Université de Montréal

GeoGebraTUTOR :
Développement d'un système tutoriel autonome pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problèmes de démonstration en géométrie plane et genèse d'un espace de travail géométrique idoine

par Michèle Tessier-Baillargeon

Département de didactique
Faculté des sciences de l'éducation

Thèse présentée à la Faculté des sciences de l'éducation en vue de
l'obtention du grade de philosophiæ doctor (Ph.D.) en sciences de l'éducation,
option didactique

Juillet 2015

Université de Montréal
Faculté des sciences de l'éducation

Cette thèse intitulée :

GeoGebraTUTOR : Développement d'un système tutoriel autonome pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problèmes de démonstration en géométrie plane et genèse d'un espace de travail géométrique idoine

présentée par :
Michèle Tessier-Baillargeon

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

Sophie René de Cotret, présidente

Philippe R. Richard, directeur de recherche

Michel Gagnon, co-directeur de recherche

France Caron, membre du jury

Denis Tanguay, examinateur externe

François Bowen, représentant du doyen de la FES

Thèse acceptée le : 11 mars 2016

RÉSUMÉ

Cette thèse vise le développement de GeoGebraTUTOR (GGBT), un espace de travail géométrique (ETG) qui intègre un système tutoriel pour l'obtention d'un milieu respectueux du raisonnement idiosyncratique de l'élève.

Le raisonnement mathématique, comme l'apprentissage, ne s'exerce pas de manière linéaire, il repose sur un remaniement conceptuel continu. Il est donc peu étonnant qu'une approche séquentielle inflexible pour l'exercice de la démonstration en géométrie soit source d'embûches. Les systèmes tutoriels existants pour l'exercice de la démonstration en géométrie offrent une variété d'outils sans pour autant soulager l'élève de cette rigidité.

Le design multidisciplinaire de GGBT repose sur une conception dans l'usage qui articule plusieurs cycles de recherche et de développement successifs. Cette méthodologie itérative et anthropocentrique confère à GGBT une intelligence qui nait d'une convergence d'analyses a priori et a posteriori successives. Cette thèse concerne les deux premiers cycles du développement de GGBT.

La première phase du développement implique l'élaboration a priori d'un système capable de recevoir et d'analyser les démarches singulières de démonstration des élèves en fonction de solutions expertes préalablement identifiées. Ce premier prototype de GGBT est conçu en fonction d'une analyse de la relation didactique entre un enseignant réel et l'élève, et la relation didactique simulée entre un agent tuteur virtuel et ce même élève. Cette analyse théorique a priori établit un cadre conceptuel liminaire qui vise à encadrer la création d'un ETG idoine permettant à l'apprenti géomètre de se livrer à son travail mathématique. Cette version initiale de GGBT est mise à l'essai par des élèves réels guidés par leur enseignant ordinaire. Leurs interactions sont ensuite étudiées pour modéliser et implémenter un premier système tutoriel autonome à l'image des échanges témoignant du contrat didactique observé.

Le second cycle de développement s'amorce avec la modélisation et la programmation d'une structure tutorielle autonome et d'une interface renouvelée, qui contribuent conjointement au design a priori d'un espace de travail géométrique. La deuxième version ainsi obtenue est également testée en contexte de classe réel. Cette fois, l'exercice empirique vise la validation de la gestion des messages par le système tutoriel et l'exploration des raisonnements instrumentés dans une perspective de précision du travail géométrique possible à l'interface de l'ETG qu'est GGBT.

Ce parcours doctoral se clôt par l'exploration d'avenues de recherche potentielles pour la poursuite du développement et du raffinement de GGBT.

Mots-clés : GeoGebraTUTOR, espaces de travail géométrique, système tutoriel, didactique des mathématiques, démonstration en géométrie, conception dans l'usage

ABSTRACT

This thesis aims at modeling GeoGebraTUTOR, a geometrical workspace that relies on the works of a tutorial system for the definition of a *milieu* respectful of the student's idiosyncratic reasoning.

Mathematical reasoning, like learning, does not evolve in a linear fashion. It relies on continuous conceptual reorganizations. Therefore, it is little wonder that a linear and inflexible approach for the exercise of geometrical proof creates difficulties. Existing tutorial systems for the solving of geometrical proof problems offer a variety of tools without relieving the student of this rigidity.

GGBT's multidisciplinary design relies on a design in use approach that articulates a series of research and development cycles. This iterative anthropocentric methodology provides GGBT with an intelligence resulting from the confrontation of successive a priori and a posteriori analyses. This thesis is rooted in GGBT's two first development cycles.

The first phase of design implies the planning of a system able to take in singular student proofs and analyze their value compared to previously implemented expert answers. This first GGBT prototype is designed according to an analysis of the didactical relationship between the teacher and the student as well as the relationship that takes place between the student and the tutor agent who evolves within the didactical milieu. This a priori analysis establishes theoretical guidelines, which will steer the design of a geometrical workspace that enables the learning geometer to accomplish his mathematical work. A first GGBT prototype is put to the test with real students assisted by their regular teacher. Their interactions are then studied in order to model and implement a first self-governing tutorial system according to the dialogues reflecting the observed didactical contract.

The second design cycle begins with the modeling and programming of a tutorial structure and of a renewed interface, both of which contribute to the planning of a geometrical workspace. This second prototype is also tested in a real class environment, although this time the empirical exercise aims, on the one hand, at validating the management of the tutor's help messages, and on the other hand at exploring the student's instrumented reasoning to specify the mathematical activity made possible by the GGBT geometrical workspace.

This doctoral endeavor ends with the exploration of potential research avenues for the ongoing design and refining of GGBT.

Keywords : GeoGebraTUTOR, geometrical workspace, tutorial system, mathematics education, proof in geometry, design in use

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES DIAGRAMMES ET DES FIGURES

LISTE DES DIAGRAMMES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES SIGLES

DC	Diagram Configuration
EIAH	Environnements interactifs d’apprentissage humain
ETG	Espace de travail géométrique
ETM	Espace de travail mathématique
GGBT	GeoGebraTUTOR
ID	Ingénierie didactique
LGD	Logiciels de géométrie dynamique
LGI	Logiciels de géométrie interactive
MELS	Ministère de l’Éducation, du Loisir et du Sport
MIA	Modèle itératif de l’apprenant
PFEQ	Programme de formation de l’école québécoise
TA	Théorie ancrée
TDS	Théorie des situations didactiques
TFL	Théorie des fonctions du langage

To my ten-year-old self,

you can accomplish anything you put your mind and heart to, be proud!

REMERCIEMENTS

J’ai gardé la rédaction de mes remerciements pour la toute fin et, je l’avoue, j’aurais plutôt envie de prononcer un discours disloqué à la manière de Roberto Benigni que de circonscrire ma gratitude à quelques paragraphes. Mais nous ne sommes pas aux Oscars, et un peu de sérieux est de mise.

J’aimerais d’abord remercier les élèves de 4^{e} et de 5^{e} secondaire de l’École d’éducation internationale de Laval, leurs enseignants, Huguette et Stéphane, les élèves de 4^{e} secondaire de l’Académie Ste-Thérèse ainsi que leurs enseignantes, Jenny et Sylvie, pour le dévouement et la perspicacité dont ils ont fait preuve tout au long de leur contribution.

Merci aux professeurs Annette Braconne-Michoux, Sophie René de Cotret, France Caron et Marcel Thouin qui ont contribué à ma formation par leurs suggestions de lecture et leurs commentaires enrichissants. Je tiens également à souligner le soutien et l’accompagnement précieux et constant de Nicole Gaboury.

Je tiens aussi à remercier le FQRSC et le CRSH ainsi que la FESP pour les bourses d’études m’ayant permis de faire – un peu plus longtemps que prévu – de mes études mon emploi à temps plein. Je souligne la contribution essentielle de Claudine Jomphe et de François Bowen dans l’obtention de ces bourses d’études.

J’applaudis mon conjoint Manu qui a su patiemment fermer les yeux sur ma procrastination tout en veillant à encourager ma productivité, et je remercie mon fils Joël pour m’avoir donné le recul nécessaire pour terminer mon doctorat avec le sourire.

Merci à mes parents et à ma petite sœur pour leur appui inébranlable, pour les relectures et les corrections et pour le gardiennage de ma précieuse progéniture dans le dernier droit.

Je remercie aussi mes amies pour les après-midis cafés, travail et jasette, pour les *yes you can* et pour ne m'avoir jamais laissée douter que je pouvais y arriver.

Nicolas, mon binôme, mon ami, sans qui GGBT serait une théorie et sans qui mon doctorat aurait pris fin il y a longtemps, merci.

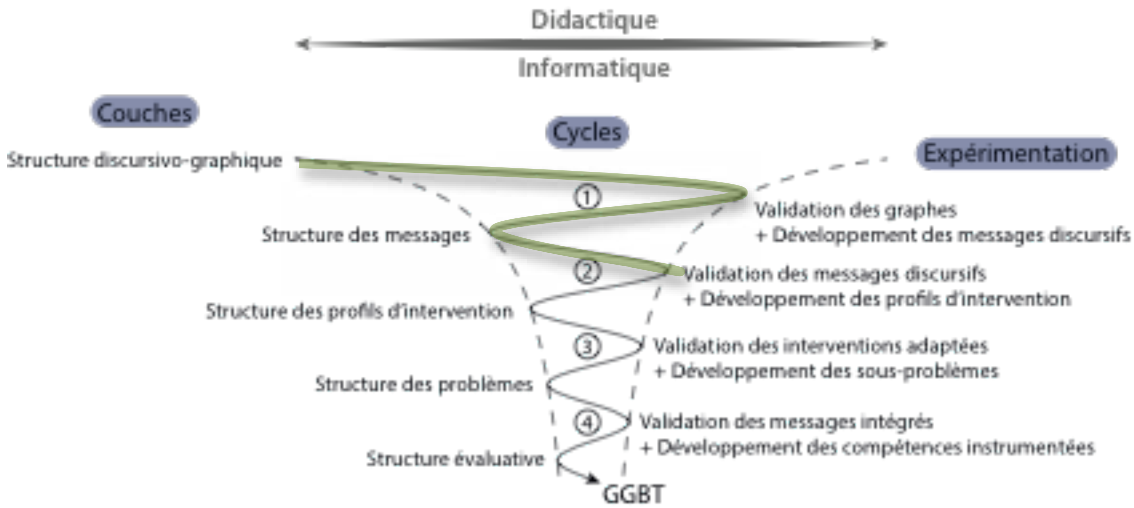
J'aimerais enfin remercier mon directeur Philippe et mon co-directeur Michel pour la confiance qu'ils ont en moi et pour le bonheur d'avoir pu faire partie d'une équipe aussi stimulante.

AVANT-PROPOS

« *On ne va jamais aussi loin que lorsqu'on ne sait pas où l'on va*. »
Citation attribuée à Christophe Colomb

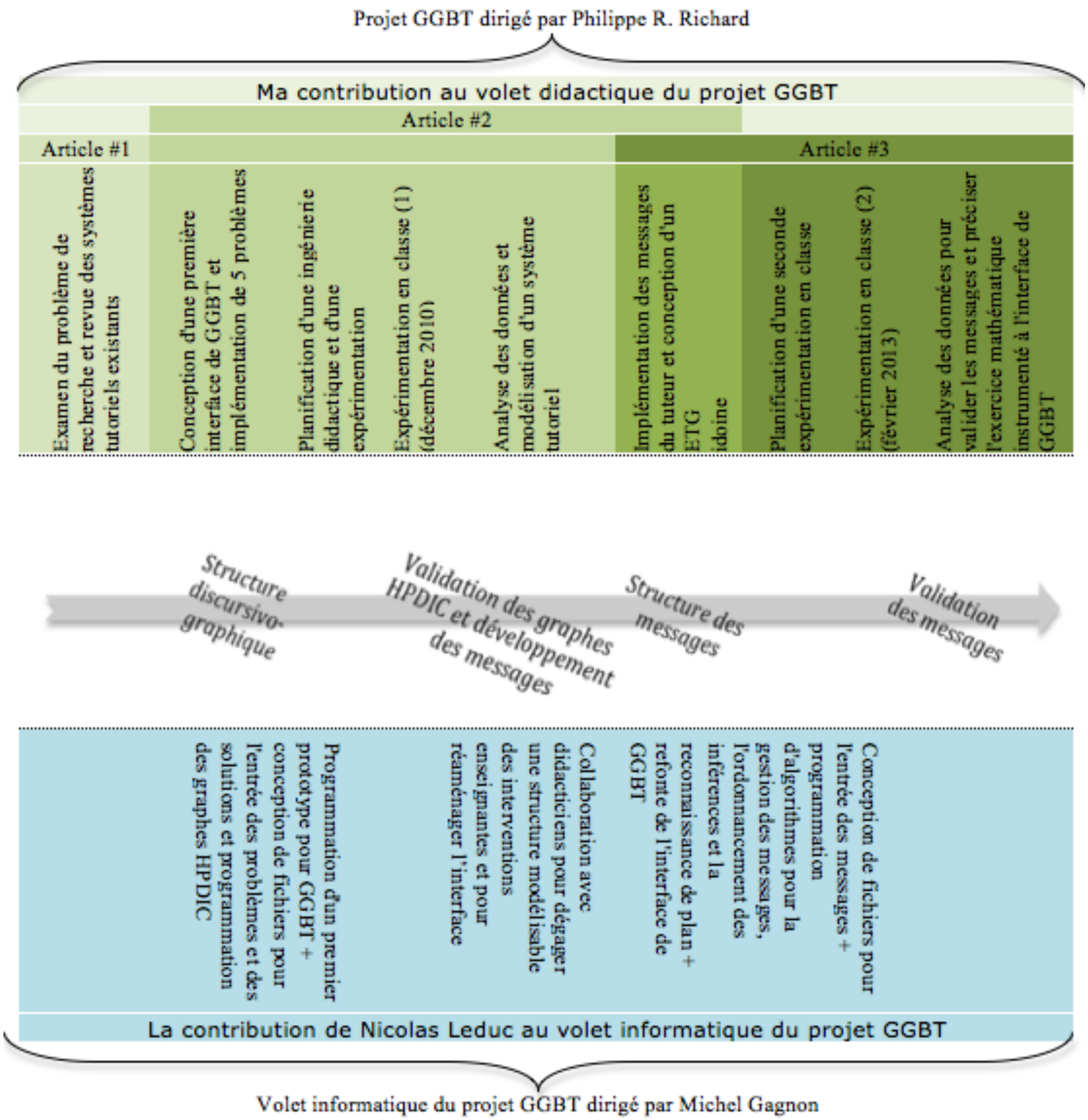
Paillé et Mucchielli (2013) mentionnent que l'exercice de recherche doctorale représente une quête identitaire. Cette réalité est d'autant plus vraie du fait que mes recherches d'études doctorales s'inscrivent au sein d'un projet de recherche existant, soit le projet de recherche et de développement de GeoGebraTUTOR (GGBT) dirigé par Philippe R. Richard. Bien que l'inclusion dans une équipe de travail multidisciplinaire ait ses avantages logistiques et motivationnels, il m'a fallu quelque temps pour définir ma place au sein du projet et pour déterminer où se situerait ma contribution. Dès le départ, nous, ma direction de recherche et moi-même, avions déterminé que je prendrais en charge le volet didactique des premiers cycles du développement longitudinal de GGBT, mais le détail de l'orchestration du développement de GGBT avec l'avancement de mes études doctorales s'est clarifié au fil du temps. Avec le recul, je suis en mesure de préciser cette articulation.

Le développement longitudinal de GGBT est composé de multiples allers-retours entre phases de structuration et exercices empiriques d'exploration et de validation. Cette approche de design dans l'usage permet l'adaptation du système à l'image des schèmes d'action instrumentée observés en contexte de classe réelle. Le présent projet d'études doctorales concerne principalement la portion surlignée de vert sur le tracé sinueux du diagramme suivant.



Cycles du développement expérimental de GGBT

Afin de bien comprendre ma contribution relative au développement global de GGBT, il est nécessaire de détailler l'attribution des tâches au sein de l'équipe de développement du laboratoire TURING. À des fins pédagogiques, les cycles de développement concernés par mes recherches doctorales seront transposés sous forme d'axe linéaire. Les étapes subséquentes du développement de GGBT feront l'objet de recherches professionnelles au sein de l'équipe du laboratoire TURING ou de projet d'études futurs.



Situation de ma contribution au sein du développement de GGBT

Comme le montre le tableau ci-dessus, Philippe R. Richard dirige le projet GGBT dans sa globalité et Michel Gagnon est en charge de la direction du volet informatique. Comme étudiante en didactique, je suis sous la direction de Philippe R. Richard et co-dirigée par Michel Gagnon. En contrepartie, Nicolas Leduc est étudiant au doctorat en génie informatique à Polytechnique et est sous la direction de Michel Gagnon et co-dirigé par Philippe R.

Richard. Nicolas et moi collaborons à toutes les étapes illustrées sur l'axe linéaire du diagramme précédent. Ce faisant, j'élabore des critères didactiques que GGBT doit intégrer, et Nicolas imagine une structure interne selon le cadre didactique que je lui communique. Toutefois, nous ne travaillons pas en vase clos. D'une part, Nicolas contribue à structurer mes conclusions didactiques pour les rendre programmables et, d'autre part, je compose avec les contraintes dont il me fait part pour adapter mon matériel et le rendre transposable. Autrement dit, notre collaboration est réellement multidisciplinaire.

Le diagramme illustre aussi les étapes de mes recherches en fonction des phases du développement de GGBT. Ainsi, en parcourant la section verte de la gauche vers la droite, le lecteur sera en mesure d'apprécier ma contribution continue au projet. Qui plus est, afin de clarifier le contenu de chacun des articles de cette thèse, j'ai précisé quelles étapes étaient couvertes par chaque article. L'article 1, l'exercice de revue des systèmes tutoriels existants pour l'exercice de la géométrie, se démarque des articles 2 et 3, qui relatent deux exercices empiriques distincts avec leur problématique, leur cadre conceptuel et méthodologique et leurs résultats associés.

Le choix de rédiger ma thèse par articles est venu assez naturellement puisque chacun des deux cycles de développement concernés par ma thèse a ses particularités conceptuelles et méthodologiques, quoiqu'ils partagent un cadre commun. De plus, comme mes recherches sont directement impliquées dans le rayonnement du projet GGBT, j'ai été appelée tout au long de mes études à participer à la rédaction et à la conception d'articles et de présentations témoignant de l'évolution du système. La rédaction d'articles m'apparaissait donc comme une façon efficace de diffuser mes résultats de recherche et comme la manière la plus pertinente de structurer ma thèse. Je précise que les articles inclus dans cette thèse ont été rédigés avec souci premier d'articuler la thèse afin de la rendre aussi cohérente, fluide et redondante que possible. Une adaptation du troisième article a été publiée récemment dans la revue RELIME[1], mais son contenu et sa structure ont tout de même été choisis en fonction des besoins de la thèse. Les articles pourront être adaptés pour leur publication ultérieure s'il y a lieu.

1 Tessier-Baillargeon, M., Richard, P. R., Leduc, N., & Gagnon, M. (2014). Conception et analyse de geogebraTUTOR, un système tutoriel intelligent : genèse d'un espace de travail idoine. RELIME, 17(4-II), 303-326.

Comme certains lecteurs liront un seul ou plusieurs de ces articles sans lire l'ensemble de la thèse, ceux-ci sont autonomes du point de vue théorique et méthodologique et, bien que faisant partie d'un continuum, ils sont signifiants même pris isolément. Toutefois, pour le lecteur qui souhaite prendre connaissance du projet de recherches doctorales dans son ensemble, les articles sont précédés d'une problématique, d'un cadre théorique et d'une méthodologie transcendant les particularités de chacune des phases de la recherche. Ces trois premiers chapitres permettent de comprendre l'origine de GGBT et les fondements directeurs sur lesquels ce projet d'envergure repose. De plus, les articles sont suivis d'une discussion-conclusion générale qui fait un retour sur l'ensemble de mon parcours de recherche.

Je suis l'auteure de chacun des articles mais, comme le développement de GGBT dont font état mes articles résulte d'un travail d'équipe, les autres membres du projet, soit Philippe R. Richard, Michel Gagnon et Nicolas Leduc, sont aussi auteurs.

INTRODUCTION

« Le génie n'est pas celui qui croit mais celui qui saisit la progression des choses. »

Citation attribuée à Alan Mathison Turing
Alan Turing, l'homme qui a croqué la pomme

Les technologies de l'information font partie du quotidien d'une part sans cesse grandissante de l'humanité. À titre d'exemple, la proportion d'internautes réguliers (accès aux 30 jours ou moins) à l'échelle de la planète en 2014 dépasse les 40 % alors qu'à peine dix ans plus tôt, cette fréquentation se chiffrait à près de 15 % (ITU, www.itu.int/en/ITU-D/Statistics/Pages/stat/default.aspx, 2 octobre 2014). Les sphères influencées et même souvent révolutionnées par les technologies de l'information s'étendent de la robotique à la médecine en passant par des domaines plus insoupçonnés tels l'agriculture et la musique; l'éducation n'y échappant évidemment pas. Le recours aux technologies de l'information étant souvent alimenté par un souci d'efficacité ou d'économie, les premières tentatives d'intégration des ordinateurs en enseignement visaient à « définir des systèmes qui puissent remplacer l'enseignant » (Desmoulins, 1994, p. 13). Le grand engouement initial pour les systèmes tutoriels illustre cette motivation utilitariste. Toutefois, aujourd'hui, l'idée est plutôt de recourir aux systèmes informatiques et aux systèmes tutoriels non pas pour les substituer à l'enseignant, mais pour enrichir l'environnement où évolue l'élève et ainsi contribuer positivement à son apprentissage.

Comme c'est le cas pour le mathématicien expert, la nature et la qualité de l'exercice de l'élève se trouvent influencées notamment par la situation-problème à résoudre, par les outils mis à sa disposition et par les ressources intrinsèques et extrinsèques dont il dispose. L'élève placé en situation de résolution d'un problème de démonstration en géométrie est appelé à raisonner comme le ferait le géomètre aguerri, même si l'apprenti géomètre est par définition moins outillé que son analogue expert. Il est donc souhaitable que l'espace où évolue l'élève soit conçu de manière à lui permettre d'outrepasser ses limites initiales et à maximiser les chances d'un exercice de géométrie signifiant et enrichissant. Le projet de recherche et de développement expérimental de GeoGebraTUTOR (GGBT) a pour objectif le développement d'un *Espace de travail mathématique* (ETM) (Kuzniak, 2006) qui contribue à créer un *milieu* (Brousseau, 1998) privilégié pour le développement et l'exercice des compétences de l'apprenti géomètre. Cet espace évolue autour d'un système tutoriel qui soutient l'élève en situation de résolution de problèmes de démonstration, sans se substituer à l'enseignant. Par système tutoriel on entend : un logiciel complexe qui se destine à soutenir l'élève en résolution de problèmes à l'aide d'un agent tuteur capable d'interaction intelligente et autonome avec l'élève. Dans le cas particulier de GGBT, le système tutoriel a pour fonction l'accompagnement de l'élève en s'adaptant en temps réel aux aléas imprévisibles du raisonnement géométrique idiosyncratique de celui-ci.

Kuzniak (2009) décline le concept d'espace de travail mathématique en trois types. En fait, il appelle ces types des niveaux, suggérant une hiérarchie entre ces derniers. D'abord, l'ETM de référence désigne « le fait pour une communauté d'individus de s'accorder sur un paradigme donné pour formuler des problèmes et organiser leur solution en privilégiant certains outils ou certaines manières de pensée » (Kuzniak, 2009). Ensuite, il décrit l'ETM idoine comme étant obtenu grâce à l'aménagement et à l'organisation d'un ETM de référence; l'ETM idoine désigne un espace de travail effectif propice à l'enseignement, et du fait même à l'apprentissage, réussi de la géométrie. Enfin, l'ETM personnel désigne l'espace mathématique obtenu lorsque l'élève s'est approprié cet ETM idoine et l'a fait sien en l'agrémentant de ses schèmes d'action instrumentée propres. Selon la perspective de Kuzniak exposée ci-dessus, on perçoit très aisément que le passage de l'ETM de référence à l'ETM personnel, en passant par l'ETM idoine, représente à la fois une variation à travers le temps et une évolution vers l'espace de travail mathématique optimal et escompté.

Le développement de GGBT en tant qu'ETM repose sur une approche multidisciplinaire puisque, bien que la recherche didactique qu'il sous-tend soit ancrée en sciences de l'éducation, les spécificités de sa programmation logicielle et de son intelligence artificielle sont du ressort d'une équipe en génie informatique. Par multidisciplinarité, on entend ce « qui concerne quelques disciplines plus ou moins voisines ou quelques spécialités distinctes qui sont exploitées parallèlement, sans lien nécessaire entre elles » (www.granddictionnaire.com, 2011). Conformément à cette définition générale du terme multidisciplinaire, le développement de GGBT repose sur les contributions complémentaires du design informatique et de la didactique des mathématiques. La collaboration de ces deux disciplines est essentielle à l'obtention d'un système fonctionnel et ce, tant d'un point de vue pédagogique que d'un point de vue strictement algorithmique. Est associée à cette interdisciplinarité une méthodologie particulière qui tire ses étapes successives et itératives des sciences de l'informatique et sa confrontation d'analyses a priori et a posteriori de la didactique des mathématiques. Conformément à une approche instrumentale aux fortes influences anthropocentriques (Rabardel, 1995), la position méthodologique qui caractérise le développement expérimental de GGBT est composée de multiples allers-retours entre phases de développement et de structuration et phases d'exploration empirique et de validation. Cette approche du design dans l'usage permet une adaptation du système à l'image des modalités d'utilisation mises en avant par les sujets en interaction avec GGBT. Le développement expérimental de GGBT est articulé selon les cycles illustrés au diagramme 1 et brièvement décrits à la suite de celui-ci. Le présent projet d'études doctorales concerne principalement la portion surlignée de jaune sur le tracé sinueux entre les couches de développement et les phases expérimentales. Nous allons donc porter attention principalement à cette partie du développement de GGBT.

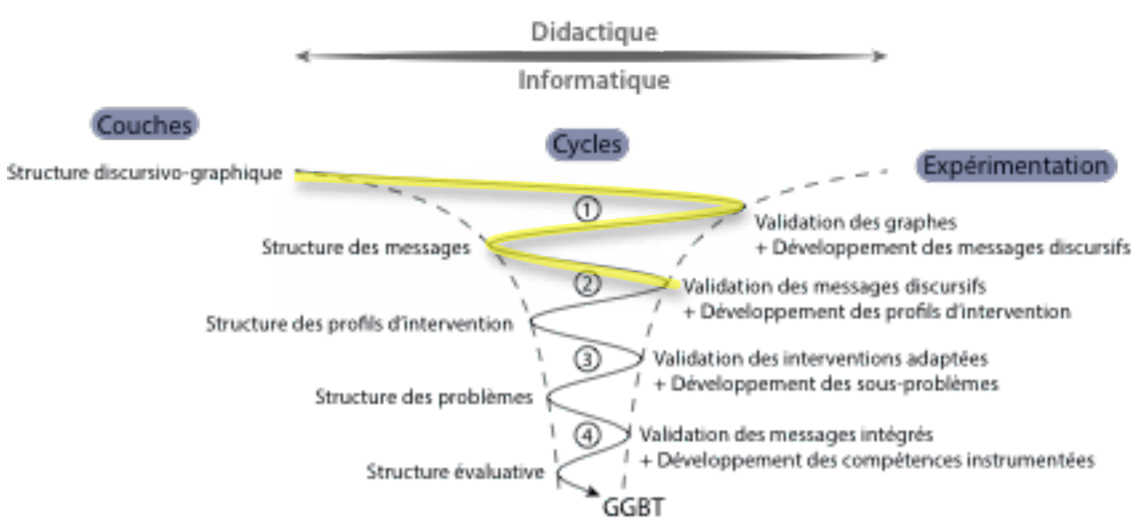


Diagramme 1 : Cycles du développement expérimental de GGBT

Le premier cycle illustré au diagramme 1 prend origine au début du développement de GGBT. La conception a priori d'une première version de GGBT repose donc entièrement sur la définition d'un problème de recherche, de cadres conceptuel et méthodologique de départ qui résultent d'un examen des systèmes tutoriels existants et d'une analyse de la littérature didactique pertinente. Ces considérations liminaires serviront d'assises théoriques à l'ensemble du projet. La première couche de développement, la *structure discursivo-graphique*, sous-entend qu'en tant qu'experts didacticiens, on procède à l'implémentation de cinq problèmes de démonstration et des solutions associées ainsi qu'au design d'une interface pour GGBT qui permettent à l'élève d'effectuer son travail d'apprenti géomètre en combinant raisonnements figural et discursif.

La partie expérimentation de ce cycle vise la mise à l'essai par des élèves de cette première version de GGBT afin de peaufiner l'interface et de procéder à la validation et à la complétion des solutions aux problèmes. Comme chaque phase expérimentale du développement de GGBT comprend un exercice de validation ainsi qu'un volet exploratoire, ce cycle empirique vise aussi l'observation des interventions d'enseignants réels auprès des élèves travaillant avec GGBT dans le but de dégager des modèles de rétroaction de l'agent tuteur autonome pour son implémentation dans les futures versions du système tutoriel.

L'analyse des interventions enseignantes et l'élaboration d'une *structure des messages* du tuteur mettent fin au premier cycle et lancent le second cycle du développement de GGBT. À cette étape, l'équipe interdisciplinaire imagine un modèle pour la gestion de l'aide discursive tutorielle à l'interface du système tutoriel. Cette fois, la phase de validation associée vise la vérification de l'à-propos et du rôle des messages discursifs gérés de manière autonome par le système tutoriel grâce à l'exploration du travail géométrique des élèves au sein de l'espace de travail qu'est GGBT.

La suite du développement de GGBT, qui n'est pas constitutive de ce projet doctoral, se concentre sur l'amélioration constante de l'agent tuteur tant du point de vue de la précision de ses interventions que de l'élargissement de son pouvoir d'action. Aussi, les comportements instrumentés des élèves seront observés pour éventuellement doter GGBT d'un volet évaluatif et ainsi permettre l'appréciation des compétences mathématiques par l'entremise de cet espace de travail mathématique.

Les différentes étapes du développement progressif de GGBT faisant office de micro-recherches au sein de l'élaboration globale de GGBT, l'option d'une thèse par articles semble toute désignée. Cette thèse doctorale est donc composée de trois articles mettant chacun en avant une étape clé du développement de GGBT.

Le premier de ces articles se distingue des deux subséquents puisqu'il n'aborde pas un cycle de développement de GGBT mais plutôt un volet important de l'analyse qui précède le premier de ces cycles. On y trouve donc une revue didactique des environnements informatiques d'apprentissage humain s'apparentant au type de système tutoriel que sera GGBT. Après avoir remarqué que de tels exercices de recension et de classement sont communs en informatique, mais rares en didactique, nous avons déterminé que cet effort d'analyse et de description permettrait une meilleure identification des besoins en terme de système tutoriel en didactique de la géométrie, plus précisément pour l'apprentissage de la démonstration.

Les deux articles subséquents arborent une structure s'apparentant plus à celle d'une thèse de recherche classique, c'est-à-dire qu'on y retrouve les a priori théoriques et empiriques, une méthodologie ciblée, les données expérimentales, les analyses et les conclusions a posteriori.

Le second article de la thèse porte sur le premier cycle du développement de GGBT tel que décrit plus haut. C'est ainsi qu'on y trouve un volet théorique qui se concentre sur l'adaptation de la relation didactique traditionnelle obligée par l'introduction d'un système tutoriel en classe de géométrie. À ceci s'ajoute la présentation des volets préliminaires au premier cycle expérimental, soit une présentation de la première interface de GGBT ainsi qu'une explication du choix des cinq problèmes présentés aux élèves. S'ensuit une synthèse de l'approche méthodologique adoptée pour cette phase de la recherche, une présentation concise des données expérimentales, un aperçu de l'analyse de ces données et, finalement, une explication de la modélisation de l'agent tuteur qui découle directement des conclusions de cette analyse.

Naturellement, dans le troisième article, nous nous penchons sur le cycle qui concerne l'intégration de l'agent tuteur à une nouvelle version de GGBT ainsi que sur l'observation du travail des élèves au sein de l'espace de travail mathématique ainsi obtenu. Les espaces de travail mathématique (Kuzniak, 2006) sont donc au cœur des considérations théoriques de cet article. Les particularités de la seconde version de GGBT sont présentées et expliquées pour en démontrer le statut d'espace de travail mathématique a priori et, par la suite, les démarches des élèves en interaction avec cette nouvelle version de GGBT sont analysées pour confirmer son statut d'ETM idoine.

CHAPITRE I
PROBLÉMATIQUE

« Quant aux savoirs, ils ne peuvent s'accumuler sans ordre à la façon d'objets inertes transmis et rangés. Il ne s'agit donc pas de s'en remplir comme on remplirait un vase, mais de s'en nourrir intérieurement, pour façonner cette puissance de jugement qui fonde réellement la lucidité. »

Henri Pena-Ruiz, *Le roman du monde*

Avant d'aspirer à créer un environnement informatique d'apprentissage humain (EIAH) capable d'aider l'élève dans son processus de résolution de problèmes de démonstration en géométrie, il est impératif de cerner les enjeux de l'enseignement et de l'apprentissage de ce processus mathématique. D'abord, nous faisons un bref voyage historique pour explorer l'émergence de la démonstration en géométrie pour ensuite analyser comment s'exerce la transposition de celle-ci en milieu scolaire et les enjeux et les difficultés qui découlent de cette adaptation aux contraintes particulières. Se rapprochant de chez nous, nous ciblons la géométrie scolaire au Québec, la tradition qui accompagne cette discipline ainsi que les problématiques observables dans nos classes de géométrie. Nous portons ensuite notre attention sur l'apprentissage de la démonstration assistée par ordinateur et sur les impacts a priori d'un tel ajout au sein du milieu didactique traditionnel. Enfin, une description sommaire de quelques systèmes particulièrement intéressants permettra de cibler ou de préciser les objectifs pour le développement de GGBT qui en feront un outil pertinent en fonction des besoins identifiés plus tôt.

1.1 LA GÉOMÉTRIE ET SA DÉMONSTRATION : UN REGARD ÉPISTÉMOLOGIQUE, HISTORIQUE ET SCOLAIRE

1.1.1 L'origine de la démonstration en géométrie

D'où vient la démonstration en géométrie ? Cette question d'apparence théorique est essentielle à la présente problématique puisque la contextualisation de l'émergence de ce processus permet un parallèle entre les embuches rencontrées par les experts mathématiciens de l'époque et certaines difficultés observées chez les apprentis géomètres de nos classes de géométrie.

Aussi, une analyse didactique de la notion de démonstration est essentielle pour cibler correctement le moment où cette dernière fait son apparition dans l'histoire. En effet, comme la preuve mathématique a fait son apparition avant la démonstration, la distinction entre ces deux appellations est cruciale. D'ailleurs, au risque d'une certaine redondance inévitable, nous éviterons d'employer le terme preuve à titre de synonyme du terme démonstration.

Une *preuve* est désignée comme une explication reconnue et acceptée indépendamment de celui qui l'a produite (Balacheff *et al*., 2001). Toutefois, cette acceptation n'implique pas une reconnaissance universelle : en fait, une preuve peut être admise par une communauté donnée à un moment donné et être rejetée par une autre selon le système de validation dont se sont dotés ses membres. Pour sa part, la *démonstration* constitue un texte qui arbore une forme particulière et qui est constitué d'une suite d'énoncés formulés et organisés selon des règles de déduction logique qui assurent sa validité intrinsèque. La *démonstration* constitue le type de preuve qui prédomine en mathématiques (Balacheff *et al*., 2001).

L'originalité essentielle des Grecs réside dans un effort conscient d'organisation des démonstrations mathématiques qui implique que le passage d'un chaînon au suivant soit sans équivoque et contraigne l'assentiment universel (Dold et Eckmann, 1971). Ainsi, bien que les preuves mathématiques aient fait leur apparition à divers moments dans l'histoire, chez les Égyptiens et les Hindous notamment, l'invention de la démonstration comme processus mathématique à proprement parler est bel et bien l'œuvre des Grecs. En d'autres mots, comme le dit Arsac : « on pourra même dire alors que le 5^{e} siècle avant Jésus-Christ marque chez les Grecs, en géométrie, le passage de la preuve à la démonstration » (Arsac, 1987, p. 270). Mais dans quel contexte cette transition s'est-elle opérée ? Comment la démonstration a-t-elle remplacé progressivement la preuve, mais surtout pourquoi ? Même si l'histoire n'apporte pas de réponses définitives à ces questions, une analyse didactique des faits historiques peut suggérer certaines explications.

Arsac (1987), dans son *Essai d'épistémologie didactique* portant sur l'origine de la démonstration, expose plusieurs thèses tantôt externalistes, tantôt internalistes. Parmi celles-là, l'historien des mathématiques Árpád Szabó attribue l'apparition de la démonstration à l'influence des règles du jeu politique au sein de la cité grecque. Selon cette thèse, ce ne serait donc pas un besoin intramathématique qui aurait fait éclore les premières tentatives de démonstration, mais des pratiques externes aux mathématiques. Toutefois, Arsac précise que cette théorie est contraire au *principe d'économie de logique* mis en avant par Bourdieu (1980), qui stipule que l'Homme en situation de résolution de problème ne mobilise pas plus de logique que ce dit problème en exige. Dans le cas de l'émergence de la démonstration, une référence à ce principe sous-entend l'existence d'un problème à résoudre, d'une situation mathématique qui aurait créé un appétit, une curiosité, une contradiction, autrement dit des déséquilibres que la démonstration pouvait pallier et pour lesquels la preuve ne représentait plus une solution convaincante. Ce point de vue internaliste rappelle un principe admis en didactique des mathématiques selon lequel tout apprentissage résulte de la résolution d'un problème.

Clairaut (1741) soutient que « ce géomètre [Euclide] avait à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes : il fallait donc qu'alors la Géométrie eût, comme la Logique, le secours des raisonnements en forme, pour fermer la boucle à la chicane » (Clairaut, 1741, p. x). Ici, Clairaut, en plus de mentionner un contexte social particulier ayant favorisé l'émergence de la démonstration, fait référence à un autre aspect clé dans la naissance de la démonstration, à savoir le passage d'une géométrie axée sur la perception qu'il décrit comme évidente, à une géométrie reposant sur des définitions, des règles de forme, des axiomes, pour laquelle la seule méthode de validation possible est la démonstration.

Mais quel était ce conflit cognitif, cette contradiction entre le sensible évident et la géométrie théorique, contradiction à laquelle les Grecs ne pouvaient répondre à l'aide de leurs connaissances acquises ?

Historiquement, l'apparition de la démonstration coïncide avec l'émergence du problème de l'irrationalité qui découlerait de la découverte de l'incommensurabilité de la diagonale du carré avec son côté. Pourtant, comme le dit Arsac : « il est absolument impossible de constater l'incommensurabilité sur une figure, au contraire, l'expérience immédiate conclut à la commensurabilité : on peut toujours mesurer avec un même instrument le côté et la diagonale du carré » (Arsac, 1987, p. 280). Alors comment les Grecs ont-ils pu constater cette opposition entre l'apparente commensurabilité et la réalité mathématique contraire ? Selon Arsac, les travaux des historiens Kurt Von Fritz et Maurice Caveing suggèrent que le phénomène de l'incommensurabilité se serait présenté aux mathématiciens grecs au moyen de la méthode de l'anthyphérèse. En fait, l'anthyphérèse consiste en une suite de soustractions entre deux grandeurs qui détermine « le développement en fraction continue du rapport des deux grandeurs considérées » (Arsac, 1987, p. 287). Les géomètres grecs auraient donc rencontré le problème de l'incommensurabilité en étant confrontés à une anthyphérèse infinie. C'est ainsi que l'irrationalité, par l'entremise de l'incommensurabilité, se serait manifestée. Seulement, contrairement au cadre arithmétique, où l'incommensurabilité peut être expliquée et montrée grâce à une preuve par l'absurde, dans le cadre de la géométrie, l'incommensurabilité ne peut pas être montrée, elle ne peut qu'être démontrée, d'où la nécessité pour les Grecs de créer le processus de démonstration, processus qui implique tout un système de définitions d'objets idéalisés, d'énoncés et de règles qui permettront de théoriser le monde géométrique et d'élever cette discipline au-dessus de l'expérience strictement perceptive.

Ce sont donc des influences réciproques entre apports internalistes et externalistes, entre contradictions mathématiques et politiques sociétales, qui menèrent à la genèse de la géométrie comme science logico-déductive.

1.1.2 La transposition didactique

Comme nous l'avons souligné plus haut, dans un cadre didactique, pour comprendre les tenants et aboutissants de l'enseignement et de l'apprentissage d'une discipline ou d'un contenu particulier, il est essentiel d'en questionner l'origine. Comme le dit Arsac : « le problème de la genèse, de l'apparition d'une notion, peut éclairer celui de son enseignement, si l'on songe à utiliser les conditions historiques de cette genèse comme guide pour créer dans la classe les conditions d'une genèse artificielle de cette même notion chez les élèves » (Arsac, 1987, p. 269). De son côté, sans être très précis sur le pourquoi didactique de cette recommandation, le ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (MELS) du Québec dans son *programme de formation de l'école québécoise* suggère d'évoquer en classe le contexte historique entourant les avancées mathématiques transposées en notions et processus à enseigner : « pour soutenir l'élève dans l'organisation de ses savoirs et dans la structuration de ses démarches, pourquoi ne pas évoquer ceux qui ont jadis été confrontés aux mêmes problèmes ?» (MELS, 2013b, p. 98)

Le réinvestissement du parcours du savant dans un cadre scolaire n'est pas nouveau puisque Clairaut, dans son ouvrage *Elemens*, publié en 1741, soutenait cette idée et suggérait de surcroît que les apprenants résolvent les mêmes problèmes, qu'ils expérimentent les mêmes besoins qui ont amené les savants à découvrir le contenu visé :

> Quelques réflexions que j'ai faites sur l'origine de la géométrie, [...] J'ai pensé que cette science, comme toutes les autres, devoit s'être formée par degrés; que c'étoit vraisemblablement quelque besoin qui avoit fait faire les premiers pas, & que ces premiers pas ne pouvoient pas être hors de la portée des Commençans, puisque c'étoient des Commençans qui les avoient faits. (Clairaut, 1741, p. iij)

Toutefois, si nous acceptons comme prémisse que l'incommensurabilité de la diagonale du carré avec son coté constitue le problème à l'origine du conflit cognitif ayant mené à l'adoption de la démonstration comme processus mathématique commun, la résolution de ce problème n'est pas des plus simples ni des plus accessibles. Il est donc invraisemblable de chercher à reproduire le contexte historique de l'émergence de la démonstration en milieu scolaire avec des apprentis géomètres. Alors est-il possible de placer les élèves dans une situation-problème où la démonstration apparaît comme seule solution possible ou, du moins, comme solution efficace ?

De plus, certains remettent en question ce parallèle entre les processus d'apprentissage et les difficultés rencontrées historiquement lors de l'élaboration première de ces savoirs puisque « en réalité, le cadre épistémologique étant différent, le risque d'anachronisme est toujours présent dans ce genre d'interprétation » (Johsua et Dupin, 1993, p. 135). En conséquence, l'apprentissage de la démonstration peut-il et doit-il être motivé par des besoins strictement intra-mathématiques, c'est-à-dire par des situations-problèmes, et celles-ci doivent-elle être inspirées des obstacles épistémologiques passés, ou peuvent-elles reposer sur un contexte didactique artificiel ?

Cette invitation à s'attarder à l'épistémologie d'une discipline dans le but de venir asseoir son enseignement ne va pas sans rappeler les travaux de Chevallard portant sur la transposition didactique, c'est-à-dire l'adaptation, et non la simplification, du savoir savant dans le but d'obtenir un savoir scolaire au caractère enseignable. Plus précisément, la transposition didactique telle que définie par Chevallard (1991) constitue le traitement didactique selon des contraintes particulières, le mécanisme par lequel un objet de savoir ou un processus devient objet d'enseignement. Cette transposition porte aussi l'appellation de *mise en texte du savoir*. Selon Johsua et Dupin (1993), cette mise en texte assure nécessairement la *dépersonnalisation* et la *désyncrétisation* des savoirs en cause. Le premier processus concerne le mécanisme par lequel le savoir devient du domaine public, où est dissimulée toute subjectivité du chercheur ou du producteur de ce savoir, l'indécision, les essais et les erreurs caractéristiques de l'émergence du savoir novateur, pour faire place à un texte au déroulement logique « qui a peu à voir avec l'espace de problème qui a été celui du chercheur » (Chevallard et Johsua, 1991, p. 195). Pour sa part, la désyncrétisation désigne le phénomène par lequel « le savoir est extrait de l'environnement épistémologique où il s'est initialement ancré » (Chevallard et Johsua, 1991 p. 195). À ceci, ces auteurs ajoutent que la mise en texte du savoir implique une désynthétisation du modèle, c'est-à-dire une reprise des savoirs mathématiques ou protomathématiques modélisés, donc synthétisés, afin de leur faire subir le processus inverse, une analyse, dans le but de morceler ces connaissances pour obtenir un déroulement séquentiel en adéquation avec le contexte scolaire en cause. Toutefois, on précise que ce processus ne peut et ne doit pas nécessairement calquer le cheminement historique ayant mené à sa genèse puisqu'il s'inscrit dans un cadre scolaire, obligeant la création d'un cadre épistémologique artificiel spécifique à l'intention didactique. Il faut aussi tenir compte du fait que le contexte historique entourant ces savoirs savants de référence n'est pas toujours disponible comme c'est le cas pour les *Éléments d'Euclide*, ouvrage fondateur en géométrie, qui résulte d'un délicat travail de synthèse et par conséquent, se trouvent désynthétisé d'emblée.

Ainsi, bien que certains prônent une reprise du contexte épistémologique d'émergence du savoir pour en favoriser l'apprentissage en contexte scolaire tandis que d'autres soutiennent que des dispositions tout autres doivent être pensées en fonction de la situation didactique particulière, il n'en demeure pas moins que la pertinence de la prise en compte du contexte historique fait concensus, à condition d'admettre une adaptation orchestrée autour de l'élève et de ses dispositions propres.

Aujourd'hui, en ce qui concerne la démonstration en géométrie, comment s'opère cette transposition en contexte scolaire ? La mise en texte du savoir savant entourant le processus de démonstration engendre inévitablement un ordonnancement des notions et des processus qui seront à l'étude, mais cet ordre plus ou moins rigide est-il adapté à tous les cas d'élèves? Si cette mise en texte est jugée gênante, est-elle absolument nécessaire en contexte de classe où s'intègre un environnement informatique d'apprentissage humain ? Pour répondre à ces questions, il faut adopter un point de vue contemporain afin d'analyser différentes théories didactiques portant sur l'apprentissage de la démonstration.

1.1.3 Le raisonnement logico-déductif et la démonstration géométrique en contexte scolaire contemporain : enjeux et obstacles

Sans peur de généralisation excessive, il est aisé d'affirmer que tout enseignant de mathématiques ayant tenté l'enseignement de la démonstration dans ses classes s'est buté à des difficultés, certaines persistantes, chez ses élèves. En effet, comme le dit Gras,

> Tous les enseignants [...] s'accordent à reconnaître les difficultés rencontrées par les élèves placés en situation de résolution de problèmes de géométrie conduisant à une démonstration. Difficultés qui s'expriment en termes d'incompétence à comprendre

> le sens même de la preuve logique, à trouver des arguments, à les formuler, à les articuler *rationnellement.* (Gras, 1988, p. 1)

Il ne fait aucun doute que cette réalité est observable au Québec, où les élèves peinent à atteindre le niveau « méta » qui suppose une compréhension de la théorisation et de la structure propre à la démonstration (Tanguay et Geeraerts, 2012b, p. 2), tandis qu'ils maitrisent une argumentation plus naturelle. À quoi est dû ce passage difficile pour les élèves et leurs enseignants ?

Balacheff (1987) soutient que bien que l'apprentissage de la géométrie s'amorce dès un bien jeune âge, la transition entre une géométrie intuitive caractéristique du niveau primaire et une géométrie qui repose sur un système axiomatique de propriétés et de définition d'objets géométriques idéalisés marque un changement de statut de la mathématique aux yeux des élèves. Ce passage décisif, selon les attentes du programme de formation Québécois, devrait s'amorcer dès le premier cycle du secondaire[2]. Balacheff résume les implications de ce passage en y référant comme au moment où l'élève devient théoricien alors qu'il était praticien. Autrement dit, ce changement marque le moment où l'élève, souvent en réponse aux attentes de son enseignant, ne se satisfait plus de preuves fondées strictement sur les évidences véhiculées par une figure ou sur la manipulation ou la recherche de mesures sur celle-ci et exige des démonstrations pour lesquelles la figure n'agit qu'à titre de support, exigeant de l'élève qu'il se détache de la prégnance du dessin.

Ce passage d'une géométrie intuitive à une géométrie dite formelle, si on se réfère aux stades de développement de Piaget, s'exercerait naturellement au moment où l'élève, à partir de l'âge de 11 ans, atteint le stade de développement formel, défini comme suit :

> Le stade formel marque l'achèvement de la construction des structures logiques de la pensée chez l'enfant et l'adolescent. Il est caractérisé par une forme de pensée liée à la construction des opérations formelles et à l'utilisation de la pensée déductive. Ces opérations et cette forme de pensée permettent au sujet de considérer des ensembles de possibles, et de se détacher ainsi de la considération directe, aux moyens des opérations et des notions logico-mathématiques concrètes, des objets sensibles, perçus ou représentés. (Fondation Jean Piaget, 2014)

[2] « Afin de l'initier au raisonnement déductif, on lui montre comment déduire des propriétés à l'aide d'un raisonnement rigoureux et à partir de définitions ou de propriétés déjà établies » (MELS, 2013c, p. 260).

La théorie de Pierre et Dina van Hiele (Burger et Shaughnessy, 1986) suggère que les élèves cheminent progressivement à travers cinq niveaux séquentiels de pensée géométrique : visualisation, analyse, abstraction, déduction et rigueur. Le niveau où se situe un élève est variable et est largement influencé par le problème à résoudre et le milieu mis à la disposition de l'élève. Le niveau de la visualisation repose entièrement sur l'apparence physique d'objets géométriques et donc, comme son nom l'indique, sur la perception visuelle. Les niveaux suivants sont, quant à eux, dépendants d'un système de propriétés instituées et, au fur et à mesure de son cheminement au sein de ces paliers, l'élève passe de l'identification des attributs d'une figure à la capacité de distinguer les propriétés suffisantes pour ensuite être en mesure d'organiser un raisonnement logico-déductif autour de ces dernières. Le dernier niveau concerne l'aptitude à comprendre et à analyser des systèmes axiomatiques ancrés dans des géométries variées. Au Québec, il est attendu que l'élève du deuxième cycle du secondaire (15 ans) soit en mesure d'accéder au niveau trois[3]. Mais, si nous nous fions à la littérature didactique sur l'apprentissage de la démonstration, de nombreuses embuches sont rencontrées par les élèves de niveau secondaire et leurs enseignants au moment d'aborder la démonstration en géométrie.

En effet, comme l'affirment Nicolas Balacheff et Vanda Luengo, la complexité du problème posé par l'introduction de la démonstration au sein du cursus scolaire est assez bien démontrée et est attribuable à quatre composantes principales : « la dévolution aux élèves du problème de la preuve, les rapports entre preuve et démonstration, les aspects cognitifs et langagiers de la démonstration » (Luengo er Balacheff, 1995, p. 2).

La dévolution du problème de preuve vise à ce que l'élève voie la nécessité de produire une démonstration et s'approprie le problème à résoudre. Plus tôt, nous avons posé la question de savoir s'il est possible, grâce à une situation-problème, de susciter cette envie de démontrer « naturellement » ou si cette motivation est nécessairement extrinsèque et due à un contrat didactique. En d'autres termes, est-il possible d'éviter que les élèves « ne voient dans la démarche de raisonnement formel, en particulier dans la démonstration, qu'une pratique

[3] « Ainsi, il déduit certaines propriétés à l'aide d'un raisonnement organisé à partir de définitions, de relations ou de propriétés déjà établies tout en introduisant la rigueur souhaitée » (MELS, 2013b, p. 109).

imposée plus ou moins gratuitement par les professeurs [qui eux connaissent la solution], mais sans utilité réelle » (Pluvinage, 1989, p. 6) ? Peut-on convaincre l'élève du premier cycle du secondaire, qui est encore appelé à manipuler des instruments de géométrie, que les démarches déductives, quoiqu'abstraites, assurent un degré de certitude excédant celui procuré par le mesurage à lui seul ? Clairaut (1741) révèle que certains de ses contemporains (18e siècle) suggéraient d'accompagner l'énoncé de chaque propriété, définition ou théorème de l'usage qu'on peut en faire dans la pratique. Mais, selon lui, cette méthode ne fait que prouver l'utilité générale de la géométrie sans pour autant en faciliter l'apprentissage. Dans le même ordre d'idée, Skemp (1971) soutient qu'un enseignement de la démonstration qui consiste à présenter des exemples valides et une structure rigide extraite de l'évolution de la démonstration au fil du temps, ne fait qu'exposer aux élèves le fruit de la pensée mathématique sans pour autant leur enseigner la pensée mathématique. Chez certains élèves, cette démarche est suffisante pour qu'ils comprennent les subtilités de la démonstration, mais chez la grande majorité, elle s'avère inadaptée (Poincaré, 1913). Pour sa part, Polya (1945) suggère que la dévolution de la démonstration doit reposer sur la base de la conviction raisonnable et que le raisonnement logico-déductif qu'implique la démonstration doit paraître nécessaire aux yeux de l'élève. Comment l'élève peut-il atteindre ce degré de conviction ? Sur quoi l'élève peut-il se fier, parmi les données d'une situation-problème, pour fonder cette conviction raisonnable ? Clairaut (1741) soutient que l'élève peut, à partir de mesures perceptibles sur une figure, se convaincre qu'une conjecture est vraisemblable. Pourtant, l'appui sur une figure accompagnant un problème de démonstration est souvent proscrit en classe de géométrie. On met l'élève en garde dans les énoncés de problèmes de manuels ou d'épreuves en le sommant de ne pas se *fier* à la figure (Tanguay, 2006). On semble avoir peur que l'élève, en se *fiant* à la figure, soit condamné à demeurer dans un paradigme de praticien, nuisant ainsi à son passage au statut de théoricien en géométrie, passage qui, rappelons- le, est crucial pour l'apprentissage de la démonstration. Mais, comme le souligne Tanguay (2002) :

> À mesure que sa maturité mathématique augmente, l'élève apprend à se méfier de sa perception, des pièges de l'empirisme et de « l'évidence », à discerner les concepts de leurs représentations sensibles. Il apprend à asseoir ses raisonnements sur des bases logiques plus strictes, faisant peu à peu sienne la plus grande rigueur exigée par la nécessité de convaincre « l'autre ». En une progression discontinue, par à-coups, au gré des erreurs révélées, l'élève apprivoise son intuition, la dompte en cherchant à valider les pseudo-certitudes qu'elle cherche à imposer, et apprend à en faire un

> instrument qui guide ses déductions plutôt que de leur faire obstacle. (Tanguay, 2002, p. 378)

Cette méfiance de la figure qu'on cherche à inculquer à l'élève vient nuire à cette articulation entre l'intuition basée sur le perceptible et la démarche rigoureuse que nécessite le raisonnement logico-déductif, compliquant par le fait même la dévolution du problème de démonstration.

En ce qui a trait aux rapports entre preuves et démonstrations, nous avons déjà survolé la différence entre ces deux concepts ou techniques, mais ici, il s'agit plutôt d'énoncer l'obstacle que représente le passage de la preuve plus spontanée, plus pratique, vers la démonstration théorique empreinte de rigueur logique. Cet obstacle est qualifié par Richard (2004b) d'obstacle épistémologique. Selon Johsua et Dupin, Bachelard définit l'obstacle épistémologique comme « l'effet limitatif d'un système de concepts sur le développement de la pensée » (Johsua et Dupin, 1993, p. 63). Clairaut (1741) affirme que la difficulté persistante à maîtriser les règles de rigueur de la démonstration n'affecte pas seulement les élèves habituellement en difficulté, mais aussi les élèves les plus forts : « ceux qui avoient de la disposition à la Géométrie, se plaisoient à exercer un peu leur esprit; & qu'au contraire, ils se rebutoient, lorsqu'on les accabloit de démonstrations, pour ainsi dire, inutiles [à leurs yeux] » (Clairaut, 1741, p. x). Pourtant, bien que l'apprentissage de la preuve, moins contraignante que la démonstration, puisse, par effet de comparaison, amener l'élève à questionner la nécessité de la démonstration et la pertinence des règles régissant la rédaction de celle-ci, il n'en demeure pas moins que la preuve constitue un bon tremplin pour l'acquisition de compétences de démonstration. Comme l'avance Arsac (1987), il semble raisonnable, voire incontournable, de faire précéder l'apprentissage de la démonstration de la pratique de la preuve à travers des situations où la nécessité de confirmer une assertion ou celle de convaincre un auditoire de la validité d'un énoncé apparaissent naturellement et non comme une contrainte artificielle exigée par le maître.

Par ailleurs, en ce qui concerne les aspects cognitifs en jeu dans l'apprentissage de la démonstration, comme nous l'avons dit plus haut, l'accès au raisonnement formel est rendu possible, entre autres, par l'atteinte du stade formel chez l'enfant. Ainsi, « le passage vers une géométrie théorique ne pourrait avoir lieu sans que l'élève accède finalement au stade formel et à la logique propositionnelle, de manière à ce que l'abstraction à partir des opérations abstraites sur les opérations concrètes soit en mesure de s'accomplir » (Richard, 2004b, p. 57). Par conséquent, cette limite intrinsèque évoque l'obstacle ontogénique. Qui plus est, non seulement ce stade formel est-il franchi à différents âges selon les individus, mais certains remettent en question le fait que tous accèdent à cette étape du développement cognitif. Il est donc légitime de se poser la question suivante : est-ce que la démonstration est accessible à tous et est-ce que tout élève pourra à terme apprendre « à utiliser ses perceptions et son intuition pour *guider* les raisonnements plutôt que de leur faire obstacle, [… et] travailler progressivement à distinguer ce qui doit relever des uns et des autres » (Geeraerts et Tanguay, 2012b, p. 25) ? Bien que nous ne cherchions pas à répondre à cette question dans le cadre des présentes recherches doctorales, celle-ci a joué un rôle crucial dans les choix didactiques derrière le design de GGBT, choix qui seront expliqués tout au long des prochaines sections.

Enfin, le dernier aspect qui peut rendre l'apprentissage de la démonstration ardu s'enracine dans la complexité langagière ou discursive de cette dernière. En effet, contrairement à l'argumentation à laquelle l'élève moyen s'adonne couramment en situation de discussion spontanée, la démonstration revêt un caractère rigoureux, formel et ne trouve pas son équivalent en contexte oral. Cette réalité implique l'apprentissage d'une structure particulière qui s'ajoute à l'apprentissage déjà substantiel des énoncés de géométrie euclidienne qui composeront ce discours distinctif. Comme le souligne Duval (1995), cette articulation singulière d'inférences (prémisse, règle d'inférence, proposition inférée) n'est pas intégrée naturellement par les élèves. De plus, les raisonnements argumentatifs spontanément employés pour convaincre et qui obéissent à des critères de pertinence sémantique ne mènent pas d'emblée au fonctionnement plus strict de la démonstration, qui cherche aussi à convaincre mais qui obéit surtout à des critères de validité syntaxique. La validité syntaxique imposée par la rédaction de démonstrations va au-delà de la syntaxe grammaticale des énoncés impliqués. En rédaction de démonstration, l'organisation déductive implique d'une part la composition d'inférences logiquement cohérentes et, d'autre part, l'ordonnancement de ces inférences en fonction du rôle relatif des unes par rapport aux autres. Ce processus d'enchainement délicat des propositions d'une démonstration implique une dissociation des propriétés se rapportant à un même objet géométrique pour procéder à l'organisation de ces énoncés et du raisonnement déductif, soit ce que Tanguay et Geeraerts (2012a) appellent la *sériation des propositions.* Enfin, ce dernier point nous pousse à nous interroger sur l'adéquation obligatoire entre raisonnement déductif et rédaction de démonstration. Serait-il possible de préparer l'élève à l'activité de rédaction en omettant temporairement la contrainte de la validité de l'enchainement des propositions déductives? À cette question, nous répondons par l'affirmative, et cette position sera défendue au fil des paragraphes suivants.

Prenant en considération toutes ces interrogations suscitées par la complexité que revêtent l'enseignement et l'apprentissage de la démonstration indépendamment de la situation géographique ou culturelle, nous allons maintenant nous pencher sur la situation de l'enseignement de la géométrie et, plus précisément, du raisonnement logico-déductif en contexte québécois.

1.1.3.1 L'enseignement de la géométrie au Québec

Bien entendu, les enjeux de l'enseignement et de l'apprentissage de la démonstration énoncés ci-dessus sont aussi d'actualité au Québec, mais des précisions quant au contexte québécois s'imposent.

En ce qui a trait à la place de la géométrie dans l'enseignement au 20^{e} siècle, bien que cette science mathématique soit souvent retenue comme voie privilégiée pour l'introduction au raisonnement déductif, elle demeure en position d'infériorité dans la planification scolaire, et on ne peut que constater chez les enseignants un manque de familiarité avec sa nature et son développement (Richard, 2004a). De plus, l'abondance de recherche et de littérature sur l'enseignement et l'apprentissage de la démonstration démontre un intérêt soutenu pour le sujet, pourtant un malaise par rapport à la démonstration en géométrie demeure (Hanna, 2000). Pour essayer de comprendre d'où peut venir ce malaise généralisé, nous allons regarder la place qu'occupe aujourd'hui la géométrie, principalement les compétences de démonstration, dans le programme de formation de l'école québécoise.

La démonstration en géométrie dans les programmes de formation de l'école québécoise

Dans son énoncé des compétences mathématiques du niveau secondaire, le *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ) (MELS, 2013b) actuellement en vigueur fait allusion à la géométrie logico-déductive en mettant l'accent sur les notions de démonstration et de preuve, tel que l'ont observé Caron et René de Cotret :

> Avec l'approche par compétences, le raisonnement déductif se voit attribuer à nouveau un statut officiel dans les programmes de mathématiques au secondaire, en étant clairement associé à la fois à une composante de la compétence Déployer un raisonnement mathématique (i.e. réaliser des preuves ou des démonstrations) et à deux de ses critères d'évaluation (i.e. structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation et justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation). (Caron et René de Cotret, 2007, p. 3)

De plus, dans le document *Cadre d'évaluation des apprentissages* (MELS, 2013a), on précise des pistes d'évaluation pour les critères d'évaluation, *structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation et justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation*. On suggère d'observer si l'élève laisse des traces claires et complètes de son raisonnement, s'il respecte les règles et les conventions propres au langage mathématique et s'il utilise, au besoin, des arguments mathématiques rigoureux à l'appui des étapes, des conclusions ou des résultats de sa démarche.

Dans ces différents passages, il est toujours question de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique* qui, par son libellé, laisse sous-entendre qu'elle est axée sur le raisonnement. Pourtant, le choix des mots *structuration* et *étapes* pour les critères d'évaluation suggère que le raisonnement déductif s'observe principalement par l'évaluation de « démarches » de preuves et de démonstrations achevées, mises en forme et ordonnées et non sur l'ensemble du raisonnement déductif en tant que processus.

On peut aussi se demander quels sont les moyens à la disposition de l'élève pour qu'il *laisse des traces claires et complète de son raisonnement* et qu'il partage les étapes désordonnées et imprévisibles à l'origine de sa démonstration ? Lui suggère-t-on de « laisser des traces de sa démarche » de démonstration autrement que par la rédaction d'une démonstration ou par l'enchainement aménagé et décontextualisé de déductions logiques ? Comment un enseignant qui n'observe pas chaque pas de raisonnement de l'élève peut-il se faire un portrait fidèle du raisonnement de l'élève ? Plus important encore, l'élève peut-il porter un regard métamathématique sur ses processus cognitifs en contexte de démonstration si on ne lui soumet pas d'outils pour les reconnaître ? Poser ces questions, c'est aussi y répondre car, bien qu'on veuille valoriser l'ensemble du processus logico-déductif, il semble que, par défaut, on doive se rabattre sur la partie accessible de ce dernier, la démonstration rédigée comme telle. Ainsi, bien qu'une intention claire quant à la place du *raisonnement* déductif en géométrie soit formulée, on peut se questionner sur les moyens qui sont donnés à l'élève pour le valider ainsi que pour le communiquer à l'enseignant qui, à son tour, détient peu de moyens pour l'évaluer.

Pour ajouter à la confusion, dans le document *Cadre d'évaluation des apprentissages* (MELS, 2013a), on précise que la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique* ne fait maintenant plus partie des compétences évaluées formellement au secondaire en mathématiques. On suggère à l'enseignant de travailler cette compétence avec les élèves et de leur offrir une rétroaction sur leur niveau de compétence, sans pour autant inclure ces résultats dans la note globale en mathématiques. Pour l'évaluation des composantes de cette compétence, on suggérait d'observer : « la formulation d'arguments mathématiques appropriée, l'utilisation appropriée du langage mathématique et du langage courant et le respect des règles et des conventions propres au langage mathématique » (MELS, 2013a). Il semble qu'on ait choisi de cesser l'évaluation explicite de cette compétence car on y voyait une redondance avec les composantes de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*. Bien que la communication soit partie constituante du raisonnement géométrique, la formulation de ces composantes et des critères d'évaluation associés[4] suggère effectivement une répétition inutile. Pourtant, lors de l'élaboration de démonstration en géométrie, la distinction entre la phase heuristique du raisonnement et la phase de rédaction de la démonstration (communication) est cruciale[5].

4 Réaliser des preuves ou des démonstrations, structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation et justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation (MELS, 2013b).

5 Voir section 1.1.5.

Il semble donc qu'au Québec, on éprouve un malaise, voire une difficulté avec l'articulation du raisonnement, de l'aspect sémiotique ou heuristique des compétences en démonstration avec l'aspect discursif associé à la communication et à la rédaction de démonstration en géométrie. Dans leur article *Un regard sur l'évaluation en mathématique : genèse d'une perspective,* France Caron et Sophie René de Cotret (2007) mettent en évidence la valse-hésitation entre valorisation et mise de côté dont font preuve les différents programmes de formation québécois à travers les différentes réformes en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie et la place des compétences en démonstration. Tanguay (2002) soulève cette même instabilité dans le traitement du raisonnement logico-déductif en géométrie dans les programmes de formation québécois des dernières décennies :

> Les concepteurs du programme actuel du ministère de l'Éducation du Québec (MEQ, 1993-1996) semblent mettre de l'avant un retour à l'*apprentissage de la preuve.* Nous parlons de « retour » parce que d'une part, le programme de 1980 négligeait cet aspect de la formation mathématique et d'autre part, les curriculums mathématiques québécois d'avant 1980 faisaient, eux, bonne part à la preuve : preuves algébriques et formalisme strict durant les années 1970, dans la mouvance du courant dit « des mathématiques modernes » ; preuves géométriques et axiomatisation non systématique, à travers l'étude de la géométrie euclidienne du « cours classique » d'avant 1964. (Tanguay, 2002, p. 372)

Caron et René de Cotret ajoutent que malgré le dernier programme de formation qui mise sur le raisonnement déductif et la réalisation de preuves et de démonstrations, il est raisonnable de croire qu'en « raison d'une tradition relativement récente mais déjà bien établie, le raisonnement [géométrique] soit souvent réduit, comme ce fut le cas dans les années 1980, aux simples actions de construire (exemple : une translation), calculer (exemple : le volume d'un solide) et appliquer (exemple : la loi des cosinus) » (Caron et René de Cotret, 2007, p. 7). L'instabilité associée à la valorisation du raisonnement déductif a donc pour effet qu'on se rabatte sur le calcul en géométrie pour éviter l'ambigüité autour de la démonstration. Aussi, ce passage tiré du programme lui-même vient appuyer ces dires : « en géométrie, il [l'élève] procède par des déductions simples à partir de définitions et de propriétés, par exemple pour déterminer la valeur de mesures manquantes » (MELS, 2013b, p. 245). Cette réalité est réaffirmée par l'étude du traitement réservé au théorème de Pythagore dans le programme de formation actuel. Comme le soulignent Richard *et al*. (2012), le PFEQ utilise l'appellation *théorème* quand il met explicitement l'accent sur des applications calculatoires de la *relation* de Pythagore qu'il décrit comme « un processus d'analyse de situations mettant à profit des propriétés de figures pour la recherche de mesures manquantes sur les côtés d'un triangle rectangle » (Richard, Freiman, et Jarvis, 2012, p. 1836). Ainsi, non seulement ces propos laissent croire à une mauvaise compréhension de la nuance entre les termes *relation* et *théorème*, mais elle met en relief l'aspect calculatoire qui accompagne l'enseignement de la géométrie logico-déductive au Québec.

Ces dernières citations, jumelées aux intentions décrites dans le programme de formation, laissent sous-entendre que le statut de la géométrie au Québec oscille entre les statuts d'outil pour la résolution de problèmes, rappelant la notion d'élève praticien, et de science avec ses règles et mécanismes distincts et rigoureux, évoquant plutôt le statut de l'élève théoricien.

Au-delà des volontés exprimées dans les programmes, aussi nobles soient-elles, quels sont les moyens concrets fournis à l'enseignant soucieux de favoriser le développement de compétences déductives et que sait-on sur les moyens choisis pour aborder l'enseignement de la démonstration en classe québécoise ? Les pratiques enseignantes prenant souvent appui sur les manuels scolaires, qu'en est-il donc du traitement réservé à la démonstration dans les manuels associés au programme de formation actuellement en vigueur ?

La démonstration en géométrie dans les manuels scolaires utilisés en classe de mathématiques

Le traitement de la géométrie déductive dans les manuels scolaires devrait évoluer au gré des différents programmes de formation, et les manuels récents (1994 à aujourd'hui) suivent bel et bien les courants observables dans les programmes de formation qui leur sont associés.

D'abord, une étude menée par Tanguay (2002), où il se penche sur les problèmes de démonstration tirés des manuels de la collection *Carrousel* (Breton, 1994) et *Réflexions* (Breton, 1997), vient réaffirmer l'angle essentiellement procédural avec lequel est abordé la géométrie logico-déductive dans ces manuels conformes au programme de formation par objectifs qui précède la réforme en éducation des années 2000 :

> Les auteurs semblent privilégier ces problèmes ou exercices dans lesquels l'élève ne mobilise qu'une pensée directe, pensée « d'un seul tenant », qui s'exerce sans retour sur elle-même; ces problèmes ou exercices où le mode d'apprentissage privilégié est

> la répétition, ce que les enseignants et les enseignantes appellent dans leur jargon « la *drill* ». (Tanguay, 2002, p. 389)
>
> Peu de problèmes sont abordés de façon à solliciter une véritable interpellation, à déstabiliser l'élève, à susciter des appréhensions ou compréhensions divergentes, à provoquer un débat; bref, à engager l'élève dans une dialectique de la validation. Le rapport de l'élève aux mathématiques en est un d'application […] plutôt que de réflexion. (Tanguay, 2002, p. 390)

Coutat et Richard (2011) tirent les mêmes conclusions :

> Les énoncés de géométrie euclidienne n'y apparaissent pas[6]. Bien que l'élève est censé pouvoir reconnaitre ou décrire une figure à partir de ses attributs, les activités proposées sont essentiellement calculatoires, depuis les manipulations arithmétiques sur les grandeurs jusqu'à l'établissement de mesures inconnues. Il n'y a donc rien sur les constructions à la règle et au compas et il n'y a rien non plus sur la mécanique des propriétés géométriques, encore moins sur la notion de preuve. (Coutat et Richard, 2010, p. 4)[7]

Il semble donc y avoir consensus sur le fait que les manuels pré-réforme axent le développement des connaissances en géométrie sur des applications calculatoires et très peu, voire pas, sur la démonstration et sur le système axiomatique de propriétés et de définitions sur lequel repose la géométrie euclidienne.

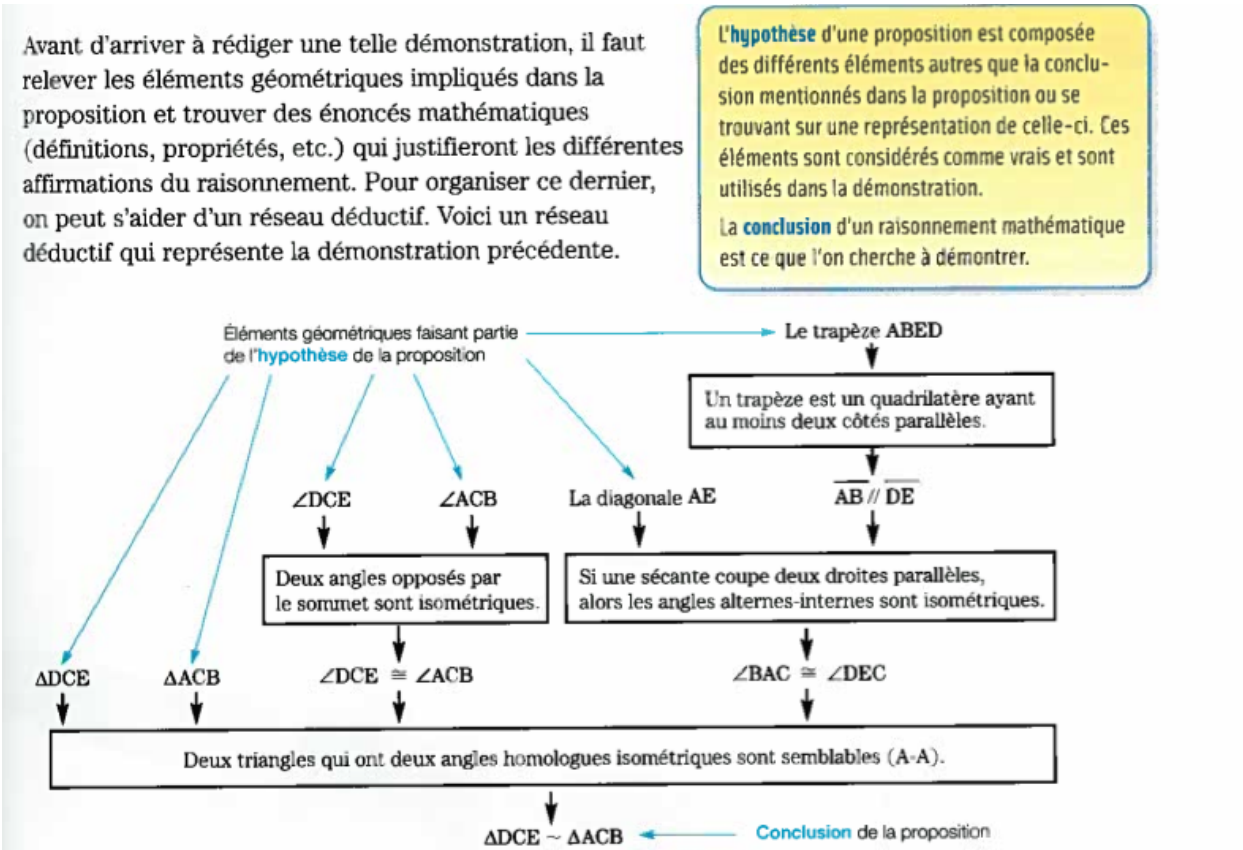
Toutefois, une collection de manuels actuellement en usage dans les écoles aborde la démonstration autrement. Le manuel *Point de vue mathématique* (Guay *et al*., 2007), auquel Tanguay a participé comme consultant, aborde la démonstration directement, non pas dans le but de justifier des calculs, mais en tant que processus mathématique à part entière. On y aborde explicitement des définitions et des propriétés d'objets mathématiques, la notion de proposition à démontrer et on y définit les concepts de démonstration, d'hypothèse et de conclusion. Ce manuel se démarque et retient notre attention puisqu'au lieu de s'en tenir à quelques exemple de démonstrations en deux colonnes (affirmation-justification), on propose à l'élève d'organiser son argumentaire grâce à un réseau déductif. Cet outil d'appui à l'élève

---

[6] Dans le PFEQ (MELS, 2013b et c) niveau secondaire, on fait mention des énoncés de géométrie euclidienne : ceux-ci sont regroupés en une liste qui se trouve à la toute fin du programme. Au premier cycle, on suggère d'utiliser ces énoncés pour initier l'élève au raisonnement déductif. Au deuxième cycle, les énoncés sont regroupés dans une annexe vaguement intitulée Pistes d'exploration, et on spécifie qu'ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration.

[7] Pour un survol historique des différents manuels scolaires québécois, se référer à Richard (2002).

dans son raisonnement en démonstration lui offre la possibilité de résoudre le problème de démonstration en deux temps, d'abord en travaillant les aspect heuristiques de son raisonnement pour ensuite organiser les étapes de ce dernier pour obtenir une démonstration en forme (Figure 1).



(Tiré de Guay *et al.*, 2007, p. 223)

Figure 1 : Le réseau déductif

Le réseau déductif comme moyen d'amener l'élève du secondaire à décortiquer une démonstration en un ensemble de micro-déductions (inférences) qui peuvent être traitées d'abord indépendamment les unes des autres pour ensuite être organisées en un tout cohérent rappelle l'idée *d'arbre déductif* suggérée par Tanguay (2005) ou la notion de *déductogramme* proposée par Tanguay et Geeraerts (2012a). Cet outil visant l'exercice du raisonnement déductif en géométrie vient répondre à un besoin énoncé plus tôt, c'est-à-dire qu'il vient fournir à l'élève une manière de raisonner tout en produisant des traces écrites des différentes étapes de son raisonnement, permettant à l'enseignant d'apprécier le processus de résolution mis en avant par l'élève sans l'obliger à produire une démonstration comme telle. Hanna (2000) soutient que ce type de représentation visuelle, qui est souvent négligé au profit d'une mise en texte du raisonnement déductif, est un moyen éprouvé pour l'élève de produire un raisonnement logique, valide et rigoureux.

Le réseau déductif amène aussi l'élève à décortiquer son raisonnement déductif pour ensuite mieux l'organiser. Cette organisation en graphe déductif viendrait, aussi selon Tanguay (2006), faciliter l'apprentissage de la démonstration chez les élèves grâce au fait que la structure ternaire de l'inférence (antécédents → justification → conséquent) rend explicite les liens logiques entre les énoncés de géométrie qui composent une déduction, à savoir l'enchainement logique des inférences entre elles. En effet selon Tanguay :

> La structure ternaire de l'inférence n'est pratiquement jamais explicitée dans les démonstrations données par les manuels ou les enseignants, pas plus à l'écrit qu'à l'oral : l'inférence est réduite au canevas binaire de l'implication sous-jacente, la règle d'inférence restant implicite; on ne vérifie pas explicitement que les prémisses réunissent toutes les conditions de la règle; quand deux inférences s'enchaînent, les propositions ne sont pas répétées; le statut théorique de certaines règles d'inférence n'a pas été clairement préétabli, etc. (Tanguay, 2006, p. 11)

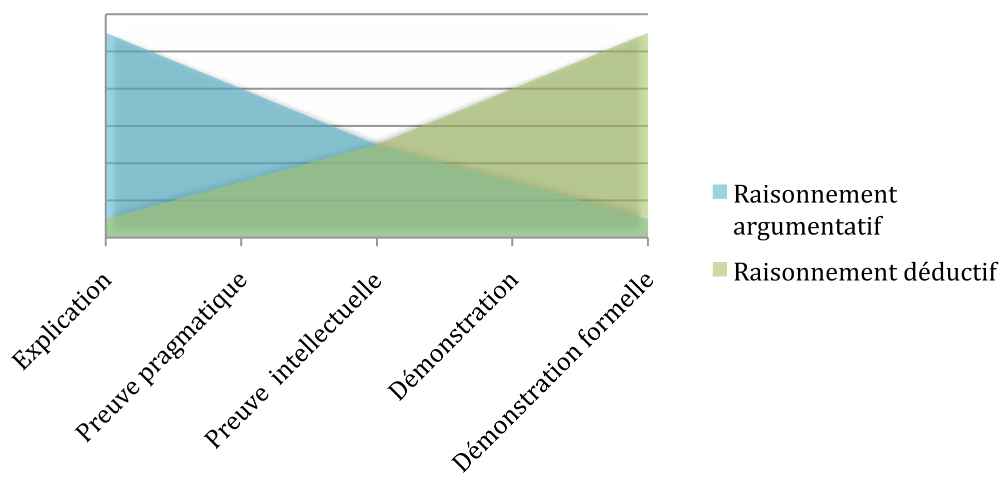
Selon Duval (2006), la construction de graphes, tels que le réseau déductif, où le statut logique de chaque énoncé est explicite, constitue une activité de transition pour amener l'élève à faire la disctinction entre un discours argumentatif et une démonstration.

> *A valid deductive reasoning runs like a verbal computation of propositions while the use of arguments in order to convince other people runs like the progressive description of a set of beliefs, facts and contradictions. Students can only understand what is a proof when they begin to differentiate these two kinds of reasoning in natural language. In order to make them get to this level, the use of transitional representation activity, such as construction of propositional graphs, is needed.* (Duval, 2006, p. 120)

Plus tôt, dans la section intitulée *Le raisonnement déductif et la démonstration en contexte scolaire contemporain : enjeux et obstacles,* nous avons souligné l'importance de différencier discours argumentatif et discours de démonstration pour amener l'élève à saisir les règles qui régissent les discours logico-déductif. Afin de bien saisir la pertinence de l'usage du réseau déductif pour parvenir à cette fin, des précisions concernant ces deux types de discours sont nécessaires. La prochaine section est donc dédiée à détailler les particularités propres à l'argumentation et à la démonstration.

1.1.4 Du raisonnement argumentatif vers le raisonnement déductif

Balacheff (1987) suggère une catégorisation épistémologique des types de preuves mathématiques en fonction du caractère de validité associé à chacune d'elles. Ce continuum des genres de procédures de preuves s'échelonne de l'explication, au caractère spontané et moins contraignant, à la démonstration formelle en passant par les preuves pragmatiques et intellectuelles et la démonstration. La figure 2 illustre la place relative qu'occupe les raisonnements argumentatif et déductif (définis plus bas) dans l'exercice de chacune des catégories de procédures de preuve.



(Adaptation de Richard, 2004b, p. 90)

Figure 2 : Place relative des raisonnements argumentatif et déductif en fonction des catégories de procédure de preuve de Balacheff (1987)

Pour ce qui est du raisonnement argumentatif, celui-ci n'est pas réservé à la pratique des mathématiques, puisqu'on a recours à ce type de discours dans la vie de tous les jours lorsque nous cherchons à convaincre ou à contredire quelqu'un ou un auditoire. Comme le souligne Duval (1995), le raisonnement argumentatif n'impose pas sa conclusion par la validité de ses opérations d'un point de vue formel, mais par la pertinence du contenu de ses énoncés. Duval ajoute qu'une organisation des pas de raisonnement qui repose sur les relations sémantiques entre les contenus constitue « un mode d'organisation plus « naturel » parce que plus proche de la pratique spontanée du discours » (Duval, 1995, p. 229). La valeur accordée à ce type de raisonnement repose donc subjectivement sur le degré de conviction de la personne à qui est destiné l'argumentaire quant à la vérité ou au bien-fondé de celui-ci. En d'autres termes, l'émetteur de l'argumentation ne peut prédire à quel point son interlocuteur sera convaincu et quelle sera à ses yeux la *valeur épistémique*[8] de l'enfilade d'arguments qui lui est servie. Cette incertitude est exacerbée par le fait que cette valeur de vérité d'un argumentaire est grandement influencée par le contexte de son énonciation. Popper (1977) rappelle que la certitude accordée à une proposition dépend directement du risque encouru si cette *vérité* se révèle fausse. Par exemple, un élève à qui on dit qu'on a fait la moyenne de ses résultats et qui obtient 95 % à son bulletin final sera sans doute moins tenté de demander à voir des traces du calcul qu'un élève qui, par le même exercice, obtient 59 % et, par conséquent, échoue son année.

En ce qui concerne le raisonnement logico-déductif, contrairement au discours argumentatif « qui répond surtout à des critères dialogiques, le discours déductif [...] se soumet fondamentalement à des principes logiques » (Richard, 2004b, p. 65). Ce type de discours est en général réservé aux mathématiques et parfois aux sciences et, comme le dit Duval (1995), les inférences, unités fondamentales de tout raisonnement déductif, se distinguent par le statut opératoire des propositions les composant. En effet, comme le confirme Richard : « il n'y a qu'une norme à suivre : il faut que les antécédents coïncident avec les conditions d'entrée de la règle de déduction pour qu'alors, conforme à la condition de sortie, la déduction produise un conséquent » (Richard, 2004b, p. 66). Ainsi, la validité d'un raisonnement déductif dépend pleinement de sa structure et s'établit donc de manière tout à fait objective.

La différence entre vérité et validité est fondamentale pour saisir la nuance entre l'argumentation et la démonstration. Cette étape représente une difficulté certaine pour les élèves du secondaire qui peinent à voir l'utilité de démontrer la validité logique d'une proposition qui est clairement vraie. Tanguay (2005) traite de cette difficulté, qu'il considère

---

8 Duval (1995) décrit la notion de valeur épistémique comme la valeur qu'une proposition a dans un contexte social donné.

être un réel obstacle, au sens de Brousseau (1998) et la nomme *la prégnance de la valeur de vérité*. Ainsi, un élève qui comprend le raisonnement logico-déductif doit saisir : « qu'en démonstration, ce ne sont plus les énoncés qu'on valide mais le raisonnement lui-même; ou autrement dit, qu'il ne s'agit plus pour lui de produire des énoncés vrais, mais des pas de raisonnement valables » (Tanguay, 2006, p. 4).

En contexte de classe, à cause d'un effet de contrat didactique (Brousseau, 1998), le caractère objectif de la validité d'une démonstration en géométrie peut être remis en doute. Comme le dit Dreyfus (1999) :

> *In many textbooks used at the level under consideration, more or less formal arguments are used, together with visual or intuitive justifications, generic examples, and naive induction. Even the formal arguments are often only formal in appearance. But more importantly, students are rarely if ever given any indications whether mathematics distinguishes between these forms of argumentation or whether they are all equally acceptable*. (Dreyfus, 1999, p. 13)

Richard abonde dans le même sens en stipulant qu'étant donné qu'une démonstration, ou un raisonnement déductif à proprement parler, mobilise une rigueur logique qui peut diluer les passages nécessaires à sa bonne compréhension, «…la très grande majorité des démonstrations qu'on trouve dans les livres et les revues spécialisées semble provenir d'un compromis tacite entre l'excès de formalisme et l'approximatif » (Richard, 2004b, p. 43). Toutefois, quelles sont les règles de ce compromis ? En contexte de classe, celles-ci sont nécessairement dictées par le contrat didactique et, en l'occurrence, souvent implicites. En conséquence, la valeur épistémique du raisonnement logico-déductif supposément déterminée de manière objective devient sujette à la subjectivité de l'enseignant. Cette réalité didactique est soulignée par Gras : « l'élève peut même présenter une démonstration rigoureuse mais celle-ci sera critiquée, voire refusée par le maître en raison de son absence de clarté ou de son inélégance selon des critères indéfinissables » (Gras, 1988, p. 69). Il est donc maladroit de prétendre que la validité du raisonnement déductif pratiqué en classe de niveau secondaire soit moins subjective que le raisonnement argumentatif puisque concrètement, ces deux types de raisonnements sont soumis au jugement de valeur de l'enseignant qui s'appuie sur son interprétation du niveau de granularité exigé par le contexte en cause.

Bien que la distinction entre ces deux types de raisonnements soit essentielle pour cerner l'origine de certaines difficultés rencontrées par les élèves dans l'apprentissage de la démonstration en géométrie, l'objectif ici n'est pas d'opposer raisonnement argumentatif et raisonnement logico-déductif dans le but de déterminer lequel se prête mieux à l'exercice géométrique que préconisera GGBT. Notre objectif est plutôt de faire ressortir les nuances entre une géométrie plus intuitive et une géométrie plus formelle et surtout, de démontrer que les deux activités ne sont pas mutuellement exclusives.

> *Mathematicians often regard the terms « intuition » and « rigour » as being mutually exclusive by suggesting that an "intuitive" explanation is one that necessarily lacks rigour. There is a grain of truth in this statement, in that an intuition may arrive whole in the mind and it may be difficult to separate the components into a logical deductive order. But the opposition between the two concepts is a false dichotomy...* (Tall, 1991, p. 9)

Au sein de la communauté concernée par l'enseignement du raisonnement géométrique, la plupart s'entendent pour dire que l'enseignement du raisonnement argumentatif, de par son caractère plus naturel, précède celui du raisonnement déductif plus rigoureux comme en témoigne cet extrait du *Programme de formation de l'école québécoise* :

> Lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique, l'élève dégage des lois et des propriétés en observant des régularités et les met en relation avec des concepts et des processus qui lui serviront à justifier des actions. Au fur et à mesure que le besoin de convaincre ou de prouver se fait sentir, il élabore plusieurs étapes pour conduire son raisonnement. Il apprend à mieux l'expliciter et le structurer et à raffiner son argumentation. L'idée de preuve évolue ainsi graduellement vers la construction d'une démonstration rigoureuse. (MELS, 2013b, p. 33)

Toutefois, Duval (1995) remet en question la pertinence de considérer l'exercice du raisonnement argumentatif comme préparatoire au raisonnement déductif et comme précurseur à la compétence de démonstration, compétence ultimement visée par le MELS. L'auteur souligne que la démonstration (le raisonnement déductif) suppose un apprentissage spécifique et indépendant. Pourtant :

> L'étude sur le terrain des interactions dans la classe, telle que la conduit par exemple Paul Cobb et son équipe, suggère la possibilité d'une argumentation mathématique [considérée rigoureuse] à laquelle les élèves accéderaient par la pratique de discussions réglées par des normes qui émergeraient des interactions entre l'enseignant et les élèves (l'enseignant étant regardé comme un représentant de la

> communauté mathématique). Dans cette approche, construction d'une rationalité mathématique et argumentation sont étroitement liées. (Balacheff *et al.*, 2001, p. 104)

Arsac (1987), dans son *Essai d'épistémologie didactique* portant sur l'origine de la démonstration, prétend aussi que le raisonnement argumentatif moins rigoureux (ici, il parle de preuve au sens où l'entend Balacheff, 1987) doit précéder la pratique de la démonstration et il tire ses conclusions de son analyse historique, qui met en lumière le fait que la « preuve » et le recours à la rigueur mathématique aux fins de validation ont précédé l'apparition de la démonstration chez les Grecs.

Conséquemment, il semble souhaitable de ne pas privilégier un type de raisonnement au détriment de l'autre, mais plutôt d'encourager un travail en parallèle de deux formes de raisonnement et d'ainsi favoriser le développement simultané des compétences d'argumentation de démonstration. Par développement simultané, nous entendons un cheminement où l'élève risque moins d'être confronté à l'obstacle épistémologique énoncé plus haut résultant de l'apprentissage morcelé de l'argumentation et de la démonstration (Section 1.1.3). Selon nous, ceci implique que nous percevions l'élève non pas comme un technicien qui acquiert des notions pour les reproduire dans des contextes similaires à ceux qui lui sont donnés en exemple, mais comme un apprenti mathématicien, penseur mathématique, qui résout des problèmes et qui se prête volontiers à tous les allers-retours entre raisonnement et communication que ce processus sous-tend. Cette idée de rapprocher élève et chercheur en mathématiques est abordée par Tall (1991) :

> *For many undergraduates, problem-solving means learning the contents of a set of lecture notes and applying this knowledge to specific problems clearly related to the material taught. For research mathematicians, problem-solving is a more creative activity, which includes the formulation of a likely conjecture, a sequence of activities testing, modifying and refining until it is possible to produce a formal proof of a well-specified theorem*. (Tall, 1991, p. 12)

Concrètement, nous posons comme hypothèse que ceci peut être atteint en n'exerçant pas de jugement décontextualisé sur la valeur didactique d'un raisonnement, qu'il soit argumentatif ou déductif, mais en préconisant plutôt une analyse locale de la valeur épistémique d'une phase du raisonnement, selon les étapes ou sphères de résolution du problème, conformément à un modèle de géométrie cognitive. Comme le dit Richard : « Ici ce qui détermine le choix des arguments, ce sont les contraintes de la situation-problème (contexte de production) : c'est dans celles-ci qu'il faut chercher les raisons qui sous-tendent l'argumentation » (Richard, 2004b, p. 71).

En d'autres termes, le développement d'une pensée géométrique, et plus précisément des compétences de démonstration, ne s'opèrerait pas nécessairement par la maitrise séquentielle des différents types de preuve, en cheminant du plus intuitif au plus complexe. Nous croyons que le développement de compétences en démonstration serait favorisé par l'exercice d'un amalgame de différents types de preuves et de raisonnements, à l'intérieur d'un même problème de démonstration, d'une façon qui permette les allers-retours entre phases heuristiques plus pratiques et phases de rédaction plus rigoureuses. Afin de bien expliquer cette assertion ambitieuse, nous allons d'abord préciser notre pensée concernant les phases heuristiques et de rédaction associées à la résolution de problème de démonstration.

1.1.5 La résolution d'un problème de démonstration

Plus tôt, nous avons souligné le fait que la composante de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique* du MELS et les critères d'évaluation concernant la démonstration, c'est-à-dire respectivement « réaliser des preuves ou des démonstrations, structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation et justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation » (MELS, 2013b, p. 31), étaient principalement axés sur la compétence de rédaction de preuve et ne faisaient pas de distinction explicite entre les mécanismes heuristiques de découverte associés à la résolution du problème de démonstration et la mise en forme de la démonstration en résultant. Pourtant, cette différenciation est essentielle à l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problèmes de démonstration. Comme le dit Tall (1991), il est important de faire la distinction entre les mathématiques en tant qu'activité cognitive et les mathématiques comme système formel à appliquer, et cette distinction s'applique autant aux élèves novices qu'aux experts mathématiciens.

En fait, ce que nous appelons phase heuristique et phase de rédaction sont en réalité deux activités fondamentalement différentes. Comme le dit Bernat, lors de « la résolution du problème, c'est-à-dire la recherche d'une solution, grâce au raisonnement personnel » (Bernat, 1993, p. 27), l'élève qui cherche une conjecture pour ensuite la démontrer, tout comme celui qui veut démontrer une conjecture donnée, met en œuvre des compétences très différentes de celles auxquelles il doit recourir pour produire une « démonstration, c'est-à-dire la rédaction de cette solution sous une forme acceptable » (Bernat, 1993, p. 27).

Par ailleurs, dans les travaux anglo-saxons en didactique des mathématiques, la distinction entre l'activité heuristique de démontrer et le texte rédigé qu'est la démonstration est accentuée par l'utilisation de la locution « proof and proving », où démontrer [proving], au lieu d'être considéré comme le travail mathématique menant à et se terminant par la rédaction d'une démonstration, est traité comme un processus mathématique à part entière. Hanna (2000) avance que ces deux activités, la résolution heuristique et la rédaction, représentent deux formes distinctes de raisonnement de preuves. Elle différencie les preuves logiques, axées sur la structure discursive, qui ont tendance à aliéner les élèves de par leur structure éloignée des processus d'argumentation intuitifs, des preuves d'investigation qui s'approchent davantage des modes de pensée naturels et heuristiques de l'élève, les rendant plus accessibles à une majorité d'élèves. Dans un texte qu'elle a co-écrit, elle réitère cette idée en précisant que même si la rédaction de démonstration obéit à une multitude de règles bien établies, la résolution d'un problème de démonstration est une activité nécessitant créativité et imagination :

> *Even though the rules of inference are given, and even though the proof cannot proceed until the thing to be proven has been stated as a precisely worded proposition, the construction of a proof is far from being straightforward or mechanical. There are many different ways of constructing proofs, and mathematicians must draw not only upon their knowledge of mathematics and sense of logic, but also upon their imagination and inventiveness. (Hanna et Barbeau, s.d., p.4)*

Toutefois, bien que cette distinction entre activité heuristique et activité de rédaction de démonstration soit pertinente, l'élève, dans la définition de ses compétences en géométrie, doit maitriser ces deux volets de la pensée géométrique. C'est pourquoi il est souhaitable que tout milieu pour l'exercice de la pensée géométrique en contexte de géométrie déductive soit conçu de manière à mettre à la disposition de l'élève un espace pour la résolution heuristique du problème de démonstration au même titre qu'un environnement pour l'écriture de la démonstration comme telle :

> *In the problem-solving activity, it is necessary to provide a place for heuristic work to allow the passage from pragmatic proofs* [logique argumentative] *to intellectual proofs* [logique déductive]*, and to provide a place for intellectual proof with constraints making pragmatic propositions impossible*. (Luengo, 2005, p. 20)

La pertinence de cette cohabitation entre processus heuristique et activité de rédaction étant argumentée, nous posons comme hypothèse qu'il serait pertinent que l'élève puisse naviguer entre ces espaces de résolution heuristique et de rédaction sans retenue. Aussi, lors de la genèse de sa solution, de l'organisation et de la réorganisation de ses idées, il pourrait être accompagné et aiguillé, chemin faisant, d'une manière adaptée aux exigences de rigueur associées à la phase de la résolution où il évolue.

Cette notion de réorganisation d'idées rappelle le concept didactique de temps d'apprentissage et surtout, le fait que ce dernier ne correspond pas forcément au temps didactique. Dans la section suivante, nous élaborons sur cette distinction importante.

1.1.5.1 Le temps didactique et le temps d'apprentissage

D'abord, le *temps didactique,* qui va de pair avec la transposition didactique des savoirs savants en savoirs scolaires, correspond à l'exposition séquentielle, cumulative et irréversible des contenus d'enseignement en classe ou dans le contexte d'une séquence d'enseignement (Johsua et Dupin, 1993). La transition graduelle entre raisonnement argumentatif et raisonnement déductif suggérée par le MELS suit cette logique d'évolution progressive et homogène des connaissances et des compétences chez les élèves. Toutefois, le *temps de l'apprentissage* n'opère pas ainsi. Comme le soulignent Johsua et Dupin, « dans le processus d'apprentissage les connaissances ne s'empilent pas les unes sur les autres, les nouvelles s'ajoutant aux anciennes. Des réorganisations régulières viennent au contraire scander les nouvelles acquisitions. L'apprentissage est fait en particulier de ces intégrations successives » (Johsua et Dupin, 1993, p. 197). Il n'y a donc pas de correspondance prévisible entre le temps didactique et le temps de l'apprentissage. Ainsi, il semble que l'idée de fixer un curriculum qui prévoit d'abord la maitrise de l'argumentation suivie d'une progression programmée vers l’aptitude à démontrer, dans cet ordre, avec des délais prescrits et sans retour en arrière, soit rarement en adéquation avec les réalités de l’apprentissage.

Partant du postulat que l’apprentissage s’exerce au moyen de la résolution de problèmes (Brousseau, 1998), il paraît logique d’admettre la cohabitation des processus de raisonnement argumentatifs et de raisonnement logico-déductifs au fil des résolutions de problèmes. Nous pouvons même nous interroger : pourquoi alors ne pas admettre des allers-retours entre raisonnements argumentatifs et déductifs, entre processus heuristique et mécanisme de rédaction à l’intérieur de l’espace de résolution d’un problème de démonstration ? Dans le prolongement de ce questionnement, serait-il possible de penser l’organisation d’un espace de résolution qui permette de tels allers-retours dialectiques?

Comme le dit Tanguay, « dans le cadre d’un problème de démonstration toute démonstration est présentée à l’élève sous forme linéaire, au fil du discours oral ou écrit; mais cette linéarité masque la véritable organisation déductive, qui n’est généralement pas linéaire » (Tanguay, 2006, p. 13). Ce même chercheur soutient que :

> La compréhension de la structure d’une démonstration tant soit peu complexe nécessite de la part de l’élève un travail – de lecture ou d’écriture – ponctué de pauses, de retour sur les propositions déjà énoncées, de réaménagement et simultaniéisations (pour rapprocher des propositions ou blocs de propositions non contigus dans le texte), de recul, d’appréhension globale (pour saisir certains éléments de macro-organisation), de contrôle, de réflexion. Toutes choses que ne permet pas cette […] pratique orale du texte, faite de fluence, de séquentialité, d’irréversabilité. (Tanguay, 2005, p. 64)

Par pratique orale du texte (Duval, 2001), Tanguay fait référence aux élèves qui raisonnent à l’écrit comme ils raisonnent à l’oral, de manière ininterrompue et sans retour en arrière pour ajuster ou réorganiser leurs idées, comme s’ils étaient contraints à suivre un vecteur temps sans possibilité de prendre une pause pour revoir leur raisonnement. Dans le même ordre d’idées, Tanguay soutient que « le fait d’imposer un format en deux colonnes ne prévient en rien, à notre avis, du syndrome de la pratique orale du texte, l’élève fonctionnant selon la séquence : affirmation 1, justification 1, affirmation 2, justification 2, etc. » (Tanguay, 2005, p. 64).

Mais un problème d'ordre pragmatique demeure, l'enseignant ne peut à lui seul tenir compte de chaque élève et l'accompagner au fil des multiples organisations ou réorganisations de ses idées éventuellement nécessaires à la solution d'un problème de démonstration. Pourquoi alors ne pas laisser intervenir un système tutoriel conçu pour accompagner l'élève dans ces allers-retours constitutifs de l'apprentissage ?

Ceci nous amène à nous questionner sur l'existence de tels systèmes, d'environnements interactifs d'apprentissage humain, où le temps d'apprentissage est privilégié et prédomine sur le temps didactique et où sont admis, voire même encouragés, ces échanges imprévisibles entre les processus heuristiques de résolution du problème et les différentes formes d'organisation discursive. Cette revue des différents systèmes existants fera l'objet de la prochaine section.

1.2 L'ENSEIGNEMENT DE LA DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE ET LES ENVIRONNEMENTS INTERACTIFS D'APPRENTISSAGE HUMAIN

L'intérêt autour de l'intégration d'environnements interactifs d'apprentissage humain (EIAH) en classe de mathématiques est justifié, car « il est nécessaire de l'étudier [l'intégration d'environnements informatiques] dans le but d'en comprendre les dynamiques afin d'aider au mieux les acteurs de terrain, élèves, enseignants et formateurs » (Hodgson, 2007, p. 14). La géométrie, à elle seule, est au cœur d'un nombre important de projets de recherche et de développement d'EIAH. Ceci est vraisemblablement dû au fait qu'assez naturellement, la géométrie fait appel en parallèle à deux représentations de données, soit les données graphiques, facilement transférables à l'écran, et les données textuelles (Desmoulins, 1994).

Même si l'étude de certains systèmes dédiés à d'autres disciplines que la géométrie puisse s'avérer pertinente pour asseoir le design de GGBT, la nature interdisciplinaire du projet GGBT implique que l'équipe en génie informatique analyse les structures de programmation et les intelligences artificielles de systèmes issus de sphères variées tandis que l'équipe de didacticiens des mathématiques se concentre davantage sur les systèmes aux vocations didactiques près de la nôtre. Ainsi, seuls les systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane seront retenus dans l'exercice de revue des prochains paragraphes.

Comme cette thèse sera présentée par articles, et qu'un de ces articles portera sur la revue et l'étude en détails de tous les systèmes analysés vers la conception a priori de GGBT, ici, cette revue est synthétisée, et seuls les quelques EIAH les plus pertinents font l'objet d'une description plus approfondie.

Afin de faciliter la mise en évidence des particularités de chaque système sans devoir les présenter un à un, nous allons présenter le fonctionnement de chacun en spécifiant s'il intègre un micromonde et s'il intègre un système tutoriel. Les prochaines sections sont consacrées à l'explication de ces attributs pour permettre au lecteur de saisir les tenants et aboutissants de chacun d'eux.

1.2.1 Les micromondes

Le terme micromonde, inventé par Minsky et Papert (1970), désigne une parcelle d'univers isolé régi par ses propres lois, où le sujet agissant peut expérimenter librement et sans objectif prédéfini. En géométrie, les micromondes sont souvent appelés logiciels de géométrie dynamique (LGD) ou logiciels de géométrie interactive (LGI). Afin de bien comprendre la raison d'être des LGD et les motivations didactiques derrière leur design, des précisions concernant la géométrie dynamique s'imposent.

1.2.1.1 La géométrie dynamique

La géométrie dynamique constitue un large champ de recherche, mais ici nous allons nous concentrer sur les effets de l'intégration de ce type de micromonde sur l'apprentissage de l'élève qui apprivoise la géométrie déductive et surtout la démonstration.

D'abord, la motivation derrière le développement des premiers logiciels de géométrie dynamique est née d'une volonté de redonner à la géométrie son aspect vivant qui, jusque-là, se limitait à des suites de figures simulant une transformation ou un déplacement. Comme le dit Gras :

> La figure en géométrie semble être pour l'élève la traduction objective (donc unique) de l'énoncé. Celui-ci étant presque toujours l'œuvre (fermée) du maître, la figure conservée à distance par l'élève ne lui appartient pas [...] Faute d'être un lieu d'activité sur elle, l'élève ne la fera pas participer à la construction de son savoir et à l'exploration des données. (Gras, 1988, p. 67)

Les LGD sont des environnements où non seulement les constructions se démarquent par leur grande précision, mais où l'animation de figures et l'exploration des invariants de celles-ci sont contrôlées par l'élève et rendues observables et tangibles. Concrètement, une figure à l'interface d'un LGD est constituée d'objets géométriques, de points, de droites, de cercles, dont la position est précisée relativement aux relations géométriques (appartenance, équidistance, parallélisme, perpendicularité, etc.) que les uns entretiennent par rapport aux autres (Baulac, 1990). Dans le cas d'un authentique logiciel de géométrie dynamique, « si l'on déplace à l'aide de la souris un des éléments de base du dessin, ce dernier se déforme en respectant les propriétés géométriques qui ont servi à son tracé et celles qui en découlent » (Laborde et Capponi, 1994, p. 173). Ce dynamisme particulier qui maintient la logique particulière d'une construction permet la visualisation d'un nombre autrement inaccessible de cas de figures appartenant à une même famille, pour potentiellement permettre à l'élève de déduire des propriétés de celle-ci. En d'autres termes, comme le mentionne Lagrange (2007), l'outil informatique, ici le logiciel de géométrie dynamique, en facilitant la manipulation et l'observation d'un grand nombre de cas de figures, permet une démarche active quasi expérimentale sur des objets géométriques du plan et, éventuellement, la déduction d'invariants les concernant.

Pourquoi la volonté de tendre vers une démarche expérimentale en géométrie ? La démarche empirique, en temps normal réservée aux sciences, a pour but de permettre l'observation d'événements particuliers sous des conditions précises. Cette démarche empirique peut, d'une part, amener l'observateur à induire une loi scientifique et d'autre part, à l'en convaincre par la répétition d'un même phénomène dénotant cette règle. Ainsi, la démarche expérimentale en sciences peut viser la confirmation d'une intuition ou, chez l'élève, le développement d'une intuition scientifique tout en favorisant la validation de cette même intuition. En géométrie déductive, l'apprenant doit aussi développer cette intuition mais, dans un contexte de géométrie statique, cette démarche se limite à l'exploration de quelques cas de figures fixes qui, au mieux, simulent un certain dynamisme. Comme le soulignent Johsua et Dupin (1993) :

> Non seulement la « méthode » de découverte et d'investigation [fondée sur la manipulation] assure l'apprentissage adéquat, mais elle a de plus l'immense avantage d'être transférable [horizontalement, indépendamment du contexte disciplinaire], ce qui lui confère une supériorité décisive par rapport aux tristes méthodes dogmatiques d'empilement des connaissances. (Johsua et Dupin, 1993, p. 80)

La simulation informatique propre à la géométrie dynamique crée une illusion de continuité qui permet l'exploration immédiate et évocatrice de constructions géométriques. Ainsi, l'étude de constructions géométriques, ordinairement limitée à un nombre discret de cas de figures, fait place, grâce à la géométrie dynamique, à un processus empirique inductif favorable à l'exercice de la géométrie déductive.

Souvent, la pure accumulation de cas de figures présentant une même propriété est suffisante pour convaincre un observateur de l'universalité de cette propriété pour la classe de figures observée. Qui plus est, dans une visée d'apprentissage du système complexe de théorèmes, de propriétés et de définitions essentiel à l'atteinte d'une autonomie en géométrie déductive, la géométrie dynamique permet aussi la perception du lien de dépendance entre les règles formant ce système. Comme le dit Laborde (2000), sans lien de dépendance entre les propriétés des figures, un raisonnement déductif n'a plus de sens, or la construction de figures robustes (qui conservent leurs relations caractéristiques dans le mouvement) et la mise à l'essai de celle-ci grâce au déplacement met en relief ces liens nécessaires.

Comme le résume le tableau I, notre analyse comparative révèle que les systèmes tutoriels les plus récents utilisent principalement la géométrie dynamique comme moyen pour l'élève d'explorer les propriétés de la figure géométrique. Toutefois, certains systèmes s'appuient sur l'étude d'une figure statique, même que Mentoniezh (Py, 1994) ne fournit aucune figure géométrique à l'élève.

Tableau I
Type de figure géométrique intégrée pour chacun des systèmes tutoriels analysés

		Geometry Tutor	Angle	Chypre	Mentoniezh	Cabri-DÉFI	Cabri-EUCLIDE	Baguera	Turing	Advanced Geometry tutor	Agent-Geom	Géometrix
Intégration de la figure géométrique	Figure statique	●	●							●		
	Figure dynamique			●		●	●	●	●		●	●

Nonobstant un consensus assez généralisé parmi les experts en didactique des mathématiques sur l'impact positif que peut avoir l'intégration des LGD en classe de géométrie, notamment pour amener l'élève à articuler une géométrie perceptive ou pratique et une géométrie plus théorique (Hanna, 2000), certains didacticiens soulèvent une inquiétude quant à la pertinence de l'utilisation de ces systèmes en contexte d'introduction à la démonstration craignant que la conviction découlant de l'exploration de figures anéantisse toute envie de démontrer que telle ou telle propriété observée est vraie. C'est le cas de Tanguay et Geeraerts qui s'appuient eux-mêmes sur Kuzniak (2011) :

> L'usage le plus standard des logiciels de géométrie dynamique (LGD) proposé par la littérature consiste à construire une figure, l'investiguer par déformation (*dragging*) et conjecturer telle ou telle propriété. Le problème c'est que pour les élèves, il est alors inutile de démontrer les propriétés conjecturées : le logiciel est si précis que ce qu'il nous laisse à voir est forcément vrai. (Tanguay et Geeraerts, 2012b, p. 5)

Laborde (2000) considère pour sa part que l'élève qui est témoin d'une vérité à l'interface d'un LGD peut soit voir sa curiosité satisfaite, soit être saisi d'une envie de comprendre. Selon l'auteure, la réelle compréhension découle de la capacité à saisir la raison de ce que l'on observe. On ne peut comprendre que par l'évidence visuelle puisque l'intégration requiert un remaniement de nos conceptions et un cheminement de nos idées. Ainsi, la démonstration discursive évoquant des arguments théoriques peut devenir un moyen pour comprendre. De Villiers (2007) soutient que l'utilisation d'un LGD en contexte d'apprentissage de la démonstration ne doit pas se limiter à la vérification d'énoncés vus en classe ou à la validation d'intuitions, mais doit plutôt servir d'abord et avant tout de milieu d'observation, de découverte, d'explication et de compréhension.

Les environnements proposés par les LGD offrent donc un riche potentiel pédagogique aux enseignants comme aux élèves mais, comme le précise Laborde, la géométrie dynamique à elle seule, sans l'organisation par l'enseignant d'un milieu propice, d'une tâche ou d'un problème adéquat, n'est pas suffisante pour motiver la démonstration. Balacheff (1994a) abonde dans le même sens en spécifiant que sans contrainte extérieure fixée par une tâche donnée, il est improbable que l'élève apprenne quoi que ce soit. Le potentiel d'un micromonde en géométrie dynamique dépend donc de l'emploi qu'en fait l'élève et, comme un micromonde à lui seul ne suggère pas de problèmes à résoudre ou de tâches particulières à effectuer, il revient à l'enseignant d'élaborer des scénarios de construction et d'exploration de figures dynamiques afin de faire bénéficier les élèves de ces avantages didactiques potentiels. De surcroît, outre les outils qui informent l'utilisateur des relations entre objets géométriques (parallélisme, linéarité, etc.), ces micromondes ne sont pas dotés de rétroaction différentiée et encore moins d'un système d'aide de type tuteur. C'est pourquoi beaucoup de concepteurs d'EIAH jumellent un LGD à un système tutoriel qui accompagne l'élève en situation de résolution de problèmes.

1.2.2 Les systèmes tutoriels pour le soutien d'élèves en contexte de démonstration en géométrie

Le système tutoriel intégré à un EIAH sous-entend une forme d'intelligence artificielle qui peut fournir un soutien à l'élève usager lorsque ce dernier ne parvient pas à résoudre un problème par lui-même. Pour les systèmes tutoriels les plus sophistiqués, ceci implique que l'agent tuteur puisse adapter ses rétroactions en fonction de chaque action de l'élève, mais aussi en fonction de l'historique de ses actions et des profils qui s'en dégagent. Les systèmes tutoriels, souvent obtenus par une modélisation des comportements de tuteurs humains, peuvent générer une variété de messages visant à appuyer l'élève dans sa démarche. Ces messages d'aide peuvent être émis à la demande de l'élève ou automatiquement et peuvent, d'une part, accompagner l'élève en lui fournissant des indices concernant la prochaine étape de sa démonstration, et d'autre part, réagir aux actions de l'élève en les validant ou en expliquant les erreurs détectées.

Notre revue des systèmes tutoriels existants révèle que la majorité d'entre eux gèrent en totalité ou en partie le déclenchement des rétroactions ou des messages d'aide à la prochaine étape. Par ailleurs, l'aide à la prochaine étape qui implique que le système tutoriel puisse identifier la solution travaillée par l'élève pour le guider vers la prochaine action à poser, est rare. Tous les systèmes tutoriels analysés offrent une forme de rétroaction aux actions de l'élève. Le tableau II résume ces conclusions.

Tableau II
Analyse de l'intervention tutorielle pour chacun des systèmes tutoriels analysés

			Geometry Tutor	Angle	Chypre	Mentoniezh	Cabri-DÉFI	Cabri-EUCLIDE	Baguera	Turing	Advanced Geometry tutor	Agent-Geom	Géometrix
Intervention tutorielle	Intervention…	à la demande de l'élève	●	●	●	●	●	●					
		gérée par le système tutoriel	●	●	●		●	●	●	●	●	●	●
	Accompagnement (aide à la prochaine étape)		●	●							●		●
	Rétroaction (validation, annotation et explication des erreurs)		●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Afin de bien cerner ce qui distingue les systèmes tutoriels entre eux, il faut comprendre comment s'opère le remaniement des relations didactiques qui découle de l'intégration d'un système tutoriel au sein du système didactique traditionnel. Pour ce faire, nous allons nous appuyer sur la *Théorie de situations didactiques* de Brousseau (1998).

1.2.2.1 La théorie des situations didactiques de Brousseau en contexte d'intégration d'un système tutoriel

La théorie des situations didactiques (TSD) (Brousseau, 1998) n'a pas été formulée au départ en pensant aux EIAH. Cependant, elle offre une référence de choix lorsqu'il s'agit de modéliser le système d'enseignement par les relations entre des systèmes qui font intervenir l'enseignant, l'élève et les connaissances mathématiques. Et certains auteurs, comme Balacheff et Margolinas (2005), montrent tout l'intérêt qu'apporte une relecture de la TSD dans un contexte où la formation et la mise en œuvre des connaissances mathématiques se réalisent dans un EIAH.

La TSD paraît s'inspirer du constructivisme piagétien, particulièrement en ce qui concerne l'interprétation de l'apprentissage : un processus d'adaptation dynamique de l'apprenant conditionné par des contraintes ainsi que des moyens face à une situation problématique. Toutefois, contrairement à la théorie de Piaget ancrée en psychologie cognitive et centrée sur l'enfant en tant que sujet cognitif qui voit l'enseignant et le milieu évoluer autour de lui, la TSD n'a pas pour objet central le sujet cognitif mais s'intéresse plutôt à la situation didactique matrice de l'apprentissage dans sa globalité. Cette modélisation situationnelle (Diagramme 2) met donc en relation trois pôles, soit le maître, le sujet (l'élève), avec son bagage intellectuel, et le milieu. L'implication de chacun est illustrée grâce aux interactions didactiques qui s'opèrent en fonction des rôles que ces acteurs jouent au sein de la situation didactique qu'ils définissent.

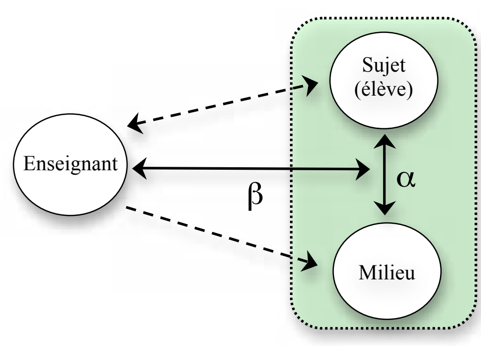


Diagramme 2 : Système didactique tiré de la TSD (Brousseau, 1998)

Le *sujet* désigne ici l'élève qui est au centre de la situation, envisagé comme un sujet cognitif pourvu d'un ensemble de notions préalablement acquises ainsi que de mécanismes d'adaptation propres. Le *milieu*, quant à lui, correspond au système antagoniste au système enseigné (sujet) (Brousseau, 1998). Une particularité notable de ce modèle réside dans le fait que le sujet et le milieu sont considérés comme formant une unité indissociable. On parle du système ou de l'unité [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] « comme étant la plus petite unité d'interaction cognitive. Un état d'équilibre de cette interaction définit un état de la connaissance, le déséquilibre [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] étant producteur de connaissance nouvelle (recherche d'un nouvel équilibre) » (Margolinas, 2009, p. 13-14). Le milieu désigne donc tout ce qui agit sur l'élève ou ce sur quoi l'élève agit au sein de cette unité d'interaction cognitive. Cette adaptation bilatérale du sujet et du milieu, à travers laquelle s'articule l'apprentissage, est au cœur de la TSD.

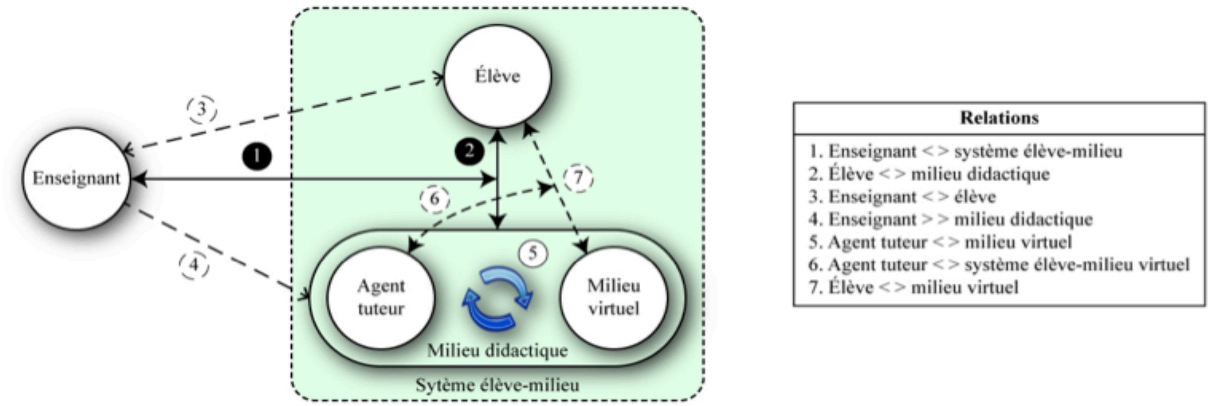
Selon Brousseau (1998), l'apprentissage, c'est-à-dire le développement de connaissances, est le résultat d'une adaptation bilatérale du sujet et du milieu face à des situations problématiques perturbant l'équilibre entre ceux-ci. L'apprentissage est donc initialement rendu possible par l'émergence d'un problème qui trouble l'équilibre entre l'élève et son milieu : « on ne fait des mathématiques que lorsqu'on s'occupe de problèmes… » (Brousseau, 1998, p. 49). Toutefois, la seconde partie de cette citation, « …mais on oublie parfois que résoudre un problème n'est qu'une partie du travail; trouver de bonnes questions est aussi important que leur trouver des solutions » (Brousseau, 1998, p. 49), fait référence au travail de l'*enseignant*, acteur qui occupe le troisième pôle et qui, jusqu'ici, n'a pas été défini ou précisé. Cette omission temporaire est due au fait que, pour Brousseau, l'enseignant avec l'intention d'enseigner un savoir n'agit pas directement sur l'élève ou sur le milieu, mais sur la relation a-didactique (α) qui les unit. Dans la situation a-didactique, le maitre évite de présenter les connaissances et cherche plutôt à « provoquer chez l'élève, les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des « problèmes » qu'il lui propose » (Brousseau, 1996, p. 63). Ainsi, la situation a-didactique implique que l'élève travaille non pas pour plaire ou satisfaire aux exigences du maître mais davantage pour répondre à la situation, aux exigences du problème conçu par l'enseignant pour venir déséquilibrer l'équilibre [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] et ainsi lancer le processus d'adaptation a-didactique générateur de sens et donc d'apprentissage. Le modèle de Brousseau (1998) englobe toute situation didactique traditionnelle entre un enseignant, un milieu et un sujet apprenant, mais comment sont modifiées les interactions entre ces pôles quand un système tutoriel est intégré à l'équation ?

Richard et Fortuny (2007) soulignent que même si un système tutoriel ne doit pas par définition remplacer le maitre au sein de la relation didactique (β), il n'en demeure pas moins que l'introduction d'un agent tuteur au sein du système engendre une relation didactique simulée dans laquelle l'agent tuteur joue momentanément un rôle enseignant, lequel rôle est complémentaire à celui de l'enseignant ordinaire. Sutherland et Balacheff (1999) affirment que « *the knowledge implemented in the machine could appear as a reference for the learner, and the machine feedback as an oracle, possibly challenging the teacher's position* » (Sutherland et Balacheff, 1999, p. 6). Ce phénomène est illustré au diagramme 3. Les relations 1 et 2 représentent respectivement la relation didactique (β) traditionnelle entre l'enseignant et l'unité d'interaction cognitive sujet-milieu et la relation a-didactique (α) entre le sujet et le milieu qui n'inclut pas de système tutoriel. L'intégration d'un système tutoriel modifie les interactions de sorte qu'on ajoute[9] aux relations 1 et 2 les relations 6 et 7. La notion de milieu devient alors, par l'entremise d'une transposition informatique[10] (Balacheff, 1994c), le milieu didactique au sein duquel l'agent tuteur apparaît en sous-système avec le milieu virtuel. Ainsi, au même titre que l'enseignant intervient dans l'échange entre l'élève et le milieu, l'agent tuteur intervient (6) dans l'échange entre l'élève et le milieu virtuel (7).

---

[9] Ici, il est important de souligner que dans le cas de GGBT, les relations 1 et 2 demeurent et ne sont pas remplacées par les relations 6 et 7 puisque l'intégration de notre système tutoriel ne suppose en rien le remplacement de l'enseignant. Toutefois, certains systèmes sont totalement autonomes et visent le remplacement complet de l'enseignant, modifiant littéralement les pôles du système didactique si l'on admet qu'il est toujours question d'un système didactique.

[10] Se référer à la section 3.1.



(Tiré de Richard *et al.*, 2011)

Diagramme 3 : Carte des interactions didactiques

Comme le système tutoriel joue un rôle qui s'apparente à celui de l'enseignant, le système tutoriel doit respecter le même contrat didactique qui guide normalement la relation entre l'enseignant et l'élève. En particulier, pour que l'interaction sujet-milieu soit féconde, le déséquilibre causé par une situation-problème ne doit pas être compromis par l'enseignant. Ainsi, l'enseignant ou le système tutoriel doit peser ses interventions de manière à permettre à l'élève de demeurer en interaction avec son milieu sans pour autant offrir une aide qui viendrait dénaturer le problème à résoudre. Un système qui dicte automatiquement les prochaines étapes de la résolution vient compromettre cette règle implicite du contrat didactique tel que défini par Brousseau.

Qui plus est, un système tutoriel inspiré de la relation didactique traditionnelle entre l'enseignant et l'élève doit s'adapter au raisonnement de l'élève, et doit donc soutenir l'élève dans l'organisation et la réorganisation de ses idées (voir section 1.1.5.1 de la problématique). La programmation du système tutoriel doit donc permettre à l'agent tuteur d'accompagner l'élève sans prescrire un cheminement prédéterminé tout en tenant compte des actions contextualisées de l'élève. Ceci implique que le système tutoriel puisse reconnaitre la démarche de l'élève indépendamment de l'ordre dans lequel les pas de son raisonnement logico-déductif sont soumis. Cette notion d'ordre dans les étapes d'une solution est connue sous le nom de chaînage.

En programmation informatique, le chaînage permet au système tutoriel d'ordonner les étapes d'une solution afin de reconnaitre le raisonnement d'un élève dans le but de l'aider à mener à terme sa solution. Toutefois, sur le plan didactique, le chaînage pose problème si un système tutoriel exige de l'élève qu'il soumette d'emblée les étapes d'une démonstration dans l'ordre, des hypothèses vers la conclusion ou vice-versa, sans permettre de réorganisation des pas déductifs.

> On appelle chaînage avant, le fait de n'utiliser que des hypothèses ou des résultats intermédiaires prouvés comme antécédents de chaque inférence ajoutée à la démonstration jusqu'à atteindre la conclusion. Le chaînage arrière consiste à faire le chemin inverse : on part d'une inférence ayant comme conséquent la conclusion et on ajoute, à rebours, des inférences pour prouver les antécédents qui ne sont pas des hypothèses du problème, jusqu'à ce que tous les antécédents non prouvés soient des hypothèses. (Leduc, à paraître, p. 2)

Le fait d'imposer une structure en chaînage avant ou arrière a pour effet de contraindre l'élève à non seulement raisonner de manière séquentielle, mais aussi à littéralement raisonner comme un ordinateur, allant à l'encontre d'une réalité fondamentale en éducation que nous avons soulevée plus haut : « *students frequently understand and construct their knowledge in ways quite different from what is anticipated or planned, and confirms the basic thesis of constructivism that learning is idiosyncratic* » (De Villiers, 2007, p. 53).

Certains auteurs comme Cuppens (1991) soutiennent qu'on ne peut parler d'un tuteur si le système ne satisfait pas la condition minimale de posséder suffisamment de connaissance pour résoudre de manière autonome le problème proposé à l'élève. Toutefois, cette condition sous-entend l'intégration d'un moteur de déduction automatique programmé selon une logique de premier ordre permettant au système de générer lui-même les démonstrations. Ceci implique, du moins actuellement, une modélisation selon un paradigme de géométrie formelle (Houdement et Kuzniak, 2006). En plus de restreindre les processus cognitifs de l'élève, un paradigme de géométrie formelle limite l'emploi des raccourcis inférentiels[11] et le recours variable à l'implicite, deux pratiques voisines communes en enseignement de la démonstration

[11] À titre d'exemple de raccourci inférentiel, la propriété qui dit, qu'un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle, peut être perçu comme un raccourci inférentiel, puisque cette propriété résulte d'un agencement d'inférences logico-déductive. Une démonstration qui fait appel à cette propriété est donc plus courte que celle qui inclut l'ensemble des inférences desquelles découle cette propriété.

en contexte de classe. En effet, en situation d'enseignement conventionnel, certains théorèmes, certaines propriétés, définitions ou hypothèses sont généralement considérés comme implicites. Par exemple, la transitivité de l'égalité est une règle jugée implicite dans la grande majorité des cas de démonstration. D'autres énoncés ont un statut variable en fonction du problème proposé et selon les modalités du contrat didactique en place, comme lorsqu'il est question d'utiliser la propriété de la somme des angles intérieurs d'un triangle : certains enseignants exigeront que l'élève précise que la figure dont il s'agit est bel et bien un triangle tandis que d'autres considéreront cet antécédent comme implicite. Cette gestion de l'implicite n'est pas pratique commune en informatique.

Aussi, les moteurs de déduction automatiques, au lieu d'un éventail de solutions possibles, ne génèrent communément qu'une seule démonstration, celle jugée la plus *heuristiquement efficace* (Richard et Fortuny, 2007), qui n'est toutefois pas nécessairement la plus compréhensible pour l'élève utilisateur, ni celle qui concorde avec la pratique ou les exigences habituelles de leur enseignant. Qui plus est, comme les moteurs de déduction automatiques sont conçus pour ne générer que les démonstrations admissibles, les raisonnements erronés, même les erreurs les plus communes et prévisibles, ne peuvent être pris en compte et analysés. Cette réalité limite grandement les perspectives de jumelage entre moteurs de déduction automatiques et systèmes tutoriels. Toutefois, étant donné les avantages logistiques de l'ajout d'un moteur de déduction automatique pour remplacer la programmation humaine des solutions aux problèmes implémentés, nous pouvons nous demander s'il serait possible d'en adapter le fonctionnement pour que ses modalités d'opération ne soient pas incompatibles avec l'implémentation de notre système tutoriel. Cette question qui surpasse notre mandat pourrait faire l'objet de recherches futures.

À la suite de notre état de l'art des systèmes tutoriels existants, nous constatons (Tableau III) que la plupart exigent une programmation humaine des solutions admissibles ou des interventions tutorielles pour assurer leur fonctionnement, alors que les quelques systèmes tutoriels qui reposent entièrement sur un moteur de déduction automatique assujettissent l'élève à travailler en chaînage. Aussi, une minorité des systèmes tutoriels imposent un déroulement séquentiel au raisonnement de l'élève, par exemple l'examen du problème ou de la figure suivi d’un examen des propriétés en jeux, pour terminer avec la rédaction d’une démonstration, mais ceux qui le font obligent aussi l’élève à opérer en chaînage avant lors de la rédaction de sa démonstration. Finalement, le peu de systèmes qui permettent à l’élève de travailler plusieurs solutions de front et qui s’adaptent simultanément aux changements de stratégie de l’usager (reconnaissance de plan) reposent aussi sur la programmation des solutions par un expert et non par un moteur de déduction automatique. En somme, nous pouvons déduire qu’une approche qui admet les aléas du raisonnement de l’élève ne semble pas compatible avec le paradigme de géométrie formelle imposé par un moteur de déduction automatique.

Tableau III
Analyse de la structure prévue pour l’exercice du raisonnement de démonstration pour chacun des systèmes tutoriels analysés

			Geometry Tutor	Angle	Chypre	Mentoniezh	Cabri-DÉFI	Cabri-EUCLIDE	Baguera	Turing	Advanced Geometry tutor	Agent-Geom	Géometrix
Structure prévue pour l’exercice du raisonnement de démonstration géométrique	Solutions admises	Moteur de déduction automatique			●	●	●	●	●		●		●
		Programmées par un expert ou un enseignant	●	●	●	●	●	●		●		●	●
	Exploration simultanée de multiples stratégies et reconnaissance du plan		●	●		●				●		●	
	Phases séquentielles du raisonnement					●	●	●					●
	Ordre des entrées	Chaînage avant ou arrière	●				●	●	●		●		●
		Exploration libre		●	●	●				●		●	

En conclusion, au fil des précédentes sections, nous avons procédé à une étude historique et épistémologique du développement de la géométrie pour ensuite porter notre attention sur les défis entourant l'enseignement et de l'apprentissage de la géométrie et de la démonstration géométrique en contexte scolaire et, plus particulièrement, en contexte québécois. Par la suite, nous avons exploré en quoi l'ajout d'un système tutoriel pouvait modifier les relations didactiques entre l'enseignant, l'élève et le milieu, pour terminer avec une analyse des systèmes tutoriels existants. Cet examen du problème nous a amenée à préciser les besoins dans le domaine de l'apprentissage de la géométrie et de sa démonstration et de cibler certains défis didactiques et informatiques que suppose la création d'un système tutoriel. La revue des systèmes tutoriels existants nous a permis de faire le point sur les technologies disponibles pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problème de démonstration en géométrie plane et, chemin faisant, d'identifier des caractéristiques qui pourraient être réinvesties dans le développement de GGBT[12] pour préciser nos objectifs de recherche.

1.3 L'OBJECTIF ET LES SOUS-OBJECTIFS DE RECHERCHE (1)

À ce moment-ci, nous sommes en mesure de faire un premier exercice de précision de nos objectifs de recherche qui émergent des analyses, historique, épistémologique et didactique de l'enseignement et de l'apprentissage de la démonstration en géométrie du secondaire, ainsi que de la revue des systèmes tutoriels existants.

D'abord, nous avons argumenté que, pour l'élève, le passage progressif au fil des années scolaires d'une géométrie pratique axée sur la perception à une géométrie théorique reposant sur une logique déductive ne s'opère pas de manière aussi naturelle que le PFEQ ou plusieurs auteurs voudraient le laisser croire. L'étude des textes du PFEQ et de la tradition des dernières décennies concernant la place relative de la démonstration en géométrie met en évidence le fait qu'il existe une ambigüité manifeste quant au statut de la géométrie logico-déductive au Québec. En effet, on met l'accent tantôt sur la rédaction d'une démonstration et sur la communication du raisonnement déductif, tantôt sur la recherche de mesures manquantes s'appuyant sur un raisonnement logico-déductif. Autre fait marquant, le processus heuristique

[12] Ces conclusions sont détaillées au chapitre IV de cette thèse.

qui laisse transparaître la démarche cognitive de l'élève est délaissé au profit de la rédaction de la démonstration qui, pourtant, ne permet pas d'apprécier le raisonnement de l'élève.

Avec comme trame de fond ces différents constats, la revue des systèmes tutoriels pour l'exercice des compétences de démonstration en géométrie met en lumière les bienfaits de l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique pour le développement de compétences de démonstration en géométrie. Nous constatons aussi qu'une majorité des systèmes tutoriels analysés semblent privilégier l'exercice de rédaction en chaînage au détriment du processus heuristique, par définition imprévisible, de résolution du problème. Finalement, les quelques systèmes qui distinguent les différentes phases du processus de démonstration forcent l'élève à cheminer de manière séquentielle entre processus de résolution et de rédaction, sans qu'il puisse revenir sur ses pas pour modifier ou réorganiser ses idées en cours de route. Ceci va à l'encontre d'un fait avéré concernant le temps d'apprentissage, c'est-à-dire que ce dernier ne suit que très rarement la linéarité du temps didactique et que le raisonnement est fondamentalement imprévisible.

Cette dernière affirmation soulève tout un ensemble de problèmes, de nature plus informatique cette fois. La volonté de modéliser un système tutoriel en fonction des besoins foncièrement uniques et imprévisibles de chaque individu ne semble pas compatible avec la programmation informatique, qui se définit par ses algorithmes prévisibles. Mais est-il possible d'échapper à ce postulat que la rigidité de l'informatique dicte les contraintes auxquelles doit se conformer la didactique ? Est-il possible de concevoir un système tutoriel qui s'enracine d'abord en didactique ? De tels système tutoriels sont rares et selon Matsuda et VanLehn, en 2003, ils étaient inexistants : « *the human tutor's policy for choosing target steps does not correspond to the policies of existing tutoring systems for theorem proving* » (Matsuda et VanLehn, 2003, p. 377). Néanmoins, nous croyons qu'il est possible de créer un système tutoriel qui réponde d'abord à des exigences didactiques en travaillant autour des contraintes informatiques. Pour y arriver, nous proposons de concevoir un système tutoriel qui tire sa précision d'une modélisation du comportement humain et dont le dispositif informatique tient compte de cette modélisation. En d'autres termes, comme le disent Matsuda et Vanlehn (2003), il est bénéfique de prendre en compte le style de raisonnement de l'élève, mais cela implique que le système tutoriel soit bien plus complexe de manière à ce qu'il puisse fournir des indices adéquats selon la situation de l'élève, comme le ferait un tuteur humain.

À la lumière de notre examen du problème[13] de recherche pour le design du système tutoriel novateur qu'aspire à être GGBT, trois qualités nous apparaissent comme primordiales. Voici l'expression de ces qualités (en italique) sous la forme d'un premier jet des objectifs de recherche (objectif général et sous-objectifs). Ceux-ci seront revus à la suite des cadres théorique et méthodologique.

1) Concevoir et tester un système tutoriel qui *favorise chez l'élève l'exercice du volet heuristique du raisonnement logico-déductif* et le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique.
   a) Développer un *système tutoriel à l'image des modalités du contrat didactique* observé en classe réelle *et du travail effectif* de l'apprenti géomètre.
   b) *Valider sur le terrain* le rôle joué par des interventions tutorielles générées et gérées de manière autonome par le système tutoriel dans le travail mathématique de l'élève.

[13] Le problème étant « le moteur de la progression scientifique » (Johsua et Dupin, 1993, p. 60).

CHAPITRE II
CADRE THÉORIQUE

> « *Il m'aurait fallu plaider : pas de panique, monsieur l'inspecteur, il faut savoir jouer avec le savoir. Le jeu est la respiration de l'effort, l'autre battement du cœur, il ne nuit pas au sérieux de l'apprentissage, il en est le contrepoint. Et puis jouer avec la matière c'est encore nous entraîner à la maîtriser.* »
>
> Daniel Pennac, *Chagrin d'école*

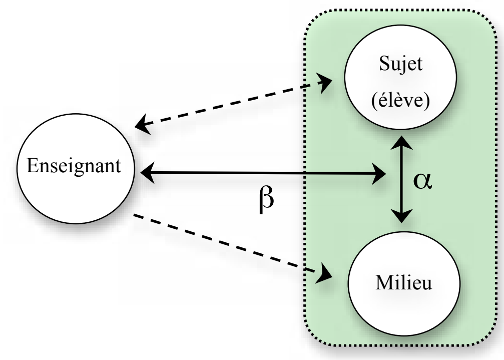
Pour analyser l'apport relatif d'outils informatiques sur le développement de connaissances et de compétences mathématiques, « il faut relier les idées souvent vagues qui circulent sur l'apport des ordinateurs à l'apprentissage avec une théorie cohérente de l'apprentissage mathématique, sans quoi il n'y aura pas de moyen de contrôle de l'évaluation de cet apport » (Floris et Conne, 2007, p. 205). Cette assertion s'applique aussi à l'évaluation a priori des implications didactiques dans le design de tels outils.

Dans les environnements informatiques d'apprentissage humain par exemple, lorsqu'on intègre un logiciel de géométrie dynamique et un système tutoriel, les relations traditionnelles entre l'enseignant, l'élève et les mathématiques sont modifiées au point de changer radicalement l'activité géométrique. Les concepts, les théories et les approches étudiés dans le présent chapitre permettent de modéliser les interactions cognitives qui prennent place entre l'élève, le milieu dont fait partie l'environnement informatique, l'enseignant et l'agent tuteur pour rendre compte du rôle et de l'influence potentielle de chacun. Différents points de vue seront dépeints afin de dresser un portrait le plus juste possible des interactions susmentionnées. Notamment, l'approche de décomposition des relations d'une situation didactique de Brousseau (1998) et les espaces de travail de Kuzniak (2006a) agiront à titre de rond-point conceptuel à partir desquels rayonneront, nommément, les axes théoriques suivants : l'approche instrumentale (Rabardel, 1995), la Théorie des fonctions du langage et ses registres sémiotiques (Duval, 1995), les raisonnements dans l'exercice de la géométrie (Coutat, Laborde et Richard, 2014; Richard, 2004a et b) et les instruments de médiation sémiotiques (Falcade, Laborde et Mariotti, 2007).

Pour le développement de notre espace de travail mathématique, nous avons opté pour une approche itérative qui repose sur une articulation de la théorie et de l'exercice empirique. De ce fait, le *cadre théorique* qui suit s'apparente davantage à un ensemble d'outils potentiels qu'à un cadre. Les prochaines lignes exposent donc une *posture théorique initiale* (Paillé et Mucchielli, 2013) qui, dans une optique d'épistémologie génétique, se construira et évoluera au fil des cycles du développement de GGBT. Qui plus est, la structure par articles adoptée pour cette thèse doctorale nous permet de définir graduellement les fondements conceptuels en fonction des aspects théoriques propres à chaque phase de la recherche.

2.1 LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES DE BROUSSEAU : LA RELATION A-DIDACTIQUE

Comme l'écrit Artigue (2002), « dès ses débuts, la recherche en didactique des mathématiques en France s'est bâtie sur la reconnaissance de la nécessité du développement de cadres théoriques qui lui sont propres » (Artigue, 2002, p. 60). Parmi ceux-ci émerge comme cadre fondateur la *théorie des situations didactiques* (TSD) de Guy Brousseau (1998). Cette théorie qui sous-tend notre approche expérimentale a fait l'objet d'une présentation à la section 3.1 de la problématique mais, dans l'optique d'une évaluation a priori des implications potentielles de l'intégration d'un EIAH au milieu avec lequel interagit le sujet apprenant, un second regard sur la relation *a-didactique* (sujet $\Longleftrightarrow$ milieu) est pertinent.



(Tiré de Brousseau, 1998)

Diagramme 4 : Système didactique tiré de la TSD

Les mécanismes de la situation a-didactique (α) (Diagramme 4) impliquent que la logique interne de cette dernière justifie à elle seule l'effort cognitif fourni par l'élève. L'enseignant doit donc soumettre au sujet des situations pour lesquelles les savoirs qu'il veut voir émerger apparaîtront comme moyen optimal de résoudre le problème, de retrouver l'équilibre entre le sujet et le milieu (Brousseau, 1998). Comme le dit le père de la TSD, « au fur et à mesure des progrès des élèves, cette représentation culturelle et didactique du milieu sera supposée se rapprocher de la « réalité » et les relations du sujet avec le milieu devront s'appauvrir en intentions didactiques » (Brousseau, 1996, p. 115). Aussi, un *problème* doit par définition faire appel à des savoirs non maitrisés d'emblée par le sujet et venir perturber le système [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] qui, par la suite, doit, par l'entremise de la relation a-didactique, retrouver un statut de stabilité. Ainsi, comme le premier de deux constituants du système, le sujet n'est pas possesseur des connaissances qu'il cherche à construire : celles-ci doivent être provoquées par le milieu grâce aux échanges [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu]. Comme le dit Brousseau (1996) : « L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont preuve de l'apprentissage » (Brousseau, 1996, p. 63).

En d'autres mots, l'élève a la capacité de construire du savoir de ses expériences en interagissant avec son milieu. En fait, selon Brousseau, l'apprentissage découle de la résolution de plusieurs de ces problèmes et des adaptations qui en résultent.

Ainsi, la relation bilatérale a-didactique entre le sujet et le milieu est à double sens puisque cette interaction dynamique comprend, d'une part, l'élève qui s'adapte tout en modifiant le milieu au fil de ses actions et, d'autre part, le milieu qui contribue à modifier l'état initial de l'élève par les rétroactions qu'il offre. Comme le dit Brousseau (1996), lorsqu'on s'intéresse à l'interaction [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu], « il faut insister sur le caractère « dialectique » de ces processus : les conceptions antérieures des élèves et les problèmes qui leur sont posés par le milieu conduisent à de nouvelles conceptions et à de nouvelles questions dont le sens est fondamentalement local » (Brousseau, 1996, p. 129).

Dans le cas de GGBT, nous intégrons un EIAH au milieu avec lequel interagit le sujet apprenant et, grâce à cette adaptation *psycho-génétique piagétienne* (Brousseau, 1996) qui vient modifier l'état des savoirs de l'élève, le milieu est lui aussi redéfini. Une analyse de cette interaction a-didactique et des mécanismes la constituant nous permet d'établir les fondements théoriques à prendre en compte dans le développement d'un premier espace de travail. La prochaine section établit un parallèle entre la *Théorie des situations didactiques* de Brousseau et le cadre des espaces de travail mathématiques de Kuzniak.

2.2 GGBT, D'ÉLÉMENT DU MILIEU À ESPACE DE TRAVAIL MATHÉMATIQUE

Le cadre des espaces de travail mathématique (ETM) (Kuzniak, 2011) intervient naturellement où est envisagée une analyse du travail mathématique d'un sujet apprenant en situation de résolution de problèmes en mathématiques. L'ETM définit donc un univers organisé au sein duquel prend place le travail du géomètre, ici l'élève.

Selon Kuzniak (2011), l'appropriation du travail du mathématicien s'opère grâce à l'émergence progressive d'un ETM et vice-versa. La genèse globale d'un ETM suppose l'interaction entre deux niveaux, soit un niveau de nature épistémologique en rapport avec un savoir mathématique étudié et un niveau de nature cognitive qui concerne les processus mathématiques mis en avant par l'apprenant ou le mathématicien à l'œuvre (Kuzniak et Richard, 2014). Conséquemment, selon Kuzniak, « le travail mathématique est le résultat d'un processus progressif de genèse qui va permettre une articulation interne aux niveaux épistémologique et cognitif ainsi que l'articulation de ces deux niveaux » (Kuzniak, 2011, p. 19). Si l'on se rappelle la *théorie des situations didactiques*, nous pouvons intuitivement établir un parallèle entre les concepts de milieu et de sujet apprenant proposés par Brousseau et les niveaux épistémologique[14] et cognitif évoqués par Kuzniak. En effet, comme pour la Théorie de Brousseau, où le sujet et le milieu se redéfinissent mutuellement via l'interaction qui les anime, pour Kuzniak, ces changements d'état sont décrits comme des genèses :

> *- la genèse épistémologique permet de structurer l'organisation mathématique de l'ETM en lui donnant un sens que dans le cas de la géométrie les paradigmes géométriques aident à définir ;*
>
> *- la genèse cognitive structure l'espace de travail quand il est donné à utiliser par un individu générique ou particulier.* (Kuzniak, 2011, p. 21)

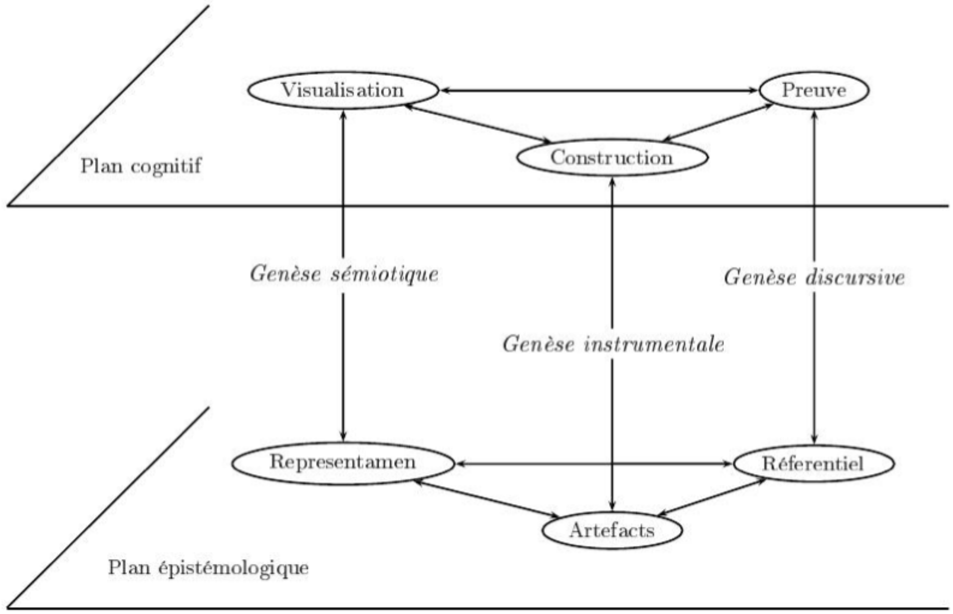
Conséquemment, dans l'exercice mathématique, ou dans ce que Kuzniak définit comme la genèse d'un ETM, on reconnait un fondement de la théorie de Brousseau qui attribue la construction de sens mathématique à l'interaction féconde [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu]. Ce rapprochement a priori théorique nous permettra dans la prochaine section de préciser la nature des interactions entre le sujet cognitif et le milieu comme *véhicule de connaissances mathématiques* (Coutat et Richard, 2011), et d'ainsi servir notre effort de compréhension des différents aspects du développement de GGBT.

2.2.1 L'espace de travail mathématique et ses genèses

> « *C'est simple, ne pouvant me fier à mon raisonnement, j'ai appris par cœur tous les résultats possibles de toutes les multiplications possibles*. »
>
> Eugène Ionesco, *La leçon*

[14] Lorsque l'accent est mis sur le processus d'apprentissage de l'élève dans une situation didactique, ce plan épistémologique peut aussi se considérer comme un milieu épistémologique (Coutat et Richard, 2011).

Le diagramme 5 illustre les trois genèses fondamentales constitutives du travail (raisonnement) mathématique et de l'émergence d'un ETM telles qu'évoquées par Kuzniak[15].



(Tiré de Kuzniak, 2011, p. 20)

Diagramme 5 : ETM et ses genèses

Au fil des prochaines pages, nous allons procéder à une analyse a priori des genèses instrumentale, sémiotique et discursive appliquées au cas singulier de GeoGebraTUTOR, mais avant, à titre de mise en contexte, une définition générale (Kuzniak, 2011; Kuzniak et Richard, 2014) de chacune d'elles s'impose.

La genèse instrumentale concerne le mécanisme par lequel les artefacts sont rendus opératoires et soutiennent le processus constructif constitutif du travail mathématique du sujet cognitif. Pour sa part, la genèse sémiotique, enracinée dans le cadre des registres de représentations sémiotiques, vient donner un sens aux objets tangibles de l'ETM et leur assure un statut d'objets mathématiques opératoires. Enfin, la genèse discursive d'une preuve mathématique met à profit les propriétés institutionnalisées répertoriées dans un référentiel théorique pour articuler un raisonnement mathématique.

[15] Se référer au chapitre VI de cette thèse pour une analyse plus détaillée du rôle et des composantes du modèle des ETM de Kuzniak.

Dans le cas de GGBT, la genèse instrumentale est inévitablement au premier plan du travail mathématique puisque les genèses sémiotique et discursive dépendent d'une opérationnalisation des artefacts qui composent l'environnement d'apprentissage. C'est pourquoi, dans l'analyse détaillée qui suit, la genèse instrumentale agira à titre de noyau principal autour duquel viendront se greffer les genèses sémiotique et discursive.

2.2.1.1 Genèse instrumentale : modèle ergonomique

Lorsqu'il est question d'intégrer un ordinateur dans une situation didactique, la notion d'apprentissage instrumenté est incontournable. Pour comprendre la dynamique entre l'élève et l'outil qui lui est fourni, il faut se distancier de l'outil lui-même comme seul objet d'étude pour inclure l'utilisateur dans l'équation. L'analyse résultante porte donc sur l'interaction entre l'outil technique et l'utilisateur, ici l'élève. Cette interaction, ou genèse instrumentale (Kuzniak, 2011), est au cœur de l'approche instrumentale de l'ergonome Pierre Rabardel, qui la définit comme « une approche cognitive des instruments contemporains » (Rabardel, 1995, p. 1). Cette approche est centrale dans l'analyse de l'axe instrumental des genèses constitutives de l'espace de travail mathématique que sera GGBT.

Rabardel (1995) introduit une nuance importante entre l'instrument et l'objet technique qui joue le rôle d'outil dans l'interaction avec l'utilisateur. Cet ergonome définit l'instrument comme une « entité mixte formée d'un artefact et d'un schème » (Rabardel, 1995, p. 47). Les instruments ne sont donc pas fournis d'emblée à l'utilisateur : « il manque encore à l'artefact de s'inscrire dans des usages, des utilisations, c'est-à-dire des activités où il constitue un moyen mis en œuvre pour atteindre les buts que se fixe l'utilisateur » (Rabardel, 1995, p. 74). Conséquemment, l'instrument, résultat de la genèse instrumentale, témoigne d'un apprentissage non négligeable : « à travers cette conservation, l'instrument est un moyen de capitalisation de l'expérience accumulée […] En ce sens, tout instrument est connaissance » (Rabardel, 1995, p. 73).

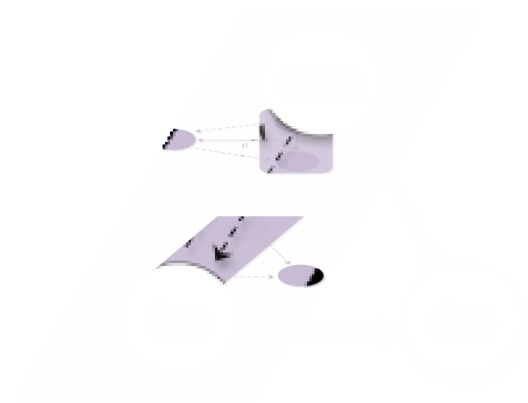
Le concept d'artefact est introduit comme « terme alternatif neutre » (Rabardel, 1995, p. 3) au terme d'objet technique. Selon Rabardel, l'appellation objet technique pour désigner l'outil sous-entend une approche *technocentrique* et ne comporte donc aucune dimension humaine et s'éloigne du coup d'une approche dite *anthropocentrique*.

La notion *anthropocentrique* d'artefact désigne en anthropologie toute chose ayant subi une transformation, même minime, d'origine humaine. Elle présente, d'autre part, l'avantage de ne pas restreindre la signification aux choses matérielles (du monde physique) en incluant sans gêne les systèmes symboliques qui peuvent aussi être des instruments (Rabardel, 1995).

On peut conclure qu'un artefact désigne tout « objet créé par l'homme pour assister sa propre activité » (Trouche, 2007, p. 20). L'artefact est conçu avec une utilité anticipée, mais l'utilisation avérée qu'en fera l'usager dépend des dispositions personnelles de ce dernier. « Les artefacts ne sont ainsi que des propositions que des individus développeront ou non, dans un sens qui dépendra des habitudes déjà acquises, de la tâche et de l'environnement de la tâche » (Trouche, 2007, p. 23). Rabardel (1995) introduit le mot *catachrèse*, qu'il emprunte au domaine de la linguistique et de la rhétorique, pour décrire ces processus d'appropriation et d'adaptation personnalisées de l'artefact. Les catachrèses représentent des détournements au regard des fonctions originalement anticipées par les concepteurs d'artefacts. Analysée du point de vue du sujet, la catachrèse, dans un contexte instrumental, représente des « indices du fait que les utilisateurs contribuent à la conception des usages des artefacts » (Rabardel, 1995, p. 100). L'auteur ajoute que « l'existence des catachrèses témoigne de l'institution par le sujet de moyens adaptés en vue des fins qu'il poursuit, de l'élaboration d'instruments destinés à être insérés dans son activité en fonction de ses objectifs » (Rabardel, 1995, p. 100). Ainsi, « l'instrument naît de la confrontation entre un outil avec ses potentialités, ses contraintes et un individu avec ses connaissances, ses habitudes de travail antérieures » (Trouche, 2000, p. 242). Cette influence bilatérale constitue le fondement de la genèse instrumentale et, pour mieux illustrer la finesse de celle-ci, Rabardel (1995) propose de scinder la genèse en un double processus constitué des mécanismes d'instrumentalisation et d'instrumentation.

La genèse instrumentale (parallélogramme, diagramme 6), processus d'émergence et d'évolution d'un instrument dans le cadre d'un *objet* (d'une activité) instrumentée, est le résultat d'une animation de *l'artefact* par le *sujet* (① = instrumentalisation) et du développement de schèmes d'action instrumentée associés aux artefacts produits par le sujet

(②= instrumentation). Même si l'instrumentalisation est orientée vers l'artefact tandis que l'instrumentation est relative au sujet, « ces deux types de processus sont le fait du sujet. Ils se distinguent par l'orientation de l'activité » (Rabardel, 1995, p. 5).



(Tiré de Rabardel, 1995)

Diagramme 6 : Situation d'activité instrumentée

Rabardel (1995) définit l'instrumentalisation comme le processus responsable de

> …l'émergence et l'évolution des composantes artefact de l'instrument : sélection, regroupement, production et institution de fonctions, détournement et catachrèses, attribution de propriétés, transformation de l'artefact (structure, fonctionnement, etc.) qui prolongent les créations et réalisations d'artefacts dont les limites sont de ce fait difficiles à déterminer. (Rabardel, 1995, p. 111)

Dans cette interaction entre l'artefact et l'usager, l'utilisateur considère et explore ce qui lui est offert par l'objet en question et, résultat de son intelligence, sélectionne les fonctionnalités qu'il juge utiles, peut les adapter, les personnaliser et exploiter l'artefact obtenu et ses fonctions à sa convenance et selon ses besoins. L'instrumentalisation, considérée isolément, est donc orientée vers l'artefact puisque ce dernier subit un modelage, des catachrèses ou des transformations.

Luc Trouche (2000), dans *La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur,* donne un exemple fort éloquent pour illustrer l'instrumentalisation. Il expose le problème auquel est confronté un gaucher qui cherche à verser le contenu d'une casserole au bec verseur dans une tasse. La casserole étant conçue pour un droitier, le bec verseur se trouve du mauvais côté de la casserole pour l'usager gaucher. Une option qui se présente au gaucher, et qui constitue un exemple d'instrumentalisation, serait le scénario où l'usager décide d'ignorer l'absence du bec verseur du côté où il aurait été souhaitable d'en avoir un et choisit d'adapter l'outil à son comportement habituel et de verser, à l'aide de la main gauche, le contenu par le côté opposé au bec verseur. Cet exemple met en évidence le détournement du fonctionnement privilégié ou anticipé de la casserole pour l'adapter au comportement programmé du sujet. D'autres scénarios sont envisageables pour obtenir de meilleurs résultats, mais ceux-ci exigent une adaptation chez le sujet de ses schèmes d'utilisation. À la lumière de cette constatation, il est clair que, nonobstant le parallèle qui a été établi plus haut entre la catachrèse et la genèse instrumentale, cette dernière constitue bien plus que le seul détournement des fonctions prédéfinies de l'artefact, d'où la pertinence de l'instrumentation.

Rabardel (1995) définit les processus d'instrumentation comme étant :

> …relatifs à l'émergence et à l'évolution de schèmes d'utilisation et d'action instrumentée : leur constitution, leur fonctionnement, leur évolution par accommodation, coordination, combinaison, inclusion et assimilation réciproque, l'assimilation d'artefacts nouveaux à des schèmes déjà constitués, etc. (Rabardel, 1995, p. 111)

Au fur et à mesure de l'exploration et de la découverte des fonctions et des propriétés du ou des artefacts par le sujet[16], l'activité instrumentée de ce dernier se verra modifiée. Comme le souligne Rabardel, cette adaptation ne signifie pas nécessairement un « remodelage » de schèmes préexistants, elle peut aussi désigner la naissance d'un nouveau schème, l'évolution d'un schème, l'application d'un schème existant à un nouvel artefact ou même la combinaison de schèmes différents.

Dans son article « La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur », Luc Trouche (2000) reprend son exemple du gaucher aux prises avec une casserole conçue pour l'usager droitier. Par opposition au scénario présenté pour illustrer le processus d'instrumentalisation, Trouche donne deux exemples de schèmes que l'usager pourrait élaborer qui correspondraient au processus d'instrumentation. En premier lieu, le gaucher renie ses schèmes d'utilisation de

[16] À titre de précision, Rabardel (1995) emploie le terme sujet pour désigner l'utilisateur. Dans un cadre didactique, ces sujets ou utilisateurs constituent vraisemblablement des élèves.

gaucher et prend la casserole de la main droite, se pliant inconfortablement aux particularités de l'artefact. Autre scénario : en demeurant fidèle à sa gaucherie, il prend la casserole de la main gauche et exécute une contorsion pour verser, tel que l'objet le suggère, le contenu dans la tasse à l'aide du bec verseur. Peu importe lequel de ces deux scénarios l'usager choisit, il n'en demeure pas moins qu'une grande part du contrôle de la situation est cédée à l'artefact, et le sujet adapte ses schèmes pour s'y conformer au risque de compromettre la réussite de l'opération.

Dans la prochaine section nous précisons cette notion de schème dans un contexte d'apprentissage instrumenté.

Schèmes d'utilisation

Le terme *schème*, introduit par Piaget en 1936, est traduit par le *Grand dictionnaire terminologique* (www.granddictionnaire.com, 2011), dans une perspective d'éducation, par l'expression *behavior pattern* qui, mot pour mot, signifie modèle de comportement. Plus particulièrement, Rabardel (1995) s'inspire de la notion de schème de Piaget, qui définit les schèmes comme des moyens mis en œuvre par le sujet pour s'approprier les objets, les activités ou les situations qui se présentent à lui. Selon la logique mise en avant dans l'approche instrumentale de Rabardel, les schèmes se construisent et se transforment au fur et à mesure des interactions entre le sujet et l'artefact et s'associent à l'artefact pour constituer l'instrument. La définition suggérée par Rabardel se rapproche donc davantage de celle de Vergnaud (1996), qui définit le schème comme étant une entité dynamique qui représente une structure de comportements invariants et fonctionnels pour une classe précise de situations. Trouche ajoute un élément intéressant à la définition. Il précise qu'un « schème a trois fonctions principales : une fonction pragmatique (il permet au sujet de réaliser une tâche), une fonction heuristique (il permet au sujet d'anticiper et de planifier son activité) et une fonction épistémique (il permet au sujet de comprendre ce qu'il fait) » (Trouche, 2007, p. 24).

En ce qui a trait aux schèmes d'utilisation au cœur du processus d'instrumentation, Rabardel (1995) les classe en deux catégories : ceux concernant le but principal de l'activité médiatisée par un artefact (schèmes d'action instrumentée, Sh.A.I.) et ceux qui concernent des contraintes secondaires à la réalisation de l'activité (Schèmes d'usage, Sh.Us.). Si nous nous référons à la parabole de la casserole de Trouche, le choix de prendre une poignée pour empoigner la casserole, évitant ainsi une brulure, constitue ce qu'appelle Rabardel (1995) une *tâche seconde* puisqu'elle ne concerne pas directement la *tâche première ou principale* qui est de verser le contenu de la casserole dans une tasse. Quant à eux, les schèmes d'activité collective instrumentée (Sh.A.C.I.) (Rabardel, 1995) concernent les *tâches principales* autant que les *tâches secondes*. Tel que leur nom l'indique, ces schèmes d'utilisation sont spécifiques au travail collectif sur une même tâche assisté des mêmes artefacts. Au-delà du travail collectif, Rabardel souligne qu'en contexte de classe, l'élève (l'usager) est rarement isolé lors de son interaction avec l'artefact. La genèse instrumentale s'en trouve nécessairement influencée par les intentions des concepteurs de l'artefact, par le contrat didactique (Brousseau, 1998) en place et par les acteurs du *milieu intellectuel*[17], auxquels s'apparente le système tutoriel. Ces empreintes sociales contribuent à l'émergence de ce que Rabardel (1995) nomme les schèmes sociaux d'utilisation (Sh.S.U.). Ces schèmes sociaux ne constituent pas une catégorie de schèmes à proprement parler, mais ils viennent indubitablement colorer les schèmes d'action instrumentée (Sh.A.I.), les schèmes d'usage (Sh.Us.) et les schèmes d'activité collective instrumentée (Sh.A.C.I.).

Notre développement expérimental pour le design de GéogébraTUTOR repose sur une prise en compte des schèmes d'utilisation observés lors de chaque phase de validation et d'exploration empirique, puisque bien qu'il soit possible d'anticiper ou d'encourager certaines actions instrumentées des usagers (élèves et enseignants), il est impossible de prévoir l'utilisation avérée de GGBT qu'en feront les sujets. Comme le souligne Trouche (2007), un même environnement peut mener à l'émergence de schèmes très différents selon les utilisateurs. D'ailleurs, cette admission du caractère imprévisible des schèmes opérés par les usagers de GGBT rend légitime notre volonté de créer un système tutoriel qui s'adapte au profil d'activité mathématique instrumentée de chacun. Cette capacité du tuteur de s'ajuster au fil des actions a pour effet de modifier continuellement l'artefact mis à la disposition de

[17] Coutat, Laborde et Richard (2014) avancent l'idée de deux sous-ensembles du milieu : le milieu matériel, qui est constitué de tout objet mis à la disposition du sujet, et le milieu intellectuel, constitué des personnes, notamment les enseignants et les compagnons de classe, qui participent à la situation en collaborant avec l'élève ou en lui fournissant des éléments de réponse.

l’élève, rendant la prévision fine des schèmes d’utilisation déployés fondamentalement impensable. Néanmoins, une analyse générale des effets éventuels attribuables à l’intégration d’un environnement de géométrie dynamique et d’un système tutoriel sur l’activité mathématique de l’élève est concevable.

Rabardel (1995) qualifie de *structuration active* cette implication délibérée dans l’activité de résolution de problème par l’entremise de l’intégration d’artefacts au milieu de travail de l’élève. Cet « effet structurant de l’artefact » (Rabardel, 1995, p. 135) s’articule en deux plans opposés mais complémentaires, soit *l’activité requise* et *l’ouverture du champ des possibles*. Et, bien qu’il soit « difficile d’isoler les potentialités des contraintes : les deux sont intimement mêlées, toute facilité offerte à l’utilisateur constituant en même temps une pression pour réaliser un type d’action plutôt qu’un autre » (Trouche, 2000, p. 245), dans un effort d’analyse préalable de l’apport relatif potentiel de GGBT sur le travail mathématique de l’apprenti géomètre, nous allons faire l’exercice de différencier l’activité requise de l’ouverture du champ des possibles.

Activité requise

Dans le mécanisme d’instrumentalisation, l’artefact subit une catachrèse de ses fonctions anticipées ou préconçues, mais le contrôle de ce processus n’appartient pas strictement à l’usager puisque l’artefact, par sa nature qui découle des choix des concepteurs, limite ce processus. Ces contraintes qui contribuent à l’*activité requise* [par l’artefact], Rabardel (1995) les classe en trois catégories : *les contraintes de modalités d’existence, les contraintes de finalisation* et *les contraintes de structuration de l’activité.*

Les *contraintes de modalités d’existence* concernent le fonctionnement et la conservation de tout outil matériel sans lien direct avec l’activité dans laquelle s’inscrit l’utilisation de ce dernier. Par exemple, la calculatrice doit être constamment alimentée par une source d’énergie. Ainsi, l’exposition à une source de lumière ou la disponibilité de piles à charge suffisante sont conditionnelles à son existence en tant qu’outil technique. Ce type de contrainte, une fois satisfaite, a peu d’effet sur la genèse instrumentale et sur l’activité mathématique.

Les *contraintes de finalisation*, désignent les spécificités de l'artefact quant à sa vocation d'outil technique. À titre d'exemple, pour un crayon, une contrainte de finalisation serait l'ensemble des surfaces sur lequel il peut écrire par opposition à celles où il ne laisse pas de trace. Pour un EIAH, les contraintes de finalisation déterminent les différents contextes d'exploitation potentiels où l'artefact peut s'avérer pertinent comme instrument éventuel pour la résolution d'un problème donné. Par exemple, un logiciel de géométrie dynamique ne possède pas nécessairement le même potentiel instrumental pour la résolution de problèmes de démonstration qu'un EIAH qui intègre aussi un système tutoriel.

L*es contraintes de structuration de l'action* concernent le fait que l'artefact, en fonction de son design, préstructure l'action du sujet qui l'utilise. Ici, il ne s'agit pas seulement de structurer l'action instrumentée, car toute contrainte s'inscrit dans la structuration active de l'artefact, mais de préstructurer la genèse instrumentale en fonction des schèmes anticipés par les concepteurs de l'artefact. Pour le crayon, le choix d'installer la gomme à effacer à l'extrémité opposée de la pointe vient imposer à l'usager qui souhaite effacer de tourner le crayon. Ainsi, l'action instrumentée du sujet est anticipée dans le développement de l'outil, ce qui a pour effet d'imposer des modalités opératoires à l'utilisateur. Ceci influence directement l'interaction entre l'outil et l'usager et donc, l'activité instrumentée qui en découle. Ces contraintes, dans un contexte de développement d'un espace de travail mathématique, viennent à elles seules justifier l'analyse a priori des implications de chacun de nos choix de design pour GGBT, mais elles jouent aussi un rôle dans l'analyse a posteriori des schèmes d'utilisation observés en classe réelle.

L'activité requise est aussi influencée par le contexte d'emploi de l'artefact. En effet, si l'on se réfère à la Théorie des situations didactiques de Brousseau (1998), l'interaction [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] est influencée par l'artefact qui modifie le milieu, mais d'abord par le problème à résoudre. Quoique le problème n'ait pas d'influence directe sur l'artefact, les spécificités du problème peuvent avoir un impact sur comment les contraintes de l'outil technique se manifestent dans l'activité instrumentée de l'élève. Cette réalité accentue l'importance de *l'instrumentation didactique* (Lagrange, 2007), qui prône la configuration de situations d'apprentissage en fonction des genèses instrumentales potentielles. Même que certains accordent une place plus importante à l'interaction problème-artefact qu'à celle entre le sujet et l'artefact. C'est le cas de Hutchins (1990), qui affirme que l'artefact n'interagit pas directement avec le sujet, mais agit plutôt sur les compétences cognitives nécessaires à la résolution du problème en jouant sur la nature cognitive de celui-ci. Cette influence bilatérale entre la situation-problème à résoudre et l'artefact s'observe en fonction de l'activité instrumentée requise, mais aussi selon la capacité du sujet à résoudre les problèmes qui lui sont soumis. Cet effet d'enrichissement des ressources du sujet s'inscrit dans ce que Rabardel appelle l'*ouverture du champ des possibles.*

Ouverture du champ des possibles

L'introduction d'un artefact dans l'interaction [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] propre à une situation-problème peut contraindre l'élève dans son processus de résolution, mais elle peut aussi avoir l'effet inverse et offrir à l'élève des possibilité de démarches, de solutions ou de conceptions autrement inaccessibles : « l'utilisation d'un artefact peut accroître les capacités assimilatrices du sujet […] les dimensions de structuration de l'action dont est porteur l'artefact peuvent rendre possible, pour le sujet de nouvelles modalités d'organisation de son action » (Rabardel, 1995, p. 140).

Winsløw (2003) avance l'idée de *conceptual lever potential* (*potentiel de levier conceptuel*). Cette idée de l'effet de levier d'un artefact sur l'apprentissage est suggérée par Winsløw dans le cas d'un CAS (*computer algebra system*), mais ce concept est applicable à une variété d'artefacts électroniques. Le *potentiel de levier conceptuel* d'un outil technique réside dans la prise en charge par l'outil des démarches ou des processus qui ne sont pas en lien direct avec l'apprentissage visé, de manière à permettre à l'élève de se concentrer sur les enjeux principaux de la situation et d'ainsi pousser plus loin son exercice conceptuel. Ceci peut permettre, au cours des résolutions de problèmes à l'aide de l'outil, l'enrichissement des compétences mathématiques. Cet impact est particulièrement observable dans le cas des outils informatiques, tel que le souligne Caron :

> L'intégration d'outils informatiques en classe de mathématiques s'inscrit donc naturellement dans cette approche [utiliser la compétence comme élément organisateur d'un curriculum] puisque les techniques qui deviennent ainsi disponibles permettent d'ouvrir considérablement l'espace des problèmes résolubles ; elles

> offrent en effet la possibilité d'aborder en classe de mathématiques des problèmes qui intègrent un niveau de complexité jusque-là impensable. (Caron, 2007, p. 189)

Winsløw (2003) scinde ce potentiel de levier conceptuel en deux catégories d'enjeux pour l'apprentissage : pragmatiques et didactiques. Les *enjeux pragmatiques* concernent l'effet concret de l'activité instrumentée rendue possible grâce à un artefact donné sur la compétence de l'élève à résoudre un problème ou une famille de problèmes. Les *enjeux didactiques* sont relatifs à l'impact éventuel ou potentiel de l'usage d'un artefact sur le développement général de compétences mathématiques chez l'élève. La compétence mathématique comme marqueur observable de l'effet potentiel et avéré d'un artefact permet d'apprécier l'effet levier d'un EIAH sur l'apprentissage : « Si l'on adopte une authentique approche par compétences, là se trouveraient les véritables raisons d'intégrer les technologies à l'enseignement des mathématiques » (Caron, 2007, p. 189). À la manière de Sutherland et de Balacheff (1999), qui avancent le terme *knowledge* pour désigner à la fois les savoirs et les savoir-faire[18], ici, l'appellation compétence ne sera pas employée au détriment du concept de connaissance, mais plutôt comme un terme inclusif des deux paradigmes, un savoir-agir, un outil en contexte de résolution de problèmes.

Plusieurs typologies de compétences[19] pourraient être employées comme système de référence pour qualifier les enjeux pragmatiques et didactiques découlant de l'intégration d'un artefact au milieu de résolution d'un problème mathématique. Caron (2007) s'appuie sur une typologie de compétences proposée par le sociologue du travail Gilbert de Terssac, pour faire l'analyse de l'organisation de l'action instrumentée qui résulte de l'intégration d'outils informatiques en contexte de résolution de problèmes en classe de mathématiques. Comme la conception a priori de GGBT suppose l'analyse du travail du géomètre apprenti, nous allons nous inspirer de l'exercice auquel Caron s'est livrée, mais en précisant le contexte d'application des compétences à celui de GeoGebraTUTOR et plus particulièrement, aux dispositions d'un environnement de géométrie dynamique et d'un système tutoriel. Nous allons donc scinder le travail géométrique en trois catégories de compétences mathématiques :

---

[18] « *Within this article we shall use the word 'knowledge' to designate those intellectual constructs, socially shared and institutionalized as efficient problem-solving tools* » (Sutherland et Balacheff, 1999, p. 3).

[19] À titre d'exemple, la typologie du MELS ou celle du PISA (*Program for International Student Assessment*).

- Les *compétences d'explicitation* sont relatives à la communication des objectifs et des pas de solutions passés et présents.
- Les *compétences d'intervention* concernent la capacité de réinvestissement des connaissances acquises pour la résolution de problèmes.
- Les *compétences d'évaluation* font référence au niveau *méta* de la pratique mathématique, soit l'aptitude à se situer quant à la validité de sa démarche.

En ce qui concerne les *compétences d'explicitation*, Caron (2007) souligne, d'une part, que le fait que les outils informatiques puissent conjuguer diverses représentations d'objets mathématiques (graphiques, symboliques, numériques) facilite non seulement l'exploration et la compréhension de ces derniers, mais aussi la maitrise des langages mathématiques nécessaires à la compréhension des variables du problème et à la communication d'une solution. Un logiciel comme GeoGebra, qui incorpore une fenêtre algébrique à son interface, rend possible l'établissement d'une correspondance entre les représentations, par exemple entre la figure et l'équation des lieux de ses composantes. Cet attribut permet l'expérimentation et l'exploration en profondeur, à l'aide du mouvement, des invariants perceptifs sur les objets représentés à l'interface et facilite ainsi la compréhension de la correspondance entre les différents registres de représentation mathématiques[20]. Winsløw (2003) nomme cet avantage le *materialization potential* (potentiel de matérialisation) qu'il considère être un *potentiel de levier conceptuel* puisque l'élève peut avoir accès à tout un pan de la réalité mathématique qui était auparavant inaccessible. D'autre part, Caron (2007) mentionne que la persévérance dans l'utilisation d'outils informatiques permet à l'utilisateur une plus grande maitrise des modes d'explicitation requis par les commandes ou l'interface ainsi qu'une meilleure capacité à distinguer les rétroactions portant sur l'activité mathématique de celles qui concernent les communications techniques avec l'environnement. Ces compétences de communication avec l'outil peuvent être assimilées aux *schèmes d'usage* (Sh.Us.), qui s'inscrivent dans le processus d'instrumentation touchant l'utilisation efficace et soutenue de l'artefact. Cependant, Caron (2007) ajoute que parfois, en contexte de classe, la volonté de simplifier la communication avec l'environnement informatique l'emporte sur celle de favoriser un échange signifiant entre le sujet et l'artefact. En effet, le développement d'une

[20] Se référer à la section 2.2.1.2 pour plus de détails concernant les registres de représentation.

activité instrumentée à l'aide d'un outil informatique étant parfois coûteux en temps, on remarque une disposition à privilégier les outils conviviaux qui explicitent les liens entre les représentations ou qui assument une grande part des enjeux de communication. Cette transparence artificielle cède à l'environnement le contrôle du processus de genèse instrumentale, ce qui peut éloigner l'élève « autant de la compréhension de l'expression mathématique que de celle des processus informatiques appelés à les traiter » (Caron, 2007, p. 193). L'ajout d'un système tutoriel à l'espace de travail mathématique vient accentuer l'importance de porter une attention particulière à ce risque puisque le système tutoriel peut contribuer à la richesse des représentations ou, au contraire, vulgariser à outrance la communication mathématique et ainsi dénaturer le problème à résoudre.

Pour sa part, le développement de *compétences d'intervention* a pour conséquence directe d'augmenter le « pouvoir » de résolution de l'élève. À cet égard, « les outils informatiques offrent un potentiel très alléchant dont il convient de vouloir tirer parti dans l'enseignement » (Caron, 2007, p. 194). Un environnement de géométrie dynamique contribue au pouvoir d'action de l'élève en créant un milieu propice à l'émergence de connaissances nouvelles et de compétences instrumentées :

> La géométrie scolaire […] est un lieu de confrontation […] entre perception et raisonnement. Cette confrontation est encore plus manifeste dans le contexte de l'usage des environnements de géométrie dynamique qui, à la fois, dramatisent ces contrastes et constituent les meilleurs environnements pour susciter l'émergence d'un milieu pertinent (milieu dans lequel les propriétés géométriques sont phénoménologiquement liées à des invariants perceptifs… (Balacheff et Margolinas, 2005, p. 20)

Un environnement de géométrie dynamique (micromonde) permet donc à l'apprenti mathématicien un apprentissage enraciné dans l'action, dans l'intervention. En effet, l'élève en interaction avec un logiciel de géométrie dynamique (LGD) est amené à découvrir, à explorer différentes configurations de figures et à induire ou à valider de manière empirique des propriétés géométriques. Cette dialectique de l'action a le potentiel de mener à la genèse de *schèmes d'action instrumentée* (Sh.A.I.) (Rabardel, 1995) et à la construction d'un réseau de propriétés qui viennent enrichir le potentiel d'intervention de l'usager.

Les compétences d'intervention[21] sont appelées à s'enrichir dans le cours des genèses instrumentales entre l'élève et le logiciel de géométrie dynamique puisqu'au fil de son expérience avec le milieu, l'élève développe son *intuition secondaire* (Tall, 1991). L'intuition secondaire concerne la capacité de l'élève à questionner logiquement l'évidence visuelle, une condition pour que l'élève progresse d'une géométrie pratique à une géométrie théorique : « *we then have many kinds of intuition; first, the appeal to the senses and the imagination; next, generalization by induction, copied, so to speak, from the procedures of the experimental sciences…* » (Poincaré, 1913, p. 215).

Bien que l'intuition secondaire ne s'enseigne pas, un système tutoriel peut, par les problèmes proposés ou par des messages ciblés, amener l'élève à questionner une intuition s'appuyant simplement sur l'évidence visuelle en l'encourageant notamment à justifier ses observations par un appui sur un référentiel théorique admis. Cette intuition « expérimentée » mène à une plus grande autonomie de la pensée de l'apprenti géomètre, qui tire profit des échanges avec le milieu et le système tutoriel sans céder les rênes de son raisonnement mathématique.

En ce qui a trait aux *compétences d'évaluation,* celles-ci concernent le volet *méta* de l'activité mathématique ou, dans le cas qui nous intéresse, de l'activité mathématique instrumentée. Au terme de la genèse instrumentale, « l'instrument constitue un opérant, il est opératif au sens où il prend en charge une partie de la tâche » (Rabardel, 1995, p. 73). Cette prise en charge est indéniable et fait partie des effets souhaitables de l'intégration d'outil dans la classe de mathématiques, à condition que cette prise en charge ne soit pas synonyme de contrôle de la situation-problème. Comme le dit Caron, le contrôle qu'exerce le sujet sur l'artefact est déterminant dans l'émergence de l'instrument : « la capacité d'orienter l'utilisation de l'outil, de porter un regard critique sur ses productions, de les valider, de voir au-delà et d'ajuster le tir, le cas échéant » (Caron, 2007, p. 196) sont, à toute fin pratique, des manifestations de compétences d'évaluation. De plus, Trouche (2007) ajoute que les outils informatiques qui combinent plusieurs registres et qui fournissent rapidement un grand nombre d'informations accentuent, par rapport aux autres artefacts moins complexes, l'importance du contrôle par le sujet. Ainsi, au même titre que l'intuition secondaire vient maximiser le potentiel du logiciel

[21] Tout comme les compétences d'évaluation par ailleurs.

de géométrie dynamique pour permettre des inférences de qualité, le contrôle du raisonnement partiellement dissimulé par l'instantanéité des rétroactions de l'outil doit demeurer aux mains de l'élève (Richard, 2004b). Ce contrôle, qui ne doit pas être confondu avec une méfiance abusive, est rendu possible grâce à une volonté de compréhension de la part de l'usager des mécanismes et des limites intrinsèques des outils informatiques (Caron, 2007). Néanmoins, avec un logiciel de géométrie dynamique, la structure interne de l'outil ne sera jamais entièrement accessible à l'utilisateur puisque l'outil gère une partie des connaissances en jeu, mais « toute action qui s'exprime avec les fonctionnalités du logiciel ou les systèmes de signes disponibles doit être réinterprétée par le sujet à la lumière de son intention » (Coutat *et al.*, 2014, p. 5). Cette réinterprétation est conditionnelle à ce que Rabardel (1995) appelle une *transparence opérative* des fonctionnalités des artefacts, c'est-à-dire à un juste milieu entre l'opacité d'une *boite noire* et la transparence d'une *boite de verre*. Dans cette métaphore, la boite noire correspond à l'artefact dont les règles du fonctionnement sont inaccessibles, invisibles et indépendantes de l'activité du sujet et, inversement, la boite de verre fait référence à l'artefact qui n'a aucun secret pour l'usager, comme si ce dernier en était le concepteur. Cette transparence opérative n'est pas seulement la responsabilité du concepteur du logiciel de géométrie dynamique puisque celle-là est en partie assurée par la capacité de l'usager à questionner la logique des rétroactions de l'outil grâce, entre autres, à une intuition secondaire bien exercée.

Cet enjeu de transparence est encore plus manifeste dans le cas d'un système tutoriel. En effet, comme le dit Rabardel (1995), les systèmes-experts sont souvent perçus comme des prothèses visant à pallier les difficultés, voire les incapacités du sujet utilisateur[22]. Selon ce paradigme, le sujet est relégué à un rôle passif d'observateur ou, au mieux, d'exécutant, compromettant le développement potentiel de compétences d'évaluation. De ce fait, comme l'enseignant qui évite de divulguer les réponses à l'élève, le système tutoriel doit agir tel un outil qui vient appuyer « la prise de décisions cognitives » (Rabardel, 1995, p. 72). Pour le design de GGBT,

[22] Cette vision est influencée par une conception utilitariste de l'outil comme celle avancée par Hutchins : « ... *Tools do not amplify the cognitive abilities of the team members, but instead transform what are normally difficult cognitive tasks into easy ones* » (Hutchins, 1990, p. 191).

cette transparence opérative est envisagée notamment grâce à une méthodologie[23] où le fonctionnement du système tutoriel est modélisé en fonction du mode d'intervention d'enseignants réels.

En résumé, l'ouverture du champ des possibles induit par l'intégration d'un EIAH tel que GGBT au milieu de l'élève peut se constater par l'impact positif que cet ajout a sur le développement des compétences d'explicitation, d'intervention et d'évaluation. Cet effet de levier conceptuel est conditionnel à la transparence opérative des artefacts qui constituent l'environnement de géométrie dynamique et le système tutoriel, transparence qui assure que l'élève demeure en contrôle de l'activité instrumentée et de la genèse instrumentale qui l'accompagne.

Dans l'interaction entre un milieu épistémologique et un sujet cognitif, ou dans l'émergence d'un espace de travail mathématique, l'ouverture du champ des possibles ne découle pas seulement de la genèse instrumentale puisque l'activité mathématique qui met à profit chacune des compétences décrites ci-dessus est aussi rendue possible grâce aux genèses sémiotique et discursive. Comme pour la genèse instrumentale, nous allons déterminer a priori comment s'articulent ces genèses dans l'interaction entre l'élève et GeoGebraTUTOR mais, d'abord, nous devons rappeler le rôle de chacune : la genèse sémiotique rend les objets mathématiques signifiants et donc opératoires au sein d'un raisonnement mathématique; la genèse discursive concerne l'organisation du raisonnement en référence à un réseau de propriétés géométriques institutionnalisé. Nous avons convenu que, dans le cas de GGBT, ces deux genèses dépendent d'abord d'une genèse instrumentale qui témoigne de l'appropriation des artefacts par le sujet et, conséquemment, nous avons présenté les tenants et aboutissants de cette genèse en premier. Mais pour le développement de GGBT, comme il est question d'un espace de travail qui intègre un système tutoriel, il subsiste un risque que l'activité instrumentée qui découle du suivi serré du tuteur donne lieu à des performances et à des comportements qui simulent des apprentissages sans pour autant garantir que ceux-ci soient réellement intégrés (Balacheff, 1994b). La genèse instrumentale ne garantit donc pas à elle seule une activité mathématique

[23] Se référer au chapitre III, Cadre méthodologique pour des précisions sur le développement expérimental de GGBT.

signifiante. Conséquemment, la compréhension du rôle respectif des genèses sémiotique et discursive est essentielle à l'analyse du cheminement conceptuel de l'élève qui mène à la construction de sens mathématique.

2.2.1.2 Genèses sémiotique et discursive

Selon Duval (1995), toute pensée s'exerce grâce à la coordination de registres de représentations sémiotiques. Il suggère donc de s'appuyer sur ces registres pour analyser l'activité mathématique de sujets apprenants en situation de résolution de problèmes. Dans sa théorie des fonctions du langage (TFL), Duval avance que les représentations sémiotiques englobent toute production qui repose sur l'emploi de signes pour évoquer un objet dans un exercice de communication entre individus.

S'inspirant de la TFL de Duval (1995) et de la sémiotique de Pierce, Kuzniak s'appuie sur la notion de registres de représentations sémiotiques pour définir l'activité du mathématicien qui manipule des signes mathématiques. Kuzniak soutient que dans l'interaction entre le sujet et le milieu, à la base de la genèse globale d'un ETM, la genèse sémiotique désigne l'exercice grâce auquel le sujet cognitif s'approprie le sens véhiculé par les signes du milieu épistémologique. La genèse discursive, quant à elle, vient s'appuyer sur un référentiel institué pour ancrer les propriétés découlant de la genèse sémiotique et ainsi articuler le raisonnement mathématique.

De prime abord, les définitions des genèses instrumentale, sémiotique et discursive avancées par Kuzniak peuvent suggérer que l'activité mathématique suit une séquence prédéterminée. L'élève s'instrumenterait d'abord grâce aux artefacts mis à sa disposition pour ensuite, par l'intermédiaire de cette première genèse, s'approprier les propriétés véhiculées par les signes du milieu et enfin, valider son raisonnement logique grâce à l'élaboration d'un discours qui prend appui sur un système langagier de référence.

Pour le développement de GGBT, nous avons adopté comme prémisse didactique que le raisonnement démonstratif ne s'articule pas de manière séquentielle. Il est donc naturel de considérer que la genèse sémiotique ne précède pas forcément la genèse discursive dans la production d'une démonstration géométrique. Cette assertion que ces genèses peuvent s'opérer en parallèle repose sur une particularisation de ces mécanismes en fonction du registre sémiotique singulier des figures géométriques.

Comparativement aux autres systèmes de représentations sémiotiques, « les signes figuraux se distinguent par leur jeu simultané avec deux modèles, celui de l'espace et des formes, qui s'ancre dans l'univers physique, et celui de l'idéal représenté, en rapport au référentiel » (Coutat *et al*., 2014, p. 5). Qui plus est, le registre des figures dynamiques qu'on peut exploiter dans un environnement de géométrie dynamique (micromonde) constitue un registre sémiotique distinct de celui des figures traditionnelles ou statiques puisque « l'informatique fournit à la géométrie un registre sémiotique dont une règle de conformité est la robustesse dans la manipulation directe des propriétés observées dans une configuration donnée » (Balacheff, 2002, p. 15). Autrement dit, dans un environnement de géométrie dynamique, la genèse sémiotique, c'est-à-dire la compréhension des propriétés intrinsèques d'une construction géométrique, s'opère par la manipulation de la figure dynamique opératoire (Richard, 2004b). Ainsi, à l'aide du logiciel de géométrie dynamique, l'utilisateur fait des allers-retours entre les configurations non satisfaisantes et les configurations satisfaisantes pour une figure et un problème donnés. Chemin faisant, il y a reconnaissance d'invariants par exploration et induction sur la figure dynamique et, après un certain nombre de manipulations, l'élève peut lire et accepter la conclusion unique qui relie les configurations satisfaisantes (Coutat *et al*., 2010). Cet exercice d'induction est possible dans un environnement de géométrie dynamique puisque les constructions, par leurs propriétés spatiales, obéissent aux propriétés géométriques de l'objet mathématique représenté. En d'autres termes, dans un processus instrumenté d'exploration empirique des limites de la figure dynamique, le sujet peut percevoir la *dépendance fonctionnelle* (Falcade *et al*., 2007) entre les différents objets géométriques représentés et ainsi visualiser la logique interne de la construction. En quelque sorte, le sujet accède au raisonnement déductif véhiculé par la construction géométrique. Aussi, les micromondes rendent possible l'exploration des relations de corrélation entre une variété de registres (figuraux, algébriques, arithmétiques). Duval (1995) soutient que la pluralité des registres sémiotiques peut diversifier les représentations mentales que se fait un sujet des objets mathématiques représentés et de ce fait enrichir le processus de genèse sémiotique.

Pour Kuzniak, la genèse sémiotique décrit l'interaction par laquelle les signes (*representamen*) émis par le milieu épistémologique influencent la *visualisation* des propriétés figurales chez le sujet cognitif et vice versa. L'appellation *processus de visualisation* employée par Kuzniak pour articuler le plan cognitif de l'espace de travail mathématique est adaptée d'un des trois volets de l'activité géométrique décrite par Duval (1995). En effet, Duval avance que pour résoudre un problème de démonstration, l'élève (le sujet) doit être capable d'évoluer d'une *visualisation iconique* à une *visualisation non iconique* des représentations figurales. La première suppose la reconnaissance des objets géométriques en jeu dans un problème et la seconde, plus complexe, implique une décomposition de la figure géométrique globale en unités figurales signifiantes qui serviront de base à l'articulation postérieure du discours démonstratif. Fischbein (1993) décrit un processus similaire à la genèse sémiotique qui mène à une interprétation cognitive d'une figure géométrique qu'il appelle le *figural concept*. Laborde et Caponni (1994) définissent le *figural concept* comme les rapports construits par un sujet entre une représentation (un dessin) et son référent. Le figural concept de Fischbein s'apparente donc à la visualisation non iconique de Duval.

De prime abord, les interprétations de Kuzniak, de Duval et de Fischbein décrivent toutes le même processus géométrique, mais la *visualisation* qui, dans le cas de GeoGebraTUTOR, concerne le rôle heuristique d'une figure dynamique se distingue des mécanismes similaires opérés par l'entremise d'une figure statique.

En effet, pour Duval ou Fischbein, l'implication heuristique des figures, c'est-à-dire leur rôle dans la résolution d'un problème en géométrie, n'a de sens que si les significations qui découlent de la genèse sémiotique sont agencées dans une expansion discursive qui prend racines dans un système de références instituées (Duval, 1995). Ainsi, l'activité géométrique repose sur une coordination nécessaire entre registre figural et registre de langue naturelle :

> Le rôle heuristique des figures implique donc une congruence entre les traitements proprement figuraux et le développement d'un raisonnement valide. La possibilité d'une articulation entre les deux registres est donc cognitivement essentielle. (Duval, 1995, p. 294)
>
> *Recollect that a figure in geometry is always rooted in the functioning of two registers. And if we want to grasp its cognitive complexity, we must analyze separately the way in which the treatments are carried out respectively in the*

> *discursive register and the visual register, even though they merge into the same mathematical process*. (Duval, 2006, p. 116)

Cependant, comme le souligne Richard (Richard, 2004a), l'émergence d'outils qui permettent la manipulation interactive de figures, tels les micromondes, rend nécessaire le réexamen des rapports entre le registre graphique et le raisonnement mathématique. Balacheff résume habilement pourquoi :

> Les micromondes peuvent être modélisés soit comme des registres sémiotiques au service du mathématicien, soit comme des milieux particulièrement pertinents pour susciter certains apprentissages. Le jeu sur la double dimension de registre et de milieu de ces environnements leur donne une valeur jusque-là sans pareil pour la résolution de problème dont peuvent tirer parti les mathématiciens, passant d'une activité d'écriture et d'expression des idées dans le premier cas à une activité d'exploration et d'expérimentation dans le second cas. (Balacheff, 2002, p. 15)

De ce fait, Richard suggère que l'expansion graphique peut constituer un mode de genèse discursive : « le registre figural peut à lui seul démontrer une propriété en fixant des « moments significatifs » du développement d'images mentales » (Richard, 2004a, p. 235). Il remet ainsi en question la dépendance entre expansion graphique et expansion discursive[24] dans l'articulation du raisonnement logico-déductif. Cette expansion graphique s'inscrit dans une genèse discursive à l'aide d'*inférences figurales.* L'inférence figurale, définie par Richard (2004a) comme un « pas de raisonnement discursivo-graphique qui modifie la valeur épistémique, sémantique ou théorique de la conséquence discursive » (Richard, 2004a, p. 253), ne sous-entend pas l'usage exclusif des propositions graphiques, mais admet plutôt que celles-ci puissent soutenir ou engager l'inférence. Conséquemment, le but de la considération de l'inférence figurale comme forme valide de genèse discursive n'est pas d'enrayer l'utilisation du registre de la langue naturelle, qui est crucial pour la construction des connaissances de l'élève, mais plutôt d'ouvrir les horizons sur les formes de raisonnement logico-déductif admissibles, notamment pour la construction d'un ETM dédié à l'apprentissage de la démonstration :

> Même si elle cache une partie du raisonnement, l'inférence figurale est susceptible d'adoucir l'incontournable linéarité sémiotique du discours. Avec ses caractéristiques

[24] L'expansion discursive est définie par Duval : elle correspond à la « possibilité d'articuler plusieurs énoncés complets en l'unité cohérente d'un récit, d'une description, d'une explication ou d'un raisonnement » (Duval, 1995, p. 97).

> structurales et fonctionnelles, l'inférence figurale ouvre le domaine du progrès cognitif qui bénéficie de l'apport du raisonnement graphique pour emporter la conviction. (Richard, 2004a, p. 261)

Dans GeoGebraTUTOR, ces genèses sémiotique et discursive, qui combinent expansion graphique et discursive, reposent sur une *internalisation* (Falcade, 2006) de la figure dynamique rendue opératoire grâce aux moyens d'action développés par le sujet. Le sujet, par l'activité instrumentée sur la représentation sémiotique, peut se construire un *interprétant* (Falcade, 2006), c'est-à-dire une représentation mentale signifiante des objets mathématiques impliqués, sans pour autant se référer aux propriétés de l'objet mathématique modélisé : « …les signes acquièrent l'autonomie nécessaire pour être utilisés dans des activités différentes de celles où se trouve leur origine. En bref, ils peuvent devenir de véritables « moyens de penser » et contribuer à la construction de signifiés relatifs au savoir mathématique » (Mariotti, 2002, p. 176). En ce sens, la figure dynamique opératoire, par son interaction avec l'élève n'est plus seulement outil technique, mais plutôt *instrument de médiation sémiotique* (Falcade, 2006).

Par conséquent, les signes véhiculés par la figure dynamique ont une certaine autonomie de fait, et leur rôle heuristique dans la genèse d'un espace de travail mathématique n'est donc pas conditionnel à *l'axiomatisation* (Brousseau, 1998) ou à la mise en texte des conclusions induites.

Toutefois, l'opérationnalisation de la figure dynamique n'en garantit pas la transparence puisque le contrôle de la figure dynamique représentée est partagé entre le sujet agissant et les algorithmes de fonctionnement de l'environnement de géométrie dynamique auxquels l'élève n'a pas accès. Ainsi, comme le soulignent Coutat et Richard :

> Lorsque c'est l'usager qui décide quand et pourquoi il a besoin de sa représentation, c'est l'outil technique qui en gère le dynamisme au cours du déplacement. L'usager peut se restreindre à constater l'effet de configurations particulières, même s'il est l'auteur de la construction sous-jacente. (Coutat et Richard, 2011, p. 103)

Qui plus est, quand un problème est prémodélisé (Richard, 2010) grâce à une figure dynamique fournie à l'élève, une portion de la logique interne de la construction est dictée par les intentions didactiques de l'auteur du problème, la rendant inaccessible à l'élève. Cette part d'implicite peut affecter *l'internalisation* de la figure dynamique et donc les genèses sémiotique et discursive. Ainsi, dans un environnement complexe comme GGBT, l'action instrumentée sur la figure dynamique ne dépend pas seulement du sujet et des artefacts disponibles dans l'environnement de géométrie dynamique puisque les choix didactiques des concepteurs et les autres outils qui façonnent le logiciel influent sur les genèses constitutives de l'espace de travail mathématique. Notamment, l'ajout d'un système tutoriel au milieu vient colorer l'activité mathématique de l'élève et son traitement des signes figuraux en dirigeant l'attention de l'élève sur certains éléments géométriques ou en questionnant l'élève pour susciter des manipulations graphiques ciblées.

De plus, l'ajout d'un système tutoriel qui guide l'élève en s'adaptant dynamiquement à ses actions rend possible un processus où l'élève structure sa preuve au fil de sa découverte de la logique de la figure, mais où il explore aussi la figure en fonction des liens nécessaires pour articuler sa démonstration. Éventuellement, l'aptitude du système tutoriel à analyser les actions graphiques de l'élève étendrait le potentiel d'intervention du tuteur, qui pourrait, par l'entremise de messages discursifs, accompagner l'élève dans son raisonnement graphique. Cette avenue serait intéressante à explorer pour le développement futur de GGBT.

Pour terminer, dans un contexte où on intègre un système tutoriel à un logiciel de géométrie dynamique dans l'optique du développement d'un ETM, la figure dynamique, comme *instrument de médiation sémiotique,* rend indissociable les genèses instrumentale, sémiotique et discursive. Ces processus qui modélisent l'activité mathématique ne s'articulent donc pas selon un ordre prédéterminé puisqu'ils se définissent mutuellement, et les frontières marquant les mécanismes de chacun sont floues et mouvantes. Conséquemment, le travail du mathématicien au sein d'un ETM tel que GGBT ne peut s'opérer de manière séquentielle. La plateforme construite autour de l'environnement de géométrie dynamique et du système tutoriel doit donc permettre les allers et retours dialectiques entre les genèses instrumentale, sémiotique et discursive qui sont essentiels à la genèse globale de l'espace de travail mathématique et qui sont « au cœur même du processus d'élaboration des démonstrations » (Tanguay et Geeraerts, 2012b, p. 4). La section qui suit présente la position méthodologique adoptée pour le développement expérimental d'un espace de travail mathématique qui respecte ces conditions.

CHAPITRE III
CADRE MÉTHODOLOGIQUE

> *« ...la véritable méthode est celle qui n'a jamais eu de nom, la méthode parfaite est celle qui n'en a pas encore, la méthode appropriée est celle que vous adopterez (méthode existante) ou construirez (ensemble de modalités) en fonction des objectifs de votre recherche. »*
>
> Pierre Paillé et Alex Mucchielli*, L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*

La méthodologie expérimentale grâce à laquelle nous parvenons au développement d'un système tutoriel ressemble en plusieurs points au mécanisme d'apprentissage par lequel un élève, dont l'état d'équilibre conceptuel se voit perturbé par l'introduction d'un problème, interagit avec son milieu pour construire du savoir et évoluer vers un nouvel état d'équilibre. Comme didacticiens et concepteurs d'un espace de travail mathématique sensibilisés et outillés par nos a priori théoriques et animés par nos questions de recherche, nous interrogeons le milieu expérimental dans le but d'en tirer des réponses, du sens. Ce questionnement du milieu ou plutôt ces multiples questionnements sont orchestrés selon une approche méthodologique soigneusement conçue en fonction de nos objectifs de recherche et des contraintes associées. Les prochaines sections décrivent notre posture méthodologique, les types de recherche qui nous guident et les particularités de notre méthodologie appliquée.

3.1 LE PARADIGME MÉTHODOLOGIQUE : CONCEPTION DANS L'USAGE D'UN ESPACE DE TRAVAIL MATHÉMATIQUE

> L'ordinateur ne peut pas penser; il ne peut pas agir; il n'a ni volonté, ni motivation; mais ses opérations témoignent d'une étonnante économie de moyens, et sa conception, d'un génie singulier, d'une sorte d'habileté que ne possède nul autre instrument. (Berlinski, 2001, p. 353)

Comme le souligne cette citation de David Berlinski, *l'intelligence* d'un système informatisé repose entièrement sur l'ingéniosité derrière l'algorithme qui dicte son fonctionnement. Rappelons-le, dans le cas de GeoGebraTUTOR (GGBT), l'intelligence du système tutoriel nait de l'articulation délicate des questions de design et de validation du système. Notre méthodologie expérimentale vise l'à-propos de l'action tutorielle en considérant d'abord une modélisation du comportement humain et en concevant un dispositif informatique qui tient compte de cette modélisation. L'approche est exigeante, mais elle permet d'introduire l'évolution des schèmes d'utilisation et d'action instrumentée de l'élève dans le développement même du système.

Nous attirons à nouveau l'attention sur la similarité entre ces échanges constitutifs du développement de GGBT et les interactions caractéristiques, nommément, des processus de genèse instrumentale de Rabardel (1995) et de conceptualisation (Balacheff et Margolinas, 2005; Brousseau, 1998). En quelque sorte, le design et le développement non séquentiel et itératif de GGBT s'apparentent à l'émergence d'une conception (Balacheff et Margolinas, 2005) de plus en plus stable de ce en quoi consiste l'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2009) qu'est GGBT. En effet, conformément aux modèles didactiques susmentionnés, cette conception ou conceptualisation d'un système tutoriel au sein d'un ETM est médiatisée et contrainte par l'outil physique qu'est l'ordinateur, mais aussi par les dispositifs de recherche qui eux aussi constituent des outils qui deviendront potentiellement instruments pour le chercheur. Aussi, nous pouvons considérer que le milieu sélectionné pour les phases expérimentales, constitué notamment d'élèves, d'enseignants et de GGBT, agit réellement à titre de milieu au sens de Brousseau (1998) puisqu'il est constitué pour être source de sens utile au chercheur au regard du cheminement vers la conception d'un ETM.

L'idée d'une précision qui s'accentue au fil des allers-retours entre phases de développement et de structuration a priori et phases d'exploration et de validation expérimentales a posteriori est pertinente et justifiée au regard d'une posture méthodologique qualitative comme celle que nous adoptons pour la conception de GGBT :

> … pour ce qui concerne la recherche qualitative de terrain, la précision de la problématique et la poursuite des lectures chevauchent les séjours sur le terrain, et même, idéalement […] la collecte et l'analyse se chevauchent également, par

> exemple quelques entretiens ou observations ont lieu, puis une première analyse des matériaux recueillis intervient, laquelle fournit de nouvelles pistes pour les entretiens ou les observations à venir, et ainsi de suite. (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 26)

Cette manière de faire pour concevoir un ETM est aussi soutenue par Rabardel (1995) qui, du point de vue de l'ergonomie d'un outil, avance l'idée d'une conception qui se poursuit parallèlement à l'usage de ce dernier:

> Un autre intérêt de l'approche en termes de genèse instrumentale est qu'elle permet de fonder théoriquement l'articulation et la continuité entre les processus institutionnels de conception des artefacts et la poursuite de la conception au sein des activités d'usage. Les processus d'instrumentation participent au processus global de conception en s'inscrivant dans un cycle : modes opératoires (prévus par les concepteurs), schèmes d'utilisation (élaborés par les utilisateurs), nouveaux modes opératoires prévus par les concepteurs à partir des schèmes d'utilisation. (Rabardel, 1995, p. 5)

Qui plus est, nous avançons l'idée que cette *conception dans l'usage* permet certes l'adaptation de GGBT en fonction des modalités d'utilisation observées, mais aussi le développement de certains volets de l'ETM à l'image des modalités d'utilisation mises en avant par les sujets en interaction avec une version antérieure de GGBT (Richard *et al*., 2010).

Les schèmes d'utilisation des élèves et des enseignants réels constituent donc le principal objet d'étude et non l'artefact lui-même. Ainsi, l'ETM est conçu grâce à la modélisation des schèmes d'utilisation réels et est donc à l'image, et forcément respectueux, du contrat didactique observé. Cette vision *anthropocentrique* (Rabardel, 1995) de développement d'un EIAH se distingue des méthodes de recherche *technocentriques* (Rabardel, 1995) communes en design d'environnements d'apprentissage informatiques, où les implications d'une version finalisée d'un outil sont évaluées ou confirmées quantitativement à l'aide d'un groupe contrôle ou de pré- et post-tests.

> Les conceptualisations technologiques permettent d'analyser les objets et systèmes anthropotechniques du point de vue technologique. Elles sont aujourd'hui beaucoup plus fortement et mieux développées que celles qui visent à appréhender ces systèmes du point de vue des hommes qui sont appelés à les utiliser, à coopérer avec eux, à contrôler leur fonctionnement... Il en résulte un déséquilibre que traduit par exemple le terme même d'objet technique […] Répétons-le, les produits de la technologie ne sont pas seulement techniques, ils sont anthropotechniques et doivent pouvoir être compris et analysés comme tels. (Rabardel, 1995, p. 2)

Contrairement à ces méthodes expérimentales confirmatives, où l'on étudie l'impact didactique de l'intégration d'un environnement informatique sur un milieu établi tout en obligeant l'usager à s'adapter au système tel qu'il a été conçu, notre paradigme méthodologique sous-tend le cheminement inverse, c'est-à-dire la modélisation fonctionnelle des connaissances mathématiques en jeu et des schèmes d'usage observés vers la construction d'un espace de travail. Pour le design d'un système tutoriel en géométrie, cette méthodologie implique bien plus qu'une simple traduction informatique de problèmes de démonstration, des solutions associées et d'indices prédéfinis destinés à l'usager puisque, comme le souligne Balacheff : « les environnements informatiques d'apprentissage résultent d'une construction qui est le lieu de transformations nouvelles des objets d'enseignement. Nous appelons *transposition informatique* le processus ainsi à l'œuvre » (Balacheff, 1994b, p. 9). La transposition informatique qui s'apparente à la transposition didactique[25] constitue donc un processus bien ancré en didactique des mathématiques et, comme le souligne Balacheff : « aux contraintes de la transposition didactique s'ajoutent, ou plutôt se combinent, celles de modélisation et d'implémentation informatiques : contraintes de la modélisation computable, contraintes logicielles et matérielles des supports informatiques de réalisation » (Balacheff, 1994b, p. 9). Ce dernier passage illustre la nécessité d'une méthodologie où didactique et génie informatique cohabitent dans le développement de GGBT puisque, bien que les schèmes d'actions des élèves et des enseignants observés constituent le principal objet d'étude et le point de départ pour la transposition informatique, nous ne pouvons échapper aux limites et aux contraintes matérielles et logistiques qui découlent de ce processus.

La prochaine section est consacrée à la présentation des types de recherches et des exigences méthodologiques ayant contribué à la précision de notre méthode, ou de ce que Paillé et Mucchielli (2013) appellent *l'équation intellectuelle du chercheur* ou, dans le cas présent, de l'équation intellectuelle de la chercheuse doctorante.

[25] Voir section 1.1.2.

3.2 LA MÉTHODE

3.2.1 Méthodologie déductive et inductive

Le design de notre méthode suppose de trouver un équilibre entre, d'une part, la prise en compte de notre analyse théorique préalable et de notre expérience personnelle et, d'autre part, l'adoption d'une posture d'ouverture à la découverte expérimentale. Cette *équation intellectuelle du chercheur* implique, pour nous, l'adoption d'une méthodologie mixte aux influences multiples.

En effet, l'approche méthodologique ciblée par le présent projet multidisciplinaire permet la conjugaison des cycles du développement de GGBT avec le développement global de l'ETM, notamment par les modes d'analyse et de validation employés. D'une part, chaque cycle du développement de GGBT implique des efforts ponctuels de validation de GGBT dans une perspective déductive qui évoque *l'ingénierie didactique* (ID) (Artigue, 1996). Ces exercices de validation interne s'opèrent grâce à confrontation de l'analyse a posteriori des schèmes d'utilisation des enseignants et des élèves travaillant avec GGBT avec l'analyse théorique a priori ayant mené au développement de la version de GGBT qui fut mise à l'essai. D'autre part, chaque phase d'analyse didactique a priori ou d'analyse de données expérimentales a posteriori sert un effort de développement et d'organisation longitudinal d'un espace de travail mathématique. En ce sens, les modèles et les théories qui viennent compléter les a priori théoriques et graduellement raffiner l'intelligence de GGBT découlent d'un exercice d'analyse et de validation empirico-inductif qui s'inspire de la théorie ancrée (TA) (*grounded theory*) (Glaser et Strauss, 1967).

Sans nous étendre prématurément sur les spécificités du déroulement de chacune de phases de design ou de validation de GGBT (Diagramme 7), des précisions sur celles concernées par le présent projet doctoral sont essentielles à la mise en contexte de nos besoins méthodologiques.

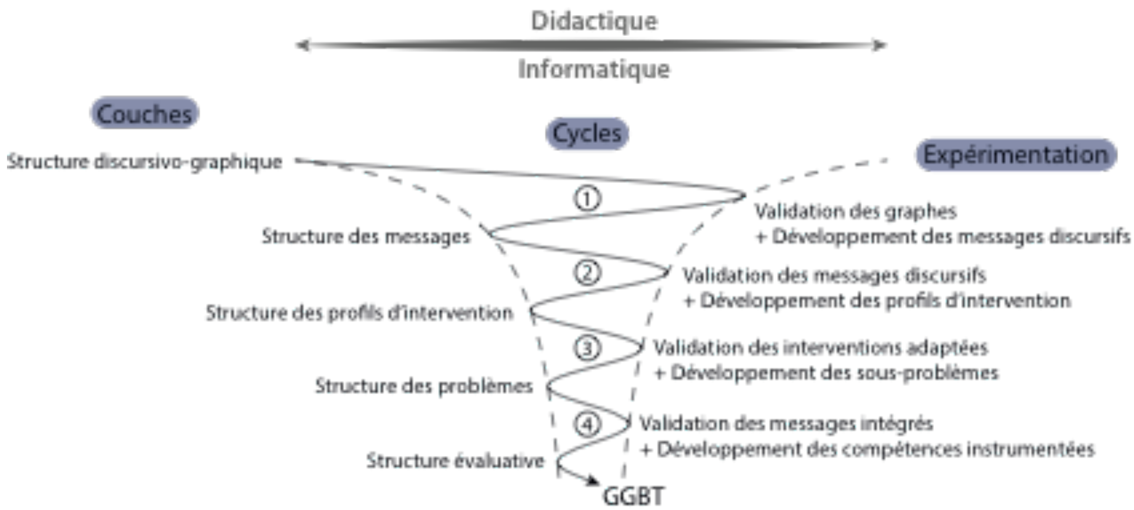


Diagramme 7 : Cycles du développement expérimental de GGBT

Le premier cycle illustré au diagramme 7 concerne le développement d'un EIAH qui s'appuie sur une première *structure discursivo-graphique*[26] a priori et qui implique principalement l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à même l'interface. La phase d'expérimentation associée a principalement pour objectif, d'une part, la validation des solutions aux problèmes de démonstration implémentés et, d'autre part, l'observation de l'action tutrice d'enseignants humains en situation de résolution de problème à l'interface du système, le recensement des interventions et, éventuellement (cycle 2), la modélisation de ces intervention pour le design d'une première version autonome du système tutoriel. Ce premier cycle rejoint la seconde boucle qui est lancée par le développement d'un modèle de gestion d'intervention tutorielle, d'une *structure de messages discursifs*. Cette fois, la phase de validation associée vise l'examen de l'à-propos des messages discursifs gérés de manière autonome par le système tutoriel et l'exploration du travail géométrique des élèves au sein de l'ETM dans lequel s'intègre le système tutoriel.

L'ingénierie didactique est reconnue comme une méthodologie de recherche qui vise « la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse de séquences d'enseignement » (Artigue, 1996, p. 247). Mais comme nous le verrons ici, on peut évoquer l'ingénierie didactique

[26] Se référer à la section 2.2.1.2.

comme cadre général pour articuler le design d'un système informatique comme GGBT. En effet, les phases de l'ingénierie didactique (ID), « la phase 1 des analyses préalables, la phase 2 de la conception et de l'analyse a priori des situations didactiques de l'ingénierie, la phase 3 de l'expérimentation et enfin la phase 4 de l'analyse a posteriori et de l'évaluation » (Artigue, 1996, p. 249), correspondent aux cycles de développement de GGBT, à l'exception qu'il ne s'agit pas de la conception et de l'analyse d'une ingénierie didactique comme telle, mais plutôt d'un ETM. Même que le parcours méthodologique que sous-entendent ces quatre phases se superpose à chacun des cycles de développement illustrés au diagramme 7, comme nous allons le voir au fil des prochaines lignes.

En ce qui concerne la première boucle du développement de GGBT, la *phase 1* de l'ID peut être associée à l'identification d'un espace de travail de référence (Kuzniak, 2006) grâce à l'analyse de la littérature qui porte sur l'apprentissage et l'enseignement de la démonstration, c'est-à-dire à l'examen du problème qui assoit la *problématique*. Cet examen du problème prend racine dans l'état de l'art des systèmes tutoriels existants dont les conclusions sont rapportées dans le premier article de cette thèse : *Une étude comparative des systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane : un examen du problème de recherche pour le design de GeoGebraTUTOR*. Pour ce qui est de la *phase 2*, l'analyse a priori des situations didactiques se transpose par l'établissement d'un cadre de référence pour le choix des variables didactiques entourant le développement d'un premier ETM. Cette analyse a priori est rapportée dans le *cadre conceptuel* de cette thèse et dans les sections dédiées au cadre théorique et aux éléments méthodologiques des articles la composant. Les modèles et les théories retenus permettent d'anticiper jusqu'à un certain point comment se soldera l'interaction entre les élèves et l'ETM. Toutefois, comme le précise Rabardel (1995), les usages d'un outil déployés par des sujets humains peuvent être partiellement anticipés par les concepteurs de cet outil, mais plus souvent qu'autrement, ils excèdent, et parfois considérablement, ces prévisions. C'est pourquoi une expérimentation pour confronter le système et les hypothèses sur lesquelles il repose à la contingence de la classe réelle est pertinente (*phase 3*). Cette enquête de terrain est suivie d'une phase d'analyse a posteriori qui concrétisera la validation interne caractéristique de l'ID (*phase 4*). Le détail de cette expérimentation et de l'analyse qui s'ensuit est rapporté dans le second article de cette thèse :

Modélisation d'intervention enseignante pour le développement d'un système tutoriel : une expérience didactique à l'école secondaire avec le système GeoGebraTUTOR.

Le parallèle entre les phases d'une ingénierie didactique et les étapes constitutives des cycles de développement de GGBT s'observe aussi au second cycle du diagramme 7. Comme pour le cycle 1, cette boucle s'amorce par un exercice d'analyse préalable (*phase 1 et phase 2*) mais, cette fois, l'exercice combine un effort d'analyse a priori théorique qui se poursuit avec une analyse a posteriori des données recueillies lors de la première validation de l'ETM en classe. Cette analyse mène à l'élaboration d'un ETM renouvelé qui sera à son tour mis à l'essai en classe (*phase 3*), et le travail géométrique des élèves ainsi observé sera analysé afin de venir préciser le statut d'ETM de GGBT (*phase 4*). L'ensemble de cet exercice est rapporté dans notre troisième et dernier article : *Le design et l'analyse de GeoGebraTUTOR : genèse d'un espace de travail géométrique idoine pour l'exercice de la démonstration en géométrie.*

Compte tenu que chaque boucle prise isolément intègre une analyse a priori dont découle une version de GGBT, la mise à l'essai de cette version et une analyse a posteriori des résultats expérimentaux, nous pouvons considérer que le développement global de GGBT est obtenu grâce à l'enchainement de micro recherches pouvant pratiquement être dissociées les unes des autres. Bien qu'un tel découpage en étapes semble commode dans le cadre d'un projet d'envergure tel que le développement d'un système tutoriel, l'intelligence de GGBT découle plutôt de l'appréciation du caractère continu et itératif de notre méthodologie. En effet, bien que chaque analyse a posteriori (*phase 4*) marque une pause dans l'exercice longitudinal de design de GGBT, la possibilité, voire l'obligation, d'effectuer un retour sur les phases antérieures est cruciale au bien-fondé de notre méthodologie. Cette plasticité qui sort du cadre général de l'ingénierie didactique est inspirée de la *Théorie ancrée* de Glaser et Strauss (1967). Comme le soulignent Karsenti et Savoie-Zajc, cette approche méthodologique admet que :

> La réflexion menée au fur et à mesure de la collecte et de l'analyse des données transforme le processus même de la recherche : plutôt qu'être fermé, rigide et protocolaire, il est émergent, souple. Le chercheur peut prendre en compte les évènements vécus en cours de recherche, ses propres prises de conscience et les réactions des répondants face aux tentatives d'interprétation avancée. (Karsenti et Savoie-Zajc, 2004, p. 130)

Ainsi, selon cette méthode, la validité ne repose pas sur l'objectivité du chercheur ou sur l'isolement du phénomène à observer, mais davantage sur le chercheur qui se laisse consciemment imprégné de toute l'information disponible dans le but de laisser émerger une logique la plus représentative de la réalité que possible. Ainsi, non seulement notre méthodologie permet-elle la précision et le remaniement du problème de recherche et des conclusions au fil des cycles du développement expérimental de GGBT, mais nous considérons que la *sensibilité expérientielle du chercheur* (Paillé et Mucchielli, 2013) est essentielle au processus de modélisation visé par la recherche. La collecte des données lors des phases d'expérimentation reflète cette position méthodologique. Une description générale du mode opératoire de l'enquête de terrain compose le corps de la prochaine section.

3.2.2 La collecte et l'analyse des données

3.2.2.1 Recherche ethnographique et entretien d'explicitation

Chacune des expérimentations du développement de GGBT correspond à une phase expérimentale (phase 3), et les particularités des deux phases expérimentales qui nous concernent sont explicitées en partie dans la section 3.3 du présent chapitre et détaillées dans les chapitres V et VI de cette thèse. Toutefois, certaines considérations méthodologiques liminaires aux regards de la collecte et de l'analyse des données sont partagées.

En ce qui a trait à la collecte de données partagées par chacune d'elles, les modes par lesquels le chercheur questionne le milieu sont conformes à l'approche ethnographique d'Eisenhart (1988). Les informations relatives aux solutions des élèves, à leurs stratégies et à leurs interactions avec leurs enseignants et la chercheuse sont recueillies notamment par l'entremise de traces écrites, d'observation participante, du journal du chercheur et d'enregistrements sous forme de journal vidéo et audio obtenus à l'aide d'un logiciel de capture d'écran vidéo[27]. Aussi, les actions à l'interface de GGBT sont enregistrées sous forme de fichiers textes générés automatiquement par le système. De plus, les enseignants et la chercheuse portent des dictaphones pour enregistrer toute question, réponse ou intervention dont ils ont été témoins

[27] *Screenflow* : www.telestream.net/screen-flow/overview.htm.

afin de recenser tous les échanges qui pourraient contribuer à la création des messages du tuteur ou toute autre information pertinente à l'analyse et à l'éventuelle évolution du logiciel.

Nonobstant les dispositifs permettant la cueillette de données observables, il n'en demeure pas moins que celles-ci sont éphémères au sens où si elles ne sont pas observées ou enregistrées au moment où elles émergent, elles sont potentiellement perdues. En effet, comme il est question de processus intellectuels, en grande partie tacites, le chercheur ou l'enseignant qui cherche à accéder à ces processus doit jouer le rôle d'interviewer, même d'accoucheur des savoirs implicites de l'élève (Vermersh, 2006). En ce sens, comparativement à l'interrogation, qui vise à vérifier si l'élève connait la réponse souhaitée, *l'entretien d'explicitation* (Vermersch, 2006) a pour but de faire émerger des informations qui ne sont accessibles que par le questionnement de l'élève qui en est possesseur. Comme le dit son nom, la technique de verbalisation de l'action, désignée par l'appellation *entretien d'explicitation,* vise l'explicitation de renseignements autrement implicites. Toutefois, comme le dit Vermersh :

> le fait que l'interviewé verbalise des informations sur sa démarche ne leur donne pas automatiquement valeur de vérité […] Les données de verbalisation, pour être validées, doivent être mises en relation avec d'autres qui pourront corroborer ou non, mais […] elles peuvent être sollicitées et recueillies d'une manière qui accroisse leur validité a priori. (Vermersh, 2006, p. 21)

Ainsi, non seulement les données enregistrées et observées sont importantes, mais elles sont indispensables à la validation de celles obtenues par verbalisation. Aussi, l'entretien d'explicitation se distingue des autres techniques d'entretien par ses formulations propres au questionnement descriptif, différentes de celles associées au questionnement qui vise la justification. Ainsi, au lieu de demander à l'élève d'expliquer ce qu'il a fait en employant une formule qui demande « pourquoi fais-tu ? », l'entretien d'explicitation privilégie plutôt les questions qui demandent « comment fais-tu ? » où carrément « que fais-tu ? ». De cette manière, selon Vermersh (2006), on encourage l'élève à se conscientiser par rapport à ses actions plutôt que de l'inciter à justifier, excuser ou juger celles-ci. Richard et Fortuny (2007) abondent dans le même sens lorsqu'ils affirment que : « si l'élève perçoit une relation d'autorité, cela risque de produire une remise en cause de son affirmation, alors que s'il a l'impression d'agir de connivence avec l'agent [le tuteur], c'est plutôt l'explication qui devrait s'ensuivre » (Richard et Fortuny, 2007, p. 106). De surcroît, en plus de constituer une méthode adéquate pour la verbalisation des actions des élèves qui permet à l'enseignant ou, dans ce cas-ci, au chercheur de diversifier et de valider ses sources d'information, l'entretien d'explicitation favorise la prise de conscience de l'élève de ses actions et, éventuellement, un certain contrôle *méta* sur celles-ci (Vermersch, 2006). Conséquemment, ce dispositif de questionnement constitue non seulement un mode de cueillette de données, mais peut aussi éventuellement faire partie des variables didactiques qui pourraient être considérées dans les interventions du tuteur et ainsi, avoir une influence sur l'activité mathématique des sujets utilisateurs.

Jusqu'à maintenant, la collecte de données observables et l'entretien d'explicitation étaient centrés principalement autour des actions de l'élève pour en dégager les informations nécessaires à la validation du système tutoriel, mais ces mêmes méthodes sont exploitées afin de récolter les données nécessaires à l'exploration des messages d'aide et des interventions employés naturellement par l'enseignant agissant comme tuteur. Au même titre que l'entretien d'explicitation représentait un outil précieux pour permettre aux élèves de verbaliser leurs processus mentaux, cette même méthode permet le même exercice chez les enseignants, alimentant du coup le bassin d'informations disponibles pour le chercheur qui vise à dégager une structure de messages discursifs afin de les modéliser.

3.2.2.2 Analyse par théorie ancrée et sensibilité expérientielle du chercheur

Comme le soulignent Paillé et Mucchielli (2013), l'analyse qualitative « peut être définie comme une démarche discursive de reformulation, d'explicitation ou de théorisation de témoignages, d'expériences ou de phénomènes […] la logique à l'œuvre participe de la découverte et de la construction de sens » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 11). La recherche qualitative/interprétative par théorie ancrée (TA) (Glaser et Strauss, 1967) est « un type de recherche où l'interaction entre chercheurs et participants est privilégiée pour mieux comprendre le sens donné au phénomène étudié » (Karsenti et Savoie-Zajc, 2004). En ce sens, cette approche méthodologique s'harmonise avec notre volonté de laisser une conception d'un ETM émerger de l'interaction entre chercheurs et milieu sans chercher à corroborer des hypothèses prédéfinies ou à mesurer l'impact de l'intégration de GGBT en classe de géométrie. Cependant, Glaser et Strauss (1967) soutiennent aussi que le chercheur exerçant la

TA doit tenter d'aborder la recherche de terrain en limitant au maximum les influences théoriques : « il [le chercheur] doit se laisser imprégner par le milieu et laisser le soin aux données expérimentales de dévoiler l'essentiel du phénomène étudié » (Karsenti et Savoie-Zajc, 2004, p. 139). Cette recommandation d'aborder la recherche sans a priori théoriques est jugée irréaliste par Paillé et Mucchielli (2013) qui questionnent l'approche par TA :

> L'approche [la TA] a beau être relativement bien présentée dans ses grandes lignes, lorsque vient le temps de travailler avec le corpus, les opérations pratiques restent, pour une bonne part, à inventer et expérimenter […] la recommandation faite au chercheur d'aborder le terrain sans lectures préalables et sans préjugés ne fonctionne pas dans les situations courantes de la recherche et est, pour le moins, discutable sur le plan épistémologique. (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 28)

Cette opinion sur la TA est partagée par Karsenti et Savoie-Zajc (2004) qui soulignent que : « cette position, typiquement inductive, est qualifiée de naïve, car le chercheur peut difficilement faire abstraction d'un corpus de connaissances au sujet du phénomène étudié » (Karsenti et Savoie-Zajc, 2004, p. 139).

Paillé et Mucchielli (2013) suggèrent de parler plutôt *d'analyse par théorisation ancrée* pour désigner une approche d'analyse des données qui retient la notion d'une analyse *ancrée* ou enracinée au sein des données empiriques, mais qui délaisse l'idée de la genèse d'une théorie nouvelle à part entière au profit d'une *théorisation* qui s'opère en continu via les différentes étapes d'analyses a priori et a posteriori. Cette forme d'analyse laisse donc une ouverture au bagage théorique et expérientiel du chercheur. Si nous reprenons notre analogie entre, d'une part, l'élève doté de son bagage intellectuel interagissant avec le milieu dans sa quête d'un nouvel équilibre conceptuel et, d'autre part, le chercheur échangeant avec le milieu expérimental dans le but de voir émerger une logique, un modèle, il semble juste d'admettre que ce chercheur soit, tout comme l'élève, influencé par ses connaissances, ses compétences et ses expériences. Après tout, comme « les faits ne parlent qu'à celui qui sait les interroger » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 70), et qu'il s'agit ici de questionner le milieu pour en extraire du sens, il est essentiel que soit valoriser la sensibilité théorique et expérientielle du chercheur (Paillé, 2006)[28].

---

[28] Pour plus de détails sur la nuance entre sensibilité théorique et sensibilité expérientielle, se référer aussi à Paillé et Mucchielli (2013).

Pour mener une analyse par théorisation ancrée, il faut donc trouver le juste équilibre entre posture de départ, ou analyse a priori, et découverte sur le terrain. Cet équilibre suppose aussi un cadre théorique ou conceptuel de départ aux frontières flexibles : « c'est le prix à payer pour une analyse vivante qui n'est pas réduite à une reconduction des prénotions et qui ne succombe pas à la tentation du compromis théorique consistant à écarter ce qui n'entre pas dans le cadre de départ » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 124).

Ce dernier point vient aussi appuyer l'écriture d'une thèse par articles pour le présent projet de recherche. En effet, la structure par articles permet de compléter progressivement le cadre global de départ en fonction des nouvelles considérations théoriques s'étant révélées nécessaires à l'interrogation des données de l'expérimentation relatées. Aussi, en plus d'offrir un cadre adapté à chacun d'eux, les articles viennent préciser les types d'analyses auxquelles ont été soumises les données de chaque cycle expérimental. Bien qu'on ne veuille pas brimer le processus organique par lequel le chercheur se laisse imprégner des données du terrain, une énonciation claire des objectifs de chacune des phases expérimentales et un appui sur des approches éprouvées d'analyse des données sont primordiaux. La prochaine section annonce les subtilités de chacune des expériences sur le terrain et des objectifs associés.

3.3 ENQUÊTES DE TERRAIN : OBJECTIFS ET CHOIX MÉTHODOLOGIQUES

Maintenant que le problème de recherche s'est vu précisé par la construction d'un cadre conceptuel de départ et par l'adoption d'un cadre méthodologique liminaire, l'objectif et les sous-objectifs de recherche initialement présentés à la section 1.3 peuvent être précisés.

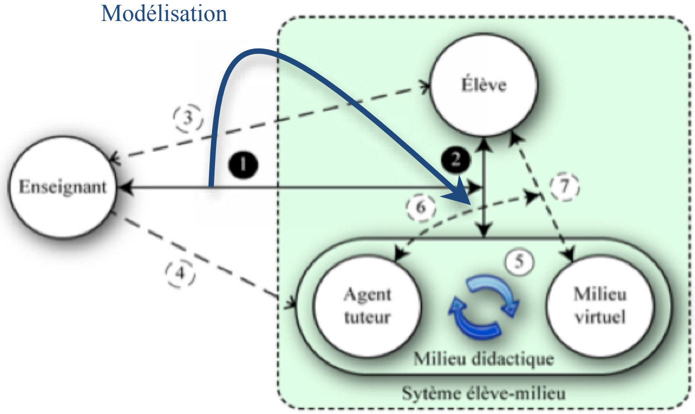
Nous formulerons dorénavant l'objectif global comme suit : Concevoir et tester *dans l'usage* un espace de travail mathématique intégrant un système tutoriel favorisant l'exercice du volet heuristique du raisonnement logico-déductif et le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique chez l'élève.

Cet objectif général se décline en deux sous-objectifs qui correspondent respectivement à la première et à la deuxième phase expérimentale et qui seront dorénavant formulés comme suit :

a) Développer un système tutoriel par la modélisation des schèmes d'action instrumentés de l'apprenti géomètre et de son enseignant à partir de l'analyse par théorisation ancrée des modalités du contrat didactique observé en classe réelle.

b) En contexte de classe réelle, préciser à posteriori le statut d'espace de travail mathématique idoine et valider l'à-propos des messages du système tutoriel grâce à une analyse en reconnaissance des démarches mathématiques des apprentis géomètres à l'interface de GeoGebraTUTOR.

Afin d'illustrer le rôle respectif de chacune des phases expérimentales, nous situons les relations analysées et modélisées pour chacune d'elles au sein de la carte des interaction didactiques présentée initialement à la section 1.2.2.1 du cadre conceptuel. Ainsi, si on se réfère au diagramme 8, la flèche #1, qui illustre la relation didactique entre l'enseignant réel et l'unité [élève $\Longleftrightarrow$ milieu didactique], constitue le principal objet d'étude de la première phase expérimentale (sous-objectif a), i.e. la phase qui vise le design d'un premier système tutoriel autonome. La flèche #2, qui modélise l'interaction entre l'élève et le milieu didactique, y est aussi analysée dans un objectif de perfectionnement de l'ETM. La flèche #6 résulte quant à elle de la modélisation des logiques induites des données expérimentales de la phase 1. La seconde phase expérimentale (sous-objectif b) vise la validation de l'à-propos de cette transposition et une l'appréciation du travail mathématique de l'élève en interaction avec l'ETM et donc une description de la relation illustrée par la flèche #7.



Phase 1	Analyse et modélisation des interactions [enseignants réels <> élèves] (flèche #1)
	Regard sur les échanges [élèves <> milieu didactique] (flèche #2) vers un peaufinage de l'ETM idoine
Phase 2	Analyse de l'activité mathématique [élève <> milieu virtuel] (flèche #7) modulée par l'agent tueur
	Validation de la modélisation (phase 1) par un regard sur la relation [[élèves/milieu virtuel] <> agent tueur]

(Tiré de Richard *et al.*, 2011)

Diagramme 8 : Carte des interactions didactiques et phases expérimentales

La trame de fond méthodologique explicitée aux sections 3.1 et 3.2 du présent chapitre est évidemment de mise pour les deux enquêtes de terrain décrites ci-dessus mais, comme celles-ci sont alimentées par des motivations distinctes, certaines spécificités méthodologiques sont propres à chacune d'elles. Ces derniers choix méthodologiques viendront clore la présentation d'une stratégie sur mesure, un amalgame qui résulte d'un design méthodologique parcimonieux opéré en fonction des objectifs uniques de notre projet de développement d'un système tutoriel intégré à un ETM.

3.3.1 Première phase expérimentale : objectifs et méthodologie[29]

Pour ce premier exercice d'exploration et de validation sur le terrain, rappelons-le, l'objectif principal est de dégager une logique de l'analyse des interactions entre enseignants et élèves travaillant avec GGBT dans le but modéliser un premier système tutoriel.

Concrètement, cette démarche d'investigation se déroule sur quatre séances de classe dans quatre groupes du deuxième cycle du secondaire. La première de ces séances se destine à la présentation du projet et à l'exploration de trois problèmes de démonstration (Annexe 6) dans

[29] Se référer au chapitre V de cette thèse pour un énoncé détaillé des objectifs, des aspects théoriques, de la méthodologie et des résultats pour cette première phase expérimentale.

un environnement papier-crayon dans le but de constater les habiletés existantes des élèves, non pas dans un but de les comparer avec les habiletés observées suite au travail instrumenté avec GGBT, mais plutôt dans l'optique de mieux analyser ce travail instrumenté a posteriori. Aussi, ces problèmes préalables de démonstration permettent de rafraîchir les notions de logique inférentielle qui n'ont pas été travaillées par les élèves depuis deux années scolaires. De surcroit, le dernier de ces problèmes papier-crayon est réinvesti dans l'environnement GGBT pour favoriser le transfert des habiletés en démonstration d'un environnement traditionnel à un environnement informatique. Par la suite, les trois autres séances de classe sont consacrées à la résolution de cinq problèmes de démonstration (Figure 7, chapitre V) à l'interface de GGBT. Parallèlement à l'observation des élèves travaillant avec GGBT, les données concernant les interventions des enseignants venant ponctuer l'exercice géométrique des élèves sont recueillies grâce à l'observation participante, au journal du chercheur et d'enregistrements sous forme de journal vidéo et audio. Ces données empiriques concernant le travail instrumenté des élèves et les interventions des enseignants sont ensuite analysées. La prochaine section peésente un survol des techniques d'analyse employées.

3.3.1.1 Analyse systémique des relations : traitement des données et analyse par catégories conceptualisantes

Suivant la collecte des données selon les modalités décrites, nous menons une analyse ciblée qui vise à mettre en évidence les traits signifiants de la scène observée. Il ne s'agit donc pas de détailler ou de résumer le contenu strict de la situation, mais de cerner une logique sous-jacente.

Pour ce faire, nous procédons à une *analyse systémique des relations* (Paillé et Mucchielli, 2013). Cette analyse comporte trois étapes : *l'analyse des interventions* des enseignants en contexte de résolution instrumentée de problèmes de démonstration par leurs élèves, le *repérage d'invariants* au sein du contenu annoté de données et *l'induction d'une logique* qui expose les règles du « jeu » joué par les protagonistes, soit les élèves travaillant à l'interface de GGBT et leurs enseignants réguliers.

D'abord, *l'analyse des interventions* en fonction du contexte entourant celle-ci est rendue possible grâce à la triangulation des modes de collecte. La variété des points de vue permet au chercheur, qui n'était pas nécessairement présent lors de chaque intervention, de cerner les subtilités de la situation où figure une interaction entre l'enseignant et les élèves. Cet exercice de recherche de sens est rendu possible grâce à un processus de codage qui se démarque du codage systématique à l'aide de grilles d'observation fréquemment utilisées lorsqu'il s'agit de confirmer une hypothèse grâce à une analyse qualitative. En effet, comme il s'agit ici d'extrapoler une logique à partir d'observations fondamentalement imprévisibles, l'emploi de grilles d'observation aux catégories déterminées a priori serait contradictoire. Nous aurons plutôt recours à une *analyse par catégories conceptualisantes* (Paillé et Mucchielli, 2013) en mode spéculatif, qui « consiste à postuler une relation pour l'instant hypothétique entre un phénomène observé et un phénomène intuitionné, appréhendé, attendu, etc. » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 383). Concrètement, la genèse des catégories découle d'un procédé *d'induction théorisante* défini par Paillé et Mucchielli (2013) comme étant :

> le produit à la fois d'une observation proximale et attentive de la trame des événements et des expériences, et d'un essai de conceptualisation du phénomène correspondant, du processus en jeu, de la logique à l'œuvre, à partir, non pas de leviers théoriques déjà constitués, mais d'une construction discursive originale. (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 339)

Le mode de codage décrit implique une organisation des données de manière à les circonscrire dans un fichier pouvant être annoté. Pour les deux phases expérimentales, ce traitement des données s'est effectué grâce au visionnement des fichiers vidéo (*screenflow*) et à l'écoute des enregistrements audio des dictaphones en parallèle avec la lecture des notes du chercheur et des fichiers journaux générés par GGBT. Ainsi, au fil du parcours des données, les faits marquants et les observations sont inscrits à même les fichiers journaux vis-à-vis le moment où ils s'avèrent signifiants. À titre d'exemple, lorsqu'un enseignant consulte les dernières étapes du raisonnement des élèves en remontant le fil de ses actions, nous l'indiquons. Aussi, lorsqu'un enseignant suggère aux élèves un type d'énoncé inférentiel particulier (hypothèses, propriété, définition ou conclusion) ou les aide à le trouver, nous le soulignons en indiquant la nature de cet énoncé. Il est à noter que toute note ou idée pouvant contribuer à l'évolution de l'espace de travail est aussi consignée dans ces fichiers. De ce processus résulte un ensemble de fichiers textes sommaires où sont consignées toutes les données nécessaires à la suite de l'analyse systémique des relations.

La seconde étape de l'analyse systémique des relations, soit le *repérage d'invariants*, consiste en l'identification de *redondances attitudinales* (Paillé et Mucchielli, 2013) vers la reconnaissance d'une logique transversale. Ce processus suppose des relectures répétitives des fichiers texte annotés à la lumière des connaissances acquises au cours du premier exercice de lecture pour identifier les invariants qui transcendent les spécificités propres à chaque cas et contexte analysés. Ces invariants se traduisent par l'induction de catégories conceptualisantes qui traduisent notre compréhension du sens des interactions observées. Par exemple, au fil des analyses itératives, nous regroupons les interventions qui traitent de l'historique des actions, les interventions qui suggèrent un type d'énoncé inférentiel précis et les interventions qui visent l'identification d'une stratégie globale de démonstration.

Finalement, *l'induction d'une logique* rend nécessaire une mise en relation des catégories les plus importantes. Pour ce faire, Paillé et Mucchielli (2013) suggèrent un exercice systématique permettant un questionnement direct des catégories puisque, bien que certains liens entre les phénomènes soient assez évidents, d'autres demeurent moins manifestes malgré une relecture du matériel. On suggère donc de « provoquer ces rencontres » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 380) entre les catégories pour en tirer le maximum de sens. Dans le cas présent, afin de dégager une structure, une modélisation de l'intervention enseignante, nous simulons différents cas possibles d'élèves travaillant avec GGBT pour déterminer comment, à la lumière de notre analyse des données de terrain, un enseignant pourrait réagir et intervenir. Nous confrontons ensuite ces différents cas de figure avec des échantillons de données pour confirmer le bien-fondé des règles extrapolées. À titre d'exemple, en étudiant les catégories relatives au type d'énoncé inférentiel suggéré par l'enseignant lorsque les élèves demandent de l'aide concernant la prochaine étape à soumettre, nous remarquons que si les élèves en difficulté ont identifié l'hypothèse d'une inférence sans avoir soumis l'énoncé justificatif ou le conséquent associé, l'enseignant privilégie l'identification de la propriété ou la définition exigée par l'inférence au détriment de son conséquent.

À partir de cet exercice de simulation, nous avons pu dégager une structure invariante transférable en un modèle informatique, achevant du coup le premier cycle du développement de GeoGebraTUTOR.

3.3.2 Seconde phase expérimentale : objectifs et méthodologie[30]

Cette seconde enquête sur le terrain vise la validation de la gestion des messages d'aide par le système tutoriel. Comme la première version du système tutoriel s'inspire des interventions d'enseignants réels sans prétendre les reproduire, cette validation du système tutoriel ne vise pas la vérification d'une adéquation entre ses interventions et celles d'un enseignant réel mais plutôt une analyse du rôle que l'aide automatisée joue dans la constitution d'un espace de travail mathématique où l'élève peut résoudre des problèmes de démonstration. Ainsi, cette validation du système tutoriel passe par l'appréciation du travail géométrique des élèves au sein de l'espace de travail mathématique. Conformément à notre méthodologie itérative, cette validation permettra un retour sur le modèle ayant conduit à la programmation d'un premier système tutoriel.

Pour ce faire, nous ciblons trois groupes de quatrième secondaire et leurs deux enseignantes. Sur deux périodes de classe, les élèves, qui sont familiers avec les logiciels de géométrie dynamique et avec la démonstration en géométrie, sont appelés à résoudre quatre problèmes à l'interface de GGBT (quatre problèmes parmi les cinq soumis aux élèves à la première phase expérimentale, Annexe 12). Les enseignantes sont autorisées à répondre aux questions des élèves en plus du système tutoriel. Les données quant au travail géométrique des élèves et quant aux interventions du système tutoriel et des enseignantes sont recueillies grâce à des enregistrements audio et vidéo et par l'entremise de traces écrites. Ces données sont ensuite analysées afin de préciser le travail mathématique des élèves au sein de l'ETM et pour constater le rôle des interventions du système tutoriel.

[30] Se référer au chapitre VI de cette thèse pour un énoncé détaillé des objectifs, des aspects théoriques, de la méthodologie et des résultats pour cette seconde phase expérimentale.

3.3.2.1 *Analyse par questionnement analytique*

Pour cette phase expérimentale, nous procédons à une description analytique du travail géométrique de l'élève pour en montrer les caractéristiques et les particularités. Pour ce faire, en se basant sur le cadre des *espaces de travail géométriques* (Kuzniak, 2006), on adopte une série de marqueurs indicatifs du travail des élèves à titre de catégories pour le *questionnement analytique* des données. Cette façon de faire se distingue de l'analyse menée à la phase 1 puisqu'ici, les catégories sont prédéterminées et tirées d'un cadre théorique existant. C'est ainsi qu'après une cueillette et une organisation des données, comme celles menées à la première phase expérimentale, on procède à une analyse en reconnaissance pour repérer des indications de démarches de *découverte*, de *validation* et de *modélisation*[31] au sein des fichiers textes consignant le travail des élèves, les messages du tuteur et les interventions enseignantes.

> Le verbatim de l'entretien sera examiné à partir de la grille catégorielle, ce qui signifie que chaque fois qu'une portion de témoignage semblera correspondre à l'une ou l'autre des catégories préconstruites, l'analyste devra appliquer la catégorie correspondante jusqu'à ce que se dégage un portrait d'ensemble… (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 329)

Ce processus de *déduction interprétative* (Paillé et Mucchielli, 2013) ne vise pas la genèse de nouvelles théories, mais plutôt l'appréciation du contexte entourant l'exercice des démarches mathématiques observées pour marquer l'apport du système tutoriel et pour contribuer au développement continu de l'espace de travail mathématique. Par conséquent, en posant de questions comme « comment ? » ou « dans quel contexte ? », nous cherchons à déterminer comment s'articule ces démarches constitutive du travail géométrique à l'interface de GGBT. À titre d'exemple, nous remarquons que la démarche de découverte qui rend compte de l'exploration des propriétés véhiculées par les objets géométriques est principalement observable lorsque les élèves utilisent GeoGebra au sein de GGBT. En contrepartie, la démarche de modélisation qui concerne la transposition des propriétés géométriques perçues en démonstration exploite l'ensemble des volets figuraux et rédactionnels de GGBT et cette démarche est celle qui bénéficie le plus de l'aide fournie par le système tutoriel.

---

[31] Pour une explication étoffée de ces différentes démarches constitutives du travail géométrique de l'élève, se référer à Kuzniak (2014) et au troisième article (chapitre VI) de cette thèse : *Le design et l'analyse de GeoGebraTUTOR : genèse d'un espace de travail géométrique idoine pour l'exercice de la démonstration en géométrie.*

Grâce à cette analyse, tout en validant l'à-propos des interventions du système tutoriel autonome en fonction du modèle implémenté, nous avons pu préciser a posteriori le travail géométrique des élèves au sein de L'ETM.

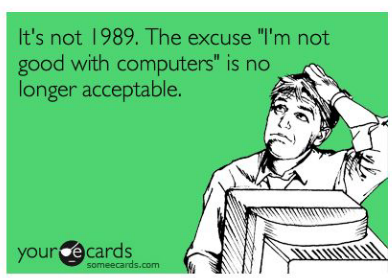
ARTICLE 1

CHAPITRE IV
UNE ÉTUDE COMPARATIVE DES SYSTÈMES TUTORIELS POUR L'EXERCICE DE LA DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE PLANE : UN EXAMEN DU PROBLÈME DE RECHERCHE POUR LE DESIGN DE GEOGEBRATUTOR (Michèle Tessier-Baillargeon, Nicolas Leduc, Philippe R. Richard et Michel Gagnon)

Résumé. Cet article présente un état de l'art des systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane. Cet état de l'art s'inscrit dans l'examen du problème de recherche motivant le développement de GeoGebraTUTOR. En s'appuyant sur le concept de directivité d'un EIAH (Balacheff, 1994b), nous avons établi une définition de système tutoriel pour préciser nos critères pour la recherche et l'identification des EIAH à analyser et à comparer entre eux. Cette synthèse du fonctionnement des systèmes tutoriels étudiés s'appuie sur un ensemble d'indicateurs originaux adaptés à notre objectif et aux différents systèmes faisant l'objet de notre analyse. Ces indicateurs sont regroupés dans une grille d'observation sur mesure qui découle d'une analyse par questionnement analytique (Paillé et Mucchielli, 2013) des différents matériaux recueillis. Onze systèmes tutoriels sont donc comparés en fonction de l'intégration qu'ils font d'une figure géométrique, de la structure qu'ils imposent au raisonnement de l'élève et de l'intervention tutorielle qu'ils proposent.

Mots clés : GeoGebraTUTOR, étude comparative, systèmes tutoriels, démonstration en géométrie, analyse par questionnement analytique, examen du problème de recherche

4.1 INTRODUCTION



Il y a à peine trois décennies, l'ampleur de la révolution qui s'amorçait grâce à l'utilisation des ordinateurs en classe de mathématiques était encore insoupçonnée :

> À l'exception de quelques programmes généraux puissants (le LOGO, par exemple) et de quelques activités de type ludique de portée limitée, les "logiciels" utiles à l'enseignement des mathématiques scolaires sont rares; ils portent surtout sur les techniques de calcul et sont généralement de qualité médiocre […] Si l'on s'en tient là, la révolution du micro-ordinateur connaitra certainement le sort d'autres innovations technologiques comme le cinéma, la télévision, les grands ordinateurs et les calculatrices, qui sont toutes restées sans grande influence sur l'école, que celle-ci a même complètement ignorées, alors qu'elles envahissaient la vie extrascolaire. (Unesco, 1987, p. 157)

Près de trente ans après la publication de ce rapport de l'Unesco, force est de constater que les EIAH sont venus transformer le paysage des outils didactiques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, notamment de la géométrie. Bien que la recherche sur les environnements informatiques d'apprentissage humain (EIAH) ait évoluée à grande vitesse, aucun EIAH pour l'apprentissage des mathématiques, notamment pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane, ne fait l'unanimité. Conséquemment, le développement d'environnements novateurs s'appuyant sur un agencement recherché de fondements didactiques et de technologies informatiques est toujours d'actualité.

Le design de GeoGebraTUTOR (GGBT), un système tutoriel intégré à un EIAH destiné à assister l'élève du secondaire dans l'apprentissage de la démonstration en géométrie plane, se fonde sur un design dans l'usage (Rabardel, 1995) qui articule successivement phases de conception a priori et phases d'exploration-validation sur le terrain. Avant de conduire une étude théorique pour établir les fondements didactiques sur lesquels s'appuierait une première version de GGBT, comme première étape dans l'examen de notre problème de recherche (Paillé et Mucchielli, 2013), nous avons mené une revue des environnements informatiques d'apprentissage humain conçus pour l'exercice de la pensée géométrique. Dans un contexte d'effort conjoint entre informatique et didactique, cet exercice de recension a mis en lumière le fait que peu d'articles en didactique des mathématiques font l'état de l'art des systèmes existants pour l'apprentissage de la démonstration chez l'apprenti géomètre. En revanche, de tels bilans sont communs dans un cadre informatique. L'étude comparative qui suit sert notre intention de cibler les besoins qui inspireront la création de GGBT et d'aiguiller notre recherche théorique subséquente, mais répond aussi à une volonté de faire une synthèse didactique de l'évolution des deux dernières décennies en ce qui a trait aux logiciels pour l'exercice et le développement des compétences de démonstration en géométrie plane.

Balacheff, dans son article « Didactique et intelligence artificielle » (1994b), se livre à un exercice de classement des EIAH en mathématiques. Prenant appui sur les catégories avancées par Balacheff, qui propose d'ordonner les EIAH en fonction du degré d'initiative laissée à l'élève ou, réciproquement, selon le degré de directivité du système (Balacheff, 1994b), nous allons préciser notre échantillon d'EIAH à analyser pour ensuite comparer les fonctionnalités de chacun de ces systèmes.

4.2 LA DIRECTIVITÉ DU SYSTÈME : UN JALON POUR LE CLASSEMENT D'EIAH POUR L'EXERCICE DE COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Selon Balacheff (1994b), l'initiative laissée à l'élève dans son processus de résolution de problèmes mathématiques constitue un bon critère de classification des environnements informatiques d'apprentissage humain. Balacheff propose un continuum qui s'échelonne d'une totale liberté accordée à l'élève à une prise en charge complète du travail mathématique par l'EIAH.

Une liberté maximale se manifeste par une absence d'orchestration du travail de l'apprenti mathématicien. Conséquemment, à l'exception des normes minimales régissant une communication mathématique, aucune contrainte ou intention didactique ne vient encadrer l'interaction entre l'élève et l'EIAH. Les micromondes conçus pour la construction et l'exploration des propriétés de figures dynamiques sont classés par Balacheff comme étant les EIAH les moins directifs : puisque sans régulation enseignante extérieure, ces systèmes ne proposent pas de tâche à résoudre ni d'aide à l'élève. En l'occurrence, l'influence des micromondes, sans une orchestration enseignante, est imprévisible et dépend strictement de la façon dont l'élève choisit d'exploiter les outils mis à sa disposition. C'est pourquoi Sutherland et Balacheff (1999) précisent qu'en contexte scolaire, l'apport du micromonde dépend directement de l'implication de l'enseignant, qui a la responsabilité d'organiser la situation-problème génératrice des apprentissages visés par l'interaction entre les élèves et le micromonde. Autrement dit, la non-directivité du système doit être compensée par une directivité extérieure assumée par l'enseignant dans l'optique d'un apprentissage ciblé.

Ainsi, dans un contexte d'apprentissage de la démonstration en géométrie, Hanna (2000) suggère que l'exploration des limites d'une construction géométrique pour en déduire ses propriétés intrinsèques mène à un apprentissage grâce à l'organisation de ces découvertes sous forme de démonstration. Selon elle, le défi de l'enseignant est d'exploiter cet engouement qui découle de l'exploration des figures dynamiques pour amener les élèves à produire une démonstration. Cette idée est partagée par De Villiers :

> *It is far more meaningful to INTRODUCE proof within a dynamic geometry context, NOT as a way of making sure, but rather as a means of explanation, understanding, and discovery before dealing with the more formal and abstract functions of verification and systematisation*. (De Villiers, 2007, p. 50)

Toutefois, cette tâche d'amener l'élève à systématiser ses découvertes et à vérifier sa démarche est traditionnellement assumée par l'enseignant, mais elle peut aussi être la responsabilité d'un agent tutoriel intégré à l'EIAH. La directivité de ces agents tutoriels est variable et dépend du type de soutien envisagé par les concepteurs du système tutoriel et elle vient justifier la distinction des deux autres catégories d'EIAH proposées par Balacheff (1994b), soit les tuteurs comme tels et les environnements de découverte guidée.

Les tuteurs sont pour Balacheff (1994b) à l'opposé des micromondes sur l'axe continu de directivité imposée par les EIAH. S'apparentant à un enseignement, que Balacheff qualifie de frontal, les tuteurs, sans réel souci ou moyen d'assurer la compréhension de l'élève et au risque de dénaturer le problème à résoudre, s'assurent, grâce à des indices ou à des directives, que l'élève produise sans détours la ou les solutions déterminées comme étant admissibles ou idéales. Ainsi, sans accorder de valeur didactique à l'erreur ou aux aléas du raisonnement mathématique, les tuteurs font preuve d'une *impatience pédagogique* en « souhaitant que soit abordé au plus vite l'objet d'apprentissage visé » (Pluvinage et Rigo Lemini, 2008, p. 57). Cette impatience a pour effet d'amener l'élève à suivre passivement le déroulement séquentiel d'une méthode sélectionnée et d'inhiber le processus idiosyncratique de résolution de problème de démonstration, ce qui peut à terme nuire à la compréhension de ce processus mathématique, puisque comme le dit Tanguay :

> La compréhension de la structure d'une démonstration tant soit peu complexe nécessite de la part de l'élève un travail – de lecture ou d'écriture – ponctué de pauses, de retours sur les propositions déjà énoncées, de réaménagement et

> simultanéisations (pour rapprocher des propositions ou blocs de propositions non contigus dans le texte), de recul, d'appréhension globale (pour saisir certains éléments de macro-organisation), de contrôle, de réflexion. Toutes choses que ne permet pas cette [...] pratique orale du texte, faite de fluence, de séquentialité, d'irréversibilité. (Tanguay, 2005, p. 64)

Comme le dit Bernat, lors de « la résolution du problème, c'est-à-dire la recherche d'une solution, grâce au raisonnement personnel » (Bernat, 1993, p. 27), l'élève qui cherche une conjecture pour ensuite la démontrer ou qui veut démontrer une conjecture donnée met en œuvre des compétences très différentes de celles auxquelles il doit recourir pour produire une « démonstration, c'est-à-dire la rédaction de cette solution sous une forme acceptable » (Bernat, 1993, p. 27). De ce fait, il serait souhaitable qu'un système d'aide tutorielle puisse accompagner l'élève dans sa recherche heuristique d'une solution et, au final, susciter les apprentissages nécessaires à la rédaction de sa démonstration. Balacheff propose l'appellation *environnements de découverte guidée*[32] pour désigner les EIAH qui parviennent à un équilibre entre respect du raisonnement personnel et imprévisible de l'apprenti géomètre et accompagnement de l'élève lorsqu'il se trouve en difficulté.

Les environnements de découverte guidée ou systèmes *coach* (Balacheff, 1994b) imposent une directivité intermédiaire entre celle du micromonde et celle du tuteur en laissant « une liberté apparente, ce qui signifie qu'il n'y a pas de feedback systématique ou immédiat suite aux erreurs commises par l'élève, mais certaines règles permettent au système de planifier l'interaction en fonction d'une évaluation du comportement de l'apprenant » (Balacheff, 1994b, p. 27). Ainsi, l'intention d'enseignement n'est pas explicite puisque l'interaction entre l'élève et le milieu, dont fait partie l'EIAH, est de nature a-didactique (Brousseau, 1998), c'est-à-dire que la situation-problème soumise à l'élève et l'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2009) autour de celle-ci justifient à elles seules l'effort cognitif fourni par l'élève, et ce, sans orchestrations a priori. Par conséquent, cette liberté calculée dont jouit l'élève assure que la résolution effective d'un problème découle directement des compétences mathématiques de l'élève. Toutefois, cette autonomie de pensée n'est pas menacée par un

[32] La formulation découverte guidée est inspirée du principe de découverte guidée proposé par Elsom-Cook (1990), principe selon lequel l'équilibre entre directivité et non directivité prend appui sur une prise en compte simultanée de l'état de l'apprenant et de la complexité de l'objet d'enseignement (Balacheff, 1994).

soutien qui est prévu si et seulement si le système tutoriel détermine que l'élève ne parviendra pas à une solution sans l'intervention d'un agent aidant, puisque alors cette intervention rend possible un apprentissage autrement inaccessible. Ainsi, les environnements de découverte guidée obéissent à la règle de ne pas intervenir tant que l'élève a une chance de parvenir seul à une solution et, en cas de blocage, de guider l'élève pour maximiser les opportunités d'apprentissage de ce dernier.

Dans sa présentation de cette catégorisation des EIAH en trois grandes classes, Balacheff laisse sous-entendre que, bien que l'axe de directivité des systèmes soit continu, chaque EIAH qu'il présente appartient à l'une ou l'autre des catégories présentées, sans recoupements, à la manière d'un classement en tiroirs. Mais comme le soutien tutoriel peut prendre plusieurs formes et que les moyens donnés au système tutoriel pour évaluer le niveau de compétence ou de difficulté de l'élève diffèrent d'un environnement de découverte guidée à un autre, l'évaluation du niveau de directivité d'un système est sujette à la subjectivité de celui qui l'analyse. En effet, selon où est portée l'attention dans l'examen du fonctionnement d'un EIAH, l'évaluation de la directivité d'un système peut fluctuer puisque certains systèmes d'aide laissent beaucoup de liberté au processus de raisonnement, mais sont directifs quand vient le temps de rédiger une démonstration, tandis que d'autres n'imposent pas de stratégie et laissent l'élève explorer par lui-même plusieurs avenues de solution, mais dirigent les étapes de la résolution du problème de démonstration. Il est à noter que cet exercice de classement des EIAH mené par Balacheff ne constitue pas l'essentiel de son propos, qui cherche plutôt à montrer que l'EIAH idoine pour l'apprentissage de la géométrie et de sa démonstration, soit un environnement de découverte guidée, doit équilibrer directivité de l'intervention tutorielle et liberté laissée à l'élève. Nous partageons ce point de vue. De ce fait, au lieu d'un classement en tiroirs pour la présentation des EIAH que nous avons analysés, nous avons opté pour un classement du style diagramme de Venn orienté et sans frontières déterminées, comme celui illustré à la figure 3. Selon cette organisation, les environnements de découverte guidée se fondent dans l'espace entre les micromondes et les tuteurs, maitrisant l'équilibre entre accompagnement et respect de l'intégrité du travail mathématique de l'apprenti géomètre.

Figure 3 : Appartenance des EIAH en fonction de leur niveau de directivité

Pour la revue qui suit, nous allons considérer toute forme de soutien à la résolution de problèmes comme étant accompli par un système tutoriel puisque bien qu'une assistance puisse être plus ou moins directive ou frontale, il s'agit tout de même d'une aide tutorielle. De plus, nous ne chercherons pas à appliquer une discrimination entre tuteurs et environnements de découverte guidée puisque comme nous l'avons souligné, ce classement serait purement subjectif. Cet article ne constitue donc pas une description exhaustive, un recensement systématique ou un ordonnancement à proprement parler des systèmes tutoriels sélectionnés mais plutôt une étude comparative des aspects clés de leur fonctionnement qui permettra, notamment, de préciser graduellement notre problème de recherche pour le développement expérimental de GGBT, un système tutoriel (environnement de découverte guidée) qui se situera dans la zone optimale entre micromondes et tuteurs (Figure 3) et qui sera donc conçu en fonction des orientations énoncées plus haut.

4.3 UNE SYNTHÈSE DES RÉSULTATS DE L'EXAMEN DES SYSTÈMES TUTORIELS SÉLECTIONNÉS

Pour notre revue comparative, nous avons d'abord cherché un ensemble d'indicateurs existants pour décrire et comparer des systèmes tutoriels conçus pour l'exercice de la démonstration en géométrie. Nous avons principalement identifié des descriptions d'EIAH données à titre de revue de littérature pour justifier la pertinence d'un système tutoriel donné, sans toutefois pouvoir trouvé de précision explicite quant aux indicateurs ad hoc utilisés. Nous avons donc élaboré notre propre ensemble d'indicateurs en fonction des systèmes tutoriels sélectionnés. Pour ce faire, nous avons d'abord identifié, par l'entremise d'une revue de la littérature, un ensemble de systèmes conçus pour la production de démonstrations géométriques avec comme objectif de dégager différents marqueurs qui qualifieraient le fonctionnement et la logique didactique de chacun d'eux tout en faisant ressortir les particularités qui les distinguent. Plus précisément, cette méthode d'analyse qualitative de *questionnement analytique* (Paillé et Mucchielli, 2013), qui implique plusieurs regards successifs sur le matériel recueilli aux fils desquels on formule, adapte et précise le *canevas investigatif* (Paillé et Mucchielli, 2013), nous a permis de dégager non pas des invariants mais des indicateurs évocateurs qui servent notre objectif de décrire et de comparer les systèmes tutoriels étudiés.

Une première analyse a d'abord mis en lumière trois grands volets qui caractérisent les systèmes tutoriels :

1. L'intégration de la figure géométrique au sein du système tutoriel.
2. Les interfaces et les structures sous-jacentes prévues pour l'exercice du raisonnement mathématique et pour sa communication.
3. Les modes d'intervention des systèmes tutoriels.

Ensuite, les analyses itératives subséquentes ont révélé différentes variables qui précisent ces trois grands volets et permettent par le fait même de mettre en évidence les particularités propres à chacun des systèmes tutoriels analysés. Par exemple, si nous prenons le second volet qui concerne le raisonnement géométrique de l'élève au sein des systèmes tutoriels décrits, au fil des lectures et des relectures du matériel et en fonction de ce qui a été recensé, le questionnement analytique s'est précisé comme suit :

- Comment s'opère la résolution de problème pour chaque système tutoriel ?
  - Est-ce que l'élève est contraint de raisonner dans un ordre prédéterminé ?
    - Est-ce que le système fonctionne selon un chaînage avant, arrière, mixte ou sans chaînage ?

L'arborescence finale qui résulte de notre analyse et qui fera office de grille d'observation pour notre étude comparative est illustrée au tableau IV.

Tableau IV
Caractéristiques des systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie

Intégration de la figure géométrique				Structure prévue pour l'exercice du raisonnement de démonstration géométrique						Intervention tutorielle							
Figure statique		Figure dynamique		Solutions admises				Ordres des entrées		Intervention		Accompa-gnement	Rétroaction				
													Validation				
Dessin	Figure interactive	Exploration	Construction	Moteur de déduction automatique	Programmées par un expert ou un enseignant	Exploration simultanée de multiples stratégies / Reconnaissance de plan	Phases séquentielles du raisonnement	Chaînage (avant, arrière)	Chaînage mixte ou exploration libre	À la demande de l'élève	Gérée par le système tutoriel	Indication prochaine étape (chaînage)	Locale : énoncés, inférences	Globale : solution, démonstration	Démonstration en graphe (réseau déductif)	Annotation de la démonstration	Explication des erreurs

Afin d'éviter d'alourdir la description de chaque système tutoriel présenté, nous allons définir d'entrée de jeu chacune des variables (les ramifications des trois catégories qui forment la première ligne du tableau IV). Ainsi, un lecteur souhaitant s'informer à propos d'un système tutoriel en particulier peut se référer à ces explications et aux paragraphes dédiés au système tutoriel concerné.

4.3.1 Intégration de la figure géométrique

« Le raisonnement en géométrie est favorisé par la présence d'une figure qui permet une saisie globale du problème et aide à la création d'images mentales » (Bernat, 1993, p. 27). Cette affirmation fait l'objet d'un consensus au sein de la communauté didactique, mais l'introduction des environnements informatiques pour l'exercice de la géométrie vient redéfinir les effets potentiels de l'intégration d'une figure géométrique sur le raisonnement géométrique. Incontestablement, la géométrie dynamique a révolutionné la construction et l'exploration de figures géométriques mais, avant d'aborder la figure dynamique, deux catégories de figures statiques ont été observées au sein des systèmes tutoriels analysés.

D'abord, la figure statique qui accompagne l'énoncé d'un problème peut être un simple dessin semblable à celui que l'élève retrouve au côté d'un énoncé de problème format papier. La figure géométrique statique peut aussi être interactive et s'animer en fonction des actions de l'élève ou du tuteur. Par exemple, un segment peut changer de couleur lorsqu'il est nommé dans un énoncé soumis par l'élève ou la mesure d'un angle peut s'afficher lorsque le curseur le survole. La figure interactive ne doit pas être confondue avec la figure dynamique puisque bien qu'elle soit plus sophistiquée que le dessin et qu'elle puisse attirer l'attention de l'élève sur certains éléments figuraux et potentiellement initier une réflexion chez ce dernier, la figure interactive demeure une figure statique ne pouvant être déformée ou modifiée.

Pour sa part, la figure dynamique existe et évolue en fonction des relations géométriques (appartenance, équidistance, parallélisme, perpendicularité, etc.) qui lient les éléments géométriques qui la constitue (Baulac, 1990). Conséquemment, la figure dynamique se « déforme en respectant les propriétés géométriques qui ont servi à son tracé et celles qui en découlent » (Laborde et Capponi, 1994, p. 173). Ce dynamisme particulier, qui maintient la logique interne d'une construction dans le mouvement (*dragging*), permet la visualisation d'un nombre autrement inaccessible de cas de figures pour une définition géométrique donnée. De ce fait, le registre des figures dynamiques constitue un registre sémiotique distinct de celui des figures traditionnelles ou statiques puisqu'il permet l'exploration des limites de la construction géométrique et des invariants géométriques qui trahissent les propriétés géométriques sous-jacentes. En ce sens, la figure dynamique peut contribuer davantage que la figure statique au raisonnement de preuve de l'élève puisqu'elle lui permet à la fois de poser et de mettre à l'épreuve des conjectures (Hanna, 2000).

Aussi, une figure dynamique au sein d'un micromonde permettra la construction de nouveaux éléments figuraux par l'élève. Cet atout supplémentaire n'est pas exigé pour qu'une figure soit qualifiée de dynamique, mais s'avère essentiel dans le cas d'un EIAH qui prend en compte les actions graphiques comme éléments d'une démonstration.

Comme l'apport d'une figure dynamique pour l'exploration de propriétés géométriques et pour l'examen d'un problème de démonstration est abondamment discuté dans la littérature (Coutat *et al*., 2010), il semble qu'un environnement de découverte guidée en géométrie puisse difficilement renoncer à l'inclusion de la géométrie dynamique pour l'obtention d'un milieu pertinent (Balacheff et Margolinas, 2005) pour l'exercice de la démonstration.

4.3.2 Structure prévue pour l'exercice du raisonnement de démonstration géométrique

Comment est orchestré le raisonnement géométrique de l'utilisateur des différents systèmes tutoriels ? Comment l'élève chemine-t-il au sein de l'espace du problème ? À la lumière de l'analyse des différents systèmes tutoriels étudiés, nous avons divisé ce questionnement initialement vague en sous-questions ciblées qui permettent de différencier les systèmes tutoriels. D'abord, comment sont élaborées les solutions expertes ou témoins à partir desquelles les solutions de l'élève sont évaluées ? Ces solutions admises par le système, l'élève peut-il en explorer plusieurs à la fois dans sa résolution d'un problème et l'élève doit-il articuler les phases de son raisonnement selon une séquence prédéterminée ? Enfin, lorsque l'élève soumet les éléments de sa solution, doit-il les soumettre dans un ordre particulier ?

Dans un premier temps, en ce qui concerne les solutions, c'est-à-dire les démonstrations reconnues comme idéales ou admissibles par le système tutoriel, celles-ci peuvent être produites de manière autonome par le système grâce à un moteur de déduction automatique ou par des experts didacticiens ou enseignants. Dans le cas d'un traitement par moteur de déduction automatique, cette informatisation du raisonnement déductif implique, du moins actuellement, une modélisation selon un paradigme de géométrie formelle (Houdement et Kuzniak, 2006). Un paradigme de géométrie formelle limite la gestion de l'erreur et l'emploi des raccourcis inférentiels[33]. Qui plus est, les moteurs de déduction automatiques, au lieu d'un éventail de solutions possibles, ne génèrent communément qu'une seule démonstration, celle jugée la plus *heuristiquement efficace* (Richard et Fortuny, 2007), solution qui n'est toutefois pas nécessairement la plus compréhensible pour l'élève utilisateur ni celle qui concorde avec

[33] À titre d'exemple de raccourci inférentiel, la propriété qui dit qu'un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle peut être perçue comme un raccourci inférentiel puisque cette propriété résulte d'une suite d'inférences logico-déductives. Une démonstration qui fait appel à cette propriété est donc plus courte que celle qui inclut l'ensemble des inférences desquelles découle cette propriété.

la pratique ou les exigences habituelles de son enseignant. Ainsi, malgré les avantages logistiques évidents associés à l'intégration d'un moteur de déduction automatique à un système tutoriel, dans un souci de respecter le contrat didactique (Brousseau, 1998) auquel les élèves et les enseignants utilisateurs sont accoutumés et de permettre une flexibilité quant au paradigme géométrique de référence, certains systèmes tutoriels s'appuient plutôt, et avec le coût que cela représente, sur des solutions expertes préalablement programmées par un expert didacticien ou un enseignant.

Indépendamment de la manière dont sont implémentées les différentes solutions idéales auxquelles se mesurent les raisonnements des apprentis géomètres, la plupart des systèmes tutoriels reconnaissent plusieurs solutions à un même problème. Cependant, lorsque l'élève est invité à résoudre le problème, certains systèmes tutoriels cherchent à dégager le plus rapidement possible une solution dominante à partir des actions de l'élève et le contraignent ensuite à conclure cette solution sans possible changement de stratégie au cours de son raisonnement. Qui plus est, certains systèmes obligent l'élève à résoudre le problème en enchainant séquentiellement d'abord les phases de résolution heuristique associées à la recherche d'une solution et ensuite les phases de rédaction, et ce, sans retours en arrière possibles. Pourtant, la résolution d'un problème de mathématique s'effectue rarement de manière séquentielle, et l'élève choisit rarement une stratégie au début de la résolution pour ensuite rédiger sa solution sans questionner sa stratégie ou la changer complètement : « *we learn by establishing connections and relationships, by building a web of ideas rather than a linear and logical sequence of implications; ideas grow synergetically rather than strictly on top of each other* » (Dreyfus, 1999, p. 98). C'est pourquoi il apparaît pertinent de souligner la capacité qu'ont certains systèmes tutoriels de reconnaitre différentes stratégies présentes dans les actions des élèves et de permettre à ceux-ci de faire des allers-retours entre ces plans de résolution distincts tout au long du processus de résolution. Cette capacité de s'adapter dynamiquement aux changements de stratégie repose sur la *reconnaissance de plan,* qui implique qu'un système soit doté d'un algorithme qui permette de reconnaitre les différents plans mis en œuvre par l'élève en fonction de ses actions et de distinguer le plan dominant qui se dégage de ses actions les plus récentes afin de fournir à ce dernier une aide ou une rétroaction juste et adaptée à son statut cognitif du moment.

En ce qui concerne l'ordre dans lequel les étapes d'une solution donnée doivent être soumises au système tutoriel par l'élève, en programmation informatique, le chaînage permet au système tutoriel d'ordonner les étapes d'une solution afin de reconnaitre le raisonnement d'un élève.

> On appelle chaînage avant, le fait de n'utiliser que des hypothèses ou des résultats intermédiaires prouvés comme antécédents de chaque inférence ajoutée à la démonstration jusqu'à atteindre la conclusion. Le chaînage arrière consiste à faire le chemin inverse : on part d'une inférence ayant comme conséquent la conclusion et on ajoute, à rebours, des inférences pour prouver les antécédents qui ne sont pas des hypothèses du problème, jusqu'à ce que tous les antécédents non prouvés soient des hypothèses. (Leduc, à paraître, p. 2)

Pour sa part, le chaînage mixte, évoqué par Py (2001), consiste en un mélange de chaînages avant et arrière. Comme ce chaînage n'impose pas d'ordre quel qu'il soit, nous allons assimiler le chaînage mixte à une absence de chaînage ou à ce que nous appellerons une exploration libre des solutions.

Le fait d'imposer une structure en chaînage avant ou arrière a pour effet de contraindre l'élève à raisonner de manière séquentielle, allant à l'encontre d'une réalité fondamentale en éducation : « *students frequently understand and construct their knowledge in ways quite different from what is anticipated or planned, and confirms the basic thesis of constructivism that learning is idiosyncratic* » (De Villiers, 2007, p. 53).

4.3.3 Intervention tutorielle

Dans un premier temps, l'aide tutorielle peut être fournie à la demande de l'élève au moyen d'un bouton par exemple, ou bien être gérée de manière autonome par le système tutoriel. Dans le premier cas, plusieurs concepteurs soulèvent le risque d'abus des demandes d'aide chez l'élève qui ne souhaite pas s'investir dans la compréhension du problème à résoudre. En ce qui a trait à la gestion autonome de l'aide par le système tutoriel, ceci implique que ce dernier soit en mesure d'identifier avec justesse le moment où l'élève requiert de l'assistance. Dans les deux cas de figure, l'enjeu consiste à offrir de l'aide au bon moment sans dénaturer le problème à résoudre. Ce délicat équilibre entre directivité et liberté concerne l'ensemble des interventions tutorielles, qui se retrouvent sous trois formes dans les systèmes tutoriels analysés.

D'abord, l'aide tutorielle peut être proactive et accompagner l'élève dans son raisonnement. L'accompagnement s'opère grâce à l'émission d'indices par rapport à la prochaine étape à effectuer. Cette prochaine étape peut être déterminée par le système tutoriel, qui a recours au chaînage, ou selon la reconnaissance du plan de résolution actuellement mis en œuvre par l'élève.

Inversement, l'action tutorielle peut être rétroactive et réagir, après coup, aux actions de l'élève. Les rétroactions peuvent simplement consister en une validation des actions de l'élève. Cette validation peut s'opérer localement après que l'élève ait soumis un énoncé (une justification, une conjecture ou une hypothèse) ou encore nécessiter l'entrée d'un triplet inférentiel (antécédent(s), justification, conséquent). Dans les deux cas, la validation est qualifiée de locale, car elle pose un jugement sur la validité d'une action indépendamment des actions posées précédemment ou du plan de résolution de l'élève. Naturellement, la validation peut aussi être globale et retourner à l'élève une appréciation générale de sa solution prise dans son ensemble. La solution peut prendre la forme d'une démonstration ou d'une construction géométrique selon les systèmes tutoriels étudiés. La validation est souvent communiquée à l'élève sous la forme d'un message très concis ou encore d'un symbole évocateur. Conséquemment, la validation ne fournit pas de précisions à l'élève quant à la pertinence, au rôle d'un énoncé ou d'une inférence correcte ou encore quand à la nature d'une erreur commise. La validation à elle seule est donc une forme de rétroaction assez primitive qui offre peu de soutien à l'élève en difficulté. C'est pourquoi la rétroaction peut aussi prendre d'autres formes plus complexes et détaillées. D'abord, en parallèle avec une validation qui souligne la présence d'erreurs, celles-ci peuvent être expliquées par le système tutoriel, donnant à l'élève la chance d'en comprendre la nature. Ce type de rétroaction suppose qu'un système reconnaisse ces déductions erronées, ce qui implique un travail préalable d'identification des erreurs les plus probables. Dans le même ordre d'idée, le système tutoriel peut annoter une solution finale et mettre en évidence les erreurs et les bons coups de l'élève de manière à lui offrir une appréciation globale de la validité de son raisonnement. Cette manière d'intervenir du système tutoriel peut permettre à l'élève de prendre connaissance du contexte de chacun des commentaires du tuteur et ainsi de mieux en saisir la portée. Finalement, le système tutoriel peut représenter les étapes de la solution fournies par l'élève en graphe déductif (Tanguay, 2005). La représentation sous forme de graphe facilite la visualisation par l'élève des liens logiques entre les propositions qu'il soumet en mettant en évidence la structure ternaire des inférences (Tanguay, 2006).

Maintenant que les différentes variables émergentes de l'analyse des systèmes tutoriels sélectionnés sont définies et expliquées, nous pouvons procéder à la comparaison des différents systèmes tutoriels entre eux en fonction de ces caractéristiques. Pour ce faire, nous allons décrire chacun des systèmes tutoriels, du plus ancien au plus récent, puisque nous ne souhaitons pas classer les systèmes les uns par rapport aux autres, mais plutôt peindre, le plus objectivement possible, un portrait de leurs caractéristiques.

4.4 SYNTHÈSE DU FONCTIONNEMENT DE SYSTÈMES TUTORIELS POUR L'EXERCICE DE LA DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE

4.4.1 Geometry Tutor (Anderson, Boyle, et Yost, 1985; Ritter, Towle, Murray, Hausmann et Connelly, 2010)

Une première version de Geometry Tutor a été publiée en 1985 et la dernière version analysée date de 2010. Nous allons d'abord décrire la première de ces versions pour ensuite préciser la nature des modifications apportées pour donner lieu à la plus récente.

La fenêtre d'accueil de Geometry Tutor comprend un dessin de figure géométrique qui accompagne l'énoncé du problème ainsi qu'un début de réseau déductif (arbre de démonstration) où sont inscrites les hypothèses et la conclusion du problème. L'élève doit compléter ce réseau d'inférences qui reliera les hypothèses du problème à la conclusion en y ajoutant des nœuds, c'est-à-dire des déductions (conséquents) et des justifications. Ce choix des concepteurs d'organiser la preuve sous forme de graphe avait pour objectif de communiquer la structure logique de la preuve et du raisonnement déductif. Geometry Tutor ne permet pas à l'élève d'ajouter des nœuds au fil de ses envies puisque le système ne permet que le chaînage avant et arrière. Les quelques solutions admises par le système pour chaque problème sont préalablement programmées par un expert didacticien ou un enseignant. Le système tutoriel admet que l'élève explore plusieurs solutions à la fois et effectue une reconnaissance de plan (*model-tracing paradigm for instruction*) en analysant pas à pas la validité locale des actions de ce dernier et en les comparant aux solutions témoins. Chaque action de l'élève est analysée, et le système tutoriel détermine si elle est correcte ou erronée. Si elle est erronée, le tuteur intervient et offre un indice pour rediriger l'élève vers une des solutions admises. Si l'entrée appartient à une des solutions, le tuteur détermine si cette action est indicative d'un nouveau plan de solution, mais n'intervient pas tant que l'élève ne commet pas d'erreur. Si l'entrée n'appartient ni à une solution ni à une erreur connue ou si l'élève requiert de l'aide, le système tutoriel dicte la prochaine étape du dernier plan reconnu.

Dans la version de 2010, au fur et à mesure que l'élève fait référence aux éléments géométriques de la figure dans les inférences du schéma déductif, ceux-ci sont surlignés à même la figure, qui obtient donc le statut de figure interactive. Quant aux rétroactions du système tutoriel, les inférences erronées sont dorénavant ornées de rouge, ajoutant à l'aspect visuel de la validation. En ce qui a trait à l'accompagnement et à l'aide à la prochaine étape, au lieu de dicter directement la prochaine étape du dernier plan de solution reconnu, la directivité des indices du système tutoriel évolue graduellement.

4.4.2 Angle (Koedinger et Anderson, 1990, 1993)

Le logiciel Angle s'inspire des compétences d'experts en résolution de problèmes de démonstration pour assister l'apprenti géomètre. Son fonctionnement s'appuie sur l'hypothèse que les experts en résolution de problème de démonstration imaginent un plan de résolution (*implicit planning*, Koedinger et Anderson, 1993), qui est composé de moments clés tirés de la démonstration détaillée. Ces moments remarquables reposent sur l'adéquation entre raisonnement de démonstration et construction géométrique, et correspondent à des constructions intermédiaires qui découlent d'un ensemble de déductions et qui lient une figure de départ (les hypothèses) et une figure finale (la conclusion)[34]. Ces constructions

[34] Comme le soulignent Coutat, Laborde et Richard (2014), cette comparaison entre raisonnement déductif de preuve et construction géométrique est encore plus évidente si la figure géométrique est dynamique puisque

intermédiaires sont appelées *Diagram configuration* (DC) et chaque solution admise pour un problème donné est composée d'un enchainement de ces figures géométriques indicatives d'une étape clé des solutions des experts. En quelque sorte, les DC montrent où l'attention du géomètre était concentrée à un moment précis de la démonstration. Par exemple, si l'utilisateur veut démontrer qu'un segment donné est la médiatrice BH de la base d'un triangle ABC, il peut d'abord identifier la perpendicularité de ce segment BH avec la base AC du triangle avec une construction qui illustre seulement ces deux segments et la relation entre eux. La démonstration détaillée prend donc la forme d'un réseau déductif où énoncés discursifs et figures statiques (dessins) cohabitent. À chaque fois que l'élève soumet un DC, les déductions (liens entre le DC) dont cette configuration intermédiaire découle sont considérées comme prouvées. L'élève peut compléter cet organigramme (graphe) au fil de son exploration du problème et dans l'ordre qui lui plait, et la figure interactive adjacente à la fenêtre du schéma s'anime lorsque l'élève fait mention des éléments figuraux dans sa solution. L'élève, qui peut explorer plusieurs pistes de solution simultanément, complète une solution lorsqu'il réussit à relier par une suite ininterrompue de DC et de déductions sous-jacentes les hypothèses (figure initiale) à la conclusion (figure finale). À la demande de l'élève, le système tutoriel peut le diriger vers le prochain DC (en chaînage avant) de la solution identifiée comme dominante parmi celles qu'il a travaillées pour ensuite l'aider à compléter le détail des déductions.

4.4.3 Chypre (Bernat, 1993)

Pour ce qui est de Chypre (acronyme pour Conjecture HYpothèse PREuve), l'élève n'y rédige pas de démonstrations comme telles, mais crée plutôt un réseau déductif en soumettant des assertions (hypothèses, conclusions intermédiaires ou finale) découlant de l'examen de l'énoncé du problème et de l'exploration d'une figure dynamique. Ces énoncés sont tirés d'un répertoire limité, et l'élève peut les proposer dans l'ordre qui lui plaît; le système, doté d'un module de déduction automatique, valide de manière locale et autonome le statut logique d'une entrée (prouvée ou non) et ajoute les liens logiques entre les différentes propositions du

« étant donné la cohérence séquentielle ou conceptuelle qui s'établit entre les objets construits ou considérés, les logiciels de géométrie dynamique emmagasinent et conservent la cohérence pour une utilisation ultérieure éventuelle. C'est pourquoi on peut considérer une figure géométrique comme le résultat d'un raisonnement déductif dans l'interaction sujet-milieu » (Coutat, Laborde et Richard, 2014, p. 5).

réseau déductif. Chypre se distingue par sa capacité à identifier la justification à laquelle fait appel chaque inférence et l'ajoute automatiquement au réseau déductif, mais cet atout dépend d'une programmation humaine préalable. De ce fait, l'élève n'a pas à fournir de propriétés ou de définitions pour compléter une inférence ; le conséquent obtient donc le statut de prouvé dès que tous les antécédents nécessaires à l'inférence sont soumis. Le problème est résolu lorsque le réseau déductif est complet et ne contient que des conséquents prouvés. Le module d'aide suggère, sous forme de menu déroulant, les énoncés que l'élève peut sélectionner pour éventuellement générer son réseau déductif. Toutefois, Chypre n'offre pas d'aide du type « prochaine étape » et les affirmations hors contexte ne sont pas identifiées comme telles, ne donnant pas l'opportunité à l'élève de se rendre compte qu'il s'écarte des possibilités de raisonnements valides.

4.4.4 Mentoniezh (Py, 1994, 1996, 2001)

Le projet Mentoniezh, appellation qui signifie *géométrie* en breton (Py, 1996), est un système qui date du début des années 1990. Au sein de Mentoniezh, la résolution d'un problème de démonstration s'opère en quatre phases : « lecture et analyse de l'énoncé (1), exploration du problème et recherche d'un plan (2), élaboration de la démonstration (3) et rédaction de la preuve (4) » (Py, 1996, p. 229).

Durant la phase 1, l'élève dégage les informations données dans l'énoncé du problème, soit les hypothèses et la conclusion à démontrer. Comme Mentoniezh ne fournit pas de figure géométrique, l'élève qui souhaite raisonner à l'aide d'une construction géométrique réelle doit la réaliser lui-même, en dehors de l'environnement de Mentoniezh, à partir des informations contenues dans l'énoncé du problème. L'élève sélectionne ensuite un par un les énoncés qu'il souhaite soumettre à l'aide d'un menu déroulant de mots clés, les complète avec les paramètres appropriés et les classe dans un tableau à trois colonnes : une colonne pour les hypothèses, une colonne pour la conclusion à démontrer et une colonne pour les observations supplémentaires. Le système tutoriel procède à une validation locale de la syntaxe de chaque entrée et à une validation globale du tableau. Il est en mesure de retourner des messages quant au statut des affirmations, par exemple indiquer à l'élève qu'il a classé la conclusion dans les hypothèses, diriger l'élève vers un énoncé manquant ou soulever les conjectures mentionnées de manière prématurée. L'élève peut passer à la prochaine étape de la résolution seulement lorsqu'il a correctement complété le tableau pour lequel il n'y a qu'une solution programmée préalablement par un enseignant.

La seconde phase, destinée à l'exploration du problème, vise l'élaboration d'un plan de démonstration. L'exploration prend la forme d'un dialogue entre le système tutoriel et l'élève, où ce dernier doit statuer s'il serait en mesure de prouver des propriétés de la figure géométrique (décrite dans l'énoncé) ciblées par le tuteur. Au cours de cette phase, une fenêtre affiche l'état de la démonstration en précisant si les propriétés invoquées par le système tutoriel sont étudiées, en cours d'étude ou à étudier. Une propriété est considérée comme étudiée lorsque l'élève a correctement identifié un plan (théorèmes, antécédents) pour la démontrer. Si l'élève est coincé, il peut demander de l'aide au système tutoriel, qui lui proposera des théorèmes en lui demandant s'ils sont applicables. L'élève peut passer à la prochaine phase de résolution lorsqu'il aura étudié toutes les propriétés et donc établi un plan pour chacune des inférences formant la démonstration globale.

Au cours de l'élaboration de la preuve, troisième phase du processus de résolution, l'élève construit une preuve valide en articulant hypothèses, théorèmes et conclusion, et ce, en chaînage avant, arrière ou mixte. Durant cette étape, l'interface est divisée en trois fenêtres : une fenêtre de travail (brouillon), une fenêtre où s'affiche l'état de la démonstration en fonction du statut des énoncés la constituant (données et propriétés démontrées, à démontrer et conjectures) et une troisième fenêtre où s'affiche l'inférence courante sur laquelle l'élève travaille. En effet, dans Mentoniezh, bien que l'élève puisse élaborer sa preuve sans ordre prescrit, il doit soumettre ses pas de déduction sous forme de triplets inférentiels (hypothèse, théorème, conclusion) au tuteur. Au fur et à mesure que les inférences sont soumises par l'élève, elles sont validées par le tuteur qui les compare à une liste d'inférences produites par un moteur de déduction automatique, et l'état de la démonstration est mis à jour. Bien que Mentoniezh sache reconnaitre le plan de résolution de l'élève, la dernière version disponible n'est pas en mesure de proposer d'aide à la prochaine étape et se contente de corriger les inférences proposées par l'élève. Conséquemment, l'intervention tutorielle décrite par Py ne s'appuie pas sur la reconnaissance de plan pour fournir une aide plus personnalisée à l'élève.

Finalement, la quatrième et dernière phase de résolution consiste en la rédaction en langage courant de la démonstration. L'élève rédige chacune des phrases constitutives de la preuve à partir d'une liste d'éléments susceptibles d'y figurer (hypothèses, théorème, conclusion, mots de liaison, symboles de ponctuation), et le système tutoriel valide chacune de ces phrases en procédant à un contrôle de la validité grammaticale (ordonnancement des éléments) et à une vérification de la logique géométrique (contenu et continuité thématique).

4.4.5 Cabri-DEFI (Luengo et Balacheff, 1995) et Cabri Euclide (Luengo, 2005)

Cabri-DÉFI (DÉFI : Démonstration et exploration de la figure interactive) et son successeur Cabri-Euclide sont tous deux le résultat d'une fusion de Cabri-Géomètre, un environnement de géométrie dynamique, et d'un module de rédaction de démonstrations, respectivement DÉFI et Euclide. Leur développement est fondé sur l'idée d'une distinction entre le processus non contraignant de résolution de problème qui s'articule grâce à la figure dynamique et la rédaction séquentielle d'une démonstration. Comme le dit Luengo, concepteur de Cabri-Euclide :

> *In Cabri-Euclide, we chose to create a figure (graphic) workspace for heuristic analysis and the production of pragmatic proofs, and a separate text workspace for intellectual proofs (processing of linguistic expressions and analysis of their organisation). The system manages the relations between these two workspaces.* (Luengo, 2005, p. 20)

Dans Cabri-DÉFI, l'élève peut construire une figure dynamique en fonction de l'énoncé de problème fourni et l'explorer librement. Le système tutoriel graphique valide la construction de l'élève en vérifiant la présence d'éléments figuraux clés à l'aide des oracles de Cabri-Géomètre. Une fois la construction complétée, le système tutoriel dirige l'attention de l'élève sur des éléments figuraux de la construction qui véhiculent une ou des déductions en commençant par la conclusion du problème et en parcourant, à rebours (en chaînage arrière), les déductions sous-jacentes. Selon les concepteurs de Cabri-DÉFI, cette démarche heuristique d'exploration guidée précédant l'activité de rédaction permet de mettre en lumière des sous-problèmes de démonstration plus élémentaires tout en étant constitutifs du problème original. Pour chaque conjecture ciblée, le tuteur demande à l'élève s'il se croit capable de la démontrer et, dès que l'élève se dit en mesure de se lancer, le système bascule vers le module de rédaction. Même si au début du problème, l'exploration heuristique de la figure précède l'activité de rédaction, en cours de résolution du problème, l'élève peut alterner librement entre les modules d'exploration figurale et de rédaction.

Pour rédiger sa démonstration, l'élève doit d'abord choisir, à l'aide de mots clés, un théorème qui justifie la conjecture retenue parmi une liste d'énoncés de géométrie euclidienne programmée par un expert. Il doit ensuite fournir les antécédents qui complètent l'inférence. Le module de rédaction fonctionne en chaînage avant, et l'élève doit compléter une inférence avant d'en entamer une nouvelle. Chaque inférence est vérifiée, à la demande de l'élève, par le système tutoriel qui s'assure d'une part, à l'aide d'un moteur de déduction automatique, de la validité de la déduction logique et, d'autre part, de la présence des éléments figuraux mentionnés dans l'inférence. Les messages d'erreur retournés portent sur le statut opératoire des énoncés qui forment les inférences et non sur la pertinence de l'inférence dans la résolution du problème. Toutefois, le système tutoriel vérifie aussi automatiquement que chaque inférence ne mène pas à une preuve sans issue et interrompt le travail de l'élève si c'est le cas.

Pour ce qui est de Cabri-Euclide, son fonctionnement ressemble quelque peu à celui de son prédécesseur Cabri-DÉFI, moyennant quelques ajouts. D'abord, une fenêtre entièrement gérée par Cabri-Graph (Carbonneaux *et al.,* 1995) a été ajoutée à l'espace de travail de l'élève. Cabri-Graph réorganise les inférences fournies par l'élève en un graphe déductif. L'élève peut s'y référer à n'importe quel moment pour vérifier la progression de son raisonnement sans toutefois pouvoir modifier directement le graphe.

En ce qui a trait à l'aide tutorielle à la démonstration, d'entrée de jeu, lorsque l'élève soumet un énoncé qui se révèle faux, le système tutoriel retourne un contre-exemple sous forme de construction géométrique permettant à l'élève de percevoir concrètement son erreur. Cabri-Euclide se démarqué aussi de Cabri-DÉFI par sa capacité de réfutation et de négociation avec l'élève (Luengo, 2005). Les messages retournés par l'agent tuteur ressemblent davantage au dialogue que tiendrait un tuteur humain, et le système tutoriel s'adapte selon les arguments avancés par l'élève. Les concepteurs de cet environnement souhaitent même qu'une version ultérieure du logiciel accepte des théorèmes applicables qui n'étaient pas préalablement implémentés sur les bases d'une argumentation de l'élève validée par un moteur de déduction automatique. Cet aspect très prometteur révolutionnerait le potentiel des systèmes tutoriels pour l'apprentissage de la démonstration en géométrie. Toutefois, pour le moment, Cabri-Eulcide se limite à la validation locale des inférences et n'offre pas une aide adaptée ou des indices quand l'élève est incapable d'avancer, à cause du choix des concepteurs de ne pas donner de « réponses » à l'élève.

4.4.6 Baghera (Webber, Bergia, Pesty et Balacheff, 2001)

Baghera est un environnement dont l'interface est divisée en trois fenêtres. Dans la première, on peut prendre connaissance de l'énoncé du problème. La seconde fenêtre est consacrée à une figure dynamique. Celle-ci a été préalablement conçue grâce au logiciel Cabri-Java par l'expert qui a créé le problème, et elle peut être manipulée librement par l'élève. Toutefois, Cabri-Java ne permet pas l'ajout d'éléments figuraux à la construction d'origine. La dernière fenêtre est dédiée à la rédaction d'une démonstration formelle en chaînage avant.

Les concepteurs de Baghera lui donnent l'appellation de système multi-agents puisque l'intervention tutorielle de Baghera intervient à plusieurs niveaux. En fait, le système comporte trois agents aidants : le compagnon, le tuteur et le médiateur. Le compagnon guide l'élève qui ne maîtrise pas les différents aspects techniques de l'interface du logiciel. Quant à lui, le tuteur gère l'itinéraire de problèmes proposés à l'utilisateur en fonction de son parcours personnalisé. Enfin, le médiateur fournit une aide à l'élève en processus de rédaction de démonstration en vérifiant systématiquement la validité locale de chacune des justifications et des conjectures les unes par rapport aux autres à mesure qu'elles sont soumises par l'élève. Une fois que l'élève indique avoir terminé sa démonstration, un moteur de déduction automatique procède à l'évaluation formelle de la démonstration et, en guise de rétroaction, propose une annotation de celle-ci pour souligner les erreurs, proposer des contre-exemples ainsi que des alternatives au raisonnement soumis.

Baghera est aussi doté d'une interface expert où l'enseignant peut composer de nouveaux problèmes à résoudre et où il peut dialoguer librement avec ses élèves, à distance, dans des classes virtuelles.

4.4.7 Turing (El-Khoury, Richard, Aïmeur et Fortuny, 2005)

Turing, l'ancêtre direct de GGBT, comprend deux interfaces : une pour l'enseignant et une pour l'élève.

Turing est conçu comme une plateforme où aucun contenu ou problème n'est initialement implémenté. L'interface enseignante demande à l'enseignant de concevoir ses propres problèmes et d'implémenter des solutions qui concordent avec le paradigme géométrique qu'il exige habituellement. Dans Turing, l'aide tutorielle n'est ni générée ni gérée par un système tutoriel autonome, mais doit être programmée préalablement par l'enseignant. Les messages d'aide associés à des énoncés déductifs prédéterminés (hypothèses, justifications, conjectures) sont donc formulés et divulgués en fonction des choix ad hoc de l'enseignant. Comme l'enseignant peut également prévoir des « solutions » sans issue découlant d'erreurs communément observées dans ses classes, il peut aussi enregistrer des messages d'aide pour rediriger l'élève lorsque ce dernier s'écarte des solutions admises. Bien que Turing permette une grande souplesse à l'enseignant, son utilisation exige un investissement non négligeable de sa part.

Pour sa part, l'élève a accès à une figure dynamique qui peut être manipulée, modifiée et complétée dans l'environnement Cabri-Géomètre, qui est intégré à l'interface de Turing. L'espace de travail de l'élève comprend aussi une fenêtre pour la construction d'une démonstration. L'élève y complète sa solution en soumettant des hypothèses, des conjectures et des justifications sans être contraint au chaînage avant ou arrière, et le système valide chacune des entrées en vérifiant sa présence dans les solutions expertes. L'apprenti géomètre peut explorer simultanément plusieurs chemins de solution, mais Turing ne fait pas de reconnaissance de plan puisque l'aide tutorielle ne dépend pas de l'identification de la solution travaillée par l'élève. Pour valider le raisonnement global de l'élève, le système tutoriel ordonne les pas de déduction soumis pour recréer les différentes avenues de démonstration explorées par l'élève et les comparer à celles implémentées préalablement par l'enseignant. L'élève est réputé avoir résolu le problème lorsqu'il a réussi à reproduire une des solutions expertes.

4.4.8 Advanced Geometry Tutor (Matsuda et VanLehn, 2003)

L'Advanced Geometry Tutor s'inspire de son ancêtre Geometry Tutor, mais la genèse des solutions aux problèmes, au lieu d'être assurée par un enseignant expert, est prise en charge par un moteur de déduction automatique. Advanced Geometry Tutor établit un parallèle entre la construction d'une figure géométrique et le processus déductif de démonstration. Le moteur de déduction automatique GRAMY génère, de manière autonome, les démonstrations admissibles à partir des hypothèses initiales du problème, d'une figure initiale associée à l'énoncé du problème et de la conclusion à démontrer. Le moteur de déduction automatique connaissant la conclusion à prouver procède en chaînage avant à partir des hypothèses pour construire les solutions admissibles. Chemin faisant, à chaque fois qu'une solution fait appel à un élément figural absent de la figure courante, le moteur de déduction ajoute l'élément et redémarre en chaînage avant. Ainsi, le moteur de déduction génère une suite de propositions discursives formant une démonstration ainsi que l'ensemble des éléments figuraux manquant à la figure initiale pour faire correspondre le raisonnement déductif et la complétion de la figure géométrique.

L'élève doit rédiger une démonstration en deux colonnes (propositions, justifications), soit en chaînage avant soit en chaînage arrière, tout en complétant la figure au fur et à mesure que de nouveaux éléments figuraux sont mentionnés, faute de quoi le système refuse le pas de déduction proposé. La plupart de ces éléments à construire consistent en des segments reliant deux points de la figure initiale. Toutefois, comme la figure n'est pas dynamique mais interactive, l'ajout d'éléments figuraux se fait grâce à des commandes en mode texte.

Comme l'élève ne peut changer de stratégie une fois sa solution entamée, le système tutoriel identifie, dès les premières actions de l'élève, la stratégie de ce dernier. L'intervention tutorielle est de directivité variable et dépend du niveau de compétence de l'élève. Concrètement, le système valide automatiquement chaque action de l'élève et, ce faisant, mesure le niveau de compétence de ce dernier (il augmente si l'action est reconnue ou diminue s'il y a erreur). En s'appuyant sur ce diagnostic, le système tutoriel accompagne l'élève pour l'amener à compléter la prochaine étape de sa démonstration, soit en expliquant la prochaine étape et en l'exécutant pour l'élève, soit en laissant l'élève l'exécuter par lui-même ou encore, en encourageant simplement l'élève à procéder à la prochaine étape.

4.4.9 Agent Geom (Cobo, Fortuny, Puertas et Richard, 2007)

Agent Geom permet, d'une part, la construction et l'exploration de figures dynamiques et, d'autre part, la rédaction de preuves discursives. L'élève peut alterner librement entre le module figural et le module de démonstration tout au long de sa résolution du problème. Ce système permet l'exploration en parallèle de plusieurs solutions et ne contraint pas l'apprenant au chaînage avant ou arrière.

Agent Geom est aussi doté d'une interface destinée à l'enseignant, qui peut concevoir des problèmes ou sélectionner les énoncés préalablement implémentés qu'il souhaite soumettre à ses élèves en identifiant les chemins de solution qu'il juge admissibles en fonction de sa pratique enseignante.

Supporté par les oracles de l'environnement de géométrie dynamique, le système tutoriel procède à un diagnostic quantitatif (pourcentage) de complétion de la figure géométrique à construire. La validation de la démonstration s'opère grâce à une comparaison de la solution de l'élève à celle créée ou choisie par l'enseignant. Le système tutoriel renvoie à l'élève des messages préprogrammés par l'enseignant en fonction des lacunes observées dans la démonstration. La structure de l'intervention tutorielle ne prévoit pas la gestion autonome par le système tutoriel d'un accompagnement personnalisé. Néanmoins, l'enseignant volontaire peut programmer des messages et des instructions en fonction de difficultés qu'il aurait anticipées, et l'élève peut solliciter cette aide quand il juge qu'elle s'avère nécessaire.

4.4.10 Geometrix (Gressier, 2011)

Geometrix est divisé en deux interfaces : une pour l'enseignant et une autre pour l'élève. La conception de problèmes de démonstration et l'élaboration des solutions s'opèrent grâce à la collaboration entre l'enseignant et un moteur de déduction automatique. Pour générer un problème de preuve, l'enseignant construit une figure géométrique (finale) et cache ensuite une partie des traces de cette construction pour générer une figure initiale. Cette figure initiale accompagnera l'énoncé du problème proposé à l'élève. À partir de la figure finale, le moteur de déduction automatique génère une liste de propriétés démontrables et demande à l'enseignant de choisir la conclusion qu'il souhaite voir l'élève démontrer en fonction du problème qu'il souhaite concevoir.

L'interface de l'élève est divisée en deux modules : un pour la reproduction de la construction finale de l'enseignant et un pour la construction de la démonstration discursive associée. Dans le module de construction, l'élève doit dupliquer la figure finale de l'enseignant en reproduisant exactement la démarche de l'enseignant faute de quoi le système ne reconnaitra pas le processus de construction. L'enseignant peut lui-même prévoir des messages à l'intention de l'élève, mais les messages divulgués automatiquement par le système tutoriel en fonction des constructions intermédiaires de l'enseignant sont souvent dépourvus de sens pour l'élève puisqu'ils font référence aux mêmes étapes de la construction avec lesquelles l'élève éprouve des difficultés.

Pour ce qui est de la rédaction de la démonstration, l'élève doit d'abord avoir résolu le problème de construction, qui lui donne accès à la figure finale ainsi qu'à l'énoncé du problème de démonstration. L'élève qui souhaite explorer les propriétés de la figure dynamique doit le faire dans le module de construction puisqu'une fois dans le module de rédaction, la figure fournie est statique. L'énoncé est accompagné de la liste des hypothèses et des justifications (avec explications) à employer et de la conclusion à démontrer. L'élève doit former des triplets inférentiels (hypothèses, justification, conséquent) et lorsqu'un conséquent est prouvé, il obtient le statut de donnée et peut être employé comme antécédent pour un prochain triplet inférentiel. Autrement dit, l'élève construit graduellement la preuve en chaînage avant jusqu'à ce qu'il complète le dernier triplet inférentiel qui démontre la conclusion au problème. La figure interactive met en surlignage les éléments figuraux au fur et à mesure que ceux-ci sont choisis par l'élève. Chaque triplet inférentiel est validé par le système, et ce dernier attire l'attention de l'utilisateur sur les erreurs commises le cas échéant (exemple, une hypothèse manquante pour démontrer une conjecture). Une fois la démonstration complétée, l'élève peut la visualiser.

4.5 SYNTHÈSE ET CONCLUSION

Voici la grille d'observation complétée (Tableau V) en fonction des caractéristiques propres à chaque système tel que décrit dans la section précédente.

Tableau V
Grille synthèse du fonctionnement des systèmes tutoriels analysés

	Intégration de la figure géométrique				Structure prévue pour l'exercice du raisonnement de démonstration géométrique						Intervention tutorielle							
	Figure statique		Figure dynamique		Solutions admises				Ordres des entrées		Intervention		Accompagnement	Rétroaction				
														Validation				
	Dessin	Figure interactive	Exploration	Construction	Moteur de déduction automatique	Programmées par un expert ou un enseignant	Exploration simultanée de multiples stratégies / Reconnaissance de plan	Phases séquentielles du raisonnement	Chaînage (avant, arrière)	Chaînage mixte ou exploration libre	À la demande de l'élève	Gérée par le système tutoriel	Indication prochaine étape (chaînage)	Locale : énoncés, inférences	Globale : solution, démonstration	Démonstration en graphe (réseau déductif)	Annotation de la démonstration	Explication des erreurs
Geometry Tutor		✔				✔	✔		✔		✔	✔	✔	✔		✔		✔
Angle	✔	✔				✔	✔			✔	✔	✔	✔	✔		✔		
Chypre			✔	✔	✔	✔				✔	✔	✔		✔		✔		
Mentoniezh					✔	✔	✔	✔		✔	✔			✔	✔			
Cabri-DÉFI			✔	✔	✔	✔		✔	✔		✔	✔		✔				
Cabri-EUCLIDE			✔	✔	✔	✔		✔	✔		✔	✔		✔		✔		✔
Baguera			✔		✔				✔			✔		✔	✔		✔	✔
Turing			✔	✔		✔	✔			✔		✔		✔	✔			
Advanced Geometry Tutor		✔			✔				✔			✔	✔	✔				
Agent-Geom			✔	✔		✔	✔			✔		✔		✔	✔			
Géometrix		✔	✔	✔	✔	✔		✔	✔			✔	✔	✔				

Si nous nous concentrons sur le premier volet de notre analyse, soit *l'intégration de la figure géométrique au sein du système tutoriel*, notre analyse comparative révèle que les systèmes tutoriels les plus récents, Chypre et les suivants, utilisent principalement la géométrie dynamique comme moyen pour l'élève d'explorer les propriétés de la figure géométrique, à l'exception de Mentoniezh qui ne fournit pas de figure géométrique et de Advanced Geometry Tutor qui intègre une figure statique interactive. Qui plus est, la plupart de ces figures géométriques évoluent dans un authentique micromonde où l'élève peut, d'une part, explorer les limites de celles-ci et d'autre part, construire de nouveaux éléments figuraux. Seul Baguera ne permet pas à l'élève de modifier la figure initiale par un processus de construction géométrique.

En ce qui concerne la seconde catégorie qui articule notre analyse, soit la *structure prévue pour l'exercice du raisonnement de démonstration géométrique*, on remarque quant aux solutions admises que la plupart des systèmes exigent une programmation humaine à un moment ou à un autre pour assurer leur fonctionnement, et les quelques systèmes tutoriels qui reposent entièrement sur un moteur de déduction automatique, soit Baguera et Advanced Geometry Tutor, forcent l'élève à travailler en chaînage. Nous avons aussi remarqué une relation entre le déroulement imposé au raisonnement global et à l'ordonnancement exigé pour la rédaction de la démonstration (le chaînage). En effet, une minorité des systèmes tutoriels imposent un déroulement séquentiel au raisonnement de l'élève, mais ces systèmes, soit Cabri-DÉFI, Cabri-EUCLIDE et Géométrix, obligent aussi l'élève à opérer en chaînage avant. Finalement, le peu de systèmes qui accomplissent la reconnaissance de plan, la fonction qui permet à l'élève d'explorer plusieurs stratégies simultanément (Geometry Tutor, Angle, Montoniezh, Turing et Agent-Geom), reposent aussi sur la programmation des solutions par un expert et non par un moteur de déduction automatique. En somme, on peut déduire qu'une approche qui admet les aléas du raisonnement de l'élève ne semble pas compatible avec le paradigme de géométrie formelle imposé par un moteur de déduction automatique.

Pour ce qui est des interventions tutorielles, dernier volet de notre étude comparative, la majorité des systèmes tutoriels, à l'exception de Mentoniezh, gèrent en totalité ou en partie le déclenchement des rétroactions ou des messages d'aide à la prochaine étape. Par ailleurs, cette dernière forme d'accompagnement, qui implique que le système tutoriel puisse identifier la solution travaillée par l'élève pour le guider vers la prochaine action à poser, est rare. Seuls

Geometry Tutor, Angle, Advanced Geometry Tutor et Géométrix sont en mesure d'offrir des indices quant au prochain pas de raisonnement attendu. Qui plus est, l'aptitude à fournir une aide à la prochaine étape semble aller de paire avec l'imposition à l'élève d'une structure plus rigide pour l'exercice de son raisonnement. En effet, parmi les 11 systèmes tutoriels étudiés, Angle est le seul à accomplir la reconnaissance de plan et à fournir une aide à la prochaine étape tout en laissant l'élève travailler des solutions en exploration libre (sans chaînage). En ce qui a trait à la rétroaction, tous les systèmes tutoriels analysés offrent une rétroaction sous forme d'une validation locale des inférences ou des énoncés soumis par l'élève, et on recense peu de validation globale de démonstrations (Mentoniezh, Baguera, Turing et Agent-Geom) et encore moins d'annotation des solutions (Baguera) ou d'explication des erreurs (Geometry Tutor, Cabri-EUCLIDE et Baguera). De plus, seulement quatre systèmes tutoriels, soit Geomtry Tutor, Angle, Chypre et Cabri-EUCLIDE, ont recours au réseau déductif pour permettre à l'élève de visualiser sa démonstration dans son ensemble. Ainsi, la rétroaction fournie par les systèmes étudiés semble privilégier une validation locale d'actions isolées (première ramification de la colonne rétroaction) au détriment d'une appréciation de la démonstration et de la structure logique sous-jacente dans leur globalité, soit les modes de rétroaction décrits par les quatre dernières ramifications de la colonne rétroaction.

4.5.1 Perspectives pour le développement de GGBT

À l'égard d'une précision du problème de recherche pour le développement de GeoGebraTUTOR, le présent bilan comparatif nous a permis d'observer concrètement différentes avenues didactiques entourant le design d'un système tutoriel pour l'exercice de la démonstration en géométrie, en commençant par l'intégration de la figure géométrique en contexte de démonstration. À cet égard, nous concluons que la figure géométrique dynamique s'intégrant dans un micro-monde qui permet à la fois l'exploration et les constructions géométriques permet à l'élève d'expérimenter dans le registre figural certaines stratégies ou pistes de démonstration. Pour cette raison, le développement de GeoGebraTUTOR prévoit de fournir à l'élève une figure dynamique avec l'énoncé du problème. Comme son nom l'indique, cette figure dynamique sera présentée grâce au micro-monde GeoGebra.

En ce qui a trait à la structure prévue pour l'exercice du raisonnement de démonstration, nous avons exploré quatre indicateurs : le recours à un moteur de déduction automatique par opposition au recours à un expert humain pour l'identification des solutions admises aux problèmes de démonstration; la reconnaissance de plan; l'imposition d'un déroulement séquentiel au raisonnement global de démonstration; l'ordre requis pour les entrées composant les inférences et les démonstrations. Pour GGBT, même si l'utilisation d'un moteur de déduction automatique comparativement à la programmation manuelle permettrait l'implémentation d'un plus grand échantillon de problèmes en moins de temps, l'obligation qui en découle de travailler dans un paradigme de géométrie formelle ne s'harmonise pas à notre objectif de faire correspondre les solutions admises à celles normalement exigées par un enseignant réel. Pour cette raison, à moins d'adapter le fonctionnement d'un moteur de déduction automatique, le recours à la programmation par un expert nous semble inévitable pour le développement de GGBT. En ce qui concerne la reconnaissance de plan, notre étude des systèmes décèle un avantage à doter le système tutoriel d'une capacité à déduire la stratégie empruntée par l'élève dans le but de lui prodiguer un accompagnement personnalisé. À titre d'exemple, Mentoniezh est doté d'une reconnaissance de plan qui reconnaît la démarche de l'élève mais, pour ce système tutoriel, cette fonction est rendue possible par le déroulement séquentiel qu'il impose au raisonnement global de l'élève. En effet, en obligeant l'élève à élaborer son plan de résolution avant de le mettre en action, Mentoniezh contraint l'élève à choisir une stratégie en début de résolution pour ensuite rédiger sa solution sans retours en arrière possibles. Toutefois, comme le raisonnement mathématique s'opère rarement de manière séquentielle, chez GGBT, nous souhaitons que l'élève puisse explorer simultanément plusieurs stratégies de démonstration pour un même problème, et ce, sans qu'il doive obligatoirement enchainer les phases de résolution heuristiques associées à la recherche d'une solution et les phases de rédaction. Pour ce faire, nous souhaitons que la reconnaissance de plan s'opère en continue pour déceler chaque changement de stratégie jusqu'à ce que l'élève complète, dans l'ordre qui lui plait, un raisonnement de démonstration valide. Dans le même ordre d'idée, à l'égard du chainage des énoncés d'une démonstration, dans un souci de respecter le raisonnement idiosyncratique de l'élève, nous visons à ce que GGBT permette à l'élève de soumettre les énoncés de géométrie qu'il juge pertinents au moment où il les juge pertinents, sans se soucier systématiquement de leur rang dans une démonstration rédigée.

Finalement, concernant l'intervention tutorielle disponible pour les systèmes tutoriels étudiés, celle-ci est souvent déclenchée et gérée par le système tutoriel lui-même. Bien que cette fonction assure d'emblée qu'un élève n'abuse pas de l'aide tutoriel au risque de dénaturer le problème qui lui est proposé, pour GGBT, nous n'écartons pas la possibilité de jumeler une gestion autonome de l'aide tutorielle par le tuteur et une aide à la demande de l'élève selon certaines conditions qui restent à déterminer. Cette aide à la demande pourrait permettre à l'élève d'indiquer au tuteur où précisément il requiert de l'assistance, comme il le ferait avec un enseignant humain. En ce qui a trait à l'accompagnement personnalisé au sein d'une stratégie donnée, nous souhaitons que GGBT puisse aider l'élève qui se trouve bloqué dans sa stratégie la plus avancée ou dominante qui est identifiée grâce à la reconnaissance de plan. Cette aide, qui peut prendre la forme d'indices ou de suggestion d'énoncés déductifs, sera programmée en fonction d'une modélisation de l'aide fournie par des enseignants humains en réponse aux difficultés d'élèves en cours de résolution de problèmes de démonstration géométrique. Cette modélisation fera l'objet de la première phase expérimentale du développement de GGBT (chapitre V de cette thèse). Pour terminer, dans l'optique de jumeler une appréciation du raisonnement global de l'élève à une validation pas à pas des énoncés qu'il soumet, GGBT saura, d'une part, reconnaître l'appartenance d'un énoncé donné aux solutions admises pour un problème et, d'autre part, évaluer la progression de l'élève au sein des solutions travaillées et faire part à l'élève de cet avancement. Les différents outils qui permettront de conjuguer ces deux types de validation seront conçus graduellement au fil du développement de GGBT.

En conclusion, le présent bilan nous a permis de faire le point sur les technologies disponibles pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problème de démonstration en géométrie plane. Concernant le développement de GeoGebraTUTOR, les conclusions tirées de cette revue des systèmes tutoriels existants agiront à titre d'ilôts conceptuels autour desquels, grâce à une recherche didactique poussée, nous allons construire un réseau de fondements théoriques sur lequel s'appuiera la conception a priori d'une première version de notre système tutoriel.

ARTICLE 2

CHAPITRE V

MODÉLISATION D'INTERVENTION ENSEIGNANTE POUR LE DÉVELOPPEMENT D'UN SYSTÈME TUTORIEL : UNE EXPÉRIENCE DIDACTIQUE À L'ÉCOLE SECONDAIRE AVEC LE SYSTÈME GEOGEBRATUTOR (Michèle Tessier-Baillargeon, Nicolas Leduc, Philippe R. Richard et Michel Gagnon)

> *« Tout le processus de la pensée demeure encore plutôt mystérieux, mais je crois qu'une machine pensante pourrait grandement nous aider à découvrir comment nous pensons. »*
>
> Citation attribuée à Alan Mathison Turing, *Alan Turing, l'homme qui a croqué la pomme*

RÉSUMÉ. Cette communication montre les étapes de recherche et de développement menant à l'élaboration d'une première version autonome de GeoGebraTUTOR (GGBT), un système tutoriel pour l'exercice de la démonstration en géométrie dont le développement novateur intègre des phases d'exploration et de validation expérimentales dans des classes de niveau secondaire. La première de ces phases expérimentales permet le design d'un agent tuteur virtuel selon l'analyse et la modélisation des interventions d'enseignants soutenant des élèves en situation de résolution de problèmes de démonstration en géométrie instrumentée avec GeoGebraTUTOR (GGBT). Le texte commence par situer certaines des considérations liminaires issues de la didactique des mathématiques encadrant le design a priori d'une première version de GGBT, pour ensuite décrire les étapes du développement de cette première version et terminer par la présentation de la première phase d'exploration et de validation en classe, ainsi que par le détail de la modélisation de l'intervention enseignante qui en découle.

Mots-clés : Didactique des mathématiques, système tutoriel, modélisation d'interventions enseignantes, interactions cognitives sujet-milieu, géométrie dynamique, démonstration en géométrie au secondaire

5.1 INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

La littérature didactique abonde sur les difficultés associées à l'apprentissage de la démonstration en géométrie et sur l'intégration de ce processus mathématique à la formation obligatoire à l'école secondaire. En effet, des auteurs d'origines et de contextes variés abordent la difficile transition entre une géométrie pratique fondée sur l'observation des propriétés de figures géométriques et sur le calcul de mesures manquantes propre à l'école élémentaire et une géométrie théorique reposant sur un système d'axiomes, de règles de logique et sur la rédaction de démonstrations qui y obéissent :

> « La géométrie en sixième et en cinquième [11 et 12 ans] est d'abord une géométrie de l'observation, la nature des connaissances ainsi construites ne permettra pas de satisfaire d'emblée les exigences propres à la démonstration. Quelle que soit la qualité de la négociation d'un nouveau contrat didactique, il ne pourra y avoir un simple passage des preuves pragmatiques et fondamentalement empiriques, valides jusqu'alors, à la démonstration. Ce passage relève d'une construction sur le terrain à la fois des connaissances et de la rationalité » (Balacheff, 1987, p. 170).

Comme le souligne Tall (1991), l'accompagnement de l'élève qui navigue ce passage houleux est crucial: « *during the difficult transition from pre-formal mathematics to a more formal understanding of mathematical processes there is a genuine need to help students gain insight into the concepts* » (Tall, 1991, p. 11). Nonobstant un besoin d'accompagnement établi, il semblerait que la nature de cette assistance soit moins bien définie. Qui plus est, le développement d'un système d'intelligence artificielle qui, à la manière d'un enseignant, cible et prend en charge les difficultés individuelles de chaque élève, constitue une entreprise complexe et délicate. À ce sujet, Balacheff (1994a) formule deux mises en garde concernant les systèmes tutoriels.

- En premier lieu, le système doit principalement réagir aux connaissances évoquées par la démarche de l'élève et ainsi éviter de se référer strictement à des connaissances de référence indépendamment des actions contexualisées de l'élève.
- En second lieu, le tuteur ne doit pas dénaturer la tâche soumise à l'élève. En d'autres termes, il ne doit pas donner d'emblée des indices qui placent l'élève en situation de reproduction d'une démarche toute faite. Le tuteur doit fournir une aide qui permet à l'élève, au terme de sa résolution de problème, de voir une évolution dans ses connaissances et compétences en démonstration.

À la suite de l'analyse des systèmes tutoriels existants (Chapitre IV), on remarque que la plupart forcent l'élève à travailler en chaînage[35]. Le fait d'imposer une structure en chaînage

[35] On appelle chaînage avant le fait de n'utiliser que des hypothèses ou des résultats intermédiaires prouvés comme antécédents de chaque inférence ajoutée à la démonstration jusqu'à atteindre la conclusion. Le chaînage arrière consiste à faire le chemin inverse : on part d'une inférence ayant comme conséquent la

avant ou arrière a pour effet de contraindre l'élève à raisonner de manière séquentielle et selon un raisonnement préprogrammé par un expert ou un moteur de déduction automatique. Aussi, peu de système sont en mesure de faire une *reconnaissance de plan* (Py, 1994), soit de reconnaître les différents plans mis en œuvre par l'élève en fonction de ses actions et de distinguer le plan dominant qui se dégage de ses actions les plus récentes afin de fournir à l'élève une aide ou une rétroaction juste et adaptée à sa condition cognitive du moment. Pourtant, la résolution d'un problème de mathématique s'effectue rarement de manière séquentielle, et l'élève choisit rarement une stratégie au début de la résolution pour ensuite rédiger sa solution sans questionner sa stratégie initiale ou la changer complètement : « *we learn by establishing connections and relationships, by building a web of ideas rather than a linear and logical sequence of implications; ideas grow synergetically rather than strictly on top of each other* » (Dreyfus, 1999, p. 98). Ainsi, la majorité des systèmes étudiés sont programmés pour forcer l'élève à raisonner selon un modèle prédéfini et ne misent pas sur un accompagnement personnalisé qui s'appuie sur une adaptation au raisonnement idiosyncratique de l'élève.

Aussi, peu de systèmes offrent des indices permettant à l'élève de déduire la prochaine étape de sa solution. L'intervention tutorielle offerte par les systèmes tutoriels analysés prend plutôt la forme d'une validation locale des inférences ou des énoncés soumis par l'élève et on recense peu de validation globale de démonstrations et encore moins d'annotation des solutions ou d'explication des erreurs. Ainsi, comme la plupart des systèmes tutoriels étudiés n'offrent pas d'accompagnement au raisonnement comme tel, on ne peut parler d'indices trop directifs. Toutefois, cette absence est révélatrice de la difficulté à harmoniser une aide à la complétion de solutions et un respect du processus d'apprentissage de l'élève.

Nos conclusions révèlent que les inquiétudes soulevées par Balacheff concernant les systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane sont pertinentes. Le besoin pour un système tutoriel qui prend en compte les actions contextualisées de l'élève et qui formule ses rétroactions et ses interventions en fonction des comportements instrumentés de l'élève et en respectant son raisonnement est réel. Le projet de recherche et de développement

conclusion et on ajoute, à rebours, des inférences pour prouver les antécédents qui ne sont pas des hypothèses du problème, jusqu'à ce que tous les antécédents non prouvés soient des hypothèses. (Leduc, à paraître, p. 2)

GeoGebraTUTOR a pour but de concevoir un système tutoriel qui offrirait ce type d'accompagnement personnalisé.

Le développement multidisciplinaire de GeoGebraTUTOR s'ancre à la fois en informatique et en didactique et repose sur une *architecture ergonomique* (Kuzniak, 2006), qui articule des phases de design et des phases expérimentales. Les phases de design a priori et a posteriori s'appuient respectivement sur la définition d'un cadre conceptuel flexible qui se complète au fil des cycles de développement et sur une analyse qualitative des données expérimentales recueillies lors des phases expérimentales. Chacune des phases expérimentales conjugue un effort de validation traditionnelle de GGBT dans une perspective d'ingénierie didactique et un exercice empirico-inductif inspiré de la Théorie ancrée (Glaser et Strauss, 1967), duquel émerge des modèles et des théories qui viennent compléter les a priori théoriques et raffiner l'intelligence de GGBT.

Cet article relate les étapes du premier cycle (portion surlignée en vert, diagramme 9) du développement longitudinal de GGBT (Diagramme 9) qui a mené au développement d'une première version de système tutoriel autonome, première phase dans le développement longitudinal de GGBT.

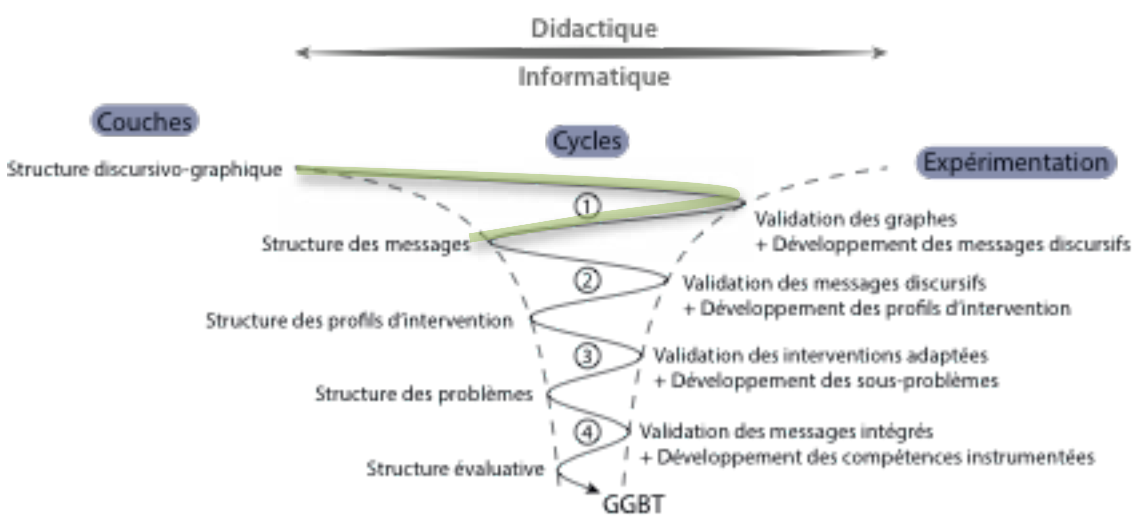
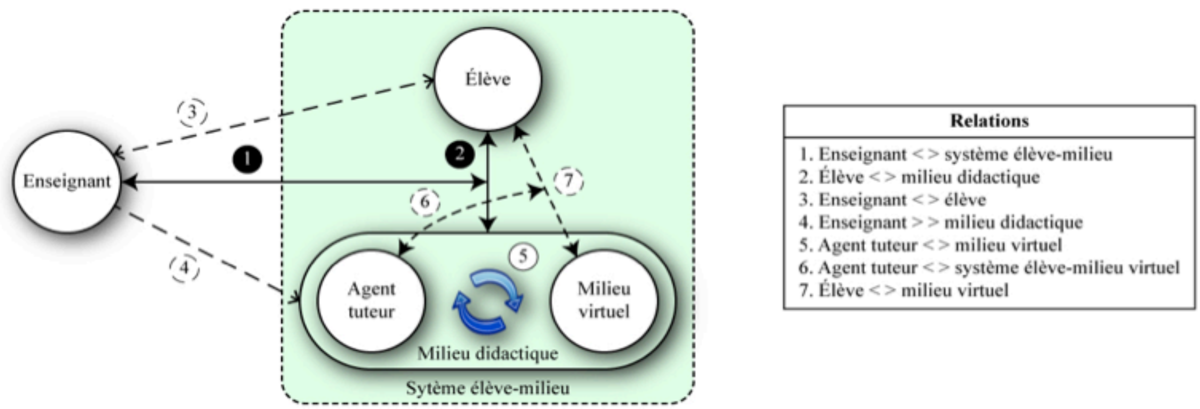


Diagramme 9 : Cycles du développement expérimental de GGBT

D'abord, nous définissons un cadre conceptuel de départ qui a encadré le design a priori d'une première version de GGBT. Cette première version de GGBT a ensuite été mise à l'essai dans une classe de mathématiques du secondaire pour valider son fonctionnement avec des élèves réels et pour explorer les types d'interventions enseignantes qui émergent lorsque l'enseignant ordinaire appuie l'élève dans sa résolution instrumentée de problèmes de démonstration en géométrie. Les données concernant ces échanges entre les enseignants et leurs élèves ont ensuite été analysées pour en dégager des profils d'intervention pouvant être modélisés et programmés pour permettre une gestion autonome d'une aide tutorielle par GGBT.

5.2 LES INTERACTIONS AU SEIN DU SYSTÈME DIDACTIQUE : UN CADRE THÉORIQUE A PRIORI

Ce qui caractérise GGBT relativement à un logiciel de géométrie dynamique est l'existence d'une relation didactique simulée dans laquelle un agent pédagogique virtuel joue un rôle tuteur. Dans l'esprit de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998), parce que cet agent tuteur remplace momentanément l'enseignant dans son interaction principale avec le système [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu], il modifie conséquemment les relations traditionnelles dans le jeu de l'enseignant en tant qu'organisateur du jeu de l'élève (Figure 4), c'est-à-dire que les jeux principaux de l'enseignant (relation 1) et de l'élève (relation 2) se transposent au sein du système [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] (respectivement, relations 6 et 7). La notion de milieu demande alors une nouvelle distinction : le *milieu didactique* comme système antagoniste du système enseigné (définition originale de l'auteur), mais au sein duquel l'agent tuteur apparaît en sous-système; et le *milieu virtuel*, sous-système concurrent pour l'élève avec lequel celui-ci négocie et qui fonde, conjointement, le jeu principal de l'agent tuteur (relation 6 sur 7).



(Tiré de Richard *et al.*, 2011)

Figure 4 : Carte des interactions didactiques

Afin de bien cerner les spécificités des relations 6 et 7 (Figure 4), il est nécessaire de détailler les relations traditionnelles associées, soit les relations 1 et 2. Nous allons nous pencher principalement sur la relation 1, la relation entre l'enseignant et le système [sujet ⟺ milieu] puisque cette relation et les règles qui la régissent seront transposées pour identifier les limites à l'intérieur desquelles devra opérer l'agent tuteur (relation 6) qui sera intégré au milieu didactique.

La relation 1 est définie par Brousseau (1996) comme la relation didactique et concerne la responsabilité considérable que doit assumer l'enseignant dans le système didactique. Ce rôle est représenté par une flèche à double sens, qui illustre la boucle action/rétroaction entre l'enseignant et le système [sujet ⟺ milieu].

Brousseau stipule que « dans la didactique moderne, l'enseignement est la dévolution à l'élève d'une situation a-didactique[36] correcte, l'apprentissage est une adaptation à cette situation » (Brousseau, 1996, p. 66). En d'autres mots : « *The teacher's role is to create conditions in which students' attention shifts to events and facts of which they were previously unaware* » (Gómez-Chacón, 2013, p. 62). La dévolution concerne le processus par lequel le maitre

[36] Situation où la résolution du problème par l'élève est le seul enjeu de la situation. Le milieu a-didactique est construit pour faire en sorte que les stratégies de l'élève soient entièrement motivées par les exigences de sa relation avec le milieu (Balacheff et Margolinas, 2005).

s'assure que l'élève puisse s'approprier le problème qu'il lui propose et qu'il perçoive le déséquilibre à rétablir pour faire du problème le sien. Puisque dans GGBT l'agent tuteur ne remplace pas l'enseignant, ce dernier peut assumer la dévolution du problème, mais l'introduction d'un système tutoriel au sein de la situation didactique ne doit en aucun temps nuire à ce processus. De plus, l'agent tuteur peut assurer une partie de la dévolution du problème à l'élève : « en lui faisant établir un contrat explicite avec la machine, contrat qui devrait donner du sens à la construction de la démonstration et qu'il lui faudra honorer en respectant les règles logiques admises » (Gras, 1988, p. 71).

Qui plus est, la relation didactique (enseignant $\Longleftrightarrow$ [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu]) est régie par ce que Brousseau (1996) appelle le *contrat didactique*, soit un ensemble de règles et de stratégies implicites qui sont spécifiques à une situation d'apprentissage donnée. Ces normes impliquent que l'enseignant est responsable de perturber l'équilibre [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] en dévoluant une situation-problème à l'élève et en orchestrant[37] les constituants d'un milieu qui, en tant que système antagoniste du sujet apprenant, permettra un retour à l'équilibre, un apprentissage. En limitant l'intervention de l'enseignant qui, tout en s'assurant que le problème soit proprement dévolu, doit éviter de fournir à l'élève une assistance qui dénaturerait la situation a-didactique, le contrat didactique donne lieu à deux paradoxes soulevés par Brousseau (1998). D'une part, l'enseignant attend de l'élève qu'il produise de manière autonome des réponses satisfaisant la situation, confirmant ainsi l'apprentissage, mais l'élève ne dispose pas a priori des ressources cognitives pour y répondre puisque celles-ci constituent le but de la situation d'enseignement. D'autre part, on considère que l'élève a acquis une connaissance lorsqu'il sait la mettre en œuvre de manière autonome sans aide ni soutien de l'enseignant, mais ce dernier, si la situation-problème est en dehors de la portée du sujet, est dans l'obligation d'aider l'apprenant.

---

[37] L'orchestration est définie par Trouche (2007) comme la gestion des différents artefacts composant un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH). Cette régie permet un contrôle sur le milieu, au sens de Brousseau (1996), et donc sur l'interaction [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu] et sur les apprentissages qui en découlent. Cette orchestration, dans le cas d'un système tutoriel, peut être assumée par plus d'un acteur, soit par un chercheur-concepteur soit par l'enseignant (relation 4, figure 4), qui peut exercer un contrôle sur certains aspects du fonctionnement du système, en choisissant les solutions admises par exemple.

Ces paradoxes sont d'autant plus d'actualité lorsque l'intervention d'un agent tuteur conçu pour apporter un soutien à l'élève se superpose à la relation didactique traditionnelle. Qui plus est, comme l'agent tuteur s'inscrit au sein du milieu virtuel, il doit être orchestré de manière à permettre, par son interaction avec l'élève, la construction de connaissances nouvelles. Conséquemment, l'intégration d'une nouvelle technologie en classe de mathématique peut ouvrir le champ des possibles (Rabardel, 1995) et offrir à l'élève des possibilités de démarches, de solutions au problème ou de conceptions autrement inaccessibles, à condition que l'outil ne devienne pas une béquille. Comme le mentionne de Villiers : « *Not only do new technologies require new skills, but also an awareness of new pitfalls, which may be created by them* » (de Villiers, 2007, p. 2). Parmi les pièges à éviter, notons l'effet *Topaze* et l'effet *Jourdain* (Brousseau, 1996). Ceux-ci représentent respectivement la prise en charge par l'agent tuteur de la résolution du problème et la reconnaissance prématurée d'une connaissance dans l'action ou le discours de l'élève.

Les considérations didactiques ici définies conjuguées aux mises en garde avancées par Balacheff pour le design d'un système tutoriel constituent des assises théoriques a priori pour le développement d'une structure tutorielle pour GGBT. Comme le dit Balacheff, l'intégration d'un système tutoriel au milieu suppose la transposition des règles de la relation didactique [enseignant $\Longleftrightarrow$ [sujet $\Longleftrightarrow$ milieu]] : « La conception des environnements de découverte guidée [systèmes tutoriels] entre dans les termes de modélisation de situations a-didactique, de modélisation de la dévolution, de l'institutionnalisation et donc du contrat didactique » (Balacheff, 1994b, p. 34).

Cependant, la méthodologie adoptée pour le développement longitudinal de GGBT implique aussi, en plus des considérations théoriques de départ, une prise en compte de l'utilisateur dans le design de l'outil. Notre méthodologie expérimentale *anthropocentrique* (Rabardel, 1995) vise l'à-propos de l'action tutorielle en considérant d'abord une modélisation d'interventions enseignantes réelles et en concevant un dispositif informatique qui tient compte du contrat didactique observé. L'approche est exigeante, mais elle permet d'introduire l'évolution des schèmes d'utilisation et d'action instrumentée de l'élève et les rétroactions associées de l'enseignant dans le design même du système. Cette approche méthodologique en trois volets fait l'objet de la prochaine section.

5.3 LE PREMIER CYCLE DE DÉVELOPPEMENT DE GGBT : L'APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

Afin de définir l'approche méthodologique propre au premier cycle du développement de GGBT dont fait état le présent article, il est nécessaire de diviser ce cycle en trois moments clés : le design a priori d'une première interface pour GGBT, l'intégration expérimentale de GGBT dans une classe réelle ainsi que le traitement, l'analyse et la modélisation des données empiriques vers le développement d'un système tutoriel autonome.

5.3.1 Une première version de GGBT

La première version de GGBT constitue d'une part un environnement informatique d'apprentissage humain (EIAH) à part entière capable de soumettre des problèmes à l'élève et de reconnaitre les éléments de solution proposés par ce dernier et, d'autre part, un instrument de recherche grâce auquel on peut observer les interactions entre des enseignants et des élèves en situation de résolution de problème de démonstration. Pour concevoir cette première version de GGBT, il a d'abord fallu créer une structure pour l'implémentation de problèmes et des solutions admises pour ceux-ci. C'est ainsi qu'en collaboration étroite avec les membres de l'équipe responsables de la programmation informatique de GGBT, nous avons conçu un système qui permet la *transposition informatique* (Balacheff, 1994b) des énoncés de problèmes, la programmation d'un glossaire de propriétés et de définition en géométrie et l'élaboration d'un répertoire des phrases à compléter pour soumettre des hypothèses et des déductions associées aux problèmes et, finalement, la production de l'ensemble des solutions admises par GGBT pour chaque problème.

La programmation multidisciplinaire de GGBT s'appuie sur la structure logicielle de GGBT qui extrait de fichiers textes simples les données indispensables à son fonctionnement. Ainsi, bien que la programmation de l'intelligence artificielle de GGBT ne soit pas du ressort de l'équipe didactique, cette dernière peut implémenter les données didactiques relatives aux problèmes directement dans des fichiers textes lus par GGBT sans que celles-ci soient traduites ou adaptées par un tiers de l'équipe informatique. Au total, comme didacticiens, nous avons complété quatre fichiers nécessaires pour le fonctionnement de GGBT.

Le premier de ces fichiers reprend tout simplement l'énoncé du problème (*probleme.xml*, annexe 1). Celui-ci peut être modifié, et des paramètres peuvent être ajoutés ou retirés selon les choix entourant le développement de chaque problème

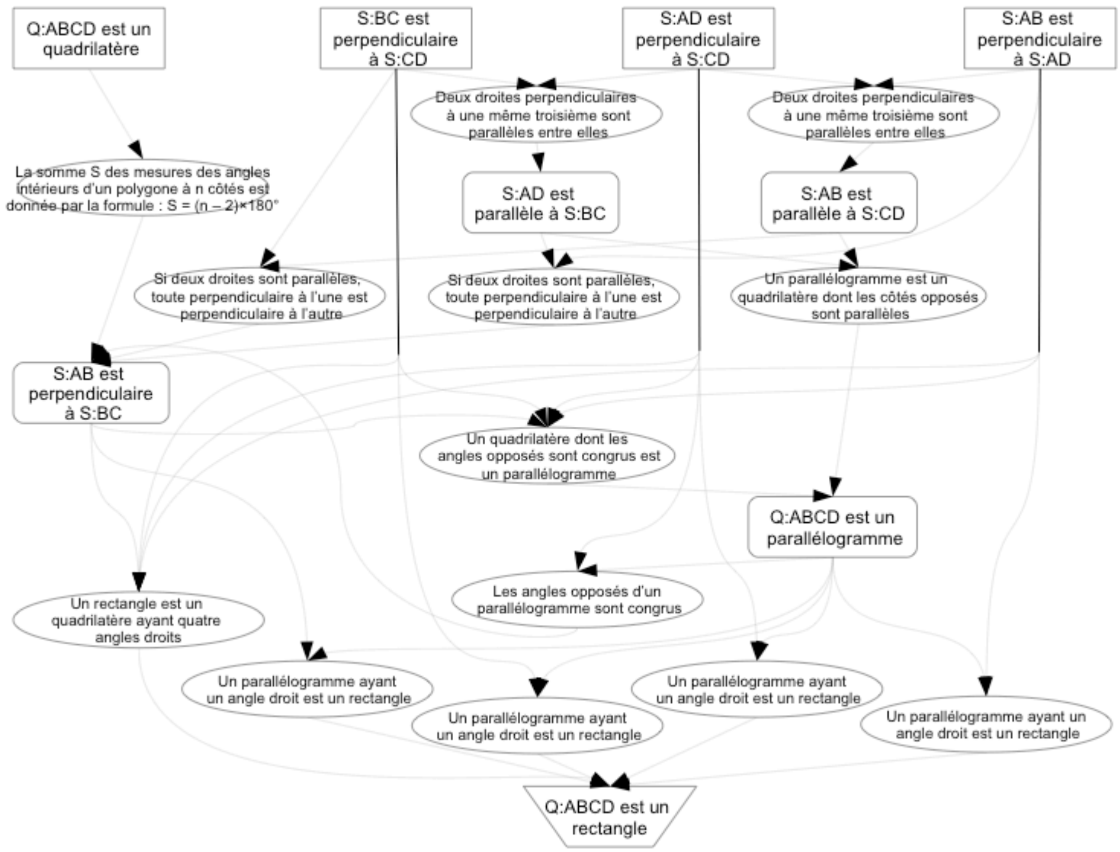
Le second fichier concerne les énoncés de géométrie nécessaires pour la production de démonstrations (*DeductionText.fr*, annexe 2), soit des propriétés, des définitions[38] et des phrases à compléter avec des paramètres pour former des antécédents et des conséquents. Ces énoncés sont ensuite combinés pour former les inférences (antécédent, justification, conséquent) qui composent les différentes solutions admises pour chaque problème. Chaque problème possède son fichier *graph.txt* (Annexe 3) où sont répertoriés tous les énoncés de géométrie utiles aux différentes avenues de solution ainsi que les inférences admissibles. Afin de simplifier l'écriture du fichier graph.txt, chaque énoncé de géométrie est codé grâce à des thèmes géométriques (*DeductionCategory.fr*, annexe 4). Par exemple, la phrase *Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent à angle droit* obtient le code *ANDRINPE* formé des thèmes *AN : angle, DR : droite, IN : intersection et PE : perpendiculaire*. Ces thèmes ne sont pas seulement utiles pour la programmation et la lecture des fichiers graph.txt puisqu'ils permettent aussi la recherche thématique de phrases à l'interface de GGBT. Les fichiers DeductionText.fr, graph.txt et DeductionCategory.fr peuvent tous être modifiés, et GGBT s'adapte instantanément en fonction des changements.

La programmation des fichiers graph.txt suppose l'identification de toutes les solutions valides susceptibles d'être soumises par un élève (ou son enseignant). Ainsi, certaines solutions peuvent sembler équivalentes d'un point de vue logique, mais leur *niveau de granularité* (Balacheff, 1994c) peut différer. En effet, comme les exigences quant à la rédaction d'une

[38] Les propriétés et les définitions programmées dans GGBT sont tirées de l'annexe *Pistes d'exploration* du programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2013b). En prenant cette liste d'énoncés justificatifs comme référence, on s'assure que chaque démonstration admissible dans GGBT est cohérente avec le contenu vu en classe du secondaire. Certaines formulations ont été retravaillées dans une perspective de fonction poétique du langage, par souci d'esthétisme, et des réciproques ont été ajoutées, mais aucune notion inédite n'a été introduite.

démonstration peuvent varier d'une classe à une autre, il a fallu programmer l'ensemble des solutions qui pourraient être acceptées par un enseignant sans cibler un *paradigme géométrique* (Kuzniak, 2006) de référence a priori. Ainsi, GGBT serait en mesure de reconnaitre un maximum d'actions et de solutions des élèves lors de l'expérimentation en classe. Éventuellement, à l'aide d'une interface experte ou enseignante, il sera possible de cibler les solutions admises pour un contrat didactique (contexte de classe) donné.

À partir des fichiers graph.txt, GGBT peut générer les graphes HPDIC (**H**ypothèse, **P**ropriété, **D**éfinition, conclusion **I**ntermédiaire, **C**onclusion). Les graphes HPDIC (Figure 5) sont des graphes déductifs (Tanguay, 2005) qui montrent l'ensemble des solutions pour un problème. Pour le moment, ces graphes ne font que représenter comment GGBT organise les inférences du fichier graph.txt sous forme de solution. Ils ne sont pas actuellement intégrés à l'interface de GGBT à des fins d'usage par les élèves ou les enseignants, mais pourraient éventuellement l'être dans une version ultérieure de l'ETM. Toutefois, les graphes HPDIC sont utiles à l'équipe de recherche qui souhaite valider ou visualiser les solutions implémentées. L'annexe 5 montre le processus que sous-tend la genèse d'un graphe HPDIC.



(Démontrer qu'un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle)

Figure 5 : HPDIC sans encodage pour le problème du rectangle

Suivant la transposition informatique des problèmes et de leurs solutions, nous nous sommes penchés sur la création d'une interface pour GGBT. Du point de vue informatique, GGBT est une application *Java* autonome qui tourne sur un ordinateur domestique. La réalisation informatique de l'interface est entièrement prise en charge par l'équipe de programmation informatique, mais son développement résulte d'une collaboration didactique-informatique continue. L'interface première, qui ne comprend pas d'agent tuteur, a été créée dans la perspective de permettre à l'élève d'exercer sa pensée géométrique. Selon Kuzniak, l'activité géométrique s'articule selon trois modes de pensée : *l'intuition*, *l'expérience* et le *raisonnement déductif* (Kuzniak, 2011). Conséquemment, nous avons orchestré un milieu avec lequel l'élève peut interagir pour résoudre un problème en exerçant son intuition, en validant son intuition grâce à l'expérience et en structurant sa pensée grâce au raisonnement déductif.

L'interface de la première version de GGBT (Figure 6) est découpée en trois sections.

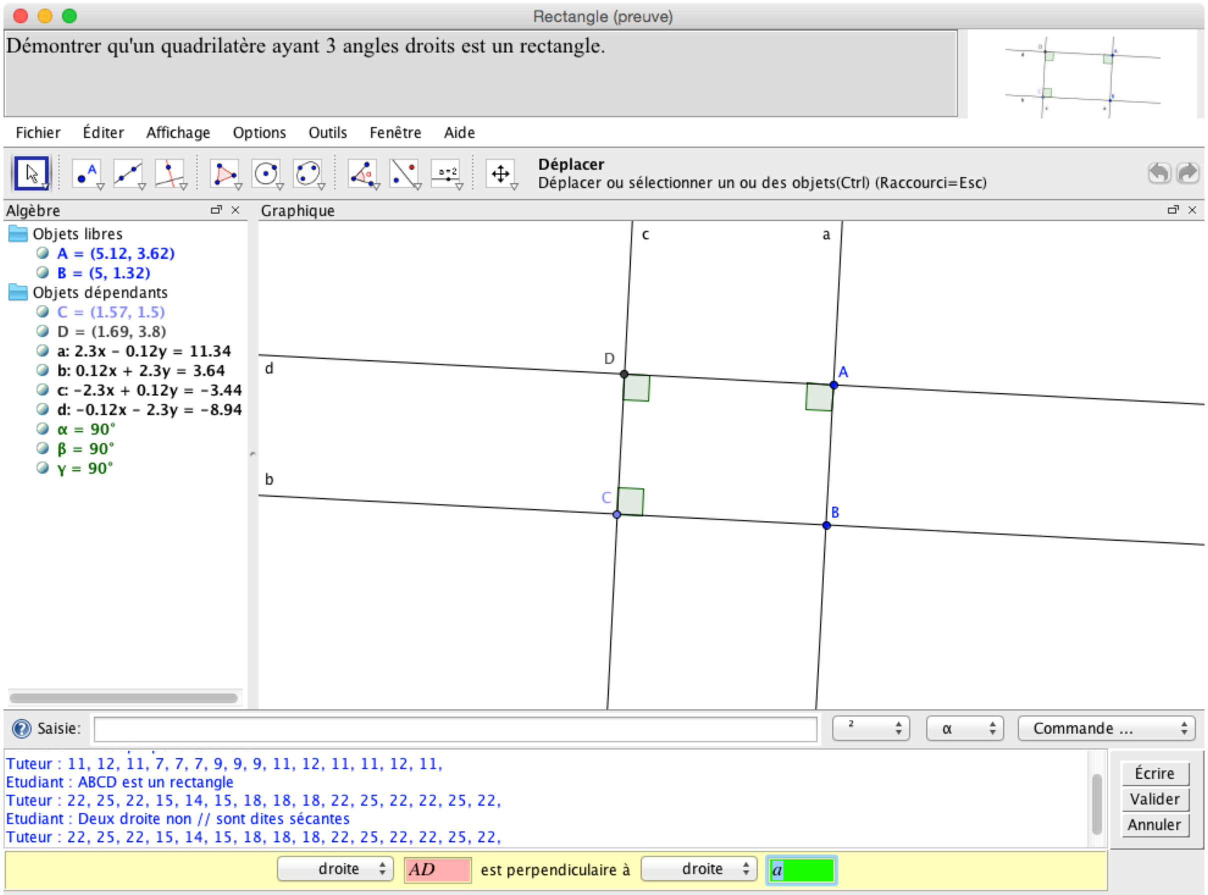


Figure 6 : Interface du premier prototype de GGBT

Le haut de l'écran est consacré à l'énoncé du problème proposé à l'élève. L'énoncé (à gauche) est accompagné d'une figure géométrique statique (à droite). Ces éléments restent inchangés tout au long de la résolution du problème.

Au centre de l'écran, nous avons intégré le gratuiciel libre de géométrie dynamique GeoGebra (Hohenwarter et Fuchs, 2005), qui affiche une construction géométrique associée au problème. Cette dernière peut comporter des éléments figuraux qui ne font pas forcément partie des hypothèses du problème. Ceux-ci ont été ajoutés par l'expert didacticien afin que le système les reconnaisse lorsqu'ils sont évoqués par l'élève dans sa solution[39]. La pertinence de la

[39] Ultimement, nous envisageons que l'élève puisse lui-même modifier la construction et que le tuteur reconnaisse et tienne compte de ces ajouts au moment d'évaluer la valeur et la validité des démarches de l'élève.

géométrie dynamique pour exercer les compétences de démonstration est largement discutée dans la littérature didactique (Coutat, Laborde et Richard 2010; Laborde, 2000; Lagrange 2007), et notre choix d'intégrer la géométrie dynamique à GGBT repose sur ce consensus. Qui plus est, dans une perspective de pensée géométrique, la géométrie dynamique permettrait cette articulation entre l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif puisqu'elle permet le développement de l'*intuition secondaire* (Tall, 1991) :

> *Intuition is the product of the concept images of the individual. The more educated the individual in logical thinking, the more likely his concept imagery will resonate with a logical response. This is evident in the growth of thinking of students, who pass from initial intuitions based on their pre-formal mathematics, to more refined formal intuitions as their experience grows*. (Tall, 1991, p. 10)

D'abord, l'exploration initiale de la figure géométrique exerce *l'intuition* première de l'élève, qui s'appuie sur l'observation des caractéristiques évidentes de la figure géométrique. Ensuite, l'exploration en profondeur des propriétés de la construction géométrique est rendue possible par le fait que la construction demeure cohérente dans le mouvement (dragging). Cette *expérience* sur la figure géométrique permet à l'élève d'interroger sa première intuition et de sonder la construction pour des avenues de *raisonnement déductif* (démonstration) plus formelles.

Enfin, en bas de l'écran se trouve l'espace de saisie où l'élève peut construire sa démonstration grâce à la proposition, dans l'ordre de son choix, d'énoncés de géométrie euclidienne. L'élève peut sélectionner les énoncés (hypothèses (antécédents), justifications, résultats (conséquents) à l'aide d'une recherche thématique (voir le fichier DeductionCategory.fr, annexe 4). Si l'élève a sélectionné une justification, celle-ci s'affiche telle quelle et l'élève peut la soumettre aussitôt au tuteur. En revanche, si l'élève a choisi une hypothèse ou un résultat, il devra compléter la phrase en y inscrivant les paramètres appropriés avant de la proposer à GGBT. Par ailleurs, la ligne de saisie est dotée de deux types de rétroaction sémaphorique[40] destinée à l'élève. D'une part, lorsque l'élève complète une phrase à l'aide de paramètres dans les cases prévues à cet effet, les boîtes de saisie passent du rouge

[40] L'appellation est inspirée de la sémaphore utilisée en langage ferroviaire et maritime à titre de signalisation (rouge = stop, vert = marche). C'est notre traduction du terme flag feedback introduit par Anderson, Corbett, Koedinger et Pelletier (1995).

au vert lorsque l'entrée est mathématiquement valide. Autrement dit, l'élève est dans l'obligation d'inscrire des paramètres correspondant aux éléments géométriques évoqués par la phrase, faute de quoi il ne pourra la soumettre et il peut cibler les entrées problématiques, le cas échéant. D'autre part, le *Tuteur*[41] retourne une rétroaction numérique sous la forme d'une suite ordonnée d'entiers s'affiche à la suite de chacune des actions de l'élève pour lui indiquer si l'énoncé qu'il a soumis contribue à une ou à plusieurs des solutions admises pour le problème en cours de résolution. Après chaque soumission d'énoncé par l'élève, GGBT active, le cas échéant, le nœud du graphe HPDIC[42] correspondant à cet énoncé et situe l'apport de cette action pour calculer le pourcentage de complétion des solutions concernées. Une solution est jugée complétée à 100% par le système au moment où tous ses nœuds sont activés, c'est-à-dire au moment où un des entiers atteint 100.

La première version de GGBT intègre cinq problèmes de démonstration (Figure 7). Les problèmes 1 et 3 sont issus d'une étude sur l'effet des interactions sociales et cognitives dont l'espace des solutions programmables avait déjà été expérimenté avec des élèves qui utilisaient un système tutoriel antérieur (Richard et Fortuny, 2007). Les problèmes de preuve 2, 4 et 5 avaient déjà été posés par Richard (2004b) dans l'environnement papier-crayon, et leurs solutions formellement possibles ont été testées par Botana et Recio (2006) à l'aide d'un moteur de déduction automatique. Les publications d'où sont tirés les problèmes proposent des analyses de ceux-ci en fonction de leurs objectifs respectifs. Ces analyses pourraient nourrir des discussions futures, mais chaque problème a d'abord été sélectionné pour ses apports possibles au développement de GGBT. En effet, au départ, nous avions ciblé un échantillon plus grand de problèmes de démonstration que nous jugions riches et qui représentent un défi réel tout en étant à la portée des élèves allant travailler avec GGBT. De cet échantillon, grâce à une concertation entre les équipes informatique et didactique, nous avons retenu les 5 problèmes pour lesquels l'analyse des solutions d'élèves à l'interface de

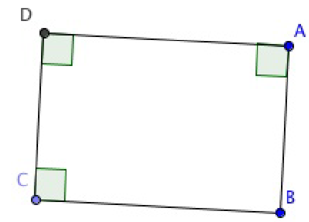
[41] Le tuteur implémenté dans cette première version de GGBT ne doit pas être confondu avec l'accompagnement tutoriel visé au terme du développement de GGBT. Ce tuteur numérique a pour seul but d'offrir une rétroaction immédiate sur la pertinence de l'énoncé soumis afin de permettre aux élèves, aux enseignants et aux chercheurs d'évaluer la progression au sein des démarches de démonstration admises.

[42] Le graphe HPDIC permet de situer chacune des actions de l'élève indépendamment de l'ordre et de l'organisation de celles-ci.

GGBT permettra, dans une perspective de développement longitudinal de l'ETM, d'explorer diverses possibilités de fonctionnalités futures pour le système tutoriel.

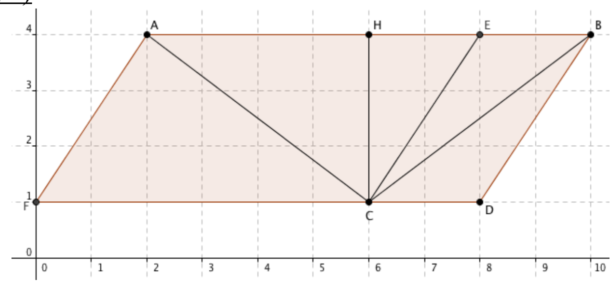
Problème 1 : problème du rectangle

Démontrer qu'un quadrilatère
ayant trois angles droits est un rectangle.



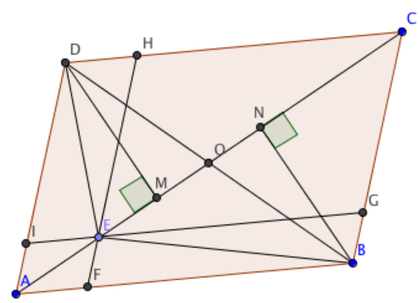
Problème 2 : problème du parallélogramme (triangle)

Sachant que le repère xOy est orthonormé,
déterminer la nature du triangle ABC.



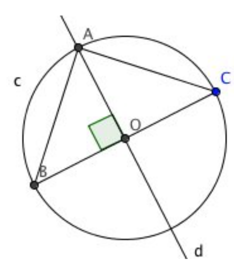
Problème 3 : problème du parallélogramme (aires)

Si E est un point quelconque de la diagonale AC
du parallélogramme ci-contre, quelle relation y a-t-il
entre les aires des triangles AEB et AED ?



Problème 4 : problème du triangle inscrit

Soit un cercle de diamètre BC, d la médiatrice
du segment BC et A un point d'intersection
du cercle et de d.
Quelle est la nature du triangle ABC ?



Problème 5 : problème du triangle intérieur

Dans un triangle ABC isocèle en A,
on considère les bissectrices des angles à la base
qui se coupent à angle droit en O. Quelle est la nature du triangle BOC ?

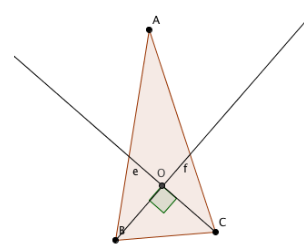


Figure 7 : Libellé des cinq problèmes implémentés dans le premier prototype de GGBT

Le premier problème, le *problème du rectangle*, demande à l'élève de démontrer une propriété normalement enseignée telle quelle en classe du secondaire. Cet exercice pourrait éventuellement servir d'exemple pour élaborer une version de GGBT qui, dans une perspective purement constructiviste, enrichirait le répertoire de propriétés et de définitions au fur et à mesure que l'élève démontre celles-ci. Le *problème du parallélogramme (triangle)* est le seul parmi les problèmes offerts à présenter une figure statique à l'interface de GeoGebra. Ce choix de situation vise à observer la réaction des élèves mis en présence d'un problème où ils ne peuvent recourir à la géométrie dynamique. En ce qui a trait au troisième problème, le *problème du parallélogramme (aires)*, certaines de ses solutions impliquent la mention de plusieurs éléments figuraux initialement absents de la figure originale (segments DM, DB, BN, IG et FH). Nous nous intéressons à la possibilité de laisser l'élève construire par lui-même les points, les segments, les droites, etc. secondaires à la figure originale, mais nécessaires à sa démonstration. Toutefois, ceci implique que le système reconnaisse ces constructions afin de tenir compte des paramètres de celles-ci lorsque l'élève les évoquera dans sa solution. Pour le moment, le micro-monde GeoGebra n'est pas en mesure de communiquer au système tutoriel les informations relatives à ces ajouts. De ce fait, ces éléments figuraux potentiellement utiles aux élèves sont actuellement construits préalablement par l'expert avant que le problème ne soit soumis aux élèves. De plus, nous envisageons l'ajout d'un tuteur qui aiderait l'élève à construire correctement ces éléments figuraux additionnels et qui pourrait même considérer ces inférences figurales (Richard, 2004a) au même titre que des actions discursives. Le choix de l'avant dernier problème, le *problème du triangle inscrit*, revêt une volonté de mettre à l'épreuve la structure interne de GGBT. Puisque ce problème comporte un nombre élevé de combinaisons de solutions valides (de l'ordre du million), il nécessite une configuration particulière pour le calcul et la reconnaissance des solutions admissibles. Ce problème informatique n'est toutefois pas du ressort des didacticiens de l'équipe de recherche. Enfin, *le problème du triangle intérieur* est astucieusement conçu puisque les hypothèses de l'énoncé ne sont pas compatibles avec celles de la figure. Ainsi, l'élève amorce sa résolution et arrive inévitablement à une contradiction. Comme cette situation est peu commune dans les contrats didactiques généralement observés au Québec, l'implémentation de ce problème permet l'observation des réactions des élèves dans un tel contexte et, surtout, cela permet l'évaluation de la possibilité de concevoir une aide tutorielle pour un problème qui n'admet pas réellement de solution. Cet exercice sous-entend la programmation de solutions dont les étapes se contredisent à des niveaux variés. Il faut donc que le système admette des solutions sans issues, des solutions partiellement fausses et des cheminements pour le moins non orthodoxes.

5.3.2 Première phase expérimentale : démarche d'investigation et collecte de données ethnographiques

> « *Quite often the design on Intelligent Tutoring Systems (ITS) has been a seat-of-the-pants venture in which designers have relied mainly on their beliefs and intuitions to guide their decisions [...] Unfortunatly for the ITS field, little follow-up empirical work has been done with ITSs to determine whether they are actually useful. Even less work has been done to identify what aspects of their design account for their usefulness*. »
>
> (Koedinger et Anderson, 1990)

La première phase expérimentale s'est déroulée en décembre 2010. Nous avons ciblé quatre groupes de deuxième cycle (15-16 ans) d'une école secondaire publique de Laval (Québec) et leurs deux enseignants. Nous avons opté pour ces niveaux puisque la démonstration en géométrie y est évaluée conformément au curriculum dicté par le MELS. L'école choisie offre un programme d'études internationales. De ce fait, les élèves observés sont soumis à un processus de sélection à l'admission et sont donc considérés plus habiles que la moyenne provinciale en mathématiques. Nous avons choisi des élèves plus doués puisque, comme la version de GGBT qui est mise à l'essai est moins intuitive qu'une version qui intègrerait un système tutoriel autonome, des élèves en difficulté en mathématique pourraient se rebuter devant le défi que représente l'utilisation du logiciel.

5.3.2.1 Démarche d'investigation

La démarche d'investigation s'est déroulée sur quatre périodes consécutives de classe pour chaque groupe, pour un total de 16 périodes d'une durée de 75 minutes chacune. Une première séance se destinait à la présentation orale du projet et de ses objectifs. La chercheuse doctorante a décrit GGBT comme un système tutoriel pour l'apprentissage de la démonstration en géométrie qui au terme de son développement pourrait accompagner les élèves en s'inspirant des interventions d'enseignants réels. Elle a précisé aux élèves que l'expérimentation qui aurait lieu dans leur groupe avait pour objectif l'observation des interventions de leur enseignant pour développer une première version du système tutoriel de GGBT. Ensuite, les élèves étaient appelés à résoudre, par équipe de deux (binôme), trois problèmes préalables dans un environnement papier-crayon (Annexe 6). Puisque les élèves n'ont pas reçu d'enseignement explicite sur le raisonnement déductif depuis le premier cycle du secondaire (12-13 ans), nous avons profité des problèmes préalables pour initier implicitement les élèves à la logique inférentielle implantée dans le système tutoriel. Les problèmes préalables 1 et 3 reposent sur la résolution d'un casse-tête de démonstration à la manière de Coutat et Richard (2011). Les pièces de casse-tête sont de formes et de couleurs différentes en fonctions de leur statut inférentiel. Les triangles roses sont les hypothèses, les rectangles et carrés jaunes sont les conclusions intermédiaires, les flèches bleues et grises sont respectivement les définitions et les propriétés et les cercles verts sont les conclusions finales. Sans préciser d'emblée aux élèves la raison de cette différentiation, nous souhaitions que les élèves remarquent une certaine logique inférentielle entre les pièces en vue de leur travail avec GGBT. D'ailleurs, avec l'assistance de leur enseignant, les élèves se sont remémoré les types d'énoncés déductifs associés aux différentes formes et les relations logiques les associant. Le problème préalable 2 exige l'ordonnancement de propositions déductives fournies pêle-mêle et qui, par groupe de trois ou de quatre, forment les déductions (inférences) d'une démonstration complète. Ce problème vise le volet rédactionnel de l'exercice de démonstration. Pour organiser les énoncés, certains élèves ont d'abord identifié la conclusion ou les hypothèses tandis que d'autres ont construit des inférences pour ensuite les ordonner. En n'exigeant pas de méthode d'organisation, nous voulions que les élèves se distancent de l'aspect séquentiel normalement associé à la rédaction de démonstration dans le but de les préparer à travailler avec GGBT, qui n'impose pas de chainage (d'ordre) pour l'entrée des proposition déductives. Aucune consigne orale n'a été donnée aux élèves avant qu'ils n'entament la résolution des trois problèmes préalables puisque les documents remis (Annexe 6) précisent les directives à suivre. Toutefois, toute question des élèves et toute intervention enseignante en résultant furent notées à des fins d'analyse future. Nous avons aussi remis aux binômes un glossaire imprimé de propriétés et de définitions pour les familiariser avec les libellés des énoncés justificatifs implémentés dans GGBT, outil qu'ils ont aussi pu utiliser pour résoudre les problèmes préalables. Afin d'initier la genèse instrumentale avec GGBT et de favoriser le transfert d'une activité déjà connue dans un environnement informatique, le premier problème de preuve parmi les cinq (section 5.3.1, figure 7) reprenait l'énoncé du premier problème préalable, c'est-à-dire celui du rectangle. Par la suite, les élèves ont résolu à l'interface de GGBT les quatre autres problèmes de démonstration implémentés dans l'ordre. Ainsi, l'ensemble des huit problèmes (trois en version papier et cinq à l'interface de GGBT, dont quatre nouveaux problèmes) constitue *l'instrumentation didactique* (Lagrange, 2007) pour la première phase empirique de mise à l'essai de GGBT.

Du côté des enseignants, ceux-ci ont reçu, dans les semaines qui ont précédé l'expérimentation, un document citant l'ensemble des stratégies admissibles pour la résolution de chaque problème et ils ont pu se familiariser avec GGBT avant l'expérimentation. Ils n'ont pas reçu de consigne particulière quant au style de tutorat qu'ils pouvaient employer, mais nous avons insisté pour que leurs interventions s'effectuent dans le prolongement de leurs cours ordinaires.

5.3.2.2 Collecte de données

L'expérimentation a eu lieu au laboratoire d'informatique habituel de l'école. Pour chacune des périodes de l'investigation, les élèves d'un même groupe classe s'y trouvaient tous en même temps. Bien que nous ayons prévu la conservation des fichiers journaux pour l'ensemble des solutions, nous avons aménagé l'arrière de la salle pour enregistrer conjointement les interactions d'un échantillon de quatre binômes à l'aide du logiciel *Screenflow*[43]. Ce logiciel permet d'enregistrer, sous forme d'une vidéo, les interactions à l'interface du dispositif informatique. La figure 8 est en fait une capture d'écran lorsque nous observons un enregistrement. Dans celui-ci, le son et l'image des utilisateurs (premier plan) se constituent sur une trame distincte de l'action à l'écran de l'ordinateur (second plan). Cette captation vidéo permet de mettre en relation les actions des élèves et leurs interactions entre eux et avec leur enseignant. On peut ainsi observer directement et en contexte les actions des élèves sans devoir leur demander de les expliquer[44]. Au premier plan, on voit les membres d'un binôme (à gauche et au centre) de même que leur enseignant (à droite). Puisque ce

[43] *Screenflow* réalise des vidéos comportant une présentation en parallèle et synchronisée des actions à l'écran, des dialogues et des visages des élèves. www.telestream.net/screen-flow/overview.htm.

[44] Pour comprendre les processus de résolution de problème, Ericsson et Simon (1984) soutiennent que l'élève ne doit pas chercher à expliquer ce qu'il fait, mais plutôt partager ce qu'il pense (traduction libre).

dernier continuait d'assurer un soutien à l'ensemble de ses élèves, il portait avec lui un dictaphone qui enregistrait la trame orale de ses interventions. L'enseignant a pu bénéficier de l'aide d'un auxiliaire, un membre de notre équipe de recherche, dans son soutien aux élèves; celui-ci portait aussi un dictaphone.

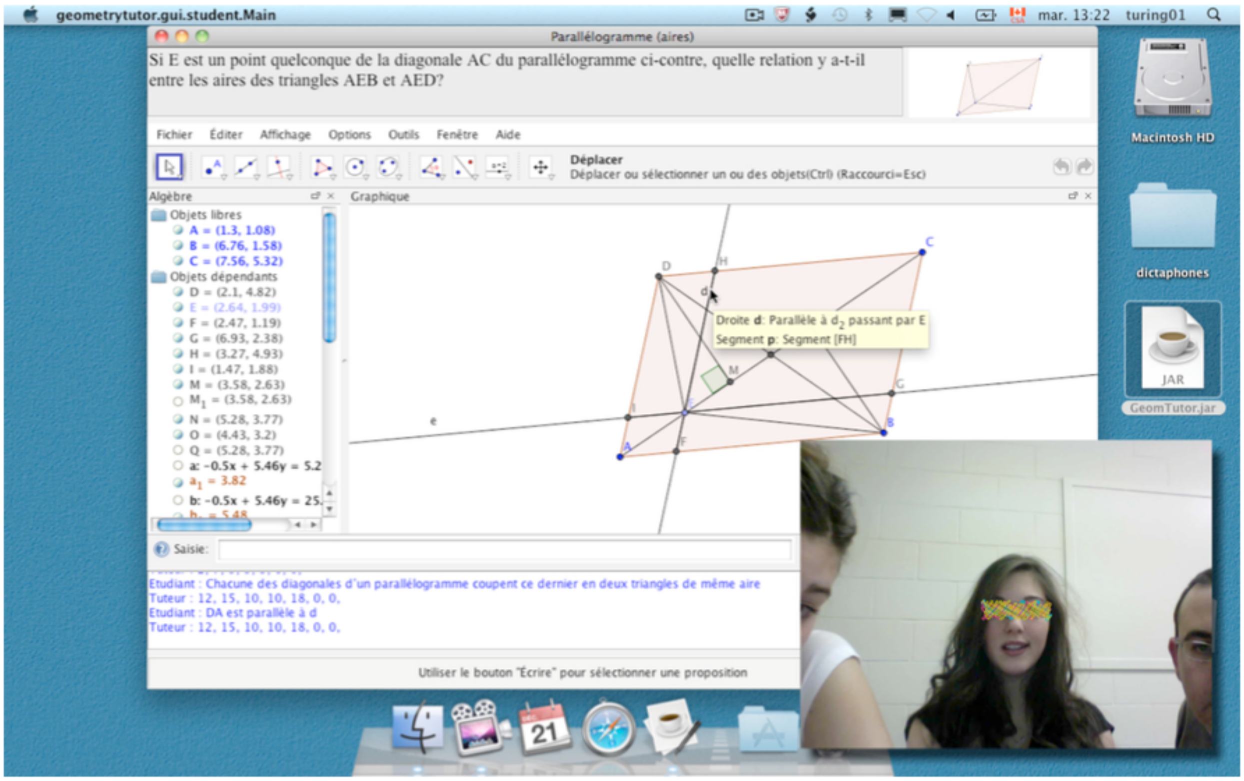


Figure 8 : Interactions à l'interface de GGBT capturées avec le logiciel *Screenflow*

5.3.3 Traitement et analyse des données empiriques, résultats et modèles émergents

Cette première phase expérimentale vise, en premier lieu, à valider les solutions expertes implémentées ainsi que l'usage d'un premier prototype de GGBT avec des élèves réels et, en second lieu, à rentabiliser l'expérimentation pour connaitre le type d'intervention qui émerge lorsque l'enseignant ordinaire appuie l'élève dans sa résolution instrumentée. Le traitement et l'analyse des données empiriques exercés dans une perspective traditionnelle de validation d'une ingénierie didactique diffèrent des processus *d'analyse par théorisation ancrée* (Paillé et Mucchielli, 2013) mis en œuvre pour faire émerger un modèle d'intervention tutorielle. Ces deux volets de notre expérimentation seront donc traités séparément.

5.3.3.1 Validation des graphes de solutions et de l’usage de GGBT

« *On va dire la vérité juste pour voir si ça donne des points*. »
Élèves en situation de résolution de problème avec GGBT

Au volet validation de cette phase empirique, nous cherchons à valider le modèle des graphes HPDIC pour la gestion des solutions aux problèmes de démonstration ainsi qu’à évaluer l’usage de la première version de GGBT. Cet effort de validation s’appuie principalement sur un examen en parallèle des fichiers journaux et des enregistrements vidéo ou audio recueillis lors de l’expérimentation, ainsi que sur une revue des observations notées en classe et des témoignages d’élèves et des enseignants. Nous examinons donc ces données à la recherche d’indications d’une solution défectueuse, de nouvelles avenues de solution ou de pistes pour l’évolution de GGBT. Cette analyse purement qualitative ne vise pas une validation de GGBT quant à son impact sur les processus de résolution de démonstration d’élève comme telle, mais se fait plutôt dans une perspective de développement longitudinal. Nous restons tout de même à l’affut des influences avérées ou potentielles que nos choix didactiques et informatiques peuvent avoir sur le raisonnement de l’élève.

Notre analyse a révélé que bien que les solutions proposées par les élèves n’aient pas été si différentes de celles trouvées par l’expert didacticien, dont un exemple est visible à l’annexe 5, il faut admettre que nous avions initialement sous-estimé le nombre de petites nuances conduisant à des solutions équivalentes en terme de stratégie, mais ayant un impact sur la reconnaissance des actions de l’élève par GGBT. Lorsque toutes les solutions nouvelles suggérées par les élèves et les enseignants furent ajoutées au fichier graph.txt de chaque problème, dû à un effet combinatoire, le nombre de solutions possibles (combinaisons d’inférences admissibles) a augmenté de manière exponentielle, faisant passer le nombre de solution pour certains problèmes de quelques dizaines à plusieurs milliers. Conséquemment, les graphes HPDIC étant devenus trop complexes pour être construits à la main, il a fallu recourir à un logiciel pour les générer afin de permettre une validation visuelle experte des différentes solutions. Cette vérification, qui visait à s’assurer que toutes les solutions créées automatiquement par GGBT combinent correctement les inférences pour créer des solutions valides, a révélé que certaines solutions contenaient une ou des boucles inférentielles[45]. Par conséquent, un nouvel algorithme pour la genèse autonome des solutions a été programmé par l'équipe de génie informatique pour ne pas tenir compte de ces solutions circulaires.

Concernant l'usage de GGBT par les élèves et les enseignants, nous avons d'abord remarqué que même si la première version de GGBT n'était pas dotée d'un système tutoriel en mesure de fournir des indices ou des rétroaction textuelles au moment de l'expérimentation, un tuteur numérique montrant l'évolution du cheminement au sein de chaque solution admissible sous forme de pourcentage de complétion (Figure 6) avait pour effet de donner aux élèves une rétroaction immédiate sur la valeur relative ou la validité de chacune de leurs actions. Le caractère rapide et concis de cette rétroaction permettait aux élèves d'être rassurés et d'évaluer rapidement la pertinence de leur dernière opération. Cette observation est corroborée par Gras (1988) qui souligne « l'importance reconnue par les élèves, de la sanction immédiate de l'erreur au cours du processus de preuve... » (Gras, 1988, p. 75). De ce fait, au lieu de remplacer cette rétroaction sémaphorique par des interventions tutorielles en langage naturel, nous avons opté pour une collaboration entre rétroaction sémaphorique et indices en langage naturel. Toutefois, comme les élèves cherchent surtout à vérifier si le tuteur reconnait l'énoncé proposé comme faisant partie des solutions admissibles, une suite d'entiers, chacun correspondant à une solution possible, n'est pas le mode de communication optimal. Dans la prochaine version de GGBT, nous allons plutôt traduire les variations de pourcentages en émoticônes évocateurs, imitant en quelque sorte la rétroaction non verbale spontanée d'un enseignant.

---

45 Par exemple, dans le problème du rectangle, notre nouvel algorithme détecte cinq solutions circulaires (se référer à la figure 5 pour visualiser les boucles inférentielles). Voici un exemple de boucle inférentielle composée de deux inférences qui donne lieu à des solutions non valides. *AB est perpendiculaire à BC* est employée comme antécédent pour démontrer que *ABCD est un parallélogramme*, mais cette conclusion est elle-même utilisée pour démontrer que *AB est perpendiculaire à BC* (porter attention à la conclusion intermédiaire en rouge). :

H(S:BC est perpendiculaire à S:CD) + H(S:AD est perpendiculaire à S:CD) + H(S:AB est perpendiculaire à S:AD) + I(S:AB est perpendiculaire à S:BC) → Un quadrilatère dont les angles opposés sont congrus est un parallélogramme → Q:ABCD est un parallélogramme .

Q:ABCD est un parallélogramme → Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus → I(S:AB est perpendiculaire à S:BC).

Aussi, quant à l'usage des différentes portions de l'interface, nous avons remarqué que très peu d'élèves pensaient à se référer aux définitions et aux propriétés en lien avec les éléments du problème afin d'élaborer leur stratégie et n'utilisaient la saisie d'énoncés que lorsque leur solution était, à leurs yeux, bien avancée. Ainsi, la recherche dans le glossaire de propriétés et de définitions n'était pas perçue comme un outil ou comme faisant partie du raisonnement de démonstration mais surtout, comme une manière de communiquer ou de rédiger la démonstration. Aussi, de nombreux élèves omettaient d'énoncer explicitement la conclusion ou les hypothèses nécessaires à leur solution et ce, même s'ils avaient observé l'effet que cette omission pouvait avoir sur les pourcentages de complétion des solutions. Lorsque ces omissions leur étaient soulignées, plusieurs élèves ont exprimé la pertinence qu'aurait une fenêtre indépendante dans laquelle ils pourraient visualiser et manipuler les énoncés de leur démonstration à la manière d'un réseau ou d'un graphe et ainsi suivre leur progrès tout en visualisant les éléments manquants. Ces observations et ces suggestions nous ont amenés à nous pencher sur les phases ou les volets d'un raisonnement de démonstration. Ainsi, dans une volonté de permettre et de valoriser toutes les étapes de la construction d'une démonstration, soit l'exploration de la figure, la modélisation (Kuzniak et Richard, 2014) du raisonnement de preuve à l'aide d'énoncés de géométrie, l'ordonnancement des inférences et la validation du raisonnement, nous pensons qu'une restructuration de l'interface de GGBT sera nécessaire. Nous envisageons un onglet pour chacun de ces quatre processus, mais le détail de cette division du raisonnement de démonstration reste à peaufiner.

5.3.3.2 Modélisation d'une structure tutorielle pour GGBT

Comme le dit Balacheff (1994b) :

> L'enjeu de l'IA [intelligence artificielle] dans le champ de la didactique ne sera donc pas que l'ordinateur se comporte comme un « professeur », mais qu'il soit capable de créer des conditions favorables à la construction par l'élève de connaissances acceptables en référence à un objet d'enseignement, en lui assurant des feedback pertinents. (Balacheff, 1994b, p. 12)

Pour le développement du système tutoriel de GGBT, bien que nous ne cherchions pas à copier la relation didactique entre l'enseignant et l'élève en contexte de résolution de problème de démonstration instrumentée avec GGBT, nous nous inspirons des profils d'intervention qui se dégagent des données expérimentales recueillies afin de créer un système tutoriel qui accompagne l'élève à la manière du contrat didactique observé.

Afin de dégager une structure tutorielle des interactions réelles entre élèves et enseignants, nous avons procédé à une *analyse systématique des relations* (Paillé et Mucchielli, 2013). Cependant, cette analyse fut précédée d'un *examen empirique des données* « visant à extraire de l'ensemble des remarques le fil de la scène observée » (Paillé et Mucchielli, 3013, p. 98). Cet examen empirique s'est opéré parallèlement à une organisation des matériaux pour circonscrire l'essentiel des interactions dans un fichier au format analysable (Paillé et Mucchielli, 2013). Ces fichiers de format texte, qui seraient ensuite analysés en détail, ont été obtenus par la retranscription à même les fichiers journaux générés automatiquement par GGBT du verbatim des interactions entre élèves et enseignants capturés par le logiciel screenflow. Nous avons ainsi obtenu 16 de ces fichiers hybrides verbatim/journaux pouvant être soumis à une analyse systématique des relations (Annexe 7). Cette analyse qualitative s'opère en trois étapes : l'analyse du sens de chaque interaction par rapport au contexte, le repérage de redondances attitudinales et la formulation des règles implicites du *jeu joué* (Paillé et Mucchielli, 2013). Les prochains paragraphes font état de ces démarches d'analyse.

Afin de bien saisir le sens de chaque interaction contextualisée, nous avons lu et annoté autant de fois que nécessaire chacun des fichiers pour mettre en évidence des passages clés et pour nous faire une idée générale des types d'intervention enseignante. Cette annotation itérative a permis de mettre en évidence des structures attitudinales redondantes. L'identification et l'organisation de ces invariants dans les interactions [élèves $\Longleftrightarrow$ enseignant] observées porte le nom *d'analyse par catégories conceptualisantes*. Paillé et Mucchielli (2013) suggèrent cette méthode d'analyse au chercheur souhaitant « qualifier les expériences, les interactions et les logiques selon une perspective théorisante » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 316). Cette approche, issue de la tradition de la *théorie ancrée* (Glaser et Strauss, 1967), s'appuie sur l'émergence de catégories traduisant notre compréhension du sens des interactions observées. Les catégories qui ont émergé de cette analyse étaient d'abord assez étendues mais, au fil des analyses itératives et compte tenu que ces catégories serviraient à modéliser un système tutoriel intégré à GGBT, nous nous sommes inspirés de la structure par inférence adoptée pour la programmation de GGBT et des notions en lien avec les graphes HPDIC (hypothèses, propriété, définitions, conclusion intermédiaires, conclusion) pour limiter les catégories retenues et resserrer l'analyse de nos fichiers verbatim/journaux[46]. La figure 9 montre un exemple de fichier verbatim/journaux annoté à l'aide de catégories émergentes retenues.

Élèves : On est bloqués.
Enseignant : Vous avez dit quoi à date ?
Élèves : Que les deux triangles sont pareils.
Enseignant : Lesquels ?
Élèves : Les gros.

Historique d'actions :
identification de la stratégie

Enseignant : Pourquoi vous avez eu l'instinct de démontrer ça ?
Élèves : Parce que c'est côté côté côté, pour montrer qu'ils sont d'aire égale.
Enseignant : À quoi ça sert de montrer que ceux-là sont égaux... la question c'est pour d'autres triangles...
Enseignant : Quand on sait que deux triangles sont de même aire ça nous dit quoi ?
Enseignant : Avez-vous une hypothèse sur la relation entre les aires des deux triangles ?
Élèves : Non, pas du tout.
Enseignant : Ben il faut le savoir ce qu'on cherche à prouver.

Incitation à identifier une conjecture

Élèves : On ne sait pas on le voit pas
Enseignant : Si je met E sur C
Élèves : La même aire
Enseignant : Si c'est sur A...
Élèves : Même aire
Enseignant : Et entre les deux...
Enseignant : De montrer que les cas particuliers ont la même aire ça me permet de faire quoi ?
Enseignant : Ils auraient donc la même aire...
Élèves : Donc triangle ADE et triangle ABE ont la même aire.

Réponse : conjecture

13:35:30 : [Etudiant] aire (ADE) = aire (ABE) 13:35:30 : [Tuteur] 8, 38, 21, 26, 54, 28, 35,

Enseignant : Ok, maintenant, comment on fait pour montrer que deux triangles ont la même aire.
Élèves : Base x hauteur...

Demande justification après activation d'un conséquent

Figure 9 : Exemple de fichier verbatim/journaux avec catégories, problème du parallélogramme (aires)

Ensuite, nous avons mis en relation les catégories retenues à l'étape précédente afin de dégager un modèle d'intervention enseignante. Le processus par lequel nous nous construisons notre *conception* (Balacheff, 1994b; Balacheff et Margolinas, 1995) des modalités

[46] Il sera possible de reprendre ces catégories délaissées pour la complétion ultérieure de l'action tutorielle de GGBT.À titre d'exemple, nous pourrons considérer les interventions suggérant des manipulations graphiques. Toutefois, compte tenu de la structure informatique actuelle de GGBT, l'action tutorielle ne peut que réagir aux données du raisonnement des élèves connues par le système, soit les énoncés inférentiels HPDIC soumis et l'ordre dans lequel ils ont été soumis.

d'interventions enseignantes s'articule grâce à une série d'exercices de simulation et d'organisation visant à questionner le corpus de données et les catégories conceptualisantes émergentes. Paillé et Mucchielli (2013) soulignent l'importance de provoquer l'exercice de questionnement des catégories conceptualisantes grâce à un exercice d'analyse transversale :

> Le travail d'analyse à l'aide de catégories a d'abord consisté à cerner les phénomènes au milieu des évènements, des expériences et des trajectoires, le travail de mise en relation va viser, à partir de maintenant, à documenter des liens, à compléter l'examen vertical du corpus par une analyse transversale, à déceler, dégager, expliciter le motif derrière la formule, bref à reconstruire l'événement, l'expérience, la trajectoire. (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 380)

Pour le premier de ces exercices de reconstruction, nous avons simulé l'intervention d'un système tutoriel à l'interface de GGBT en prenant en compte les modalités tutorielles qui émergent, le cas échéant, de la catégorisation des interventions enseignantes. Cet exercice devait à la fois permettre l'articulation des catégories retenues et s'appuyer sur la structure en inférences de la démonstration puisque GGBT, à l'état actuel, ne possède pas d'autres informations sur l'état cognitif de l'élève que les entrées d'énoncés de géométrie qu'il soumet. Ainsi, nous avons identifié une inférence type (plus d'un antécédent, justification et conséquent) parmi les solutions aux problèmes proposés. Celle que nous avons choisie est tirée du *problème du parallélogramme (aires)* :

Antécédents (H et I) :	aire ABC = aire ACD AC est une base commune aux triangles ABC et ACD DM est la hauteur de ACD issue de D BN est la hauteur de ABC issue de B
Justification (P) :	Si deux triangles sont de même aire et ont une base commune, les hauteurs associées à cette base sont congrues
Conséquent (I) :	segment BN = segment DM

Nous avons ensuite ciblé différents cas de figure où l'élève pourrait être bloqué dans son raisonnement. Comme chaque inférence se compose d'un ou de plusieurs antécédents (hypothèse (H)), d'une justification (J) et d'un conséquent (conclusion intermédiaire (I) ou finale (C)), les cas résultent de la présence, partielle ou totale, de chacun de ces éléments constitutifs. Par exemple, l'élève pourrait avoir soumis le conséquent sans savoir comment le démontrer (C : activé, H : aucune activées, J : non activée). Il pourrait aussi avoir activé tous les antécédents de l'inférence au fil de son raisonnement, avoir soumis la propriété parce qu'elle lui semblait utile, et ne pas savoir quoi faire ensuite (H : toutes activées, J : activée, C : non activée). Par la suite, pour chacun de ces cas (il y en a 14 en tout), nous avons déterminé un enchainement d'interventions ou d'indices que pourrait fournir l'enseignant réel à l'élève dans cette situation en tenant compte de la relation didactique réelle observée en classe traduite grâce aux redondances attitudinales observées par le biais des catégorie conceptualisantes. Le tableau VI illustre cet exercice pour les deux exemples donnés ci-dessus.

Tableau VI
Exercice d'indices tutoriels pour une inférence témoin
Problème du parallélogramme (aires)
(2 cas sur 14)

H : aucune activée, J : non activée, C : activée
Quelle propriété ou définition te permet de conclure : segment BN = segment DM ?
Recherche des justifications relatives aux triangles d'aires égales
La justification recherchée fait aussi allusion à la hauteur et à la base de deux triangles de même aire
Quelles hypothèses sont nécessaires pour déduire cette conclusion : segment BN = segment DM ?
Quel élément est commun aux triangles ABC et ACD ? Partagent-t-ils une base ?
As-tu mentionné l'hypothèse concernant la base commune aux triangles ABC et ACD ?
As-tu ciblé la hauteur du triangle ACD ?
As-tu mentionné l'hypothèse concernant le segment issu d'un point qui constitue la hauteur du triangle ACD ?
As-tu ciblé la hauteur du triangle ABC ?
As-tu mentionné l'hypothèse concernant le segment issu d'un point qui constitue la hauteur du triangle ABC ?
As-tu déterminé une relation entre les aires des triangles ABC et ACD ?
As-tu mentionné l'hypothèse qui concerne l'égalité des aires des triangles ABC et ACD ?

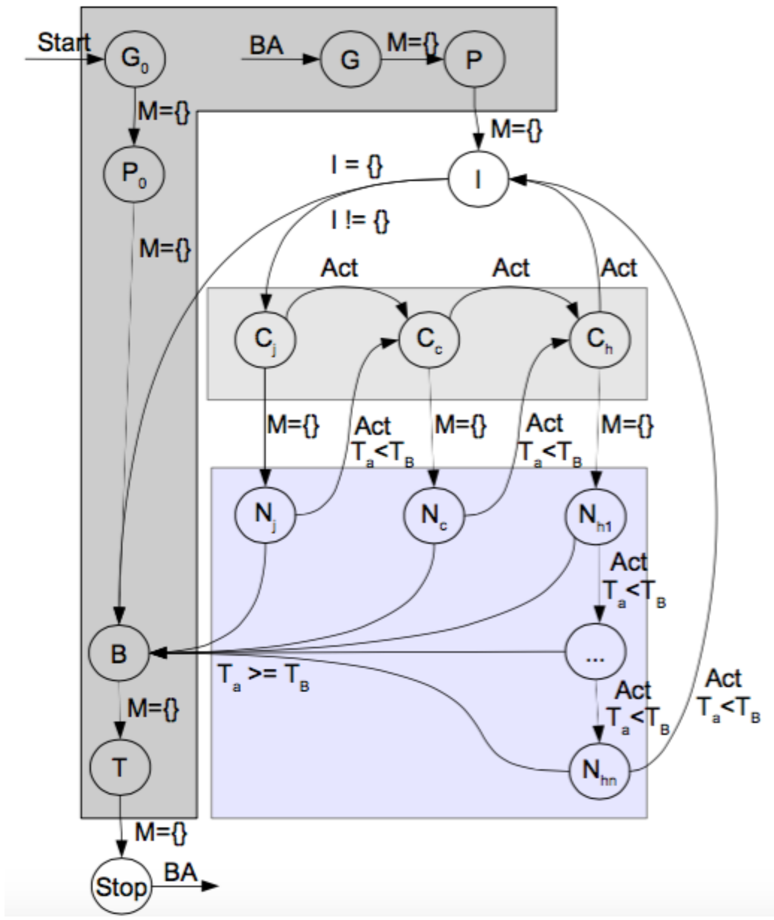
H : toutes activées, J : activée, C : non activée
Quelle conclusion peut découler de l'utilisation de cette propriété: si deux triangles sont de même aire et ont une base commune, les hauteurs associées à cette base sont congrues en prenant en compte ces hypothèses ? aire ABC = aire ACD AC est une base commune aux triangles ABC et ACD DM est la hauteur de ACD issue de D BN est la hauteur de ABC issue de B
Les informations données ci-dessus peuvent t'aider à démontrer une égalité de hauteurs de triangles.
Les informations données ci-dessus peuvent t'aider à démontrer l'égalité des hauteurs des triangles ABC et ACD.

Dans le premier cas illustré, les trois premiers indices de directivité croissante visent à amener l'élève à soumettre la justification manquante. Le premier de ces indices fait explicitement référence au conséquent préalablement soumis par l'élève. Ces trois interventions sont suivies d’indices qui concernent les antécédents que l’élève n’a pas réussi à identifier ou à soumettre, le premier faisant aussi appel au conséquent correctement identifié par l’élève.

Dans le second cas, comme il manque seulement le conséquent pour conclure l’inférence, le premier indice fait référence à la justification et aux antécédents précédemment fournis par l’élève. Les deux indices suivants traitent de plus en plus explicitement du conséquent manquant.

L’exercice de simulation partiellement illustré au tableau VI ne vise pas à reproduire une intervention observée telle quelle puisqu’aucune intervention enseignante réelle est aussi linéaire et ininterrompue. En contexte de classe, les interventions des enseignants sont de nature très variée et la structure de celles-ci nécessite la prise en compte d’un grand nombre d’informations à propos du raisonnement de l’élève. Ces informations doivent aussi être communicables au système tutoriel, ce qui n’est pas le cas pour plusieurs d’entre elles pour le moment. Par exemple, les interventions concernant l’exploration de la figure dynamique ne sont pas actuellement transposables puisque GeoGebra n’est pas encore en mesure de communiquer une description des manipulations figurales effectuées par l’élève au système tutoriel. Conséquemment, toute intervention serait générique et détachée du parcours de l’élève puisque le système tutoriel est actuellement aveugle quant à ces actions graphiques.

Qui plus est, la logique qui en ressort n’est pas généralisable à l’ensemble des pratiques enseignantes québécoises, et ce n’était pas le but de l’exercice. Nous avons la volonté de créer un modèle qui peut prendre en compte les différents paradigmes mathématiques afin de mieux s’adapter aux différentes réalités des classes québécoises, mais notre dispositif de recherche actuel ne le permet pas. Nous avons donc adopté une position qui permet d’avancer pour éventuellement préciser le fonctionnement du système tutoriel dans la perspective de continuellement harmoniser son fonctionnement aux différents profils d’enseignants. Néanmoins, la simulation effectuée tient compte des redondances observées lors de l’analyse des cas particuliers d’interventions enseignantes qui concernent les énoncés HPDIC et l’ordre dans lequel ceux-ci sont soumis. Cette première simulation a permis de dégager une structure invariante transférable à un système tutoriel informatisé. Ainsi, après quelques modifications mineures, ne changeant pas la nature des messages, nous avons obtenu une séquence type de messages propre à chacun des 14 cas identifiés. Cette séquence, d'abord illustrée grâce au tableau de l'annexe 8, a été modélisée par une machine à état (Diagramme 10). Le fonctionnement de cette machine à état est expliqué aux paragraphes suivants.



(Tiré de Leduc, à paraître)

Diagramme 10 : Machine à état, algorithme de gestion des messages d'aide

Cette machine à état montre le cheminement emprunté par le système tutoriel pour déterminer l'indice à soumettre à l'élève : l'agent tuteur poursuit l'itinéraire tant que l'élève ne soumet pas un énoncé faisant partie des solutions au problème. Le système tutoriel commence (*start*) donc par vérifier si l'élève a soumis des énoncés; s'il est au début de la résolution et n'a toujours pas soumis d'action déductive, le tuteur lui propose des messages généraux par rapport à la résolution d'un problème (G pour général), par exemple : *sais-tu ce que tu dois démontrer ?* Ensuite, le tuteur propose des indices de directivité croissante concernant l'énoncé du problème en cours (P), à titre d'exemple : *As-tu déterminé la relation entre les aires des triangles AED et AEB ?* Si l'élève ne réussit pas à soumettre d'énoncés pertinents, le tuteur lui suggère une entrée que l'élève peut soumettre telle quelle (B) faute de quoi le système tutoriel le dirige vers son enseignant (T) pour de l'aide plus personnalisée. Cet enchainement est illustré dans la portion verticale grise à gauche du diagramme 10.

En cours de résolution de problème, le système tutoriel s'appuie sur la complétion relative de l'inférence entamée (I pour inférence) le plus récemment par l'élève pour établir les besoins d'accompagnement de ce dernier. Nous avons remarqué que les enseignants, dans une volonté de promouvoir l'utilisation efficace des énoncés justificatifs au programme, encouragent presque systématiquement l'élève à identifier la propriété ou la définition nécessaire à la déduction. Par conséquent, le tuteur vérifie d'abord si la justification nécessaire à l'inférence a été fournie par l'élève, sans quoi il fournit des messages faisant d'abord référence aux éléments de l'inférence déjà fournis (Cj, C pour contexte). Reprenons l'exemple du tableau VI, le tuteur demanderait : *quelle propriété ou définition te permet de conclure : [segment BN = segment DM] ?* Si l'élève ne répond toujours pas par une entrée admissible, le système tutoriel fournit des indices de plus en plus directifs concernant la justification à fournir (Nj, N pour nœud du graphe HPDIC), par exemple, *Recherche des justifications relatives aux triangles d'aires égales* et *La justification recherchée fait aussi allusion à la hauteur et à la base de deux triangles de même aire* (voir les trois premiers indices du premier cas du tableau VI).

Par ailleurs, si l'élève a déjà fourni la justification sur laquelle s'appuie l'inférence, le système tutoriel détermine si le conséquent de l'inférence est activé (a été soumis). En effet, en contexte de classe, nous avons remarqué que les enseignants, lorsque l'élève leur signifiait qu'il voulait utiliser telle ou telle justification, demandaient ensuite dans quel but il voulait employer cet énoncé justificatif. Comme nous l'avons vu dans le second cas du tableau VI, le système tutoriel propose des indices concernant le conséquent en mentionnant les entrées déjà fournies par l'élève (Cc); par exemple, *Quelle conclusion peut découler de l'utilisation de cette propriété:[si deux triangles sont de même aire et ont une base commune, les hauteurs associées à cette base sont congrues] en prenant en compte ces hypothèses : [aire ABC =*

aire ACD], [AC est une base commune aux triangles ABC et ACD], [DM est la hauteur de ACD issue de D] et [BN est la hauteur de ABC issue de B]. Ensuite, si l'élève ne réussit pas à fournir le conséquent recherché, comme pour les justifications, le système tutoriel émet des indices de directivité croissante (Nc) pour amener l'élève à identifier le bon conséquent à soumettre.

Enfin, si l'élève a déjà soumis la justification et le conséquent de l'inférence ou s'il n'a toujours pas changé d'état malgré les indices fournit préalablement, le système tutoriel émet des indices relatifs aux antécédents (hypothèses ou conclusions intermédiaires) nécessaires à l'inférence. Durant la catégorisation des interventions des enseignants, nous avons observé très peu d'interventions où les indices fournis par les enseignants concernaient les hypothèses à fournir. Des commentaires d'élève et d'enseignants nous laissent croire que ceci est dû au fait que les hypothèses sont perçues comme « un mal nécessaire » à la complétion d'une inférence sans être utiles au raisonnement ou à l'établissement d'une stratégie. Ainsi, comme en témoigne les neufs derniers indices du premier cas du tableau VI, selon la même progression que celle adoptée pour les justifications et le conséquent, le système tutoriel soumet des indices de directivité croissante concernant les antécédents (Ch et Nh) pour amener l'élève à compléter l'inférence en cours.

Si l'élève demeure bloqué, nonobstant l'aide à la prochaine étape qui lui est fournie, le système tutoriel formule un énoncé à soumettre tel quel par l'élève (B = *bottom out help*), par exemple : *essaie d'écrire que le segment BN est congru au segment DM*. Si malgré tout, l'élève n'arrive pas à soumettre un énoncé reconnu comme faisant partie des solutions admissibles, l'agent tuteur recherche d'autres inférences incomplètes travaillées par l'élève et redémarre la machine à état en fonction du statut de la nouvelle inférence retenue.

L'ordonnancement des inférences à traiter par le système tutoriel est aussi le résultat de l'analyse des interventions des enseignants observés en classe. En effet, puisque notre objectif est d'éviter de contraindre l'élève à émettre les étapes de sa solution en chaînage avant ou arrière tout en évitant de donner des indices selon cette même logique, le modèle itératif de l'apprenant (MIA) (Richard *et al.*, 2011) supporte l'élève en utilisant l'historique de ses actions signifiantes. L'absence de chaînage admet l'exploration de plusieurs solutions à un même problème et permet à l'élève de soumettre les étapes de son argumentation au gré de sa réflexion. Parallèlement, le MIA, à la manière des enseignants réels observés, cherche à reconnaitre le plan de l'élève et à lui offrir des indices lui permettant de rester le plus fidèle possible à cette stratégie. Toutefois, la reconnaissance de plan pour GGBT est limitée par l'étendue limitée des données soumises par l'élève puisque, contrairement à un enseignant réel, l'agent tuteur de GGBT ne peut, du moins actuellement, demander à l'élève de résumer sa stratégie en lui posant des questions directement. Ainsi, les seules informations que détient GGBT pour dresser un portrait de la stratégie de l'élève sont les énoncés soumis par l'élève et l'ordre dans lequel les nœuds associés du graphe HPDIC ont été activés. Le MIA garde ces informations en mémoire et est responsable d'indiquer au système tutoriel la prochaine inférence à traiter avec la machine à état. En contexte de classe, les enseignants qui souhaitent cerner la stratégie des élèves parcourent leur démarche, des actions les plus récentes vers les plus anciennes. Souvent, les enseignants émettent un commentaire du genre : « voyons ce que vous avez fait » et commence à défiler à rebours la démarche. Ce faisant, rapidement, les enseignants ciblent, le cas échéant, un début de stratégie prometteuse interrompue (une inférence inachevée) qui, moyennant une aide appropriée, pourrait être complétée pour ainsi relancer la résolution du problème. Sans tarder, les enseignants se concentrent sur cette inférence et ils formulent des indices autour de celle-ci. Autrement dit, lorsque les enseignants évaluent que l'élève ne peut plus évoluer au sein de l'inférence en cours, ils cherchent l'action pertinente la plus récente et vraisemblablement la plus près de l'état cognitif actuel pour démarrer une autre série d'indices. Le MIA opère systématiquement selon ce modèle et parcourt les inférences, à rebours, en fonction du temps d'activation des nœuds du graphe HPDIC. Une fois une inférence ciblée, GGBT lance la machine à état associée.

Le fonctionnement en parallèle de la machine à état et du MIA devrait permettre à l'élève de compléter une démonstration puisque le système tutoriel, en dernier recours, suggère des énoncés à soumettre intégralement. Il est tout de même prévu que l'enseignant (T dans la machine à état) soit appelé en renfort advenant que le système tutoriel ait épuisé tous les messages relatifs aux inférences du problème ou que l'élève n'ait pas soumis d'action reconnue depuis un temps maximal prédéterminé.

Une fois le modèle de gestion des messages du système tutoriel implémenté, il fallait produire ces messages qui seraient divulgués aux élèves en situation de résolution de problèmes instrumentée avec GGBT. Ces messages généraux, ceux par rapport aux problèmes, ceux relatifs à chaque inférence et à chaque nœud du graphe HPDIC ainsi que les messages associés aux rétroactions sémaphoriques ont été programmés par l'expert didacticien. Ceux-ci sont regroupés dans des fichiers textes créés pour être lus et analysés directement par GGBT sans l'intermédiaire d'une traduction informatique.

Le premier de ces fichiers, *GenericMessages.fr* (Annexe 9), regroupe les messages génériques qui peuvent s'appliquer à tous les problèmes ou les messages qui font référence aux éléments préalablement soumis d'une inférence, soit des messages génériques troués dans lesquels on insère un antécédent, une justification, ou un conséquent soumis par l'élève dans le cadre du problème en cours de résolution. On y trouve les messages qui accompagnent les rétroactions sémaphoriques (:/, *essaie autre chose*), les messages généraux (**G** : *salut!, à toi de jouer…* ou *as-tu ciblé ce que tu cherches à démontrer?*), les messages qui font référence aux éléments préalablement soumis d'une inférence (**Cj** : *pour quelle justification le fait : aire de ABC = aire de ACD, peut-il s'avérer utile* ; **Ch** : *quels antécédents sont nécessaires pour démontrer le résultat suivant : segment BN = segment DM* ; **Cc** : *l'antécédent : aire de ABC = aire de ACD, peut t'aider à démontrer quel résultat?*) et les messages de dernier recours (**B** = bottom out help, *essaie d'écrire : segment BN = segment DM*).

Le second de ces fichiers, *disctutormsgs.txt* (Annexe 10), comporte les messages d'aide à divulguer en début de problème et qui concernent l'énoncé d'un problème en particulier (**P** : *on te demande de démontrer qu'un quadrilatère avec trois angles droits est nécessairement un rectangle. Sais-tu comment le prouver?*).

Enfin, le dernier fichier, *InferenceMessages.fr* (Annexe 11), comporte les messages de directivité croissante relatifs à chaque nœud du graphe HPDIC (**Nj**,: *recherche des justifications concernant les triangles d'aires égales?* ; **Nc** : *quelle relation entre les aires des triangles ABC et ACD peut-être déduite?* ; **Nh** : *as-tu mentionné ce que représente le segment DM par rapport au triangle ACD?*). Les exemples donnés ici précisent les paramètres en fonction de l'inférence utilisée pour le tableau VI mais, dans les fichiers textes, ces paramètres s’adaptent en fonction du problème et de l’inférence concernés par le message. Ainsi, grâce au système d’entrée des messages conçus par l’équipe informatique, ils peuvent être réutilisés dans différents contextes sans être reprogrammés en entier par un expert.

L’implémentation des messages a conclu la programmation d’une première version du système tutoriel GGBT.

5.4 CONCLUSIONS SUR LE PREMIER CYCLE DU DÉVELOPPEMENT DE GGBT

Même si dans sa version actuelle, notre système tutoriel termine son premier cycle de développement, GGBT se raffinera au fur et à mesure que se précisera notre conception d’un système tutoriel capable d’un accompagnement respectueux du raisonnement spécifique à chaque apprenti géomètre et adaptable à des styles d’enseignement variés.

Au terme du présent cycle de développement, nous avons un système tutoriel capable d’accompagner un élève en situation de résolution de problèmes en prenant en compte l’historique de ses actions. Cette réalisation s’est opérée, d’une part, grâce au design a priori d’un milieu virtuel conçu en fonction d’une analyse a priori des systèmes tutoriels existants et des relations didactique et a-didactique entre l’élève, le milieu et l’enseignant. Par la suite, une expérimentation a permis de valider une structure de problèmes et de solutions implémentée dans la première version de GGBT. Cette phase empirique avait aussi pour but d’explorer l’intervention tutorielle d’enseignants réels accompagnant des élèves en résolution de problèmes instrumentée avec GGBT. Les informations recueillies concernant ces interactions entre enseignants et élève ont été analysées, faisant émerger un modèle d’intervention tutorielle que GGBT peut opérer de manière autonome.

Ainsi, avec l’implémentation des graphes HPDIC, de la machine à état, du MIA et des différents messages, une seconde version de GGBT est prête à être mise à l’essai et validée ultérieurement en classe de géométrie. Ce second exercice de validation empirique de GGBT est relaté dans l’article *Le design et l’analyse de GeoGebraTUTOR, un système tutoriel : genèse d’un espace de travail géométrique idoine* (Chapitre VI). Ce volet du développement de GGBT s’appuie sur le cadre des espaces de travail géométriques (Kuzniak, 2006) pour l’analyse a priori et la précision a posteriori du travail de l’apprenti géomètre à l’interface de GGBT.

ARTICLE 3

CHAPITRE VI

LE DESIGN ET L'ANALYSE DE GEOGEBRATUTOR : GENESE D'UN ESPACE DE TRAVAIL GEOMETRIQUE IDOINE POUR L'EXERCICE DE LA DEMONSTRATION EN GEOMETRIE (Michèle Tessier-Baillargeon, Philippe R. Richard, Nicolas Leduc et Michel Gagnon)

RÉSUMÉ. Cette contribution montre l'éclairage apporté par le modèle des *Espaces de Travail Géométrique* (ETG) (Kuzniak, 2006) dans le développement et la validation du système tutoriel GeoGebraTUTOR (GGBT). Conçu pour être employé par des élèves de l'école secondaire, ce système se destine au développement de la pensée géométrique dans un contexte de résolution de problèmes de preuve en géométrie euclidienne. Le texte présente d'abord les fondements théoriques qui sous-tendent le développement de GGBT, au sein duquel les ETG agissent en tant que carrefour conceptuel. Au cœur de notre propos, la validation d'une version perfectionnée de GGBT s'effectue en vérifiant l'idonéité de l'espace de travail engendré par l'usage du système tutoriel. Cette phase de vérification, qui s'inscrit dans une suite de phases de recherche et de développement, a pour objectif l'observation et l'analyse du travail de l'élève en tant que géomètre en formation. Les résultats expérimentaux proviennent d'élèves québécois au 2^{e} cycle de l'école secondaire (étape 14-17 ans).

Mots clés **:** Espaces de travail géométrique, système tutoriel, didactique des mathématiques, problèmes de preuve, géométrie dynamique, interactions cognitives sujet-milieu

6.1 INTRODUCTION

GGBT, un système tutoriel conçu pour assister l'élève dans l'exercice de la pensée géométrique en contexte de problème de démonstration, vise la gestion de messages discursifs et, éventuellement, la gestion d'itinéraires de résolution de problèmes personnalisés.

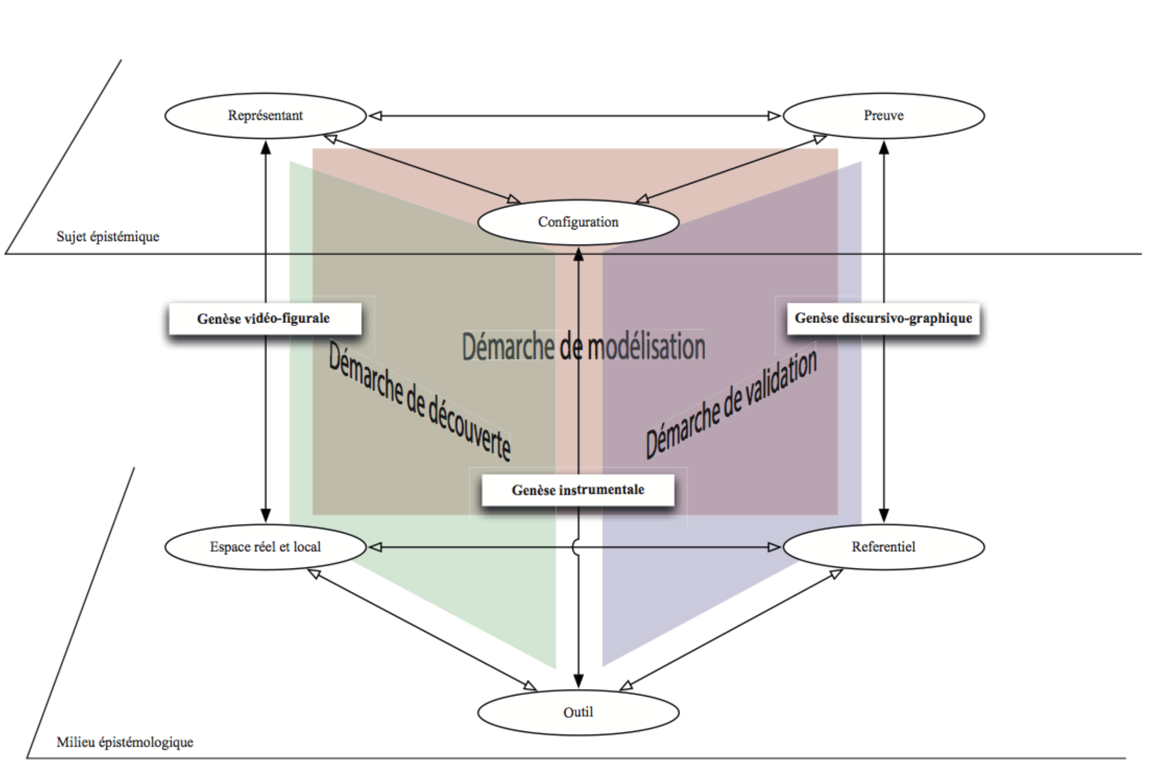
Cet article expose pourquoi il est réducteur de parler de GGBT comme d'un simple espace de dialogue entre l'élève utilisateur et l'agent tuteur. Les choix didactiques, dont les éléments de l'interface et les outils disponibles ainsi que la programmation novatrice, aboutissements d'une analyse a priori exhaustive, confèrent à GGBT le statut d'ETG[47] idoine, soit un espace de travail effectif propice à l'exercice réussi de la géométrie (Kuzniak, 2009). De plus, une analyse a posteriori reposant sur des observations nées de réalisations effectives vient préciser et réaffirmer la pertinence de cette catégorisation.

Les prochaines pages viennent démontrer que d'un point de vue méthodologique, le cadre théorique mis en avant par Kuzniak est tout désigné non seulement pour le design d'un ETG, en l'occurrence GGBT, mais pour l'appréciation du potentiel que revêt cet environnement pour le développement et l'exercice des compétences en géométrie déductive des élèves utilisateurs.

6.2 GGBT : PLUS QU'UN MILIEU D'AIDE, UN ESPACE DE TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE

Selon Kuzniak, l'ETG intervient naturellement là où est envisagée une analyse ou une réflexion sur l'interaction entre un sujet et des problèmes géométriques. Parallèlement à la *théorie des situations didactiques* (TSD) de Brousseau (1996), qui modélise ces interactions, le concept d'ETG définit l'univers organisé au sein duquel prend place le travail du géomètre, en l'occurrence l'élève. Le travail du géomètre au sein d'un ETG (Figure 10) s'illustre par un ensemble d'interactions entre deux plans, un sujet et un milieu. Cette notion d'interaction entre *sujet* et *milieu* fait volontairement référence à la nomenclature adoptée par Brousseau dans son modèle situationnel.

[47] La notion d'espace de travail géométrique (ETG) s'inscrit dans le cadre des espaces de travail mathématiques (ETM) (Kuzniak et Richard, 2014) et permet de détailler les processus propres au raisonnement géométrique. « Le cadre des ETM se présente comme une coquille méthodologique sur laquelle il sera possible de s'appuyer pour développer de nouveaux espaces de travail spécifiques » (Kuzniak, 2011, p. 19).



(Tiré de Kuzniak et Richard, 2014)

Figure 10 : Le travail du géomètre au sein d'un ETG

Dans le cas de GGBT, le sujet épistémique désigne l'élève, doté de connaissances, d'aptitudes et de schèmes d'adaptation propres, qui complète une démonstration à l'interface de GGBT. Quant à lui, le second plan horizontal axé sur les contenus géométriques en jeu dépeint un milieu épistémologique conçu en fonction des apprentissages visés. Comme dans la TSD de Brousseau, le milieu, grâce à son design méticuleux, doit, par ses interactions avec l'élève, véhiculer des connaissances et engendrer la construction de savoirs.

6.2.1 Les genèses et les démarches de résolution

Le modèle des ETG se distingue de la TSD de Brousseau par la particularisation des interactions entre le sujet et le milieu. Là où Brousseau évoque une adaptation bilatérale entre ces deux pôles pour définir le travail du mathématicien, soit la dialectique de l'action, de la formulation et de la validation (Brousseau, 1998), Kuzniak et Richard (2014) évoquent trois différentes genèses caractéristiques du travail du géomètre en particulier[48]. En revanche, pour préciser l'ETG, nous avons plutôt choisi de nous intéresser aux plans verticaux qui sous-tendent et lient les genèses entre elles. Ces plans ajoutés au schéma d'ETG initialement introduit par Kuzniak (2009) situent, au sein de ce modèle, les différentes démarches associées au travail du géomètre, c'est-à-dire les démarches de découverte, de validation et de modélisation (Coutat et Richard, 2011).

Comme l'expliquent Coutat et Richard (2011), la démarche de découverte rend compte d'une exploration des propriétés véhiculées par les objets géométriques issus des genèses vidéo-figurale et instrumentale. Cette démarche est grandement aidée par l'intégration de la géométrie dynamique puisque grâce à une figure dynamique opératoire (Coutat, Laborde et Richard, 2014), l'élève peut dégager les hypothèses du problème traduites par le milieu et extrapoler sur les conjectures possibles à la manière d'une démarche expérimentale[49].

La démarche de validation articule l'émergence de connaissances résultant de l'interaction élève-outils et l'organisation de ces notions en un système formalisé grâce à la genèse discursivo-graphique. Comme pour la démarche précédente, les mécanismes de la démarche de validation sont exacerbés par l'intégration de la géométrie dynamique au milieu avec lequel interagit l'élève. Comme le soulignent Coutat, Laborde et Richard (2014) :

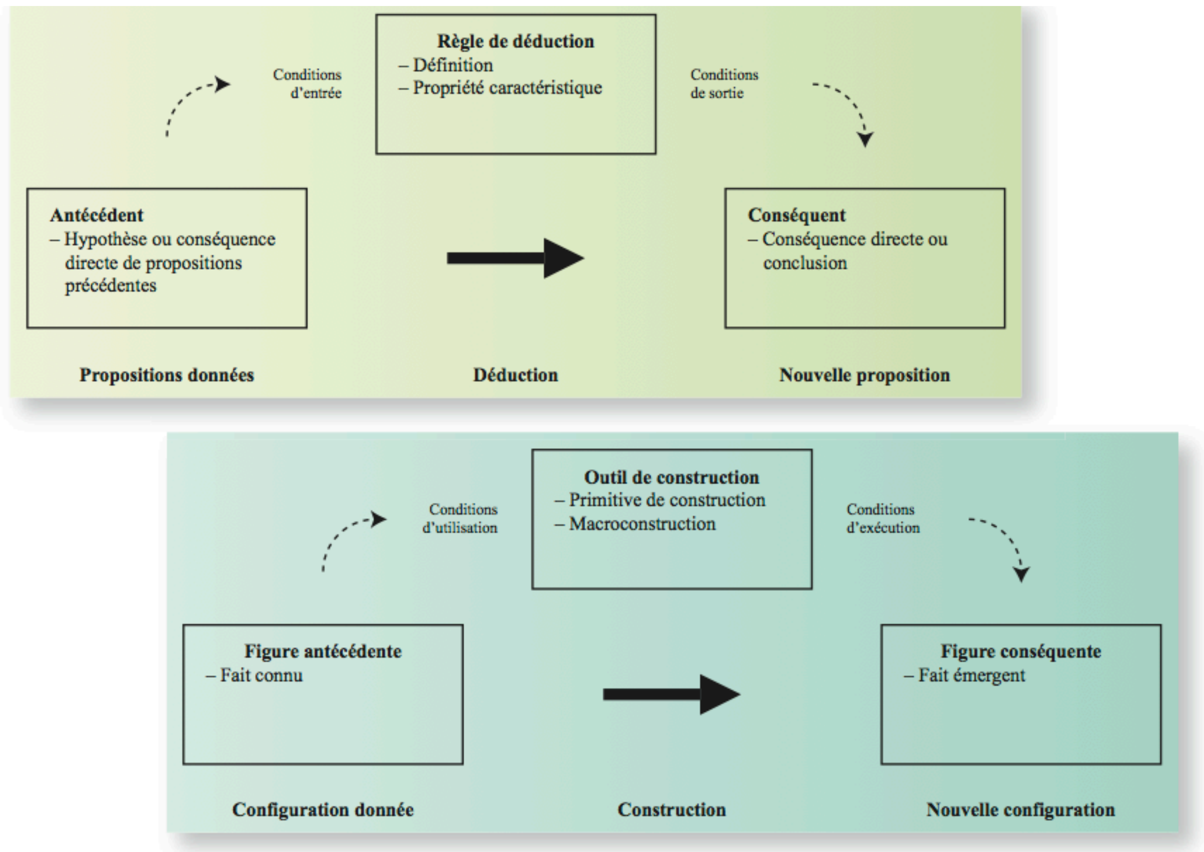
> étant donné la cohérence séquentielle ou conceptuelle qui s'établit entre les objets construits ou considérés, les logiciels de géométrie dynamique emmagasinent et conservent la cohérence pour une utilisation ultérieure éventuelle. C'est pourquoi on peut considérer une figure géométrique comme le résultat d'un raisonnement déductif dans l'interaction sujet-milieu. (Coutat, Laborde et Richard, 2014, p. 6)

La figure 11 illustre ce parallèle établi par ces auteurs entre une étape de construction rendue possible grâce aux outils mis à la disposition de l'élève dans le milieu et un pas déductif enraciné dans le registre discursif.

---

[48] Dans le cadre de cette thèse, se référer à la section 2.2.1.

[49] À ce sujet, se référer à la thèse de Dahan (2005), qui explore un rapprochement entre la démarche expérimentale en sciences physique et celle de découverte en mathématique.



(Tiré de Coutat, Laborde et Richard, 2014)

Figure 11 : Rapprochement entre construction et déduction

Dans un ETG, la démarche de validation s'opère lorsque l'élève est confronté aux propriétés émergentes véhiculées par la figure et qu'il cherche à rattacher ces propriétés observées à un référentiel connu afin d'éventuellement construire une démonstration valide. Pour ce faire, l'apprenant se tournera vers le référentiel théorique axiomatisé pour corroborer son intuition graphique.

Enfin, la démarche de modélisation concerne la transition entre la figure géométrique perçue, le *signifié* (Duval, 1995), qui s'ancre dans l'univers physique, et le raisonnement déductif modélisé ancré dans un référentiel dépersonnalisé. Cette démarche est essentielle à l'apprentissage de la technique de démonstration. Comme le dit Arsac (1987), l'aptitude à rédiger une preuve en géométrie sous-entend le passage chez l'élève d'une géométrie pratique fondée sur les évidences véhiculées par des objets concrets à une géométrie théorique moins intuitive qui repose sur un système axiomatisé et pour laquelle la figure n'agit qu'à titre de support. Cette modélisation s'opère principalement au moment concernant la rédaction de la démonstration dans la résolution du problème, c'est-à-dire au moment où l'élève communique son raisonnement selon les règles d'un modèle établi, d'un paradigme déterminé.

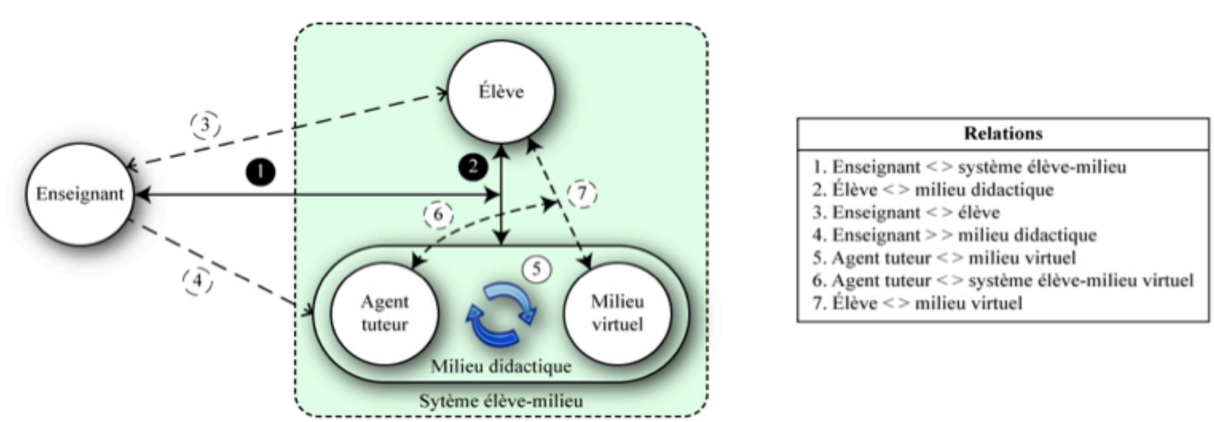
Ces trois démarches seront abordées à nouveau à la section 6.4. Plus précisément, ce volet des ETG servira de cadre afin de préciser, a posteriori, l'idonéité de l'ETG proposé aux élèves dans la seconde phase expérimentale du développement de GGBT.

6.2.2 Les conditions pour un ETG idoine : une analyse a priori

Kuzniak définit l'ETG idoine comme un espace de travail où l'élève (l'apprenti géomètre) peut exercer et développer ses compétences d'apprenti géomètre. Mais quels critères doit remplir l'ETG pour être qualifié d'idoine? Comme le précisent Kuzniak et Richard (2014), pour mériter l'appellation d'ETG idoine, un environnement, en l'occurrence GGBT, doit remplir deux conditions ergonomiques : les composantes de l'ETG doivent être pensées, élaborées et organisées de manière à permettre à l'élève de s'engager dans la résolution du – ou de chaque – problème et de clore celle-ci; l'espace de travail doit amener l'élève à travailler conformément au paradigme correspondant aux attentes dictées par l'institution scolaire.

Concernant la première de ces conditions, dans son modèle, Brousseau suggère que l'enseignant, motivé par une intention didactique, mette en place un milieu qui, lorsqu'en interaction avec le sujet, forme un système où les constituants sont indissociables. Au sein de ce système s'opère une relation a-didactique où l'enseignant n'est pas pourvoyeur de connaissances puisque c'est par l'intermédiaire de l'interaction sujet-milieu qu'émergent les savoirs. Dans le cas d'un ETG, l'enseignant conçoit le milieu dont l'existence ne dépend pas de son interaction avec le sujet mais, dans un contexte de résolution de problème, cette interaction s'anime grâce aux mécanismes par lesquels le milieu et le sujet se définissent mutuellement. L'enseignant devient alors spectateur des genèses caractéristiques d'un ETG. Cette nuance entre milieu anticipé et milieu avéré rappelle la genèse instrumentale de Rabardel (1995), qui stipule que même si les utilisations d'un outil sont pensées et prévues par le concepteur, c'est par l'intermédiaire de son utilisation par l'élève que l'outil s'élève au statut d'instrument, par définition personnalisé.

Toutefois, dans le cas de GGBT, un espace de travail construit autour de la géométrie dynamique et d'un système tutoriel, non seulement l'enseignant n'est plus le concepteur direct du milieu, puisque ce dernier est conçu par des chercheurs en didactique et en informatique, mais la relation entre le maître et le système sujet-milieu se trouve modifiée. Même si un système tutoriel est un milieu a-didactique sur lequel l'enseignant peut exercer un certain contrôle, l'introduction d'un agent tuteur au sein du système sujet-milieu engendre une relation didactique simulée dans laquelle l'agent tuteur joue momentanément le rôle d'un enseignant, lequel rôle est complémentaire à celui de l'enseignant ordinaire. Ce phénomène est illustré au diagramme 11 par la reprise des relations 1 et 2 qui deviennent les relations 6 et 7 au sein du système sujet-milieu. La notion de milieu demande alors une nouvelle distinction, soit le *milieu didactique* comme système antagoniste du système enseigné au sein duquel l'*agent tuteur* apparaît en sous-système avec le *milieu virtuel,* et l'élève interagit avec ce dernier sous-système, échange au sein duquel l'agent tuteur intervient (relation 6 sur 7) (Richard *et al*., 2011).



(Tiré de Richard *et al*., 2011)

Diagramme 11 : Carte des interactions didactiques

Cette distinction influence la définition du milieu, et nous devons en tenir compte dans l'analyse a priori qui conduira à l'élaboration de l'ETG qu'est GGBT.

Concrètement, la démarche de recherche et de développement de GGBT repose sur une convergence entre analyses a priori et a posteriori, qui vise l'adaptation et l'évolution d'un ETG idoine. L'élaboration de ce milieu didactique, qui a été soumis aux élèves dans la mise à l'essai abordée à la section 6.3, s'articule en deux temps. Le milieu virtuel a d'abord été élaboré conformément à une analyse théorique pour ensuite être adapté en fonction des résultats de la première phase de validation[50]. Conjointement, l'agent tuteur a été développé selon une modélisation des interactions observées entre les élèves et leurs enseignants en situation de résolution de problème instrumentée à l'interface de GGBT. Ainsi, cette conception d'un environnement aux fortes influences anthropocentriques[51], au sens de Rabardel (1995), permet l'adaptation du système à l'image des modalités d'utilisation mises en avant par les sujets en interaction avec GGBT pour l'obtention d'un milieu où l'élève peut s'investir dans la résolution complète d'un problème de démonstration.

Pour ce qui est de la seconde condition pour l'obtention d'un ETG idoine, avant de décrire le paradigme géométrique de référence adopté pour GGBT, rappelons que l'ETG idoine est obtenu grâce à l'aménagement et à l'organisation d'un ETG de référence (Kuzniak, 2009). Ainsi, l'enseignant ou, dans le cas de GGBT, les concepteurs visent l'élaboration d'un ETG idoine en mettant en place, selon un référentiel théorique ciblé, un milieu en concordance avec le paradigme géométrique véhiculé par le programme de formation ayant préséance au Québec, soit le *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ) du ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (MELS). Ensuite, un ETG idoine fait sien par l'élève devient l'ETG personnel de cet élève. C'est précisément cet ETG qui fera l'objet d'analyses dans la seconde phase de validation de GGBT présentée plus bas.

On perçoit très aisément que le passage de l'ETG de référence à l'ETG personnel en passant par l'ETG idoine représente à la fois une variation à travers le temps et une évolution vers l'ETG optimal et convoité. Toutefois, ceci sous-entend que l'ETG de référence, qui dépend

[50] Pour le détail de cette élaboration progressive, se référer au chapitre V de cette thèse ou à l'article *Modélisation d'intervention enseignante pour le développement d'un système tutoriel : une expérience didactique à l'école secondaire avec le système GeoGebraTUTOR*.

[51] Selon Rabardel (1995), l'appellation *objet technique* pour désigner un outil sous-entend une approche *technocentrique* et ne comporte donc aucune dimension humaine et s'éloigne du coup d'une approche dite anthropocentrique. Selon l'auteur, toute tentative de développement d'un système destiné à assister l'humain doit être d'abord et avant tout centrée sur l'utilisateur et sur ses schèmes d'utilisation.

directement de l'identification d'un référentiel théorique, soit reconnu, mais comme le soulignent Coutat et Richard (2011) :

> Une telle descendance [évolution d'ETG de référence vers ETG personnel] sous-estime le mouvement contraire. Parce que si la référence géométrique ne paraît pas aussi claire pour l'institution, les ETG personnels et les ETG idoines créent de facto une référence pour le développement des compétences géométriques des élèves. (Coutat et Richard, 2011, p. 123)

Au Québec, l'identification d'un référentiel théorique s'avère être ardu comme nous le verrons dans les prochaines lignes.

6.2.2.1 La géométrie cognitive

Comme le mentionnent Coutat et Richard (2011), malgré un programme de formation qui souligne l'importance du raisonnement déductif et de la démonstration en géométrie euclidienne (MELS, 2008), une analyse élémentaire des principaux manuels scolaires québécois met en lumière une réalité fort différente :

> Les énoncés de géométrie euclidienne n'y apparaissent pas. Bien que l'élève est censé pouvoir reconnaître ou décrire une figure à partir de ses attributs, les activités proposées sont essentiellement calculatoires, depuis les manipulations arithmétiques sur les grandeurs jusqu'à l'établissement de mesures inconnues. Il n'y a donc rien sur les constructions à la règle et au compas et il n'y a rien non plus sur la mécanique des propriétés géométriques, encore moins sur la notion de preuve. (Coutat et Richard, 2011, p. 99)

Cette apparente discontinuité entre le programme de formation et les manuels scolaires, supposément élaborés en fonction des attentes formulées par ce dernier, rend nécessaire un questionnement initial sur l'adoption effective d'un paradigme géométrique de référence au Québec. Le concept de géométrie cognitive, avancé notamment par Richard et Fortuny (2007), n'est pas en adéquation avec un paradigme géométrique comme ceux suggérés par Houdement et Kuzniak (2006), mais constitue plutôt un modèle géométrique, une interprétation de la pratique de la géométrie en classe de mathématiques (Kuzniak, 2006) au Québec de laquelle découle un référentiel théorique. Cette géométrie offre une étape intermédiaire entre une géométrie ancrée dans la réalité tangible et une géométrie formelle axiomatisée portant sur des objets géométriques idéalisés. De ce fait, la géométrie cognitive évolue quelque part entre la géométrie naturelle (GI) et la géométrie axiomatique naturelle (GII). La première de celles-ci base sa validation sur le monde réel et sensible et la seconde « se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique le plus précis possible » (Kuzniak, 2006a, p. 172). Pour sa part, la géométrie cognitive, dont l'appellation découle de l'expansion cognitive de Duval (1995), base sa validation sur la cohérence globale de l'association d'énoncés de géométrie, de définitions, de justifications, mais aussi de processus géométriques tels que l'expansion graphique par exemple (Richard, 2004a).

Cette orientation constitue donc la fondation de l'ETG de référence, qui sera aménagé pour produire l'ETG idoine que sera GGBT. Cet ETG idoine est donc conçu selon un modèle de géométrie cognitive qui implique que même si l'élève est amené à explorer l'approche structurelle en géométrie, le raisonnement déductif, souvent idiosyncratique, est privilégié et l'activité de rédaction est perçue comme secondaire.

Les précédents paragraphes démontrent en quoi GGBT remplit a priori les deux conditions pour être qualifié d'ETG idoine. Cet environnement est conçu selon une analyse qui a pour objectif l'orchestration d'un milieu qui favorise l'exercice de la pensée géométrique avec pour toile de fond un référentiel mathématique ciblé correspondant aux attentes de l'institution scolaire québécoise. Néanmoins, l'on pourrait se demander comment on peut prétendre à un ETG d'idoine avant même de l'avoir mis à l'essai avec de réels élèves. Ce questionnement peut découler d'une confusion entre les mots *idoine* et *idéal*. En fait, l'ETG idoine et idéal n'est pas défini et, bien que nos objectifs pour la création de GGBT démontrent une volonté de créer un environnement des plus propices ou efficace pour l'apprentissage de la géométrie, chaque version de GGBT mise à l'essai n'est pas idéale. Toutefois, à la lumière de l'analyse a priori ci-dessus, chacune de ces versions constitue bel et bien un ETG idoine. Comme le rappellent Kuzniak et Richard, l'ETG idoine « n'est pas figé et doit sans cesse s'adapter aux contraintes locales » (Kuzniak et Richard, 2014). De là l'importance d'adopter, pour la démarche de recherche et de développement encadrant le design de GGBT, une méthodologie admettant ces adaptations.

Maintenant que nous avons exposé le volet a priori du développement de notre ETG idoine, nous allons préciser comment se manifeste ce statut d'idonéité grâce à l'analyse a posteriori des interactions entre GGBT et de réels élèves.

6.3 SECONDE PHASE DE VALIDATION DE GGBT

La phase expérimentale dont il est ici question a pour objectif la mise à l'épreuve de la seconde version de GGBT, qui gère maintenant de manière autonome les messages d'aide du système tutoriel. Cette version découle directement des résultats de la première phase expérimentale qui sont présentés dans l'article *Modélisation d'intervention enseignante pour le développement d'un système tutoriel : une expérience didactique à l'école secondaire avec le système GeoGebraTUTOR*[52].

6.3.1 La seconde version de GGBT, son interface et son fonctionnement

L'interface de GGBT est constituée de plusieurs strates complémentaires et dépendantes qui confèrent à cet espace de travail son idonéité. En fait, si on se réfère à la figure 12, la portion de l'interface dédiée à l'énoncé, celle vouée aux échanges discursifs entre l'élève et le tuteur, et la ligne de saisie évoluent indépendamment de l'onglet choisi parmi les quatre disponibles dans la fenêtre de travail.

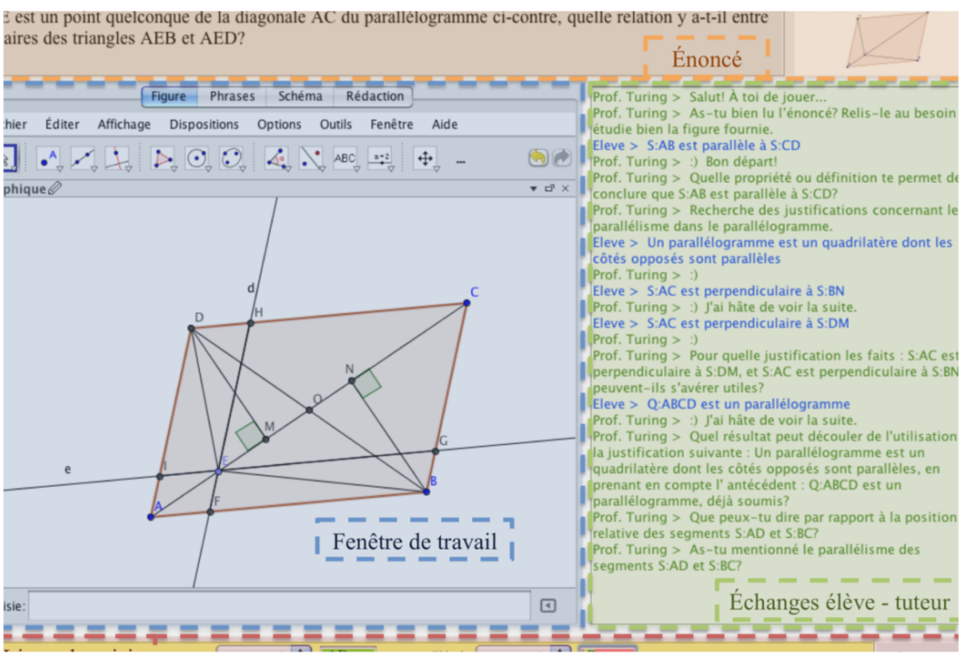


Figure 12 : Interface GGBT (deuxième version) et onglet *figure*

[52] Dans le cadre de cette thèse, se référer au chapitre V.

Lorsque l'élève sélectionne un problème qu'il souhaite résoudre, l'interface suggère d'emblée l'onglet figure au sein de la fenêtre de travail, tel que présenté à la figure 12. Tout en haut de l'écran, l'élève peut prendre connaissance de l'énoncé du problème et d'une figure statique associée. Cette dernière, tout comme le libellé de l'énoncé, ne peut être modifiée.

L'onglet *figure* (Figure 12), le premier des quatre onglets constitutifs de la fenêtre de travail, met à la disposition de l'élève une figure dynamique au sein de l'environnement de géométrie dynamique GeoGebra. Cette figure est associée à l'énoncé du problème mais, contrairement à la figure statique fournie aux côtés de cet énoncé, elle comporte des éléments figuraux qui ne figurent pas parmi les hypothèses du problème. Ces constructions correspondent aux éléments graphiques évoqués dans certaines des solutions à la démonstration admises par le système tutoriel. Il serait plus pertinent de laisser l'élève construire par lui-même ces points, ces segments, ces droites, etc. secondaires à la figure originale, mais qui sont nécessaires à sa démonstration. Toutefois, le micro-monde GeoGebra n'est pas en mesure de communiquer au système tutoriel les informations relatives à ces ajouts pour qu'il tienne compte des paramètres ajoutés lorsque l'élève les évoquera dans sa solution. De ce fait, ces éléments figuraux potentiellement utiles aux élèves sont actuellement construits préalablement par l'expert avant que le problème ne soit soumis aux élèves. Le bienfondé de l'intégration de la géométrie dynamique en classe de mathématiques étant abondamment étudié, démontré et admis (Balacheff et Margolinas, 2005; Gómez-Chacón, 2013; Laborde, 2000), nous formulerons l'hypothèse selon laquelle, dans le cadre de résolution de problème de démonstration propre à GGBT, une *figure dynamique opératoire* (Coutat, Laborde et Richard, 2014), telle que celle fournie dans l'onglet figure, permettrait à l'élève, un peu à la manière d'une exploration généralement réservée aux sciences expérimentales, de dégager les propriétés et les conjectures potentiellement utiles à la démonstration.

Le second onglet, *Phrases* (Figure 13), fournit un module de recherche pour les énoncés de géométrie euclidienne que l'élève doit soumettre au système tutoriel pour faire progresser sa démonstration. L'élève sélectionne d'abord le type d'énoncé qu'il souhaite soumettre. Par la suite, l'élève précise sa recherche en sélectionnant jusqu'à quatre champs conceptuels en lien avec l'énoncé ou la stratégie qu'il envisage. Une fois que l'élève a sélectionné une phrase, celle-ci s'affiche dans la ligne de saisie qui se trouve tout en bas de l'interface GGBT. Si l'élève a sélectionné une justification, celle-ci s'affiche telle quelle et l'élève peut la soumettre aussitôt au tuteur. En revanche, si l'élève a choisi une hypothèse ou un résultat, il devra compléter la phrase en y inscrivant les paramètres appropriés avant de la proposer au système tutoriel. Par ailleurs, la ligne de saisie est dotée d'un volet tutoriel qui offre une rétroaction sémaphorique à l'élève. Ce dernier inscrit des paramètres dans les cases prévues à cet effet, et ces boîtes passent du rouge au vert lorsque l'entrée est mathématiquement valide. Autrement dit, l'élève est dans l'obligation d'inscrire des paramètres correspondant aux éléments géométriques évoqués par la phrase, faute de quoi il ne pourra la soumettre et il peut cibler les entrées problématiques, le cas échéant.

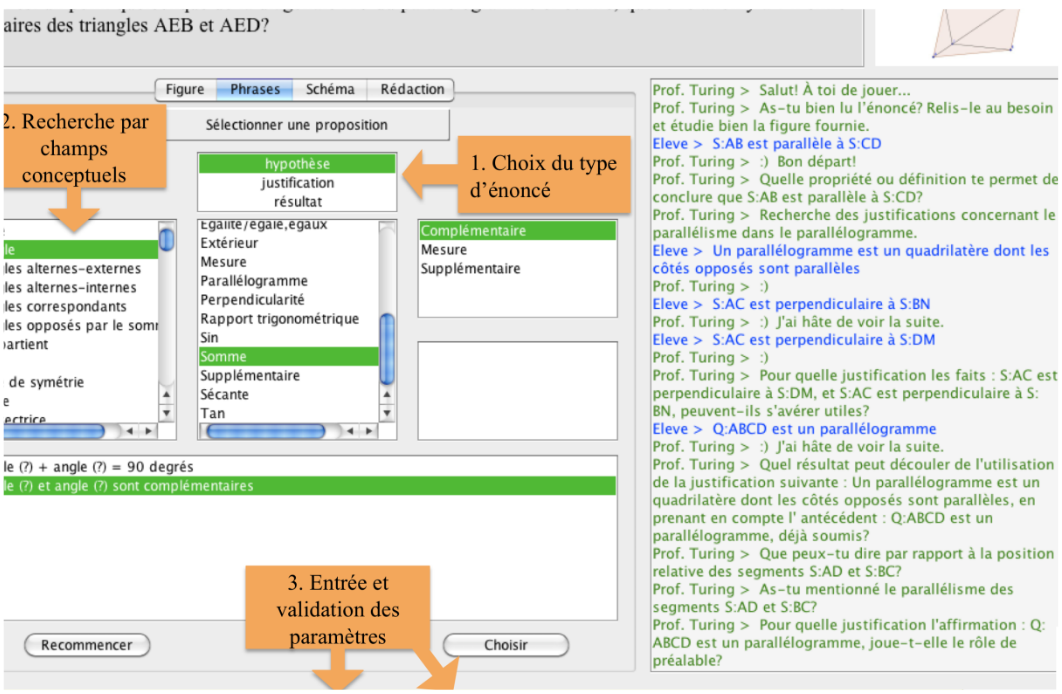


Figure 13 : Onglet phrases

L'intégration de l'onglet *schéma*[53], troisième de la série, à l'interface de GGBT découle de la volonté d'offrir à l'élève en processus de raisonnement démonstratif un babillard interactif où

[53] Cet onglet particulièrement complexe à concevoir et à implémenter n'est pas encore opérationnel et sera donc mis à l'essai lors de la validation de la prochaine version de GGBT.

consolider ses idées. Ce besoin s'est manifesté lors de la première phase expérimentale quand les élèves, n'ayant pas accès à ce type d'outil à l'interface de GGBT, étaient contraints à l'emploi d'une feuille de papier pour dresser des ébauches ou pour obtenir une vue d'ensemble de leur raisonnement. C'est ainsi que nous avons imaginé l'onglet schéma, où l'élève peut, à la manière d'un graphe déductif (Tanguay, 2005), organiser les énoncés discursifs (hypothèses, justification, résultat) de sa démonstration au fur et à mesure qu'il les soumet pour voir concrètement les inférences et les liens de causalité logique entre celle-ci et déduire les éléments déductifs manquants. Luengo souligne les avantages de ce type d'outil en ce qui a trait au raisonnement déductif chez l'élève : « *The graph is a tool for deductive reasoning because it creates a visual map of two aspects of the deductive proof: linking and inference* » (Luengo, 2005, p. 19). Cette fenêtre pourrait aussi éventuellement être dotée d'un volet tutoriel qui accompagnerait l'élève dans l'organisation générale de sa démonstration. En effet, le système tutoriel pourrait évaluer la validité des inférences construites et de leur enchainement en se référant aux solutions expertes qui sont implémentées sous forme de suites d'inférences (Annexe 3). Aussi, dans l'optique où le système tutoriel pourrait reconnaître les constructions au sein de l'onglet figure et les analyser comme éléments de la solution de l'élève, l'onglet schéma pourrait permettre à l'élève d'intégrer des figures ciblées à son graphe déductif. Dans leurs travaux portant sur l'articulation entre les registres discursif et figural, Tanguay et Geeraerts (2014) soulignent que la manipulation de figures pour lesquelles certaines propriétés sont mises en évidence par des *codages*, de pair avec l'organisation d'énoncés de géométrie tirés d'un référentiel théorique, pourrait favoriser l'élaboration de démonstrations. Qui plus est, ce schéma de démonstration pourrait aussi être pris en compte dans la reconnaissance de la stratégie de l'élève par le système tutoriel.

Enfin, l'onglet *rédaction* (Figure 14) constitue le dernier onglet offert dans la fenêtre de travail. La motivation derrière cet ajout à l'interface de GGBT est née du fait que les élèves observés lors de la première mise à l'essai étaient tellement accoutumés à raisonner en fonction d'une structure de démonstration prédéterminée qu'ils se trouvaient, pour certains, dépourvus devant l'absence de contraintes imposées par GGBT relativement à la forme de la démonstration. À la lumière de ce constat, nous avons créé un module de rédaction auquel l'élève pourrait se référer pour apprécier la progression de son raisonnement. Cet onglet ne consiste pas en un outil d'entrée de texte puisque GGBT génère automatique une démonstration dès qu'il dégage un plan des actions de l'élève. De plus, cette démonstration rédigée s'adapte simultanément en fonction des pas déductifs soumis et selon les changements de stratégie véhiculés par la démarche de l'élève. Un code chromatique (hypothèses : turquoise; justification : vert; résultat : jaune; conclusion : violet) indiquant la nature épistémique des énoncés soumis et manquants contribue aux facettes tutorielles du système tutoriel. Cette fonctionnalité permet à l'élève de percevoir la structure récurrente de la démonstration et de constater l'emploi des connecteurs logiques. Bien que cette fenêtre ne vise pas explicitement l'exercice de la rédaction chez l'élève, nous croyons qu'il est pertinent d'explorer la possibilité qu'une démonstration rédigée ne soit pas seulement considérée comme une fin mais aussi comme un moyen auquel peut recourir l'élève pour parvenir à mener à terme un raisonnement déductif. Dans la phase de mise à l'essai, nous observerons l'utilisation que font les élèves de cet onglet.

Figure 14 : Onglet rédaction

Comme nous l'avons précisé plus haut, GGBT repose sur un modèle de géométrie cognitive qui évolue entre la géométrie naturelle (GI), s'apparentant à une géométrie pratique, et la géométrie naturelle axiomatique (GII) de nature plus théorique. De plus, la résolution d'un problème de démonstration en géométrie sous-entend la succession imprévisible de phases de raisonnement heuristique et de phases d'organisation ou de rédaction (section 1.1.5 du cadre conceptuel). A priori, chacun des onglets présentés ci-dessus dessert le processus de résolution de l'élève, et les rôles respectifs de ceux-ci s'illustrent par l'ancrage de chacun dans une géométrie de référence qui lui est propre ainsi que par l'appartenance de chaque onglet à une phase du raisonnement géométrique. Ce classement est présenté au tableau VII.

Tableau VII
Rôle relatif de chaque onglet de la fenêtre de travail de GGBT

	Géométrie naturelle (pratique) (GI)	Géométrie naturelle axiomatique (théorique) (GII)
Phase heuristique (raisonnement)	Figure	Schéma
Phase de rédaction	Phrases	Rédaction

L'analyse a priori de laquelle découlent les fondements idéologiques de GGBT suggère que le développement d'une pensée géométrique et du raisonnement déductif serait favorisé par l'exploration des différents processus derrière l'élaboration d'une démonstration d'une manière qui permette les allers-retours entre phases heuristiques, souvent spontanées et décousues, et phases de rédaction plus contraignantes. Nous jugeons donc qu'il est primordial que l'élève puisse naviguer sans retenue entre ces processus et réorganiser ses idées tout en étant accompagné d'une manière adaptée selon le paradigme ou l'étape de la résolution où il évolue et ce, à l'intérieur d'un même problème[54]. C'est pourquoi l'élève, à l'interface de GGBT, peut passer librement d'un onglet à l'autre en fonction de son style de raisonnement en

[54] Notre examen des systèmes tutoriels existants pour l'exercice de la démonstration en géométrie plane (Chapitre 4) révèle que seul le système Mentoniezh articule les phases heuristique et de rédaction du raisonnement géométrique comme nous le faisons. Toutefois, Mentoniezh impose un déroulement séquentiel au raisonnement qui, selon notre nomenclature, suggère une séquence du type Figure → Phrases → Schéma → Rédaction.

ayant toujours accès à l'accompagnement de l'agent tuteur. Pour terminer la présentation de l'interface de GGBT, on enchaine avec quelques précisions concernant le fonctionnement de l'agent tuteur que les élèves connaissent sous le nom de *Prof. Turing*.

L'accompagnement tutoriel présenté dans cette seconde version découle directement de l'analyse et du traitement des données expérimentales recueillies en décembre 2010[55]. Cette analyse a conduit à l'élaboration de plusieurs facettes tutorielles, certaines plus élaborées, comme celle responsable des messages discursifs (aide à la prochaine étape) de *Prof. Turing*, d'autres plus automatisées, dont les rétroactions sémaphoriques de la ligne de saisie et les messages non verbaux et systématiques de la fenêtre du tuteur (Tessier-Baillargeon, Richard, Leduc et Gagnon, 2014). La figure 15 présente une solution au problème du parallélogramme (triangle) (Annexe 12) qui intègre un échantillon représentatif des messages que l'élève est susceptible de rencontrer lors de ses échanges avec le tuteur.

[55] Se référer à l'article *Modélisation d'intervention enseignante pour le développement d'un système tutoriel : une expérience didactique à l'école secondaire avec le système GeoGebraTUTOR.*

<table>
<tr><td>1. Accueil et message générique</td><td>Prof. Turing > Salut! À toi de jouer…
Prof. Turing > As-tu bien lu l'énoncé? Relis-le au besoin et étudie bien la figure fournie.
Élève > T : ABC est un triangle isocèle
Prof. Turing > :) Bon départ!
Élève > S : CH est la hauteur de T : ABC issue de P : C
Prof. Turing > :)</td></tr>
<tr><td>9. Aide à la prochaine étape</td><td>Prof. Turing > Sachant que tu as affirmé S : CH est la hauteur de T : ABC issue de P : C, quelle justification est nécessaire pour démontrer T : ABC est un triangle isocèle?
Élève > Dans un triangle isocèle, pour au moins un sommet, les segments remarquables (médiatrice, bissectrice, médiane, hauteur) sont confondus.</td></tr>
<tr><td>4. Erreur de réciproque de propriété</td><td>Prof. Turing > :| Regarde bien les phrases qui ressemblent à celle que tu as soumise. Ici, l'ordre logique est très important pour distinguer une propriété de sa réciproque.
Prof. Turing > Recherche des justifications concernant la nature d'un triangle où certains de ses segments remarquables sont confondus.
Élève > Tout triangle où pour au moins un sommet, les segments remarquables (médiatrice, bissectrice, médiane, hauteur) sont confondus est un triangle isocèle.
Prof. Turing > :)
Élève > L'angle A : ACH est droit</td></tr>
<tr><td>7. Rétroaction non verbale</td><td>Prof. Turing > :\ As-tu bien réfléchi à ta stratégie?
Élève > L'angle A : AHC est droit
Prof. Turing > :) Continue!
Élève > Une hauteur d'un triangle est un segment issu d'un sommet et perpendiculaire au côté opposé</td></tr>
<tr><td>6. Indication de plan reconnu</td><td>Prof. Turing > :) Je pense avoir reconnu ta stratégie, tu peux maintenant consulter l'onglet rédaction.
Prof. Turing > As-tu soumis la définition concernant le repère qui te permettrait de déduire les coordonnées des points ou la longueur des segments de la figure?
Prof. Turing > Essaie d'écrire : Une repère orthonormé est un système d'axes perpendiculaires sur lesquels les unités de mesure sont les mêmes.</td></tr>
<tr><td>2. Après 10 minutes d'inactivité</td><td>Prof. Turing > Consulte ton professeur.
Élève > Un repère orthonormé est un système d'axes perpendiculaires sur lesquels les unités de mesures sont les mêmes
Prof. Turing > :) Tu progresses. Tu es à mi-chemin.
Élève > T : ABC est un triangle isocèle</td></tr>
<tr><td>3. Indication de répétition</td><td>Prof. Turing > C'est bien, mais tu as déjà soumis cette phrase.
Élève > S : CH est la médiane de S : AB
Prof. Turing > :)
Élève > P : H est le milieu de S : AB
Prof. Turing > :)
Élève > La mesure du segment (S : AH) = V : 4</td></tr>
<tr><td>5. Indication d'avancement</td><td>Prof. Turing > :) Ta démonstration est presque complète.
Élève > La mesure du segment (S : BH) = V : 4
Prof. Turing > :) Continue!
Élève > Le milieu d'un segment est le point qui appartient à ce segment et qui est équidistant de ses extrémités</td></tr>
<tr><td>8. Rétroaction non verbale</td><td>Prof. Turing > :)
Élève > X : xOy est un repère orthonormé
Prof. Turing > :)
Élève > La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu</td></tr>
<tr><td>5. Démonstration terminée</td><td>Prof. Turing > :) Bravo! Tu as complété une démonstration!</td></tr>
</table>

Figure 15 : Démonstration avec rétroactions du système tutoriel pour le problème du parallélogramme (triangle)

D'abord le tuteur accueille l'élève et l'incite à entamer sa démarche. Si l'élève n'inscrit rien, le tuteur invite l'élève, à l'aide d'un message générique (indépendant du problème en cours), ou de plusieurs si nécessaire, à relire l'énoncé du problème, à analyser la figure dynamique fournie ou à identifier la conjecture recherchée (1). Dans le même ordre d'idée, si l'élève demeure inactif durant plus de dix minutes en omettant de soumettre des énoncés au tuteur, ce dernier suggère à l'utilisateur de consulter son professeur (2). Nous jugeons que si l'élève ne réagit pas aux messages très directifs du tuteur qui précèdent cette invitation à faire appel à de l'aide externe, il est soit complètement désengagé ou il éprouve de sérieuses difficultés, circonstances nécessitant toutes deux l'attention de l'enseignant. Les indications de répétition d'énoncé (3) et de confusion entre une propriété et sa réciproque (4) sont générées systématiquement par le tuteur. La répétition de justifications ou d'énoncés équivalents est superflue puisque le système tutoriel cible toutes les inférences constitutives des solutions admises où est évoquée cette entrée et les met à jour simultanément; les élèves ne sont donc pas obligés de soumettre à nouveau une étape de démarche, même si celle-ci se répète dans plusieurs solutions ou à plusieurs reprises dans une même solution. En ce qui a trait à la gestion des réciproques, nous avons remarqué une difficulté généralisée chez les élèves à distinguer une propriété de sa réciproque. Les indications quant à la confusion entre propriétés et réciproques visent donc à souligner l'importance de l'implication logique d'un énoncé justificatif. Ensuite, les indices sur l'avancement de la démarche permettent à l'élève d'apprécier son cheminement (5), mais aussi de savoir quand le tuteur a repéré une stratégie émanant de ses actions (6). Pour leur part, les rétroactions non verbales, donnant aussi une rétroaction de type sémaphorique comme la coloration des boîtes à paramètres dans la ligne de saisie, suivent chaque proposition soumise. Elles sont parfois accompagnées d'un message simple d'encouragement ou d'invitation à revoir la stratégie. Les rétroactions non verbales négatives (7) indiquent que le système tutoriel ne reconnait par l'énoncé soumis comme faisant partie des solutions admises au problème. Celle-ci sont illustrées par un émoticône qui dépeint un visage incertain (:\ ). Par ailleurs, les messages de répétition et de confusion entre réciproques sont aussi précédés d'un émoticône évocateur (:|). Les rétroaction non verbales positives (8), illustrées naturellement par un émoticône souriant (:)) confirme rapidement à l'élève l'à propos de sa dernière action. En fait, l'ajout de rétroactions non verbales aux facettes du système tutoriel résulte de l'observation de l'importance de ces rétroactions en contexte d'échange entre un réel enseignant et son élève. De plus, dans la première version de GGBT, bien que le tuteur ne retournait pas de messages discursifs à l'élève, après chaque action de l'élève, il en évaluait la pertinence. Voyant à quel point cette rétroaction immédiate était appréciée des élèves, nous avons choisi d'en intégrer une variante à la version actuelle. Enfin, l'aide à la prochaine étape (9) s'inspire de l'aide fournie par de réels enseignants qui cherchent à assister l'élève en résolution de problème de démonstration en géométrie. La structure de messages implémentée en est une par couche, allant des messages les plus ouverts aux indices plus directifs.

Pour terminer, l'accompagnement tutoriel, composante cruciale d'une interface déjà complexe, fait de GGBT un système tutoriel qui s'adapte dynamiquement au raisonnement individuel de chaque élève.

6.3.2 Méthodologie et collecte de données

Ici nous cherchons à observer et à décrire les démarches qui articulent la résolution de problème par des élèves réels évoluant dans l'environnement GGBT. Cette série d'observations s'inscrivant dans une démarche ethnographique revêt aussi un volet évaluatif. Toutefois, contrairement à une approche de recherche constituée de pré-tests et de post-tests, on ne cherche pas à faire un bilan de l'impact ou des effets de GGBT sur l'apprentissage des élèves comme s'il s'agissait d'un outil achevé, mais plutôt à procéder à une évaluation formative de l'ETG idoine dans le but de l'améliorer.

Pour ce faire, nous avons ciblé trois groupes de quatrième année du secondaire (15-16 ans) d'une école privée de Ste-Thérèse (Québec) et leurs deux enseignantes. Nous avons opté pour ces niveaux puisque la démonstration en géométrie y est évaluée conformément au curriculum dicté par le ministère de l'Éducation, et nous avons choisi cette école puisque les enseignantes intègrent des technologies informatiques dans leurs cours sur une base régulière. La démarche de recherche s'est déroulée sur deux périodes de classe d'une durée de 60 minutes chacune, et au cours desquelles les élèves familiers avec les logiciels de géométrie dynamique (dont GeoGebra) et avec la démonstration en géométrie devaient résoudre à l'interface de GGBT quatre problèmes disponibles sur cette interface. Comme les élèves sont habitués de travailler avec des logiciels en classe de mathématiques, nous avons présenté GGBT très succinctement en montrant chacun des onglets et en expliquant rapidement le fonctionnement de chacun pour laisser les élèves s'instrumenter le plus intuitivement possible. Évidemment, les élèves pouvaient demander de l'aide ou des explications supplémentaires concernant le fonctionnement de GGBT tout au long de la démarche d'investigation.

Ces problèmes[56] (Annexe 12), en plus de représenter un défi enthousiasmant pour les élèves, ont été créés en fonction de besoins expérimentaux présents et futurs[57]. De plus, nous avons implémenté ces problèmes particuliers parce qu'ils mobilisent un réseau de concepts et de processus variés (condition cognitive) ainsi que plusieurs stratégies de résolution (condition heuristique). Aussi, il était primordial que ces problèmes de démonstration non calculatoires nécessitent une démarche argumentative en de multiples étapes (condition discursive). Finalement, ces problèmes devaient solliciter des groupes de compétences allant au-delà de la simple reproduction (condition compétentielle) (Richard *et al.*, 2011).

En ce qui a trait à la collecte de données, conformément à l'approche ethnographique d'Eisenhart (1988), les données relatives aux solutions des élèves, à leurs stratégies et à leurs interactions avec leurs enseignantes et la chercheure sont recueillies à partir de plusieurs sources primitives, notamment les traces écrites et l'observation participante. De plus, une captation vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel de capture d'écran vidéo[58] permet d'apprécier le contexte de chaque action et commentaire des élèves et de toute intervention des enseignantes ou du chercheur. Aussi, les actions à l'interface de GGBT sont enregistrées sous forme de fichiers journaux générés automatiquement par le système. Enfin, les enseignantes et le chercheur portent des dictaphones pour enregistrer toute remarque, question et intervention ou toute autre information pertinente à l'analyse ultérieure et à l'évolution du logiciel.

6.3.3 Analyse des données

Pour procéder à l'analyse des données, il faut d'abord organiser l'ensemble du matériau en un tout analysable. Cette opération concerne l'écoute des bandes audio obtenues grâce aux

---

[56] Le problème du triangle inscrit a été retiré pour la seconde phase de validation puisque ses solutions trop nombreuses ne permettaient pas au système tutoriel de fonctionner. Cet enjeu de nature informatique sera traité avant la prochaine mise à l'essai de GGBT.

[57] Se référer à la section 5.3 pour la présentation en détails des motifs derrière cette instrumentation didactique.

[58] *Screenflow* réalise des vidéos comportant une présentation en parallèle et synchronisée des actions à l'écran, des dialogues et des visages des élèves. www.telestream.net/screen-flow/overview.htm.

dictaphones pour noter tout passage digne d'intérêt, la lecture des fichiers journaux des équipes qui n'ont pas été enregistrées à l'aide du logiciel *screenflow* et, finalement, l'écoute des enregistrement *screenflow* des huit équipes concernées et, en parallèle, l'annotation des fichiers journaux correspondants. Cette annotation consiste en la retranscription des échanges verbaux entre les coéquipiers et entre ces élèves et l'enseignante ainsi qu'en la description par la chercheuse des actions produites à l'écran par les élèves. Ainsi, toutes les données relatives aux équipes filmées se retrouvent centralisées en un fichier au format plus simple à analyser. Évidemment, les fichiers vidéo sont conservés pour consultation future si besoin il y a. Il va sans dire que la source la plus féconde de données provient de ces fichiers textes enrichis des données vidéo.

Maintenant que le matériau arbore un format plus ergonomique, nous pouvons mener une analyse hybride en deux temps. D'abord, puisqu'un des volets de cette seconde phase expérimentale vise l'analyse des différentes démarches (découverte, modélisation, validation) du géomètre en action à l'interface de GGBT, lors de l'analyse préliminaire des données, nous sommes à la recherche de marqueurs cognitifs et comportementaux relatifs à des concepts connus et préalablement définis. Par conséquent, nous ne cherchons pas à faire émerger de nouvelles théories, mais à analyser à quel degré ces démarches sont présentes dans les données et surtout à quels moments elles sont observables. Comme le dit Duval : « L'intérêt d'une analyse de l'activité mathématique est, bien évidemment, de dégager les conditions de son développement ou, plus spécifiquement, les conditions de son appropriation par les élèves » (Duval, 2002, p. 90). Cette analyse, qui intervient à partir d'un corpus théorique existant, Paillé et Mucchielli (2013) la qualifie *d'analyse en reconnaissance*. Nous avons donc parcouru les fichiers journaux annotés à la recherche d'indications de ces trois démarches. Tout échange entre les élèves, avec le système tutoriel ou avec leur enseignant qui concerne la recherche d'une stratégie ou l'examen du problème est marqué comme étant une démarche de découverte. Les portions de fichiers qui concernent la transposition des intuitions en énoncés tirés du référentiel théorique sont identifiés comme faisant partie des démarches de validation. Enfin, les passages qui suggèrent une organisation du raisonnement ou un processus de rédaction de démonstration se font attribuer le titre de démarche de modélisation.

Toutefois, nous ne cherchons pas simplement à préciser où et quand ces démarches sont repérables, mais surtout à interpréter comment celles-ci s'articulent à l'interface de GGBT et dans quels contextes. Conséquemment, nous avons aussi recours à l'analyse par questionnement analytique pour préciser notre compréhension de l'opérationnalisation des démarches de découverte, de validation et de modélisation au sein de l'ETM. « Cette approche incarne une herméneutique en tant qu'elle repose sur des allers-retours constants entre observations et questionnements » (Paillé et Mucchielli, 2013, p. 211). Nous avons donc parcouru les fichiers journaux analysés grâce à *l'analyse en reconnaissance* pour étudier le contexte entourant l'émergence de chacune des démarches identifiée. Ainsi, à chaque fois qu'une démarche de découverte, de validation ou de modélisation était identifiée, nous étudiions les interactions entre les élèves et le système tutoriel, les questions posées à haute voix ou destinées à l'enseignant, les onglets de GGBT impliqués, etc. Cette méthode implique la formulation de questions initiales en fonction des objectifs du chercheur, qui seront appelés à être précisés tout au long des analyses du matériau. Dans notre analyse, nos questions initiales cherchaient à établir « comment ? [59]» et « dans quel contexte ? » s'orchestraient les démarches. Au fil des analyses, nos questions se sont précisées pour demander, par exemple, « quel rôle joue le système tutoriel dans cette démarche ? » ou « comment s'articule les allers et retours entre les onglets de GGBT pour cette démarche ? ». Cette approche analytique aboutit progressivement à la genèse de réponses sous forme de constats, de propositions, d'exemples évocateurs ou encore de questionnements nouveaux ouvrant la voie à des objectifs de recherche futurs.

La prochaine section présente ces questions analytiques et les réponses dégagées des données expérimentales.

[59] Cette propension à favoriser la formulation *comment* rappelle *l'entretien d'explicitation* qui vise à expliquer ou à détailler plutôt qu'à justifier (*pourquoi*) une action (Vermesh, 2006). Même si dans ce cas-ci l'entretien n'est pas sous forme d'entrevue face à face en temps réel, le questionnement des données vise bel et bien une description d'un phénomène par opposition à une justification d'une théorie ou d'une hypothèse.

6.4 RÉSULTATS

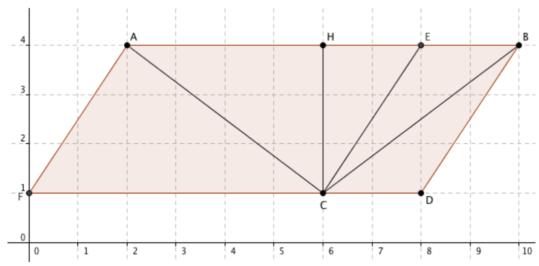
6.4.1 Démarche de découverte

Nous avons noté qu'à l'interface de GGBT, la démarche de découverte englobe les actions par lesquelles l'élève apprivoise le problème et cherche une stratégie. Souvent, cette idée de solution est encore embryonnaire lorsque l'élève amorce les démarches grâce auxquelles il parviendra à une résolution effective du problème. Conséquemment, cette démarche de découverte s'inscrit dans la phase heuristique de la résolution du problème de démonstration.

Nos observations nous portent à croire que cette démarche prend surtout racine au sein de l'onglet *figure* de GGBT, onglet où l'élève peut simultanément étudier l'énoncé et sa figure statique, analyser la figure dynamique, notamment à l'aide de l'outil déplacement[60] au sein de GeoGebra, et s'appuyer sur les messages du tuteur pour donner une direction à sa solution. Concrètement, cette démarche de découverte s'est principalement manifestée dans les résolutions des problèmes du rectangle et du parallélogramme (aires). Les deux autres problèmes, implémentés de manière à permettre une illusion d'optique et pour vérifier la volonté de recourir au dynamisme chez les élèves, présentent des figures fixes dans le plan de GeoGebra. Ainsi, les mécanismes d'exploration de la figure sont limités à l'usage d'instruments de mesure ou au questionnement des oracles, outils auxquels, selon nos données, les élèves n'ont pas eu recours, possiblement par manque de temps pour les apprivoiser suffisamment. En ce qui concerne notre intention de vérifier si les élèves remarquent le fait qu'ils ne peuvent pas utiliser le déplacement dans les problèmes où la figure était fixe, on peut noter des allusions au déplacement en début de problème lorsque les élèves cherchent à élaborer une stratégie première de résolution ou encore, comme dans l'exemple qui suit (Figure 16), après un temps de stagnation (ici cinq minutes), afin de nourrir un flux d'astuces pour résoudre le problème ou pour lancer un nouveau processus de résolution. La figure 16, comme les figures suivantes, constitue un extrait tiré des fichiers journaux analysés et annotés. Ainsi, on y trouve les données initialement compilées par GGBT (par exemple : *14 :20 :23 : [STUDENT] La mesure du segment S :AC = la mesure du segment S :BC*), ainsi

[60] Se référer à la thèse de Restrepo (2008) pour une analyse de l'utilisation de l'outil déplacement par des élèves en contexte de géométrie dynamique.

que les verbatim des échanges entre les élèves ou avec l'enseignant (par exemple : *Élève 1 : « Je ne sais pas quoi faire, c'est pas clair! »*). Aussi, dans certaines figures, on retrouve des annotations de la chercheuse qui décrivent les comportements des élèves observés dans les vidéos analysées. Ces annotations sont précédées d'un tiret (par exemple : - Les élèves bougent la figure).



14:20:23 : [SYSTEM] 14:20:23 & RCNEGMSSG01N(S:AC,S:BC;)
14:20:23 : [STUDENT] La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC
14:20:23 : [SYSTEM] 14:20:23
14:20:23 : [TUTOR] :I Tu as raison, mais attention, la répétition de phrases identiques ne fait pas progresser ta démonstration.
14:21:20 : [SYSTEM] 14:21:20
14:21:20 : [TUTOR] Tu as affirmé La mesure du segment S:AH = la mesure du segment S:BH, S:AH^2 + S:CH^2 = S:AC^2, et S:BH^2 + S:CH^2 = S:BC^2, quelle propriété ou définition est utile pour démontrer La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC?

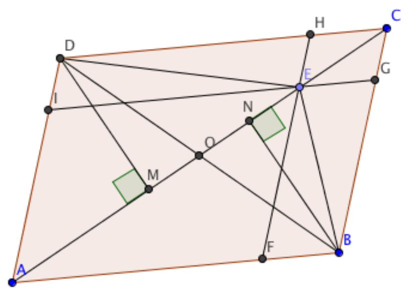
Élève 1: « Je le sais pas quoi faire, c'est pas clair! »

14:22:20 : [SYSTEM] 14:22:20
14:22:20 : [TUTOR] Recherche une justification qui concerne le milieu d'un segment.

Élève 2 : « On peut tu bouger la figure? »
Élève 1 : « Oui c'est dynamique »
Élève 1 : « Ah non, elle bouge pas elle »

Figure 16 : Démarche de découverte (allusion au déplacement) dans le problème du parallélogramme (triangle)

En revanche, dans le problème du parallélogramme (aires), la démarche de découverte est aisément observable puisque le point E est mobile sur la diagonale du parallélogramme, fait sous-entendu par l'énoncé du problème qui dit que « E est un point quelconque de la diagonale AC du parallélogramme ». En effet, grâce au contexte de géométrie dynamique, et étant encouragés par le tuteur à chercher une relation entre les aires des triangles AEB et AED, les élèves génèrent une série de configurations particulières qui leur permettront ensuite, par induction, d'en arriver à une conjecture qui s'applique à tous les cas observés. Dans l'exemple qui suit (Figure 17), les élèves particularisent le problème en plaçant E vers l'extrémité C de la diagonale du parallélogramme. Grâce à ce positionnement soigneusement choisi du point E, ils sont plus en mesure de voir les triangles en jeu et de percevoir les éléments communs entre ceux-ci. De plus, avec cette configuration, ils sont en mesure de mieux percevoir les hauteurs des deux triangles.



09:36:15 : [TUTOR] On te demande d'identifier une relation entre les aires des triangles AEB et AED. As-tu une idée de quelle pourrait-être cette relation?

- Les élèves bougent la figure -

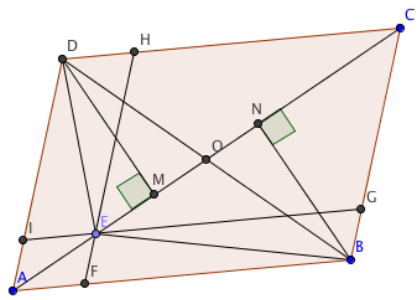
Élève 1 : « AEB et AED…»
Élève 1 : « «Eille» c'est compliqué»
Élève 2 : « On voit mieux quand on le met là [le point E est placé au centre du parallélogramme]
Élève 1 : « C'est un point commun des deux triangles»

Figure 17 : Démarche de découverte par déplacement dans le problème du parallélogramme (aires)

Ce recours aux cas particuliers de figures, qui rappelle la démarche de découverte normalement réservée aux sciences expérimentales, est rendu possible dans GGBT grâce à l'onglet figure, qui place l'élève en constante interaction avec un milieu riche où peuvent s'opérer, de manière simultanée et cohérente, les interactions entre cet élève, un énoncé de problème, une figure dynamique associée et des messages d'aide d'un système tutoriel.

6.4.2 Démarche de validation

La démarche de validation en contexte de démonstration en géométrie concerne la transposition de l'intuition en propositions discursives en recourant aux énoncés de géométrie formalisés connus ou disponibles. Au sein de GGBT, cette démarche s'opère grâce à de nombreux allers-retours entre les onglets *figure* et *phrases,* c'est-à-dire entre phase heuristique et phase de rédaction de la démonstration (Tableau VII). Nous avons observé que les élèves explorent la figure (démarche de découverte) et analysent l'énoncé et, lorsqu'ils croient avoir ciblé une piste prometteuse, ils veulent soumettre cette idée au tuteur. Pour ce faire, les élèves doivent recourir au répertoire d'énoncés disponibles dans l'onglet phrases. La recherche par thèmes (ou champs conceptuels) leur permet d'isoler la phrase recherchée et parfois, comme dans l'exemple qui suit (Figure 18), à identifier un énoncé préalablement inconnu qui concorde avec leur intuition.



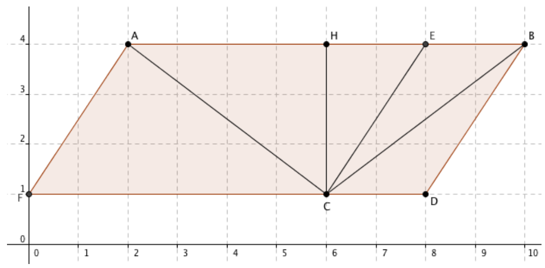
Élève 1 : « Même si on bouge n'importe quoi ça se suit [les bases et hauteurs demeurent égales] »
Élève 2 : « Faut juste trouver comment le dire »
Élève 1 : « Cherche dans justifications »
Élève 1 : « Vas dans aire [le thème *aire*] »
Élève 2 : « Base ? [le thème *base*] »
Élève 1 : « Oui »

09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07 & PAIBAHATR01N(;)
09:54:07 : [STUDENT] Deux triangles ayant des bases et des hauteurs associées congrues ont la même aire
09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07
09:54:07 : [TUTOR] :)

Élève 1 : « Ah tu vois! »

Figure 18 : Recherche par thèmes d'une justification dans le problème du parallélogramme (aires)

De surcroît, dans GGBT, le tuteur joue un rôle primordial dans la démarche de validation en devenant un instrument au service de l'élève par une genèse instrumentale s'opérant dans l'interaction entre l'élève et le milieu. Dans l'exemple qui suit (Figure 19), on peut voir que les élèves utilisent le système tutoriel pour soumettre différents énoncés ciblés par la recherche par champs conceptuels dans l'onglet *phrases*, en l'occurrence, *triangle, égalité* et *côtés*.



Élève 1 : « Dans le fond, on veut savoir si ça pis ça [AC et BC] c'est la même longueur »
Élève 2 : « Ben oui c'est la même longueur »
Élève 2 : « Vas dans hypothèses »
Élève 2 : « Essaie équilatéral »
Élève 1 : « Je ne pense pas qu'il soit équilatéral »
Élève 2 : « Ben on va essayer pareil »

14:06:01 : [SYSTEM] 14:06:01 & R00EQPLTR01N(T:ABC;)
14:06:01 : [STUDENT] T:ABC est un triangle équilatéral
14:06:01 : [SYSTEM] 14:06:01
14:06:02 : [TUTOR] :\ Peut-être peux-tu revoir ta stratégie avec un de tes pairs.
14:06:36 : [SYSTEM] 14:06:36 & R00ISPLTR01N(T:ABC;)
14:06:36 : [STUDENT] T:ABC est un triangle isocèle
14:06:36 : [SYSTEM] 14:06:36
14:06:36 : [TUTOR] :) Bon départ!

Élève 1 : « Bon, il était temps! »
Élève 1 : « HBC est un [triangle] rectangle ça c'est sur »
Élève 2 : « Pis AHC aussi »
Élève 1 : « Alors, ça [triangle ABC] fait isocèle »

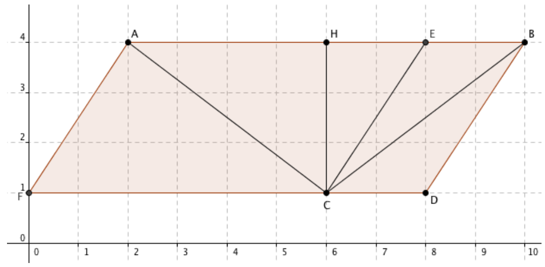
Figure 19 : Recherche et validation d'une affirmation dans le problème du parallélogramme (triangle)

Ici, les élèves soumettent d'abord une conjecture suggérant que le triangle est équilatéral, entrée non reconnue par le tuteur comme faisant partie des solutions admissibles. Aussitôt que les élèves prennent connaissance du message du tuteur, ils retournent dans l'onglet phrases pour lire les phrases qui partagent les mêmes thèmes que celle soumise précédemment et s'entendent pour dire qu'ABC est un triangle isocèle. Comme le tuteur renvoie une rétroaction positive pour cette entrée, ils poursuivent sur cette lancée et cherchent à justifier cette conjecture en consultant à nouveau la construction dans l'onglet figure.

Ainsi, à l'interface de GGBT, les élèves sont en mesure de concrétiser des astuces encore imprécises à l'aide d'un système de recherche d'énoncés institutionnalisés et à partir de champs conceptuels qu'ils maitrisent. De plus, cette conception du système permet d'entrevoir un environnement d'apprentissage où les élèves pourraient découvrir des propriétés et des définitions au fil de leurs besoins et de manière autonome, conférant à GGBT un caractère constructiviste fort prometteur.

6.4.3 Démarche de modélisation

La démarche de modélisation, ou l'articulation entre la compréhension de la figure et du problème et la communication d'une solution pour celui-ci, implique une certaine organisation de sa solution par l'élève. Bien que la rédaction d'une démonstration à l'interface de GGBT ne soit pas forcément linéaire, ce volet de la résolution du problème exige une capacité à gérer la séquentialité qu'impose cette forme de preuve. Nous avons noté que malgré la liberté laissée aux élèves quant à l'ordre de soumission de leurs étapes de démonstration, la démarche de modélisation implique généralement un recours à la structure par inférences (hypothèse, justification et conclusion). Même si les élèves ne soumettent pas nécessairement les éléments de l'inférence dans un ordre particulier, on peut percevoir qu'ils utilisent cette structure ternaire pour s'assurer de bien communiquer leur raisonnement au tuteur. Dans l'exemple qui suit (Figure 20), les élèves commencent par mentionner un antécédent pour enchaîner avec le conséquent et finir avec la justification. On perçoit aisément que les élèves ont en tête un canevas de rédaction qui les aide à organiser leurs idées ayant pris naissance dans l'étude de la figure et de l'énoncé du problème.



Élève 1 : « S'il est isocèle, il faut qu'il ait deux côtés égaux »
Élève 2 : « S'ils sont pareils [les triangle AHC et BHC], ça veut dire que les deux côtés sont pareils »

14:15:08 : [SYSTEM] 14:15:08 & RCNEGMSSG01N(S:AC,S:BC;)
14:15:08 : [STUDENT] La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC
14:15:08 : [SYSTEM] 14:15:08
14:15:09 : [TUTOR] :) J'ai hâte de voir la suite.

Élève 2 : « Puis là c'est isocèle parce qu'il y a deux côtés égaux »

Élève 1 : « Triangle isocèle dans résultats » (recherche thématique)
Élève 2 : « Après ça on fera une justification »

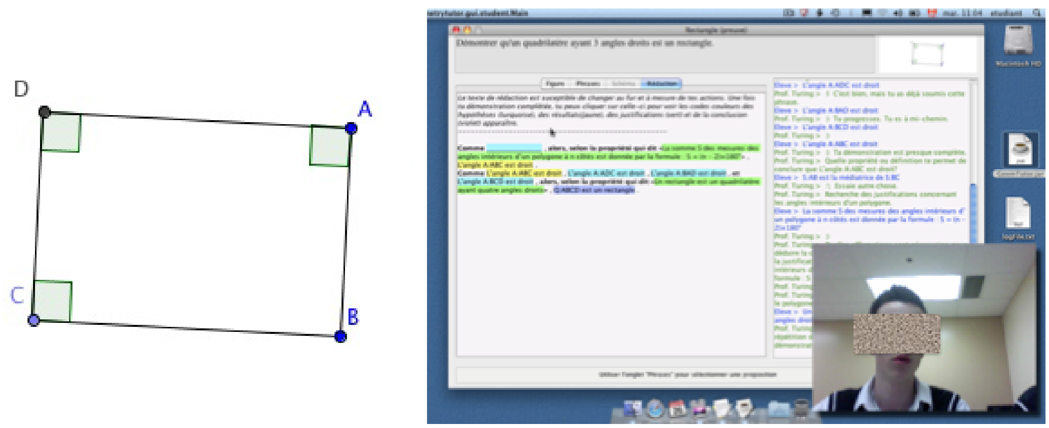
14:15:32 : [SYSTEM] 14:15:32 & R00ISPLTR01N(T:ABC;)
14:15:32 : [STUDENT] T:ABC est un triangle isocèle
14:15:32 : [SYSTEM] 14:15:32
14:15:32 : [TUTOR] :) J'ai hâte de voir la suite.

Élève 2 : « Justification maintenant! »

14:15:59 : [SYSTEM] 14:15:59 & DCOEGISTR01N(;)
14:15:59 : [STUDENT] Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés congrus
14:15:59 : [SYSTEM] 14:15:59
14:15:59 : [TUTOR] :)

Figure 20 : Démarche de modélisation dans le problème du parallélogramme (triangle)

Dans GGBT, l'élève peut aller et venir entre les onglets au gré de ses envies. Nous avons tout de même observé que la démarche de modélisation s'effectue souvent dans un sens plutôt traditionnel, c'est-à-dire que l'élève analyse la figure et, à partir du signifié qui en résulte, cherche à communiquer ses observations en rédigeant de manière dépersonnalisée la réalité qui s'en dégage. Néanmoins, il arrive aussi que les élèves utilisent la démonstration trouée fournie par l'onglet *rédaction* comme moyen de positionner leur regard sur les éléments importants de la figure. Dans ce second scénario, la codification par couleur des énoncés de la rédaction en fonction de leur statut contribue à aiguiller les élèves. Dans l'exemple ci-dessous (Figure 21), les élèves remarquent que l'énoncé manquant est codé en turquoise et qu'il s'agit donc d'une hypothèse. Ils retournent immédiatement à l'onglet figure pour tenter de cibler l'hypothèse qu'ils ont omise. Entre-temps, le tuteur émet un message qui offre un indice supplémentaire sur l'endroit où porter leur regard. Quelques secondes plus tard, les élèves soumettent l'hypothèse manquante complétant par le fait même la démonstration sur laquelle ils travaillent.



- Les élèves essaient de soumettre des justifications. -
- Les élèves consultent la rédaction et remarquent que le seul énoncé manquant est codé en turquoise (hypothèse). -
- Ils retournent immédiatement dans l'onglet figure où un commentaire du tuteur apparaît. -

11:06:22 : [SYSTEM] 11:06:22
11:06:22 : [TUTOR] Quelles affirmations sont nécessaires pour déduire la conclusion : L'angle A:ABC est droit, à l'aide de la justification : La somme S des mesures des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est donnée par la formule : S = (n – 2)?180°?

- Les élèves relisent l'énoncé et étudient la figure -

11:06:52 : [SYSTEM] 11:06:52 & R00CTPLQU01N(Q:ABCD;)
11:06:52 : [STUDENT] Q:ABCD est un quadrilatère
11:06:52 : [SYSTEM] 11:06:52
11:06:52 : [TUTOR] ;) Bravo, tu as complété une démonstration!

Élève 1 : « Oui! on a réussi! »

Figure 21 : Démarche de modélisation à partir de la rédaction dans le problème du rectangle

Enfin, comme l'onglet *schéma* offre un intermédiaire entre l'exercice heuristique d'analyse du problème et de sa figure et l'activité séquentielle de rédaction de la démonstration, il sera intéressant de voir comment les démarches de modélisation seront influencées par l'ajout de cet onglet dans la prochaine version de GGBT.

6.5 CONCLUSION : GGBT EST UN ETG IDOINE A PRIORI ET A POSTERIORI

Le développement singulier de GGBT confère à cet environnement, pour l'exercice de la pensée géométrique, un statut d'ETG idoine a priori. Le milieu didactique étant constitué du milieu virtuel et de l'agent tuteur, conçus conformément à un paradigme de géométrie cognitive à l'image des pratiques observées en classe de géométrie au Québec, il est adapté au fil des phases expérimentales pour garantir l'émergence d'un ETG personnel où l'élève peut s'investir avec succès dans la résolution d'un problème en géométrie déductive.

A posteriori, une analyse qualitative des données de réalisations effectives d'élèves de 4^{e} secondaire nous a permis de préciser le travail de l'apprenti géomètre par l'analyse des démarches de résolution à l'interface de cet ETG idoine qu'est GGBT. Les démarches de découverte, principalement observées lorsque les élèves évoluent dans l'onglet *figure*, sont grandement accentuées par le fait qu'on y incorpore la géométrie dynamique par l'entremise de GeoGebra. La démarche de validation est pour sa part omniprésente puisqu'elle s'exerce à chaque moment où l'élève cherche à transposer ses intuitions et ses observations en énoncés discursifs par l'entremise de la recherche thématique, qui est rendue possible par l'onglet *phrase*. Enfin, la démarche de modélisation qui repose sur l'utilisation de tous les onglets de GGBT, est grandement aidée par les interventions du tuteur qui favorisent une structuration et une communication efficace du raisonnement déductif.

Par sa structure, GGBT permet à l'élève et à l'enseignant d'échapper à la linéarité normalement imposée par la rédaction de démonstration et, comme les démarches de résolution sont observables à tout moment de la résolution et transcendent les frontières des problèmes pris un à un, nous pouvons avancer que la version ultérieure de GGBT, qui suggérera à l'élève un réseau de problèmes de démonstration en géométrie, constituera aussi un ETG où l'élève pourra parfaire sa pensée géométrique grâce à la résolution continue de problèmes connexes et variés.

CHAPITRE VII
DISCUSSION ET CONCLUSION

> « *Le monde que nous avons créé est un processus de notre pensée. Il ne peut pas être modifié sans changer notre façon de penser*. »
>
> Citation attribuée à Albert Einstein

La thèse ici présentée fait état des premières étapes du développement longitudinal de GGBT, un système tutoriel pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problème de démonstration en géométrie plane. Le choix de présenter le présent projet de recherche doctorale sous forme d'une thèse par articles peut laisser croire à un exercice de recherche s'étant opéré de manière séquentielle, où chaque volet se conclut par l'écriture d'un article associé. Pourtant, les mécanismes de cette articulation en trois articles, à la fois distincts et interdépendants, n'étaient pas initialement définis, et de nombreuses réorganisations ont façonné l'effort de rédaction de la présente thèse, et ce, jusqu'à la toute fin.

L'approche méthodologique choisie pour le développement de GGBT dans son ensemble, et plus particulièrement pour les deux premiers cycles de développement abordés dans cette thèse, admet une plasticité des fondements théoriques et méthodologiques, et même des objectifs de recherche. En effet, le développement anthropocentrique de GGBT articule des exercices itératifs d'analyse, de validation et d'exploration de schèmes d'instrumentation vers une implémentation multidisciplinaire de considérations et de modèles didactiques émergents. Cependant, le temps étant ce qu'il est, malgré l'évolution continue de notre conception d'un espace de travail idoine, certaines étapes de notre processus sont, à la manière d'une photographie, figées dans les contextes didactiques et informatiques du moment où elles se sont déroulées. À titre d'exemple, les choix méthodologiques pour la cueillette de données en classe et le corpus d'informations obtenu ne peuvent être changés au gré de nos repositionnements ou en fonction de nos nouveaux questionnements.

Conséquemment, conjointement aux discussions dont font état chacun des articles de cette thèse, cette discussion générale se veut un retour sur l'ensemble du projet, à la lumière de notre perspective globale et de notre situation conceptuelle actuelle. De ce fait, nous allons discuter des sous-objectifs[61] abordés respectivement dans les articles 2 et 3 et nous traiterons des limites de chacune des étapes de notre approche méthodologique et d'avenues de recherche potentielles découlant de ces limites. Nous allons ensuite faire un retour sur l'objectif de recherche principal et nous allons avancer quelques pistes pour la poursuite du raffinement continu de GGBT. Pour terminer, nous dresserons un bilan des enjeux et des apports didactiques découlant de nos choix et de nos recherches.

7.1 RETOUR SUR LES SOUS-OBJECTIFS DE RECHERCHE

Comme il a été mentionné au chapitre 3, chaque cycle du développement de GGBT conjugue un exercice d'analyse a priori, une expérimentation sur le terrain et un effort d'analyse de données empiriques a posteriori dans une perspective d'orchestration et de design d'un espace de travail géométrique. Les deux premiers cycles du développement longitudinal de GGBT façonnent les présentes études doctorales et motivent chacun des sous-objectifs de recherche constitutifs des deuxième et troisième articles de cette thèse. Les prochaines sections traitent de chacun de ces sous-objectifs séparément.

7.1.1 Premier sous objectif

Réitérons le premier sous-objectif : *développer un système tutoriel par la modélisation des schèmes d'action instrumentés de l'apprenti géomètre et de son enseignant à partir de l'analyse par théorisation ancrée des modalités du contrat didactique observé en classe réelle.*

La première étape préalable au développement d'un premier prototype de GGBT consistait en la définition d'une problématique de recherche. Pour engager ce processus d'examen du problème, nous avons effectué un état de l'art des systèmes tutoriels existants pour l'exercice de la démonstration en géométrie. Cet exercice s'est amorcé dès les tous débuts du projet de recherche, et le premier article de cette thèse fait état de cette étape préliminaire. Comme il fut nécessaire que cette revue précède l'élaboration d'un cadre conceptuel initial pour le

[61] Se référer à la section 3.4.

développement de GGBT, il est évident que notre compréhension des enjeux de chacune des variables établies pour qualifier le fonctionnement des systèmes s'est parfaite au fil de nos recherches. Par conséquent, si nous refaisions la revue avec la perspective acquise au cours des étapes subséquentes du projet, nous approfondirions l'analyse du déroulement imposé au raisonnement de l'élève par chaque système. Avec le recul, nous constatons que la liberté dont jouit l'élève dans son processus de résolution de problème distingue GGBT des systèmes tutoriels existants : la navigation libre entre les onglets de l'interface et l'adaptabilité du tuteur aux aléas du raisonnement caractérise GGBT, et il serait intéressant de préciser comment cette conception du raisonnement de démonstration se compare à celle des autres systèmes tutoriels à la même vocation que GGBT.

Quant au sous-objectif de recherche comme tel, nous avions pour but de développer un système tutoriel à l'image des schèmes d'utilisation d'élèves et d'enseignants observés en contexte de classe réelle. Dans une volonté d'appuyer d'abord le développement de GGBT sur des considérations didactiques plutôt que de laisser des contraintes informatiques dicter le fonctionnement du système, nous avons abordé l'expérimentation avec comme intention naïve de prendre en compte chaque interaction observée et de la transposer pour concevoir un système tutoriel fonctionnant comme un enseignant. Toutefois, dans les faits, les données empiriques ont révélé une variété insoupçonnée de modalités d'intervention enseignante et, même si nous avions voulu prendre en considération tous les types d'intervention pour le développement du tuteur, la structure actuelle de GGBT ne le permettait pas. En effet, comme chaque aspect du fonctionnement de GGBT résulte des efforts de design et de programmation d'une petite équipe de développeurs didactique et informatique, toute modification à l'interface, toute reconnaissance des actions de l'élève par GGBT et tout aspect de l'identification d'une stratégie dans le raisonnement de l'élève prend énormément de temps à implémenter. Conséquemment, pour le design d'une première version du système tutoriel, nous avons dû limiter notre prise en compte des interventions enseignantes observées à celles qui concernaient la structure inférentielle du raisonnement de démonstration.

À la lumière de la seconde phase de mise à l'essai en classe de GGBT, nous sommes forcés de constater que certaines des modalités d'intervention enseignante que nous avions soulevées mais temporairement délaissées pour le développement d'une première version du système tutoriel autonome semblent essentielles pour permettre à l'élève d'effectuer son travail d'apprenti géomètre. Par conséquent, les données recueillies lors de la première phase expérimentale devraient être analysées à nouveau avec celles de la seconde phase empirique puisqu'elles contiennent des informations cruciales pour les prochaines étapes du développement de GGBT.

Parmi les avenues de recherche en vue du perfectionnement de l'action tutorielle de GGBT, l'amélioration de la reconnaissance de plan est primordiale. Il semble évident, par l'analyse des fichiers verbatim/journaux des deux phases expérimentales, que l'intervention enseignante est autant constituée de questions qu'elle l'est de réponses. Les enseignants interrogent constamment les élèves pour dresser l'historique de leurs actions et pour identifier leur stratégie, le cas échéant. Par conséquent, il serait intéressant d'étudier la possibilité de doter le système tutoriel de la capacité de poser des questions ciblées à l'élève et, réciproquement, de l'aptitude à comprendre les réponses retournées par ce dernier. Aussi, comme le fait l'enseignant qui observe le travail de l'élève à l'interface de GGBT, la reconnaissance des actions graphiques sur la construction dynamique fournie dans l'onglet *figure* pourrait permettre au système tutoriel de prendre en compte l'exploration figurale menée par l'élève et, éventuellement, d'y déceler un plan de résolution potentiel.

7.1.2 Second sous objectif

Le sous-objectif de recherche développé dans le troisième article était *en contexte de classe réelle, préciser à posteriori le statut d'espace de travail mathématique idoine et valider l'à-propos des messages du système tutoriel grâce à une analyse en reconnaissance des démarches mathématiques des apprentis géomètres à l'interface de GeoGebraTUTOR.*

Ce second sous-objectif se distingue du premier puisque l'effort d'exploration et de développement jumelé à l'exercice de validation de la structure de gestion des messages d'aide du système tutoriel ne fait pas partie du corpus de cette thèse. Le troisième article s'appuie donc entièrement sur la contribution conjointe d'une analyse a priori de l'idonéité de l'espace de travail qu'est GGBT et d'une précision a posteriori de la nature du travail mathématique instrumenté de l'apprenti mathématicien pour observer et valider le fonctionnement dans l'usage d'un premier système tutoriel autonome et pour confirmer l'idonéité de l'espace de travail mathématique GGBT.

Bien que l'examen des données empiriques nous ait permis de préciser l'exercice géométrique instrumenté avec GGBT et de valider que l'aide tutorielle apporte des indices contribuant au travail géométrique des élèves, nous constatons que le soutien tutoriel doit se diversifier et s'adapter davantage aux actions contextualisées de l'élève afin de se rapprocher du comportement d'un tuteur humain. La seconde version de GGBT, incluant les quatre onglets distincts (dont trois fonctionnels) et un accompagnement tutoriel autonome, modifie le travail du géomètre comparativement à celui observé à l'interface du premier prototype de GGBT. Conséquemment, notre conception d'une intervention tutorielle adaptée à cet exercice mathématique instrumenté s'en trouve influencée également. Notamment, lors de l'expérimentation en classe et à l'examen des données, nous avons décelé différents types de résolution de problème de démonstration qui distinguent entre autres, les élèves plus faibles des élèves plus doués. Cette avenue de recherche pour l'amélioration de la reconnaissance de la stratégie de l'élève par le système tutoriel est prometteuse. Concrètement, nous pourrions nous appuyer sur une analyse de l'utilisation relative des onglets, sur l'utilisation variable du glossaire des propriétés et des définitions et sur l'intégration de l'aide tutorielle pour dégager des profils de raisonnement et, éventuellement, doter le système tutoriel de moyens pour adapter ses interventions conformément à ces profils. Par ailleurs, cette volonté de développer davantage la reconnaissance du raisonnement de l'élève a modifié les phases de développement initialement prévues pour GGBT en ajoutant une phase de structure des profils d'intervention avant l'étape de structure des problèmes connexes qui concerne la gestion d'itinéraires personnalisés de problèmes de démonstration.

7.2 RETOUR SUR L'OBJECTIF PRINCIPAL DE RECHERCHE

Notre objectif principal de recherche visait à *concevoir et à tester dans l'usage un espace de travail mathématique intégrant un système tutoriel favorisant l'exercice du volet heuristique du raisonnement logico-déductif et le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique pour l'élève*.

À la suite des conclusions tirées au terme des deuxième et troisième articles, nous sommes en mesure d'affirmer que nous avons conçu un espace de travail géométrique idoine qui permet à l'apprenti géomètre de résoudre des problèmes de démonstration en géométrie plane grâce, notamment, au soutien continu et personnalisé d'un système tutoriel autonome. Néanmoins, il ne faut pas confondre idoine et idéal, puisque notre analyse du travail mathématique instrumenté d'élèves a réitéré l'importance d'admettre une évolution de notre conception de l'espace de travail géométrique idoine. Par conséquent, d'autres étapes sont à prévoir pour le développement longitudinal de GGBT. Certaines de ces avenues pour des recherches ultérieures sont déjà prévues dans le plan de recherche et de développement de GGBT, notamment l'implémentation d'un tuteur cognitif qui accompagne l'élève en proposant un itinéraire de problèmes personnalisé pour favoriser l'évolution des compétences de démonstration de l'élève et pour pallier des difficultés identifiées dans la résolution d'un problème donné. Aussi, une structure évaluative est prévue. Ce volet de l'espace de travail géométrique permettra à GGBT de suivre l'évolution des compétences mathématiques de l'élève utilisateur et de distinguer les contenus maitrisés des contenus à travailler. Ces étapes du développement de GGBT feront l'objet de projets d'études subséquents.

De pair avec le design du tuteur cognitif et du volet évaluatif de GGBT, notre examen approfondi de l'intervention tutorielle enseignante et du travail instrumenté de l'élève à l'interface de GGBT nous incite à explorer d'autres avenues de développement qui n'étaient pas originalement pressenties. D'abord, nous croyons que le glossaire de propriétés et de définitions pourrait être plus interactif. À la demande de l'élève, le système tutoriel pourrait fournir des exemples animés en relation avec le problème en cours ou proposer des vidéos explicatives pour chacun des énoncés justificatifs. Aussi, il serait intéressant d'explorer la possibilité de faire de GGBT un outil vivant, qui non seulement s'adapte mais se construit au fil des résolutions de problèmes de l'élève. Par exemple, lorsqu'une propriété ou une réciproque est correctement démontrée par l'élève, celle-ci pourrait s'ajouter au répertoire des énoncés justificatifs pouvant être employés dans des problèmes de démonstration subséquents. Cette idée s'apparente de très près au concept de *fiche-règle* proposé par Tanguay et Geeraerts (2012a), concept qui mériterait d'être étudié en profondeur pour la suite. Aussi, dans une perspective constructiviste, à la manière de Baguera par exemple, le système tutoriel pourrait être doté d'un moteur de déduction capable d'argumenter avec l'élève. Ainsi, l'élève pourrait proposer des solutions inédites au système tutoriel et convaincre ce dernier de leur validité. Cette dernière option pourrait par ailleurs rendre obsolète la recherche de toutes les solutions admissibles par un expert didacticien ou un enseignant.

7.3 BILAN DES APPORTS ET DES ENJEUX POUR LA RECHERCHE EN DIDACTIQUES

L'objectif de recherche qui a initialement alimenté le présent projet doctoral était assez simple et défini : déterminer les lacunes des systèmes tutoriels existants pour l'apprentissage de la démonstration en géométrie et développer un système tutoriel qui fonctionne moins comme un ordinateur et plus comme un enseignant humain pour accompagner les élèves en résolution de problème de démonstration. Sans grandes surprises, cet objectif s'est et continue de se préciser et de se complexifier, mais le cheminement emprunté entre cette position naïve et la clôture du présent projet doctoral s'est avéré parsemé d'apprentissages méthodologiques et épistémologiques qui dépassent les phases du développement de GeoGebraTUTOR dont fait état cette thèse.

D'abord, l'aspect fondamentalement multidisciplinaire du projet a eu une influence incommensurable sur le déroulement des différentes phases de recherche et d'investigation. Cette collaboration entre l'informatique et la didactique aurait pu s'opérer grâce à des échanges isolés entre les équipes de didactique et de génie informatique, un peu à la manière d'un dialogue entre les artistes qui imaginent un jeu vidéo et les programmeurs chargés de transposer ces idées en variables pouvant être implémentées avec les contraintes que cela implique. En réalité, les étapes du développement de GGBT couvertes par cette thèse et par celle de Nicolas Leduc, doctorant en génie informatique, sont mutuellement dépendantes. Notre collaboration continue nous a amenés à dépasser les frontières de nos disciplines respectives pour comprendre les besoins et les limites du domaine de recherche qui n'était pas le nôtre. Conséquemment, nous pourrions argumenter qu'un portrait juste et complet du design et du calibrage de GGBT n'est atteignable que par la lecture ou la présentation conjointe de nos deux projets de recherches doctorales.

Ceci étant dit, cette méthode de développement hors du commun a surtout nourri le processus de développement et de validation *dans l'usage* de GGBT. En effet, pour l'élaboration et le calibrage de l'interface de GGBT, il a fallu que comme didacticiens, nous analysions le processus de démonstration, d'abord a priori grâce à un examen de la théorie disponible sur le sujet, mais aussi a posteriori, grâce à l'examen des données de démarches d'élèves réels recueillies lors d'expérience en classe. Ces exercices d'analyse, conjugués aux contraintes ergonomiques imposés par une interface aux limites finies, nous ont amenés à approfondir notre compréhension du processus de résolution d'un problème de démonstration. Ainsi, au-delà des conclusions d'une étude détaillée des systèmes tutoriels existants pour l'exercice et l'apprentissage de la démonstration, notre problématique a soulevé l'importance de distinguer les processus heuristiques de découverte et d'exploration et les phases d'organisation et de rédaction qui articulent la résolution d'un problème de démonstration. Ainsi, parallèlement à l'objectif initial de développement d'un système tutoriel autonome qui accompagnerait l'élève à la manière d'un enseignant de mathématiques, nous avons ajouté l'objectif de développer un environnement informatique d'apprentissage humain qui respecte et facilite les aller et retours imprévisibles entre les phases de résolution heuristique et de rédaction caractéristiques de la résolution d'un problème de démonstration. C'est pourquoi nous avons senti le besoin d'intégrer à notre cadre conceptuel celui des *espaces de travail mathématique* (ETM) de Kuzniak, puisque notre conception d'un système tutoriel, qui au départ devait essentiellement accompagner l'élève dans la rédaction de démonstrations en géométrie, a évolué pour faire place à un système tutoriel intégré à un ETM qui accompagne l'élève en continue dans chaque volet de son raisonnement. Il va sans dire que cette réalisation a influencé le processus de validation de l'action tutorielle pour la seconde phase expérimentale, puisque nous avions déjà commencé à imaginer les modifications à apporter au système tutoriel pour, oui, le concevoir en fonction d'une modélisation des interventions d'enseignants comme initialement prévu, mais aussi en vue de l'arrimer davantage aux particularités du travail mathématique de l'apprenti géomètre évoluant au sein de notre espace de travail géométrique.

7.4 CONCLUSION

Notre volonté de concevoir un système tutoriel et un espace de travail géométrique idoine pour l'accompagnement d'élèves en situation de résolution de problème de démonstration en géométrie est née d'un consensus général qui admet la complexité des processus d'enseignement et d'apprentissage de la démonstration et l'absence d'outils respectant les mécanismes de raisonnement associés à la démonstration. Au fil des différentes étapes qui ont façonné le présent projet de recherches doctorales, cette complexité s'est révélée graduellement et elle a alimenté notre détermination à provoquer d'autres démarches de recherche et de développement qui feraient évoluer notre conception de l'ETG idoine.

De ce fait, bien que GGBT, à l'état actuel, doit encore être raffiné à plusieurs égards, nous avons la conviction d'avoir conçu, d'une part, un ETG idoine qui permet à l'élève d'effectuer son travail d'apprenti géomètre et, d'autre part, une méthodologie et des modèles informatiques qui admettent et favorisent la poursuite du développement et de l'enrichissement de GGBT.

Pour terminer, le design global de GGBT dépasse largement le cadre des recherches doctorales dont fait état cette thèse, mais nous pouvons aussi affirmer que les apports de cette thèse ont ouvert et enrichi les perspectives initialement prévues pour la suite du développement de GGBT, dorénavant connu sous le nom de QED-Tutrix.

BIBLIOGRAPHIE

Anderson, J.R., Boyle, F. et Yost, G. (1985). The goemetry totor. *Advanced Computer Tutoring Project*, 7.

Anderson, J.R., Corbett, A.T., Koedinger, K.R. et Pelletier, R. (1995). Cognitive tutors : lessons learned. *The Journal of the Learning Sciences, 4*(2), 167-207.

Arsac, G. (1987). L'origine de la démonstration : Essai d'épistémologie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 8*(3), 267-312.

Artigue, M. (1996). Ingénierie didactique. Dans J. Brun et R. Floris (dir.), *Didactique des mathématiques*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? *Les Dossiers des sciences de l'éducation, 8*, 59-72.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics, 18*(2), 147-176.

Balacheff, N. (1994a). Artificial intelligence and real teaching. Dans C. Keitel et K. Ruthven (dir.), *Learning through Computers : Mathematics and Educational Technology* (p. 131-158). Berlin : Springer Verlag.

Balacheff, N. (1994b). Didactique et intelligence artificielle. *Recherche en didactiques des mathématiques, 14*(1/2), 9-42.

Balacheff, N. (1994c). *La transposition informatique, un nouveau problème pour la didactique.* Communication présentée à « Vingt ans de didactique des mathématiques en France ». Paris.

Balacheff, N. (2002). Cadre, registre et conception : note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique. *Les cahiers du laboratoire Leibniz,* 58, 1-19.

Balacheff, N. et Margolinas, C. (2005). *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Balacheff, N., Demongeot, M.-C., Gandit, M.L., Garnier, R.G., Hilt, D., Houdebine, J. et Juhel, M.-A. (2001). *Preuve et démonstration.* Paris : Direction de l'enseignement scolaire Bureau de la valorisation des innovations pédagogiques.

Baulac, Y. (1990). *Un micromonde de géométrie, Cabri-géomètre.* Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier, Grenoble.

Berlinski, D. (2001). *La vie rêvée des maths*. Paris : Saint-Simon.

Bernat, P. (1993). Chypre : Un logiciel d'aide au raisonnement. *Repères-IREM, 10*, 25-46.

Botana, F. et Recio, T. (dir.). (2006). *Towards Solving the Dynamic Geometry Bottleneck Via a Symbolic Approach*. Heidelberg : Springer Berlin.

Bourdieu, P. (1980). *Le sens pratique.* Paris : Les Éditions de Minuit.

Breton, G. (coll. A. Deschênes, A. Ledoux et B. Côté) (1997). *Réflexions mathématiques.* Montréal : CEC.

Breton, G. (coll. D. Fortin) (1994). *Carrousel mathématique.* Montréal : CEC.

Brousseau, G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Dans J. Brun et R. Floris (dir.), *Didactique des mathématiques* (45-143). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Burger, W.F. et Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31-48.

Carbonneaux, Y., Laborde, J.-M., & Madani, R. M. (1995). CABRI-Graph : A Tool for Research and Teaching in Graph Theory. Dans F. J. Brandenburg (dir.), Graph Drawing (Vol. 1027, p. 123-126): Springer Berlin Heidelberg.

Caron, F. (2007). Mise à contribution de la notion de compétence pour guider le développement d'une pratique mathématique instrumentée. Dans R. Floris et F. Conne (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage* (p. 185-200). Bruxelles : De Boeck.

Caron, F. et René de Cotret, S. (2007). *Un regard didactique sur l'évaluation en mathématiques : genèse d'un perspective.* Communication présentée au Groupe de didactique des mathématiques du Québec. Sherbrooke, Québec.

Chevallard, Y. et Johsua, M.-A. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné suivie de Un exemple de la transposition didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Clairaut, A.-C. (1741). *Elémens de Géométrie.* Paris : Lambert et Durand.

Cobo, P., Fortuny, J.M., Puertas, E. et Richard, P.R. (2007). AgentGeom : a multiagent system for pedagogical support in geometric proof problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12*, 57-79.

Coutat, S. et Richard, P.R. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg),* 16, 97-126.

Coutat, S. et Richard, P.R. (2010). *Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques*. Document inédit.

Coutat, S., Laborde, C. et Richard, P.R. (2010). *L'apprentissage instrumenté des propriétés en géométrie : un élément de continuité dans le développement d'une compétence de démonstration au collège*. Document inédit.

Coutat, S., Laborde, C. et Richard, P.R. (2014). L'apprentissage instrumenté de propriétés en géométrie : propédeutique à l'acquisition d'une compétence de démonstration. *Educational Studies in Mathematics,* accepté, en seconde révision, 18 p.

Cuppens, R. (1991). *Intelligence artificielle et enseignement de la géométrie.* Communication présentée à l'Université d'été Informatique et Enseignement de la Géométrie, Toulouse.

Dahan, J.-J. (2005). *La démarche de découverte expérimentalement médiée par Cabr-- Géomètre en mathématiques : Un essai de formalisation à partir de l'analyse de démarches de résolutions de problèmes de boîtes noires*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier-Grenoble 1, Grenoble.

De Villiers, M.D. (2007). Some pitfalls of dynamic geometry software. *Teaching Mathematics,* 4, 46-52.

Desmoulins, C. (1994). *Étude et réalisation d'un système tuteur pour la construction de figures géométriques*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier, Grenoble I.

Dold, A. et Eckmann, B. (1971). *Seminaire Nicolas Bourbaki (1969-1970)*. Saint Louis Park : Filiquarian Publishing.

Dreyfus, T. (1999). Why Johnny can't prove. *Educational Studies in Mathematics,* 38, 85-109.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registre sémiotique et apprentissage intellectuels*. Berne : Peter Lang.

Duval, R. (2001). Écriture et compréhension : pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves. Dans É. Barbin, R. Duval, I. Giorgiutti, J. Houdebine et C. Laborde (dir.), *Produire et lire des textes de démonstration*. Paris : Ellipses.

Duval, R. (2002). *Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registre*. Communication présenté à la Journée hommage à Régine Douady, Université Paris 7.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 61, 103-131.

Eisenhart, M.A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(2), 99-114.

El-Khoury, S., Richard, P.R., Aïmeur, E. et Fortuny, J.M. (2005). *Development of an Intelligent Tutorial System to Enhance Students' Mathematical Competence in Problem Solving.* Communication présentée à la World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education, Vancouver.

Elsom-Cook, M. (1990). *Guided Discovery Tutoring*. London : Paul Chapman Publishing.

Ericsson, K.A et Simon, H.A. (1984). *Protocol Analysis*. Cambridge, MA : The MIT Press.

Falcade, R. (2006). *Théorie des situations, médiation sémiotique et discussions collectives, dans des séquences d'enseignement avec Cabri-géomètre pour la construction des notions de fonction et graphe de fonction*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier et Università Degli Studi Di Torino, Grenoble.

Falcade, R., Laborde, C. et Mariotti, M.A. (2007). Approaching functions : Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics,* 66, 317-333.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162.

Floris, R. et Conne, F. (dir.). (2007). *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage*. Bruxelles : De Boeck.

Fondation Jean Piaget (2014). www.fondationjeanpiaget.ch. Repéré en 2014.

Geeraerts, L. et Tanguay, D. (2012). GeoGebra comme outil d'exploration, d'expérimentation et de représentation des démonstrations, pour construire une théorie avec les élèves. *Envol, revue du Groupe des responsables de mathématiques au secondaire (GRMS) du Québec,* 160, 25-31.

Glaser, B.G. et Strauss, A.L. (1967). *The Discovery of Grounded Theory. Strategies for Qualitative Research*. Chicago : Aldine.

Gómez-Chacón, I. (2013). Prospective teachers' interactive visualisation and affect in mathematical problem-solving. *The Mathematics Enthusiast, 10*(1-2), 61-86.

Grand Dictionnaire terminologique (2011). www.granddictionnaire.com. Repéré en 2011.

Gras, R. (1988). Aide Logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire. *Petit x, 17*, 65-83.

Gressier, J. (2011). http://geometrix.free.fr/jgressier/. Repéré en 2011.

Guay, S., Moorhem, A. V., Amideneau, S., Dionne, F., Ducharme, M. et Gagnon, D. (2007). *Point de vue mathématique - Séquence sciences naturelles.* Laval, Québec : Éditions Grand Duc.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration : an overview. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1/2), 5-23.

Hanna, G., & Barbeau, E. Proof in Mathematics [PDF]. Repéré à http://www.math.toronto.edu/barbeau/hannajoint.pdf

Hodgson, B.R. (2007). Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage. Dans R. Floris et F. Conne (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage* (p. 7-18). Bruxelles : De Boeck.

Hohenwarter, M. et Fuchs, K. (2005). *Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System Geogebra.* Communication présentée au Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference 2004, Hungary.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg),* 11, 175-193.

Hutchins, E. (1990). The technology of team navigation. Dans J. Galegher, R.E. Kraut et C. Egido (dir.), *Intellectual Teamwork : Social and Technological Foundations of Cooperative Work* (p. 191-221). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Johsua, S. et Dupin, J.-J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques.* Paris : PUF.

Karsenti, T. et Savoie-Zajc, L. (2004). *La recherche en éducation : étapes et approches*. Sherbrooke : Éditions du CRP, Faculté de l'éducation.

Koedinger, K.R. et Anderson, J.R. (1990). *Theoretical en Empirical Motivations for the Design of ANGLE : A New Geometry Learning Environment*. Communication présentée au Knowledge-Based Environments for Learning and Teaching, AAAI Spring Symposium Series, Stanford University.

Koedinger, K.R. et Anderson, J.R. (dir.). (1993*). Reifying Implicit Planning in Geometry : Guidelines for Model-Based Intelligent Tutoring System Design*. Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 6*(2), 167-187.

Kuzniak, A. (2009). *Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de scolarité obligatoire en France.* Communication Chypre et France, recherche en didactique des mathématiques. Lefkosia : University of Cyprus.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genéses. *Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg),* 16, 9-24.

Kuzniak, A. (2014). Travail mathématique et domaines mathématiques. *Revista latino-americana de investigación en matemática educativa 17, 4*(1), 385-399.

Kuzniak, A. et Richard, P.R. (2014). Espaces de travail mathématique. Point de vues et perspectives. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa 17, 4*(1), 1-37.

Laborde, C. (2000). Geometry environements as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics,* 44, 151-161.

Laborde, C. et Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherche en didactiques des mathématiques, 14*(1.2), 165-210.

Lagrange, J.-B. (2007). Pratiques instrumentées et démarche expérimentale dans l'apprentissage de la notion de fonction. Dans R. Floris et F. Conne (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage* (p. 161-184). Bruxelles : De Boeck.

Leduc, N. (à paraître). *Développement d'un tutoriel intelligent pour aider à élaborer des preuves en géométrie*. Thèse de doctorat. École Polytechnique de Montréal.

Luengo, V. (2005). Some Didactical and epistemological considerations in the design of educational software : the Cabri-Euclide example. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 10, 1-29.

Luengo, V. et Balacheff, N. (1995). *Contraintes informatiques et environnements d'apprentissage de la démonstration en géométrie*. Document inédit.

Margolinas, C. (2009). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques.* Université de Provence. Repéré à http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/PDF/HDR_Margolinas.pdf.

Mariotti, M. A. (2002). *Introduire les élèves à une théorie : la médiation du logiciel Cabri.* Communication présentée au Séminaire national de didactique des mathématiques. Lyon.

Matsuda, N. et VanLehn, K. (2003). *Modeling Hinting Strategies for Geometry Theorem Proving.* Communication présentée à la 9th international Conference on User Modeling. Johnstown, PA.

MELS (2013a). *Cadre d'évaluation des apprentissage.* Montréal : Gouvernement du Québec.

MELS (2013b). *Programme de formation de l'école québécoise*, 2e cycle, chapitre 6. Montréal : Gouvernement du Québec.

MELS (2013c). *Programme de formation de l'école québécoise*, 1er cycle, chapitre 6. Montréal : Gouvernement du Québec.

Minsky, M et Papert, S. (1970). *Draft on a proposal to ARPÄ for research on artificial intelligence at MIT*. Document inédit.

Paillé, P. (2006). *La méthodologie qualitative : postures de recherche et travail de terrain*. Paris : Armand Colin.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2013). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*. 3e édition. Paris : Armand Colin.

Pluvinage, F. (1989). Aspects multidimensionnels du raisonnement en géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 2, 5-24.

Pluvinage, F. et Rigo Lemini, M. (2008). Mais non, Marina! *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 13, 40-61.

Poincaré, H. (1913). *The Foundation of Science*.

Polya, G. (1945). *How To Solve It.* Princeton, NJ : Princeton University Press.

Popper, K.R. (1977). *La connaissance objective.* Bruxelles : Éditions Complexe.

Py, D. (1994). Reconnaissance de plan pour la modélisation de l'élève, le projet Mentoniezh. *Recherche en didactiques des mathématiques, 14*(1.2), 113-138.

Py, D. (1996). Aide à la démonstration en géométrie : le projet Mentoniezh. *Sciences et techniques éducatives, 3*(2), 227-256.

Py, D. (2001). Environnements interactifs d'apprentissage et démonstration en géométrie. (L'Université de Rennes 1, Rennes).

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments comtemporains.* Paris : Armand Colin.

Restrepo, A.M. (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6e*. Université Joseph Fourier, Grenoble.

Richard, P.R. (2002). *Continuités et ruptures dans l'évolution des caractéristiques sémiotiques des manuels scolaires de mathématique en usage au Québec depuis le milieu du XIXe siècle*. Communication présentée au Colloque 2002 du Groupe de didactique des mathématiques du Québec.

Richard, P.R. (2004a). L'inférence figurale : un pas de raisonnement discursivo-graphique. *Educational Studies in Mathematics,* 57, 229-263.

Richard, P.R. (2004b). *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques*. Berne : Peter Lang.

Richard, P.R. (2010). *La geometría dinámica como herramienta para desarrollar competencias de modelización en el bachillerato*. Document inédit.

Richard, P.R. et Fortuny, J. M. (2007). Amélioration des compétences argumentatives à l'aide d'un système tutoriel en classe de mathématique au secondaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 12, 83-116.

Richard, P.R., Fortuny, J. M., Gagnon, M., Leduc, N., Puertas, E. et Tessier-Baillargeon, M. (2010). *Didactic and theoretical-based perspectives in the experimental development of an intelligent tutorial system for the learning of geometry*. Document inédit.

Richard, P.R., Fortuny, J.M., Gagnon, M., Leduc, N., Puertas, E. et Tessier-Baillargeon, M. (2011). Didactic and theoretical-based perspectives in the experimental development of an intelligent tutorial system for the learning of geometry. *ZDM Mathematics Education, 43*, 425-439.

Richard, P.R., Freiman, V. et Jarvis, D. (2012). *L'enseignement des mathématiques au Québec.* Communication présentée au colloque Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle. Actes du colloque EMF2012, Genève.

Ritter, S., Towle, B., Murray, R.C., Hausmann, R.G.M. et Connelly, J. (2010). A cognitive tutor for geometric proof. Dans J.K.V. Aleven et J. Mostow (dir.), *Lecture Notes in Computer Science* (Vol. 6095, p. 453). Berlin/Heidelberg : Springer

Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics.* Harmondsworth : L. Erlbaum Associates.

Sutherland, R. et Balacheff, N. (1999). Didactical complexity of computational envorionments for the learning of mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, 1-26.

Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking. *Advanced Mathematical Thinking*, 3-21.

Tanguay, D. (2002). Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie, 2*(3), 371-396.

Tanguay, D. (2005). Apprentissage de la démonstration et graphes orientés. *Annales de didactique et de sciences cognitives (IREM de Strasbourg),* 10, 55-93.

Tanguay, D. (2006). Comprendre la structure déductive en démonstration. *Envol,* 134, 9-17.

Tanguay, D., & Geeraerts, L. (2012a). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x, 88*, 5-24.

Tanguay, D. et Geeraerts, L. (2012b). *La mesure et les logiciels de géométrie dynamique dans le paradigme du physicien-géomètre.* Communication présentée au 3e symposium Espace de travail mathématiques, Montréal.Tessier-Baillargeon, M., Richard, P.R., Leduc, N. et Gagnon, M. (2014). Conception et analyse de geogebratutor, un système tutoriel intelligent : genèse d'un espace de travail géométrique idoine. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa 17, 17*(4-I), 191-210.

Tanguay, D., & Geeraerts, L. (2014). Conjectures, postulats et vérifications expérimentales dans le paradigme du géomètre-physicien : comment intégrer le travail avec les LGD ? *RELIME, 17*(4-II), 191-201.

Trouche, L. (2000). La parabole du gaucher et de la cassrole à bec verseur : étude des processus d'apprentissage dans un environnement de calculatrices symboliques. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 239-264.

Trouche, L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques ? Dans R. Floris et F. Conne (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques : intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage* (p. 19-38). Bruxelles : De Boeck.

Unesco. (1987). Etudes sur l'enseignement des mathématiques. Dans R. Morris (dir.), *L'enseignement de la géométrie* (Vol. 5, p. 214). Paris: Organisation des Nations Unies pour l'éducation, la science et la culture.

Vergnaud, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. Dans J. Brun et R. Floris (dir.), *Didactique des mathématiques* (p. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Vermersh, P. (2006). *L'entretien d'explicitation.* Issy-Les-Moulineaux : ESF éditeur.

Webber, C., Bergia, L., Pesty, S. et Balacheff, N. (2001). *Baghera project : a multi-agent architecture for human learning.* Communication présentée au Workshop Multi-Agent Architectures for Distributed Learning Environments, AIED2001, San Antonio, TA.

Winsløw, C. (2003). Semiotic and discursive variables in cas-based didactical engineering. *Educational Studies in Mathematics,* 52, 271-288.

ANNEXE 1

FICHIER *PROBLEME.XML* POUR LE PROBLÈME DU RECTANGLE

Chacun des problèmes implémentés dans GGBT détient son fichier *problème.xml*. Ce fichier contient le nom du problème, sa description, la consigne pour l'élève et les instructions destinées au système tutoriel pour lui indiquer où aller chercher les informations relatives à l'affichage de la figure associée au problème et les données concernant les solutions admissibles au problème.

probleme.xml

```xml
<probleme>
        <id>
                RECTPREUVE
        </id>
        <titre>
                Rectangle (preuve)
        </titre>
        <description>
                Prouver que la figure est un rectangle
        </description>
        <enonce>
                Démontrer qu'un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.
        </enonce>
        <figure>
                rectangle.jpg
        </figure>
        <ggbfile>
                rectanglebase.ggb
        </ggbfile>
        <inferencegraph>
                graph.txt
        </inferencegraph>
        <strategies>
                strategies.txt
        </strategies>
        <trees>
                trees.txt
        </trees>
        <discursivemsgs>
                disctutormsgs.txt
        </discursivemsgs>
</probleme>
```

ANNEXE 2
EXTRAITS DU FICHIER *DEDUCTIONTEXT.FR*

Le fichier *deductiontext.fr* regroupe l'ensemble des énoncés de géométrie que l'élève peut soumettre dans l'onglet phrase de GGBT. Si d'autres énoncés sont nécessaires à la résolution de nouveaux problèmes ajoutés à GGBT, le fichier *deductiontext.fr* peut être complété. Les énoncés dont le code en début de ligne commence par R sont des hypothèses, des conclusions intermédiaires ou des conclusions où l'élève doit entrer les paramètres d'une figure ou d'un élément de figure pour compléter l'énoncé avant de le soumettre. Les énoncé dont le code débute par un P ou un D sont des propriétés et des définitions pouvant être soumises telles quelles. La ligne de code précédent chaque énoncé répertorié comprend aussi un ensemble de codes qui indiquent les concepts clés en lien avec l'énoncé. Par exemple, la ligne de code pour le premier énoncé se lit comme suit :

R000000PE01|R|PE,DR,SG,Dr,AN,IN||{DS;1;;} est perpendiculaire à {DS;1;;}||

L'énoncé s'appelle R000000PE01, il comprend le code PE, qui signifie perpendiculaire (voir annexe 4) dans son nom puisqu'il concerne la perpendicularité de droite ou de segment de droite.

Il est identifié comme un énoncé |R| pour *résultat intermédiaire* (I), mais ces phrases peuvent aussi être une hypothèse (H) ou une conclusion (C). D'un point de vue informatique, ces phrases sont équivalentes en forme, et comme leur rôle (H, I, C) sera précisé dans le fichier *graph.txt* (Annexe 3), elles sont toutes identifiées par la lettre R.

La liste de codes qui suit évoque les thèmes s'apparentant à l'énoncé. Ici, les thèmes perpendiculaire (PE), droite (DR), segment (SG), droit (comme dans angle droit, Dr), angle (AN) et intersection (IN) sont identifiés.

Ces thèmes sont essentiels pour la recherche thématique dans l'onglet phrases de GGBT, mais aussi pour la genèse automatique d'éventuelles fiches d'identité des problèmes en fonction des thèmes qui y sont exploités.

Finalement, l'énoncé comme tel comprend des accolades qui spécifient le type de paramètre que l'élève doit fournir afin de pouvoir soumettre l'énoncé. Par exemple, ici {DS;1;;} signifie que l'élève doit fournir un segment (deux lettres majuscules) ou une droite (une lettre minuscule).

La structure informatique pour l'implémentation des énoncés a été conçue par Nicolas Leduc en fonction des besoins formulés par l'équipe didactique. Nous avons ensuite créé les codes pour les thèmes et identifier les codes associés à chaque énoncé en les inscrivant à même le fichier *deductiontext.fr.*

R000000PE01|R|PE,DR,SG,Dr,AN,IN||{DS;1;;} est perpendiculaire à {DS;1;;}||
R000000PR01|R|PR,DR,SG||{DS;1;;} est parallèle à {DS;1;;}||
RDRINSESG01|R|DR,IN,SE,SG||{DS;1;;} est sécant(e) à {DS;1;;}||
R00CTPLQU01|R|CT,PL,QU,SO||{Q;;;} est un quadrilatère||
R00PLQURC01|R|PL,QU,RC,CT,AN,Dr,PE||{Q;;;} est un rectangle||
R00PAPLQU01|R|PA,PL,QU,PR,CT||{Q;;;} est un parallélogramme||
R00LOPLQU01|R|LO,PL,QU,CT,MS,EG,PR||{Q;;;} est un losange||
R00CAPLQU01|R|CA,PL,QU,CT,MS,EG,AN,Dr,PE,PR||{Q;;;} est un carre||
R00PLQUTZ01|R|PL,QU,TZ,CT,PR||{Q;;;} est un trapèze||
RCTMIPTSG01|R|CT,MI,PT,SG,MS,SG,AR,CN,ED,LG||{P;;;} est le milieu de {SR;;;}||
RMEMISOTR01|R|ME,MI,SO,TR,CT||{S;;;} est la médiane issue de {P;;;} dans {T;;;}||
R00AIEGPL01|R|AI,EG,PL,CC||aire ({CTQ;1;;}) = aire ({CTQ;1;;})||
RBACMCTTR01|R|BA,CM,CT,TR||{S;;;} est une base commune ou un côté commun aux triangles {T;1;;} et {T;1;;}||
RCNEGMSSG01|R|CN,EG,MS,SG,EG,LG||La mesure du segment {S;1;;} = la mesure du segment {S;1;;}||
RMDMIPESG01|R|MD,MI,PE,SG,AN,Dr,IN,PT||{DS;;;} est la médiatrice de {S;;;}||
R000000CC01|R|CC||{C;;;} est un cercle||
R00CCCRDi01|R|CC,CR,Di,SG||{S;;;} est le diamètre de {C;;;}||

R0000INPT01|R|IN,PT,SG,DR,CC,AR||{P;;;} est l’intersection entre {DCSR;1;;} et {DCSR;1;;}||

R00ISPLTR01|R|IS,PL,TR,CT,MS,EG,AN,CN||{T;;;} est un triangle isocèle||

RISPLSOTR01|R|IS,PL,SO,TR,PT,MS,EG,AN,CN||{T;;;} est un triangle isocèle en {P;;;}||

R00PLRCTR01|R|PL,RC,TR,AN,Dr,PE,HY,Ca||{T;;;} est un triangle rectangle||

RPLRCSOTR01|R|PL,RC,SO,TR,AN,Dr,PE,HY,Ca,PT||{T;;;} est un triangle rectangle en {P;;;}||

R00EQPLTR01|R|EQ,PL,TR,CT,MS,CN,AN||{T;;;} est un triangle équilatéral||

DALDRLIPT01|D|AL,DR,LI,PT||Une droite donnée est formée à partir de tous les points qui sont sur une même ligne||

PALDRLIPT01|P|AL,DR,LI,PT||Par deux points distincts A et B passe une et une seule droite. On peut la noter par une lettre minuscule||

D00DRPRPT01|D|DR,PR,PT,CD,CM||Deux droites sont parallèles lorsqu’elles n’ont aucun point commun ou lorsqu’elles sont confondues. On les note par d//d’||

P00DREGPR01|P|DR,EG,PR,CD||Une droite d est parallèle à elle-même (d//d)||

P00CUDRPR01|P|CU,DR,PR||Deux droites d et d’ : si d//d’, alors d’//d (commutativité du parallélisme)||

P00DRPRTV01|P|DR,PR,TV||Trois droites, d, d’ et d’’ : si d//d’ et d’//d’’ alors d//d’’ (transitivité du parallélisme)||

P00DRDXPR10|P|DR,DX,PR||Deux droites parallèles ont la même direction||

D00DRPRSE01|D|DR,PR,SE||Deux droite non // sont dites sécantes||

P00DRPTSE01|P|DR,PT,SE,CM||Deux droites sécantes ont qu’un seul point en commun||

PALDRINPR01|P|DR,PR,PT,Pr||Étant donné une droite d et un point A, il existe une et une seule droite parallèle à d et passant par A||

PALDRPRPT01|P|AL,DR,PR,PT,Pr||Si (AB) et (AC) sont // à d, alors A,B,C sont alignés||

DANDRINPE01|D|AN,DR,IN,PE,Dr||Deux droites sont perpendiculaires lorsqu’elles se coupent à angle droit||

PALDRINPE01|P|AL,DR,IN,PE,AN,Dr,Pr||Étant donnés une droite d et un point A, il existe une seule droite d’ perpendiculaire à d et passant par A||

PALDRPEPT01|P|AL,DR,PE,PT,Pr||Si (AB) et (AC) sont perpendiculaires à d, alors A, B et C sont alignés||

P00DRPEPR01|P|DR,PE,PR||Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l’une est perpendiculaire à l’autre||

P00DRPEPR02|P|DR,PE,PR||Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles||

DEDMIPTSG01|D|ED,MI,PT,SG,Ex,AP||Le milieu d’un segment est le point qui appartient à ce segment et qui est équidistant de ses extrémités||

PDSMIMSSG01|P|DS,MI,MS,SG,PT,LG,ED|PDSMIMSSG26|Si I est le milieu de [AB] alors AI = IB = AB/2||

PDSMIMSSG26|P|DS,MI,MS,SG,PT,LG,ED|PDSMIMSSG01|Si AI = IB = AB/2 alors I est le milieu de [AB]||

DMDMIPESG01|D|MD,MI,PE,SG,SR,AN,Dr||La médiatrice d’un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu||

PEDExMDSG01|P|ED,Ex,MD,SG,PT,AP,PE,AN,Dr,MI|PEDExMDSG26,PEDExMDSG51|Tout point de la médiatrice d’un segment est équidistant des extrémités de ce segment||

PEDExMDSG26|P|ED,Ex,MD,SG,PT,AP,PE,AN,Dr,MI|PEDExMDSG01|Tout point équidistant des extrémités d’un segment appartient à la médiatrice de ce segment||

PEDExMDSG51|P|ED,Ex,MD,SG,PT,AP,PE,AN,Dr,MI|PEDExMDSG01|Si SX = XR et SY = YR, alors (XY) est la médiatrice de [SR]||

DCCCEPTRY01|D|CC,CE,PT,RY,ED||Le cercle de centre O et de rayon r est l’ensemble de tous les points P du plan tels que OP = r||

PCCCEPTRY01|P|CC,CE,PT,RY,AP,ED||Dire que P appartient au cercle de centre O et de rayon r revient à dire que OP = r||

DCcINMDTR01|D|Cc,IN,MD,TR,CC,CE,PT||Le cercle ayant comme centre le point de concours O des médiatrices des côtés du triangle ABC est appelé le cercle circonscrit à ce triangle||

PCcINMDTR01|P|Cc,IN,MD,TR,CC,CE,PT||Les médiatrices d’un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit||

PDCITRCTR01|P|DC,IT,RC,TR,AN,Dr,PE,Di,Ex|PDCITRCTR26|Un triangle rectangle s’inscrit dans un demi-cercle||

PDCITRCTR26|P|DC,IT,RC,TR,AN,Dr,PE,Di,Ex|PDCITRCTR01|Tout triangle inscrit dont deux de ses sommets coïncident avec les extrémités du diamètre d’un cercle est un triangle rectangle||

DCCDRINTG01|D|CC,DR,IN,TG,PT||La tangente au point T d’un cercle C est la droite qui coupe C seulement en T||

PCCPERYTG01|P|CC,PE,RY,TG,PT,AN,Dr||Toute tangente à un cercle est perpendiculaire à son rayon||

DMIPTPrSY01|D|MI,PT,Pr,SY,AX,SG||Deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I lorsque I est le milieu du segment [AB]||

DCsPTSGSY01|D|Cs,PT,SG,SY,CE,Pr||Lorsque deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I, I est le centre de symétrie de [AB]||

DDRMDPrSY01|D|DR,MD,Pr,SY,PT,SG||Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite d lorsque d est la médiatrice du segment [AB]||

ANNEXE 3
FICHIER *GRAPH.TXT* POUR LE PROBLÈME DU RECTANGLE

Chaque problème de démonstration détient son fichier *graph.txt*. Ce fichier dicte au système tutoriel l'ensemble des inférences composant les solutions admissibles pour le problème. En décomposant en inférences les différentes solutions trouvées par l'expert, le système tutoriel peut analyser les inférences pour compiler toutes les solutions qui découlent de leur combinaison.

Les fichiers *graph.txt* ont été conçus par Nicolas Leduc pour permettre à la didacticienne d'implémenter elle-même ces inférences initialement trouvées sur papier. On y énumère les hypothèses (H), les conclusions intermédiaires (I) et la conclusion (C) du problème qui sont des énoncés « |R| » de l'annexe 2 avec les paramètres associés à la figure fournie avec le problème, ainsi que les justifications (J) qui sont des énoncés « |D| » ou « |P| » de l'annexe 2. Plus bas, les inférences pour la rédaction des démonstrations admissibles sont énumérées. Chaque inférence précise d'abord l'énoncé justificatif agissant comme une étiquette qui permet d'identifier plus facilement son rôle dans la solution au problème. Ensuite, entre les accolades, les antécédents de l'inférence sont donnés et à droite de l'égalité se trouve le conséquent de l'inférence.

Ces inférences peuvent être combinées automatiquement par le système tutoriel pour générer les graphes HPDIC (Annexe 5), mais ces graphes ne sont pas nécessaires pour la genèse des solutions par le système tutoriel. Le fichier *graph.txt* peut être modifié ou complété au besoin.

graph.txt

```
========================= DICTIONARY =========================
H001:R00CTPLQU01N(Q:ABCD;)
H002:R000000PE01N(S:DC,S:AD;)
H002:R0000ANMS01N(A:ADC,V:0090;)
H002:R00ANDrPE01N(A:ADC;)
H003:R000000PE01N(S:AD,S:AB;)
H003:R0000ANMS01N(A:DAB,V:0090;)
H003:R00ANDrPE01N(A:DAB;)
H004:R000000PE01N(S:CD,S:BC;)
H004:R0000ANMS01N(A:BCD,V:0090;)
H004:R00ANDrPE01N(A:BCD;)

J001:P00DRPEPR01N(;)
J002:DANIRPLSM01N(;)
J003:P00DRPEPR02N(;)
J004:DCoPAPRQU01N(;)
J005:PANEGPAQU26N(;)
J006:PANEGPAQU01N(;)
J007:DANDrQURC01N(;)
J008:PANDrPARC26N(;)

I001:R000000PR01N(S:DA,S:BC;)
I002:R000000PR01N(S:DC,S:AB;)
I003:R000000PE01N(S:BA,S:BC;)
I003:R0000ANMS01N(A:ABC,V:0090;)
I003:R00ANDrPE01N(A:ABC;)
I004:R00PAPLQU01N(Q:ABCD;)

C001:R00PLQURC01N(Q:ABCD;)

========================= INFERENCES =========================

J002{HH001}=II003
J001{HH002+HH003}=II001
J001{HH003+HH004}=II002
J004{II001+II002}=II004
J003{II001+HH004}=II003
J003{HH002+II002}=II003
J005{II003+HH001+HH002+HH003}=II004
J006{II004+HH003}=II003
J007{II003+HH002+HH003+HH004}=CC001
J008{II004+HH002}=CC001
J008{II004+HH003}=CC001
J008{II004+HH004}=CC001
J008{II004+II003}=CC001
```

ANNEXE 4
FICHIER *DEDUCTIONCATEGORY.FR*

Le fichier *deductioncategory.fr* énumère les thèmes utilisés pour la recherche thématique dans l'onglet phrases de GGBT, mais aussi pour la genèse automatique d'éventuelles fiches d'identité des problèmes en fonction des thèmes qui y sont exploités. Ces mots clés ont été identifiés afin de s'assurer qu'aucun énoncé « |R| », « |P| » ou « |D| » n'arbore la même combinaison de thèmes. Ces thèmes peuvent être complétés au besoin.

AA|Aigu
AC|Acutangle
AD|Adjacent
AI|Aire
AJ|Ajouter
AL|Aligné
AN|Angle
AP|Appartient
AR|Arc
AS|Associativité
AX|Axe
Ac|Angle au centre
Ax|Axe de symétrie
BA|Base
BI|Bissectrice
CA|Carré
CC|Cercle
CD|Confondu
CE|Centre
CF|Circonférence
CI|Construction impossible
CN|Congru / Isométrique
CM|Commun
CP|Complémentaire
CO|Coordonné
CR|Corde
CS|Cos
CT|Côté
CU|Commutativité
Ca|Cathète
Cc|Circonscrit
Cg|Centre de gravité
Cn|Consécutifs
Cs|Centre de symétrie
DC|Demi-cercle
DD|Demi-droite

DF|Différence
DI|Diagonale
DP|Déplacement
DR|Droite
DS|Distance
DV|Division
DX|Direction
Dr|Droit
Di|Diamètre
ED|Equidistant
EG|Egalité/égale,égaux
EQ|Equilatéral
EU|Euclide
EX|Extérieur
Ex|Extrémité
GR|Graduation
HA|Hauteur
HG|Hypothèse graphique
HY|Hypoténuse
HO|Homologue
IN|Intersection
IR|Intérieur
IS|Isocèle
IM|Isométrie
Im|Isométrique / Congru
IT|Inscrit
JC|Justification calculatoire
JG|Justification graphique
LG|Longueur
LI|Ligne
LO|Losange
MD|Médiatrice
ME|Médiane
MI|Milieu
MS|Mesure
NR|Nombre réel
OT|Obtus
OB|Obtusangle
ON|Orthonormé
OP|Opposé
OR|Orthocentre
OG|Orthogonal
PA|Parallélogramme
PC|Plan cartésien
PE|Perpendicularité
PL|Polygone
PP|Propriété
PO|Proportionnel
PR|Parallélisme
PT|Point
PY|Pytagore
Pr|Par rapport à
QA|Quadrillage
QT|Quantité
QU|Quadrilatère
RA|Rapport
RC|Rectangle
RP|Repère
RT|Rapport trigonométrique
RY|Rayon
SC|Scalène
SE|Sécante
SG|Segment
SI|Semblable/Similitude

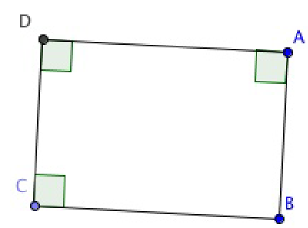
SM|Somme
SN|Sin
SO|Sommet
SP|Supplémentaire
SR|Segment remarquable
SS|Soustraire
SU|Support
SY|Symétrie
TA|Tan (Trigo)
TG|Tangente (Cercle)
TH|Thalès
TR|Triangle
TV|Transitivité
TZ|Trapèze
UN|Unité
XX|Contradiction
ae|Angles alternes-externes
ai|Angles alternes-internes
co|Angles correspondants
os|Angles opposés par le sommet
;codes dans noms inutilisés dans thèmes
;Co|côté opposé
;Ch|Côté homologue
;Ci|Cercle inscrit
;AO|Angle obtus
;Ai|Angle inscrit

ANNEXE 5
GENÈSE DU GRAPHE HPDIC POUR UN PROBLÈME

Cette annexe précise le processus pour la genèse d'un graphe HPDIC. Le graphe HPDIC n'est pas affiché dans GGBT pour un usage par l'élève ou par l'enseignant. Il sert à visualiser les solutions expertes implémentées afin de les valider. Au départ, les graphes HPDIC étaient faits à la main par la didacticienne, mais lorsqu'ils sont devenus trop complexes, Nicolas Leduc a mis au point un algorithme pour qu'ils soient générés automatiquement à partir des fichiers *graph.txt.*

Problème du rectangle:

Démontrer qu'un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.



Une solution admissible pour ce problème tirée du fichier graph.txt et sa traduction en langue naturelle:

Propriétés est définitions :

J001: P00DRPEPR01N(;) : Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.
J003: P00DRPEPR02N(;) : Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
J007: DANDrQURC01N(;) : Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits.

Hypothèses :
H002:R000000PE01N(S:DC,S:AD;) : Le segment AD est perpendiculaire au segment CD.
H003:R000000PE01N(S:AD,S:AB;) : Le segment AB est perpendiculaire au segment AD.
H004:R000000PE01N(S:CD,S:BC;) : Le segment BC est perpendiculaire au segment CD.

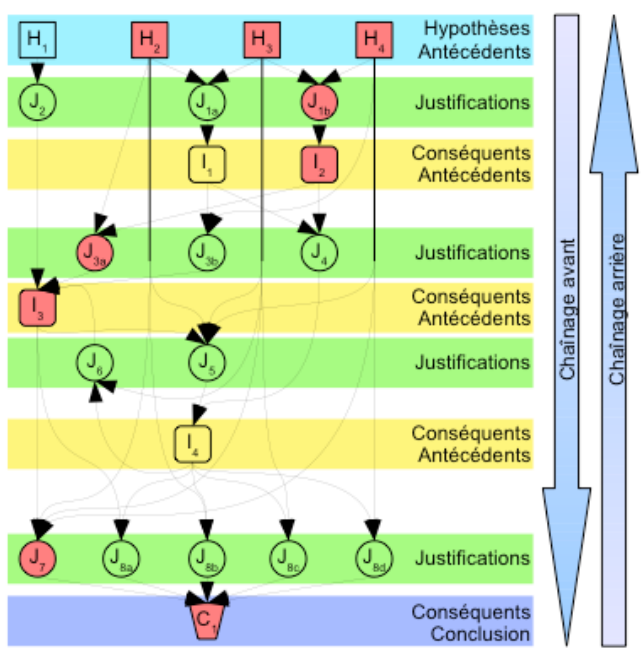
Conclusion intermédiaire :

I002:R000000PR01N(S:DC,S:AB;) : Le segment AB est parallèle au segment CD.
I003:R000000PE01N(S:BA,S:BC;) : Le segment AB est perpendiculaire au segment BC.

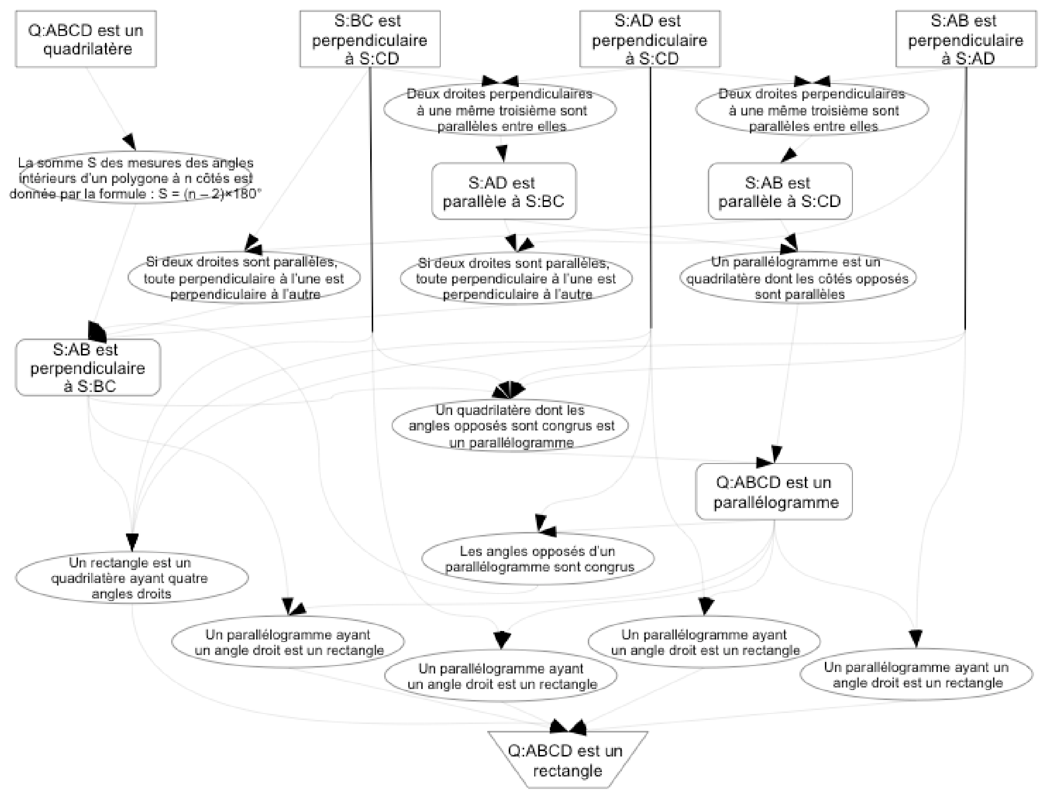
Conclusion :
C001: R00PLQURC01N(Q:ABCD;) : Le quadrilatère ABCD est un rectangle

Inférences	**Texte de démonstration**
J001{HH003+HH004}=II002	**Comme** S:AD est perpendiculaire à S:CD **, et** S:AB est perpendiculaire à S:AD **, alors, selon la propriété qui dit «**Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles**»** , S:AB est parallèle à S:CD .
J003{HH002+II002}=II003	**Comme** S:BC est perpendiculaire à S:CD **, et** S:AB est parallèle à S:CD **, alors, selon la propriété qui dit «**Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre**»** , S:AB est perpendiculaire à S:BC .
J007{II003+HH002+HH003+HH004}=CC001	**Comme** S:AB est perpendiculaire à S:BC , S:AD est perpendiculaire à S:CD , S:AB est perpendiculaire à S:AD **, et** S:BC est perpendiculaire à S:CD **, alors, selon la propriété qui dit «**Un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits**»** , Q:ABCD est un rectangle

La succession d'inférences pour cette solution est transposée sous forme de graphe déductif (éléments en rouge dans le graphe ci-dessous) et combinée aux autres solutions admissibles au problème pour former le graphe HPDIC. Le graphe HPDIC du rectangle comporte 23 solutions valides.



Le graphe HPDIC encodé (ci-dessus), le graphe HPDIC sans encodage (ci-dessous)



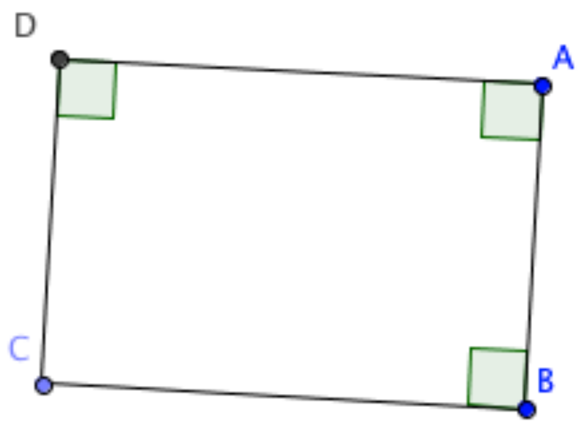
ANNEXE 6
TROIS PROBLÈMES EN FORMAT PAPIER-CRAYON (PHASE EXPÉRIMENTALE 1)

Cette annexe regroupe les documents remis aux élèves pour les trois problèmes en format papier-crayon de la première phase expérimentale (Chapitre V).

Problème 1

rectangle ?

Démontrez qu'un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.



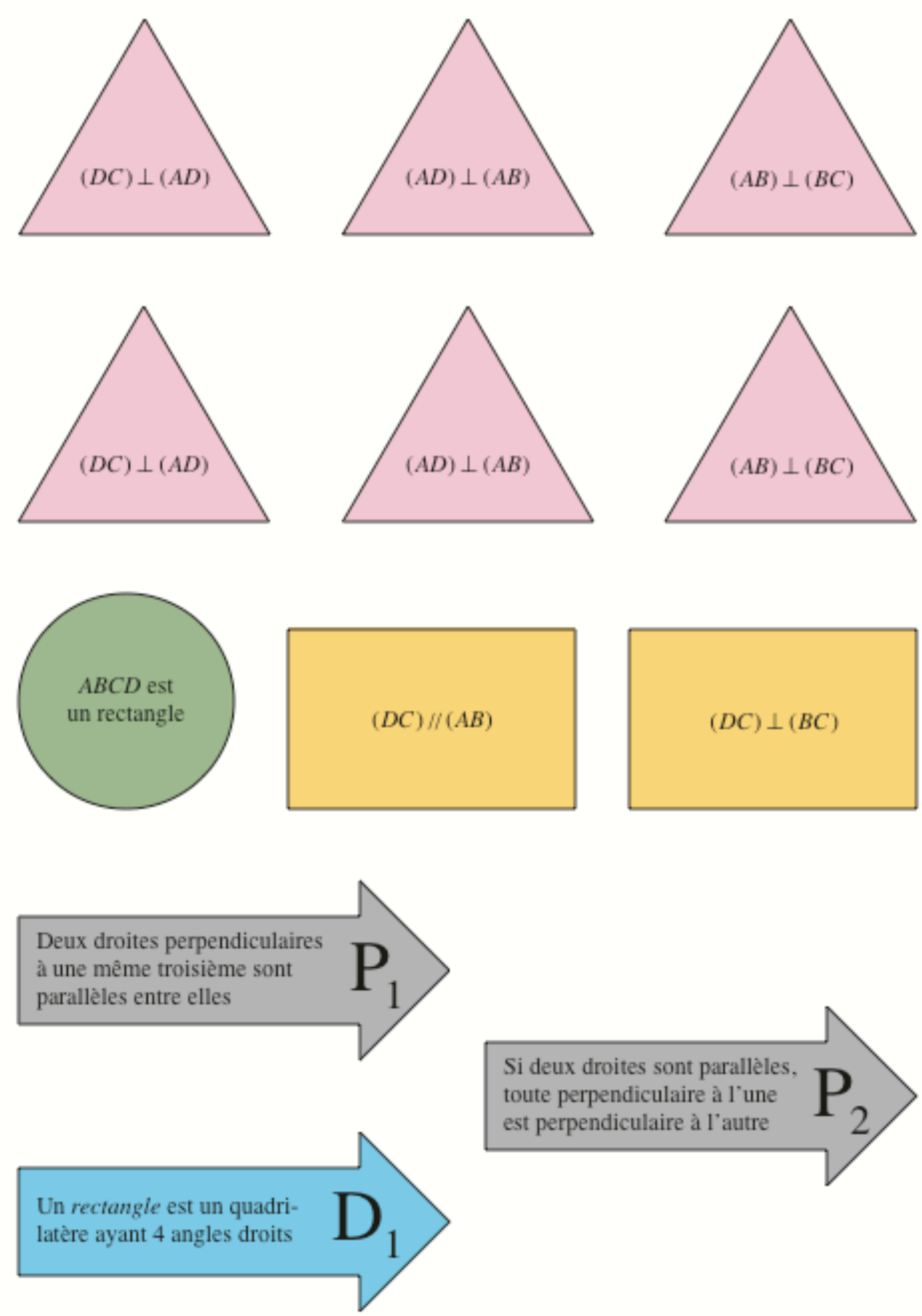
Répondre à la question en plaçant de façon cohérente les morceaux du casse-tête #1.

Indice : il faut construire la conclusion à partir des hypothèses.

Vous pouvez utiliser les morceaux que vous voulez et vous pouvez utiliser un même outil plus d'une fois.

Veuillez laisser des traces de votre solution à la page 1 du document de solutions.

NE PAS ÉCRIRE ICI


$(DC) \perp (AD)$
$(AD) \perp (AB)$
$(AB) \perp (BC)$
$(DC) \perp (AD)$
$(AD) \perp (AB)$
$(AB) \perp (BC)$
ABCD est un rectangle
$(DC) \,//\, (AB)$
$(DC) \perp (BC)$
Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles
P_1
Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre
P_2
Un *rectangle* est un quadrilatère ayant 4 angles droits
D_1

Problème 2 *Parallélogramme à un angle droit*

Voici un **problème** :

> « Soit ABC un triangle quelconque. La hauteur issue de A coupe la droite (BC) en H. On appelle E le symétrique de H par rapport au milieu I du segment [AC] ». **Vous pouvez faire un dessin sur la page 2 du document de solutions.**

NE PAS ÉCRIRE ICI

Voici des **morceaux de phrases** :

1) et celui du segment [HE],
2) AHCE est un parallélogramme.
3) alors, selon une des propriétés du rectangle,
4) Comme E est le symétrique de H par rapport à I,
5) Dans le triangle ABC, comme la droite (AH) est la hauteur issue de A,
6) Dans le quadrilatère AHCE, comme I est le milieu du segment [AC],
7) AHCE est un rectangle.
8) la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (BC).
9) alors, selon une des propriétés du parallélogramme,
10) I est le milieu du segment [HE].
11) Dans le parallélogramme AHCE, comme la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (BC),
12) alors, selon la définition de la symétrie par rapport à un point,
13) alors, selon la définition de la hauteur d'un triangle,

a) Quelle est la nature du quadrilatère AHCE ? On ne demande pas de justifier. **Écrire votre réponse sur la page 2 du document de solutions.**

NE PAS ÉCRIRE ICI

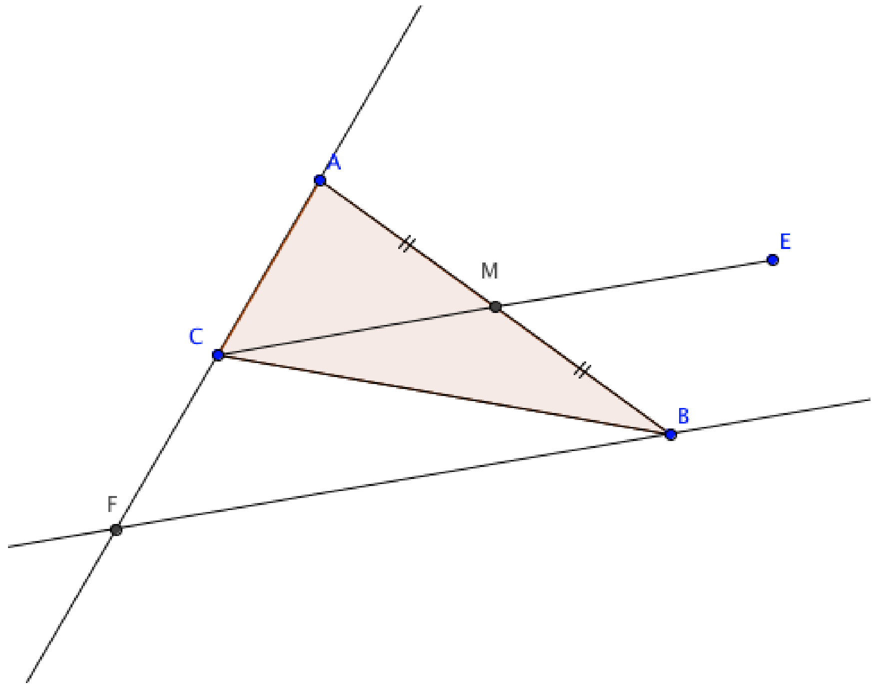
b) Ordonner tous les morceaux de phrases, en commençant par le numéro 5), de manière à justifier la nature du quadrilatère AHCE. **Écrire votre solution sur la page 2 du document de solutions.**

Problème 3 *Milieu ?*

Dans un triangle ABC, E est le symétrique de C par rapport au milieu M de [AB].

La parallèle à (CM) passant par B coupe (AC) en F.

Peut-on dire que C est le milieu de [AF] ?



NE PAS ÉCRIRE ICI

Répondre à cette question en plaçant de façon cohérente les morceaux du casse-tête #2.

> Indice : il faut construire la conclusion à partir des hypothèses.
>
> Vous pouvez utiliser les morceaux que vous voulez et vous pouvez utiliser un même outil plus d'une fois.

Une fois votre casse-tête terminé, inscrivez votre solution sur le schéma de la page 3 du document de solutions. Utilisez le code de chaque pièce pour indiquer son emplacement dans le schéma.

Ex : D3, P1,❷,♣

NE PAS ÉCRIRE ICI

Un quadrilatère dont deux côtés opposés sont // et de même longueur est un parallélogramme P_1

♣ M est le milieu de [AB]

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur P_5

Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles P_2

♦ (BF) // (CM)

Définition de la symétrie centrale D_1

Deux longueurs égales à une même troisième sont égales entre elles P_3

♥ E est le symétrique de C par rapport à M

Définition du milieu d'un segment D_2

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux P_4

Définition du parallélogramme D_3

♠ C est le milieu de [AF]

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur P_5

Définition du parallélogramme D_3

AEBC est un parallélogramme ❶

CEBF est un parallélogramme ❷

(AC) // (EB) ❸

(CF) // (EB) ❹

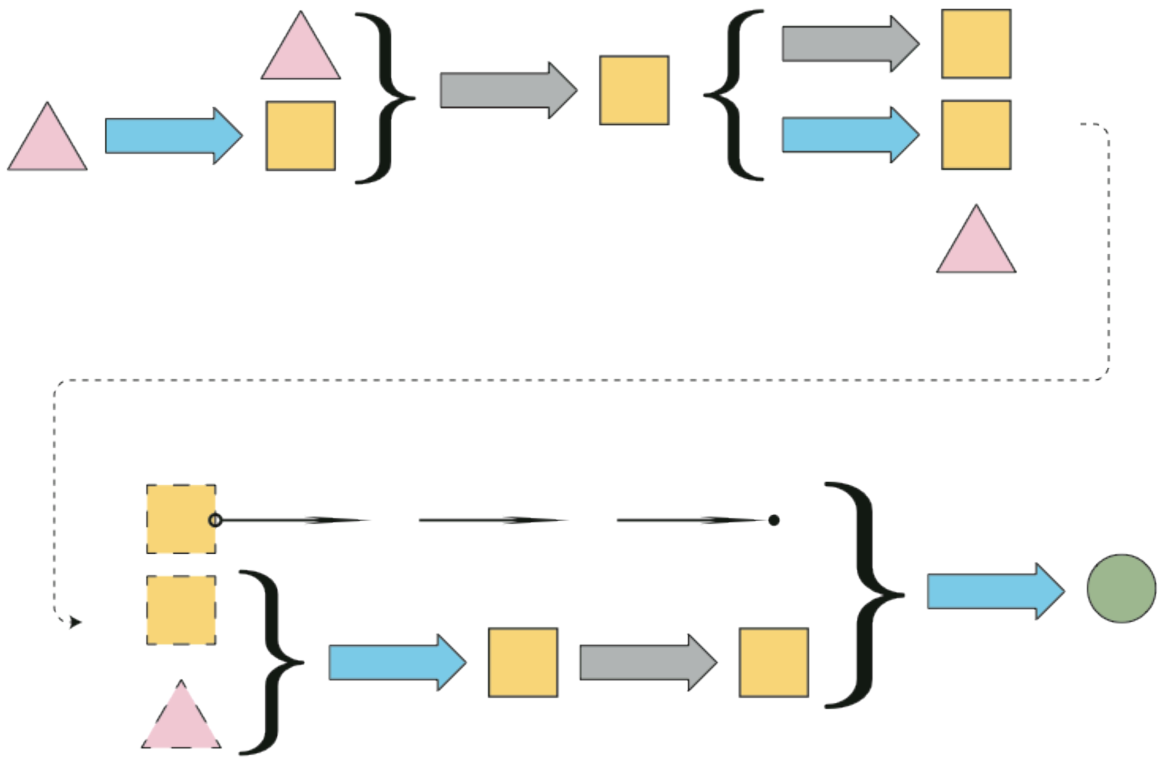
B est le symétrique de A par rapport à M ❺

M est le milieu de [CE] ❻

AC = EB ❼

CF = EB ❽

Trame de la solution au problème



ANNEXE 7
FICHIERS HYBRIDES VERBATIM/JOURNAUX

Les fichiers hybrides verbatim/journaux sont obtenus grâce à l'intégration aux fichiers journaux générés par GGBT du verbatim des échanges enregistrés grâce au captation vidéo et audio des dialogues entre les élèves et avec leur enseignant. Nous avons pris les fichiers journaux générés par GGBT pour le *problème du parallélogramme (aires)* (première image) et nous y avons ajouté une retranscription des échanges oraux captés. Nous avons aussi utilisé ces fichiers hybrides pour noter les bogues, les pistes de solutions supplémentaires soulevées par les élèves et les enseignants ainsi que des notes pour la suite du développement générale de GGBT (seconde image).

```
13:32:34 : [Tuteur] 12, 15, 10, 15, 18, 0, 7,
13:33:56 : [Etudiant] AE est une base commune aux triangles DEA et
ABE
13:33:56 : [Tuteur] 12, 15, 10, 15, 27, 7, 14,
13:34:55 : [Etudiant] Deux triangles ayant des bases et des hauteurs
associées congrues ont la même aire
13:34:55 : [Tuteur] 12, 23, 15, 21, 36, 14, 21,
13:37:01 : [Etudiant] Si deux triangles ont de même aire et une base
de même mesure, les hauteurs associées à ces bases sont elles aussi
congrues
13:37:01 : [Tuteur] 12, 30, 15, 26, 45, 14, 28,
13:37:48 : [Etudiant] DM est la hauteur de ACD issue de D
13:37:48 : [Tuteur] 12, 38, 21, 31, 54, 21, 35,
13:38:25 : [Etudiant] BN est la hauteur de ABC issue de B
13:38:25 : [Tuteur] 12, 46, 26, 36, 63, 28, 42,
```

Fichier journal sans annotations

Les annotations sont précédées d'un code qui indique la nature du commentaire. Les annotations précédées de deux dièses (##) concernent la validation de graphes de solutions; dans le cas du fichier ci-dessous, le tuteur numérique n'accorde pas de pointage à des énoncés valides. Ces annotations ont toutes été analysées afin de compléter les solutions expertes qui omettaient certaines formulations équivalentes. Les annotations précédées du signe de dollars singulier ($) indiquent des dialogues entre les élèves travaillant ensemble. Les annotations qui sont précédées d'un double point d'exclamation (!!) jumelées à celles précédées d'un double signe de dollars ($$) indiquent un échange entre l'enseignant (!!) et les élèves ($$). Ces derniers échanges sont les plus importants pour le développement du système tutoriel.

```
13:29:17 : [Etudiant] BN est la hauteur de AEB issue de B
13:29:17 : [Tuteur] 12, 15, 10, 10, 18, 0, 0,
13:30:40 : [Etudiant] DM est la hauteur de DEA issue de D
13:30:40 : [Tuteur] 12, 15, 10, 10, 18, 0, 0,

## ceci devrait donner des points! à voir!

13:32:34 : [Etudiant] Les diagonales d'un parallélogramme se coupent
en leurs milieux
13:32:34 : [Tuteur] 12, 15, 10, 15, 18, 0, 7,

$ mais ils n'ont pas la même base
$ ben oui ils ont la même base

13:33:56 : [Etudiant] AE est une base commune aux triangles DEA et
ABE
13:33:56 : [Tuteur] 12, 15, 10, 15, 27, 7, 14,
13:34:55 : [Etudiant] Deux triangles ayant des bases et des hauteurs
associées congrues ont la même aire
13:34:55 : [Tuteur] 12, 23, 15, 21, 36, 14, 21,

$ mais on vient de dire que c'était la même aire, mais c'était pas ça
le but…
!! oui c'est très bien ce que vous avez écrit
!! AE base commune ok et deux triangles qui ont la même base et la
même hauteur ont la même aire, avez vous dit qu'ils ont la même
hauteur?
$$ oui… euh?
$$ on a dit que les hauteurs issues des diagonales se croisent au
centre
!! euh attends là. Les hauteurs issues des diagonales se croisent au
centre??
$$ ben les hauteur c'est BM et DN
!! et as tu montré qu'elles sont congrues?
$$ ben on a dit que les diagonales qui se croisaient faisait des
triangles congrus
!! ce que tu veux dire c'Est que la diagonale coupe le
parallélogramme en triangle d'aires égales
$$ oui c'est ça!
!! donc… c'est ça que tu dois justifier!
$ ah je sais , si les deux gros triangles ont la même aire, ils ont
la même hauteur


13:37:01 : [Etudiant] Si deux triangles ont une même aire et une base
de même mesure, les hauteurs associées à ces bases sont congrues
13:37:01 : [Tuteur] 12, 30, 15, 26, 45, 14, 28,
13:37:48 : [Etudiant] DM est la hauteur de ACD issue de D
13:37:48 : [Tuteur] 12, 38, 21, 31, 54, 21, 35,
13:38:25 : [Etudiant] BN est la hauteur de ABC issue de B
13:38:25 : [Tuteur] 12, 46, 26, 36, 63, 28, 42,
```

Fichier hybride verbatim/journal (annoté)

Ces fichiers annotés sont soumis à *l'analyse systématique des relations* décrite au chapitre V (§ 5.3.3.2) de la présente thèse.

ANNEXE 8
EXERCICE D'ORDONNANCEMENT DES MESSAGES POUR UNE INFÉRENCE

Le tableau qui suit constitue une généralisation de l'exercice de simulation d'indices tutoriels pour une inférence témoin expliqué au chapitre V (§ 5.3.3.2).

La première colonne énumère les différents cas de blocage où l'élève peut se trouver. Chaque cas est composé de trois marqueurs. Le premier concerne les antécédents de l'inférence, le second, la justification et le dernier se rapporte au conséquent. Selon une logique de système binaire, 0 signifie absence et 1 signifie présence. Comme une inférence peut comporter plusieurs antécédents, le symbole + signifie une présence partielle et donc une activation de certains des antécédents seulement. Par exemple, l'élève pourrait avoir soumis le conséquent sans savoir comment le démontrer (H : aucune activée, J : non activée, C : activée, cas : 001). Il pourrait aussi avoir activé certains des antécédents de l'inférence au fil de son raisonnement, soumis la propriété parce qu'elle lui semblait utile, et ne pas savoir quoi faire ensuite (H : partiellement activée, J : activée, C : non activée, cas : +10). Par la suite, pour chacun de ces cas (il y en a 14 en tout), en se basant sur les conclusions de l'exercice de simulation effectué pour chacun des cas, nous avons retranscrit l'enchainement d'interventions ou d'indices que pourrait fournir l'enseignant réel à l'élève dans cette situation.

La nature de chaque intervention et son rang relatif sont précisés par un code adopté conjointement par la didacticienne et par Nicolas Leduc. Les lettres I, N, G, P et E indiquent la nature du message.

Les messages I sont des messages qui font référence explicitement aux éléments de l'inférence précédemment soumis par l'élève, par exemple : *quelle justification peut te permettre de démontrer que le segment DM est congru au segment BN?*

Les messages N sont des indices par rapport à un énoncé en particulier et ces messages ne font pas référence à d'autres éléments de l'inférence. Les messages Nj concernent une justification, par exemple : *recherche des justifications concernant les triangles d'aires égales*. Les messages Nc se rapportent à un conséquent, par exemple : *quelle relation entre les aires des triangles ABC et ACD peut-être déduite?* Enfin, les message Nh concernent un antécédent : *as-tu mentionné ce que représente le segment DM par rapport au triangle ACD?*

Les message G sont des messages généraux n'étant pas modifiés par les paramètres des problèmes, par exemple : *salut!, à toi de jouer.*

Les messages P sont des messages d'aide à divulguer en début de problème et qui concernent l'énoncé d'un problème en particulier : *on te demande de démontrer qu'un quadrilatère avec trois angles droits est nécessairement un rectangle. Sais-tu comment le prouver?*

Enfin les message E désignent une indication de consulter l'enseignant.

Chaque lettre est suivie d'un indice qui indique le rang de l'indice. Par exemple, $I_{010,1}$ signifie que ce message est le premier à divulguer dans le cas 010. Un code du type $Nh_{2.2}$ pointe vers le second indice concernant le second antécédent pour une inférence, tandis que $Nh_{3,1}$ se rapporte au premier indice concernant le troisième antécédent d'une inférence.

Ce tableau est modélisé grâce à la machine à état expliquée au chapitre 5 (§ 5.3.3.2, diagramme 10).

Modèle pour l'ordre des messages du tuteur en fonction du cas de blocage de l'élève

Cas \ Rang du message	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
001	$I_{001,1}$	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	E	$I_{001,2}$	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E
101	$I_{101,1}$	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	E													
+01	$I_{001,1}$	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	E	$I_{001,2}$	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	$I_{001,3}$	$Nh_{2,1}$	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$
000 début	$G_{000,1}$	$G_{000,2}$	$G_{000,3}$	$P_{000,1}$	$P_{000,2}$	$P_{000,3}$	E											
000 en cours	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	N_{j3}	E													
100	$I_{100,1}$	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	E	$I_{100,2}$	N_{c1}	N_{c2}	N_{c3}	E								
+00	$I_{100,1}$	N_{j1}	N_{j2}	N_{j3}	E	$I_{100,2}$	N_{c1}	N_{c2}	N_{c3}	E	$I_{100,3}$	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$
011	I_{011}	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E	
111 en cours	$G_{111,1}$																	
111 fin	$G_{111,2}$																	
+11	I_{011}	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E	
010	$I_{010,1}$	N_{c1}	N_{c2}	N_{c3}	E	$I_{010,2}$	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E
110	$I_{110,1}$	N_{c1}	N_{c2}	N_{c3}	E													
+10	$I_{010,1}$	N_{c1}	N_{c2}	N_{c3}	E	$I_{010,1}$	Nh_1	$Nh_{1,2}$	$Nh_{1,3}$	E	Nh_2	$Nh_{2,2}$	$Nh_{2,3}$	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E

	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E					
	E	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E				
	E	Nh_3	$Nh_{3,2}$	$Nh_{3,3}$	E	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E
	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E					
	Nh_4	$Nh_{4,2}$	$Nh_{4,3}$	E					

ANNEXE 9

FICHIER *GENERICMESSAGES.FR*

Le fichier *GenericMessages.fr* regroupe les messages génériques qui peuvent s'appliquer à tous les problèmes ou se conformer au contexte d'un problème particulier grâce à l'usage de phrases trouées.

On y trouve les messages qui accompagnent les rétroactions sémaphoriques ([instant]), par exemple : *:/, essaie autre chose*.

Les messages généraux ([général]) sont de la forme : *salut!, à toi de jouer…* ou *as-tu ciblé ce que tu cherches à démontrer?*

Les messages qui font référence aux éléments préalablement soumis d'une inférence sont des messages génériques troués dans lesquels on insère un antécédent, une justification ou un conséquent soumis par l'élève dans le cadre du problème en cours de résolution ([problem], [inference]), à titre d'exemples : **Cj** : *pour quelle justification le fait : aire de ABC = aire de ACD, peut-il s'avérer utile* ; **Ch** : *quels antécédents sont nécessaires pour démontrer le résultat suivant : segment BN = segment DM* ; **Cc** : *l'antécédent : aire de ABC = aire de ACD, peut t'aider à démontrer quel résultat?*

Finalement, les messages de dernier recours ([bottom] et [teacher]) dictent une action à l'élève : *essaie d'écrire : segment BN = segment DM* ou demandent à l'élève de consulter son enseignant.

Les différents codes qui précèdent les énoncés dictent leur usage au système tutoriel. Le choix de ces codes relève de l'équipe informatique.

[Instant]

INVALID|*|:\

INVALID|*|:\ Essaie autre chose.

INVALID|*|:\ As-tu bien réfléchi à ta stratégie ?

INVALID|3|:\ Es-tu certain(e) de bien comprendre l'énoncé du problème ?

INVALID|4|:\ Peut-être peux-tu revoir ta stratégie avec un de tes pairs.

INVALID|5|:(Tu devrais demander de l'aide à un copain ou à ton enseignant.

RECIPROCAL|1|:l Regarde bien les phrases qui ressemblent à celle que tu as soumise. Ici l'ordre logique est très important pour distinguer une propriété de sa réciproque.

RECIPROCAL|2|:l Connais-tu la différence entre une propriété et sa réciproque ?

RECIPROCAL|2|:l Cette justification est-elle énoncée dans l'ordre qui te permet de montrer ce dont tu as besoin ?

RECIPROCAL|3|:S Demande à ton enseignant ou à un collègue de classe la distinction logique entre une propriété et sa réciproque.

VALID|*|:)

VALID|*|:) Ca va bien.

VALID|*|:) Continue!

VALID|*|:) J'ai hâte de voir la suite.

VALID|*|:)

VALID|*|:)

VALID|*|:)

VALID|*|:)

VALID|*|:)

VALID|*|:)

VALID|1|:) Bon départ!

VALID|40|:) Je pense avoir reconnu ta stratégie, tu peux maintenant consulter l'onglet rédaction.

VALID|50|:) Tu progresses. Tu es à mi-chemin.

VALID|75|:) Ta démonstration est presque complète.

VALID|99|;) Bravo, tu as complété une démonstration!

RVALID|*|:l C'est bien, mais tu as déjà soumis cette phrase.

RVALID|2|:l Tu as raison, mais attention, la répétition de phrases identiques ne fait pas progresser ta démonstration.

RVALID|3|:l Même si tu changes de stratégie, tu n'as pas besoin de répéter ce que tu as déjà dit, je vais en tenir compte.

RVALID|4|:(Demande à ton enseignant de t'expliquer pourquoi la répétition n'est pas nécessaire.

RINVALID|*|:\ Tu as déjà mentionné cette phrase qui ne fait pas partie des solutions.

RINVALID|2|:\ Tout comme pour les phrases valides, il est inutile de répéter les phrases qui ne font pas partie des solutions.

RINVALID|3|:\ Une phrase qui n'est pas reconnue en début de démonstration ne le sera pas plus si tu la soumets plus tard, attention à la répétition.

RINVALID|4|:\ Demande à ton enseignant de t'expliquer pourquoi la répétition n'est pas nécessaire.

RINVALID|5|:(Demande de l'aide à ton enseignant pour solutionner le problème.

ERROR|*|Le logiciel ne fonctionne pas correctement... Avise immédiatement ton professeur.

ERROR|2|Cesse d'utiliser le logiciel et avise ton professeur.

BADARG|*|Arguments incorrects

BADARG|3|Arguments incorrects. Consulte ton professeur!

GGBVALID|*|C'est vrai mais c'est inutile pour résoudre le problème.

GGBVALID|3|Peut-être devrais-tu utiliser une stratégie différente.

[General]

---|*|*|1|1|Salut! À toi de jouer...

---|*|*|2|60|As-tu bien lu l'énoncé ? Relis-le au besoin et étudie bien la figure fournie.

---|*|*|3|60|As-tu bien ciblé ce que tu cherches à démontrer ?

---|*|*|4|60|Quels éléments de l'énoncé peuvent t'être utiles pour amorcer ta démonstration ?

[Problem]

[Inference]

; 000|D|J|1|1|

100|D|J|1|60|Pour quelle justification le fait : HAC, peut-il s'avérer utile ?

100|D|C|1|60|L'antécédent: HAC, peut t'aider à démontrer quel résultat ?

100|D|H|1|60|Quels faits, accompagnant HAC, pourraient t'aider à faire avancer ta démonstration.

M00|D|J|1|60|Pour quelle justification les faits : HAC, peuvent-ils s'avérer utiles ?

M00|D|C|1|60|Les antécédents: HAC, peuvent t'aider à démontrer quel résultat ?

M00|D|H|1|60|Quelles faits, accompagnant HAC, pourraient t'aider à faire avancer ta démonstration ?

A00|D|J|1|60|Pour quelle justification les antécédents : HAC, sont ils des préalables ?

A00|D|C|1|60|Les antécédents: HAC, peuvent t'aider à démontrer un résultat, lequel ?

S00|D|J|1|60|Pour quelle justification l'affirmation : HAC, joue-t-elle le rôle de préalable ?

S00|D|C|1|60|L'antécédent : HAC, est nécessaire pour démontrer un résultat, lequel ?

00S|D|J|1|60|Quelle propriété ou définition te permet de conclure que CON ?

00S|D|H|1|60|Quels antécédents sont nécessaires pour démontrer le résultat suivant : CON ?

10S|D|J|1|60|Sachant que tu as affirmé HAC, quelle justification est nécessaire pour démontrer CON ?

10S|D|H|1|60|Sachant que tu as affirmé HAC, quelle autres faits sont préalables pour démontrer CON ?

M0S|D|J|1|60|Sachant que tu as affirmé HAC, quelle justification est nécessaire pour démontrer CON ?

M0S|D|H|1|60|Sachant que tu as affirmé HAC, quelle autres faits sont préalables pour démontrer CON ?

A0S|D|J|1|60|Tu as affirmé HAC, quelle propriété ou définition est utile pour démontrer CON ?

S0S|D|J|1|60|Tu as affirmé HAC, quelle propriété ou définition est utile pour démontrer CON ?

0S0|D|C|1|60|Quel résultat peut découler de l'utilisation de la justification suivante : JUS ?

0S0|D|H|1|60|Quels antécédents sont préalables à l'emploi de la justification suivante : JUS ?

1S0|D|C|1|60|Quel résultat peut découler de l'utilisation de la justification suivante : JUS, en prenant en compte l'antécédent : HAC ?

1S0|D|H|1|60|Quels faits en plus de HAC, sont nécessaires afin d'employer la justification JUS ?

MS0|D|C|1|60|Quel résultat peut découler de l'utilisation de la justification suivante : JUS, en prenant en compte les antécédents suivants : HAC ?

MS0|D|H|1|60|Quels faits en plus de HAC, sont préalables à l'emploi de la justification JUS ?

AS0|D|C|1|60|Quel résultat peut découler de l'utilisation de la justification suivante : JUS, connaissant les antécédents suivants : HAC ?

SS0|D|C|1|60|Quel résultat peut découler de l'utilisation de la justification suivante : JUS, en prenant en compte l'antécédent : HAC, déjà soumis ?

0SS|D|H|1|60|Quelles affirmations sont nécessaires pour déduire la conclusion : CON, à l'aide de la justification : JUS ?

1SS|D|H|1|60|Quelles affirmations, en plus de : HAC, sont nécessaires pour déduire la conclusion : CON, à l'aide de la justification : JUS ?

MSS|D|H|1|60|Pour déduire la conclusion : CON, à l'aide de la justification : JUS, quelles antécédents, en plus de : HAC, sont nécessaires ?

; Travail termine... Ne rien faire

; ASS|

; SSS|

[Node]

[Bottom]

***|*|H|1|15|Essaie d'écrire : NOD

***|*|J|1|15|Essaie d'écrire : NOD

***|*|C|1|15|Essaie d'écrire : NOD

[Teacher]

***|*|*|1|15|Consulte ton professeur.END

ANNEXE 10
FICHIER *DISCTUTORMSGS.TXT*

Le fichier *disctutormsgs.txt* comporte les messages d'aide à divulguer en début de problème et qui concernent l'énoncé d'un problème en particulier.

Ici, on retrouve les trois indices à donner à l'élève qui ne parvient pas à entamer la résolution du problème du rectangle.

[[RECTPREUVE:*:*]]

[Problem]

---|*|*|1|60|On te demande de démontrer qu'un quadrilatère avec 3 angles droits est nécessairement un rectangle. Sais-tu comment le prouver ?

---|*|*|2|60|Quelles justifications (propriétés ou définitions) pourraient t'être utiles pour démontrer qu'il s'agit sans doute d'un rectangle ? Recherche des justifications par rapport aux angles du rectangle.

---|*|*|3|60|Tu cherches à démontrer que le quadrilatère ABCD est nécessairement un rectangle. Essaies d'écrire le résultat (conclusion), une hypothèse ou une justification.

ANNEXE 11

UN EXTRAIT DU FICHIER INFERENCEMESSAGES.FR POUR LE PROBLÈME DU PARALLÉLOGRAMME (AIRES)

Le fichier *InferenceMessages.fr* contient les messages de directivité croissante relatifs à chaque nœud du graphe HPDIC

Ces messages sont composés en fonction de leur appartenance à une inférence donnée. Par exemple, prenons l'inférence suivante tirée de la solution du problème du parallélogramme (aires) :

Antécédents (H et I) :	aire ABC = aire ACD AC est une base commune aux triangles ABC et ACD DM est la hauteur de ACD issue de D BN est la hauteur de ABC issue de B
Justification (P) :	Si deux triangles sont de même aire et ont une base commune, les hauteurs associées à cette base sont congrues
Conséquent (I) :	segment BN = segment DM

Les messages du présent fichier sont identifiés par la justification de l'inférence par laquelle ils sont concernés. Ainsi, pour l'inférence citée en exemple, les étiquettes des messages la concernant vont tous débuter par le code de la justification : *Si deux triangles sont de même aire et ont une base commune, les hauteurs associées à cette base sont congrues*, soit PAIEGMETR01N (voir annexe 2). Le second code de l'étiquette désigne l'énoncé sur lequel porte l'indice, soit un antécédent, la justification elle-même ou le conséquent.

Ainsi, si nous prenons les deux messages suivants,

[[*:PAIEGMETR01N:R00AIEGPL01N]]

[Node]

***|*|C|1|60|Quelle relation entre les aires des triangles $AR1$ et $AR2$ peut être déduite?

***|*|C|2|60|Tu peux chercher un résultat qui relate l'égalité des aires des triangles $AR1$ et $AR2$.

nous pouvons voir qu'ils concernent une inférence ayant pour justification l'énoncé PAIEGMETR01N et ils donnent des indices concernant le conséquent R00AIEGPL01N. Les codes $AR1$ et $AR2$ permettent de personnaliser les messages au contexte du problème et en fonction de l'inférence particulière où ce message intervient. Cette précision des arguments (AR) se fait dans le fichier *graph.txt* (voir annexe 3).

Cette manière d'implémenter les messages peut sembler complexe, mais elle permet de ne pas répéter la programmation des messages qui concernent la même combinaison d'éléments de l'inférence. Ainsi, si la combinaison [[*:PAIEGMETR01N:R00AIEGPL01N]] est aussi employée dans un autre problème, le même enchainement de messages s'appliquera et le fichier *graph.txt* dictera les paramètres à insérer dans les messages.

Voici un extrait des messages implémentés pour le *problème du parallélogramme (aires)*

; PARAIRE

[[*:PAIDIPATR01N:R00PAPLQU01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Quelle est la nature du quadrilatère $AR1$?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le quadrilatère $AR1$ est un parallélogramme?

[[*:PAIDIPATR01N:RDIPLSGSO01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu ciblé la diagonale du parallélogramme $AR2$ qui délimite des triangles d'aires égales?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le segment $AR1$ est la diagonale du parallélogramme $AR2$ qui délimite deux triangles d'aires égales?

[[*:PAIDIPATR01N:PAIDIPATR01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Recherche des justifications concernant la diagonale du parallélogramme.

***|*|*|2|60|La justification recherchée fait aussi allusion aux triangles d'aires égales délimités par la diagonale d'un parallélogramme.

[[*:PAIDIPATR01N:R00AIEGPL01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Quel résultat concernant l'aire des triangles $AR1$ et $AR2$ peut être déduit?

***|*|*|2|60|Tu peux déduire que les triangles $AR1$ et $AR2$ sont d'aires égales ou équivalents.

[[*:DCoPAPRQU01N:R00DRPRPT01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu ciblé un droite parallèle au segment $AR2$ passant par le point $AR3$ formant ainsi deux côtés d'un parallélogramme?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que la droite $AR1$ est parallèle au segment $AR2$ et passe par le point $AR3$?

[[*:DCoPAPRQU01N:R0000INPT01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu ciblé le point d'intersection des objets géométriques $AR2$ et $AR3$?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le point $AR1$ se trouve à l'intersection des éléments $AR2$ et $AR3$ et constitue potentiellement le sommet d'un parallélogramme?

; [[*:DCoPAPRQU01N:DCoPAPRQU01N]]

; [Node]

; ***|*|*|1|60|Recherche des justifications concernant le parallélisme dans le parallélogramme.

; ***|*|*|2|60|La justification recherchée fait aussi allusion aux côtés opposés parallèles du parallélogramme.

; [[*:DCoPAPRQU01N:R00PAPLQU01N]]

; [Node]

; ***|*|*|1|60|Quel résultat concernant la nature du quadrilatère $AR1$ peut-être déduit?

; ***|*|*|2|60|Tu peux déduire que le quadrilatère $AR1$ est un parallélogramme.

[[*:DDIPLSGSO01N:R00APPTSG01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu mentionné que le point $AR1$ appartient à la diagonale du quadrilatère?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le point $AR1$ appartient au segment $AR2$ qui se trouve à être la diagonale du quadrilatère?

[[*:DDIPLSGSO01N:R00DRPRPT01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu ciblé un droite parallèle au segment $AR2$ passant par le point $AR3$ formant ainsi deux côtés d'un parallélogramme?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que la droite $AR1$ est parallèle au segment $AR2$ et passe par le point $AR3$?

[[*:DDIPLSGSO01N:R00PAPLQU01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Quelle est la nature du quadrilatère $AR1$?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le quadrilatère $AR1$ est un parallélogramme?

[[*:DDIPLSGSO01N:DDIPLSGSO01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Recherche des justifications concernant le concept de diagonale.

***|*|*|2|60|La justification recherchée fait aussi allusion aux sommets qui déterminent la diagonale d'un polygone.

[[*:DDIPLSGSO01N:RDIPLSGSO01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Quel résultat concernant une diagonale du quadrilatère $AR2$ peut-être déduit?

***|*|*|2|60|Tu peux déduire que le segment $AR1$ est une diagonale du quadrilatère $AR2$.

; WARNING! H=C!!

[[*:PAJEGNRQT01N:R00AIEGPL01N]]

[Node]

***|*|H|1|60|Que peux-tu dire concernant les aires des polygones $AR1$ et $AR2$?

***|*|H|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que les polygones $AR1$ et $AR2$ sont d'aires égales?

***|*|C|1|60|Quel relation entre les aires des polygones $AR1$ et $AR2$ peut-être déduite?

***|*|C|2|60|Tu peux chercher un résultat qui relate l'égalité des aires des polygones $AR1$ et $AR2$.

[[*:PAJEGNRQT01N:PAJEGNRQT01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Recherche des justifications concernant les opérations arithmétiques sur l'égalité.

***|*|*|2|60|La justification recherchée fait aussi allusion à l'ajout et à la soustraction d'une quantité égale de part et d'autre d'une égalité.

; WARNING! H=C!!

; [[*:PAIEGPLSS01N:R00AIEGPL01N]]

; [Node]

; ***|*|H|1|60|Que peux-tu dire quant à l'aire des polygones $AR1$ et $AR2$?

; ***|*|H|2|60|As-tu mentionné le fait que les polygones $AR1$ et $AR2$ sont de même aire?

; ***|*|C|1|60|Quel résultat concernant l'aire des polygones $AR1$ et $AR2$ peut-être déduit?

; ***|*|C|2|60|Tu peux déduire que l'aire du polygones $AR1$ est égale à l'aire du triangle $AR2$ (les triangles sont équivalents).

; [[*:PAIEGPLSS01N:PAIEGPLSS01N]]

; [Node]

; ***|*|*|1|60|Recherche des justifications qui mentionnent des polygones d'aires égales.

; ***|*|*|2|60|La justification recherchée fait aussi allusion à la soustraction d'aires égales.

[[*:PAIBAHATR26N:R00AIEGPL01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Que peux-tu dire concernant les aires des triangles $AR1$ et $AR2$?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que les triangles $AR1$ et $AR2$ sont d'aires égales?

[[*:PAIBAHATR26N:RBACMCTTR01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Quel élément est commun au triangle $AR2$ et au triangle $AR3$? Partage-t-ils une base?

***|*|*|2|60|As-tu soumis le fait concernant la base $AR1$ commune au triangle $AR2$ et au triangle $AR3$?

[[*:PAIBAHATR26N:RHASGSOTR01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|As-tu ciblé la hauteur du triangle $AR2$?

***|*|*|2|60|As-tu soumis l'affirmation qui mentionne que le segment $AR1$ est la hauteur du triangle $AR2$ passant par le sommet $AR3$?

[[*:PAIBAHATR26N:PAIBAHATR26N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Recherche des justifications concernant les triangles d'aires égales?

***|*|*|2|60|La justification recherchée fait allusion à la hauteur de triangles d'aires égales partageant une même base.

[[*:PAIBAHATR26N:RCNEGMSSG01N]]

[Node]

***|*|*|1|60|Pour les segments $AR1$ et $AR2$, que peut-on dire en ce qui a trait à leurs mesures?

***|*|*|2|60|As-tu soumis le fait que le segment $AR1$ est congru au segment $AR2$?

; [[*:PAIBAHATR01N:RCNEGMSSG01N]]

; [Node]

; ***|*|H|1|60|Que peux-tu dire concernant les mesures des segments $AR1$ et $AR2$?

; ***|*|H|2|60|As-tu mentionné que le segment $AR1$ est congru au segment $AR2$?

; ***|*|C|1|60|Que peut-on déduire concernant le segment $AR1$ par rapport au segment $AR2$?

; ***|*|C|2|60|As-tu soumis le fait que le segment $AR1$ est congru au segment $AR2$?

ANNEXE 12

PROBLÈMES PHASE EXPÉRIMENTALE #2

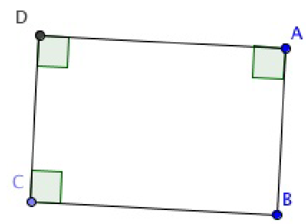
Cette annexe donne le libellé des problèmes soumis aux élèves pour la seconde phase de mise à l'essai de GGBT en classe.

Problème 1: problème du rectangle

Énoncé

Démontrer qu'un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.

Figure dynamique fournie

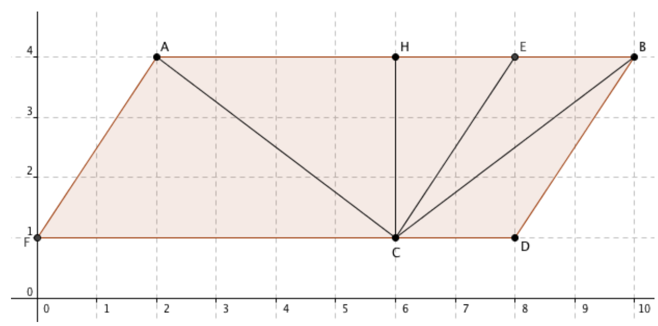


Problème 2: problème du parallélogramme (triangle)

Énoncé

Sachant que le repère xOy est orthonormé, déterminer la nature du triangle ABC.

Figure dynamique fournie

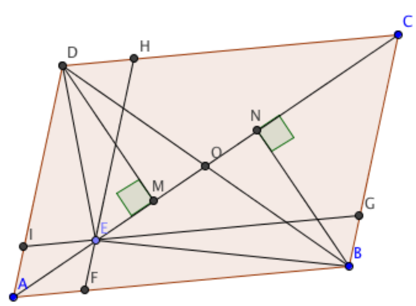


Problème 3: problème du parallélogramme (aires)

Énoncé

Si E est un point quelconque de la diagonale AC du parallélogramme ci-contre, quelle relation y a-t-il entre les aires des triangles AEB et AED ?

Figure dynamique fournie

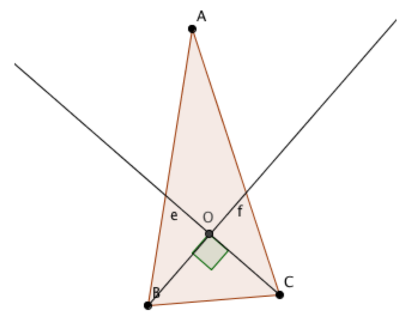


Problème 4: problème du parallélogramme (aires)

Énoncé

Dans un triangle ABC isocèle en A, on considère les bissectrices des angles à la base qui se coupent à angle droit en O. Quelle est la nature du triangle BOC ?

Figure dynamique fournie



ANNEXE 13

CERTIFICATS D'ÉTHIQUE

No de certificat
CPÉR-09-42-P(1)

Université de Montréal

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPÉR)
Facultés de l'aménagement, de droit, de musique, des sciences de l'éducation et de théologie et de sciences des religions

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE
- RENOUVELLEMENT -

Le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPÉR), selon les procédures en vigueur et en vertu du formulaire de suivi qui lui a été fourni conclu qu'il respecte les règles d'éthique énoncées dans la Politique sur la recherche avec des êtres humains *de l'Université de Montréal.*

Projet	
Titre du projet	Une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire
Chercheur requérant	**Philippe R. Richard** [redacted] professeur agrégé Didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal
Co-chercheurs	Michèle Tessier-Baillargeon (candidate au doctorat) Didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal
Financement	
Organisme	CRSH
Programme	Subvention ordinaire de recherche
Titre de l'octroi si différent	Idem
Numéro d'octroi	410-2009-0179
Chercheur principal	Idem
No de compte	N.D.

MODALITÉS D'APPLICATION

Tout changement anticipé au protocole de recherche doit être communiqué au CPÉR qui en évaluera l'impact au chapitre de l'éthique.

Toute interruption prématurée du projet ou tout incident grave doit être immédiatement signalé au CPÉR.

Selon les règles universitaires en vigueur, un **suivi annuel** est minimalement exigé pour maintenir la validité de la présente approbation éthique, et ce, jusqu'à la fin du projet. Le questionnaire de suivi est disponible sur la page web du CPÉR.

[redacted]

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche Université de Montréal	16 / 11 / 2010 Date de délivrance*	01 / 03 / 2012 Date de fin de validité

* Le présent renouvellement est en continuité avec le précédent

adresse postale
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal QC H3C 3J7

Faculté des sciences de l'éducation
Pavillon Marie-Victorin
90, av. Vincent-d'Indy, bur. D-504
Montréal QC H2V 2S9

Téléphone : 514-343-6111 poste 4579
Télécopieur : 514-343-2283
cper@umontreal.ca
www.scedu.umontreal.ca/recherche/ethique.html

No de certificat
CPER-09-042-P(3)

Université de Montréal

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPÉR)
Facultés de l'aménagement, de droit, de musique, des sciences de l'éducation et de théologie et de sciences des religions

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE
- RENOUVELLEMENT -

Le *Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche* (CPÉR), selon les procédures en vigueur et les informations qui lui ont été fournies, conclu que le projet de recherche suivant respecte les règles d'éthique énoncées dans la *Politique sur la recherche avec des êtres humains* de l'Université de Montréal.

Projet	
Titre du projet	**Une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et intrumenté de la géométrie à l'école secondaire**
Chercheur requérant	**Philippe R. Richard** [redacted] Professeur titulaire Didactique Faculté des sciences de l'éducation Université de Montréal
Étudiante incluse dans le certificat du chercheur	Michèle TESSIER-BAILLARGEON Candidate au doctorat Didactique Faculté des sciences de l'éducation Université de Montréal

Financement	
Organisme	CRSH
Programme	Subvention ordinaire de recherche
Titre de l'octroi si différent	Idem
Numéro d'octroi	410-2009-0179
Chercheur principal	Idem
No de compte	N.D.

MODALITÉS D'APPLICATION

Tout changement anticipé au protocole de recherche doit être communiqué au CPÉR qui en évaluera l'impact au chapitre de l'éthique. Toute interruption prématurée du projet ou tout incident grave doit être immédiatement signalé au CPÉR.
Selon les règles universitaires en vigueur, un **suivi annuel** est minimalement exigé pour maintenir la validité de la présente approbation éthique, et ce, jusqu'à la fin du projet. Le questionnaire de suivi est disponible sur la page web du CPÉR.

[redacted]

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche Université de Montréal	29/ 11 / 2012 Date de délivrance*	01 / 12 / 2013 Date de fin de validité

* Le présent renouvellement est en continuité avec le précédent.

adresse postale
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal QC H3C 3J7

Faculté des sciences de l'éducation
Pavillon Marie-Victorin
90, av. Vincent-d'Indy, bur. B-504
Montréal QC H2V 2S9

Téléphone : 514-343-6111 poste 4579
Télécopieur : 514-343-2283
cper@umontreal.ca
www.scedu.umontreal.ca/recherche/ethique.html

ANNEXE 14

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR LES PARENTS

Titre de la recherche : Étude sur le développement des compétences mathématiques des élèves à l'aide d'un logiciel de géométrie euclidienne en usage dans les écoles québécoises

Chercheur : Philippe R. Richard, professeur agrégé, Département de didactique, Université de Montréal.

Co-chercheurs : Michèle Tessier-Baillargeon, étudiante au doctorat, Département de didactique, Université de Montréal.

Nicolas Leduc, étudiant au doctorat, Génie informatique et génie logiciel, École Polytechnique.

A) RENSEIGNEMENTS AUX PARTICIPANTS

1. Objectifs de la recherche.

La recherche vise l'amélioration de l'apprentissage des mathématiques et le soutien des élèves de niveau secondaire dans une démarche complémentaire à l'enseignement régulier. Plus précisément, nous voulons évaluer l'impact d'un didacticiel pour l'apprentissage de la géométrie.

2. Participation à la recherche

Les élèves auront à résoudre des problèmes de mathématiques à l'aide d'un ordinateur, comme dans leurs cours ordinaires. L'action de chaque élève à l'ordinateur pourra être filmée et enregistrée, mais elle sera toujours traitée de façon confidentielle. Les élèves participeront à deux séances de résolution de problèmes de 55 minutes, ainsi qu'à une séance de préparation (usage de l'outil logiciel ~ 55 min), le tout durant leurs cours habituels.

3. Confidentialité

Seuls les chercheurs auront accès aux enregistrements et ceux-ci seront effacés, tout comme les les informations personnelles détruites, sept ans après la fin du projet. De plus, ils seront conservés dans un classeur verrouillé situé dans un bureau fermé. Aucune information permettant d'identifier d'une façon ou d'une autre les participants ne sera publiée.

4. Avantages et inconvénients

Il n'y a aucun risque particulier de participer à cette recherche. Bien au contraire, elle pourra contribuer à l'évolution des connaissances des élèves participants, notamment en recevant une attention personalisée au cours de leur apprentissage.

5. Droit de retrait

La participation de votre enfant est entièrement volontaire. Vous êtes libre de le retirer en tout temps par avis verbal, sans préjudice et sans devoir justifier votre décision. Il en est de même pour votre enfant. Si vous décidez de le retirer de la recherche, vous pouvez communiquer avec le chercheur, au numéro de téléphone indiqué à la dernière page de ce document. Si vous le retirez de la recherche, les enregistrements et données le concernant et qui auront été recueillis au moment de son retrait seront effacés ou détruits.

Les élèves qui ne participent pas à la recherche résoudront, à l'aide d'un ordinateur, des problèmes qui s'inscrivent proprement dans la suite de leurs cours ordinaires.

B) CONSENTEMENT

Je déclare avoir pris connaissance des informations ci-dessus, avoir obtenu les réponses à mes questions sur la participation de mon enfant à la recherche et comprendre le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de cette recherche.

Après réflexion et un délai raisonnable, je consens librement à ce que mon enfant prenne part à cette recherche et je comprends que cela implique que l'action de mon enfant à l'ordinateur sera enregistrée sur bande vidéo et traitée de façon confidentielle. Je sais que je peux retirer mon enfant en tout temps sans préjudice et sans devoir justifier ma décision, et que mon enfant peut aussi se retirer de même.

Signature : ____________________________ Date : _________________________

Nom : ________________________________ Prénom : _________________________

Nom de l'enfant : _________________________________

Cocher ici, s'il y a lieu : ☐ J'accepte que mon enfant participe à la recherche, mais je ne veux pas qu'il soit filmé par caméra vidéo, malgré le traitement sur la confidentiallité décrit au point 3.

Je déclare avoir expliqué le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de l'étude et avoir répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées.

Chercheur : ___________________________ Date :

Nom : Richard Prénom : Philippe R.

Pour toute question relative à la recherche, ou pour retirer votre enfant de la recherche, vous pouvez communiquer avec Mme Michèle Tessier-Baillargeon, auxiliaire de recherche, à l'adresse courriel ___________________________________.

Toute plainte relative à votre participation à cette recherche peut être adressée à l'ombudsman de l'Université de Montréal, au numéro de téléphone (514) 343-2100 ou à l'adresse courriel ombudsman@umontreal.ca.

Un exemplaire du formulaire d'information et de consentement signé doit être remis au participant

ANNEXE 15

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR LES ENSEIGNANTS

Titre de la recherche : Une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire

Chercheur : Philippe R. Richard, professeur agrégé, Département de didactique, Université de Montréal.

Co-chercheurs : Michèle Tessier-Baillargeon, étudiante au doctorat, Département de didactique, Université de Montréal.

Nicolas Leduc, étudiant au doctorat, Génie informatique et génie logiciel, École Polytechnique.

A) RENSEIGNEMENTS AUX PARTICIPANTS

6. Objectifs de la recherche.

La recherche vise l'amélioration de l'apprentissage des mathématiques et le soutien des élèves de niveau secondaire dans une démarche complémentaire à l'enseignement régulier. Plus précisément, nous voulons évaluer l'impact d'un tutoriel informatique interactif sur l'apprentissage de la géométrie.

7. Participation à la recherche

Les élèves participants auront à résoudre des problèmes de mathématiques à l'aide d'un ordinateur, comme dans leurs cours ordinaires. Votre participation à vous implique une entrevue individuelle semi-structurée d'environ 50 minutes, portant sur vos méthodes pédagogiques, en particulier en ce qui a trait à l'enseignement des mathématiques. Les entrevues peuvent être enregistrées.

8. Confidentialité

Seuls les chercheurs auront accès aux enregistrements et aux retranscriptions et ceux-ci seront effacés au terme de la recherche. De plus, ils seront conservés dans un classeur verrouillé situé dans un bureau fermé. Aucune information permettant de vous identifier d'une façon ou d'une autre ne sera publiée. Les enregistrements ou les informations personnelles seront effacés ou détruits sept ans après la fin du projet.

9. Avantages et inconvénients

Il n'y a aucun risque particulier à participer à cette recherche qui pourra contribuer aux connaissances sur l'apprentissage des mathématiques.

10. Droit de retrait

Votre participation est entièrement volontaire. Vous êtes libre de vous retirer en tout temps par avis verbal, sans préjudice et sans devoir justifier votre décision. Si vous décidez de vous retirer de la recherche, vous pouvez communiquer avec le chercheur, au numéro de téléphone indiqué à la dernière page de ce document. Si vous vous retirez de la recherche, les enregistrements et données vous concernant et qui auront été recueillis au moment de votre retrait seront effacés ou détruits.

B) CONSENTEMENT

Je déclare avoir pris connaissance des informations ci-dessus, avoir obtenu les réponses à mes questions sur ma participation à la recherche et comprendre le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de cette recherche.

Après réflexion et un délai raisonnable, je consens librement à prendre part à cette recherche. Je sais que je peux me retirer en tout temps sans préjudice et sans devoir justifier ma décision.

Signature : ____________________________ Date : _________________________

Nom : ________________________________ Prénom : _______________________

Je déclare avoir expliqué le but, la nature, les avantages, les risques et les inconvénients de l'étude et avoir répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées.

Chercheur : ___________________________ Date :

Nom : Richard Prénom : Philippe R.

Pour toute question relative à la recherche, ou pour vous retirer de la recherche, vous pouvez communiquer avec Mme Michèle Tessier-Baillargeon, auxiliaire de recherche et co-chercheure, au numéro de téléphone (514) 343-6111 poste 3512, ou à l'adresse courriel _______________________.

Toute plainte relative à votre participation à cette recherche peut être adressée à l'ombudsman de l'Université de Montréal, au numéro de téléphone (514) 343-2100 ou à l'adresse courriel ombudsman@umontreal.ca.

Un exemplaire du formulaire d'information et de consentement signé doit être remis au participant