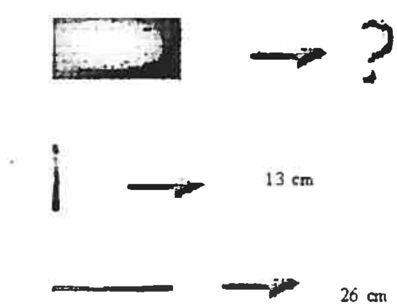


Illustration 3.6.3.



2.2.2.1.3. Le dispositif informatique pour la réalisation des situations

Dans les situations d'apprentissage, comme nous l'avons mentionné antérieurement, les élèves sont conviés à diverses tâches : rédaction d'énoncés de problèmes, productions d'illustrations, écritures d'expressions mathématiques, résolution de problèmes. La réalisation de ces tâches prend place dans un environnement informatique qui leur est déjà familier, mais qu'il importe toutefois de préciser.

Dans la construction de l'environnement «Résolution de problèmes» (Lemoyne, Brouillet et René de Cotret, 2001 ; Lemoyne, René de Cotret, Coulange, 2002), les chercheures en didactique (Lemoyne, René de Cotret, Coulange, 2002) se sont inspirées des travaux sur la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Les informaticiens oeuvrant avec elles (F. Brouillet et plus récemment, F. Famelart) ont ainsi élaboré un environnement permettant d'engendrer aisément par attribution de valeurs à des paramètres une variété de tâches, selon les objets de savoir visés. Ce travail est sous la responsabilité de l'enseignant. À cet effet, il est utile de mentionner que l'inscription dans l'environnement peut être faite comme enseignant ou comme élève.

Dans la première version de cet environnement (2003-2004), trois types de tâches pouvaient être définies par l'enseignant ; les élèves devaient donc réaliser les tâches suivantes dans un ordre déterminé:

- tâche no.1 - construire une représentation imagée (le terme représentation est celui utilisé par les concepteurs ; il s'agit d'une illustration) d'un problème arithmétique, en utilisant les outils de représentation à sa disposition dans l'environnement;
- tâche no.2 - produire une écriture mathématique à partir d'une représentation d'un problème produite par un autre sous-groupe d'élèves, ne connaissant pas le problème donné à ce sous-groupe;
- tâche no.3 - rédiger un problème à partir d'une écriture mathématique, sans avoir accès ni au problème dont elle est issue, ni à sa représentation.

Ces tâches réalisées, chaque élève était invité à examiner les productions des autres élèves. Prenant en compte les informations initiales données aux différents sous-groupes, chaque élève était invité à corriger, si nécessaire, les productions des autres. Seulement lorsque ce travail était terminé, chaque sous-groupe d'élèves pouvait intervenir pour expliquer ce qu'il avait fait. Enfin, tous les élèves devaient se prononcer sur les relations entre les problèmes initialement donnés et les problèmes produits par les élèves.

Dans une classe d'élèves de la 1ère année du 3e cycle, lors des premières mises à l'essai de cet environnement (2003-2004), dix problèmes différents ont été proposés aux élèves; ces différences pouvaient concerner les relations mathématiques entre les données, les contextes, les nombres et la réalisation linguistique. L'enseignant avait attribué un de ces problèmes à chaque dyade d'élèves (tâche no.1); la distribution des autres tâches étant prise en charge par l'ordinateur. Enfin, les outils offerts par l'environnement pour la construction des représentations étaient les suivants:

Outils d'écriture ABC **:** un rectangle dans lequel l'élève peut écrire apparaît à l'écran ; le nombre de caractères est fixé par l'enseignant, ne pouvant toutefois excéder vingt caractères;

Images d'objets concrets  **:** chat, chien, bille, fromage, maison, pomme, poire, sac, voitures (rouge ou bleu), tête stylisée montrant diverses humeurs (quatre humeurs différentes), tirelire ;

Images d'objets relationnels  **:** flèches (direction et orientation variées), point d'interrogation ;

Images d'objets géométriques  **:** cubes, cylindres, sphère, triangles et rectangles de taille différente; segments horizontaux et verticaux ;

Les figures suivantes montrent les outils ainsi offerts.

Figure 3

Présentation des divers types d'outils

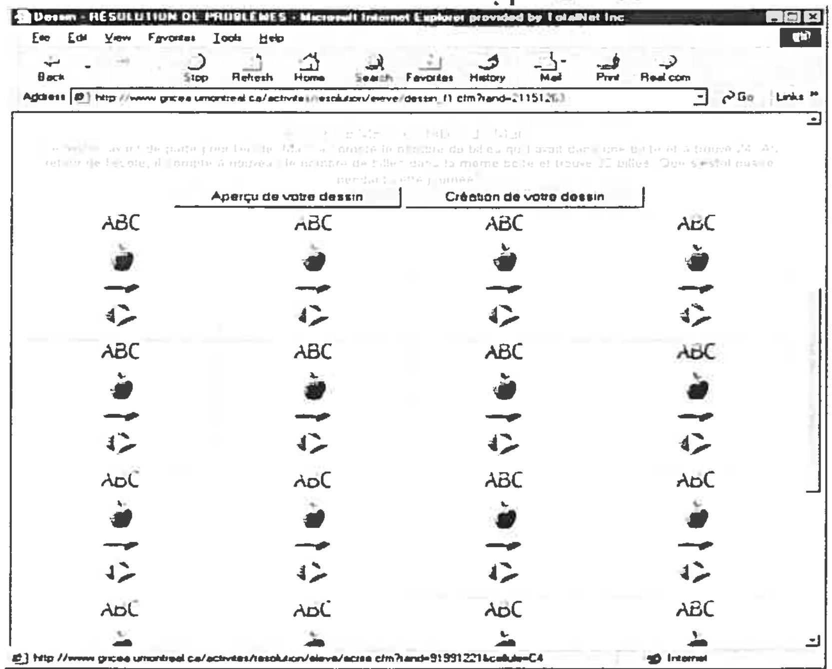


Figure 4

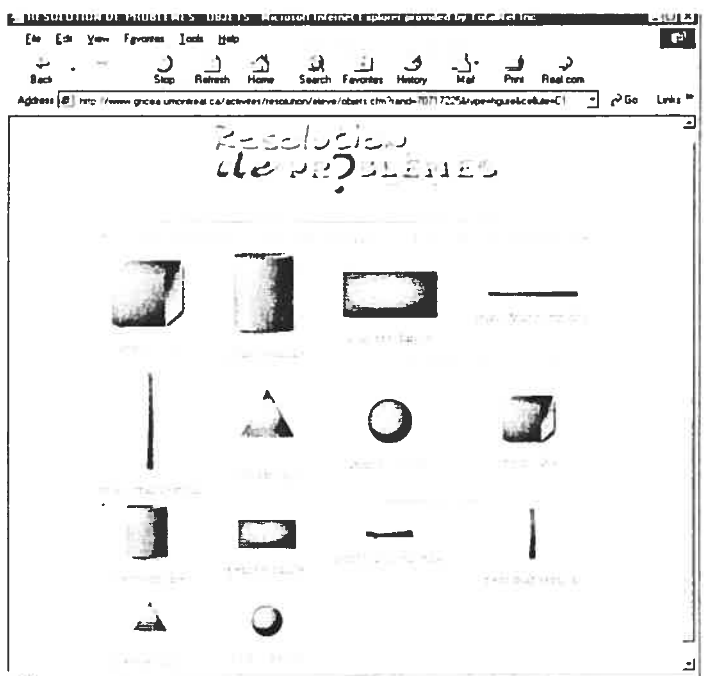
Images d'objets concrets 

Figure 5

Images d'objets relationnels

Figure 6

Images d'objets géométriques

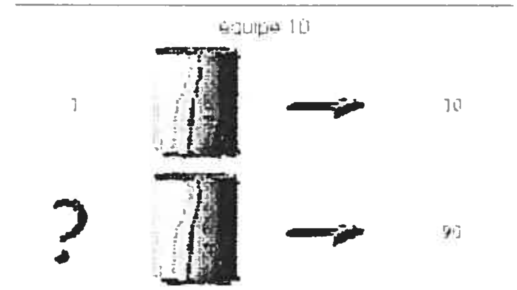


Le nombre d'objets qui peut être utilisé pour une représentation est limité à seize (16), soit un objet par case. Cette contrainte affecte les représentations construites par les élèves et conduit à une distanciation des attributs initiaux d'un problème.

Cet environnement a été mis à l'essai dans plusieurs classes du primaire et du secondaire (Lemoyne, Brouillet, René de Cotret, 2001). Nous reproduisons, à titre d'exemple, la représentation d'un problème multiplicatif construite par une équipe d'élèves de 4e année primaire. Ce problème est le suivant :

> Pour recueillir des fonds pour une visite au zoo, Maude décide de vendre des boîtes de chocolat. Si chacune des boîtes se vend 10$ et que Maude réussit à vendre pour 90$, combien de boîtes de chocolat a-t-elle vendues ?

Figure 7
Représentation du problème de Maude



Dans notre recherche (2004-2005), comme nous l'avons mentionné précédemment, il nous est apparu important d'imposer les contraintes précédentes sur les outils de représentation disponibles. Toutefois, il nous a semblé tout aussi important de pouvoir revoir les paramètres concernant la séquence de tâches à exécuter. L'environnement a ainsi été modifié pour qu'il soit possible de choisir le nombre de tâches à exécuter et la séquence d'exécution de ces tâches. Nous avons aussi ajouté une quatrième tâche (tâche no. 4), soit de rédiger un problème à partir d'une représentation (illustration), sans avoir accès ni au problème, ni à l'expression mathématique qui y est associée.

2.3. Constitution et analyse des données de la recherche

Les données de notre recherche sont constituées de l'ensemble des données provenant de l'application du dispositif didactique. Avant d'expliquer comment nous recueillons ces données, nous tenons à décrire l'épreuve qui est présentée aux élèves en difficulté qui sont les acteurs de notre dispositif, ainsi qu'à tous les élèves de leurs classes respectives, avant et après l'application du dispositif didactique.

2.3.1. Données provenant d'une épreuve présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique

Bien que nous prenons note des conduites des élèves au cours de l'ensemble des situations et pouvons ainsi apprécier les difficultés et l'évolution des connaissances de ces élèves, il est pertinent de pouvoir nous fier à une mesure plus usuelle des compétences des élèves en résolution de problèmes. Ainsi, nous avons composé des problèmes isomorphes (même structure mathématique, contexte différent, etc.) à ceux qui sont présentés lors de la séquence didactique. Rappelons que ces problèmes sont également représentatifs des problèmes que l'on retrouve dans les manuels *Clicmaths* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b) (voir les analyses précédentes).

Nous avons ainsi rédigé dix problèmes additifs et multiplicatifs, de structures comparables à celles des problèmes présentés dans les manuels :

a) problèmes multiplicatifs : isomorphisme de mesures (proportion simple), produit de mesures, relation entre mesures de types «fois plus» ou «fois moins»;

b) problèmes additifs : composition de mesures ; relation entre mesures de types «de plus» ou «de moins».

Nous avons aussi fait en sorte que deux de ces problèmes fassent appel à un travail de conversion de mesures. Voici les dix problèmes présentés aux élèves :

Problème no. 1

Marie-Josée marche tous les jours pour aller à l'école et elle arrive toujours à l'heure. La distance qui sépare l'école de chez elle est de 0,9 km. Elle part à 7h et elle avance à une vitesse de 60 m par minute. À quelle heure arrivera-t-elle à l'école, si elle maintient la même vitesse et n'arrête jamais au cours de son déplacement ?

Problème no. 2

Plusieurs élèves vont venir à la danse de Noël cette année. Il y aura plus de filles que de garçons, mais elles ont décidé de ne pas faire de jaloux et de danser chacune avec chacun des garçons. S'il y a 200 filles et 50 garçons, combien de couples de danseurs seront formés au cours de cette soirée ?

Problème no. 3

Pour une recette de biscuits au pain d'épice, Félix prend un grand contenant de 5L. Il y a déjà 3250 ml de mélange dans le contenant. Le contenant sera-t-il assez grand pour contenir toutes les autres quantités nécessaires à la réussite de ses biscuits ?

a) 125 ml de crème

b) 215 ml de cannelle

c) 1,2 L lait

d) 375 ml d'amandes broyées

Problème no. 4

22 000 spectateurs sont allés au match de football pour voir les *Alouettes* de Montréal. On attend jusqu'à 100 000 individus de plus pour la grande finale. Selon ces informations, combien y aura-t-il de spectateurs à la finale ?

Problème no. 5

Alexandre se prépare pour faire une soupe avec des légumes se trouvant dans le réfrigérateur. Il prend 1/3 des carottes et environ 2/5 du brocoli. Il prend 6 carottes pour faire sa soupe. Combien y avait-il de carottes dans le réfrigérateur ?

Problème no. 6

La petite sœur de Marc est allée faire une visite au zoo avec l'école, dans le cadre de son projet sur les animaux africains. Elle a beaucoup aimé sa visite et n'arrête plus de raconter ce qu'elle a vu, ce qu'elle a appris. Une information a retenu l'attention de Marc. La girafe femelle pèse environ 75 kg. À sa naissance, le bébé girafe pèse environ 300 fois moins que la femelle qui le met au monde. Si la femelle pèse 75 kg au moment où naît son petit, quelle est la masse du bébé girafe ?

Problème no. 7

Dans sa cour, Martin a tracé un petit terrain de soccer rectangulaire où sa jeune soeur apprend à jouer. Le terrain a une aire équivalente à 18 carrés de un mètre de côté. Son périmètre est de 18 m. Quelles sont les dimensions du terrain ?

Problème no. 8

Éric, Mélissa, Maud et Martin sont des frères et soeurs. Ils veulent faire un cadeau pour la fête de leur maman. Ils décident donc de mettre en commun leurs économies. Ils se rencontrent dans la chambre de Maud. Chacun a apporté l'argent qu'il pouvait dépenser. Éric a 20$, Mélissa a 8,65$ et Maud, 12,10$. Martin, le petit dernier, n'a pas compté ses sous. S'ils ont compté 50$, combien d'argent Martin a-t-il donné ?

Problème no. 9

Pour la culture du saumon, on met des œufs dans l'Atlantique et le Pacifique. On utilise 376 contenants de 1000 œufs de saumon de l'Atlantique et on utilise 3 139 boîtes de 100 œufs de moins pour l'océan Pacifique. Combien d'œufs utilise-t-on dans l'océan Pacifique ?

Problème no. 10

Dans l'industrie, les rouleaux de papier d'emballage pour sceller les produits sont très gros. Leur diamètre peut atteindre 70 cm. À la maison, les plus gros rouleaux ont un rayon de 5 cm. Combien de fois les rouleaux que l'on utilise à la maison sont-ils plus petits que ceux que l'on retrouve dans l'industrie?

Les élèves qui participent à la séquence didactique sont invités à résoudre ces problèmes avant et après leur participation à la séquence didactique. Ces problèmes sont soumis, aux mêmes moments, aux autres élèves des classes de la 2^{e} année du 3^{e} cycle et de la 1^{e} année du 3^{e} cycle (classes dont font partie les élèves participant à la séquence didactique). Les élèves doivent faire ces problèmes seuls, sans demander de l'aide. À l'entrée et à la sortie de la séquence, il leur est demandé d'essayer de résoudre en entier ou partiellement le plus grand nombre de problèmes et enfin, de laisser traces de leurs démarches, même si certains de leurs calculs sont faits mentalement.

2.3.2. Données provenant des conduites et interactions lors de la séquence didactique

Lors de la réalisation de la séquence didactique, sont conservées toutes traces écrites et orales des conduites des élèves dans la réalisation des différentes situations, ainsi que des interactions entre les élèves et, entre les élèves et l'étudiante-chercheure et la chercheure. Nous enrichissons également nos données de toutes observations effectuées, non seulement au cours des différentes situations que comporte notre séquence, mais aussi lors de périodes d'enseignement précédant le travail avec les petits groupes d'élèves. Nous gardons également toutes les traces des copies des élèves, de leurs travaux d'apprentissage, de révision ou d'évaluation faits en classe. Mentionnons aussi que toutes les actions effectuées lors des situations d'apprentissage, et à l'aide de l'environnement informatique, sont conservées dans une base de données. Enfin, nous nous devons d'être attentive à toutes observations provenant des enseignants titulaires des classes qui participent à notre recherche, avec lesquels nous avons eu une discussion après chacune de nos rencontres, au cours de laquelle, nous leur faisons un compte rendu de ce qui s'est passé avec les élèves qui participent à la séquence didactique et écoutons leurs suggestions.

CHAPITRE 3 : Analyse des résultats

L'analyse des résultats de notre recherche procède en deux temps. Nous effectuons d'abord une analyse des conduites des élèves faibles qui ont bénéficié de notre séquence didactique et des interactions entre ces élèves, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors du déroulement de cette séquence. Nous procédons ensuite à l'analyse des conduites de ces élèves, et des élèves de leurs classes respectives, à l'épreuve passée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique. Nous sommes ainsi en mesure de mieux apprécier les performances de chacun des élèves faibles, en nous référant non seulement aux performances des élèves de leurs classes, mais également aux conduites et interactions de chacun des élèves faibles au cours des situations de notre séquence.

3.1. Analyse des conduites des élèves faibles et des interactions lors de la séquence didactique

Les élèves sont les premiers acteurs de la réalisation de ce projet didactique. Il a été pensé et créé pour eux et sera essayé et utilisé par eux. Leurs réflexions, leurs actions, leurs interactions, avec leurs condisciples ou avec nous, chercheure et étudiante-chercheure, sont porteuses d'une multitude de renseignements qui nous aiderons à évaluer la pertinence de ce projet. Une attention particulière a donc été portée à l'analyse des conduites et des interactions au cours des situations que comporte notre séquence. Dans cette analyse, nous serons également attentive à l'évolution des connaissances des élèves et à la transformation de leurs habitudes en résolution de problèmes.

Pour faciliter cette analyse, nous avons jugé essentiel de reproduire intégralement les activités qui sont constituantes de chacune des situations de notre séquence. Il nous semble aussi important, puisque ce projet a été réalisé auprès d'élèves présentant des difficultés, de rendre compte des conditions effectives de réalisation de ces activités.

3.1.1. Première situation : interprétation d'illustrations et rédaction de problèmes associés à ces illustrations

La première situation se veut d'abord une situation d'introduction. Trois périodes d'environ quarante-cinq minutes y ont été consacrées, au rythme d'une période par semaine. En raison de problèmes techniques avec le programme informatique, nous avons commencé à travailler avec le support «papier-crayon», tout en essayant, le plus possible, de nous servir du programme pour créer les illustrations de problèmes. La dernière période a cependant été réalisée avec l'environnement informatique sur la «Résolution de problèmes» (adresse : www.gricea.umontreal.ca/DidacTIC).

Dans cette première situation, les élèves ont été invités à former de petites équipes de deux, afin de rédiger des problèmes, à partir d'illustrations que nous leur avons fournies. Ils devaient ensuite évaluer et corriger les problèmes que les autres équipes avaient faits. Ces tâches ont été effectuées dans un petit local attenant aux classes de 3^{e} cycle, ce qui n'a pas simplifié le travail en raison de fréquentes visites d'élèves ou d'enseignants.

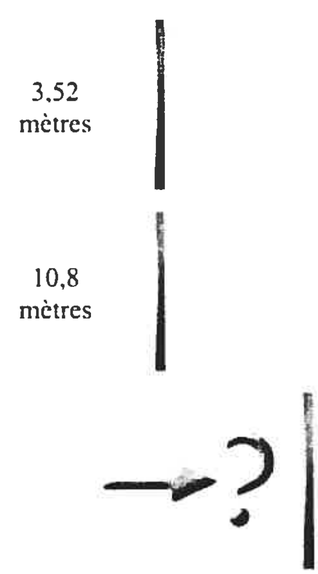
3.1.1.1. Première situation : première période

Lors de la première rencontre, nous avons d'abord eu une petite discussion avec les élèves sur ce qu'est une illustration. Nous avons conclu, avec eux, qu'il s'agissait d'un dessin. Ensuite, nous nous sommes mis au travail. Pour le premier problème, nous avons discuté des deux premières questions avec les élèves pour qu'ils puissent entrer dans un travail d'interprétation de dessins, dans la perspective de rédiger un problème, travail original pour eux. Les élèves ont ensuite composé leurs problèmes en équipe de deux. Pour le deuxième problème, nous avons seulement répondu à la première question ensemble et les élèves, en équipes de deux, ont ensuite répondu à la deuxième et composé un problème. Nous ne donnions pas de contraintes. Nous demandions simplement aux élèves de composer un problème mathématique, en racontant une histoire (consigne suggérée par les élèves après la présentation initiale).

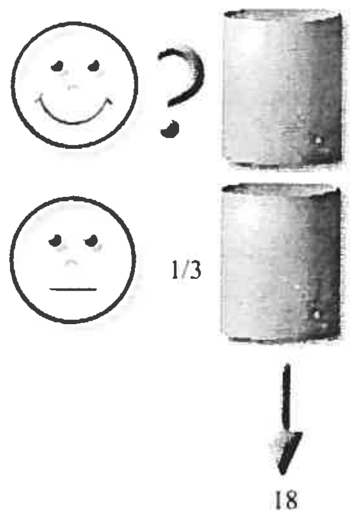
Le deuxième problème nous a semblé plus accessible aux élèves. En effet, l'illustration est beaucoup plus visuelle (avec les visages souriants ou non et un cylindre qui peut ressembler à un verre ou à un contenant, par exemple) et moins abstraite que celle présentée au premier problème (de simples lignes verticales). Pour le premier problème, les élèves ont en effet éprouvé de la difficulté à imaginer un autre contexte que celui de la longueur, de la largeur ou de la hauteur. Il nous a d'ailleurs été plus facile de faire l'illustration associée au deuxième problème que celle associée au premier problème.

Voici les problèmes à partir desquels nous avons travaillé pour cette première situation, et les illustrations que nous avons présentées aux élèves. Ces problèmes ne sont révélés aux élèves qu'à la fin de la première situation.

Problème 1.1. La neige
Selon les statistiques provenant d'Environnement Canada, depuis le début de l'hiver actuel, il est tombé 3,52 mètres de neige dans la région de Montréal. Environnement Canada prévoit qu'il tombera, d'ici la fin de l'hiver, 10,8 mètres de neige de plus que ce qu'il n'est tombé jusqu'à maintenant. Si les prévisions d'Environnement Canada se réalisent, combien de neige sera-t-il tombé sur Montréal durant cet hiver?



Problème 1.2. Le jus d'ananas
Antoine est un grand consommateur de jus d'ananas. Au cours du mois de novembre, il a bu une très très grande quantité de jus d'ananas. Considérant qu'il avait bu trop de jus durant ce dernier mois, il a décidé au mois de décembre de ne boire que 1/3 de ce qu'il avait bu en novembre. S'il a bu 18 litres de jus durant le mois de décembre, quelle a été sa consommation de jus durant le mois de novembre.



Le premier problème est un problème de relations entre des mesures, selon la typologie définie par Vergnaud (1981). Le deuxième problème est un problème multiplicatif à proportionnalité simple, toujours selon Vergnaud (1981). Pour chacun des problèmes, nous posions trois questions :

1- De quoi, selon vous, parle le problème qui a servi à faire l'illustration?

2- D'après vous, s'agit-il d'un problème d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division?

3- Pouvez-vous maintenant rédiger un problème qui va avec cette illustration?

Nous présentons maintenant un extrait des interactions entre l'étudiante-chercheure, la chercheure et les élèves qui montre bien la difficulté des élèves à interpréter le premier dessin. Pour des raisons de confidentialité, nous avons identifié chacun des élèves par la lettre E suivi d'un chiffre (ex : E1) ; les élèves E1 à E5, inclusivement, sont des élèves faibles de la 2e année du 3e cycle (6e année), tandis que les élèves E6 à E8, inclusivement, sont des élèves de la 1e année du 3e cycle, seul l'élève E8 étant toutefois jugé faible. La chercheure est identifiée par un C et l'étudiante-chercheure par ÉC. Malheureusement, nous n'avons pu enregistrer tous les échanges qui ont eu lieu à cette première rencontre, notre magnétophone ayant cessé de fonctionner. Nous avons toutefois pu compter sur nos notes personnelles.

Extrait 1 : interprétation de la première question associée au premier dessin

C	On pourrait peut-être démarrer sur celui-là en faisant un petit tour sur celui-là. D'après vous, de quoi peut parler un problème où on a fait un dessin comme celui-ci?
ÉC	On regarde le dessin, qu'est-ce qu'on voit? E7, «lis-moi» le dessin.
E7	Ça parlait de 3,52 mètres
ÉC	De…
E7	Largeur, longueur?
ÉC	Ok, ça pourrait être une largeur. Continue.
E7	10,8 mètres
ÉC	Ça pourrait être quoi?
E7	Une longueur
ÉC	Ok, essayons. Et puis après, qu'est-ce que ça veut dire l'autre dessin en dessous?
E7	Une mesure avec un point d'interrogation à côté
ÉC	Ok, ça pourrait être ce genre de problème. Est-ce qu'il y a quelqu'un qui a une autre idée? Ça pourrait être quel genre de problème? À part la longueur et la largeur?
E1	Ah! la hauteur
C	N'oublie pas que lorsqu'on fait les dessins, on ne fait pas nécessairement exactement le calque de ce qu'il y avait dans le problème. Ça pourrait représenter quoi un bâtonnet comme ça ? On a une mesure pour le premier, on a une mesure pour le deuxième. Est-ce que vous êtes d'accord que le deuxième devrait être pas mal plus long ? C'est pour montrer qu'il s'agit de deux objets qui sont les mêmes, qui sont les mêmes choses.
	…
C	Ça pourrait être quoi le problème? On ne sait pas la mesure, mais est-ce qu'on pourrait la trouver? Avez-vous une hypothèse? Comment pourrait-on trouver la mesure?
E1	On peut faire 3,52 fois 10,8
C	Et là, ça fait une mesure de quoi si on fait une multiplication? Lorsqu'on fait des mètres fois des mètres, ça donne quoi?
E7	L'aire
C	L'aire, oui. Mais on pourrait chercher plus simplement que ça
E5	Mais il n'y a pas beaucoup d'espace pour compter l'aire

Comme le montrent les échanges suivants, la participation des élèves dans l'interprétation du dessin n'est pas comparable l'une à l'autre. Dès le départ, l'élève E7 interprète la mesure du premier bâtonnet comme une mesure de largeur ou de longueur. Les questions du chercheur et de l'étudiante-chercheure semblent interprétées par les élèves comme une invitation à associer la mesure du second bâtonnet à un autre type de mesure que celle retenue pour le premier bâtonnet. L'élève E1 propose alors de multiplier ces mesures ; ce calcul est reconnu par l'élève E7 comme un calcul pour obtenir l'aire d'une figure.

Extrait 2 : interprétation de la seconde question associée au premier dessin

C	Regardez maintenant la deuxième question
E4	D'après-vous, s'agit-il d'un problème a) d'addition b) de soustraction c) de multiplication d) de division
C	Ok, on fait le tour. Alors E1, vous pensez que c'est quoi?
E1	La multiplication
C	Vous vouliez calculer quoi avec une multiplication?
E1	3,52 fois 10,8
C	Et ça va donner les mesures de quoi ça?
E1	Ben, mesure
C	Est-ce qu'il y a quelqu'un d'autre qui pourrait penser autrement
ÉC	Toi, tu penses que c'est quel genre de problème?
E5	Une multiplication mais ça pourrait marcher avec l'addition. Mais moi, la manière que je fais ça en maths, je fais ça avec la multiplication

L'interprétation de la seconde question, si on considère le traitement de la première question, conduit naturellement au choix de la multiplication. D'ailleurs, le chercheur invite en premier l'élève E1 à se prononcer ; on sait que cet élève est celui qui a antérieurement proposé une multiplication. L'invitation du chercheur à penser autrement ne semble pas remettre en cause le premier choix. Selon l'élève E5, il s'agit de faire autrement le calcul de la multiplication; il aurait été intéressant, si le temps l'avait permis, de demander à cet élève de s'expliquer et aux autres d'interpréter les propos de l'élève E5.

Nous exposons les problèmes rédigés par les élèves pour chacun des dessins qui leur ont été présentés. Nous avons recopié intégralement leur libellé.

Problèmes associés à la première illustration (la neige):

Équipe A

E1	La table du salon mesure 3,52 de largeur et 10,8 de longueur quelle est l'aire de la table
E5	La table du salon mesure 3.52 de large et 10,8 longueur quelle est l'aire de la table. Calcul : 3,52 x 10,8 = 4016

Équipe B

E4	A la naissance de George le serpent mesurait 3.52 m, après plusieur annee maintenant il mesure 10,8 mètres Combien de mètres a-t-il entre 3,52 et 10,8m?
E3	*rien*

Équipe C

E6	Julie achète un frigo et un boa le frigo mesure 3,52 mètres et le boa 10,8 mètres la différence des aubjets est la mesure de la table?
E7	Julie achete un frigo de 3,52 m et un boa de 10,8m la différence de mètres qu'il entre le boa et le frigo est la mesure de la table. Quelles est la largeur de la table?

Les problèmes associés au premier dessin par les élèves de l'équipe A (Élèves E1 et E5), comme il fallait s'y attendre, sont des problèmes multiplicatifs impliquant le calcul de l'aire ; ces élèves s'étaient précédemment prononcés en faveur d'une multiplication. Ces élèves ont aussi intégré les remarques de l'élève E7 sur le calcul de l'aire. Les élèves des équipes B et C rédigent des problèmes additifs impliquant une différence entre deux mesures. Les contextes choisis par ces équipes montrent une certaine créativité, une certaine ouverture ; ils gardent des idées de longueur, de largeur et de hauteur, mais dans un contexte fort intéressant. Curieusement, l'élève E7 faisant équipe avec l'élève E6, ne rédige pas un problème multiplicatif traitant de l'aire, mais bien un problème additif ; il est possible que les élèves de cette équipe aient cherché à faire autrement que ce qui avait été retenu antérieurement.

Problèmes associés à la seconde illustration (le jus d'ananas):

Équipe A

E1	il y a un petit geogre qui a des bonbons mes goegette pleur parce que elle a moin elle la elle demende a geoge de lui en donner mes geoge veut pas parce que il veut savoir combien il en a (Combien geoge a de bonbon?)
E5	Il y a Kika qui a un sac au comple mais Puffy la a son sac de nourriture 1/3, mais il se mais ensemble il peut avoir 18. (Problème non complété)

Équipe B

E4	*n'a pas terminé la rencontre…*
E3	Il y a un petit qui sappela gorge qui à des bonbons mes gorgette pleur parce qu'elle en a mois elle an a 1/3 (Callculon combien gorge an a! en tou il en a 18)

Équipe C

E6	Julie et Jennifer on 18 autocolants en tout Julie en nas 1/3 Combien Jennifer en nas combien
E7	Julie et Jennifer ont 18 autocollants en tous. Julie a le 1/3 et Jennifer a le reste. Combien d'autocollants Jennifer a-t'elle?

Les problèmes rédigés par les élèves des différentes équipes montrent que ces élèves interprètent de la même façon les symboles «?» et « ↓ ». En effet, dans tous les problèmes le nombre 18 est associé à la réunion de collections. Toutefois, seuls les énoncés produits par les élèves E6 et E7 de l'équipe C sont relativement explicites ; dès la première phrase, ces élèves donnent la mesure du tout, ce qui leur permet de traiter ensuite la fraction représentant une partie de ce tout et de formuler une question sur le nombre d'objets associés à l'autre partie du tout.

La première période de cette première situation se termine ainsi par la rédaction des problèmes ; ces problèmes ne sont examinés qu'à la deuxième période consacrée à cette première situation. Mais, avant de rendre compte de cet examen, il nous semble pertinent de relever la pauvreté « langagière » des énoncés produits. Comme nous l'ont dit les élèves, c'était la première fois qu'on leur demandait de rédiger des problèmes. Il est par ailleurs intéressant de noter que ce sont les problèmes «classiques» ou «usuels», notamment, les problèmes rédigés par l'équipe A (premier dessin) et l'équipe C (second dessin), qui sont les mieux rédigés ; il faut reconnaître toutefois que les textes de ces problèmes sont très courts.

3.1.1.2. Première situation : deuxième période

Lors de la deuxième rencontre, nous avons fait la lecture, la correction et la résolution des deux problèmes rédigés par chacune des équipes. Nous avons fait le premier problème ensemble, les élèves se montrant récalcitrants à entamer ce travail. Pour le deuxième problème, nous avons essayé de faire la dévolution de cette tâche, mais sans succès. Nous avons donc pris la décision de travailler avec l'ensemble des élèves. Nous n'avons toutefois imposé aucune contrainte. Nous avons simplement demandé aux élèves de regarder les problèmes, de choisir celui qu'ils préféraient parmi ceux associés au premier dessin. Ensuite, nous avons demandé s'ils étaient capables de le résoudre et si oui, avec quelle opération mathématique. Enfin, les élèves ont été invités à faire des corrections aux textes des problèmes, en soulignant que ces problèmes devaient être rédigés dans une langue adéquate et devaient être suffisamment explicites pour pouvoir être résolus.

Quelques éléments sont à souligner quant aux conditions dans lesquelles s'est déroulée cette deuxième rencontre. Nous sommes encore dans le petit local entre les deux classes. L'élève E3 est très dérangeant, plus encore que lors de la première rencontre. Nous devons constamment arrêter le travail pour intervenir auprès de cet élève qui perturbe le travail des autres, et le déroulement de la situation.

Nous avons retranscrit quelques extraits des interactions qui se sont produites lors de cette deuxième rencontre. Au symbolisme utilisé antérieurement, nous ajoutons le symbole «E?» lorsque nous ne parvenons pas à distinguer, sur l'enregistrement audio, l'élève qui s'exprime. De plus, à la fin des extraits, nous avons inséré les problèmes initiaux sur lesquels nous avons travaillés avec les élèves, suivis de ces mêmes problèmes corrigés.

3.1.1.2.1. Examen et correction des problèmes associés au premier dessin

L'examen des problèmes associés au premier dessin est d'abord effectué. Les extraits suivants rendent compte des conduites et des interactions lors de cet examen.

Extrait 1 : interactions lors de l'examen des problèmes rédigés par l'équipe A

Les problèmes rédigés par les élèves de l'équipe A sont d'abord examinés ; il s'agit des problèmes suivants :

E1	La table du salon mesure 3,52 de largeur et 10,8 de longueur quelle est l'aire de la table
E5	La table du salon mesure 3.52 de large et 10,8 longeur quelle est l'aire de la table.

C	Est-ce que E2, si on lit les deux textes, est-ce que vous avez une préférence pour la formulation de l'un ou de l'autre texte
E2	Celle que je comprends le mieux là?
C	Oui, celle que vous trouvez la mieux formulée
E2	Le numéro 1
C	Le numéro 1. Est-ce qu'il y en a qui ont le même avis?
ÉC	Lisez les deux, 1 et 2, et on vérifie lequel sonne le mieux à nos oreilles.
E2	Moi je trouve que c'est le 1
E5	Le 1 parce que large ça dit pas trop tandis que largeur ça dit plus de chose
ÉC	Ok
E4	Ici (faisant référence au problème no. 2), ben regarde, la table du salon mesure 3.52 de largeur et 10.8 longueur. Mais ici c'est de largeur et 10.8 de longueur
E1	Ben c'est la même chose
E4	Non, parce qu'il n'y a pas de « de »
C	Donc, le premier est mieux formulé. Est-ce qu'il ne manque pas quelque chose ?

Comme le montre l'extrait précédent, c'est le problème formulé par l'élève E5 qui est choisi par les élèves, les élèves se référant alors à la qualité de la langue.

Extrait 2: poursuite des interactions lors de l'examen des problèmes rédigés par l'équipe A

C	Alors, moi j'aimerais poser la question à E2. Alors, le deuxième problème, vous le trouvez mieux formulé, mais est-ce que le texte de ce problème-là, si on était en français, est-ce que le texte est bien formulé? La table du salon mesure 3,52 de largeur et 10,8 de longueur, quelle est l'aire de la table? Est-ce que vous trouvez que c'est bien, que sa formulation est bonne? Qu'est-ce qui manque? il manque quelque chose pour finir une phrase dans un problème. Oui, il manque quoi?
E?	un point d'interrogation
C	un point d'interrogation oui, puis peut-être une petite virgule en quelque part? Après quoi la petite virgule peut-être
	…
E1	après longueur
C	Oui, et on met un point d'interrogation et ça fait une phrase qui est correcte, qui est bien écrite, on est d'accord? Ok, est-ce qu'il y a des fautes?
C	Ok, il manque quelque chose par exemple, il y a une information qui manque. Si j'étais quelqu'un qui doit mesurer une table, je ne serais pas d'accord parce qu'il manque quelque chose d'important. Relisez-le
E8	il manque si c'est en mm, en cm, en m
ÉC	Donc, qu'est-ce qu'il manque?
	…
E8	Ben il n'est pas écrit si c'est en m, en cm, en mm ou en km
ÉC	C'est quoi l'unité de mesure qu'on prend dans ce problème là?
E8	en m
C	Qui peut dire quelle est l'opération qu'on devrait faire pour résoudre le problème ?
E3	Une multiplication
C	Oui, pourquoi?
E3	Parce qu'il faut multiplier et après égal

C	Oui, mais pourquoi faut-il multiplier, quel est le mot qui nous dit de multiplier. Quel est le mot dans le calcul qui nous dit de multiplier?
E1	C'est une multiplication
C	Pourquoi?
ÉC	Pourquoi?
E1	Parce qu'on cherche l'aire alors pour que ça aille plus vite, parce que c'est comme un carré. Ça va aller plus vite si tu fais fois à la place de faire plus plus à toutes les cases.
ÉC	Ok, et ça serait quoi ta phrase mathématique ?.
E1	Ok, ben, 3,52 m x 10,8 m.
C	Est-ce que quelqu'un a une idée d'à peu près ce que ça donne? 3,52 x 10,8? Tiens faites le calcul, à peu près…
ÉC	À peu près, sans calculer…en estimant.
C	C'est entre quoi et quoi d'après vous la réponse?
Incompréhensible – arrondir – entre 20 et 30 ou entre 30 et 40…	
C	Entre 30 et 40.
E1	Peut-être comme 35.

La discussion précédente fait intervenir plusieurs connaissances mathématiques : connaissances liées à l'unité de mesure, connaissances présidant au choix de l'opération pour résoudre le problème, connaissances sur le sens de la mesure de l'aire. Les élèves E3 et E1 montrent une bonne complicité dans leurs échanges. L'élève E1 donne une explication très intéressante du « pourquoi » on doit multiplier lorsqu'on calcule l'aire. À la suite de ces échanges, la chercheure et l'étudiante-chercheure demandent aux élèves d'estimer le produit de la multiplication proposée pour calculer l'aire.

Nous reproduisons enfin deux versions de l'énoncé produit par l'élève E1 de l'équipe A, soit la version originale et la version intégrant les corrections proposées par les élèves :

Original	La table du salon mesure 3,52 de largeur et 10,8 de longueur quelle est l'aire de la table
Corrigé	La table du salon mesure 3,52 m de largeur et 10,8 m de longueur, quelle est l'aire de la table?

Extrait 3 : interactions lors de l'examen du problème rédigé par l'élève E4 de l'équipe B

Le problème rédigé par l'élève E4 de l'équipe B est le suivant :

A la naissance de George le serpent mesurait 3.52 m, après plusieur année maintenant il mesure 10,8 mètres Combien de mètres a-t-il entre 3,52 et 10,8m?

ÉC	Alors, qu'est-ce qu'on en pense?
E5	Ben, moi je dis que c'est une bonne question.
ÉC	Ça serait quoi le calcul à faire ici?
E7	Une soustraction
E3	Une division, une multiplication
ÉC	Ok, pourquoi une soustraction ?
E7	Parce que tu veux la différence qu'il y a entre les deux (10,8-3,52)
ÉC	Ok, toi, pourquoi tu dis une addition?
E5	Ben moi c'est juste que tu grandis et ça va donner la grandeur qu'il a plus
ÉC	Est-ce qu'on le sait combien il mesure maintenant?
E5	Ben en faisant l'addition oui
C	Ah, bien on ne sait pas combien il mesure… après plusieurs années, maintenant il mesure 10,8. On le sait combien il mesure
E8	Là c'est combien entre les deux chiffres
C	Combien il a grandi en fait
E5	Ah, ok oui
C	Est-ce que vous pourriez corriger le texte pour qu'il soit plus clair ?
E1	Ben on pourrait dire hm
ÉC	Sans trop changer
C	Alors, à la naissance de George, le serpent mesurait … ?
E1	À la naissance de Georges, on mettrait des parenthèses le serpent il mesurait… après plusieurs années il a maintenant la mesure de 10,8m
ÉC	Après plusieurs années il mesure maintenant
E1	Combien de mètres a-t-il?
C	Tiens, la question pourrait être plus précisée, elle pourrait être autre la question
ÉC	Qu'est-ce qu'on pourrait mettre comme autre question?
C	Qui serait plus jolie
E1	Ben, hm
ÉC	Qu'est-ce qu'on veut savoir dans le fond?
E1	Ben dans le fond on veut savoir combien il y a entre 10,58 et 3,8
C	Qu'est-ce qui est arrivé à notre boa, il a fait quoi dans ces années là?
E1	Ben il a grandi
C	Il a grandi, alors
E1	Ah oui, après plusieurs années il a grandi et il a maintenant 10,5m
ÉC	Ok pis la question qu'est-ce qu'on pourrait faire?
E1	Ok, ok, il a combien de différence entre 3,52 et 10,8 m
C	Oui, oui, prenez votre terme « grandi ». Est-ce qu'il y a quelqu'un qui est capable de formuler une question avec le terme « grandi » ?
E1	Combien… de ah oui, combien de mètres…. combien de mètres a grandi George ?
E3	Attends attends, combien de mètres a-t-il grandi George ?

C	Oui, voilà
ÉC	De combien de mètres Georges a-t-il grandi ?
C	De combien de mètres Georges a-t-il grandi ?
C	Est-ce que là on est tous d'accord qu'on a utilisé la même illustration, mais avec une soustraction, on a fait un problème qui pouvait se résoudre pas une soustraction en fait
	…
ÉC	Tantôt c'était un problème qui parlait d'aire, là il parle de la grandeur et ce n'est pas la même opération que tu prends ok?
C	Ça veut dire que ce dessin-là vous a fait penser à des choses différentes

Cet extrait montre une belle discussion sur le sens des mots dans un problème mathématique. On remarque l'entrée dans la discussion de la plupart des élèves. Les élèves font souvent l'erreur de prendre les mots au premier degré, sans s'arrêter sur le sens du problème. Il y a ensuite un transfert sur le texte pour essayer de contourner cette ambiguïté.

Nous reproduisons enfin deux versions de l'énoncé produit par l'élève E4 de l'équipe B, soit la version originale et la version intégrant les corrections proposées par les élèves :

Original	A la naissance de George le serpent mesurait 3.52 m, après plusieur année maintenant il mesure 10,8 mètres Combien de mètres a-t-il entre 3,52 et 10,8m?
Corrigé	A sa naissance de George, un serpent, mesurait 3.52 m, après plusieur année. Il mesure maintenant 10,8 mètres. De combien George a-t-il grandi?

Extrait 4 : interactions lors de l'examen des problèmes rédigés par les élèves E6 et E7 de l'équipe C

Les problèmes rédigés par les élèves de l'équipe C sont les suivants :

E6	Julie achète un frigo et un boa le frigo mesure 3,52 mètres et le boa 10,8 mètres la différence des aubjets est la mesure de la table?
E7	Julie achete un frigo de 3,52 m et un boa de 10,8m la différence de mètres qu'il entre le boa et le frigo est la mesure de la table. Quelles est la largeur de la table?

Les élèves choisissent le problème rédigé par l'élève E7, problème qu'il juge mieux rédigé. La discussion porte donc sur ce problème.

C	Est-ce qu'il y a quelqu'un qui a une idée … comment on pourrait reformuler pour que ça soit plus clair en fait? Si on lit, par exemple, Julie achète un frigo de 3,52 mètres… un frigo de 3,52 m. vous trouvez que c'est précis vous?
ÉC	C'est quoi qui mesure 3,52m
E3	Le frigo, il est géant le frigo
C	Oui, ça c'est vrai
E4	Ben ça peut être un problème de fantaisie

Comme le montrent les propos précédents, l'élève E3 s'est attardé au réalisme de la mesure choisie. Cette remarque ouvre un débat sur le choix des mesures ; ce débat amène les élèves à constater l'absurdité des mesures choisis pour le frigo et le boa. De plus, l'élève E1 n'accepte pas que la différence entre les mesures d'un boa et d'un frigo corresponde à la mesure de la largeur de la table. Troublés par l'invraisemblance du contexte, les élèves ne suggèrent enfin aucune correction à l'énoncé du problème.

Extrait 5 : interactions lors de l'examen du problème qui, à l'origine, était associé au premier dessin

Après avoir fait remarquer aux élèves qu'ils ont, à partir d'un même dessin, rédigé des problèmes mathématiques différents, des problèmes présentant aussi des contextes différents, la chercheure et l'étudiante-chercheure présentent aux élèves le problème associé au dessin qu'ils ont reçu :

> Selon les statistiques provenant d'Environnement Canada, depuis le début de l'hiver actuel, il est tombé 3,52 mètres de neige dans la région de Montréal. Environnement Canada prévoit qu'il tombera, d'ici la fin de l'hiver, 10,8 mètres de neige de plus que ce qu'il n'est tombé jusqu'à maintenant. Si les prévisions d'Environnement Canada se réalisent, combien de neige sera-t-il tombé sur Montréal durant cet hiver?

C	Est-ce que vous comprenez pourquoi on avait mis un bâtonnet? pourquoi on avait choisi un bâtonnet? ça voulait mesurer quoi, montrer quoi?
ÉC	Pourquoi avec le problème qu'on avait, nous avons mis un bâtonnet? Ça parle de quoi ce problème là? c'est quoi qui est tombé?
E8	De la neige
ÉC	Nous on a voulu représenter…
E1	L'épaisseur de la neige
C	Est-ce qu'il est différent de ceux qu'on a faits? le texte est différent, mais est-ce qu'on a des problèmes qui se faisaient comme ça? est-ce qu'il y a des problèmes qu'on a fait qui avaient un peu cette allure de … l'opération dans ce problème on fait quoi?
E3	Oui, le premier

ÉC	C'est quoi l'opération pour ce problème là ?
E3	C'est multiplication, divisée
E5	Mais... une addition
C	Oui, c'est une addition ça. On veut savoir combien il est tombé à la fin de l'hiver. Il est tombé un peu au début et après ça il est tombé un peu plus
E5	Ah, addition, soustraction
C	Addition
ÉC	Addition. il est tombé déjà 3m et on en prévoit 10,8 de plus
E1	Ah ok
ÉC	Je recommence. Il est tombé 3,52 m de neige. On en prévoit 10,8 de plus. je veux savoir en tout combien il va en tomber.
E1	Ah je fais une addition
E3	Des plus
E1	Ça fait 46 mètres de neige qu'il va tomber
ÉC	Es-tu sûre de ça? 10 + 3 ça fait 46??
E3	Ça fait 13,59 ah non, 13,60 d'épais de neige
C	Vous voyez que ce sont quand même des données assez précises.

Les échanges sur les rapports entre les objets que comporte le dessin et le texte du problème visaient à ce que les élèves puissent voir qu'il est possible de faire différents problèmes mathématiques à partir d'un dessin, selon l'interprétation des rapports entre les objets du dessin et les relations entre les données du problème. Les élèves E1, E3 et E5 s'entendent pour choisir d'additionner les mesures pour trouver le nombre de mètres de neige, à la fin de l'hiver. On remarque, par ailleurs, que l'élève E1 fait une estimation erronée de la mesure, les mesures considérées étant probablement 35,2 et 10,8. Il aurait été important que l'étudiante-chercheure ou la chercheure demande à cet élève d'expliquer son calcul.

3.1.1.2.2. Examen et correction des problèmes associés au second dessin

L'examen des problèmes associés au second dessin a donné lieu à des interactions portant essentiellement sur l'interprétation du dessin. Nous reproduisons quelques extraits des interactions, lors de l'examen et de la correction d'un des problèmes rédigés par les élèves de l'équipe A. Nous n'avons pu toutefois enregistrer les interactions à propos des problèmes des autres équipes, ayant dû rapidement changer de local. Nous avons à peine eu le temps d'examiner les problèmes de l'équipe C, problèmes montrant une meilleure maîtrise du sens partie-tout de la fraction.

Extrait 1 : interactions lors de l'examen et de la correction des problèmes rédigés par les élèves de l'équipe A

Les problèmes rédigés par les élèves de l'équipe A sont les suivants :

E1	il y a un petit geogre qui a des bonbons mes goegette pleur parce que elle a moin elle la elle demende a geoge de lui en donner mes geoge veut pas parce que il veut savoir combien il en a (Combien geoge a de bonbon?)
E5	Il y a Kika qui a un sac au comple mais Puffy la a son sac de nourriture 1/3, mais il se mais ensemble il peut avoir 18. (Problème non complété)

La chercheure ouvre l'examen des productions de l'équipe A en se référant au dessin pour formuler des questions sur les énoncés produits par cette équipe. Elle rappelle les questions formulées auparavant aux élèves de cette équipe, à la suite des difficultés qu'ils avaient exprimées dans l'interprétation du dessin. Notons enfin que les questions portent principalement sur l'énoncé produit par l'élève E5.

C	Il y a un nombre qui est marqué ici à côté de la nourriture, pourquoi? D'après vous sur le dessin, j'ai posé la question tout à l'heure à E1 et E5, d'après vous qui a un sac au complet sur le dessin ?
E3	Kika
E5	Kika
C	Celui du haut
E5	Oui
C	Et l'autre il en a combien d'après vous?
E3	Lui il en a plus parce qu'il a un 1/3 de moins
E8	Ben il y a la moitié du sac
C	Vous décidez ce qu'il y a dans le sac
E1	Mais le sac mesure combien?
C	On dit que ensemble il peut y avoir 18, le sac fait 18… ensemble ils ont combien? c'est marqué combien dans le texte? ils ont…
E8	Ils ont 18
C	On peut dire 18 quoi ; ce sont des chiens (faisant référence à l'interprétation donnée auparavant par les élèves de l'équipe A), on va leur faire manger quoi?
E3	Des biscuits pour chiens
C	Ok est-ce que vous êtes capables maintenant de résoudre ce problème? La question, ça serait quoi? La question qu'on devrait poser avec ça, ça serait quoi?
E5	Y'a combien de… combien de nourriture…
E1	De biscuits
C	Combien, par exemple, de biscuits pour chiens un des chiens a-t-il, quelque chose comme ça?
ÉC	Combien ils en auraient chacun?
E5	2 ben 1…1
C	Il y en a 18 en tout et il y en a un qui en un sac au complet? Est-ce possible s'il y en a

	en tout 18? L'autre a 1/3, mais les deux en ont 18
... absence de réactions des élèves	
C	Pourrait-on dire que le premier qui sourit en a plus que l'autre et ....qu'ensemble, si l'on compte les biscuits ils en ont 18
E1	C'est ce qu'on disait....
	...
ÉC	1/3 de 18 c'est quoi?
E?	6
ÉC	Si y'en a un qui en a 6 l'autre en a combien?
E?	12
ÉC	As-tu compris E5?
E5	Oui
C	Ah, ben là il faut changer le texte. ça veut dire que quand le sac est complet, il y a 18 biscuits dans un sac... voyez il a des ambiguïtés... comment on pourrait le rendre plus complet?
	...
C	Ah... si j'en ai 1/3 ça veut dire que l'autre a 2/3 du sac... ça veut dire qu'il faudrait dire que l'autre a le reste du sac... que Puffy a le reste du sac... c'est un problème sur les fractions qui est assez compliqué

Lors de cet extrait, il est question d'une discussion autour de la fraction. Ce problème s'est avéré plus complexe que prévu. Nous nous sommes nous-mêmes laissées emporter par sa complexité. Nous avons ainsi, par des questions et indices successifs, mené les élèves vers la solution attendue, ce qui ne signifie que cette solution réussisse à convaincre les élèves.

Les interventions de la chercheure et de l'étudiante-chercheure sont donc peu pertinentes. Elles auraient pu ainsi demander aux élèves E3 et E8, par exemple, de poursuivre leur idée et, aux autres, d'essayer aussi de trouver des solutions. Elles auraient pu également passer immédiatement à l'examen des problèmes rédigés par l'équipe C, problèmes qui, comme nous l'avons mentionné antérieurement, montraient une interprétation plus adéquate du sens partie-tout de la fraction et revenir par la suite aux problèmes des autres équipes. L'examen très bref des problèmes de l'équipe C a permis aux élèves E6 et E7 de présenter et de commenter leurs problèmes et les solutions envisagées. Malheureusement, peu d'élèves étaient attentifs, attendant que la cloche sonne pour annoncer la fin de la journée.

Nous reproduisons enfin deux versions de l'énoncé produit par l'élève E5 de l'équipe A, soit la version originale et la version intégrant les corrections proposées par les élèves:

Original	Il y a Kika qui a un sac au comple mais Puffy la a son sac de nourriture 1/3, mais il se mais ensemble il peut avoir 18. (Problème non complété)
Corrigé	Danny a un chien qui s'appelle Kika qui a un sac de biscuits pour chiens au complet mais Puffy la a son sac de nourriture 1/3, mais il se mais ensemble il peut avoir 18 biscuits pour chiens. Combien de biscuits chacun a ?

3.1.1.3. Première situation : troisième période

Lors des deux premières périodes de travail, nous n'avons pu utiliser l'ordinateur, l'environnement informatique n'étant pas encore au point. Nous avons pu mettre à l'essai cet environnement lors de la troisième période. Nous avons toutefois fait face à plusieurs problèmes techniques. Les élèves n'ont souvent pu compléter les activités, ni effectuer un travail en profondeur. En effet, lorsqu'un problème survenait, les réflexions des élèves étaient interrompues et ils finissaient par perdre le fils de leurs pensées. Nous avons toutefois réussi à tirer profit de toutes ces petites mésaventures.

La tâche de chacune des équipes (équipes formées spontanément et qui étaient souvent composées d'élèves différents de ceux qui composaient les équipes lors des périodes précédentes) consistait d'abord à trouver une écriture mathématique allant avec l'illustration qui leur était proposée. Chaque équipe devait ensuite choisir une écriture mathématique, parmi un ensemble d'écritures proposées par les autres équipes, et rédiger un problème à partir de l'écriture choisie. Enfin, chaque équipe choisissait un énoncé et devait dire si cet énoncé était cohérent ou non avec l'écriture associée et justifier leur réponse. Au cours de cette période, certains élèves ont pu aussi commencer à explorer le prochain type d'activités que nous avions prévu, soit créer une illustration pour rendre compte des relations entre les données d'un problème.

La réalisation des activités précédentes n'a pas été simple. En effet, nous disposions de quelques ordinateurs et devions travailler dans la classe du professeur A qui, à ce moment, travaillait avec tous les autres élèves de la classe ; les élèves de notre petit groupe étaient ainsi fréquemment dérangés par les interventions dans la classe. De plus, la nouvelle version du programme informatique ne donnait pas accès à tous les énoncés produits par les élèves, quel que soit le problème de départ ; les élèves devaient attendre qu'une autre équipe ait terminé une tâche similaire à celle qu'ils venaient de terminer pour poursuivre leur travail. Nous avons dû effectuer une tâche pour remplacer une équipe parce que deux des élèves de notre petit groupe étaient absents (soit les élèves E4 et E5). Si nous avions pu mener cette activité avec un groupe plus important d'élèves, ces problèmes ne se seraient pas posés, parce que la banque de problèmes faits par les élèves aurait été plus importante. De plus, tous les élèves démarraient avec le même dessin, soit celui nommé «chiens-chats» ; ils avaient toutefois un dessin différent par la suite, parmi les dessins que nous avons appelés «tissu-couture» et «anniversaire». S'ils avaient eu tout de suite un dessin différent, il est possible que nous n'aurions pas eu le problème décrit précédemment. À la fin de cette période, nous sommes allées dans le petit local entre les deux classes pour faire un retour sur les activités.

Nous n'avons pas imposé de contraintes dans la réalisation des tâches. Les élèves suivaient les étapes à l'ordinateur, en se référant à la feuille de consignes que nous leur avions fournie. Nous avons toutefois constaté qu'elle n'était pas complète. Il n'y avait pas d'informations suffisantes sur les différentes étapes de l'activité; seules les consignes de départ étaient communiquées. Les élèves nous posaient encore plusieurs questions sur quoi faire et où aller, mais la situation a été facilement récupérable. Les élèves ont également eu une certaine difficulté avec le vocabulaire que nous utilisions. Ils confondaient, entre autres, l'«écriture mathématique», représentant la structure des relations entre les données du problème, avec l'«énoncé» du problème. Nous avions des éléments à revoir pour notre prochaine activité. La tâche «rédiger un problème à partir d'une illustration» semblait être quelque chose de plus facile maintenant, les élèves semblaient avoir compris ce qui leur était demandé. Voici les consignes que nous avons données aux élèves :

Consignes :

1. Aller à l'adresse Internet suivante :
http://www.gricea.umontreal.ca/didacTIC

2. Cliquer sur «Secondaire»

3. Cliquer sur «Résolution de problème»

4. Cliquer sur «version 2.0»

5. Entrer votre nom d'usager et votre mot de passe et cliquer sur «commencer l'activité»

6. Cliquer sur la flèche verte

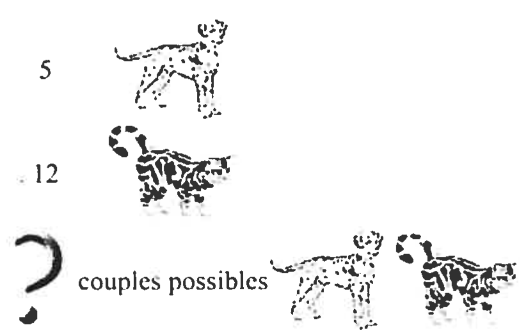
7. Cliquer sur «chiens-chats-prob»

8. Suivre les consignes à l'écran. Dans cette activité, vous êtes invités à rédiger des problèmes à partir d'un dessin.

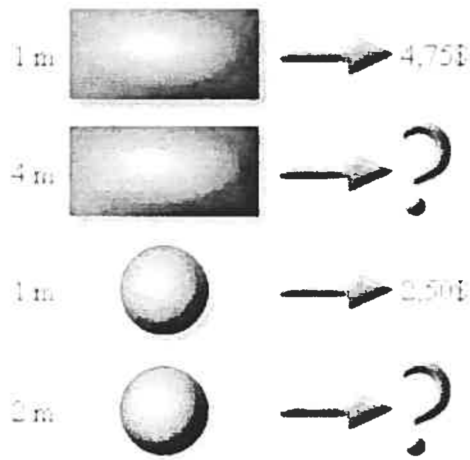
9. Lorsque vous aurez terminé, choisir l'activité «anniversaire»

Les trois problèmes que nous avons utilisés pour construire les illustrations que nous avons données aux élèves n'ont été dévoilés aux élèves qu'à la fin de la réalisation de l'ensemble des tâches présentées au cours de cette période. Le problème 1.3. « chiens-chats » implique un produit de mesures, selon la typologie de Vergnaud (1981). Le second problème 1.4. «tissu-couture» implique une composition de mesures; le problème 1.5. «anniversaire» comporte un seul espace de mesures et implique une relation multiplicative entre les mesures («fois plus»).

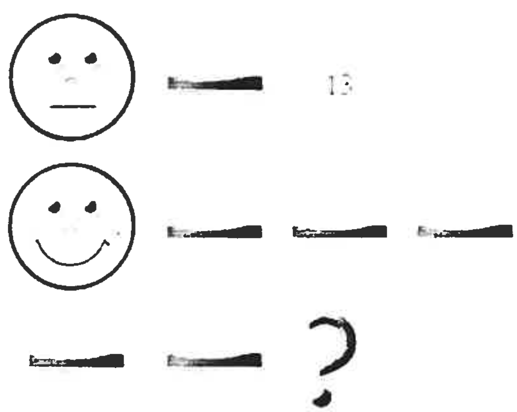
Problème 1.3. Chiens-chats
Monsieur Richard est propriétaire d'une animalerie. Il décide de faire une grande promotion pour encourager l'achat de couples de chiens et chats. Si dans son animalerie, il a 5 chiens et 12 chats, combien de couples différents d'animaux pourrait-t-il, en principe, former?



Problème 1.4. Tissu-couture
Pour sa nouvelle chambre, la mère de Magalie lui a offert de lui faire des nouveaux rideaux. Elle était très contente et avait envie de quelque chose de différent. Après avoir feuilleté quelques magazines de décoration, elle a choisi un motif avec deux sortes de tissus. Elle acheté 4m d'un tissu à 4,75$ le mètre et 2m d'un autre tissu à 2,50$ le mètre. Combien a-t-elle payé en tout?



Problème 1.5. Anniversaire
C'est l'anniversaire du père de Claudine aujourd'hui! Elle aime beaucoup jouer avec les chiffres et elle a constaté qu'aujourd'hui, il est 5 fois plus âgé qu'elle. Si elle a 13 ans, quel âge avait le père de Claudine hier?



Il nous apparaît important de souligner, qu'en plus des problèmes informatiques, nous avons dû faire face à des problèmes d'enregistrement ; nous avons seulement accès aux interactions entre les élèves d'une des équipes, soit l'équipe composée des élèves E1 et E8. Ces interactions sont fort éclairantes. De plus, nous avons enregistré les échanges lors du retour sur l'activité que nous avons fait dans le petit local, comme certains extraits que nous reproduisons par la suite le montrent. Nous disposons enfin de l'ensemble des productions des élèves ; nous en discuterons à la suite de l'examen des interactions.

Extrait 1 : interactions entre les élèves E1 et E8, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors de l'exécution de la Tâche 1

E1	Il faut faire le calcul
ÉC	L'écriture mathématique c'est l'équation (terme discutable, mais c'est ainsi que le professeur A indique cette écriture dans la classe), ta phrase mathématique
E1	Je ne comprends pas
ÉC	C'est juste de dire quels calculs tu vas faire pour résoudre ton problème
	... les élèves produisent alors une écriture ...
C	Ah! Ça c'est une expression qui vient de quelqu'un d'autre, vous la choisissez pour continuer à travailler. Là, on vous demande de faire un problème qui va avec ça. 5x12=?
E1	Ben là...
C	Vous devez rédiger un problème qui va avec ça
E1	Ah, ok, ok
E?	Ma mère me donne...
E1	non, non
E8	J'ai 12 cents et mon amie en a 5 fois plus.
E1	J'ai 12 dollars, ça va faire plus ... et mon amie en a 5 fois plus que moi. combien j... attends
E8	Combien mon amie a-t-elle?
	...
E1	Ehh... C'est quoi un énoncé au juste?
ÉC	C'est un problème
E1	Ah, ok

La tâche 1 portait sur l'écriture mathématique montrant les relations entre les données représentées dans le problème 1.3. (chiens-chats) et la rédaction d'un énoncé prenant en compte une écriture produite par une autre équipe à partir de la même illustration. Comme le montre l'extrait précédent, les élèves E1 et E8 ne parviennent pas à produire une écriture mathématique rendant compte des relations entre les données de ce problème. Après quelques échanges avec l'étudiante-chercheure et la chercheure visant à mieux définir la tâche, ils parviennent à rédiger des écritures, écritures qui seront examinées plus tard. À partir de l'écriture 5 x 12, les élèves rédigent ensuite alors un problème multiplicatif comportant un seul espace de mesures et impliquant une relation multiplicative. Il faut noter que ce problème montre une interprétation pertinente de l'écriture. Cette équipe est alors invitée à effectuer la seconde tâche.

Extrait 2 : interactions entre les élèves E1 et E8, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors de l'exécution de la Tâche 2

ÉC	La première chose que tu fais c'est un calcul
E1	Ah, ben là... 4,75 fois
E8	2
E1	fois 4
	...
E8	égal 19
E1	dollars
	...
E8	là, il faut que tu écrives le problème
E1	ah, ok, je sais je sais j'ai ... je veux 4 robes de
E8	qui coûtent
E1	mais...
E8	chaque morceau
E1	ok, chaque morceau
E8	coûte
	...
E1	Combien
	...
E1	et aussi je veux acheter 11...
E8	2m
E1	et aussi je veux acheter 2m de tissu mais ça coûte...
E8	2,50...
	...
E8	attends attends et j'ai 20$ alors combien d'argent
E1	non non Marie veut acheter 2m de tissu et 4 m de tissu combien aura-t-elle dépensé ?

La tâche 2 portait sur l'écriture mathématique montrant les relations entre les données représentées dans le problème 1.4. (tissu-couture) et la rédaction d'un énoncé prenant en compte une écriture produite par une autre équipe à partir de la même illustration. Comme le montre l'extrait précédent, l'interprétation de la première partie de l'illustration permet immédiatement à l'élève E1 d'associer une multiplication, soit 4,75 x 4. Cette illustration d'un problème multiplicatif d'isomorphisme de mesures, à proportionnalité simple, est relativement standard et, il faut convenir, que le recours à des mesures de monnaie facilite le rappel d'un contexte très souvent associé à un problème multiplicatif. Les élèves coopèrent ensuite à la production d'un énoncé qui traite d'achat de tissus pour fabriquer des robes. L'élève E8 suggère d'ajouter une autre donnée, soit l'argent dont elle dispose, ajout réaliste ; cette suggestion n'est pas retenue par l'élève E1. Le problème alors produit est incomplet.

Les interactions précédentes sont fort instructives; elles montrent, entre autres, que ces élèves partagent des interprétations similaires lorsqu'il s'agit d'illustrations ou d'écritures qui leur sont familières. Il est malheureux qu'elles n'aient pu réaliser la 3e tâche portant sur l'illustration du problème 1.5. (anniversaire).

Extrait 3 : interactions entre les élèves, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors du retour sur le travail réalisé à l'ordinateur

Nous examinons maintenant les interactions lors du retour sur le travail réalisé à l'ordinateur. Il faut noter que les échanges sont brefs, le temps alloué n'ayant pas permis de compléter les tâches envisagées.

ÉC	Bon, comment est-ce que vous avez trouvé ça??
E8	Bien, c'était l'fun
ÉC	Je veux savoir facile ou difficile
E1	Moyen
	…
ÉC	Donc, qu'est-ce qui a été facile ou difficile?
E1	Les chats et les chiens c'était drôle, ben c'était assez facile.
ÉC	Pourquoi facile?
E1	Ben parce qu'ils disaient combien de couples qu'on peut faire alors
ÉC	On avait déjà un bon début. Ok
E1	Pis eh, les tissus étaient faciles aussi
ÉC	Pourquoi?
E1	Parce qu'ils demandaient juste combien ça va faire si on achète 4m pis ils donnaient la réponse pour ehh.. ben mettons ehh.. 1m …ça donnait mettons ehhh…1m pour 1m ça donnait 4,75 $ pis là il fallait que tu fasses juste ehh.. 4x4,75
ÉC	Ok, d'autres commentaires? Facile ou difficile?
E2	Ben les chats pis les chiens c'était facile
ÉC	Pourquoi?
E2	Parce qu'il fallait juste faire un problème avec la multiplication (+/- certaine…)
	…
C	Avec la multiplication oui, est-ce que, pourquoi on fait 12x5, est-ce qu'il y a quelqu'un qui le sait?
E5	à cause des chats et des chiens
C	Oui, mais ça donnait quoi quand on faisait 12x5? On cherchait quoi, on cherchait.
E1	On cherchait combien de couples qu'on peut faire
C	Est-ce que vous savez ici, combien de couples on pourrait faire dans la pièce? Supposons. On est combien de filles? 6.

ÉC	Combien de gars?
E1	2 gars
C	ça fait combien de couples différents?
E1	On pourrait en faire 4 ehh 2
C	Hen, non, ben plus que ça
ÉC	On est 6 filles 2 gars
E?	12
C	ça fait 12 hein. Est-ce que … moi je suis une fille donc je pourrais faire un couple avec E2 et un couple avec E3, donc j'aurais fait 2 couples. E8 pourrait faire la même chose donc 2 autres couples, 2 autres couples… et chacun leur couple. Vous voyiez pourquoi les 5 chats et les 12 chiens? Chacun des chats peut se faire un couple avec le chien
E1	ah, d'abord je me suis trompée
ÉC	Pourquoi?
E1	Parce que un chien pis un chat s'accoupler on ne voit pas ça tous les jours dans la vie alors je me suis trompée.
C	Non non mais moi ce que je pourrais faire c'est que pour vous lancer le ballon je veux que vous soyez un couple donc à tour de rôle vous êtes avec quelqu'un

Les interactions montrent de toute évidence qu'aucun des élèves ne sait répondre correctement à la question sur le nombre de couples qu'il est possible de former avec les 5 chats et les 12 chiens. Ce problème multiplicatif comportant un produit de mesures ne semble nullement familier aux élèves. La chercheure tente quelques explications. Elle aurait pu économiser de telles explications et passer à une autre tâche. Cet enseignement ostensif nous apparaît ainsi peu pertinent.

Les productions de chacune des équipes d'élèves, selon les informations consignées dans la base de données de l'environnement informatique méritent maintenant notre attention. L'environnement informatique inclut une base de données dans laquelle toutes les réponses des élèves aux diverses tâches sont inscrites. Voici les données enregistrées pour chacune des équipes.

Données associées au problème 1.3. (chiens-chats)

E6 et E7
Expression : 12x5=60
Énoncé : Julie est ses 11 amis ont 5 animaux chacuns. Combiens d'animaux en tout.
Validation de l'énoncé: Oui.la réponse est 60$.

E2 et E3
Expression : 5 x 12=?
Énoncé : 5 x 12=?
Validation de l'énoncé : 5 x 12=?

E1 et E8
Expression : je vais commencer par les chiens je vais faire 5 divisé par 2 parce que dans un couple il y a deux animal alors sa me fait 2 couple que je peux faire avec les chiens maintenant les chat il y a 12 chat alors je fait la meme chose 12 divisé par 2 sa fait 6 couple qu'on peux faire.
Énoncé (suite à l'expression de E6 et E7) : jai 12$ et mon ami en a 5 fois plus que moi combien mon ami a t'il
Validation de l'énoncé: jai 12$ et mon ami en a 5 fois plus que moi combien mon ami a t'il

Comme le montrent les données précédentes, deux équipes proposent l'expression «5 x 12» ; l'équipe composée des élèves E2 et E3 ne peut toutefois effectuer les autres tâches correctement, ces élèves se contentant de reproduire l'écriture. En revanche, l'équipe composée des élèves E6 et E7 associe les 12 chiens à des personnes et peut ainsi rédiger un problème multiplicatif impliquant une proportion simple.

Les productions des élèves E1 et E8, élèves avec lesquels nous avons auparavant engagé des échanges (voir les extraits de la troisième période de la première situation), montrent un souci de prendre en compte l'expression «couples» faisant partie de l'illustration. Ces élèves proposent de former des couples avec les chats, puis avec les chiens ; leurs justifications montrent bien qu'ils effectuent des groupes de 2 animaux. Par ailleurs, comme nous l'avons vu antérieurement, ces élèves associent à l'écriture 5 x 12, un problème multiplicatif impliquant une relation entre des mesures.

Données associées au problème 1.4. (tissu-couture)

E1 et E8
Expression : 4,75x4=19$ 2,50x2=5$
Énoncé : 4,75x4=19$ 2,50x2=5$
Validation de l'énoncé : 4,75x4= 2,50x2=

Le problème 1.4. (tissu-couture) n'est traité que par une des équipes. Les élèves E1 et E8 effectuent une interprétation pertinente des relations entre les données représentées par l'illustration. Bien que, comme le montrent les interactions que nous avons examinées précédemment, ces élèves aient tenté de rédiger un problème, ils ne complètent pas cette tâche.

Données associées au problème 1.5. (anniversaire)

E1 et E8 *Expression* : 13x5=80 *Énoncé* : J'ai 13$et mon ami en a 5x plus que moi. *Validation de l'énoncé* : oui.13x5=70 **E2 et E3** *Expression* : 13 x 5=? *Énoncé* : 13 x 5=? *Validation de l'énoncé* : 13 x 5=?

Les deux équipes produisent une interprétation adéquate des relations entre les données de l'illustration du problème 1.5. Seuls les élèves de l'équipe composée des élèves E1 et E8 parviennent à rédiger un problème multiplicatif impliquant une relation multiplicative. Il est intéressant de mentionner que cette équipe avait aussi rédigé un problème de ce type lorsqu'elle avait interprété l'écriture 5 x 12. Il est possible que cette équipe fasse une lecture du type « 13 fois 5 », lecture qui évoque un tel type de problème.

3.1.1.4. Synthèse de l'analyse des conduites et des interactions lors du déroulement de la situation 1

Lors de cette première situation, les élèves de chacune des équipes ont effectué plusieurs tâches :

a) rédiger des problèmes, à partir d'illustrations produites, soit par l'étudiante-chercheure et la chercheure, soit par les élèves d'autres équipes ;

b) rédiger des problèmes à partir d'une écriture mathématique rendant compte des relations entre les données ;

c) se prononcer sur les problèmes rédigés par les élèves d'autres équipes et proposer, au besoin, des corrections de ces énoncés ;

d) résoudre des problèmes rédigés par d'autres élèves ou par l'étudiante-chercheure et la chercheure.

Dès l'entrée dans cette situation, nous avons pu ainsi mettre en évidence des différences non négligeables dans l'interprétation des dessins ; ainsi, la première illustration est rapidement associée par les élèves E1 et E7 à un problème de produit de mesures (calcul de l'aire), les bâtonnets étant associés respectivement à une longueur et à une largeur d'un rectangle et ces élèves proposent donc d'effectuer une multiplication. Par ailleurs, si l'élève E1 maintient son interprétation dans la rédaction d'un problème, l'élève E7 montre qu'il est capable de penser autrement les relations en rédigeant un problème additif impliquant une relation entre des mesures, se ralliant probablement à l'interprétation proposée par l'élève E6. Les élèves des autres équipes rédigent également des problèmes additifs comparables.

La seconde illustration pose problème à la majorité des élèves, qui éprouvent des difficultés à expliciter clairement les relations partie-tout qu'ils identifient par ailleurs dans l'illustration. Une fois de plus, ce sont les élèves E6 et E7 qui produisent un énoncé montrant une interprétation adéquate des relations partie-tout. Nous aurons l'occasion, au moment de l'analyse des réponses des élèves des différentes classes, de voir que ce problème multiplicatif est source de difficultés chez la majorité des élèves. Il nous apparaît important de souligner la relation entre la qualité des textes produits et l'interprétation mathématique des illustrations.

Au cours de la troisième période, les écritures mathématiques associées aux différentes illustrations proposées sont fort instructives. En effet, tous les élèves, sauf les élèves E1 et E8, associent une multiplication au problème 1.3. (chiens-chats) de composition de mesures ; parmi ces élèves, seuls les élèves E6 et E7 produisent un énoncé adéquat, en effectuant une interprétation des données de manière à produire un problème multiplicatif de la catégorie «isomorphisme de mesures». Par ailleurs, on peut noter chez les élèves E1 et E8 une interprétation de l'expression «couple» relevant de connaissances sur le pairage, sur le groupe par 2. Les interventions effectuées par la chercheure, dans le but d'amener les élèves à un traitement adéquat de ce problème de produit de mesures, se sont avérées fort peu efficaces, fort peu pertinentes. Nous pourrons mieux apprécier, au moment de l'examen des conduites des élèves, les effets de ces interventions relevant d'un enseignement ostensif (Salin, 1999).

L'illustration du problème 1.4. (tissu-couture) n'est examinée que par les élèves E1 et E8 ; les écritures produites et les remarques de ces élèves montrent, de toute évidence, que cette illustration évoque immédiatement un problème d'isomorphisme de mesures. Enfin, comme nous l'avons montré, l'illustration du problème 1.5. (anniversaire) est immédiatement associée à une multiplication ; les élèves E7 et E8 produisent alors un énoncé de problème multiplicatif impliquant une relation entre des mesures.

L'analyse des conduites et des interactions, lors de cette première situation, montre que certains de ces élèves présentant des difficultés en mathématiques sont davantage en mesure de donner sens aux illustrations et de produire des énoncés pertinents. Il en est ainsi des élèves E1, E6, E7 et E8. Ces élèves sont précieux ; ils permettent ainsi aux autres élèves d'entrer dans les situations, comme le montre l'augmentation des interventions de ces autres élèves.

3.1.2. Deuxième situation: illustrations des relations entre les données d'énoncés de problèmes

Dans cette deuxième situation, les élèves ont effectué des tâches similaires à celles présentées dans la première situation, mais en ordre inverse. Ils devaient d'abord produire une illustration imagée d'un des problèmes que nous leur présentions. Ils devaient ensuite choisir une des illustrations faites par les autres équipes, rédiger un problème et écrire une phrase mathématique allant avec cette illustration. Enfin, ils étaient invités à choisir un problème et une phrase mathématique lui étant associée, parmi un ensemble de problèmes et de phrases, puis évaluer cette production.

L'ensemble de ces tâches a été effectué avec l'environnement informatique «Résolution de problèmes, version 2». Ils disposaient de la marche à suivre suivante :

1. Aller à l'adresse Internet suivante :
http://www.gricea.umontreal.ca/didacTIC

2. Cliquer sur «**Primaire**»

3. Cliquer sur «**Résolution de problèmes**»

4. Cliquer sur «**version 2.0**»

5. Entrer votre **nom d'usager** et votre **mot de passe** et cliquer sur «**commencer l'activité**»

6. Cliquer sur la **flèche verte**

7. Cliquer sur «**Situation 2**»

8. Dans cette activité, vous êtes d'abord invités à faire l'illustration, le dessin, du problème qui vous est présenté.

En cliquant sur ABC vous avez la possibilité d'écrire quelque chose dans cette case.

En cliquant sur  vous avez accès à un certain nombre de dessins que vous pouvez choisir pour votre problème.

En cliquant sur  ce sont des flèches et des signes de ponctuation que vous pouvez sélectionner.

En cliquant sur , vous aurez accès à différentes figures géométriques.

En tout temps, vous pouvez avoir un aperçu de votre dessin en cliquant sur «aperçu de votre dessin». Aucune donnée n'est alors enregistrée.

9. Lorsque vous aurez terminé votre dessin, cliquer sur «**création de votre dessin**». Vous verrez alors la version finale de votre dessin.

10. Ensuite, cliquez sur «**passer à l'étape suivante**». Vous trouverez alors les dessins des autres équipes qui travaillent sur le projet. Choisissez un dessin parmi ceux qui vous sont proposés en cliquant sur «**je choisis ce dessin**».

11. Le dessin vous apparaît sur une nouvelle page et on vous demande de **rédiger votre énoncé de ce problème**, de **composer un problème** allant avec ce dessin. Une fois votre problème terminé, nous vous demandons aussi d'écrire votre **expression mathématique**. En fait, on vous demande de trouver la **phrase mathématique, les calculs**, que vous feriez pour résoudre le problème.

12. Lorsque vous avez terminé de rédiger votre problème et que vous aurez composé une phrase mathématique, cliquez sur «**cliquez lorsque vous avez complété votre énoncé**». Cliquez ensuite sur «**passer à l'étape suivante**».

13. Faites la même démarche avec l'autre problème qui vous sera présenté.

Nous avons disposé de soixante-dix minutes seulement pour réaliser les tâches que comportait cette situation : une première période de vingt-cinq minutes et une autre de quarante-cinq minutes. Nous rendons compte des travaux réalisés à chacune de ces périodes.

3.1.2.1. Deuxième situation : première période

Un premier problème multiplicatif d'isomorphisme de mesures à proportionnalité simple, soit *«viva la leche»*, et un second problème d'isomorphismes de mesures à proportionnalité simple, soit *«anniversaire mouillé»*, mais plus complexe que le premier, puisqu'il nécessite aussi une conversion de mesures, ont été présentés aux élèves. Voici ces deux problèmes :

> **2.1. Viva la leche!**
> Pour être en bonne santé, le ministère de la santé, selon le guide canadien de l'alimentation, recommande de boire quatre verres de lait par semaine. Selon cette recommandation, combien de verres de lait devrait-on boire par année (Indice : il y a 52 semaines dans un année)?
>
> **2.2. Anniversaire mouillé**
> C'est la fête ! Les amis de Jean et lui-même ont soif ! Jean va chercher une bouteille de lait de 2 L. Il veut remplir six verres ayant chacun une capacité de 225 ml. Y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?

Il est important de mentionner que plusieurs interventions de la chercheure et de l'étudiante-chercheure ont été effectuées, auprès de chacune des équipes, pour qu'elles puissent maîtriser le dispositif informatique. L'extrait suivant rend compte de certaines des interventions effectuées auprès d'une des équipes ; les difficultés rencontrées par cette équipe sont représentatives de celles observées dans les autres équipes.

Extrait 1 : interactions entre les élèves E1 et E8 et l'étudiante-chercheure, lors de la réalisation de la représentation des tâches associées au problème «Anniversaire mouillée»

ÉC	Là, ce qu'il faut que vous fassiez, c'est vous qui faites le dessin. Vous avez votre problème

	…
E1	Est-ce qu'on est obligé d'écrire??
ÉC	Tu sais quand on a fait le problème sur la neige, nous on a pris des bâtonnets. Ce n'est pas toujours facile de trouver la bonne affaire. Si jamais tu … Donc tu explores et tu essaies de faire le dessin qui va avec ce problème là
E1	On va prendre un dessin ehh… surpris, neutre… (pointant à une des figures)
E8	Neutre
E1	Ok, attends, après
E8	On peut prendre un cube
E1	Non un verre. Est-ce qu'on peut dire que ça c'est Jean pis que ça c'est un verre?
ÉC	Oui, tu peux
E8	Ok, bon
E1	Ok, je pense que c'est juste ça qu'on va mettre
E8	Non
E1	Qu'est-ce que tu veux mettre d'autre??
ÉC	Lorsqu'un autre élève va avoir votre illustration, il va falloir qu'il fasse un problème avec votre illustration.
E1	Avec ça là, avec les dessins?
E8	Ok, ben ses autres amis eux, sont comment? Il y en a un qui peut être fâché
E1	Attends genre ehh…
E8	Quelqu'un fâché, surpris, content
E1	Non attends, j'ai une meilleure, on va tout effacer ça. On va écrire ok?
E8	Ah non, j'veux pas tout écrire moi (??)
E1	Non non non, juste ça là
	…
ÉC	Il ne faut pas que vous réécriviez le problème là…
E1	Non, je sais mais ils vont le trouver eux-mêmes
ÉC	Il faut que tu mettes le plus de figures possible et le moins d'écritures possible…Si tu mets une figure fâchée, tu n'as pas besoin d'écrire fâché…
E1	Ah ben là
ÉC	C'est ça qui est dur, c'est ça l'exercice
E8	???
E1	(en lisant) parce que… et pis là ils vont choisir eux-mêmes
ÉC	Nous, est-ce qu'on avait mis tous ces détails dans les illustrations qu'on vous a données?
E8	Non mais on…. ben arrête d'écrire là, mets des images
E1	ben…
ÉC	Tu pourrais mettre un bonhomme content avec la maison
E1	Ah oui, bonne idée, je vais tout effacer
ÉC	Tu comprends? Tu peux écrire des choses, mais c'est plus pour écrire comme cinq fois ou…
E8	Ça non, pourquoi tu l'as effacé??
E1	S'cusez
	…
E1	ehhh… on pourrait mettre un verre
E8	Pourquoi on met pas des verres remplis?
E1	Ah ben oui!
	…
E1	bon ok là j'ai mis ça … pis là il est fâché. C'est tout?
E8	Oui
	…
ÉC	Puis?

E1	C'est comme ça… Regarde… Il est content parce qu'il fête sa fête à la maison pis là, ils ont soif, mais là ils n'ont plus rien
ÉC	ok
E1	Là, y dit qu'il va aller en n'acheter d'autre fais que là je sais pas quoi!
E8	Ah ben tu mets un sac! Aie!, je suis intelligent hen!
E8	Parti acheter quoi, du fromage?
E1	Non, du lait… Bon ben on a fini
ÉC	Mais là, je n'ai pas de chiffre, je n'ai pas rien pour faire mon problème…
E8	Oups!
E1	Ben là, tu m'as dit … ah ben là
ÉC	C'est dur E1, ça se peut, c'est pour te faire travailler un peu
E1	Ben là, tu viens de me dire de faire des dessins pis là
ÉC	Je t'ai dit que tu as le droit d'écrire des chiffres
E1	Oui, mais si je ne veux pas
ÉC	Moi, si tu me donnes ça je ne suis pas capable de faire le problème
E1	Ben, il est déjà là le problème
ÉC	Moi je ne l'aurai pas
E1	Comment ça tu ne l'auras pas?
ÉC	Parce que tu vas le donner à quelqu'un et les autres personnes ne l'auront pas quand ils vont le faire
E1	Oui, mais comment tu veux que je marque ça?
E8	Ben, regarde, vu que là il est content ben que … il est fâché admettons parce …
ÉC	Admettons, il va aller chercher une bouteille de lait
E1	Y'en n'a pas
ÉC	Ben prends ça ici, ça c'est la bouteille admettons… elle est combien la bouteille?
E1	Je ne sais pas
ÉC	Elle est de combien?? 2L?
E1	Non non, je vais marquer un L
ÉC	Elle a 2L la bouteille
E1	Oui, pis?
ÉC	Ben c'est ça qu'on écrit. Elle a 2L la bouteille. Là après ça, ils disent quoi? Ils disent que tu veux remplir 6
E1	6 verres
ÉC	6…
E1	Six (commence à écrire)
ÉC	Non non non, pas besoin
E1	je peux juste écrire 6
ÉC	Puis-je prendre quelque chose pour représenter les verres?
E8	Oui, le petit cylindre
ÉC	6 verres ok… il mesure combien lui?? Combien de ml dans un verre?
E1	Ehh … ben … 200…225
ÉC	225 ml
E1	(il écrit 225 ml) et voilà!
ÉC	Puis, ta question est?
E1	Ehh … si oui, quelle quantité il restera? Je marque quoi là?
ÉC	Il faut trouver une façon de mettre la question
ÉC	Des fois pour la question, tu peux écrire un petit peu plus comme nous on avait écrit « couples possibles »
E1	Je marque ehh … combien reste de L? (et écrit) Dans la pinte de lait

Cet extrait montre bien la complexité de la tâche d'illustration d'un problème, étant donné les contraintes imposées par le choix limité d'objets pour représenter les relations. De plus, comme en témoignent les dernières interactions, les élèves ne songent pas à représenter l'élément à déterminer dans le problème, la question.

Deux équipes seulement, soit l'équipe précédente et une autre équipe formée des élèves E6 et E7, réussissent à effectuer les illustrations. Voici les illustrations produites par ces équipes ; nous reproduisons le problème associé à chacune de ces illustrations.

E6 et E7 :

Problème 2.1. (Viva la leche!)

Pour être en bonne santé, le ministère de la santé, selon le guide canadien de l'alimentation, recommande de boire quatre verres de lait par semaine. Selon cette recommandation, combien de verres de lait devrait-on boire par année (Indice : il y a 52 semaines dans un année)?

Illustration :

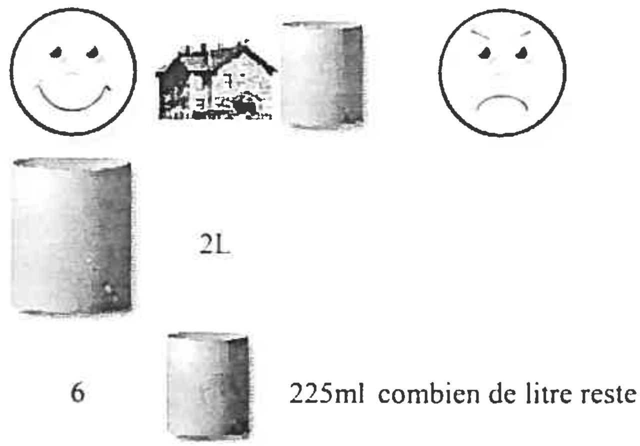
4 fois par semaine4x52=208

Expression : jai 8 bonbon il en faut 52se

E1 et E8

Problème 2.2. **(Anniversaire mouillé)**

C'est la fête ! Les amis de Jean et lui-même ont soif ! Jean va chercher une bouteille de lait de 2 L. Il veut remplir six verres ayant chacun une capacité de 225 ml. Y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?



L'équipe composée des élèves E6 et E7 se contente d'inclure une figure souriante, probablement pour indiquer qu'il s'agit d'une personne en bonne santé, et d'y associer un calcul et un commentaire, reprenant les informations jugées importantes à la résolution de problème. De toute évidence, ces élèves interprètent correctement le problème et proposent une solution juste.

L'équipe composée des élèves E1 et E8, comme les interactions précédentes nous le laissaient entrevoir, est parvenue à produire une illustration qui inclut les données pertinentes du problème.

3.1.2.2. Deuxième situation : seconde période

Lors de la seconde période consacrée à la deuxième situation, nous avons jugé utile de prendre quelques minutes pour expliquer le travail et ainsi faciliter leur entrée dans la situation. Ils étaient plus à même de comprendre ce qu'ils devaient faire, comment le faire et pourquoi ils le faisaient. Cette introduction complétée, nous nous sommes installés dans la classe de l'enseignant B. Les conditions de travail étaient mieux que celles que nous avions rencontrées lors de la période précédente. Les autres élèves de la classe travaillaient en silence. Nous avons dû réorganiser nos équipes en raison de matériel défectueux. Nous avions donc deux équipes de trois au lieu de quatre équipes de deux. Nous avons aussi décidé d'utiliser le petit local entre les deux classes pour conclure notre activité, pour faire un retour et une intégration des apprentissages.

Nous avons encore une fois eu un problème avec l'ordinateur. Les élèves ont été capables de faire la séquence une première fois. Ils ont eu l'occasion d'effectuer la séquence en entier, et les résultats obtenus sont très intéressants. Pour le deuxième problème, rien à faire, nous revenions toujours au même problème (soit celui de l'animalerie). Nous avons eu recours, à la première version, mais les résultats n'ont pas été plus satisfaisants. Nous avons dû interrompre l'activité.

Voici les problèmes à partir desquels les élèves ont travaillé :

2.3. Histoire de chats!
Dans une animalerie, l'espace est compté! Dans une petite cage, on peut loger quelques chats. Sur une tablette, on peut mettre sans problème 15 petites cages. Puisqu'on dispose de 5 tablettes, on a réussi à loger 225 chats. Combien de chats une petite cage contient-elle?

2.4. Laveuse défectueuse
Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?

2.5. Champion de basket!
Félix fait partie de l'équipe de basket de son école. Il veut devenir un champion. Il demande donc à son père de lui faire un petit terrain devant la maison. Il estime que son terrain idéal de pratique devrait faire 4 mètres de largeur et 6 mètres de longueur. Avec cette superficie, il devrait en avoir assez pour se pratiquer. Quelle est l'aire de ce terrain idéal?

Nous avons, une fois de plus, éprouvé des difficultés d'enregistrements, la proximité des ordinateurs provoquant un mélange cacophonique des interactions. Nous avons toutefois pu recueillir certains échanges qui ont retenu notre attention et nous avons eu recours à nos notes personnelles. Nous présentons les échanges qui ont eu lieu lors de la mise en situation dans le petit local, ainsi que ceux qui se sont produits entre les élèves E2, E3 et E5, lors de la réalisation de l'activité.

Extrait 1 : interactions lors de la mise en situation de l'activité

ÉC	La semaine passée, on avait commencé à faire des dessins… est-ce que ça vous dit quelque chose?
C	Puis, on avait, on a du interrompre; l'informaticien a dû travailler pour essayer de récupérer les dessins que vous n'arriviez pas à voir
ÉC	Est-ce que vous vous en souvenez de comment faire les dessins?
E1	Oui
E8	Oui
ÉC	Là, la semaine passée, cette étape ne fonctionnait pas, mais là, vous allez choisir un problème fait par une autre équipe et vous allez écrire un problème qui va avec ce dessin là. Donc, en gros, la première chose que vous faites c'est un dessin, par rapport à un problème que nous on vous donne, après ça vous choisissez un dessin, après vous écrivez un problème pour le dessin que vous avez choisi et à la fin, vous recommencez avec un autre problème que vous allez avoir dans la banque de problèmes. Vous avez deux fois cette séquence là à faire.
C	Mais le hic c'est qu'on va vous demander d'associer une écriture mathématique à votre problème
ÉC	Ah oui, quand vous allez écrire votre problème par rapport au dessin que vous avez choisi, on aimerait ça que vous mettiez les calculs que vous feriez pour le résoudre.
C	Les calculs pour le résoudre, mais pas nécessairement pour le résoudre, pour montrer ce que veut dire le problème. Je vais vous donner un exemple, puis on va comprendre. Vous allez me dire ch.. je dis moi, j'avais 25 ans hier, non non, c'est faux mais c'est pas grave! J'avais 25 pommes hier, puis il m'est arrivé quelque chose dans la journée. Quand je suis arrivée chez moi, j'en ai trouvé que 18. Ça serait quoi l'écriture arithmétique qu'il faudrait faire pour montrer ce que ça veut dire ce problème là?
E1	25-18
C	Ah non, je ne veux pas faire le calcul, je veux juste représenter ce qui est à faire. J'ai 25, il s'est passé quelque chose, je peux faire quoi? moins point d'interrogation puis égal 18. Ça veut dire que quelque chose s'est passé, j'en ai perdu. Si on m'en avait donné, j'aurais fait 25 plus quelque chose ou… ah non, il faut que ça soit un écriture avec des chiffres
E1	Ah ben là
C	C'est une écriture, vous appelez ça une phrase mathématique. Si j'écrit 25+?=40 vous appelez ça comment?
E8	Une phrase mathématique
C	Une phrase mathématique. C'est une phrase mathématique. Il ne faut pas que ça donne le calcul, il faut que ça donne comment ça marche. Dans mon problème, j'avais 25, j'ai perdu, j'en ai à la fin 18. Donc comment j'exprime… J'ai 25, j'ai perdu quelque chose c'est moins ? On sait pas, c'est ça qui est à faire et égal 18. Après pour le calcul, on peut faire ce qu'on veut. Est-ce que vous voyez la distinction entre le calcul et l'écriture? Si on me donne le problème 25 moins quelque chose égal 18, je ne suis pas obligée de faire … je peux faire 18, 19, 20… j'ai plein de calculs possibles. Par exemple, si j'ai 301 moins quelque chose égal 299, ça serait bête que je fasse carrément la soustraction. Vous êtes d'accord? 301-299 qu'est-ce qui s'est passé? Si j'avais 301 pommes, j'en ai perdu combien?
ÉC	J'en avais 301, j'en ai 299
E2	2
C	Donc ça donne rien de calculer en faisant la soustraction; on sait carrément en regardant les nombres, ça on en a fait souvent. Alors c'est un peu ça qu'on appelle les écritures avant de faire l'énoncé. Votre écriture doit dire de quoi il est question dans le problème avec des nombres et des opérations …

ÉC	Oui
C	On peut peut-être à ce moment là aller à l'ordinateur

Les interventions de la chercheure et de l'étudiante-chercheure ont pour but de permettre aux élèves de faire une distinction entre «la phrase mathématique ou l'écriture mathématique» qui rend compte des relations entre les données et le calcul pour résoudre le problème. L'application de cette distinction dans le cas du problème de transformation représenté par «301 - ? = 299» prend appui sur la mémoire des activités réalisées avec plusieurs de ces élèves au cours des dernières années.

Extrait 2 : interactions entre les élèves E2, E3 et E5 et l'étudiante-chercheure et la chercheure lors de la réalisation de l'illustration du problème 2.3. (laveuse défectueuse)

Pour faciliter la lecture de cet extrait, nous présentons de nouveau le problème 2.3. (laveuse défectueuse) :

> Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?

ÉC	Il faut que vous vous entendiez pour décider ce qu'on va faire pour faire ce dessin là.
E3	Ben check, on peut faire ehh … ça fois ça égal point d'interrogation
ÉC	Faut que tu fasses un dessin comme nous on avait fait
E3	Oui, on peut faire eh mettons…
ÉC	T'sé la première fois là
E3	On peut faire ça fois ça…
ÉC	T'en souviens-tu des dessins comme ça? T'en souviens-tu de ces dessins là? Ben c'et ça qu'il faut que tu fasses toi. Comment tu peux faire le dessin?
E3	Le bonhomme avec (incompréhensible)
E5	Tous les bonhommes sont là.
	…
E3	Lui ou lui? Voiture bleue, voiture rouge, neutre, content…
E5	Neutre?
E3	Ben non, fâché, elle n'arrête pas d'avoir des problèmes, elle est fâchée. C'est gossant avoir des problèmes. Ok, après.
E5	Ok, qu'est-ce qu'on fait?
	…
E3	Attends, (relis le problème…) ça moins ça égal…attends, oui, on va faire le bonhomme moins l'autre bonhomme
	…

ÉC	Mais qu'est-ce qu'elle fait elle finalement?
E3	Ben elle arrête pas d'avoir des problèmes
ÉC	Ok, elle est fâchée, c'est beau. Après ça. Découragée … Est-ce que c'est important ça?
E3	Ouais
E5	Non
E3	Ben non, ben non
ÉC	De toutes façons, la réparer… Ça nous donnes-tu quelque chose dans notre problème mathématique?
T	Non
ÉC	Elle trouve ce qu'il lui faut dans un magasin d'électroménagers. Est-ce que c'est important?
T	Non, non plus
ÉC	Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse.
T	Oui
ÉC	Ok, là elle est fâchée. Sur une autre ligne, qu'est-ce qui arrive?
E5	Ben, eh…
E3	Elle a de l'argent
ÉC	Qu'est-ce qui arrive? Ça tu peux les écrire en chiffres mais il faudrait que tu mettes quelque chose qui représente la laveuse.
E3	Ah ben attends, on va voir dans les bonhommes. Ben peut-être qu'y a une laveuse?
ÉC	Ça dit pas que ça doit être une laveuse; ça peut être n'importe quoi là
E3	On va dire que ça c'est une laveuse
E5	Ben ça c'est un visage
ÉC	Vous pouvez aller dans les formes géométriques
	…
E3	Le prix, on peut mettre le prix, là ici à côté… ça égal ça là, non? ouais?
	…
E3	Egal fallait mettre égal
ÉC	Non non non non tu ne fais pas de phrase mathématique là. Là t'a fait quoi? Ok. Puis là, qu'est-ce qu'il te reste dans ton problème à mettre?
E3	À mettre combien ça me coûte en tout
E5	Un égal
ÉC	Non non non non non . À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes
E3	Fois ça égal ça
E5	Ok ben moi, j'ai une idée. Je sais pas si c'est difficile à voir mais on peut poser pourquoi elle donne ce prix là pis on enlève le 19,60 dollars pis on garde seulement le 22,47. Il vont trouver qu'est-ce qui va manquer
ÉC	Non mais ton problème c'est ça là. C'est ça qu'il faut que tu fasses. C'est ça qu'il faut que tu représentes, après ça tu vas changer de problème, mais pour l'instant, il faut que tu fasses le dessin de ça. Fait que là, il faut que tu trouves une façon, si toi tu étais Mme Grenier là. Si t'achètes la laveuse qu'est-ce qu'il faut que tu fasses pour calculer le total de ce que tu vas dépenser?
E3	Il faut calculer
ÉC	Qu'est-ce que tu fais pour le total ?
E3	Eh je sais pas
ÉC	Un fois un plus un moins ou un diviser?
E3	Un fois
ÉC	Pourquoi un fois?
E3	parce que ????
ÉC	Non mais regarde là. J'achète quelque chose puis là il faut que tu comptes les taxes
E3	Plus

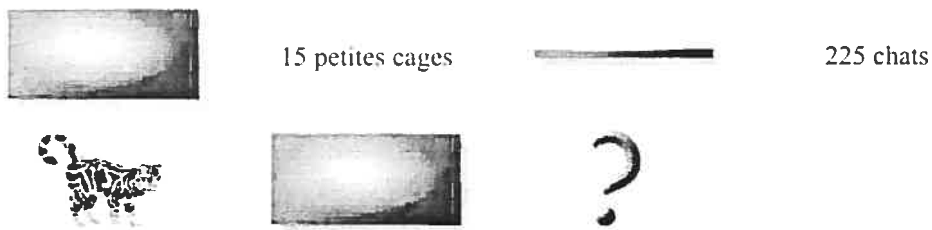
ÉC	Ok plus … il faut que tu trouves une façon de dire que je veux mettre plus
E3	On a rien qu'a aller là pis je vais mettre plus
ÉC	Faudrait que tu trouves une façon de représenter les taxes, si tu mettais ton sac pour dire que c'est des taxes de vente puis si tu mettais tes deux taxes ici?
E3	Fais que là je change de ligne?
ÉC	Ouais, moi je mettrais un sac là, qu'est-ce que tu en dis E3? Pourquoi on met le sac?
E3	Parce que ça représente les taxes de vente
ÉC	Nos achats puis là, c'est quoi nos taxes qu'on a? les montants?
	…
ÉC	Ok, je mets-tu un point d'interrogation quelque part ou non?
E3	Non non
E2	Ben oui on peut parce que …
ÉC	Je le mettrais où? Êtes-vous tout le monde d'accord avec ce dessin là?
E2	Non, ben y'a pas de question
E3	Ben il demande combien qu'elle a de taxes
ÉC	Y'as-tu une question ou pas?
E5	Oui y'a une question
E3	Oui parce qui dit combien reviendra l'achat de Mme Grenier c'est une question ça
ÉC	Qu'est-ce que tu en penses E2? Est-ce que tu voudrais le mettre ailleurs E2? C'est correct? Fait que là si vous êtes tout le monde d'accord, tu descends…

Il nous est apparu important de reproduire, presque entièrement, les interactions entre les élèves et l'étudiante-chercheure, pour montrer, une fois de plus, la complexité de cette tâche d'illustration, complexité qui n'est pas toujours liée à la complexité du problème, puisqu'il s'agissait d'un problème additif simple de composition de mesures. Ces interactions font ressortir le rôle déterminant de l'étudiante-chercheure, rôle non prévu dans l'analyse a priori de cette situation; l'étudiante-chercheure a dû ainsi assumer une fonction importante d'orientation des conduites de ces élèves qui, sans un tel soutien, n'auraient probablement pas poursuivi le travail, ou auraient «bâclé» ce travail.

Extrait 3 : interactions entre les élèves E2, E3 et E5, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors de la première phase de la rédaction d'un problème allant avec une illustration faite par d'autres élèves

Nous avons pu voir qu'il n'était pas facile pour les élèves E2, E3 et E5 (et, selon nos observations, pour les autres élèves également) de produire une illustration. Quelles sont maintenant les conduites de ces élèves lorsqu'il s'agit de rédiger un problème, à partir d'une illustration faite par d'autres élèves?

Les critères de sélection de ces élèves pour déterminer l'illustration qu'ils allaient choisir se sont avérés très simples; ces élèves ont choisi l'illustration qui leur semblait la plus explicite. Voici l'illustration choisie et des extraits des premiers moments de l'analyse de cette illustration.



ÉC	Là il faut que vous fassiez un problème qui va avec ça et vous écrivez votre preuve mathématique
	…
C	Faites-moi un beau problème, une belle histoire
	…
C	Alors on peut dire que c'est dans une animalerie
E2	Ouais, ok (écrit animalerie)
E5	Épelle avec lui
C	Ok, après ça, on pourrait parler de?
	…
C	Combien de chats ouais, entre-t-il (??) …
E2	Comme ça?
	…
E2	Dans les cages
C	Dans les cages. Ah ben je pense que c'est bon… Vous êtes d'accord pour le point d'interrogation? … Mettez un pluriel à chats
E2	Où?
C	À chats oui oui il y a plus d'un chat … puis enregistrez

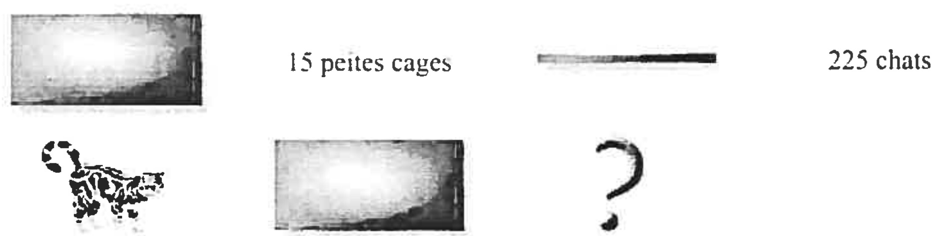
Nous tenons à souligner que lors du retour sur cette production, l'élève E5 nous dit qu'elle trouve difficile de faire le dessin, en raison de la pauvreté de la banque de dessins mis à sa disposition. L'élève E2 ajoute aussi que c'est plus difficile que la dernière fois, que «les calculs sont plus gros».

Nous présentons maintenant les productions des élèves, au cours de cette seconde période, soit les illustrations effectuées et les énoncés rédigés. Nous commentons, au fur et à mesure, les productions associées à chacune des illustrations.

Problème 2.3. Histoire de chats!

> Dans une animalerie, l'espace est compté! Dans une petite cage, on peut loger quelques chats. Sur une tablette, on peut mettre sans problème 15 petites cages. Puisqu'on dispose de 5 tablettes, on a réussi à loger 225 chats. Combien de chats une petite cage contient-elle?

a) illustration effectuée par les élèves E1 et E8



b) énoncé rédigé par les élèves E6 et E7 et validation de l'énoncé

énoncé : 225/15= ? À l'animalerie il y'a 225 chats et 15 cages combiens de chats il va avoir par cages?

validation : oui.225/15=15

c) énoncé rédigé par les élèves E2, E3 et E5 et validation de l'énoncé

énoncé : 225/15=?

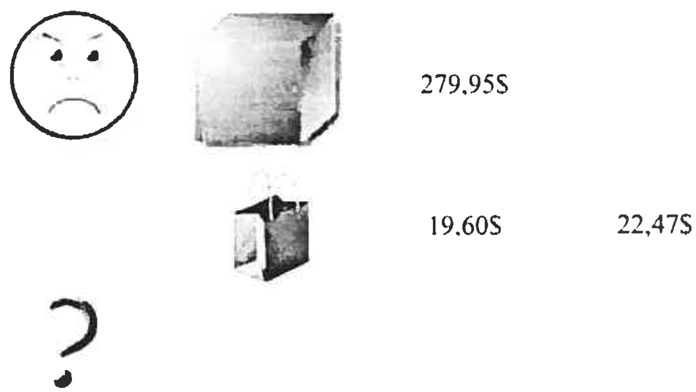
validation : 225/15=? dans une animalerie,il y a 15 petites cages et il y a 225 chats combien de chats rentrent-ils dans une cage?

L'illustration produite par les élèves E1 et E8 constitue une tentative intéressante d'interprétation des relations entre les données, une tentative intéressante de la prise en compte des relations définissant ce problème multiplicatif d'isomorphisme de mesures. Ces élèves ne parviennent toutefois pas à rendre compte des emboîtements «tablettes-cages». Leur solution, ainsi que le problème qu'ils parviennent à composer, montrent qu'ils font abstraction du nombre de tablettes. Enfin, l'énoncé rédigé par les élèves E2, E3 et E5, et le calcul associé à cet énoncé, montrent bien que ces élèves aussi éprouvent des difficultés à considérer les emboîtements «tablettes-cages». Remarquons cependant que ces énoncés sont en harmonie avec les calculs proposés, faisant abstraction d'une des mesures impliquées dans le problème.

Problème 2.4. Laveuse défectueuse :

> Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95\$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60\$ et 22,47\$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?

a) illustration effectuée par les élèves E2, E3 et E5

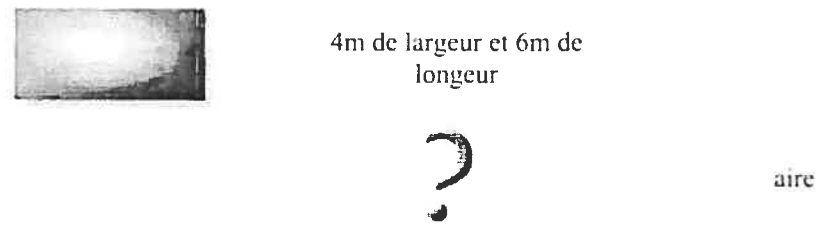


Seuls les élèves E2, E3 et E5 ont produit une illustration du problème «Laveuse défectueuse». L'illustration produite semble toutefois montrer que ces élèves ont bien interprété ce problème additif de composition de mesures.

Problème 2.5. Champion de basket :

> Félix fait partie de l'équipe de basket de son école. Il veut devenir un champion. Il demande donc à son père de lui faire un petit terrain devant la maison. Il estime que son terrain idéal de pratique devrait faire 4 mètres de largeur et 6 mètres de longueur. Avec cette superficie, il devrait en avoir assez pour se pratiquer. Quelle est l'aire de ce terrain idéal?

a) illustration effectuée par les élèves E6 et E7



b) énoncé rédigé par les élèves E1 et E8

4x6=? myriam, chloé et roxanne veuleut faire un casetête mes il veuleut savoir l'aire du casetête???????

L'illustration produite par les élèves E6 et E7 – notez que ces élèves font partie des élèves qui spontanément privilégient le calcul de l'aire, dès qu'ils font face à des figures géométriques et à des mesures exprimées avec des unités conventionnellement associées à ce type de problème – prend la forme d'une illustration des informations pertinentes (expressions et dessins), en associant à un figure rectangulaire, des mesures de longueur et de largeur, et en établissant clairement qu'il s'agit bien de trouver l'aire du rectangle. L'énoncé rédigé, par la suite, par les élèves E1 et E8 ne fait qu'ajouter un contexte à cette illustration. Mentionnons toutefois, la pauvreté « langagière » du texte rédigé par ces derniers élèves, notamment l'orthographe du mot « casse-tête ». Malheureusement, nous n'avons guère eu le temps de mener un examen de ce texte, ainsi que des autres textes.

3.1.2.3. Synthèse de l'analyse des conduites et des interactions lors du déroulement de la situation 2

Lors de cette deuxième situation, les élèves ont effectué les tâches suivantes :

a) produire des illustrations imagées de problèmes que nous avions rédigés ;

b) interpréter des illustrations effectuées par d'autres élèves ;

c) rédiger des problèmes et associer des écritures mathématiques rendant compte des relations entre les données des problèmes ;

d) évaluer les problèmes rédigés par d'autres. L'ensemble de ces tâches a été effectué avec l'environnement informatique «Résolution de problèmes, version 2».

Les problèmes qui leur étaient soumis étaient relativement simples : un premier problème multiplicatif d'isomorphisme de mesures (proportionnalité simple) et un second problème additif de composition de mesures ; notre intention étant de les engager dans un travail de modélisation imagée des relations entre les données de problèmes.

Comme nous avons pu le constater, nous avions sous-estimé la complexité de la tâche d'illustration des problèmes. Trois équipes parviennent à composer des illustrations. Même si les illustrations alors produites sont discutables, elles témoignent de l'engagement de ces élèves dans la tâche ; ces élèves sont également ceux qui, depuis le début de la séquence, montrent une implication et une audace supérieures à celles observées chez les autres élèves.

Face aux difficultés des élèves, l'étudiante-chercheure et la chercheure n'entrevoient pas spontanément d'autres solutions que celle d'orienter les interprétations et les décisions des élèves. Ces interventions s'avèrent fructueuses, du moins si on prend en considération l'engagement de l'ensemble des élèves dans les activités de la seconde période. Au cours de cette période, les élèves doivent représenter des problèmes multiplicatifs d'isomorphisme de mesures, dont un problème comportant une double proportion, et de produit de mesures, ainsi qu'un problème additif de composition de mesures. Plusieurs élèves montrent alors une interprétation adéquate des relations entre les données, même s'ils ne parviennent pas facilement à représenter ces relations, certains se contentant de choisir des objets pour rendre compte des contextes et d'autres de représenter l'information jugée pertinente en y associant un calcul. Aucun des élèves ne sait enfin tenir compte de l'emboîtement «tablette/cage» dans le traitement du problème multiplicatif impliquant une double proportion.

3.1.3. Troisième situation : interprétation d'illustrations et rédaction de problèmes associés à ces illustrations

Après une réflexion et une concertation avec les enseignants titulaires des classes des élèves participant à notre projet, nous avons décidé de concentrer notre projet sur la rédaction de problèmes en lien avec des illustrations. Notre objectif premier était de mieux comprendre comment la rédaction de problèmes pouvait influencer les habitudes en résolution de problèmes de ces élèves, la rédaction étant une occasion unique d'expliciter les relations entre les données des problèmes, relations «montrées» à l'aide de illustrations. Or, comme la situation avec notre programme informatique n'était pas des plus rassurantes et que c'était par l'intermédiaire de celui-ci que l'illustration était possible, nous avons décidé de retourner à nos papiers et à nos crayons et d'essayer de pousser un peu plus loin le travail et les réflexions que nous avions faits avec les élèves durant la première situation.

Nous avons travaillé durant trois périodes, au rythme d'une période par semaine. Comme à la première situation, les élèves étaient d'abord invités à rédiger des problèmes, à partir des illustrations qui leur étaient proposées. Ensuite, ils devaient évaluer, corriger et résoudre les problèmes, de même que faire des regroupements avec les différentes illustrations d'un même problème. Enfin, ils devaient associer les illustrations aux problèmes qui étaient à l'origine des illustrations que nous leur avions soumises et résoudre ces problèmes.

Pour cette situation, nous avons composé trois problèmes et créé trois illustrations pour chacun de ces problèmes. Nous avons choisi des problèmes additifs et multiplicatifs que nous n'avions pas pu examiner attentivement avec les élèves : un premier problème relativement complexe, faisant notamment intervenir un isomorphisme de mesures (proportionnalité) et une conversion de mesures ; un second problème multiplicatif comportant un seul espace de mesures et une relation entre les mesures ; un troisième problème additif de composition de mesures.

Nous avons décidé de reprendre deux problèmes : le problème de la « laveuse » ainsi que le problème 1.5. «anniversaire mouillé» (que nous avons rebaptisé «la fête»), en recourant à d'autres contextes, en prenant soin de ne pas proposer ce problème à l'équipe qui avait pu en débattre lors de la situation précédente. Nous voulions ainsi essayer de montrer que ce qui définit un type de problème mathématique n'est pas le contexte, mais la structure des relations entre les données.

Voici donc les problèmes que nous avons retenus et les illustrations associées à chacun de ces problèmes. Par souci d'économie d'espace, nous avons effectué une reproduction à l'échelle des illustrations originales (échelle 1/3 environ).

Problème 3.1. La fête

> C'est la fête ! Les amis de Jean et lui-même ont soif ! Jean va chercher une bouteille de lait de 2 L. Un quart du lait a déjà été bu. Il veut remplir six verres ayant chacun une capacité de 225 ml. Y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?

Illustration 3.1.1. Le jus

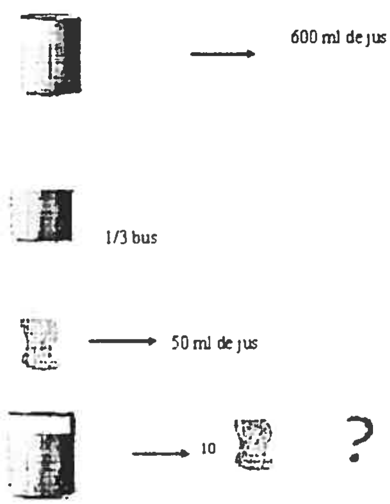


Illustration 3.1.2. Les euros

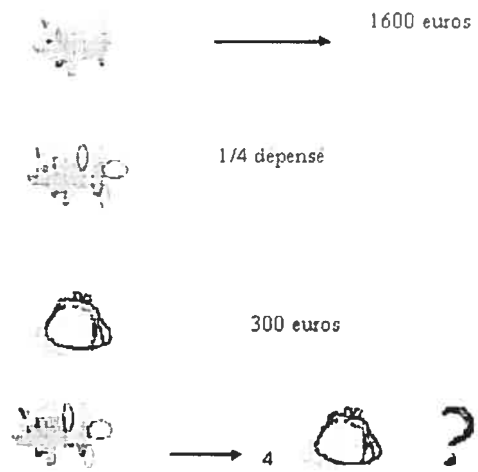
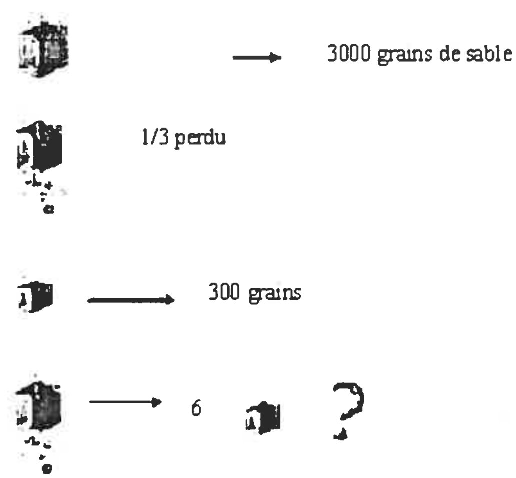


Illustration 3.1.3. Les grains de sables



Problème 3.2. Le mobile

Jade, Hanako et Noémya veulent réaliser un mobile pour mettre dans la classe. Pour cela, elles veulent utiliser 600 pailles. Jade en prend 148 et Hanako en prend deux fois plus. Combien de pailles Noémya prendra-t-elle?

Illustration 3.2.1. La maison de pailles

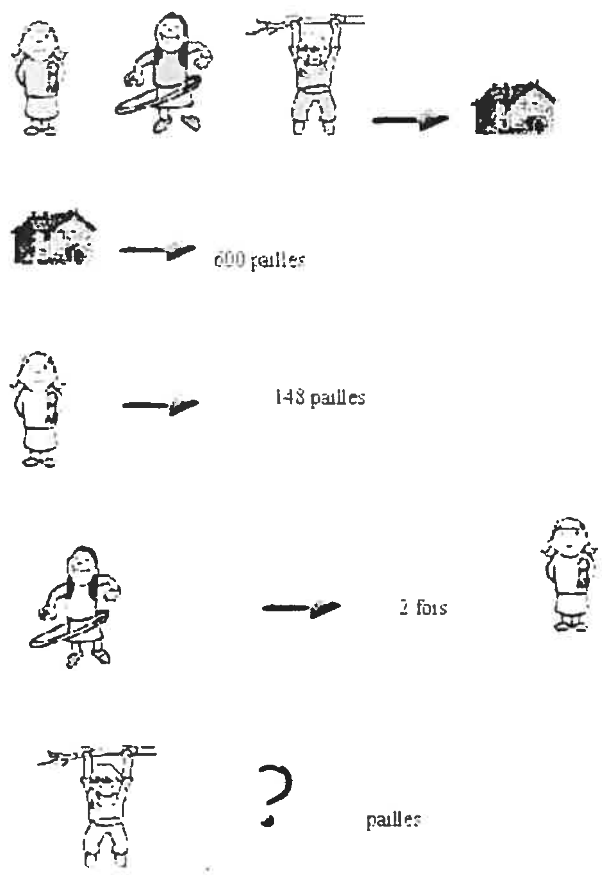


Illustration 3.2.2. La salade de fruits

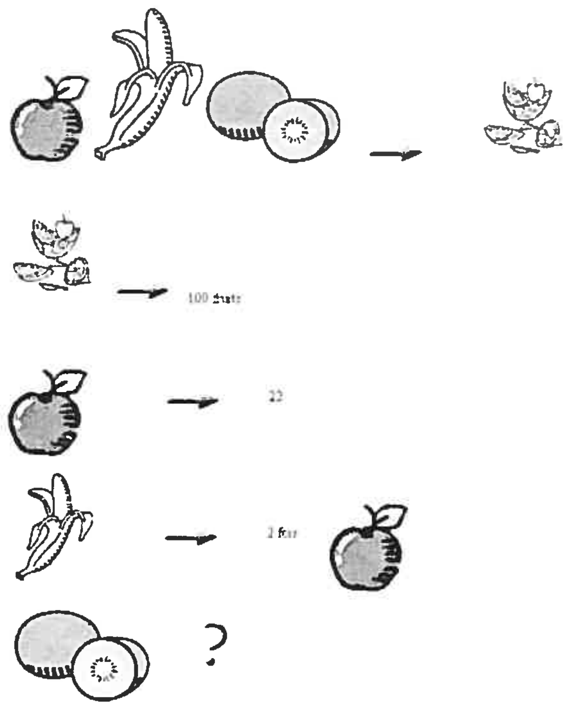
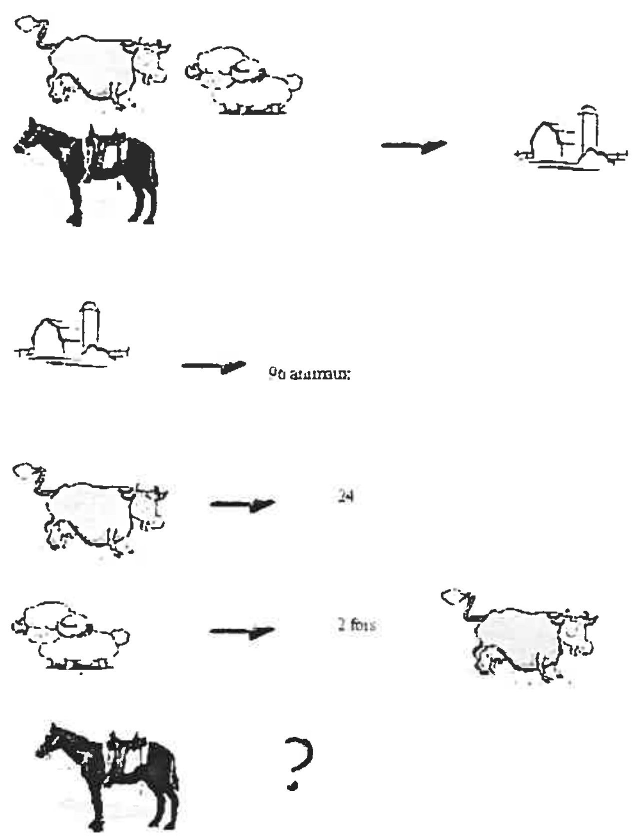


Illustration 3.2.3. Les animaux de la ferme



Problème 3.3. Laveuse défectueuse!

Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?

Illustration 3. 3.1. L'ordinateur

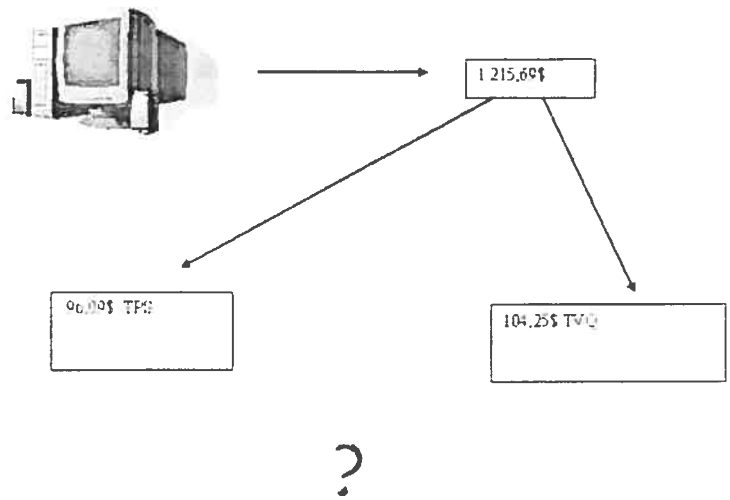


Illustration 3. 3.2. Le ski

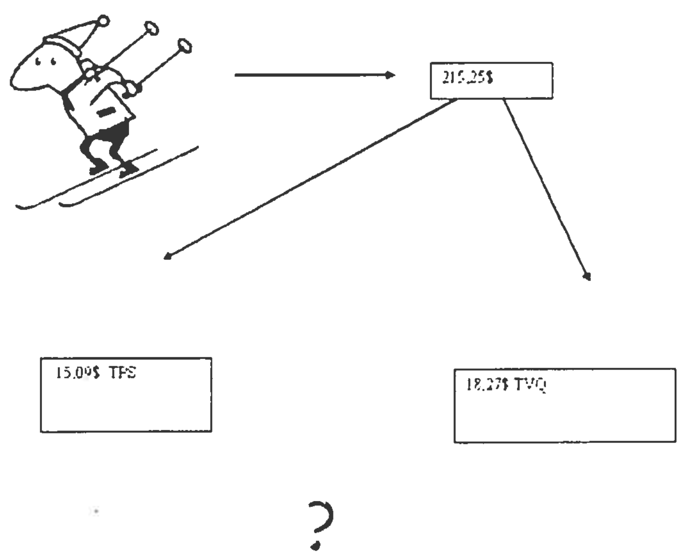
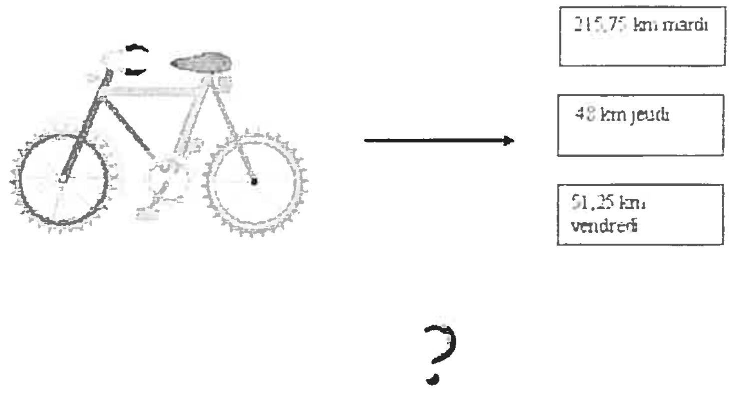


Illustration 3.3.3. Le vélo



3.1.3.1. Troisième situation, première période

Durant cette première période, comme nous l'avons mentionné précédemment, chacune des équipes devait rédiger des problèmes, à partir des illustrations dont elle disposait. Elles recevaient donc trois illustrations différentes, chacune provenant de la banque des illustrations créées pour chacun des trois problèmes. Les illustrations étaient différentes d'une équipe à l'autre.

Pour introduire les tâches, l'étudiante-chercheure rappelle ce qui a été fait dans plusieurs des situations des semaines antérieures, soit de rédiger des problèmes à partir d'illustrations, soit d'effectuer des illustrations : «Alors vous vous souvenez de ce qu'on avait fait, au tout début de nos rencontres. Aujourd'hui, on vous présente encore des dessins. On a choisi les problèmes et les dessins avec soin; on veut faire une révision de ce que vous avez fait, des problèmes qui sont assez voisins de ceux que vous avez dans votre programme l'année. Donc ça veut dire que si vous maîtrisez ça, en principe, vous devriez être capables de maîtriser les programmes, les problèmes que vous risquez d'avoir dans vos tests à la fin de l'année. Ici, il faut essayer de comprendre qu'elles sont les relations mathématiques qui sont montrées dans les illustrations, dans les dessins qu'on vous a donnés. Vous essayez de montrer par un calcul ce qui est à faire dans le problème, puis de rédiger un problème qui va bien avec ça, une histoire qui va bien le dessin… mais enfin c'est à vous de voir. Peut-être que vous vous souvenez de ce qu'on avait fait; on a fait plein de problèmes où il fallait interpréter les dessins pour les faire ; c'est ça qu'on vous demande de faire, d'essayer de trouver une histoire qui va avec le problème mathématique puis faire le calcul qui dit comment on doit … aussi regarder ce problème là dans un calcul. Qu'est-ce que ça pourrait vouloir dire un calcul, à quel endroit dans un calcul on met le point d'interrogation, qu'est-ce qui est à trouver ; vous savez la semaine passée, on a proposé de dire quinze plus quelque chose égale vingt-cinq, ça veut dire que dans mon problème j'aurais une histoire dans laquelle on me demande de trouver quoi, le deuxième nombre, mais je connais la somme, je connais un des nombres. C'est un exemple de calcul qui ne va pas nécessairement avec ceux-là, mais vous voyez un peu.»

Le rappel de situations vécues au cours des rencontres précédentes permet à la majorité des élèves d'entrer dans la tâche ; les expressions des visages des différents élèves montrent qu'ils écoutent attentivement ce qui est dit par l'étudiante-chercheure et qu'ils ne sont pas déroutés par ce qui leur est demandé. Ainsi démarrée, cette période a été une de nos belles rencontres. Les élèves étaient plus familiers avec ce type d'activité et s'investissaient davantage dans la réalisation des tâches. Certains ont eu besoin d'un petit coup de pouce pour démarrer, mais ils ont pu poursuivre seuls le travail demandé.

Nous avons formé trois équipes, puisque nous avions neuf illustrations à distribuer :

a) équipe A : composée des élèves E2, E3 et E5 ;

b) équipe B : composée des élèves E1, E4 et E8 ;

c) équipe C : composée des élèves E6 et E7.

Le tableau IX indique les illustrations distribuées aux différentes équipes. Nous présentons ensuite des extraits représentatifs des interactions qui ont eu lieu, dans les différentes équipes, lors de la réalisation de ces situations et qui montrent l'intérêt, mais aussi les problèmes rencontrés par les élèves.

Tableau IX

Illustrations distribuées aux différentes équipes

	Eq-A : E2, E3 et E5	Eq-B : E1, E4 et E8	Eq-C : E6 etE7
Prob 3.1: La fête	La salade de fruits	Les animaux de la ferme	La maison de pailles
Prob 3.2 : Le mobile	Les grains de sable	Les euros	Le jus
Prob 3.3 : Laveuse défectueuse	L'ordinateur	Le ski	Le vélo

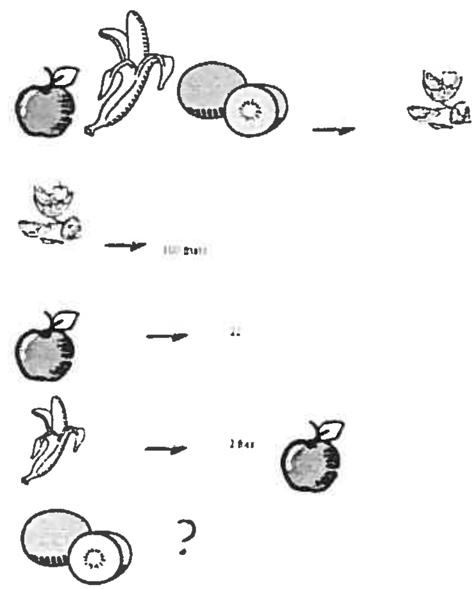
Comme nous avons travaillé dans le petit local entre les deux classes et que nos enregistreuses se situaient au centre de la table de travail, les interactions de l'équipe E6 et E7 ne sont pas audibles. En revanche, nous avons accès à celles des deux autres équipes. Nous avons donc une très bonne idée d'ensemble. Les échanges qui ont eu lieu sont fort étonnants ; on constate que les élèves commencent à vouloir aller jusqu'au bout de leurs démarches et qu'ils n'abandonnent plus au premier obstacle.

3.1.3.1.1. Analyse d'extraits des interactions entre les élèves, l'étudiante-chercheure et la chercheure, lors de l'interprétation des illustrations.

Pour mieux apprécier le travail des élèves lors de l'interprétation des illustrations, nous reproduisons certains extraits des interactions qui ont retenu plus particulièrement notre attention.

Extrait 1 : interactions entre les élèves E2, E3 et E5 de l'équipe A et l'étudiante-chercheure, lors de la rédaction du premier problème, à partir de l'illustration «la salade de fruits»

Nous reproduisons l'illustration à partir de laquelle cette équipe a travaillé pour la production de leur énoncé.



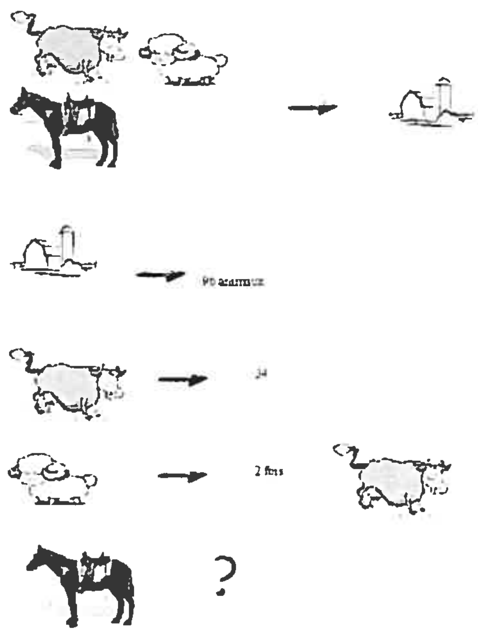
ÉC	Ok, qu'est-ce que ça voudrait dire ça?
	…
E5	Y'a 100 fruits dans la salade de fruits pis y'a 22 pommes dans la salade de fruits pis ici je comprends pas
E3	Bon ben, y'a 22 pommes dans ça y'a 2 fois, y'a 2 fois dans les bananes y'a deux fois plus que les pommes
E3	Ça fait 24
E5	Ok
ÉC	Deux fois plus que les pommes
E3	Ah, moi je comprends
ÉC	Y'en a combien des pommes
E3	Y'en a 22. 24
ÉC	Deux fois plus
E3	Ah, attends
ÉC	C'est pas grave si t'a pas la réponse tout de suite, il faut que tu comprennes le problème. Après tu feras ton calcul
	…
E3	Ah ça pis ça ça va faire 44 + 22 ? Y'en a combien pour se rendre à
E5	cent fruits
E3	44 plus 22 fois…
	…

E3	C'est pas des 0 c'est des 22 pis des 44 fois… Il faut pas qu'on dise ça fait quoi, c'est un problème mathématique il faut un point d'interrogation, c'est ça qui faut que tu trouves
	…
ÉC	Quand je veux savoir combien j'ai en tout qu'est-ce que je vais faire? C'est quelle opération que je vais faire pour ce problème là? Ici on a fait un fois mais pour savoir combien j'ai de fruits en tout quelle opération va-t-on faire?
E3	Plus
	…
E5	Ça veut dire qu'on fait 100 fois ça, eh je veux dire 100 plus ça
	…
ÉC	Je veux que tu écrives une histoire qui va avec ça
E5	Ben il y a une salade de fruits qui a 100 fruits à l'intérieur, 22 pommes à l'intérieur pis il faut qu'on trouve combien y'a de fruits dans la salade de fruits
	…
E5	Y'a plus de pommes que de bananes non?
E3	Y'a plus de bananes check, ils disent quatre fois plus de bananes
	…
E5	Que des pommes c'est-tu ça?
E3	Bananes que de pommes. Il y en a, point d'interrogation genre faut pas le savoir là y'en a deux fois plus de pommes que de bananes
E5	Oui mais là, il faut qu'on regarde y'a combien de kiwis dans la salade de fruits
E3	Oui mais il faut que tu saches…

Cet extrait est très représentatif des difficultés rencontrées par un grand nombre d'élèves dans l'interprétation des relations entre les données et des calculs à réaliser. Les élèves effectuent d'abord un traitement erroné de la relation entre le nombre de bananes et de pommes, soit «2 fois plus». L'élève E3 a d'abord additionné deux au nombre 22. Pour lui «deux fois plus de pommes que de bananes, s'il y a 22 bananes» voulait dire qu'il y avait 24 pommes. De plus, si on lui demande comment on va faire pour mettre ensemble les pommes et les bananes, l'élève E3 est capable de trouver l'addition, mais il a de la difficulté à expliquer pourquoi lorsque nous lui demandons de mettre des mots sur sa réflexion. Enfin, cet élève éprouve plus de difficulté que l'élève E5 à entrer dans la tâche de rédaction d'un problème ; c'est l'élève E5 qui identifie la question à formuler dans ce problème.

Extrait 2 : interactions entre les élèves E1, E4 et E8 de l'équipe B et la chercheure lors de la rédaction du premier problème, à partir de l'illustration « les animaux de la ferme »

Nous reproduisons l'illustration à partir de laquelle cette équipe a travaillé pour la production de leur énoncé.



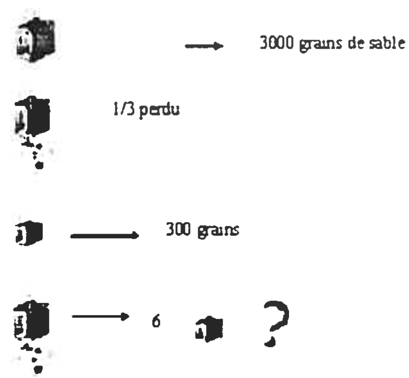
E1	Là dans la ferme y'a 96 animaux. Dans les vaches y'a 24 vaches dans les moutons y'a deux fois que les vaches alors ça fait 24 fois 2 là après pis là après on va additionner
	…
E1	Oui, 96 moins 16 Attends, tu fais 48 + 24 pis là après tu va faire 96 moins ça fois ça égal ça
	…
C	Il faut que vous écriviez une histoire qui va avec la ferme. Comment va commencer votre histoire? Dans une ferme, il y a…
E1	Des vaches
E8	Des chevals
C	Des chevaux…Pis y'en a combien… Wow, bravo E1!
	…
E1	En tout il y a 96 animaux dans la ferme…
	…
E4	24 vaches et 48 moutons
E8	oui mais y faut pas donner la réponse
E4	et il y a deux fois plus de moutons que de vaches
C	Y'a 24 moutons pis y'a quoi? 24 vaches, c'est des vaches? Ah oui. Pis y'a combien de moutons?
E8	Deux fois plus
C	Deux fois plus de moutons que
E8	de vaches et combien y'a t'il de chevals?

C	Chevaux

Les élèves de cette équipe, contrairement à ceux de l'équipe A, savent interpréter correctement l'expression «deux fois plus». L'élève E1 a très rapidement compris le problème et les calculs à faire. Les élèves E8 et E4 l'ont très bien suivi puisqu'elles sont capables, à leur tour, d'expliquer le problème.

Extrait 3 : interactions entre les élèves E2, E3 et E5 de l'équipe A et l'étudiante-chercheure lors de la rédaction du deuxième problème, à partir de l'illustration « les grains de sable »

Nous reproduisons l'illustration à partir de laquelle cette équipe a travaillé pour la production de leur énoncé.



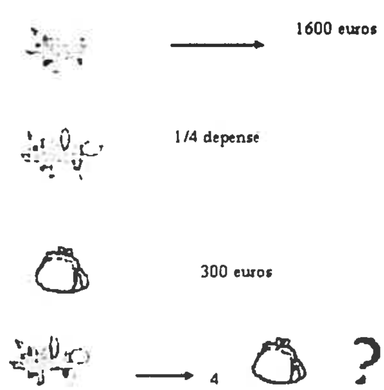
ÉC	Alors le problème? Ça parle de quoi ce problème là?
E5	Y'a 3000 grains de sable
E3	Ça dit qu'y en reste 1000 eh 100 000
E5	Attends y'a perdu 1/4
ÉC	1/3
E3	Mais, ça veut dire qui en reste 1000. C'est ça j'ai fait
E5	Là y'on perdu 1/3 de graines
ÉC	Puis là après?
E5	Après y'a 300 grains dans un petit sac
E3	Si tu lis, y'en a 6 fois plus, ça veut dire
ÉC	Pas 6 fois plus
E5	Ah, 6 fois moins que le grand sac
ÉC	La question, qu'est-ce que ça pourrait être?
E3	Je sais pas

ÉC	On va dire j'en ai perdu, un petit sac ça contient ça, est-ce que je suis capable de faire 6 sacs avec ça? Est-ce que tu comprends?
	…
ÉC	Dans le sac où j'en ai perdu, on essaie de faire 6 petits sacs
	…
E3	Oui mais c'est quoi le problème, moi je sais pas combien qui en a de grains dans un gros sac, oui mais je ne veux pas savoir les calculs moi
ÉC	Comprends-tu de quoi parle le problème? On veut savoir si t'es capable de faire 6 petits sacs avec ça
E3	6, non
ÉC	Tu peux faire le calcul en premier, tu fais le calcul en premier. C'est quoi le calcul?
	…
E3	Ah, je comprends pas moi
ÉC	C'est la même chose que tantôt E3, tu l'as trouvé. C'est 3000, 1/3 de 3000 c'est 1000 il m'en reste combien de grains pour chaque sac?
	…
ÉC	Ok, après ça, qu'est-ce qu'il faut que tu fasses? 6 sacs de 300 grains ça va m'en donner combien? Comment je vais faire pour calculer ça?
E5	En divisant
ÉC	6 sacs de 300 grains?
E5	Ah, multiplication
ÉC	Ok fait que tu vas faire?
E5	300 fois 6
ÉC	Ok, vas-y, ça fait combien 300 fois 6? 3 fois 6 c'est combien?
E5	3 eh ça fait 18
ÉC	300 fois 6 ça va faire?
E5	ça va faire 1000 eh 1800
ÉC	Ok, est-ce que ça rentre dans 2000?
E5	Dans 2000? Ouais
ÉC	Fait que la réponse c'est oui ou non?
E5	Oui
ÉC	Êtes-vous capable de composer un problème maintenant qui va avec ça?
E5	Y'a combien de y'a…
ÉC	Il faut que tu me racontes toute l'histoire là comme tantôt
E5	Ça aide un peu avec les mots, les mots ça aide souvent
	…
E5	Y'a 3000 grains de sable dans le sac, après il faut qu'on fasse un problème avec ça. Ils ont perdu 1/3 de sable, ok
E3	Y'en reste 200, 2000 je veux dire
	…
E5	Ok, y reste 2000 Ok, pis là ici je fais quoi? Dans le petit sac y'a 300 grains
E3	Est-ce qu'on peut rentrer 300 grains dans … est-ce qu'on peut rentrer ça dans ça quelque chose de même
E5	Ah oui, est-ce qu'on peut rentrer 300 grains dans 6 petits sacs de grains
E3	La réponse est point d'interrogation
E5	Ouais
	… .
E3	Y'a 3000 grains de sable dans le gros sac
E5	Là tu mets une virgule parce qu'on change de …
E3	Dans le gros sac… pis c'est un point pas une virgule
E5	Ah, tu vois, t'es meilleur que moi en français
	..

Dès le début, l'élève E3 a rapidement compris qu'il fallait faire 3000 divisé par 3 pour trouvé le tiers, mais lorsque nous lui demandons de trouver les deux tiers et d'expliquer le raisonnement, il éprouve plus de difficulté. Par la suite, comme le montre l'ensemble des interactions, on voit que cette illustration, dont une partie rappelle pourtant plusieurs des illustrations accompagnant les problèmes multiplicatifs, pose des difficultés importantes d'interprétations aux élèves. Sans le guidage pas à pas de l'étudiante-chercheure, ces élèves n'auraient pu donner un sens aux relations exprimées dans l'illustration. On voit également que l'élève E5 n'a pas tout à fait compris la tâche et ce que nous entendions par calcul. Elle propose d'inscrire dans son énoncé la réponse à l'opération «j'en ai perdu 1/3». Elle écrit «il m'en reste 2/3». Soulignons enfin la petite discussion sur l'emploi des signes de ponctuation à la fin de l'extrait.

Extrait 4 : interactions entre les élèves E1, E4 et E8 de l'équipe B, la chercheure et l'étudiante-chercheure lors de la rédaction du deuxième problème, à partir de l'illustration « les euros »

Nous reproduisons l'illustration à partir de laquelle cette équipe a travaillé pour la production de leur énoncé.



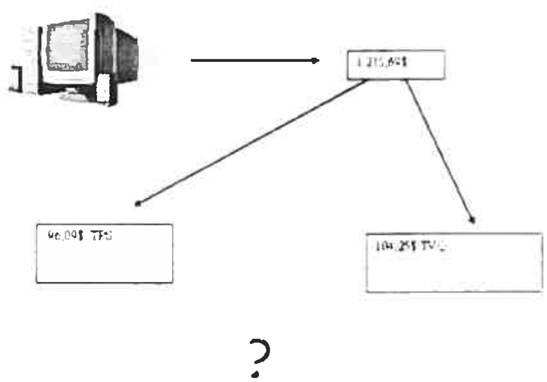
	... les élèves étant demeurés silencieux, inactifs, la chercheure intervient…
C	Ici il en a perdu 1/4, 1/4 des sous de son cochon. Est-ce qu'il y en a qui ont une idée?
E8	Ben ça nous parle d'argent. Ben c'est un cochon
	…
C	On se demande s'il reste assez d'argent. On veut savoir s'il reste assez d'argent parce

	que comme il y en a de disparu on veut savoir si on peut en faire encore 4 sacs
	…
E4	Ben ça fait… essaye de multiplier. moi je vais diviser
	…
C	Non non non mais l'idée. de quoi ça parle. Vous avez une idée de quoi ça parle hein? E8? On a un cochon. une belle tirelire
E8	Du cochon pis de l'argent
C	Dans lequel il y a combien? 1200… 1600 euros
E8	1600
C	Puis notre cochon qu'est-ce qui est arrivé avec notre cochon?
E1	Y'est brisé
C	C'est marqué 1/4. 1/4 de quoi qui est parti?
E1	1/4 de l'argent
C	De l'argent puis on veut ensuite faire quoi avec les sacs? On prend notre cochon qui est troué puis on veut savoir si on peut mettre 4 sacs, puis si il y a assez d'argent, s'il reste de l'argent.
E1	Ah, je viens de comprendre. Tu vas faire 1600 divisé par 4
C	Oui
E1	Une division hein?
C	Puis là, tu vas savoir ce qui reste. … Ok, alors essayer de rédiger, c'est un texte que vous avez à rédiger hein.
E1	300
C	Ok, c'est beau. Wow, vous êtes bonne! Ok, alors essayez de rédiger, c'est un texte que vous avez à rédiger hein.
	…
ÉC	Raconte-moi ce dessin là.
E4	Ben y'a 1600 euros dans un cochon, là y'est brisé alors là y'a 300 euros
ÉC	Y'en a combien qui s'en va?
E4	1/4
ÉC	1/4 de ce que j'avais qui tombe
	…
E1	Est-ce qu'on peut faire 4 sacs
ÉC	Avec ce qui me reste
E1	Ouais
ÉC	Êtes-vous capable de composer un problème?
	…
E8	Ça parle de cochon et d'argent
ÉC	Ok, vas-y
E8	Ben y'a 1600 euros dans son cochon
ÉC	Ok
E8	Y'en fait tomber 1/4 d'argent pis a veut faire 4 sacs, pis là y reste 300 euros mais a veut faire
ÉC	Dans un porte-monnaie
E8	Dans un porte-monnaie y'a 300 euros…

Les conduites des élèves de cette équipe (équipe B), comme celles des élèves de l'équipe A, montrent les difficultés importantes que rencontrent les élèves lorsqu'ils doivent interpréter une illustration comportant un enchaînement de relations entre diverses données. L'élève E1 semble par ailleurs être en mesure d'interpréter adéquatement certaines des relations (ex : 1/3 perdu...) ; cette interprétation étant initiée par les interventions de la chercheure qui guide l'étude de l'illustration. Les autres élèves, soit les élèves E4 et E8, parviennent, après plusieurs interventions de l'élève E1, de l'étudiante-chercheure et de la chercheure, à saisir ce dont il est question dans le problème qui peut être associé à cette illustration. Il est possible que le recours à des « euros » ait affecté l'interprétation.

Extrait 5 : interactions entre les élèves E2, E3 et E5 de l'équipe A, lors de la rédaction du deuxième problème, à partir de l'illustration « l'ordinateur »

Nous reproduisons d'abord l'illustration de ce deuxième problème qui est proposée aux élèves de l'équipe A.



E5	Ok, ben, la télévision a coûté 1215, 69
E4	C'est la même affaire que nous…
E5	Plus…
E3	Non, ça pas rapport
E4	Je sais mais nous c'est du ski
E5	90 plus… Fais que là ça fait déjà un plus… addition
	…
E5	Plus la TVQ, ça donne combien en tout? Là il faut faire une histoire. L'ordinateur eh le prix eh le pris plus la TPS plus la TVQ
E3	C'est quoi t'a dit? Des fois?
E5	Non, addition
	…
E5	Ok, ici j'ai commencé à le faire. L'ordinateur à coûté 1000 eh le prix qui est en haut plus les taxes plus la TVQ, combien ça coûtera l'ordinateur en tout?
E3	Plus TPS plus TVQ
E5	Oui oui

Ce dessin, qui représente un problème de composition de mesures, est beaucoup plus accessible que les autres. Les élèves comprennent rapidement la tâche et le calcul à réaliser. Le contexte leur est très familier et le problème est simple, ce qui ne signifie pas nécessairement que tous les élèves aient une compréhension satisfaisante des rapports entre prix de vente et taxes. De plus, il est intéressant de constater, dans cet extrait, que l'élève E4 (de l'équipe B) qui est assise près de l'élève E5, établit le lien entre les dessins des deux équipes; il faut dire que les deux illustrations ne diffèrent que par la présence d'un ordinateur, dans un cas, et d'un téléviseur, dans l'autre. Les deux équipes A et B effectuent d'ailleurs des interprétations comparables des deux illustrations et ce, très rapidement. À cet effet, il aurait été important que nous recourions à des illustrations plus diversifiées.

3.1.3.1.2. Les problèmes rédigés par les élèves des différentes équipes à la fin de la première période

Nous avons pu voir que les connaissances mises en œuvre par les différents élèves lors de l'interprétation des illustrations, ainsi que les difficultés rencontrées dans ce travail d'interprétation. Nous présentons maintenant les énoncés que les différentes équipes ont écrits à partir des illustrations. La seconde période sera consacrée à l'examen de ces problèmes par l'ensemble des équipes. Pour le moment, il nous a semblé pertinent d'examiner ces énoncés, en les regroupant en fonction de la structure des relations entre les données des problèmes à l'origine des illustrations proposées aux élèves.

1- Problème 3.1. (la fête) : multiplicatif (isomorphisme de mesures) et additif (transformation de mesures)

a) Équipe C (Élèves E6 et E7) à partir de l'illustration 3.1.1. (le jus)

mélissa a 600 ml de jus elle partage avec 9 de ses amis son frère a bus 1/3 du jus elle veut faire 10 verres de jus es-ce qu'il va avoir plus ou moins que 50 ml de jus par verre?

b) Équipe B (Élèves : E1, E4 et E8) à partir de l'illustration 3.1.2. (les euros)

Ma tirelire a 1600 euros. Le lendemain il étais briser. J'ai perdu 1/4 d'euro. Est- ce que je pourrais faire 4 sac avec 300 euros dans chaque sac?

c) Équipe A (Élèves : E2, E3 et E5) à partir de l'illustration 3.1.3. (les grains de sable)

Il y a 3000 grains de sable dans le gros sac. Il ont perdu 1/3 de grains. Il reste 2000 grains est-ce que ont peut rentré 300 grains dans 6 petit sac

2- Problème 3.2. (le mobile) : multiplicatif (relation « fois plus ») et additif (composition et différence entre mesures)

a) Équipe C (Élèves E6 et E7) à partir de l'illustration 3.2.1. (la maison de pailles)

E6 : trois amie de mériane ont fait une maisons de 148 pailles que Kathy a aporté mais mériane a rajuter 2 fois plus de pailles que Kathy et martine a mi combien de plus de paille que c'est deux amies.

E7 : Julie a 148 pailles. Il y a aussie une maison qui a 600 pailles. Son amie Julie a n'a deux fois plus que les deux paquets de pailles ensemble et Alicia a 2 fois moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de paille? Combien Alicia a de pailles?

b) Équipe A (Élèves : E2, E3 et E5) à partir de l'illustration 3.2.2. (la salade de fruits)

Il y a une salade de fruit à l'intérieur il y a 100 fruit et 22 pommes et il y a 2 fois plus de bananes que de pommes. combien il y a de kiwi?

c) Équipe B (Élèves : E1, E4 et E8) à partir de l'illustration 3.2.3. (les animaux de la ferme)

Dans une ferme il y a des vaches, des chevaux et des moutons. En tout il a 96 animaux dans la ferme et il y a 24 vaches et il y a 2 fois plus de mouton que de vache combien de chevaux?

3- Problème 3.3. (laveuse défectueuse) : additif (composition de mesures)

a) Équipe A (Élèves : E2, E3 et E5) à partir de l'illustration 3.3.1. (l'ordinateur)

L'ordinateur coute 1 215,69$ Plus la tPs qu'est 96,09$ et Plus la tvq qu'est 104,25$ combien coute le prix de l'ordinateur?

b) Équipe B (Élèves : E1, E4 et E8) à partir de l'illustration 3.3.2. (le ski)

Carol veut acheter des skis qui coûte 215,25$. Mais Carol a oublier de calculer la tps et la tvq. La tps coûte 15,09$ et la tvq coûte 18,27$. Mais il à apporter selement 248,61$, vas t-il en avoir asser?

c) Équipe l'équipe C (Élèves : E6 et E7) à partir de l'illustration 3.3.3. (le vélo)

> Maxime a parcouru 215,75 km mardi, 48 km jeudi et 51,25 km vendredi. pendant le mois de juin. le mois passé (mai) il en a parcouru 2x plus de km que le mois. juin. combcn de km a-t-il parciuru en tout au mois de juin?

Les énoncés formulés par les différentes équipes, à partir des illustrations conçues à partir du problème 3.1., montrent que ces équipes, contre toute attente, du moins si on se fie aux interactions analysées précédemment et montrant les problèmes d'interprétation rencontrés par les élèves, ont pu construire une illustration adéquate des dessins et rédiger des énoncés intégrant les relations additives et multiplicatives entre les données représentées. Les interventions effectuées par l'étudiante-chercheure et la chercheure ont sûrement fortement influencé les interprétations, ces interventions guidant pratiquement pas à pas l'analyse des illustrations. L'examen des interactions lors du retour sur ces énoncés, examen qui fera l'objet de la seconde période, permettra de mieux apprécier les effets de ces interventions. Enfin, l'énoncé rédigé par l'équipe C composée des élèves E6 et E7, est particulièrement instructif ; il montre une interprétation tout à fait pertinente des données concernant la quantité de jus dans un verre et le «point d'interrogation» faisant suite au nombre de verres présenté tout au bas de l'illustration.

Les illustrations associées au problème 3.2. ont permis aux élèves des équipes A et C de produire des énoncés qui impliquent une composition additive des mesures, ainsi que la prise en compte de la relation multiplicative entre deux des trois données qui entrent dans la composition. Les énoncés sont également bien structurés. Les deux énoncés produits par l'équipe A sont plus problématiques. L'énoncé produit par l'élève E6 est ambigu et soulève plusieurs questions : a) combien de pailles contient la maison? 148 ou plus ; b) comment peut-on déterminer le nombre de pailles que Martine a mis, si on ne connaît pas le nombre de pailles qui compose la maison? L'énoncé produit par l'élève E7 est tout aussi ambigu ; par exemple, la question sur le nombre de pailles qui appartient à Julie est assez étonnante.

Les énoncés rédigés par chacune des équipes, à partir des illustrations associées au problème 3.3., montrent une interprétation adéquate de la composition additive des mesures. Il est intéressant de remarquer que les équipes B et C ont ajouté des données supplémentaires, complexifiant leurs problèmes. Dans le cas de l'équipe B, une comparaison de mesures est ajoutée à la composition additive initiale. Dans le cas de l'équipe C, une étape supplémentaire dans la composition additive est nécessaire, cette étape amenant une prise en compte d'une relation multiplicative entre la somme des déplacements durant le premier et le deuxième mois ; le texte alors produit montre la difficulté éprouvée par les élèves de cette équipe pour intégrer cette étape supplémentaire.

3.1.3.2. Troisième situation, seconde période

Dans cette situation, les élèves ont été invités à évaluer, corriger et résoudre les problèmes rédigés précédemment. Le travail a été effectué avec tout le groupe, afin de maximiser les échanges. Nous n'avons pu examiner que trois problèmes, ayant choisi de conduire un examen plus approfondi. Une fois les corrections et les résolutions terminées, nous avons demandé aux élèves d'essayer de classer les dessins en trois catégories.

Comme pour chacune de nos activités précédentes, nous n'avons pas donné de contraintes. Nous avons par ailleurs fortement orienté le travail de correction. Ce travail a été assez difficile, mais les élèves se sont bien investis dans la tâche. Le travail de correction demande en effet beaucoup d'attention et de concentration. Le temps nous a obligé à ne pas aller aussi loin que nous l'aurions voulu. Nous aurions souhaité, en effet, pouvoir corriger tous les problèmes. Une solution aurait été de regrouper les élèves et de répartir le travail, mais nous voulions guider les élèves dans cette tâche et faire profiter tout le monde des réflexions de chacun. Nous avons fait face à une limite réelle du travail en classe régulière : le manque de temps!

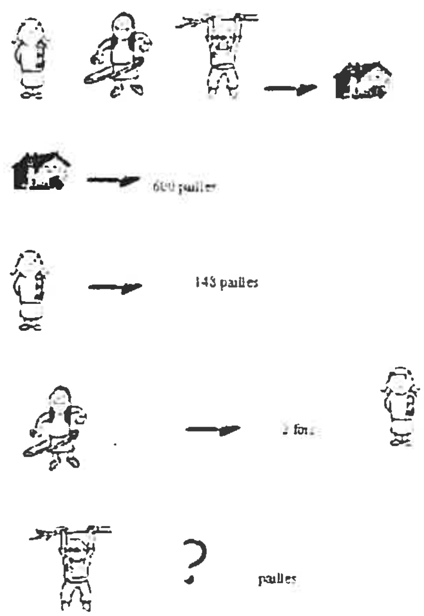
Nous présentons maintenant les échanges qui ont retenu notre attention, en raison de leur pertinence didactique. Nous joignons à chacun des extraits, le problème dont il est question dans l'échange. Nous concluons avec le problème une fois corrigé.

Extrait 1 : interaction lors de l'examen, de la correction et de la résolution des problèmes composés par les élèves E6 et E7, à partir de l'illustration « la maison de pailles »

Les problèmes suivants sont ceux rédigés par l'équipe E6 et E7 à partir du dessin «la maison de pailles» ; à la section précédente, ces problèmes avaient été jugés discutables. Voici donc ces problèmes :

E6	trois amie de mériane ont fait une maisons de 148 pailles que Kathy a aporté mais mériane a rajuter 2 fois plus de pailles que Kathy et martine a mi combien de plus de paille que c'est deux amies
E7	Julie a 148 pailles. Il y a aussie une maison qui a 600 pailles. Son amie Julie a n'a deux fois plus que les deux paquets de pailles ensemble et Alicia a 2 fois moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de paille? Combien Alicia a de pailles?

Nous reproduisons aussi l'illustration qui a servi à la rédaction de ces problèmes.



A) Interactions lors de la correction des énoncés de problèmes

C	Ce qu'on va faire aujourd'hui, on va travailler ensemble, tout le monde, vous allez donner chacun votre idée aussi. Alors, on va regarder ensemble les problèmes, d'abord on va regarder s'il n'y a pas des fautes qui nous frappent aux yeux, puis après ça, on va essayer de voir si on peut pas les formuler autrement, si on trouve qu'ils sont peut-être mal formulés ou qu'ils ne sont pas clairs.
ÉC	Il y a deux problèmes; il faut choisir un des deux puis après ça on le corrige. Il faut

	choisir entre 1a et 1b
C	On prend un vote sur le problème qu'on choisit.
	Lecture
C	On va prendre les votes, on veut vous entendre, vous avez choisi lequel?
E1	1b
E5	1b
E2	1b
C	Qui a choisi 1b
	Les élèves lèvent la main
C	Ah mon dieu! il y a unanimité
E4	*Lecture du problème*
ÉC	Alors, est-ce qu'on fait des corrections?
C	On va peut-être demander à chacun si vous avez des corrections, on fait le tour. Est-ce que E4 vous voyez des corrections?
E4	Ouais, ben *aussie*
C	*Aussie*
ÉC	Ça peut être aussi sur le contenu mathématique
C	Sur le contenu, sur la formulation, est-ce vous pensez qu'il est clair le problème?
ÉC	Admettons que vous vouliez le résoudre, est-ce que vous êtes capables ?
C	Est-ce que le texte est assez clair, est-ce qu'on pourrait le formuler autrement?
E5	Ah oui pis *paille* dans Alicia y'a des «s»
C	*Paille*...
E5	Combien Alicia a de pailles
C	Ah, combien Alicia a de pailles, qu'est-ce que vous en pensez? Est-ce que ça prends un «s» à «a»?
E5	À paille parce que l'autre y'en a pas pis là y'en a un
C	Ah! c'est les autres qui ont pas de «s» à *paille*?
	...
C	Bon peut-être qu'on pourrait choisir le dessin qui allait avec ce problème. D'après vous, quel dessin allait avec ce problème là?
E3	Ben là, il faut qu'on trouve des pailles
C	Pas nécessairement ...
E5	Ah, j'en ai trouvé un ici là
C	Donc vous avez trouvé, vous pouvez le mettre sur le dessus pour vous aider. Là vous essayez de le résoudre.
	....
E1	Ici, ça marche pas, son amie Julie en a deux fois; on pourrait dire Julie a deux fois plus que les deux paquets de paille ensemble
ÉC	Ok
C	Ah oui que les deux paquets, on pourrait même, on aurait même pu, est-ce qu'on aurait pas pu être plus explicite encore, plus clair, que les deux paquets de paille
E1	Julie a , ah non, Julie a deux fois plus ...
	...
E6	C'est parce qui ont mis deux fois Julie puis on dirait qui parle pas de la même
ÉC	Pourquoi tu dis ça?
E6	Parce qu'ils ont dit qu'elle avait 148 pailles
ÉC	hm
E6	Après ils ont dit que son amie en avait deux fois plus
E5	Son amie Julie en avait deux fois plus
E6	C'est ça puis eh comme, c'est deux Julie différentes
ÉC	Peut-on s'aider en changeant un nom?
C	Alors est-ce qui a une question qui ne va pas avec ça? E3 est-ce que vous pouvez lire

	tranquillement le problème, puis on va être très attentif pour voir s'il y a quelque chose qui cloche
E3	Julie a 148 pailles.
C	Là on retient quoi, on retient que Julie a …
E1	148 pailles
C	Ok, on continue
E3	Il y a aussi une maison qui a 600 pailles.
C	Est-ce que c'est bizarre ça, vous ne trouvez pas, une maison qui a des pailles? Qu'est-ce qu'on voulait dire?
E6	Des briques
E8	De la paille
E3	Non mais tu sais la paille
ÉC	Regardez le dessin, est-ce que la maison est plus grosse ou plus petite que les bonhommes?
T	Plus petite
ÉC	Ok, qu'est-ce que ça pourrait vouloir dire?
E3	Que c'est de la paille
E5	Ou maison
E4	Ou une maquette
C	Oui qu'on ferait comment, avec quoi?
ÉC	Avec des
T	Avec de la paille
C	Ok, ça prend combien pour la maison?
E3	Ça n'en prend 600
ÉC	Ça prend 600 pailles pour faire une maquette de maison
E1	Ah, ok. Ben la c'est pas difficile. Il marque une maison qui a 600 pailles
ÉC	Est-ce qu'on pourrait le dire autrement?
E1	Oui
ÉC	Comment?
E1	On peut écrire eh on pourrait dire
E3	Ils veulent faire comme une maison
ÉC	Vas-y
E3	Ok ben attends; ils veulent faire eh Julie et son amie veulent faire une maison en pailles pour donner en cadeau à son petit frère
ÉC	Ok, après
C	Et la maison prend
E3	Prend 600 pailles
C	C'est beau ça
ÉC	Continue
E1	C'est parce que combien Alicia a de pailles? Parce que là, la maison a pu rapport là-dedans là
E3	Ben ouais, il faut avoir combien de pailles pour la maison
E1	Parce que il pourra dire un nombre qu'Alicia a, il pourrait dire est-ce que Alicia, Julie pis un autre nom là …Ont-ils assez de pailles pour faire la maison là
ÉC	Il ne manque pas quelque chose?
C	Entre parenthèses, il y a combien de personnages dans le dessin?
E1	Trois mais
C	On devrait avoir retrouvé, est-ce qu'on retrouve trois personnages dans ça?
E?	Non
E1	Deux
E5	Deux
C	Il faudrait trouver une façon d'en parler du troisième personnage

E3	Il faudrait trouver un autre nom à elle
C	Son amie, c'est pas son amie Julie donc ici
E3	Danny, son ami Danny
C	Ouais ben voilà, son ami Danny pourquoi pas? Il faut qu'il y ait trois personnages, vu notre dessin. Son ami Danny, est-ce que ça aurait du sens…
E3	Pis y'a pas de «e» hein
C	Son ami Danny a deux fois plus de pailles que …Ça veut dire que les deux paquets de pailles ensemble ça veut dire quoi ça ici?
E7	Si on met 148 pailles puis 600 pailles ensemble
C	Ah non non, 600 pailles c'est la maison; deux fois plus de pailles que, il y a trois personnages
E5	On fait 148 fois 2
C	Danny a deux fois plus de pailles que qui?
E5	Que eh eh Julie
C	Que Julie et il a les deux ensemble
E5	Alicia
C	Il a les deux ensemble oui. Alors son ami Danny, est-ce que ça marche, son ami Danny a deux fois plus de pailles que Julie et Alicia. Ok alors et Alicia en a deux fois moins que Julie. Est-ce que là ça marche? Il y a trois personnages …
ÉC	Son ami Danny a deux fois plus de pailles que Julie et Alicia et Alicia a deux fois moins de pailles
E1	Ah, là là

Les premières corrections apportées au problème sont de l'ordre de l'orthographe d'usage. En revanche, lorsqu'il est question d'entamer la résolution, l'élève E1 note rapidement qu'il y a confusion entre les noms des personnages. C'est encore cet élève qui remarque que la donnée par rapport au nombre total de pailles pour la maison est inutile, mais l'élève E3 argumente que non et l'élève E1 laisse tomber. Le travail de correction se poursuit et la plupart des élèves y participent ; ce sont toutefois l'étudiante-chercheure et la chercheure qui produisent des transformations de l'énoncé, interprétant alors les remarques faites par les élèves ; ce sont également elles qui formulent des questions pour faire avancer le travail de correction. Les interventions effectuées sont toutefois difficilement évitables, étant donné la complexité de cette tâche de correction qui, dans le contexte des mathématiques, revêt un sens particulier attribuable à la prégnance des contraintes provenant de la structure mathématique des relations entre les données.

B) Interactions lors de la résolution du problème corrigé

C	Est-ce que vous pouvez reprendre votre calcul pour tenir compte des corrections apportées au texte ? On a Julie vous savez combien de pailles, Danny a deux fois plus de pailles et Alicia a deux fois moins de pailles que Julie. Est-ce qu'il y a pas quelque

	chose qu'on peut déjà savoir?
E6	148 divisé par 2
C	Ben oui, c'est pour ça que je mettrais Alicia à côté
ÉC	Et Alicia a deux fois moins que Julie. Combien Danny a-t-il de pailles? Combien Alicia a-t-elle de pailles?
C	Est-ce que E6 vous pouvez dire ce que vous avez déjà trouvé?
ÉC	Donc là il faut trouver les pailles de Danny et celles d'Alicia
E6	148 divisé par deux c'est Alicia
ÉC	Pourquoi?
E6	Parce que ben à cause qu'ils disent qui en a deux fois moins que Julie
C	Puis Julie, elle en a combien?
E6	148
C	Donc, elle en a deux fois moins, c'est 148… quand vous voyez les expressions dans les problèmes comme fois moins, fois plus, si c'est fois plus vous auriez fait quoi? Est-ce que vous le savez E7, si c'est fois plus, vous auriez fait quoi?
E7	Non
C	Si c'était écrit deux fois plus vous auriez fait quoi?
E7	Fois 2
C	Est-ce que vous êtes d'accord E8?
E8	Oui
	…
ÉC	As-tu compris? Deux fois moins
E5	Alicia elle a 64 pailles? On divise par deux
ÉC	Pourquoi on divise par deux? Pourquoi on fait 148 divisé par 2?
E4	Ben Julie elle a 148 pailles puis y faut trouver…
ÉC	Alicia elle en a combien par rapport à Julie? Est-ce qu'on peut diviser?
	…
C	Oui ou allez-y E3, vite
E3	Pourquoi moi?
C	Ben parce que je veux voir jusqu'au bout, je veux que vous vous rendiez au bout, c'est important
E3	28…28
C	Pourquoi 28?
E5	C'est moins E3
E3	Ah, moins
C	Ça veut dire, écoutez, ça veut dire que vous faites deux paquets avec 148 pailles
	…
ÉC	Ils disent que Danny en a deux fois plus que Julie et Alicia. Il faut faire
E1	? fois 2, C'est Alicia il faut faire 74 fois deux
ÉC	Hmm. Il faudrait que tu trouves deux fois plus que les deux personnes
E1	Hein, je comprends pas
ÉC	C'est combien Alicia puis Danny ensemble?
ÉC	Mettons moi là vous deux, mois j'ai deux fois plus de pailles que vous deux … La première chose qu'il faut que je fasse c'est quoi?
E4	Ah, plus deux…
ÉC	La première chose qui faut que je fasse c'est quoi? Moi j'en ai deux fois plus que vous deux, j'en ai combien? Si comme vous deux , j'en ai combien?
E1	Ah, moi je fais…
E4	2
ÉC	Égal que vous deux j'en ai combien?
E1	Ah, ok
	…

E3	Moi j'en ai combien?
E5	444
E3	Comment tu sais?
E5	J'ai vu le calcul. Check tu fais 148 plus 74, après tu fais une multiplication
E3	148
E5	Plus 74
E3	74
E5	Là tu fais le calcul. Après le nombre là, tu fais fois 2 parce que Danny il en a plus
E3	C'est beau c'est beau ça!
C	E5 va faire le prof. E5 vous lisez chacune des phrases puis vous nous expliquez comment vous le pensez, comment vous l'avez résolu parce que ici E8 elle a un petit peu de difficultés
E5	Ok, Julie a 148 pailles, il y a aussi une maison qui a 600 pailles
C	On avait compris qu'on pouvait changer le texte, on veut faire une maison
E5	De...
C	Avec combien de pailles? On dit on veut faire une maison avec combien de pailles?
E5	600
C	On veut faire une maison avec combien, avec 600 pailles, ok on continue
E5	Son ami Danny il en a deux fois plus
C	«A» deux fois plus parce que le «n'a» ne marche pas
E5	Que de pailles ensemble
C	Que les deux paquets de pailles ensemble
E5	Ensemble. Alicia a deux fois moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de pailles, combien Alicia a de pailles, combien Danny a de pailles
C	Alors comment vous avez commencé?
E5	Ben là il faut qu'on trouve combien Alicia a de pailles
C	Pourquoi est-ce que vous savez pourquoi on a commencé par Alicia? À trouver pour Alicia?
E5	Parce qu'elle en avait moins que les autres
C	Parce qu'elle en a moins puis on voulait que Danny en ait deux fois
E5	Plus
C	Plus que les deux ensemble. Ok, est-ce que ça va ça? Donc alors comment on fait lorsqu'on dit deux fois moins que Julie, vous avez fait quelle opération là E8?
E8	Eh, diviser
C	Diviser, qu'est-ce qu'on divise, quel est le nombre qu'on divise? Eh, Julie elle en a 148
E8	148
C	Puis l'autre en a deux fois moins. Donc c'est 148
E8	Eh divisé?
C	Divisé par 2. 148 divisé par 2 est-ce que c'est ça que vous avez fait E5?
E5	148 divi... ouais
C	Est-ce que quelqu'un qui ne veut pas faire le calcul au complet là, si je vous dis moi quel est le nombre qu'on pourrait diviser par deux qui pourrait
E5	Ben là on fait
C	Mettons 140 divisé par deux ça ferait combien?
E5	100 hein?
C	140 divisé par deux ça ferait combien?
E5	Ça ferait eh, fois 7 eh 70
C	70. Alors 148, on a encore un 8 à diviser par deux ça fait 4 de plus
E5	Hm hm
C	On peut le faire comme ça pour ne pas se donner mal à la tête. Là on a trouvé pour Alicia. Alors qui peut continuer le problème en expliquant ce qui est à faire eh alors là

	on a trouvé que Alicia elle avait combien
E5	Eh, 74
C	Alors là on a trouvé que Alicia en avait combien? 74 pailles. Maintenant peut-être que E1 est-ce que vous pouvez poursuivre. Là on a trouvé qu'Alicia elle avait 74 pailles, qu'est-ce qui nous reste à faire? On nous dit quoi de plus dans le problème?
E8	Danny en a deux fois plus que
C	Danny en a deux fois plus
E8	Que les deux paquets
C	Que les deux paquets, donc qu'est-ce qu'on fait pour les deux paquets? Qu'est-ce qu'il faut faire si on en a deux fois plus que les deux? Il faut faire quoi?
E8	Ben il faut savoir avant combien les deux paquets quand on les met ensemble
C	Oui donc c'est 148 plus
E8	600, ça fait
C	Non, 600 c'est pas 600 le nombre, c'est Alicia les deux paquets hein. 148 plus
E8	74
C	148 plus 74, il faut ramasser les deux paquets. Vous avez trouvé combien, ce que E6 elle a calculé?
E6	Eh, 222
C	Vous aviez trouvé 222. 148 plus 74. Ensuite on nous dit quoi, il reste à trouver quoi? On n'a toujours pas trouvé
E8	C'est écrit deux fois plus
E6	Fait que j'ai fait 222 fois 2
C	Est-ce que vous êtes d'accord; E1, je vous laisse finir, 222 fois 2 ça fait combien ça?
E1	444

Dans ces échanges, le plus gros problème auquel on assiste est celui de comprendre ce que signifie «plus que les deux paquets ensemble». Il s'agit en effet d'une double opération. L'élève E5 est tout de suite porté à faire une multiplication et l'élève E1 propose de multiplier la part d'Alicia par deux. À force de discussions et d'explications, les élèves arrivent à comprendre qu'il faut d'abord additionner les deux parts. Il nous faut cependant tenir compte du fait que l'élève E1 voulait peut-être multiplier le nombre de pailles que possède Alicia par deux, puis le nombre de pailles que possède Danny par deux également, et enfin, additionner les deux nombres ainsi obtenus.

Comme notre intention était d'améliorer les habitudes en résolution de problèmes des élèves et que les habitudes de calcul font partie de ces habitudes, il nous a semblé important de proposer une méthode de calcul plus économique, en décomposant les nombres pour rendre le procédé plus simple (140 divisé par 2, 8 divisé par 2, puis, addition des quotients obtenus).

C) Interactions lors de la correction du problème en prenant en compte le nombre total des pailles

À la fin de notre calcul effectué avec les modifications apportées au problème original, nous constatons que nous dépassons le nombre de pailles total, soit 600 pailles. Nous saisissons cette occasion pour aller encore plus loin avec les élèves.

	Est-ce que vous pensez qu'on a menti ou qu'on n'a pas menti dans ce problème?
E5	On n'a pas menti
C	Vous êtes sûrs de ça?
ÉC	Il n'y a pas quelque chose qui ne marche pas?
C	Vous étiez supposé avoir combien de pailles en tout?
E3	600 puis là ça donne qui en a plus que 600
C	Il y en a combien?
E3	Eh, je sais pas
E1	Ben 444, c'est Danny non
ÉC	Oui, c'est Danny, mais là on veut savoir pour la maison au complet
E5	444
C	444 plus, plus les deux autres. Alors en principe on ne devrait pas avoir plus que combien de pailles?
E1	Ah,
E8	600
E1	Ok, 600
C	Mais est-ce que c'est vrai qu'on n'en aura pas plus que 600
E1	Non
ÉC	Combien alors?
E1	444
ÉC	Ben non, c'est Danny qui a 444, c'est pas la maison
C	Danny y'a 444 pailles, Julie elle en a combien?
E6	144
C	148
E6	Eh, 148
C	Alicia elle en a combien ?
E5	74
E8	74
C	Est-ce que vous pensez que ça fait 600?
E5	Non, eh, ben je sais pas il faudrait calculer
C	Il faudrait voir si ils ne se sont pas trompés là dans le problème
	…
ÉC	Les trois ensemble ils en ont combien de pailles?
E1	Les trois ensemble? 444
ÉC	Ça c'est Danny, tout seul comme un grand. Que faut-il faire?
E4	Il faut que tu fasses 444 plus ça plus ça
ÉC	Pourquoi
E4	Ben parce que…
ÉC	C'est quoi ce calcul là?
E1	C'est Alicia pis ah…
ÉC	Tu as mis Alicia 2 fois

E4	Il faut que je fasse ça plus ça
ÉC	Qu'est-ce que tu en penses?
E4	Oui
	…
ÉC	Si je fais ça plus ça est-ce que j'ai les trois?
E1	Ben oui
ÉC	Combien de pailles finalement?
E1	666
	…
E5	À moi ça me donne 666
C	Donc ils se sont trompés sur le problème
	…
C	Ouais, il faut ramasser tout le monde pour savoir … On pourrait corriger pour 666. Est-ce qu'il faut corriger le texte?
E5	Ouais!
C	Il faut mettre combien? Dans le texte il faudrait mettre combien?
E3	Il en a 444
	…
C	Mais on aurait pu compléter le texte pour être correct, on aurait pu dire, soit qu'on corrige le nombre de pailles, soit qu'on dise ensemble ils ont un peu trop de pailles. Ils ont un petit peu trop de pailles, est-ce que vous pouvez trouver combien ils ont de pailles en trop.
E8	Eh, 66
C	Ben oui! Vous voyez on aurait pu corriger le texte pour que ça marche

Comme le montre cet extrait, l'élève E1 montre une certaine confusion dans l'interprétation de l'énoncé; elle ne semble pas avoir saisi la question et reste sur l'idée que le total est 444.

Après beaucoup de travail, le problème a enfin été corrigé. Nous reproduisons l'illustration qui a servi à la rédaction de ces problèmes. Voici le texte original et le texte corrigé :

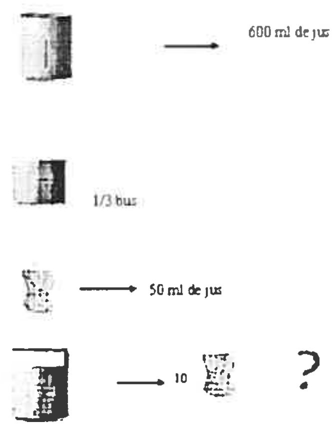
Original	Julie a 148 pailles. Il y a aussie une maison qui a 600 pailles. Son amie Julie a n'a deux fois plus que les deux paquets de pailles ensemble et Alicia a 2 fois moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de paille? Combien Alicia a de pailles?
Corrigé	Julie a 148 pailles. Julie et ses amies veulent faire une maison avec 600 pailles pour donner en cadeau à son petit frère. Son ami Danny a deux fois plus de pailles que Julie et Alicia et Alicia a 2 fois moins de pailles que Julie. Combien Julie a-t-elle de pailles? Combien Alicia a de pailles? Combien Danny a-t-il de pailles? Ensemble ils ont trop de pailles. Combien de pailles a-t-il en trop?

Extrait 2 : interactions lors de l'examen, de la correction et de la résolution du problème rédigé par les élèves E6 et E7, à partir de l'illustration « le jus »

Les élèves E6 et E7 ont composé ce problème lors de la période précédente à partir du dessin «le jus» :

E6 et E7	mélissa a 600 ml de jus elle partage avec 9 de ses amis son frère a bus 1/3 du jus elle veut faire 10 verres de jus es-ce qu'il va avoir plus ou moins que 50 ml de jus par verre?

Voici le dessin présenté à ces élèves :



E8	*Lecture*
C	Lisez tranquillement ce problème à voix basse et essayez de voir si ce problème est clair…est-ce qu'on pourrait l'arranger, est-ce qu'il est clair…
E5	Mais Mélissa a, ça prend une majuscule non?
C	Oui, ben j'espère!
E3	Y va en avoir moins
C	Ben c'est ça, il faudrait peut-être corriger le problème, essayer de voir... Mélissa a 600 ml de jus est-ce que jusque là ça va?
E1	Et son frère
C	Elle partage avec 9 de ses amis, elle partage eh elle partage quoi?
E3	Du jus
C	Elle partage son jus avec 9 de ses amis. Entre parenthèses, il y a un piège ici hein, est-ce que vous avez senti quelque chose comme piège? La phrase elle est correcte, elle partage son jus avec 9 de ses amis, ça veut dire qu'il faut faire combien de parts?
E3	Elle va faire 10 verres
C	Alors, est-ce que vous pourriez expliquer E3 pourquoi il faut faire 10 verres
E3	Ben parce que elle a partagé avec 9 amis, pis elle en veut aussi
C	Ben oui, exactement, donc c'est ça.
E3	Il n'en reste plus beaucoup du jus parce que son frère il en a bu 1/3
E1	Mais son frère a bu
C	En cachette…

E1	Ben là…
C	Ok alors est-ce que vous pensez qu'il y a encore 600 ml à partager? Qu'est-ce qu'on peut faire ici, est-ce que vous avez déjà une idée de… Je pense que vous avez déjà trouvé le dessin, est-ce que vous avez une idée de ce qu'on pourrait faire déjà en pensant à calculer? On dit elle a 600 ml de jus, elle partage avec ses amis, son frère en a bu 1/3
E5	Ben on pourrait eh on fait 60 fois 1/4 ou moins 1/3
C	600 ml, comment on fait pour trouver ce qui a déjà été bu, 1/3, comment on fait pour trouver
E5	60 moins 50
E1	1/3 du jus
ÉC	C'est combien?
E6	Ben on devrait faire eh 600 ml divisé par 3
C	Oui pour avoir 1/3. Est-ce que vous êtes d'accord? Alors comment on fait pour trouver 1/3 de 600 ml
E3	Ben eh 1 sur 3 mettons qui a 3 affaires ici, ben eh tu prends
C	T'en prends 1, oui mais si c'est 600 ml, comment on fait pour trouver ce qui a bu? Y'avait 600 ml dans le contenant, vous voyez
E3	Y'en reste 500 eh 400, y'en reste 400
C	Comment vous avez fait pour trouver le tiers?
E3	Mais comme tu ah attends
C	Oui oui allez-y
E3	Ben eh si pour 600 ml t'enlève 1 ça va faire 500 t'sé comme j'avais montré tout à l'heure; il y en avait 3, mais là c'est 600, t'en enlèves 1 ça donne 500 pis t'en enlèves 1 fait que ça donne 400, non parce que j'en ai enlevé 1
C	200, c'est 200 ml que vous avez enlevé
E3	Eh, oui oui oui
C	Vous avez pris 600 puis vous avez partagé en 3. Si on a 6 partagé en 3 ça fait combien? Ça fait 2 si on a 600 partagé en 3 ça fait? 200. Est-ce que ça va E8? Si vous avez 6 partagé en 3 ça fait combien? 2. Si vous avez 6 objets vous en gardez 2, ça veut dire que c'est combien 1/3?
E8	Eh, 2
C	Donc on a pris 1/3, là c'est 600, donc c'est pas 2 mais?
E8	200
C	200, voilà! On peut déjà savoir ça. On continue
	…
C	Il reste combien de jus?
E1	Il en reste 400
C	Puis on veut savoir
E5	Divisé par, divisé par 10
	…
ÉC	Qu'est-ce que je vais faire avec 400 ml?
E1	Il n'aura pas assez
ÉC	Je veux faire 10 verres avec 400 ml, qu'est-ce que je vais faire?
E8	Eh, moins
	…
C	Est-ce qu'on va pouvoir mettre 50 ml dans chaque verre?
E5	Ça fait 40
C	Oui donc il n'y en aura pas assez
E5	Puis là on fait 40 fois 10
C	Oui, ça veut dire que dans chaque verre de jus il y aura 40 ml et non pas 50, donc la réponse c'est qu'elle n'en a pas assez. Il lui en manque pour faire, il lui en faudrait

	combien de plus est-ce que vous avez une idée ?
E5	10

Ce problème a nécessité peu de corrections. Voici le problème original et le problème à la suite des corrections :

Original	mélissa a 600 ml de jus elle partage avec 9 de ses amis son frère a bus 1/3 du jus elle veut faire 10 verres de jus es-ce qu'il va avoir plus ou moins que 50 ml de jus par verre?
Corrigé	Mélissa a 600 ml de jus. Elle partage du jus avec 9 de ses amis, mais son frère a bus 1/3 du jus en cachette. Elle veut faire 10 verres de jus est-ce qu'il va avoir plus ou moins que 50 ml de jus par verre?

Il est important de souligner que l'élève E5 semble être assez confuse quant au choix de l'opération à effectuer selon le type de calcul demandé. Son premier réflexe, lorsqu'il s'agit de trouver le tiers de 600 ml, est de faire la multiplication (600x3). Elle parvient cependant à affirmer et à comprendre qu'il faut faire une division, mais cette acquisition reste fragile.

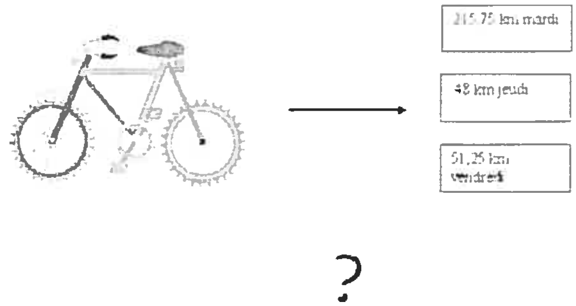
Nous voulons aussi souligner que nous avons peut-être contribué au problème rencontré par l'élève E3, lorsqu'il a voulu trouver 1/3 de 600. Lorsque nous avons demandé à cet élève de nous expliquer comment il a fait pour trouver 1/3, nous avons aussi ajouté «««tu prends 1» ; il semble avoir utilisé cette proposition, disant alors «tu prends 100». Pour lui, deux tiers est 400 «parce que tu enlèves 100 et encore 100».

Extrait 3 : interactions lors de l'examen et de la correction du problème rédigé par les élèves E6 et E7 à partir de l'illustration « le vélo»

Les élèves E6 et E7 ont rédigé le problème suivant :

E6 et E7	Maxime a parcouru 215,75 km mardi, 48 km jeudi et 51,25 km vendredi. pendant le mois de juin. le mois passé (mai) il en a parcouru 2x plus de km que le mois. juin. comben de km a-t-il parciuru en tout au mois de juin?

L'illustration proposée à ces élèves était la suivante :



C	Qui peut dire ce qu'il ne comprend pas dans le problème; alors peut-être E1, vous pouvez nous aider, dîtes ce que vous ne comprenez pas dans ça
E1	Ben ils disent pendant le mois de juin, là après ça ils disent le mois passé
ÉC	Il y a peut-être des ponctuations qui nous mêlent aussi là-dedans
E5	Ben là on fait 215 fois 48
E3	On fait tout le temps fois 10, non c'est même pas vrai je dis n'importe quoi
E5	C'est comme la télé, tu fais ça fois ça, après le résultat que ça va te donner
E1	Plus
ÉC	Regarde bien le problème parce que … eux, ils ont ajouté quelque chose de plus qui n'est pas sur le dessin.
E1	Mais là ils disent Maxime pendant le mois de juin
	…
C	Peut-être qu'on peut demander à l'auteur d'expliquer son problème parce qu'il reste peu de temps, de le lire puis de nous dire comment le penser. Vous avez vu quoi dans votre dessin, vous avez vu c'est quelqu'un qui fait …
E6	Du vélo
C	Qui fait du vélo, qui fait …
E6	Eh, 215,75 km le mardi, pis 48 km le jeudi, pis 51,25 km le vendredi
ÉC	Qu'est-ce qu'on pourrait faire si on voulait donner un problème facile facile facile
E1	Ben on…
ÉC	Avec le dessin
E5	Ben avec le dessin ben c'est facile. Comme problème ben je sais pas, Maxime vendredi a fait 215,75 km
ÉC	Mardi oui
E5	Ok, ben jeudi, 48 km, vendredi 51,25 km
ÉC	Oui, c'est quoi la question ?
E5	Après on pourrait poser combien il y a de km entre ces trois jours là
ÉC	Cette semaine là
C	Combien de km y'a fait cette semaine là. Voyez-vous je viens de simplifier le problème
E1	Mais moi j'en ai fait un autre. La première phrase est bonne, pis là on a ôté le point, là ça été moins difficile, là on a mis pendant le mois de juin. Le mois passé, le mois de mai, il a parcouru deux fois plus de km que le mois de juin, combien de km a-t-il parcouru en tout pour le mois de mai ?
E5	Ah ouais, c'est bon

Nous avons deux versions des corrections proposées pour ce problème :

Original	Maxime a parcouru 215,75 km mardi, 48 km jeudi et 51,25 km vendredi. pendant le mois de juin. le mois passé (mai) il en a parcouru 2x plus de km que le mois. juin. comben de km a-t-il parciuru en tout au mois de juin?
Corrigé, 1ère version	Maxime a parcouru 215,75 km mardi, 48 km jeudi et 51,25 km vendredi. Combien de km a-t-il parcouru cette semaine-là?
Corrigé, 2e version	(proposée par E1 et qui respecte davantage le texte original) Maxime a parcouru 215,75 km mardi, 48 km jeudi et 51,25 km vendredi pendant le mois de juin. Le mois passé, le mois de mai, il en a parcouru 2x plus de km que le mois juin. Combien de km a-t-il parcouru en tout au mois de mai?

La dernière version respecte davantage le texte original et montre, une fois de plus, que l'élève E1 est préoccupée par les formulations ambiguës des problèmes, lorsqu'elle essaie de les résoudre (voir aussi la conduite, lors de la résolution du problème 3.2.1. la maison de pailles). Pour elle, les mots et la façon dont est écrit un problème a de l'importance; rappelons à ce propos, son obstination à dire que la table n'avait pas sa place dans le problème composé par les élèves E6 et E7, lors de la première situation.

Extrait 4 : interactions lors de la classification des dessins

ÉC	J'aimerais ça que vous preniez juste les dessins. Vous allez essayer de classer les dessins, ceux qui vont ensemble. Il y en a déjà qui ont réfléchi puis essayez de voir ce qui pourrait aller ensemble
C	Nous lorsqu'on a fait les dessins à partir des problèmes, on a fait 3 dessins à partir d'un même problème. Y a-t-il des dessins qui mathématiquement iraient ensemble?
	…
ÉC	Quels dessins t'as mis ensemble E1 ?
E1	Moi j'ai mis les grains de sables, les euros et le jus
ÉC	Pourquoi ?
E1	Parce que ça parle toute, ch, il a «dépensé», il a «bu» puis a a perdu ça
ÉC	Est-ce qu'il y en a d'autres qui ont mis ces trois dessins là ensemble ?
E3	Pas moi
E4	Ben j'ai pas fait la même affaire
E5	Moi je m'avais trompé seulement sur 1
E3	Les pailles pis les maisons pis le jus il y en a toute 600 quelque chose
E4	J'ai vu qui avait toute la même affaire pis là j'ai vu qui avait des questions des questions des questions à la même place
C	Oui mais dites-nous E5
E5	Moi c'est les grains de sable, les euros pis le jus
ÉC	Ok, c'est quoi ta deuxième pile ?
E5	La paille, la salade de fruits pis les animaux

ÉC	Est-ce que tout le monde est d'accord
T	Oui
ÉC	Pis la troisième pile
E5	Le ski avec le vélo pis l'ordi
E3	Tous ceux qui sont plus taxes
E1	Sauf que la bicyclette j'trouve qu'elle ressemble moins aux autres
C	On écoute E8
E8	J'ai mis les pailles, les animaux pis la salade de fruits ensemble.
C	Pourquoi ?
E8	Parce que il y avait plus, parce que ça ressemblait plus
	...
E8	Après j'ai mis les grains de sable pis le petit cochon pis le jus, après j'ai mis le ski pis l'ordinateur pis le vélo
C	Ben merci pour le travail

Les critères de classification sont très originaux. L'élève E3 utilise les nombres dans les problèmes (il y a dans la paille et le jus 600 quelque chose) ou regroupe ceux qui sont «plus taxes» ensemble ; l'élève E4 regarde la place de la question sur le dessin; l'élève E8 s'arrête à la taille des éléments et à leur nombre sur le dessin. Tous ces critères sont corrects, mais ne concernent pas la structure du problème. La seule qui classe d'instinct les problèmes, selon leur structure, est l'élève E1. Sa performance lors des corrections va tout à fait de pair avec sa compréhension des critères de classification en fonction de la structure des problèmes.

3.1.3.3. Troisième situation, troisième période

Pour conclure cette situation, nous avons présenté les problèmes originaux aux élèves. Nous avons donc présenté les trois problèmes et leurs illustrations respectives. Notre objectif était d'amener les élèves à faire des liens entre les problèmes isomorphes, à comprendre que les solutions pour ces problèmes, même si le contexte était différent, étaient aussi comparables.

Nous leur avons demandé de résoudre les problèmes, afin d'amener des discussions et des réflexions sur les calculs à faire, selon un type de problème. Ils devaient ensuite trouver les trois dessins qui allaient avec chacun des problèmes.

Cette dernière rencontre nous a permis de constater que de trouver le calcul qui va avec le problème n'est pas une mince affaire. Nous avons déjà souligné certaines difficultés de ce type au cours de l'analyse des conduites des élèves au cours des situations précédentes. Nous pouvons faire un même constat. Mais, il faut reconnaître que ce qui est demandé à ces élèves faibles est peu usuel et revêt une grande complexité. Il est normal que certains élèves désinvestissent temporairement les tâches, prennent une pause cognitive avant de revenir et de s'engager à nouveau. Les interactions que nous examinons permettent de mieux comprendre ces conduites « symptomatiques » des rapports de ces élèves aux mathématiques et à la résolution de problèmes.

Extrait 1 : interactions lors de l'examen du problème 3.1. (la fête)

Avant d'entamer l'examen du problème 3.1. (la fête), nous avons expliqué aux élèves que les problèmes sur lesquels nous allions travailler étaient ceux que nous avions utilisés pour créer les neufs illustrations qui leur ont été présentées. Nous avons aussi ajouté, qu'une fois les problèmes résolus, nous tenterions d'associer les dessins avec les problèmes originaux.

Le premier problème était le problème 3.1. (la fête) :

> C'est la fête ! Les amis de Jean et lui-même ont soif ! Jean va chercher une bouteille de lait de 2 L. Un quart du lait a déjà été bu. Il veut remplir six verres ayant chacun une capacité de 225 ml. Y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?

A) Interactions lors de la résolution du problème

Avant de commencer la résolution, nous avons fait un petit retour avec l'élève E2 qui était absent lors de notre dernière rencontre. Ce retour est aussi une occasion, pour certains élèves, de s'engager dans l'interprétation du problème.

C	Est-ce que eh, E2 n'était pas là la dernière fois, est-ce que vous voyez un peu la situation E2? Vous voyez de quoi il s'agit?
E2	Ouais
C	Comme vous n'étiez pas là, peut-être que vous pourriez nous dire comment vous la voyez, ça pourrait eh… Alors comment vous voyez ce problème là? Qu'est-ce qui se

	passe dans ça?
E8	Ben il faut savoir s'il va avoir assez de lait pour tout le monde
	…
C	Jean va chercher une bouteille de de 2L. 2L, quand je dis moi 2L est-ce que vous pensez aussi à autre chose? 2L c'est quoi?
	….aucun élève ne répond…
C	2L c'est 2000 ml. Alors on nous dit après 1/4 du lait a déjà été bu. Est-ce que ça vous évoque quelque chose ça? Qu'est-ce qu'on fait?
E1	Ah, moi je vais faire la règle de trois
C	Pour tenir compte de ce qui a été dit qu'est-ce qu'on fait?
E?	Divisé
C	Ouais, par combien?
E?	Par 4
C	Ouais. 2L divisé par 4, calcul mental ça va bien ça
E3	deux cents eh, 225 moins 4
ÉC	Pourquoi moins 4?
E3	Ben parce que j'ai fait 1/4
ÉC	1/4 tu as raison c'est 4, mais c'est une partie sur 4
C	Si vous prenez 1/4 de 2L, si vous preniez la moitié
E4	2000 divisé par 4
E3	Ouais, …, c'est 500?
C	Ouais, bravo!
	…
E5	C'est une division non?
ÉC	Qu'est-ce que tu en penses?
	…
C	Prendre 1/4 de 2000. Quand on fait des fractions c'est la même chose. Prendre 1/4 de 2000, c'est partager en combien? On partage en combien de parties?
E3	Je fais 500 divisé par 2
C	Non. 1/4 de 2000, je partage en combien de parties?
E4	En 4
C	Ben oui, ben voilà, donc je peux continuer. Il ne reste que 1500, qu'est-ce qui arrive avec ça, il y en 500 qui a été bu
ÉC	J'en bois 1/4
C	Il en reste combien?
E3	Il en reste 3
ÉC	1/4 de 2000 ml tu m'as dit que c'était combien
	…aucun élève ne répond …
ÉC	J'avais 4 bonbons j'en ai mangé 1. Il m'en reste combien?
E2	3
ÉC	J'en ai 1/4 de perdu, il m'en reste 3 comme ça
E5	Je pense que j'ai trouvé
E2	Il reste 1500 ml
E1	1500
	…
C	On continue, vous voulez faire 6 verres de 225. Chacun a 225 ml quelle opération on va faire?
E3	400
C	Dans chacun des verres on met 225, ça va faire plus ou moins… Alors vous pouvez calculez combien ça fait de jus, qu'est-ce que ça donne ?
	…

E8	Il veut remplir 6 verres
C	6 verres, 1 verre c'est 225 ml, 6 verres ça va être combien?
E5	Tu fais fois 6
C	Tu fais quelle opération ?
E1	Tu fais 1500 divisé par 6
E8	ouais, divisé par 6
E5	Moi j'ai fait une multiplication
ÉC	Tu pourrais multiplier aussi, qu'est-ce que tu as fait comme multiplication?
E5	Ben moi en premier j'ai fait une division pour savoir combien y reste, j'ai fait 2000 divisé par 4
ÉC	Ouais
E5	Après j'ai fait 500 fois 3
ÉC	C'est quoi la question ?
E5	Ben il demande eh, y a-t-il assez de lait ? Si oui, quelle quantité de lait restera-t-il dans la bouteille après que Jean aura rempli les six verres ?
ÉC	6 verres de combien? Combien de ml dans les verres? C'est écrit dans le texte. Il y a combien de ml dans 1 verre?
E5	Eh, 225
ÉC	Ok, en ai-je assez?
E5	225 x 6
E1	Eh, oui oui oui il y en a trop
ÉC	Il va en rester combien?
E1	En tout ben là, ah
ÉC	Qu'est-ce que tu pourrais faire, tu pourrais faire autre chose?
E1	25 attends
ÉC	225
E1	Non, tu me demandes combien en tout
ÉC	Ok, mais comprends-tu pourquoi tu divises par 6?
E1	Ouais parce qui a 6 personnes
ÉC	6 verres. En as-tu assez?
E1	Ouais, il reste 250
	…
E8	250

Comme le montrent ces interactions, la plupart des élèves perçoivent rapidement les calculs à réaliser, ce qui ne veut pas dire qu'ils peuvent effectuer ces calculs sans problème. Ainsi, trouver 1/4 de 2000 ml, n'est pas une tâche simple pour la majorité des élèves; certains élèves, notamment les élèves E1 et E4, proposent des façons de faire : E1 : règle de trois ; E4 : 2000/4. La suite des opérations à effectuer est fortement orientée par les interventions de l'étudiante-chercheure qui formule des questions. Quelques élèves se montrent capables de répondre de façon satisfaisante aux questions qui leur sont ainsi adressées. Et, événement intéressant, on assiste même à une diversification des méthodes de calcul. Pour trouver si j'ai assez de lait pour faire six verres, l'élève E1 a décidé de diviser 1500 en six, alors que l'élève E5 décide de faire 6 fois 225.

B) Interactions lors de l'association et l'examen des illustrations allant avec ce problème

Une fois le problème initial résolu, les élèves devaient trouver les illustrations qui l'accompagnaient. Ensuite, pour les amener à faire des liens, nous leur avons demandé d'indiquer les solutions suggérées par ces différentes illustrations.

C	Parmi les dessins, quels dessins vous pensez qu'on avait mis pour aller avec ce problème là? Il y a trois dessins qui pourraient aller, qui parlent de la même chose en mathématiques
E1	Les trois affaires de jus?
C	Les dessins qui ont la même idée en maths. Quand on parle de dessins qui vont avec ça, on ne parle pas nécessairement des mêmes objets là. Ce sont des dessins qui en mathématiques sont associées à des solutions comparables
ÉC	Des dessins qui demandent le même raisonnement mathématique
C	Alors E2, vous allez nous dire pourquoi ça marche avec celui-là, alors E2 a sorti ça, il va nous dire pourquoi. Alors, quelle est l'histoire dans ça qu'on voit?
E2	Il y a 3000 grains de sable, il en a le 1/3 de perdu
C	Ça correspond à quoi dans notre problème? On avait 2000 ml de jus puis il en a .... combien?
E2	1/4
C	1/4 qui avait été bu c'est comme si cela avait été perdu
E2	Ouais, puis il y a 300 grains
C	Dans un petit sac, puis on veut remplir combien de sacs?
E2	6
C	Puis le point d'interrogation veut dire quoi?
E3	On l'a fait ça, je sais pas c'est avec qui!
	…
ÉC	Oui, vous avez écrit le problème, mais je veux que tu fasses le calcul de ça. C'est exactement le même raisonnement
C	Qu'est-ce que vous avez fait? Vous avez vu que c'est le même problème hein? Il est même plus facile, vous avez vu pourquoi il est plus facile?
	…
C	6 sacs chacun à 300 grains ça fait combien de grains?
E4	6 fois 3 18 1800
C	Est-ce qui en a assez? Dans ce cas s'il en reste 2000
E4	Oui
C	Y va rester combien de grains?
E?	200
C	200, ok c'est beau. Alors vous avez trouvé? E1, vous avez trouvé? 3000 grains, 1/3 ça fait combien de grains? Il y en a combien qui disparaissent?
E1	1000
ÉC	Il en reste combien?
E1	2000
ÉC	2000, puis il y en a combien pour 1 petit sac?
E1	Ben là je vais faire 2000 divisé par 300
ÉC	Ouais, tu peux faire ça, mais je veux savoir combien de sacs, j'en ai combien de sacs?
E1	6

E5	6
ÉC	Tu peux faire ça. mais tu peux faire aussi 6 sacs de 300
E5	On peut faire 300 divisé par 6
ÉC	Tu feras pas 300 divisé par 6. tu vas faire 300, je veux savoir si j'ai assez. 6 sacs de 300
E5	Ok bon.
ÉC	Tu vas faire 300
E5	Divisé par … fois!
ÉC	Oui. fois 6. je veux savoir si je suis capable de faire 6 fois 300
E5	Ah. ok
E1	Moi j'ai fait 2000 divisé puis ça arrête pas de faire trois
ÉC	C'est correct. en ai-je assez?
E1	Ouais
ÉC	C'est-tu la même chose?
E1	Ouais
	…
C	Ce ne sont pas les mêmes nombres, mais c'est le même problème. Est-ce que vous avez vu que ce n'était peut-être pas le même problème, mais exactement les mêmes calculs?
ÉC	As-tu fait le même genre de calculs que dans l'autre problème?
E8	Oui. genre
E2	Non
ÉC	Non. pourquoi tu dis non?
E2	Ben ça donne la même affaire. mais ça donne pas eh
ÉC	Vous n'arrivez pas aux mêmes nombres. mais est-ce que c'est le même type de raisonnement non?
E1	Ouais
ÉC	T'as fait des calculs. des calculs semblables
E2	Ouais
ÉC	Les étapes c'était la même chose
E2	Ouais
ÉC	Mais le contexte de problème c'était pas la même chose
E2	Hm hm
C	Vous voyez ce type de problème, en mathématiques, on pourrait trouver une infinité de problèmes comme ça. Tout ce qui pourrait changer ça pourrait être quoi? Les objets et
E1	On peut mettre de l'argent. des mesures
E5	Des mesures
C	Et on peut changer les nombres. Il peut y en avoir une infinité comme ça. Ça veut dire que si quelqu'un vous donne un problème eh, si je vous dis j'ai eh, j'ai 3000 km à faire dans un voyage puis j'ai fait, j'ai déjà fait le tiers des kilomètres, puis je demande, par exemple, si je fais 300 km par jour puis si je fais ça pendant 6 jours, est-ce que je vais me rendre au bout?
E2	Oui
C	Donc c'est le même type de problème hein?
E1	Ouais
C	J'ai 3000 km à faire, j'en ai déjà fait le tiers donc j'en ai fait combien?
E1	1000
ÉC	J'en ai 1000, il m'en reste combien?
E1	2000
E8	2000
C	Il m'en reste 2000, mais moi je me dis que tout ce que je peux faire c'est 300 km

	pendant 6 jours. Est-ce que vous pensez que je vais arriver, que je vais réussir à faire ce qui me reste à faire?
E1	Oui
E3	Oui
ÉC	Pourquoi?
E1	Sais pas!
E3	Parce que t'en a beaucoup
ÉC	Écoute, elle l'a dit
C	Elle dit 300 par jours pendant 6 jours
ÉC	C'est la même chose
E1	Ouais
E5	Ben c'est juste que
C	Mais là je ne me rendrais pas au bout parce qui va me rester encore des kilomètres à faire
E8	Ouais
C	Au lieu de me rester du jus dans ma bouteille, il va me rester des kilomètres à faire.

La compréhension des liens entre les dessins de même structure mathématique commence à se faire, mais elle reste fragile. L'élève E2 regroupe spontanément les problèmes isomorphes et est capable d'expliquer les raisons de son choix, alors que l'élève E1, qui n'avait pas eu de difficulté à regrouper les dessins à l'étape précédente, est hésitante. Pourtant, lorsque vient le temps de calculer, elle procède exactement avec le même raisonnement que celui qu'elle avait fait lors de la résolution du problème original. Pour savoir si une poche de 2000 grains peut faire six sacs de 300 grains, elle divise 2000 par 300. Sa réflexion va influencer l'élève E5 qui va dire qu'il faut faire 300 divisé par six, mais qui, rapidement, se corrige. Nous pouvons constater que l'élève E5 fait des progrès dans le choix des calculs à réaliser.

Extrait 2 : interactions lors de l'examen du problème 3.2. « Le mobile »

Nous avons travaillé de la même façon sur le problème « le mobile » que sur le problème précédent « la fête ». D'abord, nous avons présenté le problème initial et ensuite, nous y avons associé les illustrations et tenté de répondre aux questions émanant de ces illustrations. Le problème «le mobile» est familier aux élèves, ayant travaillé beaucoup sur le problème de «la maison de pailles». Nous reproduisons le problème initial.

> Jade, Hanako et Noémya veulent réaliser un mobile pour mettre dans la classe. Pour cela, elles veulent utiliser 600 pailles. Jade en prend 148 et Hanako en prend deux fois plus. Combien de pailles Noémya prendra-t-elle?

A) Interactions lors de la résolution du problème

C	Ça ne vous rappelle pas quelque chose ça?
E3	Ouais, les maisons en pailles là
C	C'est ça
ÉC	Ok, vous essayez de le faire
E3	Hanako en a 256
ÉC	Qu'est-ce qui a 600 ?
E5	Ben eh, l'objet là le mobile qu'ils veulent faire
ÉC	Le mobile qu'ils veulent faire. Jade elle en a combien?
E5	Jade elle en a 148
ÉC	Hanako?
E5	Hanako prend 2 fois plus
ÉC	Deux fois plus que
E5	Que Jade
ÉC	Elle en a combien Hanako?
E5	Ben tu fais fois deux
E3	Fois deux
ÉC	Oui, bravo! Donc Noémya elle va en prendre combien? Ça c'est quoi ce nombre là?
E3	600
ÉC	Ça représente quoi dans le problème?
E3	Ça représente les pailles de Jade, eh non les pailles de de en tout là
ÉC	En tout ok, Jade elle en a combien?
E3	148
ÉC	Hanako
E3	Hanako elle en a 2 fois plus
ÉC	Ça veut dire combien deux fois plus? Deux fois plus que qui?
E3	Que eh Jade
ÉC	Ça veut dire qu'on va faire quoi?
E3	Ça plus ça
ÉC	OK, 148 plus 148, vas-y
C	Vous avez trouvé? Il reste combien?
E4	Ça fait 296
C	Jade en prend 148, ici il y en a combien, il en prend deux fois plus, ça fait 296. Il en ont pris combien ensemble?
C	Est-ce que vous avez trouvé les dessins qui allaient avec?
E3	Hanako en a 296, mais combien elle en a Noémya
ÉC	Si j'en ai 600
E3	Ah, c'est ça
ÉC	Il y en a une qui en a 148, l'autre 296, ça veut dire qu'il en reste combien?
E5	On fait une addition dans le fond 600 plus
ÉC	Tu veux les enlever, tu veux savoir combien il en reste
E3	200 divisé par eh
E5	Moins?
E3	Eh, 600 divisé par 296… moins
ÉC	Oui, j'en enlève. Combien il en reste pour Noémya?
E4	Eh, 148
ÉC	Tu a mis ça puis ça ensemble, en tout j'en ai 600, combien il en reste?
E4	444
ÉC	En tout j'en ai 600

E3	Elle en a 214 Noémya
ÉC	600 moins
E5	314
ÉC	314 moins Jade ça fait
E5	156

Cet extrait nous permet d'abord de constater que nous guidons encore assez fortement les élèves dans leur raisonnement mathématique. Par ailleurs, les élèves trouvent rapidement les premiers calculs à réaliser, calculs qu'ils ont déjà rencontrés dans le problème «la maison de pailles». Ils éprouvent toutefois plus de difficultés, lorsque vient le temps de trouver combien Noémya a de pailles, les relations entre la quantité de pailles de Noémya et des autres étant différentes de celles qu'ils avaient eu à traiter auparavant dans le problème la maison de pailles». Nous constatons aussi que l'élève E4 a été influencée par sa solution au problème précédent. En effet, à la fin de l'extrait, lorsqu'il faut trouver combien de pailles a Noémya elle dit «444», nombre que nous retrouvions dans le problème de «la maison de pailles».

Cet extrait nous permet aussi de voir que l'élève E3 semble bien comprendre le problème, mais qu'il est limité par sa difficulté à réaliser les calculs. Il éprouve une importante faiblesse à ce niveau, chose que nous avons déjà eu l'occasion de constater. Enfin, bien qu'elle propose d'abord d'effectuer une soustraction, l'élève E5 sait reconnaître qu'il s'agit d'un problème additif et se corrige assez rapidement.

B) Interactions lors de l'association et résolution des illustrations allant avec de problème

C	Oui, alors on regarde les dessins qui allaient avec ça. Quels sont les dessins qui d'après vous allaient avec le problème? Celui-la vous êtes sûrs sur le plan mathématique que c'était le même, vous savez pourquoi?
E4	Parce qui faut trouver combien de chevals il y a
C	Oui, mais c'est quoi l'histoire des animaux ?
E4	Ben il y a des animaux
E5	Il y a la ferme, il y a 96
E8	Il y a 96 animaux, il y a 24 vaches
E8	Eh, vaches
E8	(et E5) il y a deux fois plus de moutons que de vaches
E5	Combien il y a de chevals ?
C	C'est la même chose hein?
ÉC	Puis l'autre, c'est quoi? E7, raconte-moi donc l'histoire de la salade de fruits. Est-ce que c'est pareil?
E7	Oui

ÉC	Ouais. Il y a combien de fruits dans ma salade de fruits ?
E7	100
ÉC	Continue
E7	Il y a 22 pommes, il y a deux fois plus de bananes que de pommes et il faut essayer de trouver combien il y a de kiwis
ÉC	Super! L'autre, les pailles, c'est ce qu'on vient de faire, vous les reconnaissez?
E4	Hm hm
C	Vous voyez que tous ces problèmes là, tout ce qu'on fait c'est changer les objets, les nombres, puis de fait c'est la même chose, en mathématiques c'est tout pareil

Les élèves commencent à être familiers avec les tâches que nous demandons. L'élève E4 a rapidement trouvé un premier dessin semblable à celui de la maison de pailles. C'est d'ailleurs sur ce dessin qu'elle et son équipe avaient travaillé initialement. L'élève E7 semble très à l'aise pour expliquer la salade de fruits. Pour la maison de pailles, les élèves avaient déjà fait le lien avec le problème initial lors de la résolution.

Extrait 3 : interactions lors de l'examen du problème 3.3. « Laveuse défectueuse »

La tâche est toujours la même : résoudre le problème et y associer les trois illustrations. Il s'agissait, ici, du problème de la laveuse défectueuse :

> Mme Grenier ne cesse d'avoir des problèmes avec sa laveuse. Découragée, elle décide de s'en débarrasser et d'aller en acheter une nouvelle. De toutes façons, la faire réparer lui coûtera aussi cher. Elle trouve ce qu'il lui faut au magasin d'électroménagers. Elle débourse 279,95$ pour l'achat de sa laveuse. À ce montant, elle doit ajouter 19,60$ et 22,47$ pour les taxes de vente. À combien revient l'achat de Mme Grenier?

C	Le troisième là, quelle est votre opinion? Dites-moi à quel type de problème vous pensez
E5	Addition
C	Est-ce que pour vous c'est tranquille?
E8	C'est facile
ÉC	Qu'est-ce qu'il faut faire?
E3	Ça plus ça plus ça
ÉC	Hm hm
C	279,95 si on est fatigué, vous vous pouvez prendre quel nombre
E1	Eh, 300
C	279? Le plus près c'est quoi?
E3	278
C	Un qui se calcule vite eh 280
E5	Ouais

C	19,60 on peut prendre quel nombre?
E3	eh
C	20, pis 22 on peut prendre 20 aussi
E5	Ouais
C	Ça me donne une idée. On fait 280 plus 20
E3	280
C	Plus 20
E3	Trois cents eh 320
C	320, alors calculez et vous allez arriver près de ça
ÉC	Avez-vous trouvé les trois dessins?
E4	Ouais
E1	Ouais
C	Ça parle de quoi?
E5	Ben ça parle de l'argent, de la TPS et de la TVQ
ÉC	Y en a-t-il un autre qui parle pas de ça qui est dans ces problèmes là?
E8	Oui, les affaires de kilomètres
C	C'est lequel qui parle de kilomètres ?
E8	C'est la bicyclette
E5	La bicyclette
C	Donc on parle de kilomètres mais c'est un problème de …
E5	D'addition
C	Ouais qui reste d'addition.

Ce problème est beaucoup plus léger que les derniers et les élèves semblent très à l'aise, à la fois pour le résoudre et pour identifier les trois illustrations correspondantes. De plus, l'élève E5 trouve rapidement l'opération adéquate. Même la méthode de calcul rapide est plus simple. Ce fut agréable de terminer le projet de la sorte!

Mentionnons aussi qu'il est surprenant de voir la réponse de l'élève E3 lorsque nous lui demandons de trouver un nombre plus facile et qui est près de 279 ; il répond 278. Sa compréhension de ce qu'est un calcul rapide et une approximation est peut-être à revoir! Il est possible toutefois que l'élève n'ait pris en considération qu'une partie de la consigne, soit « qui est près de ».

3.1.3.4. Synthèse de l'analyse des conduites et des interactions lors du déroulement de la situation 3

Les tâches que les élèves avaient à faire pour cette situation sont semblables à celles proposées à la première situation :

a) rédiger des problèmes à partir d'illustrations produites par la chercheure et l'étudiante-chercheure ;

b) se prononcer sur les problèmes rédigés par les élèves d'autres équipes et proposer, au besoin, des corrections sur ces énoncés ;

c) résoudre des problèmes rédigés par d'autres élèves ou par la chercheure et l'étudiante-chercheure ;

d) classer les illustrations, selon la structure mathématique des relations qu'elles mettent en évidence, et associer ces illustrations à un énoncé.

Contrairement à ce qui s'était produit lors de la première situation, la facilité d'interprétation des dessins est sensiblement la même pour tous les élèves. Nous avons choisi des problèmes additifs et multiplicatifs que nous n'avions pas pu examiner attentivement avec les élèves, lors des situations précédentes : un premier problème relativement complexe («la fête»), faisant notamment intervenir un isomorphisme de mesures (proportionnalité) et une conversion de mesures ; un second problème multiplicatif («le mobile») comportant un seul espace de mesures et une relation entre les mesures ; un troisième problème («la laveuse») additif de composition de mesures. Pour chacun de ces problèmes, trois illustrations différentes ont été produites.

L'interprétation de l'illustration du problème «la fête» est celle qui a causé le plus d'ennuis aux élèves, mais tous ont composé des problèmes de même type que les illustrations que nous leur avions données. Certains problèmes sont un peu plus complexes, ceux rédigés par l'équipe formée des élèves E6 et E7, entre autres. Ces élèves ont essayé de complexifier leurs énoncés, leurs problèmes, mais ont éprouvé des difficultés à rédiger des énoncés clairs ; nous avons pu mettre en évidence plusieurs problèmes de syntaxe. Ces problèmes ont été très précieux lorsqu'il a été demandé aux élèves de corriger, au besoin, les énoncés produits par les différentes équipes.

Notons aussi que cette troisième situation a obligé les élèves à effectuer une coordination de leurs connaissances en arithmétique et en français. Dans la rédaction des problèmes, les élèves sont tuteurs l'un pour l'autre et se questionnent ; une telle collaboration est particulièrement observable entre les élèves E3 et E5. En revanche, lorsqu'il s'agit de procéder à la correction des énoncés, tous les élèves deviennent «enseignants». Les corrections portent d'abord sur l'orthographe d'usage, puis sur la ponctuation, et enfin sur la syntaxe, notamment lorsque la résolution d'un problème apparaît impossible, en raison de nombreuses ambiguïtés et confusions dans l'énoncé de ce problème.

Au cours de cette situation, nous avons pu observer que les élèves ont commencé à comprendre que certains problèmes pouvaient être «mathématiquement» semblables, même si les contextes et les nombres étaient différents. Tous les élèves sont capables de recourir aux structures mathématiques des relations entre les données des problèmes pour évaluer les problèmes et les illustrations de problèmes comparables. Cette nouvelle compétence est cependant encore mal maîtrisée. Pour s'assurer de sa maîtrise, d'autres problèmes auraient pu être travaillés avec les élèves. Malheureusement, le temps imparti à ce projet de recherche ne nous a pas permis de pousser plus loin nos expérimentations.

À un niveau plus individuel, il est intéressant de remarquer la progression de certains élèves. L'élève E5 qui, au départ, ne pouvait associer correctement «opérations à réaliser» et «relations entre les données», et qui proposait toujours une multiplication a pu, au cours de la séquence d'enseignement, construire les connaissances lui permettant d'effectuer correctement le choix des opérations à réaliser en fonction des relations entre les données des problèmes. Pour sa part, l'élève E3 comprend relativement bien les problèmes, mais est limité par ses connaissances en calcul. Les méthodes de calcul mental que nous avons suggérées tout au cours de nos rencontres ont toutefois semblé porté fruits.

3.2. Analyse des conduites des élèves à l'épreuve passée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique

Pour mieux apprécier les effets de la séquence d'enseignement que nous avons réalisée auprès du petit groupe d'élèves du 3e cycle présentant des difficultés d'apprentissage, nous présentons les résultats de ces élèves et des élèves de leurs classes respectives à l'épreuve en résolution de problèmes présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique. Notons toutefois qu'une des classes, composée uniquement d'élèves de la 1ère année du 3e cycle, n'a effectué l'épreuve qu'à la sortie de la séquence.

Nous avons convenu de ne pas inclure, dans les résultats provenant des différentes classes, ceux qui proviennent des élèves qui ont bénéficié de situations de notre séquence, les résultats de ces derniers étant regroupés. Nous référons à ces différentes groupes d'élèves de la façon suivante: a) les deux classes du 3e cycle incluant des élèves de la 1ère (5e année du primaire) et de la 2ième année de ce cycle (6ième année du primaire) : CLASSE-A, CLASSE-B ; b) la classe de la première année du 3e cycle (5e année du primaire) : CLASSE-C ; c) les élèves de chacune des classes précédentes ayant bénéficié des situations d'enseignement : GROUPE-E.

L'analyse que nous avons effectuée comporte deux étapes. Lors d'une première étape, nous présentons les performances des élèves des différents groupes, à chacun des problèmes de l'épreuve, à l'entrée et à la sortie de la séquence. Puis, dans une seconde étape, nous nous appuyons sur les données provenant de l'analyse précédente des conduites et des interactions didactiques au cours des diverses situations de la séquence, pour mieux apprécier les effets de ces situations sur l'évolution des connaissances en résolution de problèmes des élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

3.2.1. Performances des élèves des différents groupes à l'épreuve présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence

L'épreuve présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence comporte 10 problèmes. L'analyse des conduites des élèves à chacun de ces problèmes nous a amenée à établir diverses catégories de démarches et réponses : DA-RA) démarche et réponse adéquates ; DA-RE) démarche adéquate, mais réponse erronée ; DP-RA) démarche absente ou problématique, mais réponse adéquate ; DE-RE) démarche et réponse inadéquates ; NR) aucune réponse. Voici les résultats de ce travail d'analyse.

3.2.1.1. Catégories de démarches et de réponses

Nous reproduisons chacun des problèmes et y associons les démarches et les réponses variées produites par les élèves des différents groupes. Nous nous référons également aux catégories de problèmes additifs et multiplicatifs établies par Vergnaud (1981) pour caractériser ces problèmes.

Problème #1

> Marie-Josée marche tous les jours pour aller à l'école et elle arrive toujours à l'heure. La distance qui sépare l'école de chez elle est de 0,9 km. Elle part à 7h et elle avance à une vitesse de 60 m par minute. À quelle heure arrivera-t-elle à l'école, si elle maintient la même vitesse et n'arrête jamais au cours de son déplacement ?

Ce problème multiplicatif, à proportionnalité simple, implique aussi une conversion de mesures. Voici les diverses catégories de démarches et de réponses mises en évidence chez les élèves :

DA-RA : 1) conversion de 0,9 km : 900 mètres (avec trace ou non du calcul « 0,9 x 1000 ») ; 900 / 60 = 15, 15 minutes ; heure d'arrivée : 7h 15 (ajout de 15 minutes à 7h00) ;

2) conversion de 0,9 km : 900 mètres (avec trace ou non du calcul « 0,9 x 1000 » ; additions ou multiplications répétées de 60 pour arriver à 900.

DA-RE : 1) conversion inadéquate de 0,9 km en mètres ou erreur dans le calcul de la division ;

2) conversion inadéquate de 0,9 km en mètres ou erreur dans le calcul des additions ou multiplications répétées de 60.

DP-RA : 1) division amorcée, mais non complétée; la réponse est toutefois juste.

2) additions ou multiplications répétées amorcées, mais non complétée; la réponse est toutefois juste.

DE-RE : 1) choix des nombres inadéquats pour les calculs (ex : 0,9 = 60 minutes donc… 8,262 m = 7h ; 50,9 x 60) et réponse inadéquates ;

2) 60/7 ;

3) 0,9 x 7 = 63 ; 63/60 ; 4) 60 x 60 = 1200 ;

4) 60 x 7= 420 ; 420 /9 = 407 ;

5) 560 /7 = 282 ; 60 x 9 = 540 ; 540 x 7 = 37,80.

Problème #2

> Plusieurs élèves vont venir à la danse de Noël cette année. Il y aura plus de filles que de garçons, mais elles ont décidé de ne pas faire de jaloux et de danser chacune avec chacun des garçons. S'il y a 200 filles et 50 garçons, combien de couples de danseurs seront formés au cours de cette soirée ?

Ce problème est également un problème multiplicatif impliquant un produit de mesures. Les diverses catégories de démarches et de réponses mises en évidence sont les suivantes :

DA-RA : 1) 200 x 50 = 10 000 couples.

DA-RE : 1) 200 x 50, mais erreur de calcul.

DE-RE : 1) 200/ 50 ;

2) 200 – 150 ;

3) 200 – 50 ;

4) 50 x 4;

5) 250 /2 ou 200 / 2, ou encore, 200/2 et 50/ 2 ;

6) 200 – 50 ; 149 – 50= 90.

Problème #3

> Pour une recette de biscuits au pain d'épice, Félix prend un grand contenant de 5L. Il y a déjà 3250 ml de mélange dans le contenant. Le contenant sera-t-il assez grand pour contenir toutes les autres quantités nécessaires à la réussite de ses biscuits ?
> a) 125 ml de crème c) 1,2 L lait
> b) 215 ml de cannelle d) 375 ml d'amandes broyées

Ce problème implique une composition additive de mesures de volumes, ainsi que la recherche d'une différence entre une mesure et la somme des mesures produites par composition. Ce problème implique aussi une conversion d'unités de mesures. Les démarches et réponses mises en évidence sont les suivantes :

DA-RA : 1) conversion de 5L en ml et de 1,2L en ml (avec trace ou non des calculs) ; addition des diverses mesures : 125 + 215 + 1 200 + 375 ; soustraction : 5000 – 3250 (1750) ; comparaison 1915 et 1750 ; interprétation du résultat : le contenant ne sera pas assez grand.

DA-RE : 1) conversions inadéquates ou erreurs de calcul ;
2) interprétation erronée du résultat de la comparaison.

DE-RE : 1) 3 250 x 5 ;
2) 5000 – 3250 = 1750 ;
3) multiplication de tous les nombres par 5 ;
4) multiplication de tous les nombres par 3250 ;
5) soustraction de 5 à tous les nombres.

Problème #4

> 22 000 spectateurs sont allés au match de football pour voir les Alouettes de Montréal. On attend jusqu'à 100 000 individus de plus pour la grande finale. Selon ces informations, combien y aura-t-il de spectateurs à la finale ?

Ce problème additif implique une interprétation de la relation additive entre les mesures. Les démarches et réponses identifiées chez les élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) 22 000 + 100 000 (avec calcul) ;
2) 22 000 + 100 000 (sans calcul) ;
3) réponse juste, calcul mental.

DA-RE : 1) 22 000 + 100 000, mais avec erreurs de calculs (ex : ajouter un zéro à 22 000 avant d'additionner ; opération posée mais multiplication effectuée en ajoutant des zéros).

DE-RE : 1) 22 – 100 000 = - 122 000 ;
2) 22 000 x 100 000.

Problème #5

> Alexandre se prépare pour faire une soupe avec des légumes se trouvant dans le réfrigérateur. Il prend 1/3 des carottes et environ 2/5 du brocoli. Il prend 6 carottes pour faire sa soupe. Combien y avait-il de carottes dans le réfrigérateur?

Ce problème multiplicatif implique une proportion et comporte un seul espace de mesures. Les démarches et réponses des élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) 6 x 3 ;
2) 6 + 6 + 6 ;
3) utilisation du dessin d'une collection ;
4) réponse juste, calcul mental; 5) 1/3 = 6 carottes ; réponse : 18;

DA-RE : 1) calcul mal effectué: 1/3 ---» 6 ... 3/3 ---» 15

DP-RE : 1) 6 X 3 + 1 ;

2) 1/3 + 2/5 ou 1/3 * 2/5 (utilisation de la donnée inutile).

DE-RE : 1) 1/3 * 6 = 2 ;

2) 1/ = 2/6 ;

3) 12 par rapport à 6 : 12 carottes ;

4) 7 carottes avec dessin d'un cercle ;

5) 7 carottes avec un dessin de 6 carottes ;

6) 1/3 = 12 ;

7) 1/3 = 2/6 ; 2 x 6 = 12 ;

8) 6 + 3 carottes ;

9) 1/3 + 6 = 7/9.

Problème #6

> La petite sœur de Marc est allée faire une visite au zoo avec l'école, dans le cadre de son projet sur les animaux africains. Elle a beaucoup aimé sa visite et n'arrête plus de raconter ce qu'elle a vu, ce qu'elle a appris. Une information a retenu l'attention de Marc. La girafe femelle pèse environ 75 kg. À sa naissance, le bébé girafe pèse environ 300 fois moins que la femelle qui le met au monde. Si la femelle pèse 75 kg au moment où naît son petit, quelle est la masse du bébé girafe ?

Ce problème multiplicatif implique une relation multiplicative entre des mesures de masse. Les démarches et stratégies mises en évidence sont les suivantes :

DA-RA : 1) conversion de 75kg en grammes, calcul 75 000 /300, avec conversion ou non de la réponse en kg ;

2) calcul 75 /300 avec réponse juste donnée en kg.

DA-RE : 1) conversion inadéquate (ex : 7 500 au lieu de 75 000), avec calcul adéquat et effectué correctement ;

2) calcul adéquat mais erreur de calcul ;

3) conversion inadéquate : 750 /300 = 0,205 kg.

DE-RE : 1) 350/50 ;

2) 300 – 75 ;

3) 7300/300.

Problème #7

> Dans sa cour, Martin a tracé un petit terrain de soccer rectangulaire où sa jeune soeur apprend à jouer. Le terrain a une aire équivalente à 18 carrés de un mètre de côté. Son périmètre est de 18 m. Quelles sont les dimensions du terrain ?

Ce problème multiplicatif implique un produit de mesures. Il fait aussi appel à des connaissances spécifiques sur les calculs d'aire et de périmètre de rectangles. Les démarches et les solutions mises en évidence chez les élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) 18 / 2 = 9 ; 9 mètres est la somme de la longueur et de la largeur du rectangle ; 3 + 6 = 9 et 3 * 6 = 18 (puisque les nombres ne sont pas grands, il peut y avoir des calculs faits sans laisser de traces sur papier) ; dimensions : 3 m et 6 m ;

2) essais successifs avec différentes mesures de longueur et de largeur, compte tenu du périmètre (ex : 7 et 2; 8 et 1; 3 et 6) et vérification en calculant l'aire (ex : 7 * 2 : non; 3 * 6 : oui) ;

3) recours à un dessin formé de 18 petits carrés de même grandeur; recherche de dispositions des petits carrés pour faire un rectangle ;

4) dessin d'un rectangle mesurant 3cm par 6 cm.

DA-RE : 1) application de formules (voir la démarche 2) de la catégorie précédente, mais avec erreur de calcul.

DP-RE : 1) recours à un dessin inadéquat, mais réponse juste (ex : 18 x 4, mais réponse juste, soit 3 m et 6 m).

DE-RE : 1) recours à un dessin, mais comportant soit 18 x 18 petits carrés; soit 18 x 4 petits carrés ;

2) 18 x 18 = 324 m^2 ;

3) dessin de 4 par 5 et calcul 5 x 5 = 25 ;

4) 18 + 18 = 36.

Problème #8

> Éric, Mélissa, Maud et Martin sont des frères et soeurs. Ils veulent faire un cadeau pour la fête de leur maman. Ils décident donc de mettre en commun leurs économies. Ils se rencontrent dans la chambre de Maud. Chacun a apporté l'argent qu'il pouvait dépenser. Éric a 20$, Mélissa a 8,65$ et Maud, 12,10$. Martin, le petit dernier, n'a pas compté ses sous. S'ils ont compté 50$, combien d'argent Martin a-t-il donné ?

Ce problème additif implique une composition de mesures de monnaie; la somme étant connue, ainsi que toutes les mesures, sauf une, il s'agit de trouver cette dernière mesure. Les démarches et les réponses identifiées chez les élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) addition : 20 + 8,65 + 12,10 = 40,75 ; 50 – 40,75 = 9,25 (somme que Martin a donné) ;
2) 50 – 20 = 30 ; 30 – 8,65 = 21,35 ; 21,35 – 12,10 = 9, 25.

DA-RE : 1) la démarche précédente (DA-RA) est utilisée, mais il y a des erreurs de calculs.

DP-RA : 1) addition : 20 + 8,65 + 12,10 … non complétée, mais réponse juste ;
2) addition seulement des nombres : 20, 8,65 et 12,10.

DE-RE : 1) addition de tous les nombres ;
2) addition des nombres 20, 8,65, 12,10 ;
3) multiplication : 8,65 x 10 ;
4) 20,85- 50.

Problème #9

> Pour la culture du saumon, on met des œufs dans l'Atlantique et le Pacifique. On utilise 376 contenants de 1000 œufs de saumon de l'Atlantique et on utilise 3 139 boîtes de 100 œufs de moins pour l'océan Pacifique. Combien d'œufs utilise-t-on dans l'océan Pacifique ?

Ce problème multiplicatif appartient à la catégorie «isomorphisme de mesures» ; une des mesures doit toutefois être calculée, en tenant compte de la relation entre cette mesure et une autre mesure connue. Les démarches et réponses à ce problème notées chez les élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) 3139 x 900= 2 825 100 (1000 – 100).

DA-RE : 1) 3 139 x 900, mais avec erreur de calcul.

DP-RA : 1) division amorcée, mais non complétée ; la réponse est toutefois juste ;

2) additions ou multiplications répétées amorcées, mais non complétée; la réponse est toutefois juste.

DE-RE : 1) 376 x 1000 = 376 000 ; 3 139 x 100 = 313 900; 376 000 + 313 900;

2) 3 139 x 100 = 313 900 ;

3) 376 x 1 100 (1000 + 100) ;

4) 376 x 900 (1 000 – 100) ;

5) addition de tous les nombres ;

6) 1000 + 100 ;

7) 100 – 379 = 6200 ; 3139 – 100 = 3039 ;

8) 1000 – 100.

Problème #10

> Dans l'industrie, les rouleaux de papier d'emballage pour sceller les produits sont très gros. Leur diamètre peut atteindre 70 cm. À la maison, les plus gros rouleaux ont un rayon de 5 cm. Combien de fois les rouleaux que l'on utilise à la maison sont-ils plus petits que ceux que l'on retrouve dans l'industrie?

Ce problème multiplicatif implique une relation entre deux mesures ; des connaissances sur les rapports entre le diamètre et le rayon sont également impliquées. Les démarches et les réponses identifiées chez les élèves sont les suivantes :

DA-RA : 1) prendre la moitié de 70 cm (relation entre le diamètre et le rayon) ; 35/ 5 ou 5 x 7 = 35 ; interprétation : les rouleaux de la maison sont 7 fois plus petit que ceux que l'on trouve dans l'industrie ;
2) doubler le rayon de 5 cm pour obtenir son diamètre ; 70/10 ou 10 x 7 = 70 ; interprétation du résultat (voir la démarche 1).

DA-RE : 1) relation entre le diamètre et le rayon non prise en compte ; 70/5 = 14 ou 5 x 12 = 70 ; interprétation toutefois juste du résultat ;
2) démarche adéquate, mais erreur de calcul.

DE-RE : 1) 70 – 5 ;
2) 70 + 5 ;
3) 70 x 4 ;
4) 70 x 5 ;
5) 70 x 70 ;
6) 70 – 5= 65 fois plus petit.

3.2.1.2. Performances du groupe d'élèves ayant bénéficié des situations d'enseignement et des autres élèves de leurs classes respectives, à l'entrée et à la sortie de la séquence

Avant de présenter les résultats de l'analyse pour chacun des problèmes de l'épreuve, il nous a semblé pertinent de produire les résultats pour l'ensemble des problèmes, ce qui nous donne un aperçu global des performances.

Pour chacun des problèmes de l'épreuve (problèmes additifs (A) et multiplicatifs (M)) présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence d'enseignement, nous avons identifié le nombre d'élèves ayant eu recours aux catégories précédentes de démarches et de réponses dans les différentes classes (A, B et C) et dans le groupe ayant bénéficié de situations d'enseignement (E). Pour distinguer les données provenant de la première passation de l'épreuve des données résultant de la seconde passation, nous utilisons les sigles suivants : première passation : P1 ; seconde passation : P2. Nous indiquons à la fois le nombre d'élèves et le % d'élèves correspondant à une catégorie de démarches et de réponses, arrondi à l'unité. Nous distinguons aussi les élèves de la 1ère année du 3e cycle (5e année) des élèves de la 2ième année du 3e cycle (6e année). Notez enfin que les résultats des élèves faisant partie du groupe E ne sont pas inclus dans les résultats de leurs classes respectives.

Tableau X[9]

Résultats pour l'ensemble des problèmes

Démarche-réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	22	34	2	81		141	30	10	12
	P2	8	60	12	88	57	225	35	15	19
DA-RE	P1	13	11	1	19		44	10	10	12
	P2	4	47	0	38	48	137	21	15	19
DP-RA	P1	4	0	0	4		8	2	3	4
	P2	1	0	0	2	5	8	1	4	5
DE-RE	P1	24	45	4	70		133	28	31	39
	P2	25	56	0	44	66	191	30	45	56
NR	P1	13	29	30	75		147	31	36	33
	P2	2	36	0	11	35	84	13	3	4

Comme le montrent les données du tableau précédent, si l'on regroupe les pourcentages d'élèves qui utilisent des démarches adéquates, soit les catégories DA-RA et DA-RE, les progrès réalisés par les élèves qui présentent des difficultés, et qui ont participé aux situations d'enseignement de notre séquence, sont aussi sensibles que ceux observés chez les autres élèves de leurs classes respectives. Dans les deux cas, on note une augmentation d'environ 15% de recours à des démarches adéquates. Lors de la seconde passation de l'épreuve, le recours à de telles démarches est observé chez 38% des élèves du groupe E, comparativement à 56% des élèves des classes A, B et C. Il s'agit d'un résultat non négligeable. Lors de la seconde passation de l'épreuve, dans les classes et dans le groupe E, la très grande majorité des élèves essaient de résoudre les problèmes, ce qui n'était pas le cas lors de la première passation. À cet effet, nous avons pu observer lors de cette seconde passation de

[9] - DA-RA) démarche et réponse adéquates ; DA-RE) démarche adéquate, mais réponse erronée ; DP-RA) démarche absente ou problématique, mais réponse adéquate ; DE-RE) démarche et réponse inadéquates ; NR) aucune réponse.

l'épreuve, une plus grande concentration chez la majorité des élèves, ces élèves effectuant plusieurs tentatives de solution.

Les résultats précédents, s'ils sont loin d'être négligeables, ne nous permettent pas de nous prononcer sur les catégories de problèmes additifs et multiplicatifs qui ont été mieux maîtrisés par les élèves des diverses classes et du Groupe E, lors de la seconde passation ; ni sur les catégories de problèmes additifs et multiplicatifs pour lesquelles les progrès les plus sensibles sont observés. Le tableau suivant présente donc les performances des élèves à chacun des problèmes.

Tableau XI

Performances des élèves à chacun des problèmes

1-M : Proportion

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5^e	A 6^e	B 5^e	B 6^e	C 5^e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	0	2	0	9		11	24	1	12
	P2	1	5	12	4	4	22	33	3	38
DA-RE	P1	1	1	0	3		5	11	0	0
	P2	0	6	0	4	4	14	21	0	0
DP-RA	P1	2	0	0	0		2	4	2	25
	P2	0	0	0	1	1	2	3	0	0
DE-RE	P1	3	6	0	3		12	26	3	38
	P2	0	4	0	3	9	16	4	5	62
NR	P1	2	3	2	9		16	35	2	25
	P2	1	6	0	1	4	12	18	0	0

2-M : Produit de mesures

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5^e	A 6^e	B 5^e	B 6^e	C 5^e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	0	5	0	11		16	35	1	12
	P2	0	4	0	10	4	18	27	1	12
DA-RE	P1	0	1	0	1		2	4	1	12
	P2	0	2	0	3	1	6	9	1	12
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	1	12
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	7	5	2	11		25	54	5	62
	P2	2	14	0	8	17	41	62	6	87
NR	P1	1	1	0	1		3	7	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3-A Composition additive

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	5	4	0	8		17	38	2	25
	P2	2	10	0	15	9	36	55	1	12
DA-RE	P1	0	0	0	2		2	4	1	12
	P2	0	6	0	0	5	15	23	1	12
DP-RA	P1	2	0	0	0		2	4	0	0
	P2	0	0	0	1	4	5	8	3	38
DE-RE	P1	1	3	0	7		11	24	1	12
	P2	0	2	0	0	4	6	9	3	38
NR	P1	0	5	2	7		14	30	4	50
	P2	0	3	0	1	0	4	6	0	0

4-A : Relations additives

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	6	10	1	19		36	77	4	50
	P2	2	16	0	20	15	53	80	5	62
DA-RE	P1	1	0	0	3		4	8	0	0
	P2	0	1	0	0	3	4	6	1	12
DP-RA	P1	1	0	0	0		1	2	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	0	2	1	3		6	13	2	25
	P2	0	2	0	0	2	5	8	2	25
NR	P1	0	0	0	0		0	0	2	0
	P2	0	2	0	0	2	4	6	0	0

5-M : Proportion

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	3	7	0	14		24	53	1	12
	P2	1	5	0	12	9	27	41	1	12
DA-RE	P1	0	0	0	1		1	2	0	0
	P2	0	0	0	4	1	5	8	0	0
DP-RA	P1	1	0	0	0		1	2	0	0
	P2	1	0	0	0	0	1	2	0	0
DE-RE	P1	2	3	0	1		6	13	6	75
	P2	0	8	0	4	7	19	29	7	87
NR	P1	0	5	2	7		14	30	2	35
	P2	1	7	0	1	5	14	21	0	0

6-M : Relations entre mesures

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	2	0	0	4		6	13	0	0
	P2	0	1	0	0	1	6	9	0	0
DA-RE	P1	0	0	0	2		2	13	1	12
	P2	1	4	0	9	8	22	33	3	37
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	2	4	1	15		22	48	5	62
	P2	1	9	0	8	9	27	41	5	62
NR	P1	2	4	1	5		12	26	2	25
	P2	0	7	0	0	4	11	17	0	0

7-M : Produit de mesures

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	2	1	0	3		6	13	1	12
	P2	1	5	0	3	3	12	18	0	0
DA-RE	P1	0	0	0	1		1	2	0	0
	P2	0	4	0	8	9	21	32	1	12
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	4	7	0	13		24	52	3	38
	P2	1	6	0	7	1	15	23	6	75
NR	P1	2	4	2	7		15	33	4	50
	P2	0	0	0	0	0	0	0	1	12

8-A : Composition additive

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	2	4	1	9		16	35	1	12
	P2	1	10	0	16	10	37	36	2	25
DA-RE	P1	4	5	1	4		14	30	5	62
	P2	1	8	0	4	5	18	27	4	50
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	1	2	0	6		9	20	0	0
	P2	0	1	0	0	1	2	3	1	12
NR	P1	1	1	0	5		7	15	1	12
	P2	0	2	0	0	6	9	13	1	12

9-M : Isomorphisme de mesures

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	0	1	0	3		4	9	0	0
	P2	0	4	0	2	2	8	12	1	12
DA-RE	P1	2	1	0	0		3	6	0	0
	P2	1	7	0	5	2	15	23	1	12
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DE-RE	P1	3	7	0	8		18	39	4	50
	P2	1	4	0	10	12	37	41	5	62
NR	P1	3	3	2	13		21	46	4	50
	P2	0	6	0	4	6	16	24	1	12

10-M : Relations entre mesures

Démarche -réponse	P1 (entrée) P2 (sortie)	A 5e	A 6e	B 5e	B 6e	C 5e	Total - Nombre d'élèves	% d'élèves	Groupe E	% d'élèves
DA-RA	P1	0	0	0	3		3	6	0	0
	P2	0	0	0	6	0	6	9	0	0
DA-RE	P1	5	3	0	6		14	30	1	12
	P2	2	12	0	7	10	31	47	2	25
DP-RA	P1	0	0	0	0		0	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	1	12
DE-RE	P1	1	6	1	4		14	26	2	25
	P2	0	6	0	4	4	12	31	5	62
NR	P1	2	3	1	11		17	28	4	50
	P2	0	3	0	4	8	15	23	1	12

Lors de la première passation de l'épreuve, les problèmes additifs sont en général mieux réussis que les problèmes multiplicatifs dans les classes et dans le groupe d'élèves ayant bénéficié de la séquence didactique. Les progrès réalisés à la suite de l'enseignement ne sont toutefois pas comparables dans les classes et dans le groupe d'élèves (groupe E). En effet, on note une augmentation appréciable des réussites au problème impliquant une relation entre des mesures (problème #4) chez les élèves du groupe E seulement. Par ailleurs, l'augmentation des réussites aux problèmes impliquant une composition additive (problèmes #3 et #8) n'est observée que chez les élèves des différentes classes. Il n'est pas sans intérêt de noter que ce sont les élèves du groupe E qui obtiennent les meilleures performances au problème #8 à l'entrée dans la séquence; il importe de souligner que ces élèves ont eu l'occasion, dans le cadre d'activités en calcul mental réalisées par la directrice du mémoire quelques mois avant que soient présentées les situations en résolution de problèmes, d'examiner plus attentivement des calculs impliquant des nombres décimaux.

Dans les classes et le groupe E, les réussites aux problèmes multiplicatifs #2 et #5 ne sont pas différentes à l'entrée et à la sortie de la séquence. Le problème #2 portant sur le nombre de couples (produit de mesures) est rarement présenté en classe. Le problème #5 est un problème impliquant une fraction familière aux élèves; par ailleurs, la présence de deux fractions, dont une fraction qui est une donnée qui n'entre pas dans la solution, ainsi que le rapport établi par les élèves entre le dénominateur de la fraction 1/3 et le nombre 6, semblent avoir perturbé presque tous les élèves du groupe E et près de la moitié des élèves des classes.

L'évolution des performances, à l'entrée et à la sortie de la séquence, dans la résolution des problèmes multiplicatifs #1, #6, #9 et #10, est importante dans les classes et dans le groupe E. Lors de la seconde passation, les performances des élèves du groupe E au problème #6 rejoignent presque celles des élèves des différentes classes.

3.2.2. Relations entre les conduites des élèves du groupe E, lors des situations de la séquence d'enseignement et l'évolution de leurs performances en résolution de problèmes

Pour compléter nos analyses, il fallait jeter un regard sur les conduites des élèves du groupe E, lors des situations de notre séquence d'enseignement et lors de la résolution des problèmes présentés à l'entrée et à la sortie de la séquence d'enseignement. Pour ce faire, nous ferons d'abord un rappel des types de problèmes qui ont fait partie des situations de la séquence et du travail effectué sur ces problèmes. Nous porterons ensuite un regard plus individualisé sur les conduites de chacun des élèves au cours de cet enseignement; nous essaierons de caractériser leur évolution : engagement dans les différentes tâches, difficultés rencontrées, progression ou non dans la maîtrise des différents types de problèmes, etc. Les relations entre ces conduites et celles observées en résolution de problèmes, à l'entrée et à la sortie de la séquence, seront enfin examinées.

Nous avons travaillé sur différents types de problèmes au cours de la séquence et nous les avons présentés de différentes façons, avec des activités diverses. Nous rappelons donc, sous forme d'un tableau pour chacune des situations, le travail qui a été effectué lors de chacune des situations. Lorsque nous examinons le type de problème, nous faisons toujours référence à la catégorisation des problèmes faite par Vergnaud (1981). La forme du problème est la présentation que nous en faisions. Il s'agissait soit de l'énoncé lui-même ou d'une illustration d'un énoncé. Nous rappelons aussi que nous avons alloué trois rencontres pour la première situation, deux pour la deuxième et trois pour la troisième, au rythme de une par semaine, d'une durée d'environ quarante-cinq minutes.

Les tâches réalisées au cours de chacune des périodes d'enseignement que comporte chacune des situations d'enseignement sont diversifiées et les conduites des élèves dans la réalisation de ces tâches sont riches d'informations sur leurs rapports à la résolution de problèmes et sur les connaissances dont ils disposent ou qu'ils peuvent mettre en œuvre, voire construire.

3.2.2.1. Synthèse des conduites des élèves du groupe E, lors des situations de la séquence didactique

Nous nous appuyons sur les analyses effectuées à la section précédente pour effectuer une synthèse de conduites. Dans les tableaux suivants, pour chacune des situations de la séquence, nous rappelons fort succinctement les types de problèmes et les tâches associées à ces problèmes. Dans ces tableaux, la rubrique «forme» réfère à l'information donnée aux élèves dans chacune des situations. Ainsi, dans la première situation, les élèves disposent de l'illustration de chacun des problèmes et la tâche de chacune des équipes est donc de produire un énoncé, puis d'évaluer les énoncés produits par les autres équipes d'élèves.

Tableau XII

Types de problèmes et tâches associées pour la première situation

nom du problème	type	forme	tâches
1.1. la neige	relation entre les mesures	illustration	rédaction, correction
1.2. le jus d'ananas	isomorphisme à proportionnalité simple	illustration	rédaction, correction
1.3. chiens-chats	produit de mesures	illustration	rédaction, correction, résolution
1.4. tissu-couture	composition de mesures	illustration	rédaction, correction, résolution
1.5. anniversaire	un seul espace de mesures (fois plus)	illustration	rédaction, correction, résolution

Tableau XIII

Types de problèmes et tâches associées pour la deuxième situation

nom du problème	type	forme	tâches
2.1. viva la leche	isomorphisme à proportionnalité simple	énoncé	illustration, rédaction, correction, résolution
2.2. anniversaire mouillé	isomorphisme de mesures avec conversion de mesures	énoncé	illustration, rédaction, correction, résolution
2.3. histoire de chats	isomorphisme à proportionnalité simple	énoncé	illustration, rédaction, correction, résolution
2.3. laveuse défectueuse	composition de mesures	énoncé	illustration, rédaction, correction, résolution
2.4. champion de basket	produit de mesures	énoncé	illustration, rédaction, correction, résolution

Tableau XIV

Types de problèmes et tâches associées pour la troisième situation

nom du problème	type	forme	tâches
3.1. la fête	isomorphisme de mesures avec conversion de mesures	illustration	rédaction, correction, résolution, associations à l'illustration initiale
3.2. le mobile	un seul espace de mesure (fois plus)	illustration	rédaction, correction, résolution, associations à l'illustration initiale
3.3. laveuse défectueuse	composition de mesures	illustration	rédaction, correction, résolution, associations à l'illustration initiale

De plus, afin de pouvoir mieux faire le parallèle entre les performances des élèves à l'entrée et à la sortie de la séquence avec leurs conduites au cours de la séquence, nous ajoutons un dernier tableau faisant état de l'absentéisme des élèves de notre petit groupe au cours de notre projet. Il serait en effet normal que l'élève E2, par exemple, qui a manqué deux rencontres, et surtout une des rencontres prévues pour la troisième situation, n'ait pas eu accès aux mêmes informations que les autres.

Tableau XV

Absentéisme au cours de la séquence

situation	période	élèves absents
1	1	E2
	2	E6
	3	E4 et E5
2	1	E4 et E5
	2	aucun
3	1	aucun
	2	E2
	3	aucun

Suite à l'analyse approfondie des trois situations d'apprentissages que nous avons fait vivre aux élèves, nous pouvons dresser un portrait des conduites, des habitudes de ces élèves en résolution de problème, ainsi que de leur progrès ou, au contraire, de leur absence de progrès dans le traitement des problèmes additifs et multiplicatifs qui leur ont été présentés. Nous sommes donc en mesure de relier les performances de chacun des élèves avant et après la séquence, à leurs conduites au cours de la séquence d'enseignement.

Lors de la première situation, quatre élèves se démarquent dans leur capacité à donner un sens aux illustrations et à produire des énoncés pertinents. En effet, les élèves E1 et E7 participent bien à l'interprétation de la première illustration (la neige). Les élèves E1 et E5 produisent un énoncé impliquant un produit de mesures; les élèves E3 et E4 rédigent un énoncé de problème additif impliquant une relation entre des mesures. L'équipe composée des élèves E6 et E7 participe aux échanges en associant aux segments composant l'illustration, des mesures de longueur et de largeur, mais produit un énoncé de problème additif impliquant une relation entre des mesures, probablement sous l'influence de l'élève E6.

Seule l'équipe composée des élèves E6 et E7 est capable de donner un sens à la représentation «partie-tout» du problème du jus d'ananas (isomorphisme de mesures à proportionnalité simple). De plus, même si tous les élèves produisent un énoncé pour le problème «chiens-chats» impliquant un produit de mesures, seul celui rédigé par l'équipe composée des élèves E6 et E7 est adéquat. Nous voulons aussi souligner les difficultés rencontrées par l'élève E5 dans le choix des opérations. Lors de l'interprétation du problème «la neige», elle suggère d'abord une addition, puis hésite et propose ensuite une soustraction, pour proposer à nouveau une addition.

Nous voulons rappeler que nous sommes intervenues à plusieurs occasions pour essayer d'amener un traitement adéquat du problème «chiens-chats» impliquant un produit de mesures, à la limite d'un enseignement ostensif. Pour le problème «tissu-couture», les élèves E1 et E8 produisent un énoncé de problème impliquant un isomorphisme à proportionnalité simple. Enfin, les élèves E6 et E7 rédigent un problème impliquant une relation entre des mesures pour le problème «anniversaire». Ces deux derniers problèmes ne sont pas du même type que ceux qui ont servi à la création des illustrations, mais l'interprétation des illustrations peut effectivement donner place à des problèmes de ce type.

Notre principal constat pour la deuxième situation est le suivant : représenter un problème est une tâche extrêmement difficile. Tous les élèves y arrivent, mais avec des interventions constantes de l'étudiante-chercheure et de la chercheure pour orienter l'interprétation des problèmes et les décisions des équipes. L'interprétation de chacun des problèmes est adéquate, mais les illustrations sont fort discutables. Par ailleurs, l'engagement des élèves est authentique. Les élèves ne s'arrêtent pas à la première difficulté rencontrée.

La troisième situation est celle où nous avons amené les élèves à faire des liens entre les problèmes de mêmes types. Le travail alors effectué par les élèves, mais aussi par l'étudiante-chercheure et la chercheure, a été plus intensif et conséquent que celui qui avait été effectué au cours des premières situations. Disposant des connaissances construites lors des situations précédentes, les élèves ont alors commencé à comprendre que certains problèmes peuvent être mathématiquement semblables, même si leurs contextes sont souvent fort différents. Cette nouvelle compétence est cependant fragile. Pour soutenir et orienter le travail des élèves dans l'interprétation des illustrations des élèves, nous avons fait de nombreuses interventions. Ces interventions se sont révélées utiles. En effet, lors du traitement de la dernière illustration «l'ordinateur», les élèves ont été plus autonomes, montrant un investissement assez remarquable des tâches associées.

L'évolution des conduites des élèves lors de cette troisième situation, évolution prenant appui sur les connaissances mises en œuvre dans les situations précédentes et ce, même si les interventions de l'étudiante-chercheure et de la chercheure ont grandement orienté le travail des élèves, est loin d'être négligeable. En effet, l'élève E5 se montre de plus en plus apte à interpréter les relations entre les données des problèmes (énoncés et illustrations) et à choisir les opérations pertinentes pour trouver les solutions attendues. Dans les situations précédentes, elle avait tendance à choisir « automatiquement » la multiplication. L'élève E3 effectue un traitement adéquat des relations entre les données des problèmes ; il éprouve par ailleurs des difficultés de calcul. Les différents exemples de calcul mental qui ont été proposés semblent cependant l'avoir aidé dans la réalisation des calculs.

Les conduites de l'élève E1 montrent, une fois de plus, que cet élève maîtrise plus que les autres élèves les diverses tâches présentées dans cette troisième situation. Elle est le «leader» de son équipe ; ses interventions auprès des élèves E4 et E8 sont précieuses, ces élèves montrant une compréhension de plus en plus satisfaisante des problèmes additifs et multiplicatifs. Les conduites de l'élève E1 se comparent à celles des élèves E6 et E7 qui effectuent de bonnes interprétations des problèmes, mais ont plus de difficulté que l'élève E1 à interpréter les relations dans le problème «la maison de pailles». Enfin, il importe de mentionner que l'élève E1 a été capable de regrouper spontanément les problèmes de mêmes types, montrant ainsi un détachement des contextes, au profit d'une centration sur les relations mathématiques entre les données des problèmes.

3.2.2.2. Éclairage didactique sur l'évolution des performances des élèves en résolution de problèmes

La synthèse des conduites que nous avons effectuée montre des progrès tangibles dans le traitement de plusieurs des problèmes additifs et multiplicatifs qui ont été présentés lors de la séquence d'enseignement. Cette synthèse fait aussi état de difficultés d'interprétation de certains problèmes, ainsi que de nombreuses interventions de l'étudiante-chercheure et de la chercheure en réponse à ces difficultés. Cet éclairage didactique nous est précieux pour interpréter les performances de ces élèves à l'épreuve de résolution de problèmes présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence d'enseignement. Nous présentons d'abord les performances de chacun des élèves à cette épreuve. Le tableau XIV présente les résultats en résolution de problèmes de chacun des élèves à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous reprenons les catégories utilisées précédemment pour évaluer les performances (DA-RA : démarche et réponse adéquates ; DA-RE : démarche adéquate et réponse erronée ; DP-RA : démarche problématique, mais réponse adéquate ; DE-RE : démarche et réponse erronées ; NR : aucune réponse).

Tableau XVI
Résultats du groupe E à l'entrée et à la sortie de la séquence

Problème	Catégorie	Entrée dans la séquence	Sortie de la séquence
1- M proportion	DA-RA/DA-RE	E2	E3-E5-E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E1-E2- E4- E6- E8
2-M produit de mesures	DA-RA/DA-RE	E4-E5	E5
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E2-E3- E6-E7-E8	E1-E2-E3-E4-E6-E7-E8
3-A composition additive	DA-RA/DA-RE	E1-E2- E4	E6-E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E3- E5-E6-E7-E8	E1-E2-E3-E4-E5-E8
4-A relations additives	DA-RA/DA-RE	E1-E3-E4-E5	E1-E2-E4-E6-E7-E8
	DP-RA/DE-RE/NR	E2- E6-E7-E8	E3- E5
5-M proportion	DA-RA/DA-RE	E1	E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E2-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E1-E2-E3-E4-E5-E6-E8
6-M relations multiplicatives entre mesures	DA-RA/DA-RE	E1	E2- E6-E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E2-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E1-E3-E4-E5-E8
7-M produit de mesures	DA-RA/DA-RE		E1- E4
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E2-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E2-E3-E5-E6-E7-E8
8-A composition additive	DA-RA/DA-RE	E2-E3-E4-E5-E6-E7	E1-E2-E3- E5- E7-E8
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E8	E4- E6
9-M isomorphisme de mesures	DA-RA/DA-RE		E1- E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E2-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E2-E3-E4-E5-E6-E8
10-M relations multiplicatives entre mesures	DA-RA/DA-RE	E2	E1-E7
	DP-RA/DE-RE/NR	E1-E3-E4-E5-E6-E7-E8	E2-E3-E4-E5-E6-E8

Plusieurs constatations sont possibles au regard de ces résultats. Un premier fait à noter est la réduction du nombre de problèmes que les élèves ont laissé sans réponse. En effet, lors de la première passation, 25% des problèmes ne sont pas résolus, comparativement à 5%, lors de la seconde passation. Cela signifie que les élèves prennent confiance et qu'ils tentent quelque chose au lieu de simplement lire le problème et de rester inactifs devant son éventuelle complexité. De plus, comme le mentionne Julo (1995), se mettre en action est un élément constituant de la construction de la représentation d'un problème, du processus d'opérationnalisation.

Les problèmes les plus difficiles de l'épreuve sont probablement les problèmes #3, #5 et #10. En ce qui concerne le problème #3, qui est pourtant un problème de composition additive, c'est son énoncé qui est complexe à saisir. En effet, les élèves ne savent pas quoi répondre et se laissent entraîner dans des calculs, sans une analyse suffisante des relations. De son côté, le problème #5 implique une fraction. Certains élèves sont habiles avec les fractions, mais plusieurs de nos élèves, comme nous l'avons constaté lors des rencontres antérieures à la mise en marche de notre projet, éprouvent beaucoup de difficulté à en saisir le sens. Enfin, pour compléter le problème #10, il faut avoir des connaissances en géométrie; les données numériques qui sont fournies impliquent le diamètre et la question concerne le rayon. Aucun élève de notre petit groupe n'a considéré cette information.

Les types de problèmes que nous avons travaillés le plus en profondeur sont ceux de la dernière situation : un premier problème relativement complexe, faisant notamment intervenir un isomorphisme de mesures (proportionnalité) et une conversion de mesures ; un second problème multiplicatif comportant un seul espace de mesures et une relation entre les mesures; un troisième problème additif de composition de mesures. Au cours des autres situations, nous avons, entre autres, examiné des problèmes additifs impliquant des relations entre des mesures. Pour mieux apprécier les effets de notre séquence sur les performances aux problèmes de ces types présentés à l'entrée et à la sortie de la séquence, nous tenons compte des démarches adéquates de résolution de ces problèmes, soit les démarches relevant des catégories DA-RA et DE-RE.

Entre l'entrée et la sortie de la séquence, nous relevons les faits suivants :

a) problèmes multiplicatifs :

a.1.- proportion : la réussite au problème #1 est passée de 12,5% à 37,5% ; la réussite au problème #5 est demeurée stable, soit 12,5% ; la réussite au problème #9 est passée de 0% à 25% ;

a.2.- produit de mesures : la réussite au problème #2 est passée de 25% à 12,5% ; la réussite au problème #7 est passée de 0% à 25% ;

a.3.- relations entre mesures : la réussite au problème #6 est passée de 12,5% à 37,5% ; la réussite au problème #10 est passée de 12,5% à 25%.

b) problèmes additifs :

b.1.- composition additive : la réussite au problème additif #3 est passée de 37,5% à 25% ; la réussite au problème #8 est demeurée stable, soit 75% ;

b.2.- relations entre mesures : la réussite au problème #4 est passée de 50% à 75%.

Les effets de la séquence didactique sur la résolution des problèmes multiplicatifs sont appréciables, si on exclut les problèmes #2 et #5. Le problème #2 implique un produit de mesures; l'ambiguïté autour de la notion de «couple», ambiguïté qui est survenue au cours de la première situation, pourrait peut-être expliquée cette régression ; les élèves procèdent soit à la formation de paires de garçons et de filles ou de couples de même sexe (ex : 200/2; 50/2), soit à la formation de couples en procédant à la division du nombre de filles par le nombre de garçons (200/50). En ce qui concerne le problème #5, comme nous l'avons mentionné antérieurement, il faut souligner que ce problème implique des fractions; les élèves éprouvent des difficultés dans le traitement de ces nombres, difficultés dont nous nous sommes peu préoccupée au cours de la séquence. Enfin, nous devons reconnaître que notre séquence semble avoir eu peu d'effets sur la résolution de problèmes additifs, notamment des problèmes de composition additive; l'augmentation de la réussite au problèmes #4 impliquant une relation additive n'est toutefois pas négligeable.

Pour porter un jugement plus éclairé sur les effets de notre séquence didactique, nous examinons maintenant les performances de chacun des élèves du groupe E et essayons de les mettre en parallèle avec leurs conduites lors de la séquence. Pour chacun des élèves, nous avons produit un tableau montrant leurs performances avant et après la séquence, en fonction des types de problèmes.

1. Résultats de l'élève E1 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E1 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XVII
Résultats de l'élève E1 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DE-RE	DE-RE
	7	NR	DA-RA
Isomorphisme à proportion simple	1	DE-RE	DE-RE
	5	DA-RA	DE-RE
	9	NR	DA-RA
Relation multiplicative	6	DA-RA	DE-RE
	10	NR	DA-RA

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	DA-RA	DE-RE
	8	NR	DA-RA
Relation additive	4	DA-RA	DA-RA

L'élève qui a progressé le plus rapidement et le plus aisément, lors de notre projet, est sans contredit l'élève E1. On a pu observer, à certains moments, des petites pertes de motivation, mais, en général, elle s'est investie dans la plupart des tâches que nous lui avons présentées. Ses performances en résolution de problèmes, à la suite de la séquence, montrent une certaine évolution, passant de 4 à 5 réponses ou démarches adéquates (DA-RA, DA-RE), pour une augmentation de 10%. Il est difficile de tracer son portrait global parce qu'elle n'est pas constante dans ses résultats ; nous ferons donc une analyse plus détaillée.

Pour les problèmes de produit de mesures, elle en a réussi un sur deux. Celui qui est réussi est un problème d'aire, notion qu'elle avait très bien comprise lors de la première situation de notre projet (problème « la neige»). Le problème échoué implique la notion de couple ; lors de la même situation, elle avait confondu le produit de mesures demandé par le problème «chiens-chats» avec une relation multiplicative entre les mesures. Ses performances aux problèmes multiplicatifs (problèmes #6 et #10) de l'épreuve impliquant une relation entre les mesures sont aussi partagées. À l'entrée dans la séquence, elle applique une démarche adéquate dans la résolution du problème #6, alors qu'elle recourt à une démarche inadéquate pour résoudre ce problème, à la sortie de la séquence. Par ailleurs, à l'entrée dans la séquence, elle n'effectue aucune démarche pour résoudre le problème #10 tandis qu'à la sortie de la séquence, elle utilise une démarche adéquate. Enfin, les problèmes multiplicatifs d'isomorphismes de mesures sont les moins bien réussis, même si elle est la seule du petit groupe à obtenir une réponse et une démarche adéquates pour le problème #9. Ce résultat est assez étonnant. En effet, ce type de problèmes a fait l'objet d'un travail important au cours de la deuxième situation ; comme cette situation s'est avérée fort complexe, nous n'avons pu mener un travail en profondeur sur les différentes structures des problèmes, ce qui pourrait expliquer ce résultat. Cette élève avait cependant complété les tâches demandées.

À l'entrée dans la séquence, cette élève montrait déjà une bonne maîtrise des problèmes impliquant une relation additive; la réussite du problème #4 de l'épreuve à l'entrée et à la sortie était donc attendue. En revanche, ses performances aux problèmes impliquant une composition additive (problèmes #3 et 8) sont plus partagées. À la sortie de la séquence, elle a effectué une addition en effectuant un choix inapproprié de nombres pour résoudre le problème #3, alors qu'à l'entrée dans la séquence, elle avait produit une démarche et une réponse adéquates. Par ailleurs, le problème #8, qu'elle n'avait su résoudre à l'entrée dans la séquence, est facilement résolu à la sortie. Ce problème est fort voisin d'un des problèmes («laveuse défectueuse») qui a été examiné lors de la séquence, problème qu'elle a su traiter rapidement et adéquatement.

2. Résultats de l'élève E2 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E2 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XVIII
Résultats de l'élève E2 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DE-RE	DE-RE
	7	NR	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	DA-RA	DE-RE
	5	DE-RE	DE-RE
	9	DE-RE	DE-RE
Relation multiplicative	6	DE-RE	DA-RE
	10	DA-RE	DE-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	RA-DA	DE-RE
	8	DA-RE	DA-RE
Relation additive	4	DE-RE	DA-RA

Les performances de l'élève E2 sont moins satisfaisantes à la sortie qu'à l'entrée dans la séquence; on note une diminution de 10%. Cet élève a été absent lors de deux des rencontres, dont une rencontre prévue à la troisième situation. Ces absences peuvent-elles expliquer ce résultat? Les problèmes impliquant un produit de mesures ont été échoué (DE-RE) avant et après la séquence. En revanche, à l'entrée dans la séquence, cet élève n'avait produit aucune réponse au problème #7, tandis qu'à la sortie de la séquence, il a essayé de résoudre ce problème, ce qui n'est pas négligeable. Les problèmes multiplicatifs d'isomorphisme de mesures (problèmes #1, #5 et #9) ont tous été échoués (DE-RE) après la séquence, alors qu'il avait réussi (DA-RA) le problème #1 à l'entrée dans la séquence. Même les problèmes impliquant des relations multiplicatives (problèmes #6 et 10) ne sont pas davantage réussis à la sortie qu'à l'entrée. Cependant, il utilise une démarche adéquate pour résoudre le problème #6, à la sortie de la séquence.

Pour les problèmes impliquant des compositions additives, sa progression est encore une fois discutable. À la sortie de la séquence, il ne peut résoudre adéquatement le problème #3, problème qu'il était parvenu à résoudre adéquatement à l'entrée dans la séquence. Ses performances au problème #8 sont comparables à l'entrée et à la sortie. On note un progrès dans le traitement du problème #4 impliquant une relation additive. Ce problème est fort similaire au problème «la neige» qui avait été examiné au cours des deux premières périodes de la première situation.

Les performances de l'élève E2 sont donc problématiques. Il nous est difficile de dire que notre séquence a eu une influence positive sur les habitudes en résolution de problèmes de cet élève.

3. Résultats de l'élève E3 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E3 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XIX
Résultats de l'élève E3 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	RE-RE	DE-RE
	7	NR	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	NR	DA-RA
	5	DE-RE	DE-RE
	9	NR	DE-RE
Relation multiplicative	6	DE-RE	DE-RE
	10	NR	DE-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	NR	DE-RE
	8	DA-RE	DA-RE
Relation additive	4	DA-RA	DE-RE

L'élève le plus dissipé était, de toute évidence, l'élève E3 ; cet élève nous a par ailleurs étonnée par ses réflexions. Ses résultats sont très intéressants. Même si ses performances globales sont identiques à l'entrée et à la sortie de la séquence, on remarque un engagement plus important dans la résolution de problèmes à la sortie de la séquence, cet élève essayant de résoudre 5 des problèmes qu'il n'avait même pas tenté de résoudre auparavant. Il nous faut aussi mentionner que cet élève ne recourt à des démarches adéquates que dans la résolution de deux problèmes, soit les problèmes #1 et #8. Le problème #1 implique un isomorphisme de mesures; ce problème est comparable aux problèmes présentés à la deuxième situation («viva la leche» et «histoire de chats»). Pour la résolution du problème # 8 impliquant une composition additive, l'élève E3 utilise une démarche adéquate à l'entrée et à la sortie de la séquence; ce problème est comparable au problème «laveuse défectueuse» traité au cours de la deuxième et de la troisième situation.

4. Résultats de l'élève E4 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E4 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XX
Résultats de l'élève E4 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DA-RE	DE-RE
	7	DE-RE	DA-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	DE-RE	DE-RE
	5	DE-RE	DE-RE
	9	DE-RE	DE-RE
Relation multiplicative	6	DE-RE	DE-RE
	10	DE-RE	DE-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	DA-RE	RA-DE
	8	DA-RE	DE-RE
Relation additive	4	DA-RA	DA-RA

Il est difficile de nous prononcer sur la progression de l'élève E4. Son score global a diminué de 20%, entre l'entrée et la sortie de la séquence. Il est important de mentionner que, lors de la première et de la deuxième situation, elle a quitté vingt minutes avant la fin de nos rencontres; elle a été absente au cours de la troisième période de la première situation et de la première période de la deuxième situation. Cette élève a fait équipe avec l'élève E1, élève fort engagé dans les tâches. Les résultats de l'élève E4 ne permettent pas d'identifier des éléments pouvant marquer une progression.

5. Résultats de l'élève E5 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E5 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XXI
Résultats de l'élève E5 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DA-RA	DA-RA
	7	DE-RE	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	DE-RE	DA-RA
	5	DE-RE	DE-RE
	9	DE-RE	DE-RE
Relation multiplicative	6	DE-RE	DE-RE
	10	NR	DE-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	DE-RE	DE-RE
	8	DA-RE	DA-RE
Relation additive	4	DA-RA	DE-RE

Le score global de l'élève E5 est identique à l'entrée et à la sortie de la séquence. Cet élève éprouve des difficultés à choisir les opérations selon le type de relation entre les données des problèmes; cette difficulté est toujours présente à la fin de la séquence. Le problème #4 qui implique une relation additive est interprété correctement à l'entrée dans la séquence, mais non à la sortie de la séquence, cet élève procédant alors à une multiplication des nombres. Par ailleurs, le problème #1 impliquant un isomorphisme de mesures est traité adéquatement à la sortie de la séquence et non, à l'entrée dans la séquence ; ce problème est comparable aux problèmes examinés lors de la deuxième situation («viva la leche» et «histoire de chats»).

6. Résultats de l'élève E6 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E6 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XXII
Résultats de l'élève E6 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DE-RE	DE-RE
	7	NR	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	NR	DE-RE
	5	DE-RE	DE-RE
	9	NR	NR
Relation multiplicative	6	DE-RE	DA-RE
	10	DE-RE	NR

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	NR	DA-RA
	8	DA-RE	NR
Relation additive	4	DE-RE	DA-RE

Le score global de l'élève E6 a augmenté de 20%, entre la première et la seconde passation de l'épreuve. Ce sont les problèmes impliquant une relation entre des mesures (problème additif #4 et problème multiplicatif #6) qui donnent lieu à des interprétations plus adéquates à la sortie qu'à l'entrée dans la séquence. Ces problèmes ont été objets de plusieurs activités au cours de la séquence.

7. Résultats de l'élève E7 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E7 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XXIII
Résultats de l'élève E7 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DE-RE	DE-RE
	7	NR	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	RA-DE	DA-RA
	5	DE-RE	DA-RA
	9	NR	DE-DA
Relation multiplicative	6	NR	DA-RE
	10	NR	DA-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	NR	DA-RE
	8	DA-RA	DA-RA
Relation additive	4	NR	DA-RA

Le score global de l'élève E7 est celui qui a le plus progressé entre l'entrée et la sortie de la séquence ; on note une augmentation de 60%. Tout au long de notre séquence et pratiquement pour tous les types de problèmes, cette élève fait montre d'un engagement exceptionnel. Ses conduites témoignent d'une évolution dans l'interprétation des problèmes et des illustrations. Cette élève et sa coéquipière, l'élève E6, produisent généralement des énoncés de problèmes adéquats et montrent souvent des interprétations adéquates des problèmes que nous leur soumettons et des problèmes rédigés par d'autres élèves.

8. Résultats de l'élève E8 à l'entrée et à la sortie de la séquence

Le tableau suivant présente les résultats de l'élève E8 à l'entrée et à la sortie de la séquence. Nous avons regroupé les problèmes selon leur catégorie pour en faciliter l'analyse.

Tableau XXIV
Résultats de l'élève E8 selon le type de problème avant et après la séquence

Problèmes multiplicatifs			
Types de problème	#	avant	après
Produit de mesures	2	DE-RE	DE-RE
	7	DE-RE	DE-RE
Isomorphisme à proportion simple	1	DE-RE	DE-RE
	5	DE-RE	DE-RE
	9	DE-RE	DE-RE
Relation multiplicative	6	DE-RE	DE-RE
	10	DE-RE	DE-RE

Problèmes additifs			
Types de problème	#	avant	après
Composition additive	3	DE-RE	DE-RE
	8	DE-RE	DA-RE
Relation additive	4	DE-RE	DA-RA

Le score global de l'élève E8 a augmenté de 20%, entre la première et la seconde passation de l'épreuve de résolution de problèmes. À l'entrée et à la sortie de la séquence, cette élève a produit une réponse pour chacun des problèmes. On remarque que ses performances dans la résolution des problèmes multiplicatifs sont identiques à l'entrée et à la sortie de la séquence. En revanche, on note une amélioration dans le traitement des problèmes additifs, entre la première et la seconde passation de l'épreuve. Le problème #8 est un problème de composition de mesures, problème du même type que le problème «la laveuse» traité durant la séquence. Cette élève a eu l'occasion de travailler sur ce problème lors de la deuxième et de la troisième situation. C'est peut-être ce qui explique sa progression.

3.3. Quelques résultats importants

L'analyse des conduites des élèves faibles au cours des situations montre une évolution des connaissances de ses élèves et de leurs rapports à l'activité «résolution de problèmes mathématiques»; elle fait aussi ressortir les difficultés éprouvées par la majorité de ses élèves dans le traitement de certains problèmes multiplicatifs : interprétation et distinction des relations multiplicatives (fois plus, fois moins) et additives (de plus, de moins), interprétation des opérateurs fractionnaires et du sens partie-tout de la fraction, etc. Si certains élèves ont pu amorcer un traitement plus adéquat de ces problèmes, ce travail n'est pas complété, comme le montrent les difficultés rencontrées par ces élèves dans la résolution de certains des problèmes de l'épreuve présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence. Il importe par ailleurs d'apprécier l'évolution des performances de ces élèves dans la résolution de problèmes impliquant des relations multiplicatives, de problèmes d'isomorphismes de mesures (proportion simple), de problèmes impliquant des relations additives. Il nous apparaît tout aussi important de relever l'évolution de leur engagement dans la résolution des problèmes, la plupart des élèves proposant une solution pour chacun des problèmes présentés à la sortie de la séquence, ce qu'ils n'avaient pas fait lors de la première passation de l'épreuve.

Chapitre 4 : Conclusions

La résolution de problèmes est une tâche complexe pour les élèves, pour les enseignants, et pour les chercheurs en didactique des mathématiques. Au cœur de l'activité mathématique, elle est donc des plus importantes. Au cours des dernières décennies, on ne compte plus les recherches visant à mieux en comprendre les processus et à mieux outiller les enseignants de mathématiques. Tout en reconnaissant les retombées positives de ces recherches, nous devons toutefois prendre acte des difficultés persistantes rencontrées par grand nombre d'élèves en résolution de problèmes. L'étude de dispositifs didactiques visant à contrer ces difficultés demeure toujours pertinente. Notre recherche s'inscrit dans une telle perspective.

Notre recherche constitue une première étude visant la conception, la mise à l'épreuve et l'évaluation d'un dispositif didactique original dont l'objectif principal est de favoriser l'évolution des connaissances et des pratiques en résolution de problèmes mathématiques d'élèves du 3^e cycle de l'enseignement primaire présentant des difficultés en mathématiques. Notre question générale de recherche était la suivante : Comment concevoir des dispositifs d'enseignement des mathématiques qui permettent d'engager des élèves du 3^e cycle du primaire, présentant des difficultés en mathématiques, dans une démarche de résolution de problèmes visant la consolidation et la construction de connaissances mathématiques ?

Notre recherche a été effectuée dans un temps de changement en éducation, changement de paradigme engendré par le programme de formation de l'école québécoise. Il convient aussi de noter les changements affectant la place des élèves en difficulté dans les classes. Avec le rapport COPEX (1974) et la volonté de scolariser les élèves en difficulté dans le cadre le plus normal possible, les élèves en difficulté sont maintenant intégrés dans les classes ordinaires. La politique de non redoublement du ministère de l'Éducation (MEQ) affecte aussi la clientèle des classes dites régulières. Nous assistons donc à une plus grande hétérogénéité dans ces classes.

Toutes ces raisons nous ont incitée à concevoir un dispositif didactique qui soit le plus possible respectueux du travail effectué dans les classes de 3[e] cycle. La pertinence de notre dispositif réside d'abord dans la prise en compte des problèmes rencontrés dans les manuels en usage dans les classes de ces élèves pour constituer une banque de problèmes isomorphes à ces problèmes, une telle banque permettant d'arrimer le travail de recherche au travail réalisé dans l'institution scolaire. En prenant en compte les études sur la résolution de problèmes, notamment les études montrant l'importance de penser des aides à la représentation de problèmes (Julo, 1995) et d'engager les élèves en difficulté dans des situations de rédaction de problèmes (Sensevy, 1998), nous avons créé des situations originales de représentation et de rédaction de problèmes, situations inscrites dans un environnement informatique offrant à la fois des outils et des contraintes qui puissent favoriser chez les élèves une décontextualisation et une recontextualisation des problèmes, leur offrant alors la possibilité de mieux se pencher sur les structures des relations mathématiques entre les données des problèmes. Pour créer de telles situations, nous nous sommes aussi fortement appuyée sur la classification des problèmes additifs et multiplicatifs proposée par Vergnaud (1981).

Nous avions trois objectifs à atteindre dans cette recherche. Nous voulions d'abord **concevoir** des situations de rédaction, de représentation et de résolution de problèmes impliquant les opérations arithmétiques, selon le sens de ces opérations dans la typologie de Vergnaud (1981). Le second objectif était de les **mettre à l'essai** auprès d'élèves de la 1[ere] et de la 2[e] année du 3[e] cycle du primaire qui présentent des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Enfin, nous avions comme but d'en **évaluer** les effets sur la construction et l'intégration de connaissances sur le sens des opérations arithmétiques, ainsi que sur les habiletés en résolution de problèmes.

Nos croyons avoir atteint ces objectifs dans la mesure où nous avons effectivement conçu des situations de rédaction, de représentation et de résolution de problèmes, que nous les avons mises à l'essai, et que nous en avons évaluer les effets sur la construction et l'intégration des connaissances sur le sens des opérations arithmétiques, ainsi que sur les habiletés en résolution de problèmes. Mais qu'en est-il des résultats ?

Nous présentons ici les conclusions que nous avons tirées suite à l'analyse de nos résultats. Pour ce faire, nous exposerons les principaux résultats de notre recherche, par rapport aux conduites des élèves ainsi qu'aux performances à l'épreuve à l'entrée et à la sortie de la séquence. Enfin, nous nous pencherons sur les limites et les retombées de notre recherche ; ce travail nous permettant d'identifier quelques questions susceptibles d'orienter des recherches futures.

4.1. Synthèse des principaux résultats de notre recherche

La synthèse des principaux résultats de notre recherche procède en deux temps. Nous caractériserons d'abord l'évolution des conduites des élèves de notre projet et de leurs interactions au cours de la séquence didactique. Nous rendrons compte ensuite des conduites de tous les élèves des différentes classes de 3e cycle lors de l'épreuve administrée à l'entrée et à la sortie de la séquence.

4.1.1. Synthèse des conduites des élèves faibles et des interactions lors de la séquence didactique

L'analyse des conduites des élèves et leurs interactions nous a permis de nous prononcer sur l'évolution progressive de leurs connaissances en résolution de problèmes. Nous avons aussi été en mesure d'évaluer la pertinence de chacune des situations qui constituent notre séquence.

La première situation a permis de familiariser les élèves avec les différents types de tâches auxquelles ils ont été confrontés au cours de cette séquence. L'analyse des conduites et des interactions, au cours de cette première situation, a permis de montrer que quatre élèves de notre petit groupe, soit les élèves E1, E6, E7 et E8, étaient davantage en mesure de donner un sens aux illustrations et de produire des énoncés pertinents. Notons que les élèves E6 et E7 ne présentaient pas de difficultés d'apprentissage importantes ; ils étaient jugés « faibles » par l'enseignante titulaire de la classe. Les élèves E1, E6, E7 et E8 ont été fort précieux; ils ont permis aux autres élèves d'entrer dans les situations et d'intervenir au cours des discussions, ce qui est un événement non négligeable.

L'analyse de la seconde situation nous a permis de constater que «illustrer un problème» est une tâche très complexe. Toutes les équipes y sont parvenues, et même si les illustrations alors produites sont discutables, elles témoignent de l'engagement des élèves dans la tâche. De plus, cette situation a contribué à réorienter notre séquence. Nous avons alors décidé de modifier certains éléments de la troisième situation, entre autres, les problèmes abordés.

Au cours de la troisième situation, notre analyse nous a permis d'observer une progression dans l'interprétation des illustrations. De plus, nous avons constaté que les élèves ont commencé à comprendre que certains problèmes pouvaient être «mathématiquement» semblables, même si les contextes et les nombres étaient différents. Cette nouvelle compétence nous est toutefois apparue fragile.

À un niveau plus individuel, notre analyse nous a permis de remarquer l'évolution plus marquée de certains élèves : l'élève E5 a construit des connaissances lui permettant d'effectuer correctement le choix des opérations à réaliser en fonction des relations entre les données des problèmes ; l'élève E3, qui était limité par ses connaissances en calcul, semble avoir quelque peu progressé, entre autres, par les méthodes de calcul mental que nous avons suggérées tout au cours de nos rencontres. La structure de la troisième situation est celle qui nous a semblé la plus prometteuse. Une seconde recherche l'exploitant permettrait sûrement de montrer une progression encore plus marquée des connaissances et des habitudes en résolution de problèmes.

Une certaine progression est aussi perceptible en ce qui concerne les types de problèmes. Notre séquence semble avoir eu plus d'effets sur les problèmes multiplicatifs que sur les problèmes additifs. En effet, pour les trois types de problèmes multiplicatifs que nous avons travaillés, soit les produits de mesures, l'isomorphisme de mesures à proportionnalité simple et le cas d'un seul espace de mesures, on remarque une amélioration dans les performances des élèves à l'épreuve présentée à la sortie de la séquence. Deux problèmes multiplicatifs semblent toutefois avoir causé des difficultés à tous les élèves, à la sortie de la séquence. Un premier problème, comportant un produit de mesures, faisait appel à la notion de «couple», notion qui avait été perçues avec beaucoup d'ambiguïtés au cours de la première situation et que nous n'avons pas examinée au cours des autres situations. L'autre problème, source de difficultés, est un problème impliquant une fraction. Nous avons pu voir, au cours de la séquence, que les représentations du concept de fraction et des opérations sur les fractions sont peu développées chez les élèves du 3e cycle ; nous n'avons pu, faute de temps, agir sur ces représentations durant la séquence.

Une plus grande progression aurait peut-être pu être possible si nous avions eu des conditions d'apprentissage plus propices. Les élèves en difficulté ont souvent une attention facile à perdre, le calme est donc à prioriser. Nous avons souvent été dérangées par le bruit des autres élèves ou par des visites dans le petit local qui nous avait été assigné. De plus, le fait que certaines des tâches aient été réalisées à la fin des journées de classe nous a semblé diminuer le niveau d'attention et de participation de certains élèves.

Nous nous devons aussi de mentionner que notre séquence a permis de jumeler des connaissances en mathématiques et en français. Cet élément est très intéressant surtout par rapport à l'intégration des matières, changement apporté par le programme de formation de l'école québécoise. Nous avons dû, faute de temps et devant l'ampleur du travail à réaliser dans le traitement des relations mathématiques entre les données des énoncés ou des illustrations, nous contenter d'un travail assez superficiel sur la correction des énoncés de problèmes.

Il est clair que les connaissances mathématiques des élèves ont évolué au cours de notre séquence. Mais qu'en est-il de leurs conduites en résolution de problèmes ?

Nos observations ont été complétées par l'analyse des performances et des conduites à l'épreuve passée à l'entrée et à la sortie de notre séquence.

4.1.2. Synthèse des conduites des élèves à l'épreuve passée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique

L'analyse des conduites des élèves des classes du 3^{e} cycle dans la résolution des problèmes faisant partie de l'épreuve présentée à l'entrée et à la sortie de la séquence didactique permet de constater que les performances des élèves faibles ayant bénéficié des dispositifs didactiques et des autres élèves de leurs classes respectives sont relativement comparables. En effet, on note une augmentation d'environ 15% dans le recours à des démarches adéquates de résolution de problèmes, chez les élèves qui ont participé à notre projet et chez les autres élèves de leurs classes respectives. Pour mieux apprécier cette augmentation, il faut tenir compte du fait qu'un bon nombre des problèmes présentés dans l'épreuve impliquaient la mise en place d'une solution comportant plus d'une étape, et faisant appel à des opérations additives et multiplicatives.

Un gain important pour les élèves faibles est la diminution du nombre de réponses non accompagnées d'une démarche de résolution, entre la première et la seconde passation de l'épreuve. En effet, l'engagement de ces élèves est beaucoup plus important, lors de la seconde passation de l'épreuve. Cette amélioration n'est pas négligeable puisque « se mettre en action » influence beaucoup le processus d'opérationnalisation (Julo, 1995), processus important dans la construction de la représentation de problèmes.

De plus, même si, à court terme, les gains des élèves faibles qui ont participé à notre projet, comme le montrent les performances à l'entrée et à la sortie, ne sont pas très concluants, en termes de réponses justes, il faut tenir compte des conditions qui ont prévalu lors de la seconde passation de l'épreuve. Passée en fin d'année, quelques semaines avant la fin des classes, cette épreuve s'ajoutait aux nombreuses activités de révision et d'évaluation formative ; notre projet chevauchait aussi plusieurs autres projets auxquels participaient tous les élèves (ex : projet en robotique, projet en sciences, ...). De plus, dans la classe de la 1^{ière} année du 3^{e}

cycle, l'enseignante titulaire de la classe était absente ; il a été très difficile de motiver les élèves à effectuer les problèmes, malgré l'aide apportée par l'enseignante suppléante. Enfin, il est aussi possible que les évolutions qui se sont produites au cours de la séquence ne se manifestent pas encore nettement dans les épreuves usuelles de résolution de problèmes ; comme nous en avons fait état au chapitre précédent, nous n'avons pu, faute de temps, mettre en place des situations visant la consolidation des connaissances acquises lors de la séquence, connaissances demeurant fragiles.

Enfin, nous avons été en mesure de montrer, lors de la séquence, une évolution des connaissances des élèves et des rapports à la résolution de problèmes ; il s'agit d'un résultat tangible. Pour apprécier cette évolution, une épreuve de résolution de problèmes n'est possiblement pas le dispositif le plus adapté.

4.2. Limites et retombées de la recherche

La recherche que nous avons effectuée est complexe et comporte des limites importantes. Une première limite concerne le recours à un petit échantillon d'élèves présentant des difficultés. Les résultats de notre recherche ont donc été interprétés avec prudence, en précisant bien les conditions dans lesquelles ces résultats ont été produits, évitant ainsi des généralisations abusives. Les retombées de notre recherche sont ainsi tributaires des précisions sur les situations et leurs réalisations que nous avons été en mesure d'effectuer à la suite de notre analyse des données.

Une seconde limite concerne les conditions de réalisation de notre projet. La situation dans les classes ordinaires est actuellement très complexe. Les enseignants sont afférés à interpréter et utiliser un programme comportant de nouvelles propositions et contraintes didactiques et éducatives. De plus, les classes dites «régulières» comportent un nombre élevé d'élèves et parmi ceux-ci, un grand nombre d'élèves présentant des difficultés significatives d'apprentissage ou des problèmes socio-affectifs du même ordre ; c'est la situation que nous avons rencontrée dans l'école où s'est déroulé notre projet, cette école incluant un fort pourcentage d'élèves provenant de milieux défavorisés. Les enseignants titulaires de ces classes doivent mener de front une pluralité de tâches et peuvent difficilement s'investir dans une recherche comme la nôtre. Cette situation nous a privée d'une collaboration précieuse dans la conduite des situations de notre séquence.

Il nous faut enfin mentionner les problèmes que nous avons rencontrés dans la gestion informatique de certaines des situations : nombre insuffisant d'ordinateurs; gestion de la base de données. Nous avons non seulement perdu un temps précieux à régler ces problèmes, mais également dû nous rabattre sur des dispositifs comportant des situations que nous avons pilotées davantage, ce qui a pu priver certains des élèves d'un engagement cognitif dans les tâches alors proposées.

4.3. Perspectives de recherche

Notre recherche doit être considérée comme une recherche exploratoire qui, nous l'espérons, ouvrira des voies pour des recherches ultérieures.

Dans des recherches futures, il serait intéressant de prolonger les situations qui ont été utilisées dans notre recherche. Le potentiel de la troisième situation pourrait être bien davantage exploité, mettant à profit les possibilités de l'environnement informatique sur la résolution de problèmes. Cette situation ouvre ainsi une fenêtre sur la structure des relations définissant des problèmes additifs ou multiplicatifs jugés «isomorphes», en dépit de différences appréciables touchant soit la taille des nombres, soit le type de mesures, soit le contexte d'application, soit la formulation des énoncés.

Pour apprécier les effets des dispositifs de la séquence didactique sur les connaissances et sur les pratiques en résolution de problèmes, s'il nous semble toujours pertinent d'utiliser une épreuve, il nous semble par ailleurs important de prévoir une variation du niveau de complexité des problèmes : taille des nombres, ensemble de nombres, type de mesures, solution comportant ou non plus d'une étape de calcul ou faisant appel à plusieurs opérations, facture linguistique.

Enfin, il faudrait se soucier de mieux arrimer les situations du dispositif didactique aux activités effectuées dans les classes, de manière à faire en sorte que les élèves faibles puissent mieux constater l'importance de leur engagement dans les situations du dispositif. Un tel arrimage ne peut se faire sans l'établissement d'une collaboration efficace et soutenue avec les enseignants titulaires des classes.

BIBLIOGRAPHIE

Astolfi, J.-P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner*. Paris: ESF éditeur.

Blain, S., Painchaud, G. (1999). L'impact de la rétroaction verbale des pairs sur l'amélioration des compositions des élèves de 5^e année en immersion française, *La revue canadienne des langues vivantes*, vol. 56, no. 1, pp. 73-98.

Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, *Revue de laryngologie otologie rhinologie*, vol. 101, no. 3-4, pp. 107-131.

Brousseau, G., Peres, J. (1981). *Étude d'un enfant en difficulté en mathématiques: "Le cas de Gaël"*. Bordeaux : IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse pour le doctorat d'état, Université de Bordeaux: LADIST.

Brousseau, G., Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*.- I.R.E.M de Bordeaux.- Bordeaux, (France).

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.

Cherel, C., Giroux, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : une problématique didactique, *Instantané mathématiques*, Automne 2002, pp. 37-48.

Chevallard, Y. (1991). *Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique*. Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble, Grenoble : Université Joseph-Fourier, pp. 103-117.

Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. Dans G. Lemoyne et F. Conne (dir.), *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 31-69.

Conseil supérieur de l'Éducation. (1996). Intégration des EHDAA Mise en garde du conseil, *Panorama*, vol 1, no. 2.

Davenport, P., Howe, C. (1999). Conceptual Gain and Successful Problem-solving in Primary School Mathematics, *Educational Studies*, vol. 25, no. 1, pp. 55-78.

Descavces, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, Paris : Éditions Hachette, pp. 46-49.

Escarabajal, M-C. (1988). Schémas d'interprétation et résolution de problèmes arithmétiques, *Revue Française de pédagogie*, no. 82, janvier-février, pp. 15-21.

Favre, J.-M. (1999). Le mathématique et le cognitif : deux chimères pour l'enseignant. Dans G. Lemoyne et F. Conne (dir.), *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 235-261.

Guay, S., Hamel, J-C., Lemay, S. (2003a). *Clicmaths*, Manuel de l'élève A, vol. 1, 3e cycle du primaire, Laval : Editions HRW.

Guay, S., Hamel, J-C., Lemay, S. (2003b). *Clicmaths*, Manuel de l'élève A, vol. 2, 3e cycle du primaire, Laval : Editions HRW.

Guay, S., Hamel, J-C., Lemay, S. (2003c). *Clicmaths*, Manuel de l'enseignant et de l'enseignante, Vol. A, Laval : Editions HRW.

Guay, S., Hamel, J-C., Lemay, S. (2003d). *Clicmaths*, Guide d'enseignement A, Partie 2, Vol. 12, Laval : Editions HRW.

Janosz, M., Fallu, J-S., Deniger, M-A. (2000). La prévention du décrochage scolaire – facteurs de risque et efficacité des programmes d'intervention. Dans F. Vitaro et C. Gagnon (Eds.). *Prévention des problèmes d'adaptation chez les enfants et les adolescents*, Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec (PUQ), pp. 109-164.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Rennes : PUR (Presses universitaires de Rennes). Collection psychologie.

Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating : Where Do Good Problems Come From? Dans A. H. Schoenfeld (Ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum associates publishers, pp. 123-147.

Lemoyne, G. (1987). *Schémas de connaissance utilisés par des élèves du second cycle du primaire dans la rédaction de problèmes arithmétiques concrets*. 15e Congrès annuel des Sociétés savantes du Canada, Société canadienne pour l'étude de l'éducation (SCEE), McMaster University, Hamilton, 31 mai au 3 juin.

Lemoyne, G., Conne, F. (1989). La résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques: Compte rendu d'une expérience auprès d'enseignants du primaire. *Actes de la XIIIe International conference of psychology of mathematics education (PME) 2*, Paris, juillet, pp. 226-233.

Lemoyne, G., Giroux, J., Biron, D. (1990). Connaissances utilisées par des élèves de 8 à 12 ans dans la formulation de problèmes arithmétiques concrets, *European Journal of Psychology of Education*, vol. 5, no. 3, pp. 273-291.

Lemoyne, G. (2000). *DID 2545, Difficultés d'apprentissage en mathématique I*, Faculté des sciences de l'éducation, Montréal : Université de Montréal.

Lemoyne, G., Lessard, G. (2003). Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants, *Éducation et francophonie*, vol. 31, no. 2, 35 pages. Numéro thématique sur la spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire.

Lemoyne, G. (2000). La théorie des situations didactique : présentation des concepts et de quelques applications. *Mathématiques, enseignement des mathématiques : l'apport du XXe siècle.* Sainte-Foy : Éditions Le Griffon d'argile, pp. 234-261.

Lemoyne, G., Brouillet, F. et René de Cotret, S. (2001). Cognitive and didactical ideas materialized in TIC environments for the learning and teaching of arithmetical and pre-algebra knowledge and concepts. *Actes du Congrès : The Fith International Conference on Technology in Mathematics Teaching.* Autriche : University of Klagenfurt, CD : 8 pages.

Lemoyne, G., Coulange, L., René de Cotret, S. (2002). La dynamique du couple représentation-interprétation dans 'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, *L'Année des Sciences de l'éducation*, article sur invitation : numéro thématique sur les représentations, pp. 152-179.

Mercier, A. (1995a). La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.15/1, no.43. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 97-142.

Mercier, A. (1995b). Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. Dans G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier et A. Tiberghien (Eds.). *Différents types de savoirs et leur articulation.* Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 145-169.

Mercier, A. (1998). La participation des élèves à l'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 18, no. 3. Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 279-310.

Ministère de l'éducation du Québec (1999). *Une école adaptée à tous ses élèves : Politique de l'adaptation scolaire*, Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage : Définitions*, Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires, Québec, p. 5-6.

Ministère de l'éducation du Québec (2001a). *Programme de formation de l'école québécoise*, Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2001b). *Tournée du ministère d'État à l'Éducation et à la Jeunesse*, Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2003a). *Statistiques de l'éducation, enseignement primaire, secondaire, collégial et universitaire*. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2003b). *Indicateurs de l'éducation 2003 (2.7. les redoublements au primaire et au secondaire général – Secteur des jeunes)*. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2003c). *La réforme de l'éducation prend forme pour offrir ce qu'il y a de mieux à nos enfants*. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2003d). Épreuve exploratoire. Direction de la formation générale des jeunes. Québec.

Ministère de l'éducation du Québec (2004). *Résultats aux épreuves uniques de juin 2003 et diplomation*. Québec.

Montague, M. (1997). Cognitive Strategy Instruction in Mathematics for Students with Learning Disabilities. *Journal of learning disabilities*, vol. 30, no. 2, mars-avril, pp. 164-177.

Montague, M., Warger, C., H. Morgan, T. (2000). Solve It! Strategy Instruction to Imrpove Mathematical Problem Solving. *Learning disabilities Research and Practice*, vol. 15, no. 2, pp. 110-116.

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire, notes didactiques*. Canada : ERPI, Éditions du Renouveau Pédagogique inc., pp. 5-12.

Poirier, L. (1992). *Étude des modèles implicites mis en oeuvre par les enfants lors de la résolution de problèmes arithmétiques complexes mettant en jeu la reconstruction d'une transformation.* Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton : Princeton University Press.

Rey, B. (2000). *Peut-on enseigner les compétences ?* Conférence d'ouverture du colloque de l'Association des cadres scolaires du Québec. Québec.

Salin, M.-H. (1999). Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. Dans G. Lemoyne et F. Conne (dir.). *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 327-352

Sarrazy, B. (1995). Le contrat didactique. Notes de synthèse. *Revue Française de Pédagogie*, vol. 112, p. 85-118.

Sarrazy, B. (2002). Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. *Educationnal studies in mathematics*, vol. 49, no1, pp. 89-117.

Sensevy, G. (1996). Fabrication de problèmes de fraction par des élèves à la fin de l'enseignement élémentaire. *Educational studies in Mathematics*, vol. 30, no. 3, pp. 261-288.

Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques. Étude et Autonomie à l'école élémentaire.* Paris : Presses Universitaires de France.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Fla : Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum associates publishers.

Tardif, J., Presseau, A. (2000). L'échec scolaire en Amérique du Nord : un phénomène insidieux pour un grand nombre d'enfants et d'adolescents. *Revue Française de Pédagogie*, no. 130, pp. 89-105.

Trépannier, N., Comeau, M. (1995). *Quatre modèles de services d'orthopédagogie, document de travail non-publié*, PPA 3406, Modèles d'intervention en orthopédagogie, Montréal : Université de Montréal.

Vergnaud, G., Benhadj, J. et Dussouet, A. (1979). *La coordination de l'enseignement des mathématiques entre le cours moyen et la classe de sixième*. Paris : INRP.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang.

ANNEXE 1 : Savoirs essentiels du manuel *Clicmath* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b) 3^e^ cycle, Manuel A, volume 1 et 2

Volume 1

Situation	Titre de la situation	Savoir essentiel
Situation 1	Là est la question	Enquête
Situation 2	Voyons les choses en grand	Estimation et grands nombres
Situation 3	Le sens du partage	Sens de la fraction
Situation 4	Carrefour : L'école pour tout le monde	Sens de la fraction Enquête Grands nombres
Situation 5	Sous l'angle de la sécurité	Concept de l'angle
Situation 6	Les secrets du cercle	Cercle
Situation 7	Une question de temps	Horloge et temps
Situation 8	Carrefour : Rendez-vous avec la Lune	Angle Cercle Temps
Situation 9	Le labo de la mesure	Le temps
Situation 10	Toutes proportions gardées	Notion de pourcentage
Situation 11	À titre de comparaison	Comparaison intuitive des fractions
Situation 12	Un nouvel angle d'approche	Mesure des angles en degré
Situation 13	Carrefour : Les groupes alimentaires	Pourcentage Comparaison de fractions Mesure des angles en degrés
Situation 14	Les multiplications se multiplient	Multiplication
Situation 15	La puissance de l'imagination	Puissance et exposant
Situation 16	Achat sur mesure	Mesure et capacité
Situation 17	Carrefour : L'art de la récupération	Multiplication Puissance et exposant Mesure et capacité
Situation 18	Le labo de la mesure	Masse et capacité
Situation 19	Le savais-tu?	Histoire des mathématiques

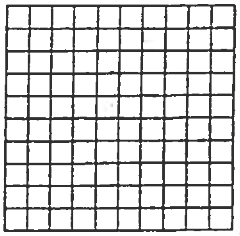
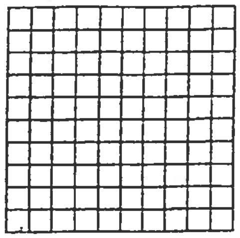
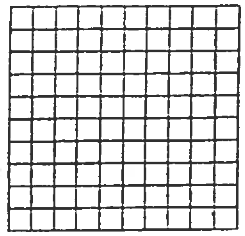
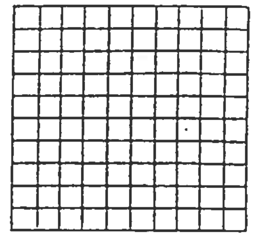
Volume 2

Situation	Titre de la situation	Savoir essentiel
Situation 20	Partages équitables	Division et nombres décimaux
Situation 21	Les bonnes mesures	Kilomètre et équivalences
Situation 22	L'art des proportions	Fractions équivalentes
Situation 23	Carrefour : Vous êtes ici	Division et nombres décimaux Kilomètres et équivalences Fractions équivalentes
Situation 24	Triangles en tous les genres	Classification des triangles
Situation 25	Surfaces à couvrir	Aire et unités de mesure conventionnelles
Situation 26	Un beau motif	Frises par translation
Situation 27	Carrefour : Un projet de décoration	Triangles Aire et unités de mesure conventionnelles Frises
Situation 28	Le labo du hasard	Probabilité
Situation 29	Des tas de produits	Multiplication d'un nombre décimal
Situation 30	Un monde de publicité	Division par un nombre de deux chiffres
Situation 31	En d'autres mots	Choix de la forme d'écriture
Situation 32	Carrefour : Un tour du monde	Multiplication d'un nombre décimal Division Choix de la forme d'écriture
Situation 33	Le labo du hasard	Probabilité
Situation 34	Retour sur la représentation	Représentation
Situation 35	Retour sur la mesure	Mesure
Situation 36	Retour sur les opérations	Les opérations
Situation 37	Retour sur la comparaison et les équivalences	Comparaison et équivalences
Situation 38	Retour sur la résolution de problèmes	Résolution de problèmes
Situation 39	Le savais-tu?	Histoire des mathématiques

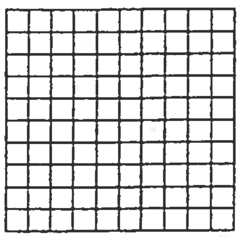
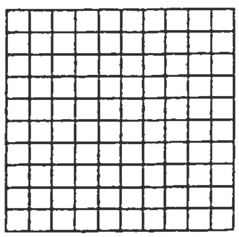
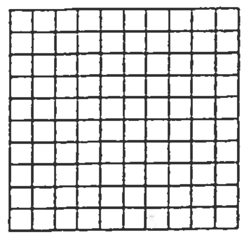
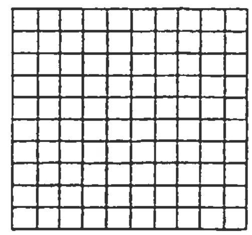
ANNEXE 2 : Problèmes sources pour les problèmes de l'épreuve lors de l'étude préliminaire

1 **a)** Dans le cas de chaque grille ci-dessous, colorie en bleu la quantité de carrés précisée.

1) 25 % des carrés. **3)** 50 % des carrés. **5)** 10 % des carrés. **7)** 20 % des carrés.

2) 1 carré sur 2. **4)** 1 carré sur 5. **6)** 1 carré sur 10. **8)** 1 carré sur 4.

b) Forme des paires avec les grilles qui ont le même nombre de carrés bleus.

______ ______ ______ ______

2 Voici les résultats de Paul aux examens d'admission à l'école secondaire.

	Nombre de bonnes réponses	Nombre total de réponses	Pourcentage de réussite
Français	23	25	
Calcul	44	50	
Sciences	17	20	
Résolution de problèmes	9	10	

a) Dans le tableau ci-dessus, écris chacun des résultats de Paul en **pourcentage.**

b) À quel examen a-t-il obtenu le meilleur résultat ? ______

3 À l'école Beausoleil, 20 % des élèves vont dîner à la maison.
Combien d'élèves mangent à la maison si l'école compte

a) 100 élèves ? ______ **c)** 50 élèves ? ______

b) 200 élèves ? ______ **d)** 350 élèves ? ______

Ce que je sais

Nom : ______________________ Date : ____________

1 Jessica veut s'acheter un nouveau manteau d'hiver. Après s'être rendue dans plusieurs magasins, elle hésite entre les manteaux évoqués dans le tableau ci-dessous. Puisque les quatre manteaux lui plaisent également, c'est le prix qui déterminera son choix.

Manteaux	Prix avant le rabais	Pourcentage de rabais
A	100 $	30 %
B	110 $	40 %
C	90 $	20 %
D	150 $	50 %

Avec un ou une camarade, détermine quel manteau Jessica devrait acheter. Ensemble, expliquez comment vous avez procédé.

Comparez votre réponse avec celle d'une autre dyade.

____

____

____

2 Détermine le **pourcentage** que représente le rabais sur les articles ci-dessous.

a) 5 $ de rabais sur un livre de 25 $.

____

b) 20 $ de rabais sur un jeu vidéo de 50 $.

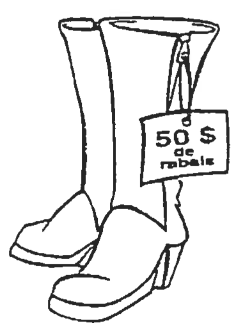
____

c) 50 $ de rabais sur des bottes de 100 $.

____

d) 50 $ de rabais sur un manteau de 200 $.

____



Maintenant, je sais

SITUATION 10

Nom : ______________________ Date : ______________

1 La mère de Maxime veut lui acheter une planche à neige pour son anniversaire. Trois planches attirent son attention. Elle veut acheter la moins chère.

Planches à neige	Prix avant le rabais	Pourcentage de rabais
A	150 $	30 %
B	200 $	50 %
C	175 $	40 %

Avec un ou une camarade, détermine quelle planche à neige la mère de Maxime devrait acheter. Ensemble, expliquez comment vous avez procédé.

2 Détermine le **pourcentage** que représente le rabais sur les articles ci-dessous.

a) 10 $ de rabais sur des skis de fond de 100 $.

b) 100 $ de rabais sur des skis alpins de 400 $.

c) 30 $ de rabais sur des bottes de ski alpin de 200 $.

d) 25 $ de rabais sur des patins de 125 $.

e) 100 $ de rabais sur une planche à neige de 500 $.

Fiche de soutien

Nom : ____________________ Date : ____________

SITUATION 11

1 a) Dans chaque grille ci-dessous, colorie en bleu le nombre de carreaux correspondant à la fraction précisée.

1) $\frac{1}{12}$ 2) $\frac{7}{12}$ 3) $\frac{4}{12}$ 4) $\frac{9}{12}$

b) En observant les grilles ci-dessus, classe les fractions par ordre croissant. ____________________

2 a) Dans chaque grille ci-dessous, colorie en bleu le nombre de carreaux correspondant à la fraction précisée.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{6}$

b) En observant les grilles ci-dessus, classe les fractions par ordre croissant. ____________________

3 La droite numérique ci-dessous représente le trajet d'une course. Le nombre **0** représente le départ et le nombre **1**, l'arrivée.

0 ———————————————————— 1

a) Dans le cas de chaque personne ci-dessous, situe sur la droite l'endroit où elle est rendue.

1) Luc a parcouru $\frac{3}{8}$ du trajet.

2) Serge a parcouru $\frac{3}{4}$ du trajet.

3) Lucie a parcouru $\frac{2}{3}$ du trajet.

b) Quelle fraction est la plus grande ? Encercle ta réponse.

$\frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$

Ce que je sais

Nom : ______________________ Date : ______________

SITUATION 11

1 Julien et Éric sont des joueurs de tennis. Julien a gagné $\frac{3}{4}$ de ses matchs et Éric, $\frac{6}{7}$ des siens. Lequel a gagné le plus de matchs ?

Trouve au moins deux façons de comparer les performances de ces joueurs.

2 Des élèves participant à un tournoi de tennis ont chacun disputé 12 matchs. Calcule le nombre de matchs gagnés par chaque personne.

a) Isabelle a gagné $\frac{1}{2}$ de ses matchs. ______________

b) Julien a gagné $\frac{5}{6}$ de ses matchs. ______________

c) Véronique a gagné $\frac{2}{3}$ de ses matchs. ______________

d) Maxime a gagné $\frac{5}{12}$ de ses matchs. ______________

3 Classe les personnes ci-dessous dans l'ordre décroissant de leur performance, c'est-à-dire de la plus performante à la moins performante.

Joueurs ou joueuses	Fraction des parties gagnées
Maude	$\frac{4}{5}$
Rose	$\frac{3}{5}$
Hélène	$\frac{3}{7}$
Louis	$\frac{2}{3}$
Antoine	$\frac{1}{2}$

____

Maintenant, je sais

Nom : ______________________ Date : ______________

SITUATION 11

1 L'équipe de ringuette d'Audrey a gagné $\frac{5}{8}$ de ses parties alors que celle de Mégane en a gagné $\frac{2}{3}$. Quelle est l'équipe la plus performante ? Trouve au moins deux façons de comparer les performances des équipes.

2 Participant à un tournoi de ringuette, les équipes ci-dessous ont chacune joué 15 parties. Calcule le nombre de parties gagnées par chaque équipe.

a) L'équipe de Sandra a gagné $\frac{1}{3}$ de ses parties. ______

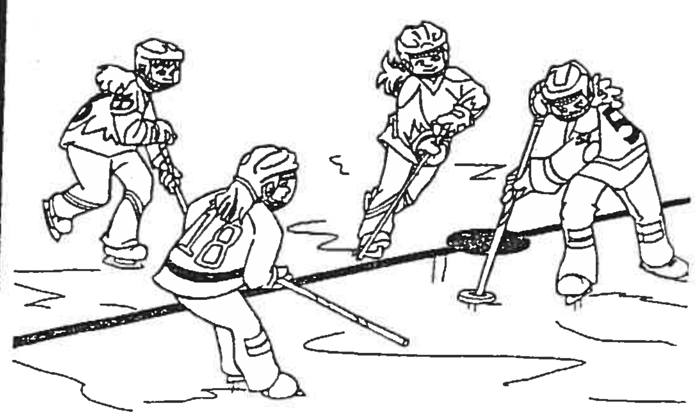
b) L'équipe de Josiane a gagné $\frac{6}{15}$ de ses parties. ______

c) L'équipe de Maïa a gagné $\frac{3}{5}$ de ses parties. ______

d) L'équipe de Michèle a gagné $\frac{2}{3}$ de ses parties. ______

3 Classe les équipes ci-dessous de la plus performante à la moins performante.

Équipes	Fraction des parties gagnées
A	$\frac{5}{6}$
B	$\frac{3}{5}$
C	$\frac{1}{6}$
D	$\frac{2}{3}$
E	$\frac{1}{2}$



____

ANNEXE 3 : Résumé des thèmes et des situations des manuels *Clicmath* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b) 3^e^ cycle, Manuel A, volume 1 et 2

Volume 1

Situation	Aide	Titre de la situation	Savoir essentiel	Thèmes
Situation 1	oui	Là est la question	Enquête	- ma classe - mes intérêts (sport, couleur) - nationalité des élèves
Situation 2	oui	Voyons les choses en grand	Estimation et grands nombres	- Fous de Bassan - Poignées de main - nombre de chiens et de chats - population canadienne - boîtes de clous - sac de riz - pêche au saumon
Situation 3	oui	Le sens du partage	Sens de la fraction	- fruits de la serre - marché / poivrons - partager un terrain - récolte de haricots, céleris - tartes, gâteaux - figures géométriques
Situation 4	non	Carrefour : L'école pour tout le monde	Sens de la fraction Enquête Grands nombres	- enfants non scolarisés
Situation 5	oui	Sous l'angle de la sécurité	Concept de l'angle	- cour d'école - assiette cassée - vitrail - lampe / déplacement du soleil - photocopie / agrandissement - voiture / angle de vision - billard
Situation 6	oui	Les secrets du cercle	Cercle	- âge d'un arbre - cible - boussole / rayon - monnaie (25¢)
Situation 7	oui	Une question de temps	Horloge et temps	- décalage horaire / voyage - anniversaire - émission de télévision / horaire - départ des courses - frais d'appel - temps de réparation - voyage en voiture pour aller au chalet
Situation 8	non	Carrefour : Rendez-vous avec la Lune	Angle Cercle Temps	- les phases de la lune
Situation 9	non	Le labo de la mesure	Le temps	- objets permettant de mesurer le temps / sablier, clepsydre

Situation 10	oui	Toutes proportions gardées	Notion de pourcentage	- activités - observations des gens au centre commercial - gens qui font du ski - gens qui vont au théâtre - concours - dons
Situation 11	oui	À titre de comparaison	Comparaison intuitive des fractions	- randonnée - dominos - sport (basket, piscine, course, vélo, saut en hauteur, hockey)
Situation 12	oui	Un nouvel angle d'approche	Mesure des angles en degré	- chasse au trésor - fortifications - fracture du bras - vélo-cross - feu de camp - casse-tête
Situation 13	non	Carrefour : Les groupes alimentaires	Pourcentage Comparaison de fractions Mesure des angles en degrés	- les groupes alimentaires
Situation 14	oui	Les multiplications se multiplient	Multiplication	- chiffres romains - livres dans une bibliothèque - unités de longueur en Égypte - nombres de rues dans une ville - boulier - hiéroglyphes - Égypte ancienne
Situation 15	oui	La puissance de l'imagination	Puissance et exposant	- triangle - croissance des arbres - Égypte - extra-terrestres
Situation 16	oui	Achat sur mesure	Mesure et capacité	- quantité d'un produit - capacité d'un contenant - masse d'un objet - Moyen-Âge - le marché - monnaie - aquarium - limonade
Situation 17	non	Carrefour : L'art de la récupération	Multiplication Puissance et exposant Mesure et capacité	- la récupération d'objets
Situation 18	non	Le labo de la mesure	Masse et capacité	- recette - vieilles unités de mesure - verre gradué - balance à plateaux
Situation 19	non	Le savais-tu?		- Égypte ancienne

Situations 1 à 9 = Étape 3
Situations 10 à 19 = Étape 4

<u>Légende :</u>

Aide = *Clic* = un petit résumé des notions du chapitre

Carrefour : Ces pages amènent l'élève à développer ses compétences disciplinaires et transversales.
Le labo de la mesure : Ces pages amènent l'élève à expérimenter des activités liées à la mesure.
Le savais-tu ? : L'élève prend connaissance des quelques morceaux de l'histoire mathématique.

Volume 2

Situation	Aide	Titre de la situation	Savoir essentiel	Thèmes
Situation 20	oui	Partages équitables	Division et nombres décimaux	- parcs d'attraction - barre de chocolat - monnaie - nombre d'heures au travail - bonbons au cinéma - patinoire extérieure
Situation 21	oui	Les bonnes mesures	Kilomètre et équivalences	- plan du centre-ville / stations de métro - longueur de la classe - différentes distances / voyage - kilométrage d'une voiture / voyage - fable (la cigale et la fourmi)
Situation 22	oui	L'art des proportions	Fractions équivalentes	- dessin d'enfant - mélange de couleur de peinture - peinture - dessin - mosaïque - dessin sur ordinateur - dominos
Situation 23		Carrefour : Vous êtes ici	Division et nombres décimaux Kilomètres et équivalences Fractions équivalentes	- plan d'un centre commercial / magasin de disque
Situation 24	oui	Triangles en tous les genres	Classification des triangles	- spectacle pour la paix - paille / berlingot - journée internationale de la paix - structures (ponts, pylônes) - marche pour la paix
Situation 25	oui	Surfaces à couvrir	Aire et unités de mesure conventionnelles	- rénovation du plancher de la classe - informations sur des emballages - peinture d'une chambre - papier peint - carte de la forêt
Situation 26	oui	Un beau motif	Frises par translation	- papier peint - photographie - cerf-volant - logiciel d'ordinateur
Situation 27	non	Carrefour : Un projet de décoration	Triangles Aire et unités de mesure conventionnelles Frises	- décoration d'un nouvel appartement
Situation 28	non	Le labo du hasard	Probabilité	- trombones pliés - jetons

Situation 29	oui	Des tas de produits	Multiplication d'un nombre décimal	- rangement des produits à l'épicerie - sacs de riz, sacs de plomb - fête de 35 à 45 personnes - achats à l'épicerie - empilage de boite de conserves - prix de l'essence - allées dans l'épicerie
Situation 30	oui	Un monde de publicité	Division par un nombre de deux chiffres	- panneaux publicitaires - messages publicitaires à la télévision - collecte de fonds - quantité de fromage - publicité / baladeur - vente de limonade - distribution de dépliants publicitaires - publicité / voyage
Situation 31	oui	En d'autres mots	Choix de la forme d'écriture	- extraits de journaux - journaux / prix de l'essence - recette - téléchargement de fichier - terrain d'hébertisme - collection de billes - couse à pied
Situation 32	non	Carrefour : Un tour du monde	Multiplication d'un nombre décimal Division Choix de la forme d'écriture	- Magellan - Voyage en avion
Situation 33	non	Le labo du hasard	Probabilité	- jeux de hasard
Situation 34	non	Retour sur la représentation	Représentation	- pelouse - horloge astronomique de Prague - gymnastique rythmique (ruban) - mots-croisés
Situation 35	non	Retour sur la mesure	Mesure	- partage de jus - messages publicitaires - jouer au ballon en cercle - constellation du lion - paysagiste - tennis / ping-pong
Situation 36		Retour sur les opérations	Les opérations	- vacances en Gaspésie / prix de l'essence - voyager au Québec - camping - ours noir - ascension du Mont-Jacques-Cartier - recyclage - volley-ball de plage

Situation 37		Retour sur la comparaison et les équivalences	Comparaison et équivalences	- chargement d'un camion blindé - trajet pour aller chez une amie - pizza - lieux de vacances - rabais - randonnée en vélo
Situation 38		Retour sur la résolution de problèmes	Résolution de problèmes	- mosaïque - champ - basket - film - horloge - pot de fleurs - excursion
Situation 39		Le savais-tu?		- les grecs anciens

Situations 20 à 28 = Étape 3
Situations 29 à 399 = Étape 4

Légende :

Aide = *Clic* = un petit résumé des notions du chapitre

Carrefour : Ces pages amènent l'élève à développer ses compétences disciplinaires et transversales.
Le labo du hasard : Ces pages amènent l'élève à expérimenter des activités liées à la probabilité.
Le savais-tu ? : L'élève prend connaissance des quelques morceaux de l'histoire mathématique.

ANNEXE 4 : Analyse des problèmes arithmétiques des manuels *Clicmath* (Guay, Hamel et Lemay, 2003a, 2003b) 3^e^ cycle, volume 1 et 2, selon la typologie de Vergnaud (1981)

Volume 1

PROBLÈMES	TYPE DE PROBLÈME [1]	DONNÉES NUMÉRIQUES	AIDE À LA RÉSOLUTION	PAGE
À Montréal, environ 22 000 chiens sont enregistrés chaque année par leur propriétaire. On estime que le nombre de chiens non enregistrés est au moins 10 fois plus grand. Il est encore plus difficile d'estimer le nombre de chats. Selon une étude, la population des chats compterait jusqu'à 100 000 individus de plus que celles des chiens. Selon ces estimations, détermine le nombre de chiens et de chats se trouvant à Montréal.	composition de mesures et relation entre mesures opérateur scalaire	grands nombres : supérieurs à 20 000	non (le dessin d'un chien et d'un chat accompagne le problème)	17
On utilise 376 contenants de 1000 œufs de saumon de l'Atlantique et 621 contenant de 100 œufs de saumon du Pacifique. a) Sur quelle côte a-t-on ensemencé le plus de saumon ? b) Quel est le nombre total d'œufs de saumon utilisés dans cette opération ?	a) isomorphisme de mesures, proportionnalité simple b) composition de mesures et relation entre mesures	grands nombres : supérieur à 60 000	non (le dessin d'un chien et d'un chat accompagne le problème)	20
François prépare son lunch avec des légumes se trouvant dans le réfrigérateur. Il prend 1/3 des carottes et environ 2/5 du concombre. Voici ce qu'il apporte (dessin de 6 carottes et d'un concombre). Combien y avait-il de carottes dans le réfrigérateur ?	isomorphisme de mesures, proportionnalité simple	Fractions simples	oui (dessin de François avec ses légumes)	29
Décalage horaire. Quand il est 9h30 à Québec, quelle heure est-il à Vancouver ? horloge Vancouver : 5h40 horloge Québec : 9h40	Relation entre les mesures et transformation d'une mesure	les heures	oui (un dessin des cadrans des horloges avec les heures dans les différentes villes)	54

[1] Nous nous référons à la classification des problèmes de Vergnaud (1981) et aux indications du manuel.

Problèmes	Type de problème	Données numériques	Aide à la résolution	Page
Sur un total de 100 personnes, détermine combien de personnes possèdent chacun des caractéristiques ci-dessous : 1 personne sur 2 a moins de 35 ans ; 3 personnes sur 4 ont peur de voyager en avion ; 7 personnes sur 10 n'aiment pas les lundis matin ; 1 personne sur 20 est gauchère.	isomorphisme de mesures, proportion simple	petits nombres : inférieurs à 100	non	71
Les livres d'une bibliothèque publique occupent 12 étagères. Chaque étagère comporte 8 tablettes et il y a environ 35 livres sur chaque tablette. Environ combien de livres y a-t-il dans cette bibliothèque ?	isomorphisme de mesures, proportionnalité multiple	petits nombres : inférieurs à 1000	non (dessin d'une dame devant des étagères de bibliothèque)	107
Marcha regarde un film sur l'invention de la calculatrice. Le film dure exactement 15 minutes et 12 secondes. S'il y a 24 images par seconde, combien d'images y a-t-il dans ce film ?	conversion de mesures et isomorphisme de mesures, proportion simple	heures	non	107
Voici des unités de mesure de longueur utilisées en Égypte au temps des pharaons : la largeur d'un doigt était l'unité de mesure de base ; une palme valait quatre doigts ; une coudée valait quatre palmes ; une corde valait 175 coudées sacrées. Combien de doigts y avait-il dans une corde ?	conversion de mesures et isomorphisme de mesures, proportionnalité multiple	petits nombres : inférieurs à 200	non (dessin de dames de l'Égypte ancienne avec du tissu)	107
Un bal réunit 26 hommes et 24 femmes. Tous les hommes décident de baiser la main droite de toutes les femmes. Combien de baisemains cela fait-il ?	produit de mesures	petits nombres : inférieurs à 100	non (dessin d'un homme qui baise la main d'une femme)	108
Le bouleau jaune est l'arbre emblématique du Québec. Son diamètre peut atteindre 70 cm. a) En traçant un cercle, représente un arbre dont le diamètre est 10 fois plus petit. b) Quel est le rayon de ce cercle ?	cas d'un seul espace de mesure	petits nombres : inférieurs à 100 relation entre rayon et diamètre	non (le dessin d'un arbre accompagne le problème)	51
James a mangé 1/5 des biscuits qui se trouvaient dans un sac. Luc a mangé 1/4 des biscuits qui se trouvaient dans un autre sac. James peut-il avoir mangé plus de biscuits que Luc ?	isomorphisme de mesures, proportion simple	fractions simples	non	82
Dans une ville, on compte 75 rues. Ces rues sont orientées soit nord-sud, soit est-ouest. Combien d'intersection peut-il y avoir au maximum ?	produit de mesures	petits nombres : inférieurs à 100	non (dessin d'une intersection dans une ville)	108

Volume 2

Problème	Type de problème [2]	Données numériques	Aide à la résolution	Page
François, Gisèle, Sylvia et Wilfred sont de grands amis. Tous les quatre habitent la ville de Québec. Pas loin de chez eux, il y a un parc d'attractions dans une centre commercial, où ils et elles se sont donnés rendez-vous. Chaque personne a apporté l'argent qu'elle pouvait dépenser. François a 10$, Gisèle a 8,65$ et Sylvia, 12,10$. Wilfred est désolé car il a seulement 3,25$. «Ce n'est pas grave, dit Sylvia. Si tout le monde est d'accord, on peut partager ce que l'on a.» Chacun approuve son idée. a) Qui donnera de l'argent, qui en recevra ? b) Combien d'argent chaque personne donnera-t-elle ou recevra-t-elle ?	a) calcul d'une moyenne b) composition de mesures	argent nombre décimaux : jusqu'aux centièmes	non (dessin des quatre amis devant des manèges avec des portefeuilles dans les mains)	2
Dans sa cour, Stéphane a construit une petite patinoire rectangulaire où son jeune frère apprend à patiner. La patinoire a une aire équivalente à 18 carrés de un mètre de côté. Son périmètre est de 17 m. Quelles sont les dimensions de la patinoire ?	produit de mesures	petits nombres : inférieurs à 100	non (le dessin de Stéphane et son petit frère sur une patinoire accompagne le problème)	11
Voici ce qu'affiche l'odomètre de la voiture des parents de Martin (099999,9 km). Quelle distance en mètres la voiture devra-t-elle parcourir pour que le compteur affiche ceci (100000,0 km) ?	conversion de mesures composition de mesures	nombre décimaux : jusqu'aux dixièmes relation km/m	non (le dessin de Martin au volant de la voiture de ses parents accompagne le problème)	18
Josianne a assemblé des petits cubes identiques pour former un plus gros cube. Quelle est la masse de chaque petit cube si cet assemblage pèse 53,2 g (contient 8 cubes)?	isomorphisme de mesure, proportionnalité simple	nombre décimaux : jusqu'aux centièmes	non (le dessin d'un cube fait de petits cubes accompagne le problème)	8
Le père de Nicolas travaille également 40 heures par semaine. L'année dernière, il a travaillé exactement 1860 heures. À combien de semaines de travail cela correspond-il ?	conversion de mesures isomorphisme de mesure, proportionnalité simple	les heures relation semaine/heures	non (le dessin de pages d'un calendrier accompagne le problème)	8

[2] Nous nous référons à la classification des problèmes de Vergnaud (1981) et aux indications du manuel.

Problème	Type de problème	Données numériques	Aide à la résolution	Page
Au cinéma, quatre amis et amies ont acheté des sacs de bonbons. Pour en déterminer le prix, on pèse les sacs. Voici la masse de chacun : le sac de Josée : 0,2 kg ; le sac de Bastien : 0,14 kg ; le sac de Marie-Claude : 0,125 kg ; le sac de Daniel : 0,115 kg. a) Qui a acheté la plus petite masse de bonbons, la plus grande masse de bonbons ? b) Si tous les bonbons étaient rassemblés, puis partagés en quatre parts équivalentes, quelle masse de bonbons chaque personne recevrait-elle ? Exprime ta réponse en kilogrammes.	conversion de mesures calcul de la moyenne	nombre décimaux : jusqu'aux millièmes	non (le dessin d'une balance avec des bonbons dessus accompagne le problème)	9
Durant une période réservée aux arts plastiques, Manon a utilisé 4/6 du temps pour compléter son dessin. Pour terminer le sien, Stephen a utilisé 7/10 du temps. De son côté, Béatrice a eu besoin de 38 des 50 minutes que durait la période. Parmi ces trois élèves, qui a terminé son dessin en premier ?	isomorphisme de mesures proportionnalité multiple	fractions simples	non	30
Pour mesurer la longueur de la classe avec un trombone, Cassandra a d'abord mesuré précisément un trombone (3,2 cm). Ensuite elle a mesuré la longueur de la classe avec un mètre gradué. Elle a obtenu 8 m et 40 cm. En utilisant la mesure du trombone et celle de la longueur de la classe, elle est parvenue à trouver le nombre de trombones équivalant à la longueur de la classe. Quelle est la mesure, en trombones, de la longueur de la classe de Cassandra ?	conversion de mesures isomorphisme de mesure, proportionnalité simple	petits nombres : inférieurs à 500 nombres décimaux : jusqu'aux millièmes relation m/cm/trombone	oui (dessin d'un trombone à côté d'une règle et pointillés pour bien délimiter le trombone qui vont jusque sur la règle et petite note avec certaines conversions : 1m équivaut à 100cm ; 1m équivaut à 1000 mm ; 1 cm équivaut à 10 mm)	14

Problème	Type de problème	Données numériques	Aide à la résolution	Page
On trouve l'ours noir surtout en forêt. En randonnée et en camping, des précautions sont à prendre, car ce type d'ours est particulièrement dangereux et imprévisible. Kevin est garde forestier. Pendant une ronde de surveillance, il a croisé une famille d'ours noirs. En analysant des traces au sol, Kevin a évalué à 70 kg la masse de la femelle. a) Si la femelle pèse 49,5 kg de plus que son ourson et que le mâle pèse 68,25 kg de plus que la femelle, combien l'ourson et le mâle pèsent-ils ? b) À sa naissance, l'ourson pèse environ 300 fois moins que la femelle qui le met au monde. Si la femelle pèse 70 kg au moment où naît son petit, quelle est la masse de l'ourson ?	a) cas d'un seul espace de mesure b) cas d'un seul espace de mesure	petits nombres : inférieurs à 200 nombre décimaux, jusqu'aux centièmes	non (dessin de Kevin qui observe des ours noirs)	119
Dans un camping de parc de la Gaspésie, chaque campement est une surface rectangulaire de 120 m^2. Voici une représentation de l'un de ces campements vu de haut (10m x 12m). Si la longueur du campement était deux fois plus grande, quelle serait la largeur du campement ?	produit de mesures	petits nombres : inférieurs à 200	non (dessin du campement avec les mesures vu de haut)	122