Ontologie et théorie des ensembles

François Lepage
Université de Montréal

Résumé

L'ontologie de Leśniewski est un calcul général des noms. Elle fut créée par Leśniewski pour apporter une solution naturelle au paradoxe de Russell en théorie naïve des ensembles. L'ontologie a été perçue par ses défenseurs et par ses adversaires comme une théorie incompatible avec la théorie des ensembles. Dans le présent texte, nous montrons que l'ontologie de Leśniewski permet, au contraire, de définir une théorie des ensembles qui coïncide avec la théorie de Zermelo-Fraenkel.

Il est bien connu que les systèmes de l'ontologie de Leśniewski sont des systèmes ouverts au sens où l'on peut toujours y introduire de nouveaux noms par des définitions thèses. Les noms sont de la catégorie N et sont de trois espèces : les noms propres qui dénotent des *individus*, les noms qui dénotent des *multiplicités* et les noms qui ne dénotent pas. Des exemples des premiers seraient Socrate, la Lune ou le plus petit nombre de la forme $2^n - 1$ qui n'est pas premier. Des exemples des seconds seraient les chevaux, l'actuel gouvernement canadien ou les étoiles de l'univers. Enfin, des exemples des troisièmes seraient Macbeth, le Père Noël ou le plus grand nombre premier.

On peut supposer ou non que le système possède des *primitifs* des trois espèces et qu'il a la capacité d'en créer de nouveaux. Par exemple, si P dénote les nombres premiers, H défini par $(\forall x)(x \,\varepsilon H \equiv (\exists y)(y \,\varepsilon P \wedge x = y + 1))$ dénotera les successeurs des nombres premiers.

Dans l'optique de redéfinir les ensembles à l'intérieur de l'ontologie, nous l'enrichissons d'un nouveau foncteur subtilement noté « { } » qui à partir de noms des trois espèces forme un nouveau nom de la première espèce (on suppose que « { } » est un nouveau symbole, qu'il ne faisait pas partie de l'alphabet de l'ontologie avant son introduction). C'est un créateur de noms propres que j'appelle l'*ensembleur*. Les propriétés spécifiques seront présentées plus loin. Pour l'instant, il s'agit simplement de créer de nouveaux noms propres qui possèdent toutes les propriétés communes à tous les noms propres. Tous les nouveaux noms ainsi obtenus le sont en utilisant le foncteur « { } » au plus un nombre *fini* de fois (même si ce nombre n'est pas borné) et, bien sûr, les définitions thèses. À l'aide de définitions appropriées, nous imposons des propriétés à ces nouveaux objets. Nous étudions ensuite les propriétés de ces ensembles *ontologiques*, nous intéressant particulièrement aux axiomes de Zermelo-Fraenkel.

1. L'essentiel de l'ontologie

La comparaison entre les systèmes de l'ontologie de Leśniewski et les théories des ensembles de la tradition Frege-Russell a donné lieu à de nombreuses publications. La question de la traduction des uns dans les autres n'a cependant pas, à ma connaissance, donné de résultats entièrement satisfaisants. Deux grandes voies s'offrent à nous. La première consiste à trouver un système axiomatique dans le cadre de la logique classique et à montrer que le système ainsi obtenu est la traduction des systèmes de l'ontologie. Cela pose certains problèmes car les systèmes classiques sont clos alors que les systèmes ontologiques sont ouverts. Cette difficulté ne doit cependant pas être insurmontable.

La seconde voie consiste à essayer de reconstruire la (une) théorie des ensembles dans le cadre de l'ontologie. C'est ce que je me propose de faire.

Je vais commencer par présenter minimalement l'ontologie en ne m'attardant que sur ce qui est essentiel pour comprendre la suite. J'utiliserai la notation classique pour les connecteurs logiques.

L'ontologie est une extension de la protothétique qui elle-même est un calcul propositionnel généralisé où l'on peut quantifier sur toutes les variables de toutes les catégories.

Définition des catégories de la protothétique

(i) S est une catégorie syntaxique ;
(ii) Si $X, X_1, ..., X_n$ sont des catégories syntaxiques, alors $X/X_1, ..., X_n$ est une catégorie syntaxique.

Les expressions de la protothétique sont celles qui possèdent une des propriétés suivantes :

(i) A est une variable de la catégorie S ;
(ii) $(A \equiv B)$ où A et B sont des expressions de la protothétique ;
(iii) $(\forall x_1)...(\forall x_n)A$ où A est une expression de la protothétique ;
(iv) toutes les expressions de la forme $N(v_1...v_n)$ où N est introduite par une définition de la forme $(\forall v_1)...(\forall v_n)(N(v_1...v_n) \equiv A(v_1, ..., v_n))$.

Exemple : définition de la conjonction

$(\forall p)(\forall q)(\wedge(pq) \equiv (\forall f)(p \equiv ((\forall r)(p \equiv f(r)) \equiv (\forall r)(q \equiv f(r)))))$
où f est une variable de la catégorie S/S.

Étant donné le caractère peu intuitif des expressions de la protothétique, je vous épargne la présentation du système axiomatique. Sachez seulement qu'il est fiable et complet.

L'ontologie est une extension de la protothétique. Outre la catégorie S, elle comporte la catégorie N, celle des noms.

Définition des catégories de l'ontologie

(i) S et N sont des catégories syntaxiques ;
(ii) Si $X, X_1, ..., X_n$ sont des catégories syntaxiques, alors $X/X_1, ..., X_n$ est une catégorie syntaxique.

L'ontologie contient également un nouveau foncteur primitif « ε » (à ne pas confondre avec « $\in$ » que nous allons définir plus loin).

« $a \,\varepsilon\, b$ » se lit « a est parmi les b » où les b sont soit plusieurs, un seul ou ne sont pas. ε est de la catégorie S/NN(« $a \,\varepsilon\, b$ » tient lieu de « $\varepsilon(ab)$ ».

Au système axiomatique de la protothétique on ajoute un axiome pour obtenir l'ontologie :

$$(\forall a)(\forall b)((a \,\varepsilon\, b) \equiv ((\neg(\forall c)\neg(c \,\varepsilon\, a) \wedge (\forall d)(\forall c)(((d \,\varepsilon\, a) \wedge (c \,\varepsilon\, a)) \supset (d \,\varepsilon\, c)) \wedge (\forall d)((d \,\varepsilon\, a) \supset (d \,\varepsilon\, b))))$$

Cela signifie exactement (Simons 1981) que (i) a n'est pas un nom vide, (ii) chaque a est un b et (iii) a est un individu.

Une conséquence immédiate est que $(a \,\varepsilon\, b)$ n'est jamais vrai si a est un nom vide ou a est le nom d'une multiplicité.

En utilisant les définitions thèses, on peut introduire les foncteurs suivants :

Quelque chose est un a

$$(\forall a)(ex(a) \equiv (\exists b)(b \,\varepsilon\, a))$$

Au plus une chose est un a

$$(\forall a)(sol(a) \equiv (\forall c)(\forall d)((c \,\varepsilon\, a) \wedge (d \,\varepsilon\, a) \supset (c \,\varepsilon\, d)))$$

Il y a une et une seule chose qui soit un a

$$(\forall a)(ob(a) \equiv (ex(\,a) \wedge sol(a)))$$

Toute chose qui est un a *est un* b

$$(\forall a)(\forall b)(a \subset b \equiv (\forall c)(c \,\varepsilon\, a \supset c \,\varepsilon\, b))$$

Utilisant ces notations et l'axiome de l'ontologie, on peut démontrer le théorème suivant qui exprime de façon claire ce que dit l'axiome :

$$(\forall a)(\forall b)((a \,\varepsilon\, b) \equiv ((ex(a) \wedge a \subset b \wedge sol(a)))$$

Avant de parler des ensembles, il vaut la peine de dire quelques mots sur la définition des classes dans l'ontologie. Il ne faut pas oublier que l'ontologie était, selon son inventeur, censée apporter une solution naturelle à la contradiction de Russell de la classe des classes qui ne s'appartiennent pas.

Sobosinski (1984) prête à Leśniewski deux notions de classes : la classe collective $Kl(a)$ et la classe distributive $el(a)$, les deux notions étant reliées par l'équivalence suivante :

$$(\forall a)(\forall b)(b\,\varepsilon\,el(a) \equiv (\exists c)(a\,\varepsilon\,Kl(c) \wedge b\,\varepsilon\,c))$$

Le statut de cette équivalence n'est pas clair : elle est difficile à interpréter sans faire appel à l'intuition qu'elle est censée rendre explicite. Toujours est-il que si c est une expression à dénotation multiple, $Kl(c)$ est un nouvel individu et $el(Kl(c))$ est identique à c. Si a est un individu $Kl(a)$ est a et $el(Kl(a))$ est $el(a)$ qui est a.

2. Théorie des ensembles ontologiques

Oublions pour l'instant la théorie des classes de l'ontologie (nous y reviendrons plus loin) et penchons-nous sur la question de la définissabilité d'une théorie relativement standard des ensembles en apportant des modifications les plus mineures possible à l'ontologie.

La stratégie est simple. On introduit un nouveau foncteur, $\{\}$, l'ensembleur, régi par la *directive ensembliste* suivante. Pour tout *a* de la catégorie N, $\{\}a$ est un nouvel *individu* (on suppose que $\{\}$ est un nouveau symbole). À chaque étape de son développement, un système ontologique est ainsi enrichi d'un nombre indéfini de nouveaux noms obtenus non seulement par l'application de $\{\}$ mais par les définitions thèses utilisant entre autres les nouveaux noms obtenus par l'application de $\{\}$. Nous appelons ce nouveau système l'*ontologie élargie*.

Par exemple, si nous n'avons que deux noms propres primitifs dans notre système, soit *a* et *b*, nous pouvons non seulement définir c

$$(\forall x)(x\,\varepsilon\,c \equiv (x\,\varepsilon\,a \vee x\,\varepsilon\,b))$$

mais également

$$(\forall x)(x\,\varepsilon\,d \equiv (x\,\varepsilon\,a \vee x\,\varepsilon\,\{\}\,b))$$

ou encore

$$(\forall x)(x\,\varepsilon\, e \equiv (x\,\varepsilon\, a \vee x\,\varepsilon\,\{\}a \vee x\,\varepsilon\,\{\}\{\}c \vee x\,\varepsilon\,\{\}d))$$

où c est comme ci-dessus. La seule contrainte pour le moment est que pour tout x de la catégorie N, $\{\}x$ est également de la catégorie N et que $\{\}x$ est un individu.

Plus formellement, réservons l'appellation N aux noms *primitifs* de l'ontologie, c'est-à-dire ceux qui ne contiennent pas $\{\}$ et appelonsN' les noms de l'ontologie élargie ceux à qui sont tels que x est soit un terme primitif, soit un terme de la forme $\{\}x$ où x est un nom de l'ontologie élargie (encore une fois, x peut avoir été introduit par des définitions thèses de l'ontologie élargie).

L'égalité se définit de la manière suivante en ontologie :

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \circ y) \equiv (z\,\varepsilon\, x \equiv z\,\varepsilon\, y))$$

Cette égalité est à distinguer de l'identité entre individus qui est l'égalité forte

$$(\forall x)(\forall y)((x = y) \equiv (x\,\varepsilon\, y \wedge y\,\varepsilon\, x))$$

Nous aurons besoin du nom vide.

La définition standard du nom vide en ontologie est la suivante :

$$(\forall x)(\forall y)(x\,\varepsilon\,\Lambda \equiv (x\,\varepsilon\, x \wedge \neg(x\,\varepsilon\, x)))$$

Il est clair que $a\,\varepsilon\,\Lambda$ est toujours faux.

Nous aurons besoin des deux axiomes suivants. On suppose que la quantification porte sur les noms et non sur les expressions d'ordre supérieur car on peut exprimer qu'une expression est de la catégorie N' en conditionnalisant :

$(\forall x)A(x)$ devient $(\forall x)(((x \circ \Lambda) \vee (\exists y)(y\,\varepsilon\, x)) \supset A(x))$

car $(x \circ \Lambda) \vee (\exists y)(y\,\varepsilon\, x)$. n'est vrai que si x est de la catégorie N'. Enfin, de manière abusive mais non problématique, nous dirons que A est l'extension de $\{\}A$.

E1 $(\forall A)((\{\}A = \{\}B) \equiv (A \circ B))$
E2 $(\forall A)(\{\}A\,\varepsilon\,\{\}A)$

E1 signifie que deux ensembles sont égaux ssi ils sont coextensifs.

E2 signifie que si A est un nom alors il y a un ensemble qui a A comme extension et cet ensemble est un individu. Malgré sa simplicité, E2 est relativement puissant : la collection des noms est fermée pour les ensembles. Chaque fois qu'un nom est introduit, un nouvel individu est introduit, soit l'ensemble ayant ce nom pour extension. Cela implique une définition inductive des ensembles qui n'est pas dans l'esprit Lesniewskien en autant que je puisse en juger. Par exemple, si a est de la catégorie N alors $\overbrace{\{\}...\{\}}^{n \text{ fois}}a$ est défini et est également un individu pour tout n fini.

Proposition

$a\,\varepsilon\,\{\}a$ est toujours faux.

Preuve

Si a n'est pas un individu, $a\,\varepsilon\,\{\}a$ est faux. Si a est un individu, comme $\{\}a$ est aussi un individu, par l'axiome de l'ontologie, $a\,\varepsilon\,\{\}a$ et $a\{\}\,\varepsilon\,a$ et donc $a = \{\}a$ ce qui est impossible : on aurait alors que $a = \overbrace{...\{\}\{\}}^{\text{un nombre infimi de fois}}a$ qui n'est pas une expression de l'ontologie.

Proposition

Aucune expression de la catégorie N ne contient plus qu'un nombre fini d'emboîtements de « $\{\}$ ».

Preuve

La construction de cette expression nécessiterait l'application du foncteur $\{\}$ un nombre infini de fois.

Appartenance

Définition de $\in$

$(\forall x)(\forall y)(x \in \{\}y \equiv x \,\varepsilon\, y)$

Si z n'est pas de la forme $\{\}w$, $x \in z$ est faux.

Cette définition appelle quelques commentaires. Elle est due à Peter Simons (1981, 189) bien qu'on la retrouve de façon implicite chez Küng et Canty (1970, 178). Reprenons notre exemple du e ci-dessus. On a bien $x \in \{\}e \equiv x \,\varepsilon\, e$ est vrai ssi $x \in \{\}e \equiv (x \,\varepsilon\, a \vee x \,\varepsilon\, \{\}a \vee x \,\varepsilon\, \{\}\{\}c \vee x \,\varepsilon\, \{\}d)$ ce qui correspond bien à l'intuition « ontologique ».

Proposition

$x \in x$ est toujours faux

Preuve

Pour que cette proposition soit vraie, il faut que $x = \{\}y$ pour un certain y. On a alors $\{\}y \in \{\}y$. Cela entraine que $\{\}y \,\varepsilon\, y$. Si un des y est $\{\}y$, alors le nombre fini n d'emboîtements de $\{\}$ de y est supérieur au nombre $m \geq n + 1$ d'emboîtements de $\{\}$ de $\{\}y$ ce qui est impossible.

Définition de l'ensemble vide $\varnothing$

$\varnothing$ est une abréviation pour $\{\}\Lambda$

Proposition

Pour tout a, $a \in \varnothing$ est faux.

Preuve

$a \in \varnothing$ ssi $a \in \{\}\Lambda$ ssi $a \,\varepsilon\, \Lambda$ ssi $a \,\varepsilon\, a$ et $\neg(a \,\varepsilon\, a)$ ce qui est toujours faux.

3. Quelques propriétés des ensembles ontologiques

Nous allons montrer que les axiomes élémentaires de Zermelo-Fraenkel, c'est-à-dire les axiomes autres que l'axiome de l'infini et le schéma d'axiome de remplacement sont valides. Dans ce qui suit, les lettres majuscules dénotent des ensembles c'est-à-dire sont de la catégorie N et sont de la forme $\{\}a$ pour un certain a de la catégorie N.

Axiome d'extensionalité

$$(\forall x)(x \in A \equiv x \in B) \equiv (A = B)$$

Comme A et B sont des ensembles, A est $\{\}w$ et B est $\{\}z$ pour quelques w et z. On a alors $(\forall x)(x \in A \equiv x \in B)$ est vrai ssi $(\forall x)(x \,\varepsilon\, w \equiv x \,\varepsilon\, z)$ est vrai ssi $w \circ z$ ssi $\{\}w = \{\}z$ ssi $A = B$.

Axiome de séparation

$$(\exists B)(\forall x)(x \in B \equiv x \in A \wedge x \,\varepsilon\, z)$$

Ici, nous avons choisi de représenter le $\varphi(x)$ traditionnel par $x \,\varepsilon\, z$. Cela est justifié par la règle générale de définition ontologique de type ontologique (Miéville 2004, 64). Cet axiome est trivialement vrai parce que si A est un ensemble, A est $\{\}w$ pour quelque *w* et est tel que si $x \,\varepsilon y \equiv (x \,\varepsilon\, w \wedge x \,\varepsilon\, z)$ alors $(\forall x)(x \in \{\}y \equiv x \in A \wedge x \,\varepsilon\, z)$.

Axiome de la paire

$$(\exists A)(\forall x)(x \in A \equiv (x \in y \vee x \in z))$$

Supposons que A soit $\{\}w$.

$$(\exists A)(\forall x)(x \,\varepsilon\, w \equiv (x \in y \vee x \in z))$$

Si x et y ne sont pas des ensembles, w est un nom vide et A est $\varnothing$. Si x ou y sont des ensembles, A existe par la règle générale de définition ontologique de type ontologique.

Axiome de la somme

$$(\exists C)(\forall x)(x \in C \equiv (\exists B)(x \in B \wedge B \in A))$$

Supposons que A soit $\{\}w$. Soit v tel que

$$(\forall x)(x \,\varepsilon\, v \equiv (\exists u)(x \,\varepsilon\, u \wedge \{\}u \,\varepsilon\, w)).$$

On vérifie facilement que

$$(\forall x)(x \in \{\}v \equiv (\exists B)(x \in B \wedge B \in A))$$

Axiome de l'ensemble puissance

$$(\exists B)(\forall C)(C \in B \equiv C \subseteq A)$$

$C \subseteq A$ est une abréviation pour $(\forall x)(x \in C \supset x \in A)$
Supposons que A soit $\{\}w$. On définit v de la façon suivante :

$$(\forall u)(\{\}u \,\varepsilon\, v \equiv ((\forall x)(x \,\varepsilon\, u \supset x \,\varepsilon\, w)))$$

$\{\}v$ est tel que $(\forall C)(C \in \{\}v \equiv C \subseteq A)$

Axiome de régularité

Cet axiome s'énonce comme suit :

$$A \neq \varnothing \supset (\exists x)(x \in A \wedge (\forall y)(y \in x \supset y \notin A)).$$

Supposons qu'il y ait un A qui rende cet axiome faux et donc un A non vide qui rend vrai $(\forall x)(x \in A \supset (\exists y)(y \in x \wedge y \in A))$.

Comme A est un ensemble non vide soit $a \in A$. $a \in A \supset (\exists y)(y \in a \wedge y \in A)$ et $a \in A$ entraîne $(\exists y)(y \in a \wedge y \in A)$. Mais $(\exists y)(y \in a \wedge y \in A)$ entraîne qu'il y a un c_1 tel que $c_1 \in a$ et $c_1 \in A$.

$c_1 \in A \supset (\exists y)(y \in c_1 \wedge y \in A)$ et $c_1 \in A$ entraîne $(\exists y)(y \in c_1 \wedge y \in A)$. Mais $(\exists y)(y \in c_1 \wedge y \in A)$ entraîne qu'il y a un c_2 tel que $c_2 \in c_1$ et $c_2 \in A$.

.
.
.
$c_n \in A \supset (\exists y)(y \in c_n \wedge y \in A)$ et $c_n \in A$ entraîne $(\exists y)(y \in c_n \wedge y \in A)$. Mais $(\exists y)(y \in c_n \wedge y \in A)$ entraîne qu'il y a un c_{n+1} tel que $c_{n+1} \in c_n$ et $c_{n+1} \in A$.
.
.
.

Donc si A falsifie l'axiome de régularité, il existe une chaine infinie $a \ni c_1 \ni c_2 \ni c_3$...

Mais d'après la définition de $\in$, si $x \in y$, y possède une paire de « $\{\}$ » de plus que le z tel que $z \varepsilon x$ qui en possède le plus. Donc une telle chaine infinie n'existe pas.

Schéma d'axiomes de remplacement

Le schéma d'axiomes de remplacement est la suite dénombrable d'énoncés (Krivine 1969) :

$$(\forall x_1)...(\forall x_n)(((\forall x)(\forall y)(\forall y')((A(x,y,x_1,...,x_n) \wedge A(x,y',x_1,...,x_n)) \supset (y=y')))$$
$$\supset (\forall t)(\exists w)(\forall v)(v \in w \equiv (\exists u)(u \in t \wedge A(u,v,x_1,...,x_n))))$$

La forme logique de cet énoncé est : si $A(x,y,x_1,...,x_n)$ est fonctionnelle en x y, alors l'image d'un ensemble par cette relation fonctionnelle est un ensemble. Le problème ici est de définir une relation fonctionnelle en général. Si on se limite aux relations fonctionnelles élémentaires que l'on peut définir à partir de la notion de paire, ce schéma est trivialement valide :

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists w)(y \,\varepsilon\, w \equiv y \,\varepsilon\, y \wedge x \,\varepsilon\, z \wedge A(x,y,x_1,...,x_n))$$

suit de la directive de définition ontologique.

Ce schéma d'axiomes n'est cependant pas valide en général. En effet, une fois introduit l'axiome de l'infini, on ne pourra développer une théorie générale des ordinaux à la von Neumann sans ajouter l'axiome de remplacement.

L'axiome de l'infini

Cet axiome peut s'énoncer ainsi :

$$(\exists A)(\varnothing \in A \wedge (\forall B)(B \in A \supset B \cup \{B\} \in A)).$$

Avant de le commenter, nous allons réintroduire une notation plus familière en ce qui concerne les ensembles. Lorsque *a* est un individu nous écrirons $\{a\}$ plutôt que $\{\}a$. Si a dénote la multiplicité d'individus b, c, d, nous écrirons $\{b, c, d\}$ pour $\{\}a$. Plus généralement, $\{\}a$ sera représenté par $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$où $x_i \, \varepsilon \, x_i$ et $x_i \, \varepsilon \, a$ pour tout x_i.

L'axiome de l'infini dit que l'on peut *ensembler* $\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}, ...$

La validité de cet énoncé n'est pas une conséquence de l'ontologie élargie. Rien dans les propriétés de $\{\}$ ne permet de dire que cet *ensemblage* est légitime (cela n'est pas surprenant étant donné le second théorème de Gödel !). On quitte ici le terrain de la définition constructive explicite.

Il semble donc que l'ontologie et la théorie des ensembles soient à égalité en ce qui concerne l'existence d'un ensemble infini : elles sont indépendantes de cet axiome.

On remarquera que cet axiome ne vient pas contredire le fait qu'aucun ensemble ne contient un nombre infini d'emboîtements de $\{\}$. L'axiome implique cependant qu'il y a un ensemble qui contient des ensembles formés d'emboîtements finis non bornés.

Quels sont les liens entre les classes distributives et les classes collectives et les ensembles ? Ce sont trois entités différentes. Il suffit de rappeler que si *a* est un individu, $Kl(a), el(a)$ et a sont identiques. Donc ne peut être ni $Kl(a)$ ni $el(a)$.

4. En guise de conclusion

Que peut-on conclure de ce petit exercice ? Premièrement, la théorie des ensembles n'est pas si éloignée que l'on aurait pu le croire de l'ontologie, du moins d'un point de vue formel. Elle l'est cependant du point de vue philosophique. Je me permets de citer Krivine dans son introduction :

> Le point de vue adopté dans ce livre pourra paraître étrange à ceux qui considèrent que la théorie *axiomatique* des ensembles doit être placée au début des mathématiques (ce qui est peut-être vrai pour la théorie naïve). En effet, on ne demande pas au lecteur d'oublier un seul instant ce qu'il sait déjà en mathématiques ; au contraire, on s'appuie essentiellement sur l'habitude, qu'il a acquise, de manier des théories axiomatiques, pour lui en présenter une nouvelle : la théorie des relations binaires qui satisfont les axiomes de Zermelo-Fraenkel.[1]

Adoptant, pour les besoins de la cause, ce point de vue, on peut dire que l'ontologie est elle aussi une théorie naïve qui se présentait comme le début des mathématiques. Sa grande qualité ne ressort pas de sa comparaison avec la théorie ZF : contrairement à cette dernière, l'ontologie, comme la théorie naïve des ensembles, est une théorie qui transporte avec elle une interprétation intuitive. Sa grande qualité est qu'elle ne génère pas la contradiction de Russell car ses ressources de base, les définition thèses et l'axiome de l'ontologie, ne permettent pas la création de cercles vicieux.

Deuxièmement, l'ontologie et ZF sont à égalité en ce qui concerne l'existence d'un ensemble infini et plus généralement la théorie des ordinaux transfinis.

L'ontologie n'a pas eu le succès qu'elle aurait mérité, probablement parce qu'elle est apparue trop tard, apportant une solution philosophique à un problème qui n'en était plus un. La théorie ZF, même si on ne peut prouver sa consistance, offre un cadre suffisamment sécuritaire pour faire des mathématiques la conscience tranquille. On peut cependant se demander, pour terminer sur une spéculation, à quoi aurait pu ressembler le paysage logico-mathématique si l'ontologie était apparue avant la théorie des types et la théorie ZF car d'un point de vue philosophique fondationnel, c'est la plus intéressante des trois.

---
[1] (Krivine 69, 6)

Références

KRIVINE, J.-L., 1969. *Théorie axiomatique des ensembles*, Paris, PUF.

KÜNG, G. et CANTY, J. T., 1970. « Substitutional Quantifica-tion and Lesniewskian Quantifiers », *Theoria*, 36, 2 : 165-182.

MIEVILLE, D., 2004. *Introduction à l'œuvre de S. Leśniewski, Fascicule II, L'ontologie*. Neuchâtel : Centre de recherches sémiologique.

SIMONS, P., 1982. « On Understanding Leśniewski », *History and Philosophy of Logic* 3 : 165-191.

SOBOCINSKI, B., 1984. « Lesniewski's analysis of Russell's paradox. » In *Lesniewski's systems: ontology and mereology*, edited by Jan T. Srzednicki and Frederick Rickey, 11-44. La Haye : Martinus Nijhoff.