UNIVERSITE DE MONTREAL

PLANIFICATION DU DEVELOPPEMENT ET DE L'ALLOCATION DES RESSOURCES D'EAU : ESSAI D'APPLICATION AU CAS DU MAROC

PAR

Jelloul EL MABROUK

DEPARTEMENT DE SCIENCES ECONOMIQUES
FACULTE DES ARTS ET DES SCIENCES

THESE PRESENTEE A LA FACULTE DES ETUDES SUPERIEURES
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

NOVEMBRE 1983

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX vii

SOMMAIRE viii

CHAPITRE I - PRELIMINAIRES 1

1.0 Introduction 1

1.1 Présentation générale 1
1.1.1 Le thème choisi : l'eau 1
1.1.2 Le problème étudié 3

1.2 Revue de la littérature 5
1.2.1 Le développement de la ressource d'eau . . . 5
1.2.2 L'utilisation de la ressource 10
1.2.3 La coordination des besoins et des disponibilités 12
1.2.4 L'incertitude dans le domaine hydrologique . 12

1.3 Présentation et justification de la méthodologie utilisée 15
1.3.1 La méthodologie 15
A. Description de la procédure de planification 16
B. La contribution du domaine 23
1.3.2 Justification de la méthodologie 24

1.4 Conclusion 29

CHAPITRE II - FORMULATION GENERALE DES MODELES DE LA PROCEDURE DE PLANIFICATION 30

2.0 Introduction 30

2.1 Le modèle de long terme et sa décomposition dans le temps 30
2.1.1 Formulation du modèle de long terme M.L.T. . 30
A. Présentation du modèle M.L.T. 40
B. Optimisation du modèle M.L.T. : méthode du lagrangien 43
C. Les règles de décisions optimales . . . 60
2.1.2 Décomposition dans le temps du modèle M.L.T. 65
2.1.3 Quelques remarques et conclusions 69

CHAPITRE II (suite)

2.2 Procédure de décentralisation des tranches annuelles du modèle M.L.T. 70

2.2.1 Niveau national 71

2.2.1.1 Le modèle de coordination centrale de développement des ressources d'eau (M.C.C.D.) 72

A. Formulation 73

B. Optimisation 77

C. Les informations engendrées par le modèle 81

2.2.1.2 Le modèle de coordination centrale d'allocation de l'eau (M.C.C.A.) . 82

A. Formulation 82

B. Optimisation 85

2.2.1.3 Conclusion 88

2.2.2 Niveau régional 89

2.2.2.1 Le modèle de coordination régionale d'allocation (M.C.R.A.) 89

A. Formulation 89

B. Optimisation 91

C. Les informations engendrées par le modèle 92

2.2.2.2 Le modèle régional de développement des ressources en eau (M.R.D.) . . 92

A. Formulation 94

B. Optimisation 102

C. Les informations engendrées par le modèle 110

2.2.3 Niveau sectoriel 111

A. Formulation du modèle sectoriel (M.S.) 113

B. Optimisation du modèle (M.S.) . 116

2.3 Schéma de fonctionnement de la structure de modèles de la procédure 120

2.4 Conclusion 124

CHAPITRE III - FORMULATION LINEAIRE DES MODELES UTILISES DANS LA PROCEDURE DE PLANIFICATION 125

3.0 Introduction 125

3.1 Linéarisation du modèle M.L.T. et de ses tranches annuelles 125
3.1.1 Formulation linéaire du modèle M.L.T. . . 125
3.1.2 Optimisation des tranches annuelles : méthode du principe du maximum 132
3.1.3 Algorithme de résolution du modèle M.L.T. 139
3.1.4 Quelques conclusions et remarques 140

3.2 Linéarisation des modèles de décentralisation 141
3.2.1 Au niveau national 141
3.2.1.1 Linéarisation du modèle M.C.C.D. 141
3.2.1.2 Linéarisation du modèle M.C.C.A. 149
3.2.2 Au niveau régional 154
3.2.2.1 Linéarisation du modèle M.C.R.A. 154
3.2.2.2 Linéarisation du modèle M.R.D. 156
3.2.3 Au niveau sectoriel 164
A. Approche par la programmation linéaire 164
B. Approche par l'analyse d'activité . . 167

3.3 Conclusion 173

CHAPITRE IV - ANALYSE STOCHASTIQUE DES MODELES DE LA PROCEDURE DE PLANIFICATION UTILISEE 174

4.0 Introduction 174

4.1 Choix des variables stochastiques 175
4.1.1 Les précipitations 175
4.1.2 La répartition des chutes de pluie dans le temps 178
4.1.3 L'état des températures durant l'année . 179

4.2 Intégration des variables S_t au modèle linéaire M.L.T. 183
4.2.1 Ajustement des différentes relations des modèles linéaires 185
4.2.2 Optimisation du modèle stochastique de long terme : approche dynamique 187
4.2.2.1 Elaboration de la procédure itérative 188
4.2.2.2 Résolution du programme d'optimisation dynamique 191

CHAPITRE IV (suite)

4.2.3 Algorithme de la résolution itérative du modèle de long terme 206
4.2.4 Quelques remarques et conclusions 208

4.3 Formulation stochastique des modèles de décentralisation 213
4.3.1 Au niveau national 213
4.3.1.1 La mobilisation des ressources en eau : le modèle M.C.C.D. . . . 213
4.3.1.2 L'allocation des ressources en eau: le modèle M.C.C.A. 214
4.3.2 Au niveau régional 216
4.3.2.1 Le modèle de coordination régionale d'allocation des ressources d'eau M.C.R.A. 216
4.3.2.2 Le modèle M.R.D. 217
4.3.3 Au niveau sectoriel 218

4.4 Conclusion 220

CHAPITRE V - APPLICATION NUMERIQUE : CAS DU MAROC ? 222

5.0 Introduction 222

5.1 Le modèle linéaire de long terme M.L.T. 223
5.1.1 Estimation des paramètres du modèle 223
5.1.2 Résolution du modèle linéaire M.L.T. . . . 240

5.2 Les modèles de décentralisation 242
5.2.1 Le niveau national 242
5.2.1.1 Le modèle M.C.C.D. 243
5.2.1.2 Le modèle M.C.C.A. 247
5.2.2 Le niveau régional 249
5.2.2.1 Le développement des ressources d'eau 249
5.2.2.2 L'allocation des ressources d'eau M.C.R.A. 251
5.2.3 Le niveau sectoriel 263
5.2.3.1 Estimation des paramètres relatifs aux modèles agricoles 266
5.2.4 Remarque commune à l'ensemble des modèles . 276

5.3 Les calculs et les résultats obtenus 277
5.3.1 Les calculs 277
5.3.2 Les résultats obtenus 278

5.4 Conclusion 282

CONCLUSION GENERALE 284

ANNEXES 287

Annexe A.1 - Textes des programmes informatiques utilisés 287

Annexe A.2 - Les résultats de l'application numérique du modèle de long terme 305

Annexe A.3 - Extraits des résultats de l'application numérique des modèles de décentralisation 310

Annexe B - Quelques documents relatifs aux sources de données extraits des textes "du Séminaire sur les ressources en eau au Maroc", Rabat (1980) 326

BIBLIOGRAPHIE 331

REMERCIEMENTS 343

LISTE DES TABLEAUX

		Pages
Tableau I :	Projection des niveaux désirés des équipements et des stocks d'eau	237
Tableau II :	Bilan des ressources en eau au Maroc	252
Tableau III :	Bilan des superficies irrigables au Maroc	258
Tableau IV :	Projection des besoins en eau agricole par région . .	260
Tableau V :	Projection des besoins en eau du secteur domestique .	261
Tableau VI :	Projection des besoins industriels en eau	263
Tableau VII :	Estimation des rendements par hectare et par produit .	267
Tableau VIII :	Estimations des ω^{r3i} (en m^3/dh)	269
Tableau IX :	Estimation des superficies moyennes par unité monétaire d'output (en ha/1000 dh)	270

LISTE DES TABLEAUX

Pages

Tableau I : Projection des niveaux désirés des équipements et des stocks d'eau 237

Tableau II : Bilan des ressources en eau au Maroc 252

Tableau III : Bilan des superficies irrigables au Maroc 258

Tableau IV : Projection des besoins en eau agricole par région . . 260

Tableau V : Projection des besoins en eau du secteur domestique . 261

Tableau VI : Projection des besoins industriels en eau 263

Tableau VII : Estimation des rendements par hectare et par produit . 267

Tableau VIII : Estimations des ω^{rzi} (en m^3/dh) 269

Tableau IX : Estimation des superficies moyennes par unité monétaire d'output (en ha/1000 dh) 270

SOMMAIRE

Ce travail a pour but la construction d'un modèle de planification de la mobilisation et de la gestion des ressources en eau. Il s'agit d'une approche par décomposition dans le temps et dans l'espace à trois niveaux hiérarchiques : un niveau national, un niveau régional et un niveau sectoriel, au moyen d'une structure de modèles d'optimisation mathématique d'abord, non linéaires (chapitre 2), ensuite linéaires (chapitre 3) et enfin stochastiques (chapitre 4).

Un essai d'application pour tester la validité des conclusions du modèle a été tenté sur le cas marocain (chapitre 5) . Cette planification est réalisée par différentes formes de décompositions : d'abord, dans le temps pour ce qui est du modèle global de long terme, ensuite dans l'espace pour chaque tranche annuelle du plan de long terme. Cette décentralisation dans l'espace est faite à trois niveaux hiérarchiques : un niveau national, un niveau régional et un niveau sectoriel, au moyen d'un flux d'informations qui s'échangent entre les différents niveaux de la hiérarchie. Un essai d'application nous a permis de vérifier les différentes conclusions dégagées aux chapitres précédents relativement aux côtés techniques de la procédure. Quant aux résultats numériques, nous ne saurions trop insister sur le caractère très approximatif des estimations des différents paramètres de l'ensemble des modèles. C'est justement pour cette raison que nous avons pensé nécessaire de consacrer un petit paragraphe pour décrire la méthode suivie pour arriver à l'estimation de chacun des paramètres utilisés.

Notre contribution consiste :

- à élaborer une procédure de planification globale couvrant toutes les régions et tous les secteurs économiques qui utilisent l'eau;
- à utiliser, dans ce cadre, un modèle de contrôle optimal en temps discret;
- à donner une formulation linéaire de l'ensemble des modèles mathématiques utilisés dans cette procédure de planification. Une approche alternative à celle de Dantzig, sera proposée pour décomposer les modèles du plan;
- à présenter une analyse stochastique des modèles du plan, lorsque les facteurs incertains sont supposés obéir à des distributions de probabilité. Les résultats d'une résolution basée sur les techniques de programmation dynamique, proposée comme méthode alternative à celle utilisée pour résoudre les modèles linéaires précédents, seront démontrés à ce niveau;
- à proposer une formulation particulière pour permettre un contrôle à deux niveaux. Ce qui permettra à l'O.C. d'agir directement et en même temps que les O.R. pour aménager de nouvelles sources d'eau;
- à faire une application de la version linéaire au cas du Maroc;
- enfin, à donner une interprétation économique à l'ensemble des variables et/ou relations de décision.

L'application nous a permis de constater que les modèles proposés dans le cadre de ce travail répondent bien aux objectifs attendus.

CHAPITRE I

PRELIMINAIRES

1.0 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter d'abord, le sujet de la thèse, ensuite un aperçu sommaire sur les recherches faites dans le domaine couvert par cette thèse et enfin présenter en justifiant la méthodologie employée dans cette recherche. Une section sera consacrée à chacun de ces points.

1.1 Présentation générale

Cette présentation concerne le thème choisi et le problème étudié.

1.1.1 Le thème choisi : l'eau! Pourquoi?

L'eau est certainement la plus importante richesse offerte par la nature. Elle constitue un élément indispensable à toute forme de vie humaine, animale et végétale. Elle peut changer le schéma d'utilisation des terres, influencer la répartition géographique de la population, affecter le développement de certaines industries et donc, peut jouer un rôle vital dans le processus de développement d'une région donnée.

Bien que l'eau soit la ressource naturelle la plus abondante, seule une infime fraction, (0,6 %)[1], constitue toutes les eaux de surface et souterraines douces directement utilisables par l'homme. Avec l'accroissement démographique et l'expansion rapide du développement urbain et industriel, la rareté des ressources d'eau commence à se manifester sous différentes formes. Alors que dans les régions arides ou semi-arides c'est la quantité d'eau qui est limitative; dans d'autres régions, même humides, c'est la pollution causée par un développement industriel désordonné qui réduit considérablement le potentiel des eaux utilisables.

Le danger d'une pénurie éventuelle de ce fluide précieux est à l'origine des recherches de plus en plus nombreuses couvrant différents aspects du problème. D'un côté on essaie d'agir sur les cycles de la nature par des mesures structurelles afin de mobiliser les quantités d'eau nécessaires pour les besoins de l'homme : c'est l'aspect mobilisation (ci-après développement) des ressources d'eau. D'un autre côté, on essaie d'agir sur le comportement de l'homme afin de l'amener à s'accommoder aux limitations que lui impose la nature et à réduire les différentes formes de gaspillage de cette ressource : c'est l'aspect gestion

---

[1]Nambiar, R.G. (1977) "Future Water Demands: The Impact of Growth on the Water Use Patterns in Selected Sectors of the Gujarats Economy: 1969-2000." Artha-Vikas, January-June, pp. 1-13.
Nambiar avance les chiffres suivants :
- les eaux salées de mers et océans constituent : 97 %
- les glaciers polaires et des montagnes : 2,25 %
- les eaux douces de surface et souterraines : 0.6 %

(ci-après allocation) des ressources en eau. Ce sont ces deux aspects qui constituent le thème central de notre thèse.

1.1.2 Le problème étudié

C'est un problème de planification du développement et de l'allocation d'une ressource rare : l'eau. Or cette ressource a certaines spécificités qui la distinguent des autres richesses naturelles : d'abord son caractère de ressource vitale lui confère une place de choix parmi les ressources dont la rareté peut conditionner le développement et les conditions de vie de l'homme; ensuite la multiplicité de son usage (direct ou indirect par la plupart des activités économiques et sociales) et la complexité du réseau de ses sources impose une approche particulière aux études qui s'y intéressent; enfin la nature dynamique et stochastique du niveau du stock des ressources en eau constitue une autre particularité importante.

Tous ces éléments font que la planification de cette ressource constitue un problème très complexe nécessitant ainsi une méthodologie particulière. Par exemple les projets d'aménagement et de développement des nouvelles sources d'eau peuvent faire appel à des fonds considérables et parfois même hors de portée d'une autorité locale ou régionale. De même, la source d'eau à aménager peut se trouver dans une région voisine de celle qui en a besoin; ceci peut poser certains problèmes de juridiction aux régions concernées. L'existence d'un organisme central chargé de la gestion de cette ressource peut contribuer à faire disparaître ces problèmes. D'ailleurs présentement il y a même des tentatives pour dépasser les frontières nationales afin d'assurer une meilleure gestion de cette richesse. Les tentatives essayées à l'échelle des pays du Sahel en Afrique sont significatives. Ces approches "supra-nationales" ou, au moins, nationales peuvent permettre des possibilités de recherches techniques et scientifiques à grande échelle. Ce qui peut en retour avoir un impact positif sur l'efficacité de ces recherches et par conséquent engendrer des économies d'échelle dans les différentes opérations de production, de distribution et éventuellement de traitement des eaux usées ou salées. Enfin le transfert de l'eau des régions où il y a surplus au profit des régions qui en manquent devient possible grâce à l'intervention de l'organisme central qui a pour objectif d'assurer une allocation efficace à l'échelle nationale.

Cependant, la complexité du réseau des sources d'eau qui peut couvrir des espaces géographiques très étendus et la multitude des usagers élémentaires de cette ressource rendent trop complexe, voire même impossible, une gestion où l'organisme central serait capable de déterminer les niveaux optimaux des quantités d'eau à allouer à ces usagers et le prix adéquat à imposer. Ces prix sont d'autant plus difficiles à fixer que l'eau est considérée comme une ressource publique dont plusieurs usages peuvent être intangibles, générateurs des effets externes et, parfois non destructeurs de la totalité de la quantité d'eau utilisée. Il faut donc trouver un cadre qui, tout en tenant compte des contraintes institutionnelles existantes, seconde et/ou remplace le marché pour fixer ces prix. La planification nous semble un outil tout indiqué pour remplir cette tâche (nous reviendrons en 1.3a et 1.3b pour expliciter davantage et justifier cette procédure). D'ailleurs la procédure de planification à niveaux multiples a déjà été proposée par différents auteurs intéressés à l'étude de certains aspects de ce problème. Ce sont ces approches que nous allons présenter dans la section suivante.

1.2 Revue de la littérature

Le but de cette section est de présenter sommairement quelques-uns des thèmes abordés dans la littérature traitant des ressources en eau. La diversité de ces thèmes reflète les nombreux aspects spécifiques à cette richesse naturelle. Nous laissons de côté toute la littérature consacrée aux aspects chimiques, hydrogéologiques et qualitatifs pour ne présenter que les études qui portent sur les aspects quantitatifs de cette ressource et, particulièrement celles qui sont en relation directe avec le sujet de notre thèse. Aussi nous présentons les thèmes suivants :

- le développement de la ressource
- l'utilisation de la ressource
- la coordination des besoins et disponibilités
- l'incertitude dans le domaine hydrologique.

1.2.1 Le développement de la ressource

Le développement de nouvelles sources d'eau constitue le thème central des recherches effectuées dans ce domaine. Certains travaux sont devenus des classiques en littérature sur ce sujet.

L'un des pioniers dans ce domaine est Kuiper, E. qui a publié une série de travaux et livres dont un[1] est presque exclusivement consacré aux problèmes de l'évaluation des projets hydrauliques. Il présente une méthodologie qui permet de tenir compte des aspects spécifiques à la ressource d'eau (évaluation des intangibles, usages multiples de la ressource, problèmes de la tarification qui résultent d'une gestion par le service public, etc.). L'analyse est presque entièrement basée sur des exemples numériques réels. Enfin l'auteur accorde une place importante aux problèmes posés par la collecte de données statistiques utilisables dans l'évaluation de ces projets particuliers.

La même année, James et Lee[2] ont publié un livre sur le même thème. Ils proposent une approche microéconomique basée sur des modèles d'optimisation à objectifs simples ou multiples. L'analyse est essentiellement centrée sur les problèmes que pose la spécification d'une fonction économique adéquate. Ils proposent l'application d'une expression abstraite de la fonction d'utilité sociale, dans les analyses coûts-avantages des projets hydrauliques.

D'autres chercheurs suggèrent l'application des modèles de programmation mathématique pour évaluer et sélectionner les projets en question. Par exemple :

---

[1]Kuiper, E. (1971), Water Resources Project Economics, Butterworth.

[2]James, L.D. and Lee, R.R. (1971), Economics of Water Resources Planning, McGraw-Hill.

- Dean et al[1] proposent un modèle à plusieurs périodes pour évaluer les projets. Ils font la distinction entre ceux qui contribuent aux coûts de ces projets et ceux qui utilisent effectivement l'output de ces investissements. Appliquée au cas de la Californie, cette distinction conduit à la constatation suivante : les producteurs non utilisateurs des nouveaux projets hydrauliques peuvent subir des effets négatifs de bien-être.

- Viscusi, W.K.[2] utilise un modèle semblable pour remettre en question la méthodologie traditionnelle des analyses coûts-avantages. Les critiques sont basées sur le fait que ces analyses ignorent l'influence qu'a la réalisation d'un projet sur les budgets futurs. Ceux-ci doivent être considérés endogènes au modèle. Ensuite, l'auteur utilise un modèle dynamique de multiplicateurs de Lagrange pour montrer que la prise en compte de l'impact de la réalisation d'un projet sur les budgets futurs, rend non nécessaire l'égalité des rapports bénéfices/coûts des projets étudiés. Ce modèle permet aussi de calculer des coefficients appropriés pour pondérer les flux engendrés par les projets sur les différentes périodes de leurs durées de vie.

---

[1]Dean, G.W. et al (1973), "Programming Model for Evaluating Economic and Financial Feasibility of Irrigation Projects with Extended Development Periods", Water Resources Research (W.R.R.), Vol. 9, No. 3, pp. 746-755.

[2]Viscusi, W.K. (1973), "Budgetary Constraints and Benefit-Cost Criteria", W.R.R., Vol. 6, No. 6, pp. 1338-1343.

Bassoco et al.[1] utilisent un modèle de programmation linéaire pour étudier les différents types d'interdépendance rencontrés dans les problèmes d'évaluation des projets hydrauliques. Trois types d'interdépendance sont étudiés :

i) l'interdépendance entre les projets d'investissement et les autres instruments politiques;

ii) l'interdépendance entre les différents types de projets d'investissement;

iii) l'interdépendance entre les niveaux local et régional de décisions d'investissement.

Sept exemples d'analyse sont présentés pour des fins d'illustrations.

Bishop et al.[2] s'intéressent à l'étude des possibilités de réutilisation des eaux usées. Ils présentent un modèle d'offre de l'eau basé sur les valeurs marginales reflétant la qualité et l'accessibilité des nouvelles sources d'eau. Ce modèle leur permet de proposer une procédure de tarification optimale de l'eau et de déterminer les conditions nécessaires pour une réutilisation économiquement efficace des eaux municipales usées.

---

[1] Bassoco, L.M. et al. (1974), "Appraisal of Irrigation Projects and Related Policies and Investments", W.R.R., Vol. 10, No. 6, pp. 1077-1079.

[2] Bishop, A.B. et al. (1975), "Economic Assessment of an Activity Analysis for Water Supply Planning", W.R.R., Vol. 11, No. 6, pp. 783-788.

Enfin la complexité du problème a poussé des chercheurs à développer des méthodologies appropriées pour étudier ce problème de grande échelle. Haimes, Y.Y.[1] nous présente un compte-rendu des travaux faits dans cette direction.

Ces méthodologies sont proposées pour étudier les points suivants :

- la modélisation et l'identification des nappes aquifères,
- la présentation d'un système intégré d'optimisation pour les usages alternatifs des eaux souterraines et des eaux de surface,
- le contrôle régional de la qualité de l'eau,
- la planification régionale des expansions des capacités du système des sources d'eau.

Erlenkotter, D.[2] propose un modèle qui permet de déterminer les échelles optimales des projets et leurs échelonnements dans le temps en tenant compte de l'interdépendance de ces deux importantes caractéristiques. Il insiste sur le fait qu'une fois fixée, la taille d'un projet ne se prête pas aux modifications.

---

[1]Haimes, Y.Y. (1973), "Decomposition and Multilevel Approach in the Modeling and Management of Water Resources Systems", in Himmelblau, M. (ed.), Decomposition of Large-Scale Problems, North Holland.

[2]Erlenkotter, D. (1977), "Coordinating Scale and Sequencing Decisions for Water Resources Projects" , in Thrall (ed.), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North Holland.

1.2.2 L'utilisation de la ressource

Le problème de l'utilisation des ressources en eau a intéressé plusieurs chercheurs. Parmi les études faites sur cet aspect, certaines portent sur le problème de l'utilisation de l'eau dans un secteur de l'économie; par exemple, l'électricité (Young et Thompson[1]), l'agriculture (Heady et al.[2]). D'autres s'intéressent aux problèmes d'allocation de l'eau aux différents usages alternatifs (Maddauss et al.[3], Gray et al.[4]).

Toutes les études faites sur ce sujet utilisent des modèles mathématiques. Elles ont pour objectif la planification des besoins en eau pour une partie ou la totalité des secteurs de l'économie.

Gray et al. utilisent le modèle de Léontief pour déterminer les besoins en eau directs et indirects dans les différents secteurs de l'économie. Ils proposent une méthodologie pour faire les estimations suivantes :

- l'estimation des besoins agrégés en eau pour une région donnée,
- l'estimation des demandes de l'eau secteur par secteur,
- l'estimation de la variation des besoins en eau, consécutive à un

---

[1]Young, H.P. and Thompson, R.G. (1973), "Forcasting Water Use for Electric Power Generation", W.R.R., Vol. 9, No. 4, pp. 799-807.

[2]Heady, E.D. et al. (1976), "National and Interregional Models of Water Demand Land Use and Agricultural Policies", W.R.R., Vol. 12, No. 4, pp. 777-791.

[3]Maddauss, W.O. et al. (1976), "Development and Application of a Water Resource Allocation Model", W.R.R., Vol. 12, No. 4, pp. 767-772.

[4]Gray, S.L. et al. (1976), "The Development of Water Multiplier Impact From Input-Output Analysis: An Empirical Example From Boulder, Larmer and Weld Countries Colorado", W.R.R., Vol. 12, No. 2, pp. 135-140.

accroissement de la demande finale du produit d'un secteur donné.

Le problème des allocations efficaces des ressources reste très lié à la procédure de tarification appliquée à ces ressources. L'eau présente la particularité d'être gérée par un organisme public souvent sans but lucratif. D'ailleurs le nombre assez élevé des méthodes proposées pour résoudre ce problème témoigne de la difficulté que rencontre la détermination d'une tarification adéquate. Parmi les propositions faites, il y a celles qui portent sur la tarification optimale de l'eau dans un secteur donné, par exemple l'irrigation (Gardner[1]; Asopa[2]). Le premier propose une tarification discriminante de l'eau pour assurer une utilisation efficace de cette ressource dans les différentes activités irriguées. Le second propose de réviser à la hausse le prix de l'eau, jugé trop bas, afin de limiter le gaspillage et assurer une rentabilité fiable des capitaux investis dans le secteur agricole.

D'autres propositions concernent la tarification de l'eau pour les différents usages possibles (Hanke et al.[3], Haimes et Maddock[4], Tybout[5]).

---

[1]Gardner, B.D. et al. (1974), "Pricing Irrigation Water in Iran", W.R.R., Vol. 10, No. 6, pp. 1080-1084.

[2]Asopa, V.N. (1977), "Pricing Irrigation Water", Artha-Vikas, January-June, pp. 51-60.

[3]Hanke, S.H. et al. (1973), "Potential for Marginal Cost Pricing in Water Resource Management", W.R.R., Vol. 9, No. 4, pp. 808-825.

[4]Haimes, Y.Y., and Maddock III, T. (1975), "A Tax System for Groundwater Management", W.R.R., Vol. 11, No. 1, pp. 7-14.

[5]Tybout, R.A. (1977), "Quasi-Public Good: Pricing the Commons", in Thrall (ed.), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North Holland.

Parmi ces propositions, on trouve la tarification au coût marginal, l'application des pénalisations et des primes pour encourager la conservation de cette richesse et enfin, l'utilisation des prix différents selon les secteurs usagers.

1.2.3 La coordination des besoins et des disponibilités

La plupart des travaux faits sur cet aspect sont associés à Haimes, seul ou en collaboration avec d'autres chercheurs. Nous pouvons citer, à titre d'exemples Haimes, Y.Y.[1], Haimes et Nainis[2] et Haimes et Dreizin[3]. La méthodologie employée pour réaliser cette coordination est basée sur l'utilisation des modèles de programmation mathématique déterministe par décomposition à niveaux multiples. Dans son livre[1] Haimes groupe tous les travaux antérieurs auxquels il a participé. Le problème de la coordination y est largement étudié.

1.2.4 L'incertitude dans le domaine hydrologique

L'incertitude constitue l'une des caractéristiques principales de la ressource d'eau. D'ailleurs la littérature couvre largement cet

---

[1]Haimes, Y.Y. (1977), Hierarchical Analysis of Water Resources Systems, McGraw Hill.

[2]Haimes, Y.Y. and Nainis, W.S. (1974), "Coordination of Regional Water Resource Supply and Demand Planning Models", W.R.R., Vol. 10, No. 6, pp. 1051-1059.

[3]Haimes, Y.Y. and Dreizin, Y.C. (1977), "Management of Groundwater and Surface Water Via Decomposition", W.R.R., Vol. 13, No. 1, pp. 69-77.

aspect. Ainsi Thomas, G. et al.[1] ont étudié le problème d'allocation des ressources en eau en situation de fonction d'offre de l'eau stochastique. Ils suggèrent une gestion basée sur des prix fixés en fonction des niveaux de probabilité de garantie des livraisons des quantités demandées. Le gestionnaire de l'eau subit une pénalisation à chaque fois qu'il ne respecte pas ses promesses de livraison.

Vicens, G.J. et al.[2] proposent un modèle bayesien pour étudier les effets d'une utilisation des informations régionales dans les projets hydrauliques. Ils font une distinction entre l'incertitude naturelle et les incertitudes dues au manque d'information sur les paramètres et relations du modèle. Le modèle proposé permet de combiner l'information régionale à celle tirée des caractéristiques naturelles des sites étudiés afin d'améliorer les prévisions hydrologiques.

Wood, E.F.[3] analyse les effets de l'incertitude sur les paramètres d'un modèle hydrologique déterministe. Il compare les méthodes qui utilisent les valeurs moyennes de ces paramètres et la méthode basée

---

[1]Thomas, G. et al. (1972), "New Approach to Water Allocation Under Uncertainty", W.R.R., Vol. 8, No. 5, pp. 1151-1158.

[2]Vicens, G.F. et al. (1976), "A Bayesian Framework for the Use of Regional Information in Hydrology", W.R.R., Vol. 12, No. 5, pp. 925-932.

[3]Wood, E.F. (1976), "An Analysis of the Effects of Parameter Uncertainty in Deterministic Hydrologic Model", W.R.R., Vol. 12, No. 5, pp. 925-932.

sur les distributions de probabilité de ces paramètres. Les conclusions avantagent cette dernière.

Szidarovsky, F. et al.[1] s'intéressent aux problèmes d'incertitude sur la conception des projets hydrauliques (par exemple sur la taille, la capacité, etc.). Ils font la distinction entre les variables économiques et les variables hydrologiques dans leur formulation de la fonction économique. Ils analysent ensuite la corrélation entre les erreurs sur les variables et les pertes qui en résultent. Ils aboutissent à l'idée qu'une petite erreur d'incertitude dans les estimations de la fonction objectif peut avoir des effets considérables sur les décisions du modèle.

Enfin, Moore, J.L. et al.[2] utilisent un modèle de programmation linéaire pour analyser l'opportunité d'un accroissement de la précision des prévisions de l'offre de l'eau. Ils combinent une approche probabiliste et une approche bayesienne pour calculer l'estimation de la valeur d'un accroissement de cette précision. Une application de leur méthode dans le cas d'une zone irriguée, leur permet de conclure qu'une réduction de 33 % de l'incertitude sur les prévisions d'offre de l'eau engendre un gain de $ 6/acre pour les surfaces irriguées étudiées.

---

[1]Szidarovsky, F. et al. (1976), "Economic Uncertainty in Water Resources Project Design", W.R.R., Vol. 12, No. 4, pp. 573-580.

[2]Moore, J.L. et al. (1976), "The Use of Linear Programming Technics for Estimating: The Benefits From Increased Accuracy of Water Supply Forecasts", W.R.R., Vol. 12, No. 4, pp. 629-639.

1.3 Présentation et justification de la méthodologie utilisée

1.3.1 La méthodologie

Pour résoudre le problème posé plus haut, nous proposons un modèle de planification des ressources en eau. Nous le concevons comme suit : Nous partirons des besoins de l'économie pour déterminer un schéma optimal du développement et de l'allocation de cette richesse. Ces besoins sont déterminés par des facteurs exogènes tels que la croissance démographique, les conditions naturelles et les impératifs de développement économique. Ils concernent les différents usages de l'eau : l'énergie, l'irrigation, la consommation domestique, l'industrie, etc.

Vu la nature de la ressource que nous étudions, le gouvernement est souvent appelé à mettre sous sa tutelle la gestion de cette ressource vitale. Ce qui peut en conséquence affecter le critère d'efficacité dans l'allocation de cette ressource. Une valeur marginale sociale peut alors remplacer les prix appliqués, dans les calculs relatifs à la variation de la fonction économique. Une comparaison des nouveaux critères d'efficacité à ceux de Pareto peut nous aider à saisir l'importance de l'impact des caractéristiques spécifiques à l'eau, sur l'allocation des autres ressources rares.

Enfin le modèle de planification que nous proposons permettra, nous espérons, d'aider le responsable chargé des politiques économiques en lui fournissant des prix d'ordre adéquats pour évaluer les ressources non marchandes et/ou corriger les distorsions des prix offerts par le marché. Ces distorsions peuvent s'expliquer par les interventions de l'Etat pour contrôler les prix, l'existence des externalités ou par certains usages considérés comme intangibles.

A. Description de la procédure de planification proposée

Vu la complexité du problème que nous étudions ici, une procédure de planification décentralisée nous semble plus appropriée. Ainsi nous proposons une décentralisation à trois niveaux hiérarchiques. D'ailleurs cette approche est largement acceptée, et parfois même jugée nécessaire par plusieurs chercheurs qui s'intéressent à la résolution des problèmes de grande échelle comme celui-ci. Les trois niveaux hiérarchiques de notre modèle sont :

- le niveau national,
- le niveau régional,
- le niveau sectoriel.

A.1 Le niveau national

Il est représenté par un organisme central (O.C.) chargé de la planification des ressources d'eau à l'échelle nationale. L'O.C. peut être un simple service technique au sein de l'administration chargée du plan du développement économique et social du pays, ci-après appelée Bureau du Plan (B.P.).

Le Bureau du Plan détermine les besoins et les objectifs du développement de l'économie nationale. Il établit ainsi des estimations des demandes finales pour chaque secteur et chaque période du plan. Il transmet ces estimations à l'O.C.. Ce dernier utilise ces estimations pour calculer la quantité d'eau nécessaire à chaque période planifiée. Les estimations des besoins en eau permettent de déterminer les montants de fonds et les quantités des autres ressources limitatives, nécessaires pour développer de nouvelles sources d'eau et assurer une meilleure utilisation des ressources rares. L'O.C. doit allouer ces ressources limitatives aux organismes régionaux (O.R.) qu'il contrôle. Cette allocation tiendra compte de la capacité régionale de contribuer à l'effort du développement poursuivi et de l'importance stratégique de la région afin de développer les projets hydrauliques et les activités économiques parallèles. Enfin, le rôle de l'O.C. est d'un côté, la coordination des efforts régionaux au moyen des prix d'ordre qui reflètent la rareté des ressources à l'échelle nationale; une comparaison de ces prix d'ordre nationaux et ceux calculés au niveau de chaque région permet à l'organisme central de juger de l'opportunité des transferts des ressources et/ou de certaines activités de production d'une région à l'autre et d'assurer ainsi une allocation efficace de ces ressources. D'un autre côté, possédant une juridiction plus étendue et des moyens plus importants, l'O.C. est capable de faire disparaître les conflits et incapacités régionaux en agissant directement afin de développer les sources d'eau économiquement aménageables, abstraction faite des frontières restreintes de ces régions.

Pour exécuter ces différentes tâches, l'O.C. peut utiliser un modèle de contrôle optimal pour décomposer, de façon cohérente le plan global de long terme en une suite de plans annuels. Les délais nécessaires pour réaliser les projets hydrauliques ou pour évaluer l'utilisation de l'output de ces projets favorisent l'utilisation d'un modèle de contrôle en temps discret. Trois autres modèles de programmation mathématiques seront utilisés par l'O.C. : Deux pour réaliser la décentralisation des plans annuels soit l'allocation des ressources ou l'attribution des tâches productives aux régions, le troisième modèle pour la sélection des projets hydrauliques réalisables par l'O.C. dans le cadre de son intervention directe pour aménager des sources d'eau au niveau des régions.

A.2 Le niveau régional

Chaque région a son propre organisme : l'organisme régional (O.R.). Ce dernier est chargé de la réalisation des objectifs de développement régional. Son rôle est, aussi, de déterminer la performance potentielle de la région à soutenir les différents taux de croissance visés, d'allouer les ressources disponibles aux secteurs utilisateurs de l'eau et d'aménager de nouvelles sources régionales d'eau. L'O.R. se réfère à deux services, l'un s'occupe des politiques d'aménagement de nouvelles sources aquifères, l'autre de l'allocation des ressources aux différents secteurs de l'économie.

1. Aménagement de nouvelles sources aquifères

Le service chargé de ce problème a pour tâche d'étudier, de choisir et de réaliser les projets hydrauliques nécessaires pour satisfaire les besoins en eau dans les périodes de l'horizon planifié. L'O.R. commence par établir l'inventaire des sources d'eau potentiellement aménageables au niveau de la région. Chaque source est caractérisée par les données relatives à sa capacité, aux ressources rares nécessaires pour son aménagement, et à son interdépendance avec les autres sources. Sur la base de cet inventaire et des instructions venant du niveau hiérarchique supérieur, le service détermine la séquence optimale des investissements à réaliser sur chaque période de l'horizon planifié. La détermination de cette séquence doit tenir compte de l'interdépendance des projets, des usages multiples de l'eau engendrée par le projet en question, des possibilités de transferts d'eau entre régions et de la possibilité d'intervention de l'O.C. pour aménager les sources dont les dimensions dépassent les capacités de la région.

Un modèle de programmation mathématique, adapté pour tenir compte des particularités des projets hydrauliques (concurrence, interdépendance, dimension, etc.) sera utilisé pour déterminer les projets à réaliser et leur échelonnement sur les différentes périodes du plan. La résolution du programme permettra en même temps de dériver des indices qui reflètent les coûts marginaux du développement de nouvelles sources d'eau. Ce sont ces indices qui, comparés à ceux calculés dans les autres régions, permettent à l'O.C. de coordonner les efforts régionaux dans le domaine du développement des ressources en eau et d'assurer ainsi une meilleure allocation des fonds d'investissement. L'objectif poursuivi par ce service de l'O.R. est la satisfaction, des besoins nationaux et/ou régionaux en eau, au moindre coût.

2. Allocation régionale des ressources

Ce service de l'O.R. s'occupe de la gestion des ressources rares disponibles à la région concernée. La quantité de ces ressources est fixée par l'O.C.. L'allocation des ressources aux différents secteurs économiques régionaux constitue la principale tâche de ce service.

Un modèle de programmation est utilisé pour allouer les ressources limitatives aux secteurs économiques de la région, afin de les soutenir et/ou de les orienter dans leurs efforts de développement. Grâce aux possibilités de substitution des secteurs de l'économie, l'O.R. est capable d'améliorer l'efficacité de ces derniers. Les prix d'ordre calculés aux niveaux régional et sectoriels joueront un rôle-clé dans la réalisation de cet objectif.

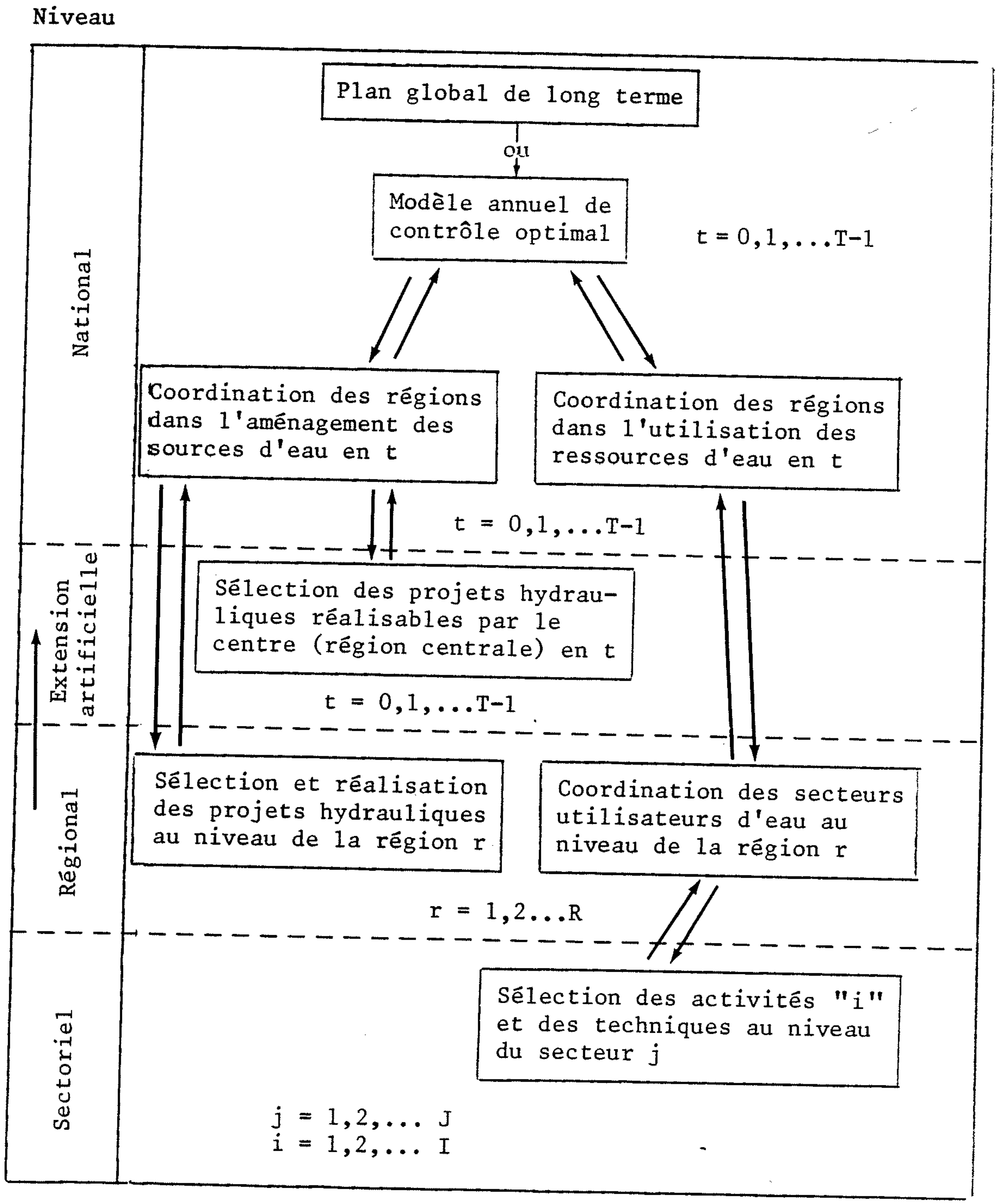
A.3 Le niveau sectoriel

C'est l'organisme sectoriel (O.S.) qui est chargé de la gestion des ressources à ce niveau de la hiérarchie. La quantité de ces ressources est fixée par le niveau régional. Chaque secteur "j" peut utiliser un modèle de programmation mathématique pour choisir la séquence des activités à réaliser à chaque période de l'horizon planifié et, la quantité des ressources rares à imputer à chacune de ces activités élémentaires.

En conclusion, la procédure de planification proposée permet, par la comparaison des prix d'ordre des ressources calculés aux différents niveaux de la hiérarchie, des réallocations des ressources aux usages alternatifs et des réajustements dans les choix des projets, des secteurs et/ou des activités, afin de réaliser la meilleure utilisation possible des facteurs limitatifs. Ce qui peut ainsi amener certaines régions à se spécialiser dans les activités économiques dans lesquelles elles ont des avantages comparés.

Cette procédure de planification peut être schématisée par l'organigramme présenté à la page suivante. Nous avons alors le schéma d'un plan qui couvre un horizon de "T" années, t. La nation est divisée en "R" régions, r. Chaque région "r" contrôle, en plus de l'aménagement des sources d'eau "J" secteurs, j. Enfin chaque secteur "j" se compose de "I" activités élémentaires, i.

A.4 Organigramme du plan



B. La contribution au domaine

Le survol de la littérature dans cette discipline nous permet de constater que plusieurs aspects du problème qui nous intéressent sont plus ou moins abordés par les chercheurs dans ce domaine. La méthodologie que nous utilisons est, en grande partie, elle aussi utilisée dans les recherches, soit dans le domaine des ressources en eau, soit sous l'angle de formulation théorique pour traiter des problèmes d'optimisation ou de planification de grande échelle. Nous pouvons citer à titre d'exemples Haimes, qui a utilisé une méthodologie semblable pour planifier les ressources en eau dans le secteur agricole d'une région donnée, Dantzig, qui a proposé des méthodes pour décomposer les programmes linéaires de grande taille et Kornai, qui a développé une procédure théorique de planification décentralisée à plusieurs niveaux.

Notre contribution consiste :

- à élaborer une procédure de planification globale couvrant toutes les régions et tous les secteurs économiques qui utilisent l'eau,
- à utiliser, dans ce cadre, un modèle de contrôle optimal en temps discret,
- à donner une formulation linéaire de l'ensemble des modèles mathématiques utilisés dans cette procédure de planification. Une approche alternative à celle de Dantzig, sera proposée pour décomposer les modèles du plan,
- à présenter une analyse stochastique des modèles du plan, lorsque les facteurs incertains sont supposés obéir à des distributions de

probabilité. Les résultats d'une résolution basée sur les techniques de programmation dynamique, proposée comme méthode alternative à celle utilisée pour résoudre les modèles linéaires précédents, seront démontrés à ce niveau,

- à proposer une formulation particulière pour permettre un contrôle à deux niveaux. Ce qui permettra à l'O.C. d'agir directement et en même temps que les O.R. pour aménager de nouvelles sources d'eau,
- à faire une application de la version linéaire au cas du Maroc,
- enfin, à donner une interprétation économique à l'ensemble des variables et/ou relations de décision.

1.3.2 Justification de la méthodologie utilisée

a) Pourquoi une planification globale?

En tenant compte de toutes les régions et de l'ensemble des secteurs économiques et, par l'utilisation des modèles mathématiques à tous les niveaux de la hiérarchie, la procédure proposée permettra de traiter plusieurs problèmes pouvant se poser aux responsables chargés de la planification des ressources dans les pays en voie de développement. Parmi ces problèmes, nous pouvons citer à titre d'exemples :

- absence de marchés pour certaines ressources,
- seulement des marchés locaux pour d'autres, par conséquent les prix engendrés ne reflètent pas la rareté à l'échelle nationale.

Par contre, les modèles de programmation mathématiques, en tenant compte des contraintes communes ou spécifiques à toutes les régions et/ou secteurs, permettent de dériver des prix d'ordre utilisables pour évaluer ces ressources dans la procédure de planification. La prise en compte des contraintes permet aussi une meilleure diffusion de l'information à tous les niveaux de la hiérarchie, des décisions économiquement réalisables puisqu'elles tiennent compte des possibilités réelles du pays et, parfois même suggérer une tarification optimale de l'eau dans les différents usages alternatifs. De même une prise en considération des aléas qui entourent les promesses d'aide étrangère aux programmes de développement du pays concerné est rendue possible grâce aux possibilités d'analyses paramétriques et/ou stochastiques qu'offrent les modèles de programmation mathématique. Ceci permet une meilleure flexibilité dans les décisions et une adaptation plus cohérente aux situations que peuvent présenter les variables et paramètres incertains.

Enfin, la procédure de décentralisation nous permet, le cas échéant, de limiter l'analyse à une région et/ou secteur donné. Donc toutes les approches partielles faites jusqu'à date sont des cas particuliers de cette approche.

b) Pourquoi une décentralisation à plusieurs niveaux?

La complexité du réseau des sources d'eau ainsi que le nombre et la répartition des usagers de cette ressource, rendent toute forme de gestion centralisée trop complexe, voire même impossible. Par contre, plusieurs facteurs jouent en faveur d'une décentralisation de cette gestion. En effet, l'existence de régions relativement autonomes présentant chacune toute la diversité de la nation en même temps que ses propres particularités, facilite cette décentralisation. Le rôle de l'O.C. sera limité, dans cette optique, à la coordination des efforts régionaux afin d'assurer une gestion efficace des différentes ressources, à l'échelle nationale et, exceptionnellement, il interviendra directement pour combler les lacunes régionales dans l'aménagement des sources d'eau.

Même après cette première décentralisation, une gestion régionale centralisée reste trop complexe. Chaque région groupe, le plus souvent, l'ensemble des secteurs de l'économie. Chacun de ces secteurs se compose d'un ensemble d'activités élémentaires, il serait donc plus adéquat de laisser une certaine forme d'autonomie de gestion à chacun d'eux. Ainsi nous proposons que l'office régional s'occupe, d'un côté de la mobilisation des ressources en eau, en aménageant de nouvelles sources à l'échelle de la région avec parfois l'intervention directe de l'O.C., d'un autre côté, il se limite à la coordination des secteurs économiques et à l'allocation des ressources disponibles à ces secteurs. D'ailleurs sur le plan administratif, chacun de ces secteurs est normalement géré par une autorité qui relève d'un ministère particulier ayant ses propres objectifs et moyens.

Enfin, comme nous l'avons souligné au point "a", cette procédure de planification permet d'appliquer le modèle à l'échelle globale ou réduite. Par exemple, en l'absence de données sur certains secteurs, on peut appliquer la procédure aux autres secteurs; ce qui, en attendant, peut assurer une gestion efficace des ressources, au moins, au niveau des secteurs et/ou régions touchés par cette planification locale.

c) Pourquoi un modèle de contrôle optimal? En temps discret?

Vu la nature de notre problème, une planification dynamique et à long terme s'impose. Ainsi un modèle de contrôle optimal nous permet de décomposer ce problème de grande échelle en une suite de sous-modèles annuels, tout en assurant une cohérence globale de ces sous-modèles sur l'horizon planifié. En plus les variables auxiliaires (ou adjointes) que cette formulation engendre nous permettent de réaliser un échelonnement optimal de la réalisation du plan global sur les périodes élémentaires. Les variables de contrôle nous permettent d'agir sur les systèmes d'offre ou de demande de l'eau pour les réajuster aux nouvelles exigences éventuelles de l'économie ou de les corriger des distorsions qui peuvent apparaître au cours des différentes périodes.

Enfin, quoique l'utilisation du temps continu est la plus courante en littérature sur le contrôle optimal, il reste que pour certains problèmes, comme celui qui nous intéresse ici, l'action sur le système ne peut se faire de façon instantanée. L'aménagement de nouvelles sources exige souvent un délai minimum. Ainsi l'utilisation du temps discret nous semble plus adéquate pour ce problème.

d) Pourquoi une linéarisation du modèle?

Cette linéarisation vise deux objectifs : l'un d'ordre théorique, l'autre d'ordre pratique. En effet, sur le plan théorique, la linéarisation nous permet de réduire le degré de complexité des relations mathématiques du modèle afin d'élaborer une procédure de résolution plus précise et, de faire certaines analyses qui, autrement, seraient très difficiles à faire. A titre d'exemple, nous pouvons citer l'analyse stochastique dont nous discuterons par la suite.

Sur le plan pratique, un modèle linéaire est souvent plus facile à appliquer. Les données nécessaires sont souvent plus simples et la modélisation, quoique approximative, pose moins de difficultés qu'une formulation non-linéaire.

e) Pourquoi une analyse stochastique?

L'une des caractéristiques de la ressource d'eau est le fait qu'elle soit très dépendante des conditions climatiques. Ces conditions affectent simultanément les réserves, les fonctions d'offre et les fonctions de demande de l'eau. Toutes les analyses précédentes seront faites sur la base des moyennes calculées à partir des observations passées. L'analyse stochastique nous permet de tenir compte des écarts entre les données réelles des paramètres incertains et les moyennes calculées pour le passé. Moyennant des hypothèses sur les lois de probabilité de ces écarts, la version linéaire des modèles du plan nous permet de simplifier les expressions des espérances mathématiques inhérentes à cette analyse stochastique.

1.4 Conclusion

Il nous faut particulièrement souligner le fait que l'objectif d'applicabilité de la procédure de planification proposée, dans le cadre d'un pays sous-développé, a été poursuivi tout au long des différentes étapes de la construction du modèle. Ainsi, malgré la nature relativement assez complexe du problème étudié, tous les modèles mathématiques utilisés dans cette procédure de planification ont été formulés de manière très simple par référence aux nombres de variables et aux contraintes de chacun de ces modèles. Autrement dit, les données statistiques utilisées par les modèles ne sont pas impossibles à obtenir et, surtout, les moyens techniques pour faire les calculs ne doivent pas être nécessairement sophistiqués.

CHAPITRE II

FORMULATION GENERALE DES MODELES DE LA PROCEDURE DE PLANIFICATION

2.0 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter une formulation de l'ensemble des modèles mathématiques utilisés dans la procédure de planification du développement et de l'allocation des ressources d'eau. Il s'agit d'une planification de long terme couvrant "T" années; réalisable par tranches annuelles qui, chacune sera réalisée par décentralisation à trois niveaux hiérarchiques : un niveau national, un niveau régional et un niveau sectoriel. Aussi ce chapitre sera composé de deux grandes parties : une première groupera le modèle global de long terme et les tranches annuelles qui en découlent; la seconde sera consacrée à la présentation de la structure de modèles utilisés dans la décentralisation à niveaux multiples, des différentes tranches annuelles.

2.1 Le modèle de long terme et sa décomposition dans le temps

2.1.1 Formulation du modèle de long terme : MLT

Le Bureau du Plan fixe les ambitions de développement économique et social et les moyens qui seront mis en oeuvre pour les atteindre. Partant de ces objectifs et moyens, l'organisme central (O.C.) détermine les politiques appropriées qui permettront au secteur des ressources en eau de répondre aux besoins de l'économie sur l'ensemble des périodes planifiées. Ces besoins sont exprimés au moyen d'un vecteur de demandes finales minima à satisfaire pour les différents secteurs économiques et puisque l'O.C. ne s'occupe que des ressources hydrauliques, il va utiliser ces informations relatives aux demandes finales pour en déduire les besoins en eau de l'économie nationale. Ces derniers seront considérés comme contrainte à satisfaire par les différents programmes d'aménagement des sources d'eau.

a. Les variables principales du modèle MLT

Pour simplifier l'exposé, sans toutefois sacrifier la portée du modèle, nous allons utiliser les quatre variables principales suivantes :

- E_t : la capacité de mobilisation d'eau disponible au début de t (en m^3). Il s'agit des équipements physiques (barrages, réservoirs, puits, etc.)
- Q_t : le stock moyen d'eau mobilisable pendant la période t (en m^3).
- I_t : la valeur globale des investissements (en équipements E_t) réalisés en t.
- W_t : la quantité d'eau utilisable, par l'ensemble des secteurs de l'économie, pendant la période t (demande de l'eau mobilisée).

Les variables E_t et Q_t ont la même caractéristique d'être des variables de niveau. Elles évoluent grâce aux flux algébriques qui s'y ajoutent au cours des périodes successives. Elles ont donc une évolution dynamique qui peut être étudiée par un modèle de contrôle optimal.

Quant aux variables I_t et W_t : ce sont des variables de flux. Elles peuvent influencer l'évolution des variables E_t ou Q_t. Aussi nous les utiliserons comme variables de décision ou de commande dans notre modèle. Cependant malgré l'influence certaine de la variable W_t sur la variable Q_t, l'évolution de cette dernière reste considérablement liée aux variations climatiques qui, malheureusement, échappent au contrôle humain et donc, ne peuvent pas être utilisées comme variables de contrôle. Néanmoins, un chapitre sera consacré à l'analyse stochastique où l'impact de ces conditions climatiques sera analysé. En attendant, les paramètres qui représentent les variations des conditions climatiques seront omis dans les formulations des chapitres II et III. C'est-à-dire, nous allons nous placer dans des conditions climatiques moyennes.

b. Les équations d'évolution du système

Il s'agit des équations de mouvement des variables d'état E_t et Q_t.

b.1 La variable E_t

Deux causes peuvent être à l'origine de la variation du niveau des capacités de mobilisation des ressources d'eau, E_t :

- l'aménagement de nouvelles sources par le biais de nouveaux investissements et,

- la dépréciation des capacités existantes.

Soit $D\left(I_t, E_t\right)$ la variation algébrique de la variable E_t en t, liée aux facteurs : investissements et dépréciation. Nous l'appellerons fonction de dépréciation des capacités de mobilisation d'eau, E_t. L'évolution de la variable E_t peut alors être approximée par l'équation

(2.1.1) $$E_{t+1} = E_t - D\left(I_t, E_t\right) \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

avec

$D_{I_t} = \dfrac{\partial D}{\partial I_t} \leqslant 0$: les investissements réalisés en t peuvent engendrer un accroissement effectif des capacités $\left(-D_{I_t} \geq 0\right)$, si certains des projets en cours de réalisation entrent partiellement ou totalement en service pendant la période t.

$D_{E_t} = \dfrac{\partial D}{\partial E_t} \geqslant 0$: la dépréciation des capacités de mobilisation d'eau peut réduire les capacités de mobilisation, si ces capacités mises hors d'usage étaient effectivement utilisées pendant la période t. La dépréciation peut résulter des phénomènes d'alluvions fluviales qui provoquent l'ensablement des réservoirs ou, tout simplement de l'épuisement partiel ou total de certaines nappes aquifères déjà en exploitation pendant la période t.

b.2 La variable Q_{t+1}

Les variations de la variable Q_{t+1} peuvent résulter de la variation des besoins en eau ou de celle des capacités de mobilisation.

Soit $F\left(W_t, I_t, E_t\right)$ la fonction donnant cette variation de Q_{t+1}

L'équation d'évolution de la variable d'état, Q_{t+1}, s'écrit alors :

(2.1.2) $$Q_{t+1} = Q_t + F\left(W_t, I_t, E_t\right) \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

avec

$F_{W_t} = \dfrac{\partial F}{\partial W_t} \leqslant 0$: un accroissement des besoins en eau à l'année t provoque une diminution des stocks d'eau qui seront disponibles au début de l'année t+1.

$F_{E_t} = \dfrac{\partial F}{\partial E_t} \geqslant 0$: C'est l'accroissement marginal des stocks d'eau résultant d'un accroissement marginal d'une unité de capacité nette du taux unitaire de dépréciation de ces capacités. Il s'agit donc d'un accroissement des stocks qui résulterait de $\left(1-D_{E_t}\right)$ unité de capacités. D_{E_t} étant le taux marginal de dépréciation.

$F_{I_t} = \dfrac{\partial F}{\partial I_t} \geqslant 0$: est l'accroissement des stocks d'eau associé à un accroissement marginal des capacités résultant d'un investissement unitaire en t.

c. Les contraintes du modèle MLT

A l'échelle globale, nous allons considérer seulement les contraintes communes aux autres niveaux de la hiérarchie. Les contraintes spécifiques à ces derniers seront considérées à leurs niveaux respectifs. Aussi nous allons tenir compte des contraintes suivantes :

- le doublet (offre, demande) d'eau,
- le doublet (stocks, capacités de mobilisation) d'eau,
- les disponibilités financières,
- les seuils minima des demandes finales à satisfaire sur les différentes périodes planifiées.

c.1 Le doublet (offre, demande) d'eau

Cette contrainte peut s'écrire sous la forme

(2.1.3) $$Q_t - \eta W_t \geqslant 0 \quad ; \qquad \eta > 1 \quad ; \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

η : est un paramètre qui permet de tenir compte des pertes d'eau dans le réseau de distribution.

Cette contrainte a pour objectif de maintenir le niveau des stocks d'eau assez suffisant pour couvrir les besoins de l'économie en tenant compte des pertes du réseau. Ce qui peut se réaliser de deux manières différentes :

- soit en réduisant la demande par une meilleure allocation qui minimise les gaspillages,

- soit en augmentant les stocks mobilisables par une meilleure utilisation des capacités existantes ou, par une extension de celles-ci.

c.2 Le doublet (stocks, capacités de mobilisation) d'eau

De la même façon, cette contrainte peut s'exprimer sous la forme

(2.1.4) $$\rho E_t - Q_t \geq 0 \quad ; \quad \rho \leq 1 \quad ; \quad t=0,1,\ldots T-1$$

ρ : est le coefficient moyen de remplissage et/ou d'utilisation des capacités de mobilisation des ressources en eau.

La relation (2.1.4) nous indique que pour rendre possible un niveau donné des stocks d'eau, il faut commencer par réaliser des capacités de mobilisation suffisantes.

c.3 Les disponibilités financières

En ce qui concerne les ressources limitatives, les moyens de financement peuvent être considérés l'unique ressource rare au niveau central. Les autres ressources contraignantes sont spécifiques aux régions et/ou aux secteurs. Elles seront donc considérées à ces niveaux de la hiérarchie.

La contrainte financière peut s'exprimer sous la forme :

(2.1.5) $$M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right) \leq M_t$$

Elle exprime l'idée suivante : l'ensemble des dépenses associées à l'entretien des capacités, au conditionnement et traitement des quantités stockées, aux investissements hydrauliques et, à l'utilisation de l'eau par les secteurs économiques, ne doit pas dépasser le montant global de fonds disponibles à la période t, M_t.

c.4 <u>Les seuils minima de demandes finales</u>

Comme nous l'avons souligné au premier chapitre, ces seuils minima de demandes finales seront convertis en besoins en eau minima à satisfaire sur les différentes périodes de l'horizon planifié.

Ainsi si l'on veut satisfaire un niveau Y_t de demandes finales à la période t, par la production intérieure des secteurs d'activité d'une économie caractérisée par les données technologiques A_t; le niveau des outputs X_t, nécessaires pour satisfaire ces demandes finales peut s'écrire sous la forme :

$$X_t = X\left(A_t, Y_t\right)$$

Moyennant la donnée des estimations des consommations moyennes d'eau par unité d'output de chacun des secteurs économiques ω; on peut déduire une estimation des besoins d'eau de l'économie nationale par la relation

$$\begin{aligned} W_t &= \omega X_t = \omega X\left(A_t, Y_t\right) \\ &= W\left(\omega, A_t, Y_t\right) \end{aligned}$$

où

$W_{Y_t} = \frac{\partial W}{\partial Y_t} > 0$: l'inégalité stricte peut s'expliquer par le fait que tous les secteurs économiques sont des consommateurs d'eau de manière directe ou indirecte; et qu'un accroissement de la demande finale de la production intérieure nécessite un accroissement de cette dernière :

$$W_{Y_t} = W_X X_{Y_t} \quad ; \quad \text{où } W_X > 0 \quad \text{et} \quad X_{Y_t} > 0 .$$

La croissance stricte et monotone de la fonction W nous permet d'admettre l'existence de la relation d'équivalence suivante :

$$Y_t \geqslant \underline{Y}_t \Longleftrightarrow W_t \geqslant \underline{W}_t$$

Il faut cependant préciser que le passage réciproque suppose que tout besoin exprimé d'eau est dicté par le désir d'accroître la satisfaction sociale et/ou la production intérieure.

Ainsi la contrainte sur les seuils minima des demandes finales $Y_t \geqslant \underline{Y}_t$, peut s'exprimer par la relation équivalente suivante

(2.1.6) $$W_t \geqslant \underline{W}_t \quad ; \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

d. La fonction objectif du modèle MLT

Plusieurs critères sont utilisables par l'O.C. pour évaluer la performance du modèle MLT. Nous pouvons citer à titre d'exemples :

- la maximisation de la valeur ajoutée associée à l'utilisation de l'eau nette des coûts d'investissement, d'entretien des capacités, de traitement et de conditionnement des stocks et, d'utilisation de cette eau par les secteurs économiques,
- la maximisation d'une fonction multicritère qui permet de tenir compte, simultanément, de plusieurs objectifs adéquatement pondérés,
- la minimisation d'une fonction de coûts associés aux écarts des niveaux réalisés par rapport aux niveaux désirés des variables d'état E_t et Q_t et, aux variables de commande, I_t et W_t, qui permettent d'agir sur les variables précédentes.

Dans notre exposé, la fonction économique utilisée aurait une expression semblable au troisième type ci-dessus. Elle s'écrit :

$$\text{(2.1.0)} \qquad \min V = \sum_{t=0}^{T-1} V\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right) + V\left(E_T, Q_T\right)$$

e. Hypothèses simplificatrices sous-jacentes au modèle MLT

H1 : Nous supposons que l'ensemble des fonctions utilisées dans ce modèle, D, F, M et V sont continuement dérivables au moins jusqu'au second ordre et, qu'elles possèdent les propriétés de convexité requises pour assurer que l'extrêmum de la fonction objectif soit effectivement le minimum de cette fonction.

Cette hypothèse nous permet de nous limiter à l'analyse des conditions nécessaires du minimum. Les conditions suffisantes seront supposées être vérifiées.

H2 : Nous supposons aussi que toutes les variables à valeurs monétaires sont données en prix de l'année de base t=0; autrement dit les coefficients d'actualisation seront, désormais, intrinsèques aux variables monétaires utilisées. Ainsi par exemple, nous aurons $V_t = \alpha^t V'_t$ avec $\alpha^t = (1+a)^{-t}$: le coefficient d'actualisation.

A. Présentation du modèle MLT

En résumé, partant des niveaux initiaux $\overline{E}_o$ et $\overline{Q}_o$ des variables d'état, l'O.C. aura à optimiser le programme suivant :

$$\text{(1.0)} \qquad \mathrm{Min}V = \sum_{t=0}^{T-1} V\left(E_t,Q_t,I_t,W_t\right) + V\left(E_T,Q_T\right)$$

sujet à, pour $t=0,1,..,T-1$,

$$\text{(1.1)} \qquad E_{t+1} = E_t - D\left(I_t,E_t\right) \qquad \left(\Psi_{t+1}\right)$$

$$\text{(1.2)} \qquad Q_{t+1} = Q_t + F\left(W_t,I_t,E_t\right) \qquad \left(\varphi_{t+1}\right)$$

$$\text{(1.3)} \qquad Q_t - \eta W_t \geq 0 \qquad \left(\lambda_t\right)$$

$$\text{(1.4)} \qquad \rho E_t - Q_t \geq 0 \qquad \left(\sigma_t\right)$$

$$\text{(1.5)} \qquad M\left(E_t,Q_t,I_t,W_t\right) \leq M_t \qquad \left(\mu_t\right)$$

$$\text{(1.6)} \qquad W_t \geq \underline{W}_t \qquad \left(\gamma_t\right)$$

$$\text{(1.7)} \qquad E_o = \overline{E}_o \qquad -$$

$$\text{(1.8)} \qquad Q_o = \overline{Q}_o \qquad -$$

$$I_t \geq 0 \ , \quad W_t \geq 0$$

où Ψ_{t+1} et φ_{t+1} sont les variables auxiliaires (ou fonctions adjointes) associées aux équations d'évolution des variables d'état E_t et Q_t respectivement,

λ_t,σ_t,μ_t et γ_t sont les prix d'ordre associés aux contraintes relatives respectivement au doublet (offre, demande) d'eau, au doublet (stocks, capacités de mobilisation) d'eau, aux disponilibités financières et, aux seuils minima des demandes finales à satisfaire.

Toutes ces variables duales sont exprimées dans la même unité que la fonction objectif. Donc elles sont monétaires et par conséquent, supposées être actualisées à l'année de base, t=0.

Ou, écrit sous la forme du lagrangien, le modèle MLT se présente ainsi :

$$\mathcal{L}(E,Q,I,W,\Psi,\varphi,\lambda,\sigma,\mu,\gamma) = V(E_T,Q_T) +$$

$$\sum_{t=0}^{T-1} V(E_t,Q_t,I_t,W_t) + \Psi_{t+1}\left[E_{t+1} - E_t + D(I_t,E_t)\right]$$

$$+ \varphi_{t+1}\left[Q_{t+1} - Q_t - F(W_t,I_t,E_t)\right]$$

$$- \lambda_t(Q_t - \eta W_t) - \sigma_t(\rho E_t - Q_t)$$

$$- \mu_t\left[M_t - M(E_t,Q_t,I_t,W_t)\right] + \gamma_t(\underline{W}_t - W_t)$$

avec les conditions initiales

$$E_o = \overline{E}_o$$

$$Q_o = \overline{Q}_o$$

B. Optimisation du modèle MLT

Il s'agit d'abord de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'un optimum du lagrangien ci-dessus, ensuite, de donner une interprétation économique aux variables secondaires associées aux équations d'évolution et aux différentes contraintes limitatives du modèle MLT et enfin, d'en déduire les règles de décisions optimales suggérées par ce modèle MLT.

a) Les conditions nécessaires et suffisantes d'un point de selle du lagrangien

a.1 Les conditions nécessaires

Ces conditions dites de premier ordre seront présentées en omettant d'écrire les arguments des différentes fonctions utilisées et, en utilisant la notation :

f_x : pour désigner la dérivée partielle de la fonction f par rapport à la variable x.

Pour $t=0,1,\ldots,T-1$, nous avons :

i) les variables principales ou primales

(1 a 1) $$\mathcal{L}_{E_t} = V_{E_t} + \Psi_t - \Psi_{t+1}\left(1-D_{E_t}\right) - \varphi_{t+1}F_{E_t} - \rho\sigma_t + \mu_t M_{E_t} = 0, E_t > 0,$$

(1 a 2) $$\mathcal{L}_{E_T} = V_{E_T} + \Psi_T = 0 \quad , \qquad E_T > 0 \quad ,$$

(1 b 1) $$\mathcal{L}_{Q_t} = V_{Q_t} + \varphi_t - \varphi_{t+1} - \lambda_t + \sigma_t + \mu_t M_{E_t} = 0, \quad Q_t > 0 ,$$

(1 b 2) $$\mathcal{L}_{Q_T} = V_{Q_T} + \varphi_T = 0 \quad , \quad Q_T > 0 ,$$

(1 c 1) $$\mathcal{L}_{I_t} = V_{T_i} + \Psi_{t+1} D_{I_t} - \varphi_{t+1} F_{I_t} + \mu_t M_{I_t} \geq 0 \quad ,$$

(1 c 2) $$\mathcal{L}_{I_t} \cdot I_t = \left(V_{I_t} + \Psi_{t+1} D_{I_t} - \varphi_{t+1} F_{I_t} + \mu_t M_{I_t} \right) . I_t = 0,$$

(1 d 1) $$\mathcal{L}_{W_t} = V_{W_t} - \varphi_{t+1} F_{W_t} + \eta \lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t \geq 0 \ ,$$

(1 d 2) $$\mathcal{L}_{W_t} . W_t = \left(V_{W_t} - \varphi_{t+1} F_{W_t} + \eta \lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t \right) . W_t = 0 \ ,$$

ii) <u>les variables secondaires ou duales</u>

(1 e) $$\mathcal{L}_{\Psi_{t+1}} = E_{t+1} - E_t + D\left(I_t , D_t \right) = 0 \quad ,$$

(1 f) $$\mathcal{L}_{\varphi_{t+1}} = Q_{t+1} - Q_t - F\left(W_t , I_t , E_t \right) = 0$$

Ce sont là les équations d'évolutions des variables d'état.

(1 g 1) $$\mathcal{L}_{\lambda_t} = - \left(Q_t - \eta W_t \right) \leq 0$$

(1 g 2) $$\lambda_t . \mathcal{L}_{\lambda_t} = - \lambda_t \left(Q_t - \eta W_t \right) = 0$$

$$(1\,h\,1) \quad \mathcal{L}_{\sigma_t} = -\left(\rho E_t - Q_t\right) \leqslant 0$$

$$(1\,h\,2) \quad \sigma_t \mathcal{L}_{\sigma_t} = -\sigma_t\left(\rho E_t - Q_t\right) = 0$$

$$(1\,i\,1) \quad \mathcal{L}_{\mu_t} = -\left[M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right)\right] \leqslant 0$$

$$(1\,i\,2) \quad \mu_t \mathcal{L}_{\mu_t} = -\mu_t\left[M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right)\right] = 0$$

$$(1\,j\,1) \quad \mathcal{L}_{\gamma_t} = \left(\underline{W}_t - W_t\right) \leqslant 0$$

$$(1\,j\,2) \quad \gamma_t \mathcal{L}_{\gamma_t} = \gamma_t\left(\underline{W}_t - W_t\right) = 0$$

a.2 <u>Les conditions suffisantes</u>

Pour que les solutions du système, ci-dessus, défini par les conditions nécessaires, minimisent la fonction objectif, il suffit que le he ssien bordé associé à cette fonction soit une matrice semi définie positive. Or compte tenu de l'hypothèse H1 formulée au paragraphe 2.1.1.e, les conditions suffisantes sont assurées. Donc, dans notre formulation, les conditions nécessaires sont aussi suffisantes.

b. Interprétations économiques des variables duales

b.1 Les variables auxiliaires φ_t et Ψ_t

i. la variable φ_t

L'observation de la condition (1 b) nous révèle l'existence d'une relation de récurrence. Celle-ci nous permet d'écrire φ_t sous la forme d'une expression plus générale et, surtout, plus facile à interpréter. En effet, la relation (1 b 1) peut s'écrire sous la forme :

$$\varphi_t = \varphi_{t+1} + \lambda_t - V_{Q_t} - \sigma_t - \mu_t M_{Q_t} \quad ; \quad t=0,1,\ldots T-1$$

$$= \left[\varphi_{t+2} + \lambda_{t+1} - V_{Q_{t+1}} - \sigma_{t+1} - \mu_{t+1} M_{Q_{t+1}}\right] + \lambda_t - V_{Q_t} - \sigma_t - \mu_t Q_t$$

$$\vdots$$

$$= \varphi_T + \sum_{\tau=t}^{T-1} \left[\lambda_\tau - V_{Q_\tau} - \sigma_\tau - \mu_\tau M_{Q_\tau}\right]; \quad t=0,1,\ldots T-1$$

Et, compte tenu de la relation (1 b 2), nous avons $\varphi_T = - V_{Q_T}$. Par conséquent,

$$\varphi_t = - \sum_{\tau=t}^{T} V_{Q_\tau} + \sum_{\tau=t}^{T-1} \left(\lambda_\tau - \sigma_\tau - \mu_\tau M_{Q_\tau}\right) \quad ; \quad t=0,1,\ldots T\text{-}1 \quad (1\text{ b})$$

L'interprétation économique de la variable auxiliaire φ_t découle donc des interprétations des termes qui composent son expression. Ainsi,

$\left(-V_{Q_\tau}\right)$: est le gain marginal (la diminution de la fonction de coût) associé à un accroissement marginal de la quantité d'eau mobilisable à la période τ, $\tau=t,\ldots T$.

λ_τ: est le prix d'ordre associé, à l'optimum, à la contrainte relative au doublet (offre, demande) d'eau, de la période τ, $\tau=t,\ldots T-1$. Il s'agit du gain marginal consécutif à la satisfaction d'une demande marginale; résultante d'un accroissement marginal des stocks d'eau en τ. Compte tenu des pertes d'eau dans le réseau de distribution, une unité des stocks utilisée permet de satisfaire seulement une fraction de $(1/\eta)$ unité de la demande de l'eau.

σ_τ : est le prix d'ordre associé, à l'optimum, à la contrainte relative au doublet (stocks, capacités de mobilisation) d'eau. C'est le coût marginal résultant de l'extension des capacités de mobilisation, nécessaire pour permettre un accroissement unitaire des stocks d'eau à l'année τ, $\tau=t,\ldots T-1$. Et compte tenu du coefficient moyen d'occupation des capacités, l'unité de stocks mobilisable nécessite une capacité additionnelle de $(1/\rho)$ unités.

$\mu_\tau M_{Q_\tau}$: est la dépense marginale de traitement et de conditionnement des stocks d'eau, M_{Q_τ}, évaluée au prix d'ordre, μ_τ, associé, à l'optimum, aux disponibilités financières sur la période τ, $\tau=t,\ldots T-1$.

En somme, φ_t est la somme actualisée des revenus nets des coûts induits, sur l'ensemble des périodes τ, $\tau=t$, $t+1,\ldots T$, par un accroissement marginal du niveau des stocks d'eau pendant la période t; pourvu que les actions futures sur le système soient maintenues optimales. Cette condition nous assure que toutes les expressions φ_τ, $\tau > t$, vérifient la condition nécessaire d'optimalité du modèle MLT.

ii) la variable Ψ_t

De la même façon que pour la variable φ_t, la relation de récurrence implicite dans la condition (1 a 1) nous permet d'écrire :

$$\Psi_t = \left(1-D_{E_t}\right)\Psi_{t+1} + \left(\varphi_{t+1}.F_{E_t} + \rho\sigma_t - \mu_t M_{E_t} - V_{E_t}\right) , \quad t=0,1,\ldots T-1$$

ou, en posant

$$A_t = 1 - D_{E_t}$$

$$B_t = \varphi_{t+1}.F_{E_t} + \rho\sigma_t - \mu_t M_{E_t} - V_{E_t} ,$$

$$\begin{aligned}\Psi_t &= A_t\Psi_{t+1} + B_t \\ &= A_t\left(A_{t+1}\Psi_{t+2} + B_{t+1}\right) + B_t \\ &\vdots \\ &= \prod_{\theta=t}^{T-1} A_\theta \Psi_T + \sum_{\tau=t}^{T-1}\left(\prod_{\theta=t}^{\tau-1} A_\theta\right) B_\tau \qquad \text{avec} \quad \prod_{\theta=t}^{t-1} \equiv 1 .\end{aligned}$$

Or la relation (1 e), qui est l'équation d'évolution de la variable E_t, $E_{t+1} = E_t - D\left(I_t, E_t\right)$, nous donne,

$$\frac{\partial E_{t+1}}{\partial E_t} = 1 - D_{E_t} = A_t$$

ou, mieux encore,

$$\prod_{\theta=t}^{\tau-1} A_\theta = \frac{\partial E_{t+1}}{\partial E_t} \cdot \frac{\partial E_{t+2}}{\partial E_{t+1}} \cdots \frac{\partial E_\tau}{\partial E_{\tau-1}} = \frac{\partial E_\tau}{\partial E_t}$$

Ceci nous permet de simplifier l'expression de Ψ_t et de lui donner une interprétation économique plus claire et plus élégante. Aussi, sachant en plus que (1 a 2) nous donne $\Psi_T = - V_{E_T}$ et en remplaçant les B_τ par leurs expressions, nous obtenons

$$\Psi_t = - \sum_{\tau=t}^{T} V_{E_\tau} \frac{\partial E_\tau}{\partial E_t} + \sum_{\tau=t}^{T-1} \left(F_{E_\tau} \cdot \varphi_{\tau+1} + \rho\sigma_\tau - \mu_\tau M_{E_\tau}\right) \frac{\partial E_\tau}{\partial E_t} \; ; \quad t=0,\ldots T$$

L'interprétation de la variable Ψ_t passe par celles des différents termes composant son expression. Ainsi

$\frac{\partial E_\tau}{\partial E_t} = \prod_{\theta=t}^{\tau-1} \left(1-D_{E_\theta}\right)$: est l'accroissement marginal des capacités de mobilisation d'eau de la période τ, induit par un accroissement unitaire des capacités de la période t. Autrement dit, c'est l'unité réalisée en t, nette de toutes dépréciations qu'elle subit entre les périodes t et τ, $\tau=t,\ldots T$.

$\left(-V_{E_\tau}\right)$: est l'amélioration marginale de la fonction objectif, consécutive à un accroissement marginal unitaire de E_τ. C'est donc le revenu associé à la disponibilité d'une unité de capacité de mobilisation d'eau à la période τ, $\tau=t,\ldots T$.

$F_{E_\tau} \cdot \varphi_{\tau+1}$: Compte tenu de l'interprétation économique de $\varphi_{\tau+1}$ et du fait que $F_{E_\tau} \geqslant 0$, c'est la somme totale des gains présents et futurs résultant d'un accroissement unitaire net des dépréciations des capacités de mobilisation d'eau à la période τ; $\tau=t,\ldots T-1$.

$\rho\sigma_\tau$: est le gain marginal associé à un accroissement des stocks d'eau provenant d'un accroissement unitaire des capacités de mobilisation, en tenant compte du coefficient moyen d'utilisation de ces capacités. Ce gain est évalué au prix d'ordre associé, à l'optimum, à la contrainte relative au doublet (stocks, capacités de mobilisation) d'eau sur la période τ, $\tau=t,\ldots T-1$.

$\mu_\tau M_{E_\tau}$: est la dépense marginale d'entretien des capacités E_τ, évaluée au prix d'ordre des disponibilités financières sur la période τ, $\tau=t,\ldots T$.

Nous pouvons alors dire que :

Ψ_t : est la somme actualisée de l'ensemble des revenus nets des coûts, induits par un accroissement marginal des capacités de mobilisation à la période t, sur les capacités de mobilisation de l'ensemble des périodes τ, $\tau=t,\ldots T$, en tenant compte des dépréciations qui affecteront cet accroisement sur ces mêmes périodes τ, à condition que toutes les actions futures sur le système soient maintenues optimales.

iii) conclusion

Nous constatons que les valeurs des variables auxiliaires φ_t et Ψ_t reflètent les conséquences présentes et futures des actions immédiates sur les niveaux des variables d'état Q_t et E_t respectivement. Elles ne sont affectées que par l'efficacité des décisions futures concernant ces mêmes variables. Ce sont justement ces propriétés qui permettent aux variables auxiliaires φ_t et Ψ_t de jouer un rôle fondamental dans la décomposition du modèle de long terme MLT en une suite de sous-modèles annuels, tout en assurant la cohérence de ces derniers avec le modèle MLT. De même, puisqu'elles ne dépendent que des décisions futures elles permettent de corriger les erreurs du passé, en redressant l'évolution du système à tout moment par des actions présentes et futures optimales. D'ailleurs les variables φ_t et Ψ_t sont aussi appelées : indicateurs de décomposition dans le temps.

De la même façon, en remarquant que les équations d'évolution des variables d'état E_t et Q_t peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} E_t &= E_{t-1} - D\left(I_{t-1}, E_{t-1}\right) \\ &\vdots \\ &= E_o - \sum_{\tau=0}^{t-1} D\left(I_\tau, E_\tau\right) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_{t-1} + F\left(W_{t-1}, \quad I_{t-1}, E_{t-1}\right) \\ &\vdots \\ &= Q_o + \sum_{\tau=0}^{t-1} F\left(W_\tau, \quad I_\tau, E_\tau\right) \end{aligned}$$

nous pouvons dire que les variables d'état résument toute l'histoire passée du système, c'est-à-dire, ce sont les résultantes de toutes les décisions prises depuis la période initiale et, bien sûr, de l'état initial des variables.

On peut donc affirmer que les variables E_t, Q_t, φ_t et Ψ_t caractérisent le modèle de long terme MLT dans son ensemble. Alors que les deux premières variables résument son passé, les deux secondes sont les résultats des actions prévues sur l'ensemble des périodes futures planifiées.

b.2 Les variables duales

i) la variable λ_t

λ_t : est le prix d'ordre associé à la contrainte relative au doublet (offre, demande) d'eau,

(2.1.3) $$Q_t - \eta W_t \geqslant 0$$

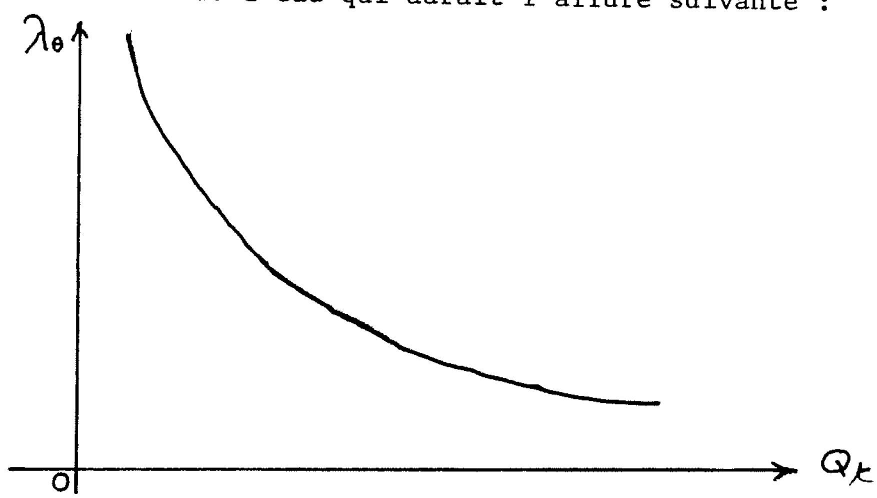
Son interprétation change selon que l'on considère W_t ou Q_t la variable, l'autre jouant le rôle de la constante dans la contrainte (2.1.3).

Cas 1 : W_t est la variable; Q_t constante

$$\lambda_t = -\mathcal{L}^*_{Q_t} = - V^*_{Q_t} = \lambda_\theta(Q_t)$$

c'est le gain marginal associé à un desserrage unitaire, à l'optimum, de la contrainte sur le niveau des stocks d'eau mobilisables en t. Autrement dit, c'est le prix d'ordre d'une offre marginale d'eau, à l'optimum; ou encore le prix maximum que l'on pourrait accepter de payer pour utiliser la quantité de $(1/\eta)$ unité d'eau, compte tenu des pertes du réseau de distribution.

Notons que $\lambda_\theta\left(Q_t\right)$ est telle que, $\frac{d\lambda_\theta}{dQ_t} \leqslant 0$.
En effet, tout accroissement d'offre (stocks), à demande constante, provoque un desserrage de la contrainte; soit une abondance relative de la ressource d'eau pouvant engendrer une baisse du prix d'ordre de celle-ci. Ainsi on peut déduire ce que l'on pourrait appeler une courbe "d'offre duale" de l'eau qui aurait l'allure suivante :



Allure générale d'une courbe d' "offre duale"

Cas 2 : Q_t est la variable, W_t constante

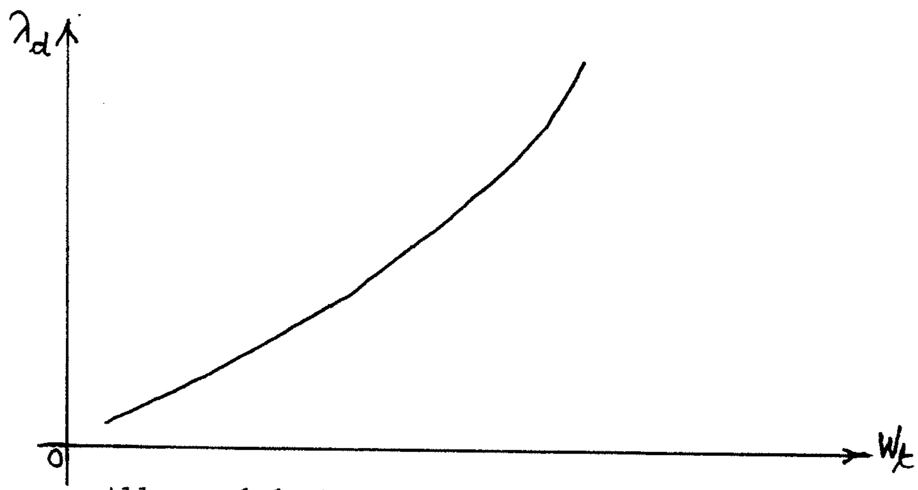
$$\eta\lambda_t = \mathcal{L}^*_{W_t} = V^*_{W_t} = \lambda_d\left(W_t\right)$$

C'est le coût marginal associé à l'utilisation de η unités du stock d'eau disponible pour satisfaire une unité additionnelle de la demande, en t. Ou encore, le prix d'ordre qu'il faudrait verser au producteur d'eau pour l'inciter à offrir la quantité de η unités nécessaire pour satisfaire une unité supplémentaire de demande d'eau, à l'optimum, en t.

Nous avons :

$$\frac{d\lambda d}{dW_t} \geqslant 0$$

Car tout accroissement de la demande, à offre constante, crée un resserrement de la contrainte et, par conséquent, peut provoquer une hausse du prix d'ordre des ressources d'eau. On peut également déduire une courbe de "demande duale" de l'eau. Elle aurait l'allure suivante :



Allure générale de la courbe de "demande duale"

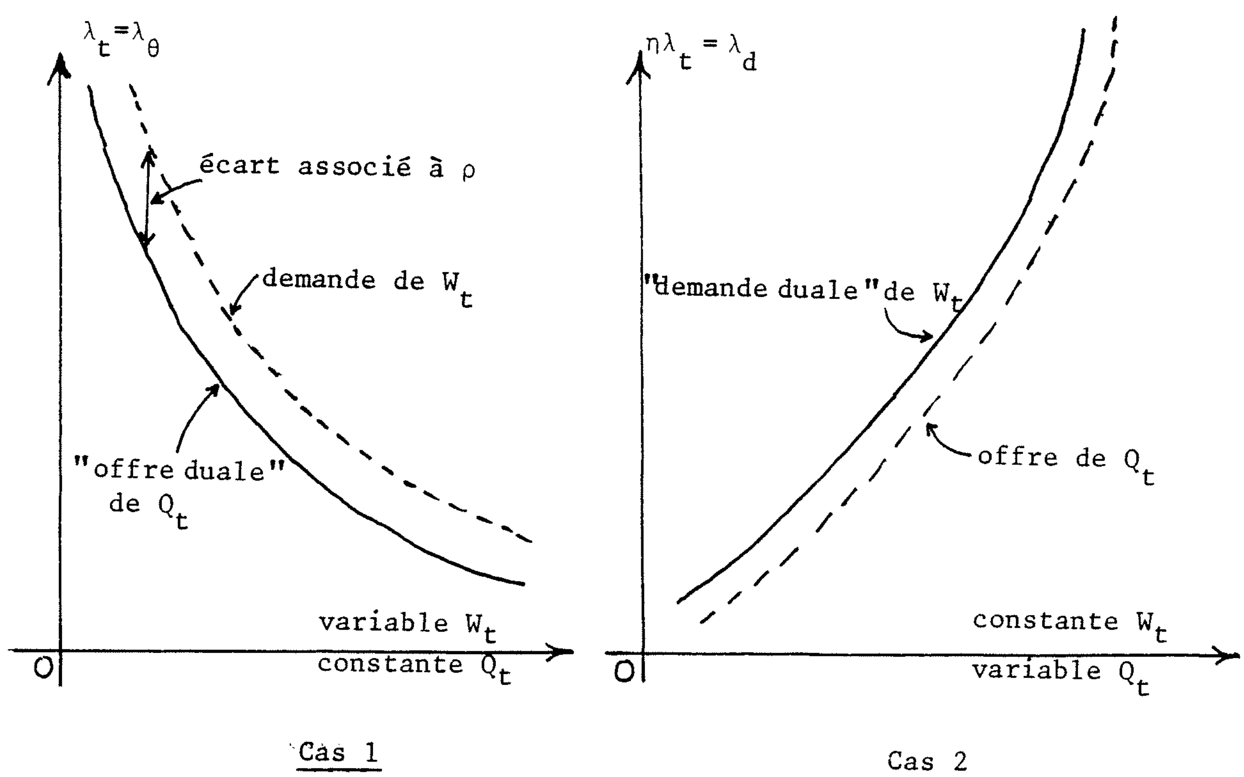
- Remarques

1. Pour tenir compte des pertes de réseau de distribution d'eau, le prix d'ordre d'offre est majoré au niveau de la demande. Aussi le prix d'ordre de la demande est

$$\lambda_d = \eta\lambda_\theta$$

Ceci nous amène à distinguer entre prix d'ordre à la production, λ_θ, et prix d'ordre à la consommation λ_d.

2. Pour expliquer les allures apparemment inversées des courbes d'"offre duale" et de "demande duale", il suffit de rappeler que les prix λ_t ne peuvent être positifs que si la contrainte correspondante est saturée, à l'optimum, soit $Q_t = \eta W_t$: l'offre sarisfait entièrement la demande en tenant compte des pertes de réseau de distribution. Par conséquent, les courbes d' "offre duale" et de "demande duale" relatives aux <u>constantes</u> Q_t et W_t sont aussi, en tenant compte des pertes de distribution, les courbes de demande et d'offre par rapport aux <u>variables</u> W_t et Q_t respectivement.



ii) <u>la variable σ_t</u>

σ_t : est le prix d'ordre associé à la contrainte relative au doublet (stocks, capacités) d'eau,

(2.1.4) $$\rho E_t - Q_t \geqslant 0 \quad .$$

Comme pour la variable λ_t, l'interprétation de σ_t change selon la variable considérée E_t ou Q_t; l'autre jouant le rôle de la constante limitative dans la contrainte.

<u>Cas 1 : E_t est la variable, Q_t la constante</u>

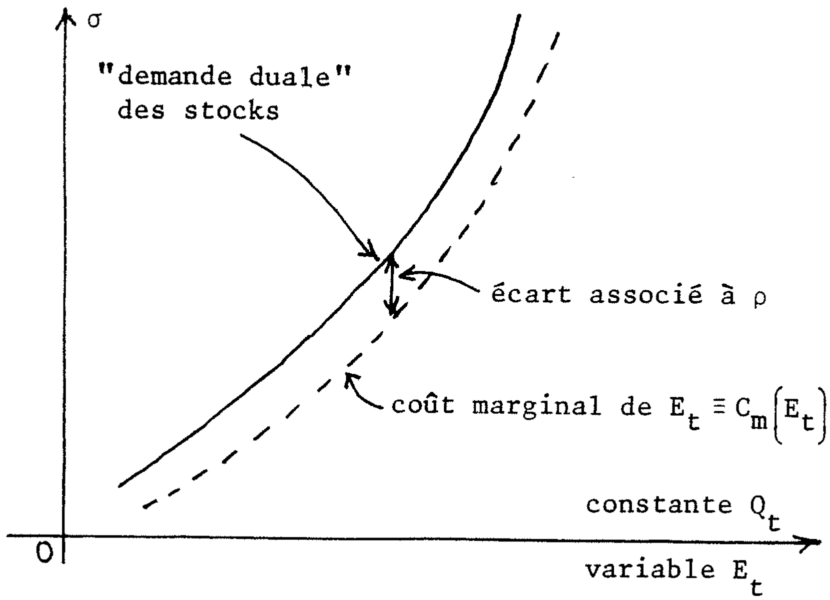
$$\sigma_t = \mathscr{L}^*_{Q_t} = V^*_{Q_t} = \sigma\left(Q_t\right) \quad .$$

C'est l'accroissement du coût, associé à un resserrement marginal de la contrainte (2.1.4), à l'optimum, par un accroissement unitaire du niveau désiré des stocks d'eau. Ou encore c'est le prix d'ordre minimum qu'il faudrait payer pour couvrir le coût de réalisation de $(1/\rho)$ unités de capacités nécessaires pour permettre cet accroissement des stocks d'eau. Par ailleurs

$$\frac{d\sigma\left(Q_t\right)}{dQ_t} \geqslant 0,$$

car l'accroissement de Q_t resserre davantage la contrainte et par là, peut provoquer une hausse du prix d'ordre associé à cette contrainte.

La courbe associée à la fonction $\sigma\left(Q_t\right)$ pourrait être une courbe de "demande duale" des stocks d'eau ou, compte tenu de la remarque faite à propos des courbes associées à λ_t, la courbe de coût marginal d'équipement de nouvelles capacités de mobilisation d'eau, corrigée pour tenir compte du coefficient moyen d'utilisation de ces capacités.



<u>Allure des courbes du cas 1</u>

<u>Cas 2 : Q_t est la variable, E_t la constante</u>

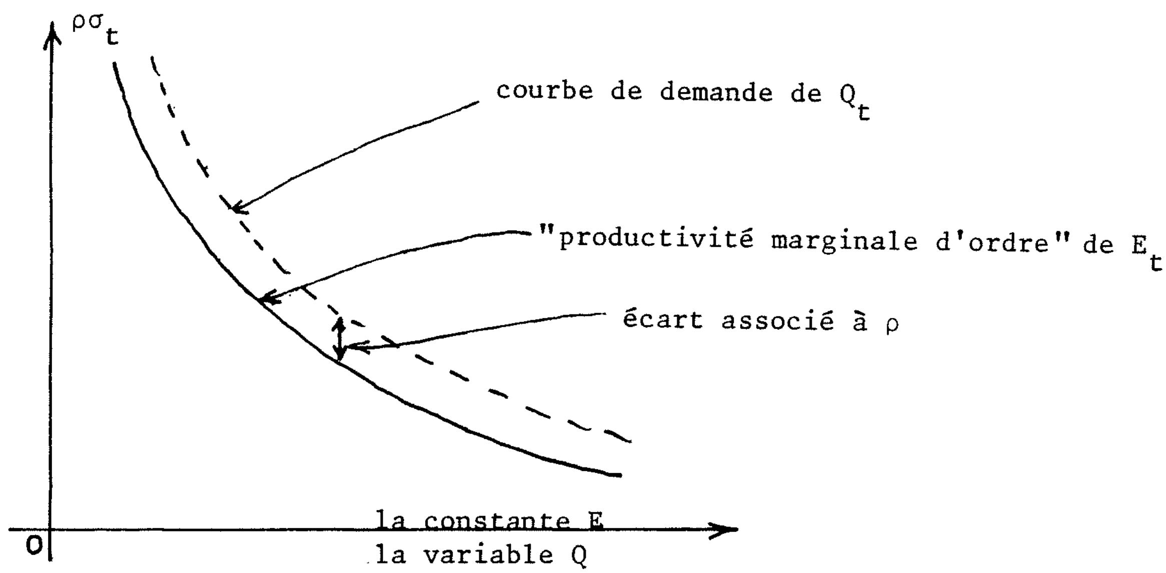
$$\rho\sigma_t = -\mathcal{L}^*_{E_t} = - V^*_{E_t} = \sigma\left(E_t\right)$$

c'est le gain qui résulterait de la réalisation d'une unité supplémentaire de capacités de mobilisation d'eau, à l'optimum. Ou encore, la productivité marginale associée à l'utilisation de la quantité de ρ unité d'eau, mobilisée par cette capacité unitaire

$$\frac{d\sigma\left(E_t\right)}{dE_t} \leq 0 .$$

En effet, un accroissement de E_t provoque un desserrage de la contrainte (2.1.4) et, par conséquent, peut engendrer une baisse du prix d'ordre associé à cette contrainte.

La courbe donnée par $\sigma\left(E_t\right)$ pourrait être une courbe de "productivité marginale d'ordre" des capacités E_t. Ou bien, la courbe de demande des stocks d'eau



Allure des courbes du cas 2

Enfin, il faut souligner que l'on a $\sigma\left(E_t\right) = \rho\sigma\left(Q_t\right)$. Ce qui veut dire, étant donné que $\rho \leqslant 1$: le prix d'usage d'une unité d'eau doit couvrir le coût de réalisation de $(1/\rho)$ unités de capacités.

iii) <u>les variables μ_t</u>

μ_t : est le prix d'ordre associé à une disponibilité marginale de fonds, à l'optimum, pendant la période t. Ou encore, c'est le rendement marginal maximum que l'on pourrait attendre d'un desserrage unitaire de la contrainte financière

$$\frac{d\mu_t}{dM_t} \leqslant 0$$

car l'accroissement de M_t crée une abondance relative des ressources financières pouvant ainsi engendrer une baisse de leur prix d'ordre.

iv) <u>la variable γ_t</u>

γ_t : est le prix d'ordre associé à la contrainte dù seuil minimum des besoins de l'économie. Il s'agit donc du coût marginal minimum d'un accroissement des demandes finales d'un volume qui nécessite l'utilisation d'une unité additionnelle d'eau.

γ_t peut donc jouer un rôle fondamental dans la fixation et/ou l'ajustement des ambitions ou besoins de l'économie réalisables économiquement et efficacement sur les périodes planifiées, compte tenu des disponibilités d'eau projetées pour les mêmes périodes.

C. Règles de décisions optimales suggérées par le modèle MLT

Ces règles concernent les variables de décision I_t et W_t. Elles découlent des conditions nécessaires (1 c 1), (1 c 2), (1 d 1) et (1 d 2).

c.1 Les règles relatives à la variable I_t

Les conditions (1 c 1) et (1 c 2) étant :

$$\mathcal{L}_{I_t} = V_{I_t} + \Psi_{t+1} D_{I_t} - \varphi_{t+1} F_{I_t} + \mu_t M_{I_t} \geqslant 0 , \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

$$\mathcal{L}_{I_t} \cdot I_t = \left(V_{I_t} + \Psi_{t+1} D_{I_t} - \varphi_{t+1} F_{I_t} + \mu_t M_{I_t} \right) I_t = 0$$

Ce sont là les relations de complémentarité d'écart dans un programme mathématique de minimisation. Elles peuvent s'écrire sous la forme équivalente suivante :

$$(1\,c)\quad \begin{cases} V_{I_t} \geqslant \varphi_{t+1} F_{I_t} - \Psi_{t+1} D_{I_t} - \mu_t M_{I_t} \\ \text{avec} \quad \begin{cases} I_t > 0 \Longrightarrow V_{I_t} = \varphi_{t+1} F_{I_t} - \Psi_{t+1} D_{I_t} - \mu_t M_{I_t} \\ V_{I_t} > \varphi_{t+1} F_{I_t} - \Psi_{t+1} D_{I_t} - \mu_t M_{I_t} \Longrightarrow I_t = 0 \end{cases} \end{cases}$$

La signification concrète de ces relations découle de l'interprétation économique des termes qui les composent. Aussi,

V_{I_t} : est le coût marginal des investissements à la période t,

$\varphi_{t+1} F_{I_t}$: est le revenu marginal associé à un accroissement marginal des stocks, résultant d'un investissement unitaire supplémentaire en t, F_{I_t}. Cet accroissement est évalué au prix φ_{t+1} qui donne la valeur totale actualisée de l'ensemble des retombées présentes et futures associées à la disponibilité d'une unité additionnelle de stocks d'eau à la période t+1.

$-\Psi_{t+1} F_{I_t}$: sachant que $-F_{I_t} \geqslant 0$, c'est donc le revenu marginal associé à une extension marginale des capacités; celle-ci est provoquée par un investissement unitaire additionnel en t. Cette extension est évaluée au prix Ψ_{t+1} qui reflète la valeur totale actualisée de l'utilisation de cette capacité sur l'ensemble des périodes futures planifiées, en tenant compte, évidemment, des dépréciations attendues, de cette même capacité.

$\mu_t M_{I_t}$: est le coût marginal, en termes des ressources financières, d'un investissement unitaire additionnel en t. Ce coût est évalué au prix d'ordre associé aux disponibilités financières sur la même période.

Posons $G_{I_t} = \varphi_{t+1} F_{I_t} - \Psi_{t+1} D_{I_t} - \mu_t M_{I_t}$

G_{I_t} : est la somme des revenus marginaux des extensions de stocks d'eau et des capacités de mobilisation nets du coût marginal d'emploi des ressources financières, associées à la réalisation d'un investissement hydraulique unitaire additionnel en t.

On peut alors interpréter les relations (1 c) qui deviennent,

$$
(1\,c)\qquad \begin{cases} V_{I_t} \geqslant G_{I_t} \\[2ex] \text{avec} \begin{cases} I_t > 0 \Longrightarrow V_{I_t} = G_{I_t} \\ V_{I_t} > G_{I_t} \Longrightarrow I_t = 0\,. \end{cases} \end{cases}
$$

Elles impliquent qu'un investissement n'est efficace qu'à l'égalité entre son coût marginal, V_{I_t}, et son revenu marginal, G_{I_t}. Sinon, on doit s'abstenir d'investir. Donc pour que l'investissement soit réalisable, et puisque $V_{I_t} \geq G_{I_t}$, il faudrait soit agir pour rehausser le revenu marginal afin de le ramener au niveau d'un coût marginal minimum donné, soit au contraire, connaissant le rendement maximum, essayer d'agir sur le coût marginal pour le réduire au niveau de ce revenu marginal.

c.2 <u>Les règles relatives à la variable W_t</u>

Les conditions (1 d 1) et (1 d 2) qui déterminent ces règles sont :

$$
\mathcal{L}_{W_t} = V_{W_t} - F_{W_t}\varphi_{t+1} + \eta\lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t \geq 0
$$

$$
\mathcal{L}_{W_t} . W_t = \left(V_{W_t} - F_{W_t}\varphi_{t+1} + \eta\lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t\right) . W_t = 0
$$

ou encore

$$
(1\,d)\quad \begin{cases} V_{W_t} \geq F_{W_t}\varphi_{t+1} - \eta\lambda_t - \mu_t M_{W_t} + \gamma_t \\[2ex] \text{avec} \begin{cases} W_t > 0 \Longrightarrow V_{W_t} = F_{W_t}\varphi_{t+1} - \eta\lambda_t - \mu_t M_{W_t} + \gamma_t \\ V_{W_t} > F_{W_t}\varphi_{t+1} - \eta\lambda_t - \mu_t M_{W_t} + \gamma_t \Longrightarrow W_t = 0. \end{cases} \end{cases}
$$

La signification pratique des relations (1 d) découle de l'interprétation économique des termes qui les composent. Ainsi

V_{W_t} : est le coût marginal de satisfaction d'une demande finale utilisatrice d'une unité d'eau à la période t.

$F_{W_t}\varphi_{t+1}$: est le coût marginal d'une réduction unitaire des stocks d'eau pour satisfaire une demande finale utilisatrice de cette unité d'eau. L'évaluation des stocks d'eau est faite au prix φ_{t+1} qui reflète la valeur de toutes les répercussions attendues de cette diminution des stocks à la période t+1, sur l'ensemble des périodes futures planifiées.

$-\eta\lambda_t$: est le gain marginal attendu d'un accroissement marginal des demandes finales utilisatrices d'une unité d'eau; provoquant ainsi une réduction de η unités de stocks d'eau. Ce gain est évalué au prix d'ordre associé à la contrainte relative au doublet (offre, demande) d'eau.

γ_t : est le coût marginal qui résulterait d'une réduction marginale des seuils minima de demandes finales, d'un volume qui exigerait de réduire d'une unité la quantité d'eau utilisée. C'est donc le sacrifice implicite à une révision, à la baisse, des ambitions de l'économie nationale.

$-\mu_t M_{W_t}$: est le revenu marginal attendu de la production qui permettrait de satisfaire les demandes finales d'un volume utilisateur d'une unité d'eau à la période t. Ce revenu marginal est évalué au prix d'ordre des disponibilités financières sur la même période.

Posons $GW_t = -\mu_t M_{W_t} - \eta\lambda_t + F_{W_t}\varphi_{t+1} - \gamma_t$

G_{W_t} : est la somme des gains marginaux nets des coûts marginaux associés à l'utilisation de l'eau pour satisfaire les demandes finales de l'économie.

En somme, les relations

$$
\text{(1 d)} \quad \begin{cases} V_{W_t} \geq G_{W_t} \\ \\ \text{avec} \begin{cases} W_t > 0 \Longrightarrow V_{W_t} = G_{W_t} \\ V_{W_t} > G_{W_t} \Longrightarrow W_t = 0 \end{cases} \end{cases}
$$

nous suggèrent les règles suivantes :

L'utilisation de l'eau, pour satisfaire les seuils minima des demandes finales, n'est économiquement optimale que si le coût marginal égalise le revenu marginal de cette utilisation. Autrement, il faudrait revoir les exigences relatives à ces seuils pour les rendre économiquement accessibles.

2.1.2 Décomposition dans le temps du modèle MLT

Nous voulons déterminer les tranches annuelles qui permettront de réaliser tous les objectifs du modèle MLT. Aussi, nous allons définir une suite de modèles de contrôle optimal correspondant chacun à une période annuelle t. $t=0,1,\ldots T-1$.

Nous définissons la fonction hamiltonien par :

$$\mathcal{H}_t = V\left(E_t, Q_t, I_t, E_t\right) + \Psi_{t+1} D\left(I_t, E_t\right) - \varphi_{t+1} F\left(W_t, I_t, E_t\right) \quad ;$$

$$t=0,1,\ldots T-1$$

$$\mathcal{H}_T = V\left(E_T, Q_T\right),$$

telle qu'à chaque période l'hamiltonien soit minimum par rapport aux commandes, I_t et W_t, qui appartiennent au domaine défini par :

$$Q_t - \eta W_t \geq 0$$

$$\rho E_t - Q_t \geq 0$$

$$M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right) \geq 0$$

$$W_t \geq \underline{W}_t$$

et avec les conditions initiales

$$E_o = \overline{E}_0$$

$$Q_o = \overline{Q}_o$$

On peut aussi former un hamiltonien généralisé, pour tenir compte du domaine d'admissibilité des commandes de manière implicite. Celui-ci peut s'écrire sous la forme suivante :

$$H_t = \mathcal{H}_t - \lambda_t\left(Q_t - \eta W_t\right) - \sigma_t\left(\rho E_t - Q_t\right)$$

$$- \mu_t\left[M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right)\right] + \gamma_t\left(\underline{W}_t - W_t\right).$$

On peut alors énoncer le principe du minimum sous sa forme discrète :

Pour que $\left(I_o, W_o\right)$, $\left(I_1, W_1\right), \ldots, \left(I_{T-1}, W_{T-1}\right)$ soit une commande admissible optimale, il est nécessaire qu'il existe un système de variables auxiliaires définies par :

$$\Psi_t = \Psi_{t+1} - H_{E_t} \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

$$\varphi_t = \varphi_{t+1} - H_{Q_t} \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

avec les conditions terminales

$$\Psi_T = \mathcal{H}_{E_T}$$

$$\varphi_T = \mathcal{H}_{Q_T} \quad ,$$

tel qu'à chaque période t; t=0,1,...T-1, l'hamiltonien généralisé soit minimisé par rapport aux commandes I_t et W_t.

Ce qui veut dire : pour tout t, t=0,1,...T-1, il est nécessaire d'avoir :

(1 c 1)' $H_{I_t} = V_{I_t} + D_{I_t}.\Psi_{t+1} - F_{I_t}\varphi_{t+1} + \mu_t M_{I_t} \geq 0$

(1 c 2)' $H_{I_t}.I_t = \left(V_{I_t} + D_{I_t}\Psi_{t+1} - F_{I_t}\varphi_{t+1} + \mu_t M_{I_t}\right).I_t = 0$

(1 d 1)' $H_{W_t} = V_{W_t} - F_{W_t}\varphi_{t+1} + \eta\lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t \geq 0$

(1 d 2)' $H_{W_t}.W_t = \left(V_{W_t} - F_{W_t}\varphi_{t+1} + \eta\lambda_t + \mu_t M_{W_t} - \gamma_t\right)W_t = 0$

(1 g 1)' $H_{\lambda_t} = -\left(Q_t - \eta W_t\right) \leqslant 0$

(1 g 2)' $\lambda_t.H_{\lambda_t} = -\lambda_t\left(Q_t - \eta W_t\right) = 0$

(1 h 1)' $H_{\sigma_t} = -\left(\rho E_t - Q_t\right) \leqslant 0$

(1 h 2)' $\sigma_t.H_{\sigma_t} = -\sigma_t\left(\rho E_t - Q_t\right) = 0$

(1 i 1)' $H_{\mu_t} = -\left[M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right)\right] \leqslant 0$

(1 i 2)' $\mu_t.H_{\mu_t} = -\mu_t\left[M_t - M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right)\right] = 0$

(1 j 1)' $H_{\gamma_t} = \underline{W}_t - W_t \leqslant 0$

(1 j 2)' $\gamma_t.H_{\gamma_t} = \gamma_t\left(\underline{W}_t - W_t\right) = 0$

Par ailleurs, nous savons que dans un modèle de contrôle optimal de minimisation les équations d'évolution des variables d'état en temps discret sont données par

$$\text{(1 e)'} \qquad E_{t+1} = E_t - \mathcal{H}_{\Psi_{t+1}} = E_t - D\left(I_t, E_t\right)$$

$$\text{(1 f)'} \qquad Q_{t+1} = Q_t - \mathcal{H}_{\varphi_{t+1}} = Q_t + F\left(W_t, I_t, E_t\right)$$

Et pour terminer, explicitons les expressions de Ψ_t et φ_t données dans l'énoncé du principe du minimum.

$$\text{(1 a 1)'} \qquad \Psi_{t+1} - H_{E_t} - \Psi_t = 0 = \Psi_{t+1} - V_{E_t} - \Psi_{t+1} D_{E_t} - \varphi_{t+1} F_{E_t}$$
$$- \rho\sigma_t + \mu_t M_{E_t} - \Psi_t$$

$$\text{(1 a 2)'} \qquad \Psi_T - H_{E_T} = 0 = \Psi_T - V_{E_T}$$

$$\text{(1 b 1)'} \qquad \varphi_{t+1} - H_{Q_t} - \varphi_t = \varphi_{t+1} - V_{Q_t} + \lambda_t - \sigma_t - \mu_t M_{Q_t} - \varphi_t = 0$$

$$\text{(1 b 2)'} \qquad \varphi_T - H_{Q_T} = 0 = \varphi_T - V_{Q_T}$$

Nous pouvons alors aisément constater que les conditions nécessaires pour minimiser l'hamiltonien généralisé H_t, réarrangées par ordre alphabétique de leur numérotation, sont identiques aux conditions nécessaires pour un point de selle du lagrangien et, relatives à la période t, $t = 0,1,\ldots T-1$.

Si on ajoute à cela le fait que $\mathcal{H}_t$ et H_t sont des expressions linéaires des fonctions utilisées dans le lagrangien, alors on est aussi assuré que les conditions suffisantes sont, elles aussi, identiques pour les deux types de formulation et, compte tenu de l'hypothèse faite sur les fonctions utilisées, ces conditions sont vérifiées. Ceci nous confirme donc qu'on a bien réussi à décomposer l'optimum dynamique de long terme en une suite de programmes d'optimisation correspondant, chacun à une période élémentaire d'une année. Cette décomposition est faite grâce aux variables auxiliaires Ψ_t et φ_t. Il s'agit là d'un cas particulier du problème de séparabilité : la séparabilité dans le temps.

2.1.3 Quelques remarques et conclusions

a) La résolution du programme associé au modèle MLT, ou de la suite des sous-programmes annuels de contrôle optimal, nous permet de dériver les règles de décisions efficaces relatives aux commandes optimales I_t^* et W_t^*, $t=0,1,\ldots T-1$, à appliquer au système sur les périodes planifiées.

b) La connaissance de ces commandes optimales nous permet de déduire les trajectoires optimales des variables E_t^* et Q_t^*, $t=0,1,\ldots T$.

c) On peut se servir des coefficients M_{I_t}, M_{W_t}, M_{E_t} et M_{Q_t} et, des valeurs calculées des variables I_t^*, W_t^*, E_t^* et Q_t^*, pour en déduire une allocation des fonds disponibles sur les périodes planifiées aux différents usages d'investissement, d'utilisation de l'eau par les secteurs économiques, d'entretien des capacités et, de traitement et de conditionnement des stocks d'eau sur ces mêmes périodes.

d) Enfin, il nous semble opportun d'insister sur le caractère dynamique et intertemporel des méthodes utilisées pour engendrer ces informations. Les solutions proposées par le modèle MLT, ou, ce qui revient au même, par les modèles annuels de contrôle optimal, sont jugées les meilleures possibles aussi bien par référence à la stratégie de long terme, que par référence aux stratégies annuelles adoptées pour réaliser le plan de long terme. C'est précisément ce caractère qui permettra aux valeurs calculées de jouer leur rôle d'indices prospectifs dans la procédure de décentralisation à niveaux multiples dont nous proposons l'utilisation pour déterminer les actions efficaces à prendre par chacun des niveaux de hiérarchie : national, régional et sectoriel.

2.2 Procédure de décentralisation des tranches annuelles du modèle MLT

Le but ultime de cette décentralisation est d'établir une procédure d'échanges d'informations qui amènerait les différents niveaux de la hiérarchie à agir conformément aux directives fixées dans le cadre du plan global de long terme MLT. Cet "interventionisme" des niveaux hiérarchiques supérieurs sera fait de manière non autoritaire mais plutôt par des moyens d'incitation appropriés. Les prix d'ordre associés aux contraintes et/ou ressources limitatives peuvent servir dans ce sens.

2.2.1 Au niveau national

A ce niveau, le rôle de l'O.C. est de coordonner les régions pour assurer une meilleure utilisation des ressources (y compris l'eau) et un aménagement efficace des sources d'eau. Cependant, en ce qui concerne l'aménagement des sources d'eau, l'action de l'O.C. peut dépasser la simple coordination pour prendre la forme d'une intervention directe. Dans ce cas, l'O.C. agira en compétition avec les autres régions. Ceci permettra de réduire le gaspillage des efforts et/ou des ressources limitatives. D'ailleurs, étant donné la ressemblance des outils d'analyse employés par l'O.C., pour cette fin, et ceux employés par les différents organismes régionaux, nous pensons qu'il serait plus adéquat de considérer, ici, l'O.C. comme une région : "la région centrale" qui agira en concert avec les autres régions. Deux raisons principales appuient cette convention :

- la participation directe de l'O.C. n'est envisagée que pour renforcer et/ou remplacer les régions dans l'aménagement des sources qui relèveront de leurs compétences, si les capacités individuelles de celles-ci étaient suffisantes pour ce faire,
- étant donné que les indices prospectifs utilisés par l'ensemble des régions et par l'O.C., dans sa tâche d'aménagement direct des sources,

proviennent de la résolution du même modèle de coordination, une comparaison latérale des résultats qui en découlent serait plus appropriée. D'autant plus que l'ensemble de ces organismes agissent en compétition.

Ainsi le modèle utilisé dans le cadre de l'intervention directe de l'O.C. sera présenté, évidemment avec toutes ses particularités, au niveau régional. Et par conséquent, au niveau national l'O.C. veillera à la coordination des efforts régionaux (y compris sa participation directe) :

- dans le développement des sources d'eau,
- dans l'allocation des ressources (y compris l'eau).

2.2.1.1 Le modèle de coordination centrale de développement des sources d'eau (M.C.C.D.)

Ce modèle a pour but principal de répartir les tâches d'investissements hydrauliques entre les différentes régions, y compris la "région centrale" qui représente l'O.C.. Cette répartition vise une mobilisation maximale des ressources en eau de la façon la plus économique possible. Une allocation des fonds destinés à l'investissement accompagnera cette allocation des tâches. Cette double allocation, pour être efficace, doit tenir compte des performances et capacités régionales pour développer de nouvelles sources d'eau, et des besoins effectifs de financement de ces régions. Les prix d'ordre serviront de moyens pour réaliser cette coordination.

A. Formulation du modèle (M.C.C.D.)

Soient :

λ_{θ_t} : le vecteur de composantes $\lambda^r_{\theta_t}$: coût d'opportunité associé à la contrainte sur le seuil minimum des stocks d'eau au niveau de la région r; r=0,1,...R, à la période t.
Autrement dit, c'est le coût marginal d'offre de l'eau par la région r en t.

μ^I_{dt}, μ^E_{dt} et μ^Q_{dt} :
les vecteurs de composantes respectives : μ^{Ir}_{dt}, μ^{Er}_{dt} et μ^{Qr}_{dt} : les prix d'ordre associés aux contraintes relatives aux montants maxima alloués respectivement aux investissements hydrauliques, à l'entretien des capacités de mobilisation et à l'opération (traitement, conditionnement, etc..) des stocks d'eau, au niveau de la région r à la période t. Ce sont donc les prix de demande de fonds par la région, en t.

ΔQ_t : vecteur de composantes : $\Delta Q^r_t = g^r\left(E^r_t, I^r_t\right)$: accroissement des stocks d'eau associé aux variables E^r_t et I^r_t à la région r en t.

ΔE_t : vecteur de composantes : $\Delta E^r_t = -D^r_t\left(E^r_t, I^r_t\right)$: variation des capacités de mobilisation des ressources d'eau associée à E^r_t et I^r_t de la région r en t, r=0,1,...R.

σ_t : le vecteur de composante σ_t^r : le coût d'opportunité associé à la contrainte de seuil minimum sur l'accroissement des capacités au niveau de la région r en t, ou le coût marginal des capacités au niveau de la région r.

Le modèle central de coordination des régions dans leurs efforts de développement de nouvelles sources d'eau peut alors se formuler comme suit :

a) La fonction objectif

L'objectif est de mobiliser le maximum des ressources d'eau au moindre coût possible. Soit

$$\text{(2.2.0)} \qquad \min_{I_t} C_t\left(\Delta Q_t, \lambda_{\theta_t}\right) = C_t\left(g_t(E,I),\ \lambda_{\theta_t}\right)$$

Cette formulation permet de favoriser les régions dont les performances, reflétées par le coût marginal d'offre d'eau $\lambda_{\theta_t}^r$, sont relativement meilleures. Ce "favoritisme" ne devrait pas cependant se faire au détriment d'un développement harmonieux et relativement équilibré de l'ensemble des régions. Donc, en plus de l'action correctrice de l'O.C. dans le domaine d'aménagement des sources d'eau, un certain nombre de contraintes s'avèrent nécessaires pour assurer cet équilibre relatif.

b) Formulation des contraintes

L'astérisque (*) nous indique que la valeur de la variable est déterminée de manière optimale par la résolution d'un autre modèle de la hiérarchie. En général, sauf indication contraire, les variables principales sont déterminées aux niveaux supérieurs de la hiérarchie, alors que les variables duales proviennent des niveaux inférieurs. Donc ces valeurs seront considérées comme données exogènes au modèle étudié.

b.1 L'investissement global

Cette contrainte nous indique simplement que, pour répondre à l'objectif fixé par le modèle de long terme MLT, on doit avoir

$$\sum_{r=0}^{R} I_t^r \geq I_t^* \tag{2.2.1}$$

b.2 L'accroissement des capacités

$$\sum_{r=0}^{R} - D^r\left(E_t^r, I_t^r\right) \geq E_{t+1}^* - E_t^* \tag{2.2.2}$$

où D_t^r est définie plus haut avec : $-D^r_{E_t^r} \leq 0$ et $D^r_{I_t^r} \geq 0$

b.3 Les fonds disponibles pour l'investissement

$$M\left(I_t, \mu_{dt}^{I*}\right) \leq M_t^{I*} \tag{2.2.3}$$

Quant aux fonds disponibles pour les opérations d'entretien et d'opération des stocks, elles seront allouées de manière annexe au modèle sans en faire partie. En effet au début de la période t, contrairement aux variables I_t et W_t, les variables E_t et Q_t sont déjà connues, donc il s'agit simplement de déterminer les quotas unitaires moyens à attribuer aux différentes régions compte tenu des besoins effectifs de celles-ci. Nous pouvons alors utiliser les prix $\mu_{dt}^{I_r *}$ pour élaborer ces quotas. Nous reviendrons de manière plus explicite sur ces formulations au chapitre suivant. Pour le moment, nous allons simplement dire :

(2.2.a 1) $$M\left(E_t, \mu_{dt}^{I*}\right) \leqslant M_t^{E*} \text{ et}$$

(2.2.a 2) $$M\left(Q_t, \mu_{dt}^{I*}\right) \leqslant M_t^{Q*}$$

b.4 <u>Contrainte d'équilibre interrégional</u>

Enfin, pour éviter un déséquilibre éventuel entre régions, on peut imposer une contrainte additionnelle de type

(2.2.4) $$I_t^r \geqslant \underline{I}_t^r \; ; \qquad r=0,1,\ldots R$$

qui indique le seuil minimum des investissements jugés nécessaires au niveau de la région r.

En résumé le modèle M.C.C.D. se présente sous la forme suivante :

(2.2.0) $$\min_{I_t} C_t = C_t\left(g_t\left(E_t^*, I_t\right), \lambda_{\theta_t}\right)$$

sujet à

(2.2.1) $$\sum_{r=0}^{R} I_t^r \geqslant I_t^* \qquad (\alpha_t)$$

(2.2.2) $$\sum_{r=0}^{R} - D^r\left(E_t^r, I_t^r\right) \geqslant E_{t+1}^* - E_t^* = \Delta E_t^* \qquad (\sigma_t)$$

(2.2.3) $$M\left(I_t, \mu_{dt}^{I*}\right) \leqslant M_t^{I*} \qquad (\mu_t)$$

(2.2.4) $$I_t^r \geqslant \underline{I}_t^r \qquad r=0,1.\ R \qquad \left(\beta_{\theta_t}^r\right)$$

avec les relations annexes :

(2.2.a1) $$M\left(E_t^*, \mu_{dt}^{I*}\right) \leqslant M_t^{E*}$$

(2.2.a2) $$M\left(Q_t^*, \mu_{dt}^{I*}\right) \leqslant M_t^{Q*}$$

B. Optimisation du modèle M.C.C.D.

Ecrit sous la forme du lagrangien, ce programme se présente sous la forme :

$$\mathcal{L}\left(I_t, \alpha_t, \sigma_t, \mu_t, \beta_t\right) = C_t\left(g_t\left(E_t^*, I_t\right), \lambda_{\theta_t}\right)$$

$$+ \alpha_t\left(I_t^* - \sum_{r=0}^{R} I^r\right) + \sigma_t\left(\Delta E_t^* + \sum_{r=0}^{R} D^r\left(E_t^r, I_t^r\right)\right.$$

$$\left. - \mu_t\ M_t^{I*} - M\left(I_t, \overset{I*}{dt}\right)\right) + \sum_{r=0}^{R} \beta_{\theta_t}^r \left(\underline{I}_t^r - I_t^r\right)$$

avec les mêmes relations annexes (2.2.a1) et (2.2.a2)

a) <u>Les conditions nécessaires</u>

(2 a) $$\mathcal{L}_{I_t^r} = C_g . g_{I_t^r}^r - \alpha_t + \sigma_t D_{I_t^r}^r + \mu_t M_{I_t^r} - \beta_{\theta_t}^r = 0 \qquad r=0,1,\ldots R$$

car, à l'optimum, on doit avoir $I_t^r \geqslant \underline{I}_t^r > 0$.

(2 b 1) $$\mathcal{L}_{\alpha_t} = I_t^* - \sum_{r=0}^{R} I_t^r \leqslant 0$$

(2 b 2) $$\alpha_t . \mathcal{L}_{\alpha_t} = 0$$

(2 c 1) $$\mathcal{L}_{\sigma_t} = \left(\Delta E_t^* - \sum_{r=0}^{R} D^r \left(E_t^r, I_t^r \right) \right) \leqslant 0$$

(2 c 2) $$\sigma_t . \mathcal{L}_{\sigma_t} = 0$$

(2 d 1) $$\mathcal{L}_{\mu_t} = - \left(M_t - M\left(I_t, \frac{I^*}{dt} \right) \right) \leqslant 0$$

(2 d 2) $$\mu_t . \mathcal{L}_{\mu_t} = 0$$

(2 e 1) $$\mathcal{L}_{\beta_{\theta_t}^r} = \left(\underline{I}_t^r - I_t^r \right) \leqslant 0 \qquad r=0,1,\ldots R$$

(2 e 2) $$\beta_{\theta_t}^r \mathcal{L}_{\beta_{\theta_t}^r} = 0.$$

b) Déduction des règles de décisions efficaces

Ces règles concernent la détermination des quotas I_t^r d'investissements à prescrire aux différentes régions. Elles découleront donc des relations (2 a). Soit,

$$C_g g^r_{I_t^r} - \alpha_t + \sigma_t . D^r_{I_t^r} + \mu_t M_{I_t^t} - \beta^r_{\theta_t} = 0$$

Commençons par donner une interprétation économique à ces relations (2 a), ce qui nécessite d'abord d'interpréter les termes qui les composent. Ainsi :

$C_g . g^r_{I_t^r}$: est le coût marginal associé à l'accroissement des stocks d'eau résultant d'un investissement marginal unitaire au niveau de la région r; r=0,1,...R.

$\alpha_t = -\mathcal{L}_{I_t^*} = -C_{I_t^*}$: est le gain marginal national associé à un accroissement unitaire du seuil minimum I_t^*, fixé au niveau du modèle MLT, par un investissement marginal au niveau de la région r.

$\sigma_t . D^R_{I_t^r} = \mathcal{L}_{\Delta E_t^*} = C_{\Delta E_t^*} \leqslant 0$:

est le coût marginal associé à une révision marginale à la hausse de l'accroissement, fixé par le MLT, du niveau des capacités de mobilisation d'eau pendant la période t. Cet accroissement additionnel est réalisé par un investissement unitaire au niveau de la région r et, est évalué au prix d'ordre associé à la contrainte relative aux besoins effectifs de ces capacités à l'échelle nationale.

$\mu_t . M_{I_t^r} = \mathcal{L}_{M_t^{I^*}} = C_{M_t^{I^*}}$: est le coût marginal, en termes de fonds, associé à un investissement marginal unitaire au niveau de la région r. Ce coût est évalué au prix d'ordre associé aux ressources financières à l'échelle nationale, à la période t.

$\beta_{\theta_t}^r = -\mathcal{L}_{\underline{I}_t^r} = C_{\underline{I}_t^r}$: est le gain marginal associé à un accroissement marginal du seuil minimum d'investissement, $\underline{I}_t^r$, fixé pour la région r.

Enfin, sous la forme équivalente

$$C_{g} g^r_{I_t^r} = \alpha_t + \beta_{\theta_t}^r - \sigma_t . D^r_{I_t^r} - \mu_t M_{I_t^r}$$

nous dit qu'à l'optimum un investissement sera économiquement efficace si seulement le coût marginal national de cet investissement égalise la somme des gains nets des coûts, associés aux conséquences de cet investissement sur les capacités de mobilisation, les fonds disponibles et les seuils minima relatifs aux investissements jugés nécessaires à l'échelle nationale et/ou régionale.

C. Les informations engendrées par le modèle

1. D'abord, cette résolution nous permet de calculer les I_t^{r*} optima que chaque région r devra réaliser à la période t, $r=0,1,...R$.

2. Ensuite et en même temps, une allocation des fonds M_t^{I*} est opérée en tenant compte des besoins effectifs de chacune des régions. Les relations annexes sont utilisées pour faire l'allocation des fonds M_t^{E*} et M_t^{Q*}.

3. Enfin, la détermination des prix d'ordre permettra au modèle MLT d'ajuster ses propositions afin de tenir compte de l'appréciation des contraintes à l'échelle de l'ensemble des régions. En effet les prix d'ordre calculés à ce niveau, utilisent comme paramètres, inputs, les prix d'ordre calculés à l'échelle des régions. Nous retrouvons, en particulier, les prix σ_t, μ_t.

Par contre, λ_t qui est le coût marginal d'offre d'eau correspond à C_g, et peut être calculé :

$$\lambda_{\theta_t} = C_g = \left(\alpha_t^* + \beta_{\theta_t}^{r*} - \sigma_t^* D_{I_t^r}^r - \mu_t^* M_{I_t^r}\right) \Big/ g_{I_t^r}^r$$

Quant au prix γ_t, il sera calculé par le modèle de coordination de l'allocation des ressources en eau que nous présentons ci-après.

2.2.1.2 Modèle de coordination centrale d'allocation (M.C.C.A.)

Ce modèle est utilisé pour coordonner les régions utilisatrices des ressources d'eau. Le but poursuivi est la réalisation d'une allocation efficace des ressources limitatives en général et de la ressource d'eau en particulier. Pour cela, il intègre dans sa formulation, d'une part, les données relatives aux fonds et à la ressource d'eau qui proviennent de la résolution du modèle de long terme; ces données résument les directives à suivre afin de réaliser ce plan global et, d'autre part, les prix d'ordre calculés par les régions, reflétant ainsi les besoins et les performances régionales en matière de ressources limitatives et de potentialité de développement économique propres à ces régions.

A. Formulation du modèle (M.C.C.A.)

Soient

λ_{dt} : le vecteur de composantes λ_{dt}^{R} : prix d'ordre associé à la ressource d'eau au niveau de la région r; r=1,...R. Autrement dit, c'est le prix maximum que la région r, serait prête à payer pour disposer d'une unité supplémentaire d'eau, à l'optimum, en t.

W_t : le vecteur de composantes : W_t^r : la quantité d'eau jugée optimale pour satisfaire les besoins en eau de la région r : r=1,...R.

$\underline{W}_t$: le vecteur de composantes $\underline{W}_t^r$: qui reflète implicitement le seuil minimum des demandes finales à satisfaire par l'activité économique de la région r, r=1,...R.

λ_{θ_t} : le vecteur de composantes : $\lambda_{\theta_t}^r$: le prix d'ordre reflétant les potentialités de la région à réaliser le seuil fixé $\underline{W}_t^r$. Autrement dit, c'est le coût marginal de la satisfaction des demandes finales par une production en provenance de la région r.

a) <u>La fonction objectif</u>

Il s'agit de maximiser le rendement de l'utilisation de l'eau, à l'échelle nationale, sur la base des rendements régionaux reflétés par les prix d'ordre λ_{dt}^{r*}, r=1,...R. Soit

(2.3.0) $$\text{Max } B_t = B\left(W_t, \lambda_{dt}^*\right)$$

b. <u>Les contraintes</u>

b.1 <u>Le seuil maximum fixé par le MLT</u>

(2.3.1) $$\sum_{r=1}^{R} W_t^r \leqslant W_t^*$$

La somme des quantités d'eau utilisées par l'ensemble des régions ne peut dépasser le seuil maximum prévu par le modèle de long terme. Ce seuil, rappelons-le, est fixé par référence aux capacités disponibles en t.

b.2 La contrainte financière

(2.3.2) $$M\left(W_t, \mu_t^*\right) \leq M_t^{W*}$$

où M_t^{W*} est fixé par le modèle global MLT.

μ_t^* est fixé au niveau des régions reflétant ainsi leurs besoins effectifs.

b.3 Le seuil minimum de demandes finales

(2.3.3) $$W_t^r \geq \underline{W}_t^r \qquad r=1,2,\ldots R.$$

Cette contrainte reflétera les priorités accordées aux différentes régions dans le processus de développement économique national. Elle peut servir pour corriger les inégalités et/ou distorsions inter-régionales, même au prix d'un soutien direct de la part de l'Etat aux régions défavorisées. Nous reviendrons plus bas, pour expliciter davantage la forme de ce soutien. En fait, $\underline{W}_t^r$ représente le seuil maximum d'éligibilité de la région r à la subvention de l'Etat.

En résumé, le modèle (M.C.C.A.) se présente comme suit

(2.3.0) $$\text{Max } B_t = B\left(W_t, \lambda_{dt}^*\right)$$

sujet à

$$\text{(2.3.1)} \qquad \sum_{r=1}^{R} W_t^r \leqslant W_t^* \qquad \left(\lambda_t\right)$$

$$\text{(2.3.2)} \qquad M\left(W_t, \mu_{dt}^*\right) \leqslant M_t^{W*} \qquad \left(\mu_t\right)$$

$$\text{(2.3.3)} \qquad W_t^r \geqslant \underline{W}_t^r , \qquad r=1,\dots R \qquad \left(\gamma_{\theta_t}^r\right)$$

B. <u>Optimisation du modèle (M.C.C.A.)</u>

Le lagrangien associé au modèle M.C.C.A. est :

$$\mathcal{L}\left(W_t, \lambda_{dt}, \mu_{dt}, \gamma_{\theta t}\right) = B\left(W_t, \lambda_{dt}^*\right) + \lambda_t\left(W_t^* - \sum_{r=1}^{R} W_t^r\right)$$

$$+ \mu_t\left(M_t^{W*} - M\left(W_t, \mu_{dt}^*\right)\right) - \sum_{r=1}^{R} \gamma_{\theta t}^r\left(\underline{W}_t^r - W_t^r\right)$$

a) Les conditions nécessaires

$$\text{(3 a)} \qquad \mathcal{L}_{W_t^r} = B_{W_t^r} - \lambda_t - \mu_t M_{W_t^r} + \gamma_{\theta t}^r = 0 \qquad r=1,\dots R$$

car $W_t^r > \underline{W}_t^r \geqslant 0.$

$$\text{(3 b 1)} \qquad \mathcal{L}_{\lambda_t} = W_t^* - \sum_{r=1}^{R} W_t^r \geqslant 0.$$

$$\text{(3 b 2)} \qquad \lambda_t . \mathcal{L}_{\lambda_t} = 0$$

(3 c 1) $\qquad \mathcal{L}_{\mu_t} = M_t^{W*} - M\left(W_t, \lambda_{dt}^{*}\right) \geq 0$

(3 c 2) $\qquad \mu_t \cdot \mathcal{L}_{\mu_t} = 0$

(3 d 1) $\qquad \mathcal{L}_{\gamma_{\theta t}^{r}} = -\left(\underline{W}_t^r - W_t^r\right) \qquad\qquad r=1,\ldots R$

(3 d 2) $\qquad -\gamma_{\theta t}^{r} \cdot \left(\underline{W}_t^r - W_t^r\right) = 0$

b) <u>Les règles de décisions efficaces</u>

Ces règles découleront de l'interprétation économique des relations (3 a) qui se fait comme suit :

$B_{W_t^r}$: est le rendement marginal associé à l'utilisation d'une unité d'eau supplémentaire à l'optimum, par la région r, r=1,...R.

$\lambda_t = \mathcal{L}_{W_t^*} = B_{W_t^*}$: est le coût marginal national d'un accroissement des disponibilités d'eau afin de permettre à la région r, de satisfaire sa demande marginale unitaire à l'optimum.

$\mu_t . M_{W_t^r}$: est le coût en terme de ressources financières, associé à l'utilisation d'une unité supplémentaire d'eau par la région r, à l'optimum, en t. Ces ressources financières sont évaluées au prix d'ordre qui leur est associé, à l'échelle nationale, en t.

$\gamma^r_{\theta t}$: est le gain marginal associé à un accroissement marginal du quota de la région r dans la satisfaction des demandes finales en t. Un accroissement de $\underline{W}^r_t$ provoque un resserrement de la contrainte (2.3.3); ce qui peut provoquer un accroissement de $\gamma^r_{\theta t}$.

$\gamma^r_{\theta t}$: peut alors représenter le taux maximum qu'un Etat pourrait supporter pour aider la région r à augmenter ses activités productives. Remarquons que $\gamma^r_{\theta t}$ aura tendance à diminuer à mesure que W^r_t augmente; c'est-à-dire à mesure que la région concernée devienne capable de se débrouiller toute seule.

En somme, la relation (3 a) écrite sous la forme équivalente

$$B_{W^r_t} = \gamma_t + \mu_t M_{W^r_t} - \gamma^r_{\theta t}$$

nous dit :

Pour qu'une utilisation de l'eau par la région r soit efficace, il faut que le rendement marginal de cette utilisation compense le coût d'opportunité associé aux ressources d'eau disponibles plus le coût d'opportunité relatif aux fonds mobilisés dans cette utilisation moins le gain de l'Etat (en terme de réduction du soutien accordé à la région r) résultant de l'accroissement marginal de W^r_t.

c) Les informations engendrées par le modèle

1. La résolution du modèle (M.C.C.A.) nous permet de calculer les niveaux efficaces des besoins en eau des différentes régions. Ces niveaux sont fixés en tenant compte des ambitions de développement économique national et/ou régional et des moyens limitatifs disponibles.

2. Une allocation de fonds, destinée à soutenir et assurer une meilleure utilisation des ressources d'eau, est un autre résultat important de cette résolution.

3. Enfin, les prix d'ordre associés aux ressources et/ou contraintes sont calculés. Ils donnent une évaluation des ressources et des performances à l'échelle nationale et seront donc pris en considération dans le cadre d'un ajustement éventuel du programme fixé par le MLT.

2.2.1.3 Conclusion

Les modèles de coordination centrale permettent à l'O.C. de veiller à une meilleure allocation des ressources et à une action concertée de l'ensemble des régions dans leurs efforts individuels de développement économique en général et des ressources d'eau en particulier. En même temps, ils lui permettent, par les prix d'ordre qu'ils engendrent, d'ajuster les propositions faites par le MLT, pour aboutir à une meilleure planification des objectifs de long terme. Ces prix ont d'autant plus d'importance qu'ils tiennent compte des appréciations régionales, et sont calculés au niveau des régions et utilisés dans la formulation des modèles M.C.C.D. et M.C.C.A.

2.2.2 Au niveau régional

Au niveau régional, l'O.R. s'occupe de la coordination des secteurs économiques utilisateurs d'eau et de l'aménagement de nouvelles sources d'eau au niveau de la région. Dans son rôle de coordination, l'O.R. reçoit, d'un côté, les quotas des ressources, W_t^{r*} et M_t^{r*}, allouées à la région à partir du modèle M.C.C.A. résolu au niveau de l'O.C., de l'autre, les prix d'ordre associés à ces ressources par les différents secteurs utilisateurs de l'eau. Dans ce sens, le modèle de coordination régionale de l'allocation des ressources en eau (M.C.R.A.) aura la même structure que le modèle M.C.C.A.. Les secteurs joueront, dans le M.C.R.A. le rôle des régions dans le modèle M.C.C.A.. De même, la contrainte financière sera modifiée pour tenir compte des possibilités locales de financement au niveau de la région. Par contre, l'O.R. s'occupera directement de l'aménagement de nouvelles sources d'eau, en se basant sur les informations en provenance de la résolution du M.C.C.D.. Dans ce sens, le modèle régional de développement des ressources en eau (M.R.D.) sera un modèle élémentaire de base.

2.2.2.1 Le modèle de coordination régionale d'allocation (M.C.R.A.)

A. Formulation du modèle M.C.R.A.

W_t^r : est le vecteur de composantes W_t^{rj}: la quantité d'eau utilisable par le secteur j de la région r au cours de la période t, $j=1,2,...J$, $r=1,2,...R$, $t=0,1,...T-1$.

λ^{r*}_{dt} : est le vecteur de composantes λ^{rj}_{dt} : prix d'ordre associé par le secteur j aux ressources en eau sur la période t.

$\lambda^{r*}_{\theta t}$: le vecteur de composante $\lambda^{rj}_{\theta t}$: le coût d'ordre marginal de satisfaction de la demande finale par une production du secteur j de la région r.

$\overline{M}^{W}_{t}{}^{r\ell}$: le montant de fonds locaux de la région r,

$M^{W^*}_{t}{}^{r}$: est le montant alloué à la région r par l'O.C.

μ^{r}_{t} : le vecteur de composantes μ^{rj}_{dt} : prix d'ordre associé aux ressources financières au niveau du secteur j.

$\underline{W}^{rj}_{t}$: réfère implicitement au seuil minimum de la demande finale à satisfaire par la production du secteur j de la région r. Il peut être aussi le quota des ressources en eau allouées à un secteur donné par exemple le secteur urbain et domestique.

Compte tenu de la ressemblance qu'il y a entre les formulations des modèles M.C.C.A. et M.C.R.A. et, pour ne pas alourdir inutilement l'exposé, mous présentons directement la formulation complète du modèle M.C.R.A.. Soit :

(2.4.0) $$\text{Max } B^{r}_{t} = B^{r}\left(W^{r}_{t}, \lambda^{r*}_{dt}\right)$$

sujet à

$$(2.4.1) \qquad \sum_{j=1}^{J} W_t^{rj} \leqslant W_t^{r*} \qquad \left(\lambda_t^r\right)$$

$$(2.4.2) \qquad M\left(W_t^r, \mu_{dt}^{r*}\right) \leqslant M_t^{W_{r*}} + \overline{M}_t^{W_{r\ell}} \qquad \left(\mu_t^r\right)$$

$$(2.4.3) \qquad W_t^{rj} \geqslant \underline{W}_t^{rj} \qquad j=1,\ldots J \qquad \left(\gamma_{\theta t}^r\right)$$

B. Optimisation du modèle M.C.R.A.

La procédure d'optimisation ne diffère, elle aussi, de celle utilisée au M.C.C.A., que par le niveau hiérarchique des mêmes variables. Les variables qui étaient régionales dans le M.C.C.A., sont sectorielles dans le cas du M.C.R.A..

En particulier, les conditions nécessaires relatives aux variables principales W_t^{rj} s'écrivent :

$$\mathcal{L}_{W_t^{rj}} = B^r_{W_t^{rj}} - \lambda_t^r - \mu_t^r M_{W_t^{rj}} + \gamma_t^{rj} = 0 \qquad j=1,2,\ldots J$$

car $W_t^{rj} \geq \underline{W}_t^{rj} > 0$.

Ces relations s'interprètent comme suit :

Pour qu'une utilisation de l'eau au niveau du secteur j de la région r soit efficace, il faut que le rendement marginal de cette utilisation, $B^r_{W_t^{rj}}$, compense le coût d'opportunité associé aux ressources d'eau au niveau de l'ensemble de la région, λ_t^r, plus le coût d'opportunité des fonds mobilisés dans cette utilisation, moins le gain de la région (en terme de réduction du soutien accordé par cette région r, au secteur j), résultant de l'accroissement marginal de W_t^{rj}.

C. Les informations engendrées par le M.C.R.A.

1. Le modèle permet de déterminer les quantités optimales d'eau à mettre à la disposition des secteurs, W_t^{rj*}, $j=1,...J$.

2. Les quotas de fonds à allouer à ces secteurs sont déduits de cette résolution du modèle M.C.R.A..

3. Enfin, le modèle permet de calculer les prix d'ordre associés aux différentes ressources et contraintes. Ces prix sont transmis au niveau national pour être utilisés dans la procédure d'ajustement du modèle M.C.C.A..

2.2.2.2 Le modèle régional de développement des sources d'eau (M.R.D.)

Ce modèle constitue, avec les modèles sectoriels d'utilisation des ressources d'eau qui seront présentés au niveau sectoriel, le noyau principal de toute la procédure de planification présentée dans ce chapitre. En effet, ce sont ces modèles qui déterminent les actions directes les plus efficaces pour réaliser l'ensemble des objectifs de développement et d'allocation des ressources en eau. Dans ce sens, ces modèles sont des programmes d'exécution par opposition à l'ensemble des modèles présentés plus haut dont les objectifs étaient l'orientation et/ou la coordination des efforts en vue de réaliser une planification optimale, quant au choix des objectifs, et efficace, quant à l'exécution du plan qui en découle. Ainsi de nouvelles contraintes et/ou variables seront introduites à ces niveaux "élémentaires" de la hiérarchie afin de tenir compte des caractéristiques spécifiques à la région et/ou aux secteurs économiques.

Enfin, rappelons que le niveau régional se compose de l'ensemble des R régions et de ce que nous avons appelé la "région centrale" qui représente l'O.C. dans son rôle de développement direct de nouvelles sources d'eau à caractère interrégional qui peuvent susciter des conflits juridiques ou financiers entre les régions concernées, ou simplement, des projets dont les dimensions dépassent les capacités individuelles des régions. De même, l'O.C. peut s'occuper de l'infrastructure nécessaire pour le transport des ressources d'eau entre régions avoisinantes et économiquement accessibles. Dans cet ordre d'idée, nous supposons que tous les transferts d'eau entre régions se feront par l'intermédiaire de cette "région centrale" (l'O.C.). Cette hypothèse, qui n'affecte en rien les opérations concrètes sur le terrain, est d'une importance théorique très importante car le nombre de relations de transferts potentiels passera de

$$R.(R+1) \text{ à } 2R$$

ce qui correspond au rôle que joue la monnaie dans le système d'échange.

Et compte tenu de l'accessibilité géographique ou économique (par référence au coût de transfert), le nombre de liaisons possibles devrait normalement se produire, au plus, à sens unique et donc, ne doit pas dépasser R.

A. Formulation du modèle M.R.D.

Nous supposons que chaque organisme régional dispose d'un inventaire de l'ensemble des projets hydrauliques techniquement et économiquement réalisables. Chaque projet est accompagné de l'ensemble des caractéristiques pertinentes pour l'analyse envisagée; tels que, sa capacité de mobilisation des ressources d'eau, le coefficient probable de l'utilisation de ces capacités, le coût d'investissement, la durée nécessaire pour sa réalisation, les coûts moyens d'entretien des capacités, et d'opération des stocks d'eau qui en résultent.

L'O.R. cherchera donc à déterminer les fractions optimales des projets à réaliser à la période t. Ce fractionnement des projets est conforme à la nature des projets hydrauliques dont la réalisation s'échelonne nécessairement sur plusieurs années. Toutefois l'indivisibilité globale des projets sera assurée par des contraintes additionnelles appropriées. Un autre objectif serait la détermination de la quantité d'eau à allouer, et/ou à collecter à chacune des régions.

Soient :

y_t^{rn} : la fraction du projet "n" à réaliser par la région r en t; $n=1,\ldots N^r$; $r=0,1,\ldots R$.

I^{rn} : le montant global d'investissement nécessaire pour réaliser le projet n.

e^{rn} : la capacité de mobilisation et/ou de stockage d'eau associée au projet n.

q^{rn} : la quantité moyenne d'eau attendue du projet n.

T_{or} et T_{ro} : sont respectivement le coût de transfert de l'eau de la région centrale vers une région r et le coût de transfert dans le sens inverse. La région "o" n'a pas de territoire géographique, elle représente les autres régions réunies. De même T_{or} est en général différent de T_{ro} à cause des conditions d'altitude géographique.

Q^{or} et Q^{ro} : sont les quantités d'eau transportées respectivement de la région "o" à la région "r" et de "r" à "o".

a) <u>Formulation de la fonction objectif</u>

Il s'agit de minimiser une fonction de coût associée à la réalisation de nouveaux projets hydrauliques et aux transferts inter-régionaux des ressources d'eau. Cette fonction doit tenir compte du fait qu'un projet est déjà en cours de réalisation. Ce qui peut se faire en réduisant le coût d'investissement associé à ce projet, d'un montant égal aux investissements déjà engagés. Ceci augmentera la chance du projet en cours tout en le laissant en concurrence avec les autres. L'avantage de cette approche est qu'elle permet de laisser tomber, le cas limite, un projet en cours si une alternative imprévue et très avantageuse entre en compétition à une période t quelconque. Cet aspect sera explicité plus clairement au chapitre suivant. Pour le moment, en posant

$$Y_t^{r'} = \left[Y_t^{r1}, \ldots \; Y_t^{rn}, \; \ldots \; Y_t^{rn^r}\right],$$

la fonction objectf peut se formuler comme suit :

$$(2.5.0) \qquad \underset{Y^r, Q^{or}, Q^{ro}}{\text{Min}} \; C_t = C_t\left(Y_t^r, \; Q_t^{or}, \; Q_t^{ro}\right).$$

b. Formulation des contraintes

b.1 Contraintes relatives aux projets

Nous avons différentes contraintes qui peuvent concerner les projets, on peut citer à titre d'exemples

- la tranche du projet n, réalisable pendant la période t

$$(2.5.1a) \qquad Y_t^{rn} \leqslant 1 - \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn}$$

qui correspond à la contrainte $Y^{rn} \leqslant 1$, tout en tenant compte de la fraction cumulée réalisée avant la période t.

- L'interdépendance des projets

On distingue deux types d'interdépendance :

i) l'exclusion mutuelle, qui se présente dans le cas où plusieurs sites sont possibles pour exploiter une même source d'eau, par exemple une petite rivière qui ne peut alimenter plus d'un réservoir ou encore lorsqu'un seul réservoir est suffisant pour satisfaire les besoins locaux d'une aire géographique dont l'excédent d'eau ne peut être économiquement transféré vers d'autres régions. Enfin, on y trouve aussi le cas classique du choix de la date optimale du lancement de la réalisation d'un ouvrage hydraulique donné.

Posons

X_e^n : le sous-ensemble des projets (ou variantes) mutuellement exclusifs à n.

La contrainte peut alors s'écrire

(2.5.1b) $$Y_t^{ri} \cdot Y_t^{rn} = 0 \quad \forall\, i \in X_e^n, \quad n=1,2,\ldots N^r$$

qui conduit au rejet de tous les projets du sous-ensemble X_e^n dès qu'un projet (ou une variante) n est retenu.

ii) La complémentarité entre projets

Plusieurs projets peuvent être complémentaires ou simplement dépendants dans un sens ou dans l'autre. Par exemple, la construction d'un réservoir et la canalisation nécessaire pour l'exploiter.

Posons

X_c^n : le sous-ensemble des projets complémentaires à n, $n=1,2,...N^r$.

La contrainte peut alors s'écrire :

$$Y_t^{rn} \leqslant Y_t^{rj} \quad \forall j \in X_c^n; \quad n=1,...N^r \tag{2.5.1c}$$

qui signifie que la réalisation du projet n implique la réalisation de l'ensemble des projets du sous-ensemble X_c^n. Ce qui peut influencer dans un sens ou dans l'autre, le degré de compétitivité du projet n.

iii) Cas de projets jugés indispensables

Certains projets peuvent être jugés nécessaires. La décision relative à leur réalisation échappe aux décisions du modèle. Dans ce cas, tout ce que le modèle pourrait aider à faire est l'échelonnement optimal, dans le temps de la réalisation de ces projets et l'ajustement des coûts en conséquence.

Cet ajustement est très simple dans le cas où ces projets sont indépendants de l'ensemble des autres projets étudiés par le modèle. Il suffit de commencer par déduire des ressources limitatives disponibles, les parts mobilisées par ces projets et répartir le reste entre les autres projets retenus par le modèle.

Par contre, lorsque ces projets sont interdépendants avec certains des autres projets, il faudrait tenir compte de ce fait en analysant ces derniers. Ainsi, des projets prérequis à un projet imposé deviennent indirectement imposés et, tous les projets exclusifs avec un projet imposé sont automatiquement rejetés quelles que soient leurs performances.

La formulation de ces situations se ramène aux cas formulés précédemment. En effet, si p est un projet imposé; si un projet "n" est mutuellement exclusif avec "p" on a $Y_t^{rn}.Y_t^{rp} = 0$ qui est exprimée par (2.5.1b). Par contre, si "n" est complémentaire à "p" on doit avoir $Y_t^{rp} \leqslant Y_t^{rn}$ qui correspond à l'esprit de la contrainte (2.5.1c) ci-dessus.

b.2 Contrainte du seuil minimum d'investissements

Cette contrainte peut se formuler sous la forme

$$I\left(Y^r, Q^{or}, Q^{ro}\right) \geqslant I_t^{r*} \qquad (2.5.2)$$

où I^{r*} est le seuil minimum fixé au niveau central par le modèle M.C.C.D.

b.3 Seuil minimum des nouvelles capacités

(2.5.3) $$E\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right) \geqslant -\ D^r\left(E_t^{r*},\ I_t^{r*}\right) = e_t^{r*}$$

où $-D^r\left(E_t^{r*}, I_t^{r*}\right)$ est le seuil minimum de l'accroissement des capacités, net des dépréciations fixé pour la région r en t.

$E^r\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right)$ est une fonction du vecteur Y_t^r des projets et des transferts interrégionaux à la période t.

b.4 Contrainte financière

Compte tenu des possibilités locales de financement des investissements hydrauliques au niveau de la région r, $\overline{M}_t^{I\,r\ell}$, cette contrainte peut se formuler sous la forme :

(2.5.4) $$M\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right) \leqslant M_t^{I\,r*} + \overline{M}_t^{I\,r\ell}$$

b.5 Contrainte relative aux stocks d'eau

Cette contrainte reflète l'équilibre entre les disponibilités et les emplois des ressources d'eau au niveau de chaque région. Elle s'écrit pour r=1,2,...R, sous la forme

$$\sum_{n=1}^{N^r} q^{rn} Y_t^{rn} + Q^{or} - Q^{ro} \geqslant W_t^{*r} - \sum_{n=1}^{N^r} q^{rn} \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn}$$

qui nous permet de tenir compte des transferts en provenance, et/ou à destination de la région centrale r=0, de l'accroissement des stocks associés aux investissements en cours à la période t, des tranches de ces projets qui sont réalisées avant la période t et, enfin des besoins de la région r en eau.

Pour la région "o" les contraintes (2.5.2) à (2.5.5) seront ajustées comme suit :

$$(2.5.2)' \qquad I\left(Y_t^o,\ Q_t^{o-},\ Q_t^{o+}\right) \geqslant I_t^{o*}$$

$$(2.5.3)' \qquad E\left(Y_t^o,\ Q_t^{o-},\ Q_t^{o+}\right) \geqslant e_t^{o*}$$

$$(2.5.4)' \qquad M\left(Y_t^o,\ Q_t^{o-},\ Q_t^{o+}\right) \leqslant M_t^{I_{o*}}$$

$$(2.5.5)' \qquad \sum_{n=1}^{N^o} q^{on} Y_t^{on} + \sum_{r=1}^{R}\left(Q_t^{ro} - Q_t^{or}\right) \geqslant - \sum_{n=1}^{N^o} q^{on} \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{on}$$

où Q_t^{o+} et Q_t^{o-} sont les vecteurs de composantes respectives Q_t^{ro} et Q_t^{ro} : les quantités d'eau échangées entre "o" et "r", r=1,2,...R.

En résumé, le modèle M.R.D, peut alors s'écrire sous la forme :

$$(2.5.0) \qquad \text{Min}C_t^r = C_t^r\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)$$

sujet à

$$(2.5.1a) \qquad Y_t^{rn} \leqslant 1 - \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn} \qquad n=1,\ldots N^r \qquad \left(\xi^{rn}\right)$$

$$(2.5.1b) \qquad Y_t^{rn}.Y_t^{ri} = 0 \quad i \in \chi_e^n \qquad n=1,\ldots N^r \qquad \left(\alpha_t^{rin}\right)$$

$$(2.5.1c) \qquad Y_t^{rn} \leqslant Y_t^{rj} \quad j \in \chi_c^n \qquad n=1,2,\ldots N^r \qquad \left(\nu_t^{rjn}\right)$$

$$(2.5.2) \qquad I\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right) \geqslant I_t^{r*} \qquad \left(\beta_t^r\right)$$

$$(2.5.3) \qquad E\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right) \geqslant e_t^{r*} \qquad \left(\sigma_t^r\right)$$

$$(2.5.4) \qquad M\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{r}\ ,\ T_{or},\ T_{ro}\right) \leqslant {}^{I}M_t^{r*} + {}^{I}\overline{M}_t^{r\ell} \qquad \left(\mu_t^r\right)$$

$$(2.5.5) \qquad q^rY_t^r + Q^{or} - Q^{ro} \geqslant W_t^{r*} - \sum_{\tau=0}^{t-1} q_\tau^r Y^r \qquad \left(\lambda_t^r\right)$$

Pour la région centrale, r=0, on utilise le même modèle en remplaçant les contraintes (2.5.2) à (2.5.5) par les contraintes correspondantes (2.5.2)' à (2.5.5)'

B. <u>Optimisation du modèle (M.R.D.)</u>

Sous la forme du lagrangien, le modèle M.R.D. s'écrit :

$$\mathcal{L}\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}, \xi_t^r, \alpha_t^r, \nu_t^r, \beta_t^r, \sigma_t^r, \mu_t^r, \lambda_t^r\right) = C_t\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)$$

$$- \sum_{n=1}^{N^r}\left[\xi^{rn}\left(1 - \sum_{=0}^{t} Y_t^{rn}\right) + \sum_{i\varepsilon\chi_e^n} \alpha^{rin}.Y_t^{rn}.Y_t^{ri} + \sum_{j\varepsilon\chi_c^n} \nu^{rjn}\left(Y_t^{rj} - Y_t^{rn}\right)\right]$$

$$+ \beta_t^r\left[I_t^{r*} - I\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)\right] + \sigma_t^r\left[e_t^{r*} - E\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)\right]$$

$$- \mu_t^r\left[\overset{I}{M}{}_t^{r*} + \overset{I}{\overline{M}}{}_t^{r\ell} - M\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)\right]$$

$$+ \lambda_t^r\left[W_t^{r*} - Q_t^{or} + Q_t^{ro} - \sum_{\tau=0}^{t} q^r.Y_t^r\right]$$

pour r=1,2,...R.

Pour la région centrale, r=0, nous utilisons la même expression où "o" remplace "r" et les relations (2.5.2)' à (2.5.5)' remplacent les contraintes correspondantes (2.5.2) à (2.5.5).

a) <u>Les conditions nécessaires</u>

i) <u>Les variables principales (primales)</u>

$$(5\,a\,1)\quad \mathcal{L}_{Y_t^{rn}} = C_{Y_t^{rn}} + \xi^{rn} + \sum_{i\varepsilon\chi_e^n} \alpha^{rin}.Y_t^{ri} + \sum_{j\varepsilon\chi_e^n} \nu^{rjn}$$

$$- \beta_t^r I_{Y_t^{rn}} - \sigma_t^r E_{Y_t^{rn}} + \mu_t^r M_{Y_t^{rn}} - \lambda_t^r.q^{rn} \geq 0$$

(5 a 2) $$\mathcal{L}_{Y_t^{rn}} \cdot Y_t^{rn} = 0 \; ; \qquad n=1,2,\ldots N^r$$

(5 b 1) $$\mathcal{L}_{Q_t^{or}} = C_{Q^{or}} - \beta_t^r I_{Q_t^{or}} - \sigma_t^r E_{Q_t^{or}} + \mu_t^r M_{Q_t^{or}} - \lambda_t^r \geq 0$$

(5 b 2) $$\mathcal{L}_{Q_t^{or}} \cdot Q_t^{or} = 0$$

(5 c 1) $$\mathcal{L}_{Q_t^{ro}} = C_{Q_t^{ro}} - \beta_t^r I_{Q_t^{ro}} - \sigma_t^r E_{Q_t^{ro}} + \mu_t^r M_{Q_t^{ro}} + \lambda_t^r \geq 0$$

(5 c 2) $$\mathcal{L}_{Q_t^{ro}} \cdot Q_t^{ro} = 0$$

ii. <u>Les variables secondaires (duales)</u>

(5 d 1) $$\mathcal{L}_{\xi^{rn}} = -\left(1 - \sum_{\tau=0}^{t} Y_\tau^{rn}\right) \leq 0 \; ; \qquad n=1,2,\ldots N^r$$

(5 d 2) $$\xi^{rn} \cdot \mathcal{L}_{\xi^{rn}} = 0 \qquad n=1,2,\ldots N^r$$

(5 e) $$\mathcal{L}_{\alpha^{rin}} = -Y_t^{rn} \cdot Y_t^{ri} = 0, \quad \forall i \varepsilon \chi_e^n, \quad n=1,2,\ldots N^r$$

(5 f 1) $$\mathcal{L}_{\nu^{rjn}} = -\left(Y_t^{rj} - Y_t^{rn}\right) \leq 0; \; \forall j \varepsilon \chi_c^n, \; n=1,2,\ldots N^r$$

(5 f 2) $$\nu^{rjn} \cdot \mathcal{L}_{\nu^{rjn}} = 0$$

$$(5\,g\,1) \qquad \mathcal{L}_{\beta_t^r} = I_t^{r*} - I\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right) \leqslant 0$$

$$(5\,g\,2) \qquad \beta_t^r \cdot \mathcal{L}_{\beta_t^r} = 0$$

$$(5\,h\,1) \qquad \mathcal{L}_{\gamma_t^r} = e_t^{r*} - E\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right) \leqslant 0$$

$$(5\,h\,2) \qquad \sigma_t^r \cdot \mathcal{L}_{\sigma_t^r} = 0$$

$$(5\,i\,1) \qquad \mathcal{L}_{\mu_t^r} = -\left(\overset{I}{M}{}_t^{r*} + \overset{I}{\overline{M}}{}_t^{r\ell} - M\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)\right) \leqslant 0$$

$$(5\,i\,2) \qquad \mu_t^r \cdot \mathcal{L}_{\mu_t^r} = 0$$

$$(5\,j\,1) \qquad \mathcal{L}_{\lambda_t^r} = W_t^r + Q_t^{ro} - Q_t^{or} - \sum_{\tau=0}^{t} q^r Y_t^r \leqslant 0 \qquad r=1,2,\ldots R$$

$$(5\,j\,2) \qquad \lambda_t^r \cdot \mathcal{L}_{\lambda_t^r} = 0$$

et

$$(5\,j\,1)' \qquad \mathcal{L}_{\lambda_t^o} = \sum_{r=1}^{R}\left(Q_t^{ro} - Q_t^{or}\right) - \sum_{\tau=0}^{t} q^o Y_t^o \qquad \text{pour } r=0$$

$$(5\,j\,2)' \qquad \lambda_t^o \mathcal{L}_{\lambda_t^o} = 0$$

b) <u>Les règles de décisions relatives aux variables principales Y_t^r, Q_t^{or} et Q_t^{ro}</u>

b.1 <u>Les variables</u> Y_t^{rn} ; $n=1,2,\ldots N^r$

Les relations de complémentarité d'écart (5 a 1) et (5 a 2) peuvent s'écrire sous la forme équivalente.

$$Y_t^{rn} > 0 \Longrightarrow C_{Y_t^{rn}} + \xi^{rn} + \sum_{i\varepsilon X_e^n} \alpha^{rin}.Y_t^{ri} + \sum_{j\varepsilon X_c^n} \nu^{rjn} + \mu_t^r M_{Y_t^{rn}}$$

$$= \beta_t^r I_{Y_t^{rn}} + \sigma_t^r E_{Y_t^{rn}} + \lambda_t^r q^{rn}$$

et

$$C_{Y_t^{rn}} + \xi^{rn} + \sum_{i\varepsilon X_e^n} \alpha^{rin}.Y_t^{ri} + \sum_{j\varepsilon X_c^n} \nu^{rjn} + \mu_t^r M_{Y_t^{rn}} > \beta_t^r I_{Y_t^{rn}} +$$

$$\sigma_t^r E_{Y_t^{rn}} + \lambda_t^r q^{rn} \Longrightarrow Y_t^{rn} = 0.$$

L'interprétation économique de ces relations découle des significations des termes qui les composent. Ainsi

$C_{Y_t^{rn}}$: est le coût marginal (en terme de la fonction objectif) associé à la réalisation du projet n en t, à l'optimum.

ξ^{rn} : est le coût d'opportunité associé à la contrainte de non-multiplicité du projet n. Autrement dit, c'est le coût associé au resserrement de cette contrainte par la réalisation du projet n, à l'optimum.

$\sum_{i \varepsilon X_e^n} \alpha^{rin}.Y_t^{ri}$:

est le coût d'opportunité associé, à l'optimum, à l'ensemble des projets concurrents au projet n et qui sont automatiquement rejetés à cause de la réalisation du projet n, en t.

$\sum_{j \varepsilon X_c^n} \nu^{rjn}$: est le coût d'opportunité associé, à l'optimum, à la réalisation de l'ensemble des projets complémentaires au projet n, et dont la réalisation est induite par la réalisation du projet n.

$\mu_t^r M_{Y_t^{rn}}$: est le coût marginal, en disponibilités financières, de la réalisation du projet n, à l'optimum. Ces ressources financières sont évaluées au prix d'ordre qui leur est associé à la période t.

$\beta_t^r.I_{Y_t^{rn}}$: est le rendement associé, à l'optimum, au desserrage de la contrainte relative au seuil minimum des investissements de la région, par la réalisation du projet n.

$\sigma_t^r\ E_{Y_t^{rn}}$: est le rendement marginal consécutif à un desserrage de la contrainte du seuil minimum des nouvelles capacités de "r" en "t", par la réalisation du projet n.

$\lambda_t^r . q^{rn}$: est la valeur du stock d'eau permis par le projet "n". Cette évaluation est faite au prix d'ordre associé aux ressources d'eau au niveau de la région r en t.

Donc, en résumé, nous retrouvons la règle habituelle relative à ce genre de décisions : pour qu'un projet "n" soit économiquement réalisable, il faut que ses rendements couvrent ses coûts, réels ou implicites.

Dans le cas contraire, on devrait s'abstenir de réaliser le projet en question.

b.2 <u>La variable Q_t^{or}</u>

Q_t^{or} : est la quantité d'eau que la région centrale "o" met à la disposition de "r" pour combler ses besoins.

Les relations (5 b 1) et (5 b 2) écrites sous la forme équivalente :

$$Q_t^{or} > 0 \Longrightarrow C_{Q_t^{or}} + \mu_t^r M_{Q^{or}} = \beta_t^r I_{Q^{or}} + \sigma_t^r E_{Q_t^{or}} + \lambda_t^r$$

et

$$C_{Q_t^{or}} + \mu_t^r . M_{Q_t^{or}} > \beta_t^r I_{Q_t^{or}} + \sigma_t^r E_{Q_t^{or}} + \lambda_t^r \Longrightarrow Q_t^{or} = 0$$

peuvent s'interpréter comme suit :

$C_{Q_t^{or}}$: est le coût marginal, en terme de la fonction objectif, associé à l'optimum, au transfert d'une unité d'eau vers la région "r", en provenance de l'extérieur de "r".

$\mu_t^r . M_{Q_t^{or}}$: est la valeur marginale des fonds mobilisés dans cette opération de transfert. $M_{Q_t^{or}}$ peut éventuellement se réduire au coût de transfert T_{or}. L'évaluation est faite au prix d'ordre des ressources financières de la région "r" en t.

$\beta_t^r I_{Q_t^{or}}$: est le gain marginal, en terme d'économie d'investissements locaux, associé, à l'optimum, à ce transfert de l'eau. Ce gain est évalué au prix d'ordre associé au seuil minimum des investissements prescrits pour la région "r" en t.

$\sigma_t^r E_{Q_t^{or}}$: est le gain marginal associé, à l'optimum, à un accroissement unitaire des capacités de mobilisation des ressources en eau.

λ_t^r : est le prix d'ordre associé, à l'optimum, à la disponibilité d'une unité d'eau additionnelle en t.

Par conséquent, pour que le transfert d'eau vers la région "r" soit économiquement efficace, il faudrait que les effets positifs compensent les coûts implicites à ce transfert.

Dans le cas contraire, on devrait s'abstenir d'avoir recours à ce transfert pour combler les besoins d'eau de la région r.

b.3 La variable Q_t^{ro}

Q_t^{ro} : est la quantité d'eau transférée vers d'autres régions (la région centrale), à partir de la région "r".

Les relations (5 c 1) et (5 c 2) s'interprètent dans les mêmes termes que les relations (5 b 1) et (5 b 2) ci-haut; en tenant compte du transfert qui se fait dans le sens inverse du précédent. De même la variable λ_t^r qui était un gain, dans le cas de la variable, Q_t^{or}, devient le coût d'opportunité associé à la non utilisation de l'unité de l'eau, au niveau local de la région.

Enfin, les conditions nécessaires relatives aux variables secondaires (duales) sont les relations de complémentarité d'écarts associés à chacune des contraintes du modèle. Elles doivent être prises en considération pour savoir si, oui ou non, les prix d'ordre qui apparaissent dans les expressions relatives aux variables principales, sont positifs ou nuls.

C. Les informations engendrées par le modèle M.R.D.

1. La résolution du modèle permet de déterminer les fractions annuelles optimales des projets hydrauliques, réalisables sur les différentes années planifiées, les quantités optimales d'eau que la région pourrait

recevoir des, et/ou offrir aux, autres régions.

2. En même temps, le M.R.D. permet de déterminer une évaluation optimale de l'ensemble des ressources limitatives, et d'apporter des appréciations adéquates sur l'ensemble des contraintes limitatives, autres que les ressources. Ces prix d'ordre seront transmis à l'O.C. qui les utilisera pour réajuster, éventuellement, les propositions du modèle (M.C.C.D.).

2.2.3 Au niveau sectoriel

A l'échelle de chaque région, l'activité économique est généralement subdivisée en un ensemble de secteurs économiques groupant chacun, une variété de produits ou services plus ou moins homogènes. Cette subdivision n'est d'ailleurs pas nouvelle puisque les services de comptabilité nationale et des statistiques en font usage. Pour notre analyse, nous supposons que les ressources en eau sont gérées par un organisme sectoriel (O.S.). En général, chaque (O.S.) dépend d'une autorité administrative qui relève d'un Ministère particulier. Par exemple, le secteur agricole dépend du Ministère de l'agriculture, le secteur urbain dépend du Ministère de l'habitat, etc..

L'O.S. s'occupe de la gestion de l'ensemble des ressources limitatives, y compris l'eau. Certaines de ces ressources sont propres aux secteurs, d'autres sont partagées avec les autres secteurs de la région. Ce partage est opéré sur la base des avantages et/ou coûts comparés que présentent les différents secteurs. Par ailleurs, la structure du modèle, dans son ensemble, permet de faire aussi la comparaison du même secteur à l'échelle de l'ensemble des régions. Ce sont justement ces comparaisons qui permettront de satisfaire les demandes finales sectorielles de la façon la plus économique possible.

Comme nous l'avons souligné, à propos du modèle M.R.D., le secteur occupe, dans notre formulation, l'unité élémentaire, donc de base, de cette procédure de planification. Par conséquent, la ressource d'eau cesse d'être une fin en soi, pour devenir une quelconque, des différentes ressources utilisées pour produire les biens ou services qui constituent l'objectif ultime de toute planification économique. On essayera donc de produire le maximum possible d'outputs avec les ressources disponibles y compris l'eau. Les variables de décisions seront naturellement les niveaux des outputs produits par les différents secteurs économiques de la région. Or le secteur reste quand même un agrégat composé de plusieurs biens élémentaires donc, hétérogène. Pour contourner les problèmes posés par l'agrégation des biens de natures différentes, nous allons utiliser la valeur monétaire des quantités produites.

Par ailleurs, nous savons que l'intensité d'eau peut varier selon les procédés techniques utilisés pour produire un même bien ou service. Par exemple, la plupart des produits agricoles peuvent être cultivés sans irrigation, autre que les précipitations naturelles, ou avec des intensités variables de celle-ci. Evidemment, le rendement sera fonction de l'intensité choisie et/ou accessible.

A. Formulation du modèle sectoriel (M.S.)

Posons

X_t^{rj} : vecteur de composantes : X_t^{rji} : valeur monétaire de la quantité du bien "i" du secteur "j" de la région "r", produite en t; $i=1,2,\ldots I^j$

ω^j : vecteur de la composante : ω^{ji} : consommation moyenne d'eau par unité monétaire du bien "i" du secteur "j".

T^j : est un ensemble de données qui caractérisent les différentes techniques utilisées au niveau du secteur "j".

a) La fonction objectif

L'O.S. essayera de déterminer les niveaux optimaux des différents outputs qui maximisent une fonction de bénéfice formulée comme suit :

(2.6.0) $$\max_{X_t^{rj}} B_t^{rj} = B_t^{rj}\left(T^j, X_t^{rj}\right)$$

b) Les contraintes

b.1 Les ressources d'eau

(2.6.1) $$W_t^{rj}\left(T^j, \omega^j, X_t^{rj}\right) \leqslant W_t^{rj*}$$

Les niveaux d'outputs et les techniques utilisées ne doivent pas consommer plus de W_t^{rj*}, compte tenu des coefficients de consommations moyennes d'eau, ω^j.

b.2 Les ressources financières

(2.6.2) $$M\left(T^j, X_t^{rj}\right) \leqslant M_t^{rj*} + \overline{M}_t^{rj\ell}$$

Cette contrainte concerne les fonds disponibles pour financer la production de l'ensemble des outputs produits au niveau du secteur "j". Là aussi les producteurs individuels peuvent avoir leurs fonds propres qu'ils peuvent utiliser dans la production des biens. Les besoins des secteurs en fonds, reflétés par les prix d'ordre associés à ces fonds, seront influencés par ces disponibilités locales $\overline{M}_t^{rj\ell}$; ce qui aura pour conséquence une amélioration de l'allocation des fonds à l'échelle de l'ensemble des secteurs de la région.

b.3 Contraintes propres aux secteurs

Certaines contraintes peuvent être communes à une partie ou à la totalité des biens d'un secteur donné, d'autres, au contraire, peuvent être spécifiques à chacun des biens ou services produits. Nous proposons d'exprimer ces contraintes par :

(2.6.3) $$L^{js}\left(T^j, X_t^{rj}\right) \leqslant \delta_t^{rjs} \qquad s=1,2,\ldots S^j$$

les coefficients associés aux composantes X_t^{rji} sont positifs ou nuls. Donc les contraintes spécifiques à un seul bien "i" sont celles où seul le coefficient de X_t^{rji} est non nul.

b.4 Contrainte de demande finale

Le modèle de Léontief nous permet d'écrire

$$X_t^{rj} - A^j X_t^{rj} = Y_t^{rj}$$

ou encore, si nous supposons que $\left(I-A^j\right)$ est une matrice non singulière,

$$X_t^{rj} = \left(I - A^j\right)^{-1} Y_t^{rj}$$

Donc fixer le seuil minimum $\underline{Y}_t^{rj}$ revient à fixer le niveau de production minimum $\underline{X}_t^{rj}$, nécessaire pour satisfaire cette demande finale.

Donc cette contrainte se ramène à une contrainte de borne inférieure, très rencontrée dans les problèmes de programmation mathématique, soit

$$X_t^{rj} \geqslant \underline{X}_t^{rj}$$

ou ce qui revient au même

(2.6.4) $\quad X_t^{rji} \geqslant \underline{X}_t^{rji} \qquad i=1,2,\dots I^j$

En résumé, le modèle (M.S.) s'écrit

(2.6.0) $$\operatorname*{Max}_{X_t^{rj}} B_t^{rj} = B_t^{rj}\left(T^j, X_t^{rj}\right)$$

sujet à

(2.6.1) $$W\left(T^j,\omega^j,X_t^{rj}\right) \leqslant W_t^{rj*} \qquad \left(\lambda_t^{rj}\right)$$

(2.6.2) $$M\left(T^j,X_t^{rj}\right) \leqslant M_t^{rj*} + M_t^{rj\ell} \qquad \left(\mu_t^{ij}\right)$$

(2.6.3) $$L^{js}\left(T^j X_t^{rj}\right) \leqslant \delta_t^{rjs} \;, \qquad s=1,2,\dots S^j \qquad \left(\Pi_t^{rjs}\right)$$

(2.6.4) $$X_t^{rji} \geqslant \underline{X}_t^{rji} \;, \qquad i=1,2,\dots I^j \qquad \left(\gamma_t^{rji}\right)$$

B. <u>Optimisation du modèle (M.S.)</u>

Le lagrangien associé au modèle (M.S.) s'écrit sous la forme

$$\mathcal{L}\left(X_t^r,\lambda_t^{rj},\mu_t^{rj},\Pi_t^{rj},\gamma_t^{rj}\right) = B_t^{rj}\left(T^j,X_t^{rj}\right)$$

$$+ \lambda_t^{rj}\left[W_t^{rj*} - W\left(T^j,\omega^j,X_t^{rj}\right)\right] + \mu_t^{rj}\left(M_t^{rj*} + \overline{M}_t^{rj\ell} - M\left(T^j,X_t^{rj}\right)\right)$$

$$+ \sum_{s=1}^{S^j} \Pi^{rjs}\left[\delta_t^{rjs} - L^{js}\left(T^j,X_t^{rj}\right)\right] - \sum_{i=1}^{I^j} \gamma^{rji}\left(\underline{X}_t^{rji} - X_t^{rji}\right)$$

Les conditions nécessaires

a. Les variables principales X_t^{rji}, $i=1,2,\ldots I^j$

(6 a 1) $$\mathcal{L}_{X_t^{rji}} = B_{X_t^{rji}}^{rj} - \lambda_t^{rj} W_{X_t^{rji}} - \mu_t^{rj} M_{X_t^{rji}} - \sum_{s=1}^{S^j} \Pi^{rji} L_{X_t^{rji}}^{js} + \gamma_t^{rji} \leqslant 0.$$

(6 a 2) $$\mathcal{L}_{X_t^{rji}} . X_t^{rji} = 0 \qquad i=1,2,\ldots I^j$$

b. Les variables secondaires (duales)

(6 b 1) $$\mathcal{L}_{\lambda^{rj}} = W_t^{rj*} - W\left(T^j, \omega^j, X_t^{rj}\right) \geqslant 0$$

(6 b 2) $$\lambda_t^{rj} . \mathcal{L}_{\lambda_t^{rj}} = 0$$

(6 c 1) $$\mathcal{L}_{\mu_t^{rj}} = M_t^{rj*} + \overline{M}_t^{rj\ell} - M\left(T^j, X_t^{rj}\right) \geqslant 0$$

(6 c 2) $$\mu_t^{rj} . \mathcal{L}_{\mu_t^{rj}} = 0$$

(6 d 1) $$\mathcal{L}_{\Pi_t^{rjs}} = \delta_t^{rjs} - L^{js}\left(T^j, X_t^{rj}\right) \geqslant 0 \quad s=1,2,\ldots S^j$$

(6 d 2) $$\Pi_t^{rjs} . \mathcal{L}_{\Pi_t^{rjs}} = 0$$

(6 e 1) $$\mathcal{L}_{\gamma_t^{rji}} = -\left(\underline{X}_t^{rji} - X_t^{rji}\right) \geqslant 0 \qquad i=1,2,\ldots I^j$$

(6 e 2) $$\gamma_t^{rji} . \mathcal{L}_{\gamma_t^{rji}} = 0 .$$

C. Les règles de décisions optimales

Ces règles concernent les variables principales X_t^{rji}, $i=1,2,\ldots I^j$; elles découlent des conditions (6 a 1) et (6 a 2) qui peuvent s'écrire :

$$X_t^{rji} > 0 \Longrightarrow B^{rj}_{X_t^{rji}} = \lambda_t^{rj} W_{X_t^{rji}} + \mu_t^{rj} M_{X_t^{rji}} + \sum_{s=1}^{S^j} \Pi_t^{rjs} \, L^{js}_{X_t^{rji}} - \gamma_t^{rji}$$

et

$$B^{rj}_{X_t^{rji}} < \lambda_t^{rj} W_{X_t^{rji}} + \mu_t^{rj} M_{X_t^{rji}} + \sum_{s=1}^{S^j} \Pi_t^{rjs} \, L^{js}_{X_t^{rji}} - \gamma_t^{rji} \Longrightarrow X_t^{rji} = 0$$

L'interprétation économique de ces relations peut se faire comme suit :

$B^{rj}_{X_t^{rji}}$: est le gain marginal associé à la production d'une unité supplémentaire du bien "i" du secteur "j" de la région "r", à l'optimum, en t.

$\lambda_t^{rj} W_{X_t^{rji}}$: est le coût d'opportunité de l'eau consommée pour permettre la production de cette unité du bien X_t^{rji}. L'évaluation est faite au prix d'ordre, λ_t^{rj}, associé aux disponibilités d'eau au niveau du secteur "j" de la région r.

$\mu_t^{rj} M_{X_t^{rji}}$: est le coût d'opportunité des fonds financiers utilisés pour produire une unité supplémentaire de X_t^{rji}, à l'optimum. L'évaluation est faite au prix d'ordre des ressources financières λ_t^{rj}.

$\sum_{s=1}^{S^j} \Pi_t^{rjs} \; L_{X_t^{rji}}^{js}$: La somme des coûts d'opportunité associés à l'ensemble des ressources limitatives propres au secteur "j" et/ou spécifiques au bien "i". Ces ressources sont évaluées à leurs prix d'ordre respectifs.

γ_t^{rji} : le gain associé à l'effet de cette production unitaire du bien X_t^{rji}, sur la contrainte de seuil minimum sur ce même bien, $\underline{X}_t^{rji}$.

Par conséquent, les relations (6 a 1) et (6 a 2) indiquent :

La production d'un bien "i" n'est efficace que si les avantages compensent les coûts. Ces avantages et coûts peuvent être directs ou implicites.

Dans le cas contraire, si malgré la prise en considération du prix d'ordre associé à la contrainte relative au seuil minimum de production $\underline{X}_t^{rji}$, cette compensation n'est pas réalisée, on devrait s'abstenir de produire le bien en question à l'échelle du secteur "j" de la région "r", à la période t.

C. Les informations engendrées par le modèle (M.S.)

Le modèle permet d'élaborer des propositions relatives aux productions des biens et services composant le secteur. Il permet aussi de calculer les prix d'ordre évaluateurs de la rareté relative des différentes ressources utilisées par le secteur, et les coûts d'opportunités associés à la production de ces biens et services.

L'ensemble de ces informations sont transmises à l'O.R. qui les utilisera pour réajuster ses propositions aux O.S. et à l'O.C.

2.3 Schéma de fonctionnement de la structure de modèles de la procédure

Le but de ce paragraphe n'est pas la présentation des algorithmes utilisables pour résoudre chacun des modèles. La littérature sur la programmation mathématique nous offre une variété suffisamment riche pour y trouver un algorithme qui soit le mieux adapté à chaque type de formulation étudié. Notre but ici est simplement de présenter le réseau des communications qui relient les différents modèles et surtout la nature des messages transmis par chacun des niveaux de la hiérarchie, le mode et l'objectif d'utilisation de ces messages par les autres niveaux de cette hiérarchie.

Ce schéma peut se présenter ainsi :

Etape initiale : phase des propositions

1. L'O.C. reçoit les orientations et les moyens fixés par le Bureau du plan, pour l'ensemble des périodes planifiées.

1.1 Il fait des hypothèses initiales, plus ou moins arbitraires dépendamment des informations exogènes disponibles sur la rareté relative des différentes ressources.

1.2 Il fait une première résolution du modèle MLT et déduit les informations relatives à E_t^*, Q_t^*, I_t^*, W_t^*, M_t^{E*}, M_t^{Q*}, M_t^{I*}, M_t^{W*}, t=-,1,2,...T-1.

1.3 Il intègre ces informations dans les formulations des modèles de coordination centrale de développement et, d'allocation des ressources en eau.

1.4 Il résout chacun de ces deux modèles pour en déduire les quotas à allouer aux différentes régions. Cette première allocation peut être basée sur des estimations plus ou moins subjectives des besoins et/ou potentialités économiques des différentes régions. Par conséquent,

- le modèle M.C.C.D. permet de calculer E_t^{r*}, Q_t^{r*}, I_t^{r*}, M_t^{Er*}, M_t^{Qr*} et M_t^{Ir*}, r=0,1,...R et t=0,1,...T-1.

- le modèle M.C.C.A. permet de calculer W_t^{r*}, et M_t^{Wr*}, r=1,2,...R; t=0,1,...T-1.

De même, les prix d'ordre associés aux différentes ressources et/ou contraintes sont calculés : μ_t^*, λ_t^*, σ_t^* et γ_t^*.

1.5 Enfin, l'O.C. transmet à chacune des régions les informations qui la concerne.

1.6. Chaque organisme régional (O.R.) intègre ces informations aux formulations de ses modèles M.C.R.A. et M.R.D..

1.7 Il résout le modèle M.C.R.A. sur la base d'hypothèses plus ou moins subjectives relativement aux besoins et/ou performances des différents secteurs pour en déduire une allocation des ressources et/ou tâches aux différents secteurs W_t^{rj*}, $M_t^{W^{rj*}}$ et $\underline{W}_t^{rj}$, j=1,2,...J, t=1,2,...T-1.

1.8 Ces informations sont transmises aux organismes sectoriels.

1.9 Il utilise le modèle M.R.D. pour déduire la séquence de projets réalisables par la région:Y_t^{rn}, n=1, ...N^r; les capacités, les stocks d'eau qui en découlent et les prix d'ordre associés aux différentes ressources et contraintes μ_t^{Ir*}, λ_t^{r*}, β_t^{r*}.

1.10 Chaque O.S. reçoit les informations transmises par l'O.R. (1.8). Il les intègre dans le modèle (M.S.) pour en déduire les niveaux de production des différents biens et services X_t^{rji*}, les techniques efficaces à utiliser dans cette production, les coûts d'opportunité de ces productions γ_t^{rji*} et les prix d'ordre associés aux différentes ressources et/ou contraintes, μ_t^{rj}, λ_t^{rj} et Π_t^{rjs}, s=1,2,...S^j et i=1,2,...I^j.

Phase des réactions ou réponses

Cette phase diffère de la première par le sens des communications et par la nature des informations transmises :

- concernant le sens des communications, dans cette phase, les informations iront des niveaux inférieurs en remontant vers les niveaux supérieurs de la hiérarchie.

- Concernant la nature des informations, celles-ci concernent les besoins effectifs et/ou les performances des différentes régions qui sont exprimées par les prix d'ordre correspondants. Ces prix d'ordre seront intégrés dans les différentes formulations des modèles pour réajuster et/ou corriger les hypothèses subjectives faites, à l'étape initiale, par les niveaux supérieurs sur les besoins et/ou performances des niveaux inférieurs de la hiérarchie.

<u>Etape intermédiaire "e"</u>

Chaque étape utilise les informations de l'étape précédente et le même cheminement décrit pour l'étape initiale, en commençant par une phase de propositions qui sera suivie par une phase de réactions, pour engendrer des nouvelles informations ajustées. Celles-ci serviront dans l'étape suivante (e + 1).

<u>Etape finale</u>

La procédure itérative s'arrête lorsque les prix d'ordre associés aux différentes contraintes se stabilisent entre deux itérations successives à l'échelle de chaque niveau et/ou entre les différents niveaux de la hiérarchie. Cette stabilisation n'exclut, cependant, pas l'existence d'un certain écart minimum jugé acceptable et/ou irréductible entre les prix d'ordre relatifs aux différents niveaux et/ou usages des ressources. Ces écarts peuvent s'expliquer par différents facteurs; entre autres : la non mobilité des facteurs, l'indivisibilité des projets, la spécialisation de certaines ressources et/ou techniques et les coûts de transferts des ressources.

2.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour buts essentiels :

- de donner une formulation générale de l'ensemble des modèles qui composent la structure de planification de développement et d'allocation des ressources en eau,
- de déduire les règles de décisions optimales à l'échelle individuelle et globale des différents niveaux de hiérarchie,
- de donner une interprétation économique à l'ensemble des variables principales et duales des différents modèles et, aux relations pertinentes qui dérivent des conditions d'optimalité de ces modèles,
- de déduire les liens qui existent entre un modèle intertemporel de programmation classique et les modèles annuels de contrôle optimal.

Quant aux techniques et algorithmes de résolution de ces modèles, ils seront présentés aux chapitres suivants : la méthode de résolution d'un modèle de contrôle optimal sera présentée au chapitre III et la méthode de résolution dynamique sera présentée au chapitre IV. Enfin, l'application numérique sera présentée au chapitre V.

CHAPITRE III

FORMULATION LINEAIRE DES MODELES UTILISES DANS LA PROCEDURE DE PLANIFICATION

3.0 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter une version linéaire de l'ensemble des modèles mathématiques présentés au chapitre II. Cette linéarisation vise à rendre ces modèles plus opérationnels, c'est-à-dire plus applicables. En même temps, nous allons profiter de cette reprise des modèles pour présenter une procédure alternative pour résoudre le modèle de long terme. Alors que dans le chapitre II, nous avons utilisé la méthode du lagrangien pour en déduire les critères d'optimalité, ici nous allons utiliser la méthode du principe du maximum de Pontriaguine pour résoudre le modèle linéaire M.L.T.. D'ailleurs, une autre méthode de résolution, basée sur les méthodes de programmation dynamique sera exposée au chapitre IV.

3.1 Linéarisation du modèle M.L.T. et de ses tranches annuelles

3.1.1 Formulation linéaire du modèle M.L.T.

a) Linéarisation des équations d'évolution

Dans le chapitre II, ces équations sont formulées comme suit :

$$E_{t+1} = E_t - D\left(I_t, E_t\right)$$

$$Q_{t+1} = Q_t + F\left(W_t, I_t, E_t\right)$$

Ces équations peuvent être approximées par les expressions suivantes :

$$E_{t+1} = E_t + a_1 I_t - a_2 E_t$$

$$Q_{t+1} = Q_t + b_1 I_t + b_2 E_t - b_3 W_t$$

où

$a_1 = -\dfrac{\partial D}{\partial I_t} \geqslant 0$: est l'accroissement moyen des capacités de mobilisation par unité d'investissement.

$-a_2 = -\dfrac{\partial D}{\partial E_t} \leqslant 0$: est le taux moyen annuel de dépréciation des capacités.

$b_1 = \dfrac{\partial F}{\partial I_t} \geqslant$: est l'accroissement moyen des stocks d'eau attendu d'un investissement unitaire.

$b_2 = \dfrac{\partial F}{\partial E_t}$: est l'accroissement moyen des stocks d'eau par unité de capacités nette du taux de dépréciation des capacités.

$-b_3 = -\dfrac{\partial F}{\partial W_t} \leqslant 0$: est la diminution moyenne des stocks d'eau nécessaire pour satisfaire un volume des demandes finales utilisateur d'une unité d'eau.

En notation matricielle :

Si on pose

$$A \equiv \begin{pmatrix} -a_2 & 0 \\ b_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B \equiv \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ b_1 & -b_3 \end{pmatrix}, \quad x_t \equiv \begin{pmatrix} E_t \\ Q_t \end{pmatrix} \text{ et } u_t \equiv \begin{pmatrix} I_t \\ W_t \end{pmatrix}$$

les équations de mouvement deviennent :

(3.1.1) $$x_{t+1} = x_t + Ax_t + Bu_t$$

ou encore

$$\Delta x_t = x_{t+1} - x_t = Ax_t + Bu_t$$

qui est la forme classique des équations d'évolution en temps discret.

b) Linéarisation des expressions des contraintes

Seule la contrainte financière est concernée par cette opération. Les autres contraintes sont initialement linéaires.

L'expression de la contrainte financière étant :

$$M\left(E_t, Q_t, I_t, W_t\right) \leqslant M_t$$

nous pouvons l'approximer par la relation

$$M_E E_t + M_Q Q_t + M_I I_t + M_W W_t \leqslant M_t$$

où

$M_E = M_{E_t} = \frac{\partial M}{\partial E_t}$: est le coût moyen annuel d'entretien des capacités de mobilisation d'eau

$M_Q = M_{Q_t} = \frac{\partial M}{\partial Q_t}$: est le coût moyen de traitement et de conditionnement des stocks d'eau

$M_I = M_{I_t} = \frac{\partial M}{\partial I_t}$ est le coût moyen d'investissement

$M_W = M_{W_t} = \frac{\partial M}{\partial W_t}$ est le coût moyen associé à l'utilisation de l'eau par les secteurs économiques pour satisfaire les demandes finales.

Ces contraintes se présentent alors comme suit :

$$\rho E_t - Q_t \geqslant 0 \qquad (\sigma_t)$$

$$Q_t - \eta W_t \geqslant 0 \qquad (\lambda_t)$$

$$W_t \geqslant \underline{W}_t \qquad (\gamma_t)$$

$$-M_E E_t - M_Q Q_t - M_I I_t - M_W W_t \geqslant -M_t \qquad (\mu_t)$$

ou, si nous posons :

$$G \equiv \begin{pmatrix} \rho & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -M_E & -M_Q \end{pmatrix} \qquad Z \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\eta \\ 0 & 1 \\ -M_I & -M_W \end{pmatrix} \qquad d_t \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_t \\ -M_t \end{pmatrix}$$

Ces contraintes se présentent sous la forme :

$$Gx_t + Zu_t \geqslant d_t \tag{3.1.2}$$

c) <u>Approximation quadratique de la fonction objectif</u>

L'objectif du planificateur des ressources en eau pourrait être de maintenir les niveaux des variables d'état E_t et Q_t aussi proches que possible des niveaux respectifs $\underline{E}_t$ et $\underline{Q}_t$ désirés par référence aux objectifs de développement de l'économie nationale sur les différentes périodes planifiées. Or l'action sur ces variables se fait par l'intermédiaire des variables I_t et W_t dont il faudrait minimiser le coût d'utilisation. La fonction de performance peut avoir la forme générale suivante :

$$V = \frac{1}{2}\left[\sum_{t=0}^{T}\left[C_E\left(\underline{E}_t - E_t\right)^2 + C_Q\left(\underline{Q}_t - Q_t\right)^2\right] + \sum_{t=0}^{T-1}\left(C_I I_t^2 + C_W W_t^2\right)\right]$$

où

C_E et C_Q : sont les coûts associés aux écarts entre les niveaux réalisés et ceux désirés des variables d'état E_t et Q_t respectivement, $C_Q > 0$ et $C_Q > 0$.

C_I et C_W : sont les coûts d'action sur le système par l'intermédiaire des variables I_t et W_t respectivement, $C_I > 0$ et $C_W > 0$.

En notation matricielle, si l'on pose

$$\Omega = \begin{pmatrix} C_E & 0 \\ 0 & C_Q \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} C_I & 0 \\ 0 & C_W \end{pmatrix}$$

La fonction V devient :

$$V = \frac{1}{2}\left[\sum_{t=0}^{T}\left(\underline{x}_t - x_t\right)'\,\Omega\left(\underline{x}_t - x_t\right) + \sum_{t=0}^{T-1} u_t' R u_x\right] \tag{3.1.0}$$

Cette expression peut être simplifiée si l'on tient compte des faits suivants :

- Q_t est très lié à E_t.

- E_t est le résultat des actions passées I_τ et W_τ , $\tau=0,1,...t-1$. E_t résume donc toute l'histoire passée des variables E_τ, I_τ et W_τ , $\tau=0,1,...t-1$. Cette remarque est valable aussi pour E_T de la période horizon du plan. Ainsi la fonction V peut se ramener à l'expression :

$$V = \frac{1}{2}\, C_E^2\left(\underline{E}_T - E_T\right)^2 \quad .$$

Cette expression est souvent utilisée dans les modèles de contrôle optimal.

Cependant dans notre modèle nous attachons une importance particulière tout aussi bien aux trajectoires qu'aux valeurs terminales des variables d'états E_t et Q_t. Aussi la formulation générale nous semble être plus appropriée pour notre cas.

Présentation du modèle linéaire M.L.T.

En résumé, le modèle linéaire se présente sous la forme suivante :

(3.1.0) $$\underset{u}{\text{Min}}\ V(x,u) = \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\left(\underline{x}_t - x_t\right)'\,\Omega\left(\underline{x}_t - x_t\right) + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1} u_t' R u_t$$

sujet à

(3.1.1) $$x_{t+1} - x_t = Ax_t + Bu_t \qquad \left(\Psi_{t+1}\right)$$

(3.1.2) $$Gx_t + Zu_t \geq d_t \qquad \left(\Gamma_t\right)$$

(3.1.3) $$x_o = \overline{x}_o$$

$$u_t \geq 0$$

avec

$$\Phi_{t+1} = \begin{pmatrix}\Psi_{t+1} \\ \varphi_{t+1}\end{pmatrix} \qquad \text{et } \Gamma_t = \begin{pmatrix}\sigma_t \\ \lambda_t \\ \gamma_t \\ \mu_t\end{pmatrix}$$

3.1.2 Optimisation des tranches annuelles : méthode du principe du Maximum

Comme nous l'avons dit au niveau de l'introduction, cette résolution utilisera le principe de maximum de Pontriaguine pour déduire les commandes optimales à appliquer au système. Aussi l'hamiltonien généralisé s'écrit sous la forme :

$$H_t = \frac{1}{2}\left[\left(\underline{x}_t - x_t\right)' \Omega \left(\underline{x}_t - x_t\right) + u_t' R u_t\right] + \Phi_{t+1}'\left(Ax_t + Bu_t\right)$$

$$+ \Gamma_t'\left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) \quad \text{avec } H_T = \left(\underline{x}_T - x_T\right)' \Omega \left(\underline{x}_T - x_T\right)$$

a) Conditions d'optimalité de H_t

De l'énoncé du principe du minimum, présenté au 2.1.1.C du chapitre II, nous pouvons déduire les conditions nécessaires d'optimalité de H_t :

(3.1.3) $$\Phi_t = \Phi_{t+1} - H_{x_t} = (I + A')\Phi_{t+1} + \Omega x_t - G'\Gamma_t - \Omega \underline{x}_t$$

avec

(3.1.3a) $$\Phi_T = - \Omega\left(\underline{x}_T - x_T\right)$$

(3.1.4) $$x_{t+1} = x_t + H_{\Phi_{t+1}} = (I + A)x_t + Bu_t$$

(3.1.5a) $$H_{u_t} = Ru_t + B'\Phi_{t+1} - Z'\Gamma_t \geq 0, \quad R \text{ est symétrique}$$

(3.1.5b) $$H_{u_t}' \cdot u_t = \left(u_t' R + \Phi_{t+1}' B - \Gamma_t' z\right) u_t = 0$$

(3.1.6a) $\quad H_{\Gamma_t} = \left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) \leqslant 0$

(3.1.6b) $\quad \Gamma_t' H_{\Gamma_t} = \Gamma_t'\left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) = 0$

Les relations (3.1.5a) et (3.1.5b) nous disent que toute commande $u_t^* > 0$ implique

$$Ru_t^* + B'\Phi_{t+1} - Z'\Gamma_t = 0 \quad .$$

ce qui nous permet de calculer les valeurs optimales de ces commandes effectives. En effet, les hypothèses $C_I > 0$ et $C_W > 0$ nous assurent que la matrice symétrique R est non singulière. Donc $\bar{R}^1$ existe et par conséquent

(3.1.7) $$u_t^* = - \bar{R}^1 \; B'\Phi_{t+1} + \bar{R}^1 \; Z'\Gamma_t$$

Nous pouvons alors constater que les valeurs optimales de u_t^* dépendent des contraintes du modèle et doivent donc être ajustées en conséquence. En effet, $\Gamma_t > 0$ implique que la contrainte correspondante est saturée et par conséquent la valeur de u_t^* est diminuée d'une valeur de $\left(R^{-1}Z'\Gamma_t\right)$ pour tenir compte de cette situation limitative.

b) <u>Calcul de Φ_t</u>

En remplaçant u_t^* par son expression dans la relation (3.1.4) nous obtenons, avec la relation (3.1.3), le système d'équations aux différences finies non homogène du premier ordre suivant :

$$\begin{cases} \Phi_t = (I+A')\Phi_{t+1} + \Omega x_t - G'\Gamma_t - \Omega \underline{x}_t & (3.1.3)' \\ x_{t+1} = -BR^{-1}B'\Phi_{t+1} + (1+A)x_t + BR^{-1}Z'\Gamma_t & (3.1.4)' \end{cases}$$

Notre modèle étant linéaire et Φ_t est le vecteur des variables auxiliaires associées aux niveaux des variables d'état x_t, nous pouvons alors choisir Φ_t sous la forme d'une expression linéaire de x_t. Aussi nous allons poser

$$(3.1.8) \qquad \Phi_t = k_t x_t + s_t$$

Il nous faut alors déterminer les expressions de k_t et s_t qui sont admissibles pour exprimer la relation (3.1.8).

Remplaçons alors Φ_t et Φ_{t+1} par leurs expressions respectives dans les équations (3.1.3)' et (3.1.4)' :

$$\begin{cases} k_t x_t + s_t = (I+A')\left[k_{t+1}x_{t+1} + s_{t+1}\right] + \Omega x_t - G'\Gamma_t - \Omega \underline{x}_t & (3.1.3)'' \\ x_{t+1} = -BR^{-1}B'\left[k_{t+1}x_{t+1} + s_{t+1}\right] + (I+A)x_t + BR^{-1}Z'\Gamma_t & (3.1.4)'' \end{cases}$$

Nous pouvons alors utiliser l'équation (3.1.4)" pour calculer x_{t+1} :

$$(3.1.9) \qquad x_{t+1} = \left[I + BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}\left[-BR^{-1}B's_{t+1} + (I+A)x_t + BR^{-1}Z'\Gamma_t\right]$$

En remplaçant x_{t+1} par son expression donnée par (3.1.9) dans l'équation (3.1.3)", et en groupant les termes en x_t nous arrivons à :

$$(3.1.3)''' \quad \left[k_t - \Omega - (I+A')k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}(I+A)\right]x_t =$$
$$- s_t - \left[(I+A')k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}BR^{-1}B' - (I+A')\right]s_{t+1}$$
$$+ \left[(I+A')k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}BR^{-1}Z' - G'\right]\Gamma_t - \Omega\underline{x}_t$$

Pour que l'expression proposée de Φ_t soit effectivement linéaire, il faut que l'égalité (3.1.3)''' soit vérifiée pour toute valeur de x_t. Il suffit alors, pour celà, que les coefficients k_t et s_t de l'expression de Φ_t soient obtenus à partir des relations de récurrence suivante :

$$(3.1.10) \qquad k_t = \Omega + (I+A')k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}(I+A)$$

$$(3.1.11) \qquad s_t = (I+A')\left[I - k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}BR^{-1}B'\right]s_{t+1}$$
$$-\left[G' - (I+A')k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1}BR^{-1}Z'\right]\Gamma_t - \Omega\underline{x}_t$$

Or nous savons que, si C et D sont deux matrices non singulières aux dimensions adéquates, on a :

$$\left(C^{-1} + D\right)^{-1} = \frac{I}{C^{-1}+D} = \frac{I}{I/C+D} = \frac{I}{(I+CD)/C} = C(I+CD)^{-1}$$

Ceci nous permet de simplifier les expressions des relations (1.10) et (1.11) en remplaçant :

$$k_{t+1}\left[I+BR^{-1}B'k_{t+1}\right]^{-1} \text{ par } \left[k_{t+1}^{-1}+BR^{-1}B'\right]^{-1}.$$

Soit,

$$(3.1.10)'a \qquad k_t = \Omega_t + (I+A')\left[k_{t+1}^{-1}+BR^{-1}B'\right]^{-1}(I+A)$$

$$(3.1.11)'b \qquad s_t = (I+A')\left[I - \left[k_{t+1}^{-1}+BR^{-1}B'\right]^{-1}BR^{-1}B'\right]s_{t+1} - \left[G' - (I+A')\left[k_{t+1}^{-1}+BR^{-1}B'\right]^{-1}BR^{-1}Z'\right]\Gamma_t - \Omega\underline{x}_t$$

Pour que ces relations soient complètement définies, il faut fixer leurs valeurs initiales, c'est-à-dire, compte tenu de la nature des expressions, les valeurs à la période horizon du plan, T.

Nous savons que Φ_T est donnée par (3.1.3a),

$$\Phi_T = -H_{x_T} = -\Omega\left(\underline{x}_T - x_T^*\right) = \Omega . x_T^* - \Omega\underline{x}_T$$

D'autre part, compte tenu de l'expression adoptée, on a :

$$\Phi_T = k_T x_T^* + s_T$$

avec l'égalité des deux expressions de Φ_T, on obtient :

$$\left(\Omega - k_T\right)x_T^* - \left(\Omega\underline{x}_T + s_T\right) = 0$$

Cette relation doit être vérifiée pour toute valeur de x_T^*. En particulier pour $x_T^* = 0$, ce qui nous donne $s_T = -\Omega\underline{x}_T$ (3.1.11)'b et par conséquent $k_T = \Omega$(3.1.10)'b.

b) Calcul des commandes et des trajectoires, optimales

i) Expression des commandes optimales

Nous allons partir de la relation

$$u_t^* = - R^{-1}B'\Phi_{t+1} + R^{-1}Z'\Gamma_t \quad , \tag{3.1.7}$$

et utiliser la relation (1.3) pour en déduire

$$\Phi_{t+1} = (I+A')^{-1}\left[\Phi_t - \Omega x_t + G'\Gamma_t + \Omega\underline{x}_t\right] .$$

Or, nous savons d'après (3.1.8), que

$$\Phi_t = k_t x_t + s_t$$

et par suite

$$\Phi_{t+1} = (I+A')^{-1}\left(k_t - \Omega\right)x_t + (I+A')^{-1}\left[s_t + G'\Gamma_t + \Omega\underline{x}_t\right]$$

L'expression de u_t^* peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$u_t^* = - R^{-1}B'(I+A')^{-1}\left(k_t + \Omega\right)x_t - R^{-1}B'(I+A')^{-1}\left[s_t + G'\;{}_t + \Omega\underline{x}_t\right]$$
$$+ R^{-1}Z'\Gamma_t$$

ou encore, en remplaçant k_t et s_t par leurs expressions données par (3.1.10)' et (3.1.11)' respectivement, en groupant les termes en x_t et, après les simplifications qui apparaissent :

$$u_t^* = \left[-R^{-1}B'\left(k_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right)^{-1}(I+A)\right]x_t^* + \left[-R^{-1}B'\left[I - \left(k_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right)^{-1}BR^{-1}B'\right]s_{t+1} - \left(k_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right)^{-1}BR^{-1}Z'\Gamma_t\right]$$

$$(3.1.12) \qquad \triangleq L_t x_t^* + n_t$$

u_t^* est donc une expression linéaire de x_t^*.

ii) <u>Calcul des trajectoires optimales : x_t^*</u>

Pour calculer les trajectoires x_t^*, il suffit de remplacer u_t^* par son expression (3.1.12) dans l'équation de mouvement donnée par la relation (3.1.4). On obtient ainsi

$$x_{t+1}^* = (I+A)x_t^* + B\left(L_t x_t^* + n_t\right)$$

ou en remplaçant L_t et n_t par leurs expressions respectives :

$$x_{t+1}^* = \left[I - BR^{-1}B\left(K_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right)^{-1}\right](I+A)x_t^*$$

$$+ \left[BR^{-1}B'\left(K_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right)^{-1}BR^{-1}\left(B's_{t+1} + X'\Gamma_t\right) - BR^{-1}B's_{t+1}\right]$$

$$\text{(3.1.13)} \qquad \triangleq P_t x_t^* + v_t \ .$$

avec la condition initiale $x_o = \overline{x}_o$.

iii) Calcul des commandes optimales

Enfin, connaissant les valeurs optimales x_t^*, $t=0,1,\ldots T-1$, il suffit de les remplacer dans l'expression (3.1.12)

$$u_t^* = L_t x_t^* + n_t$$

pour obtenir les valeurs optimales des commandes à appliquer au système.

3.1.3 Algorithme de résolution du modèle MLT

a) En partant des données relatives aux matrices A, B, G, Z, R et et aux vecteurs $\underline{x}_t$ et Γ_t (celui-ci est calculé au niveau des modèles de coordination centrale que nous présenterons par la suite), nous utilisons les relations (3.1.10)'a et (3.1.11)'a avec les conditions initiales (3.1.10)'b et (3.1.11)'b pour calculer respectivement k_t et s_t, $t=T-1,\ldots 1,0$.

b) Connaissant les valeurs de k_t et s_t, nous utilisons la relation (3.1.13) pour calculer les valeurs optimales x_t^*, t=0,1,...T avec les conditions initiales $x_o = \bar{x}_o$.

c) Enfin, connaissant les x_t^*, nous utilisons la relation (3.1.12) pour calculer les valeurs optimales u_t^*, t=0,1,...T-1, l'objectif ultime du modèle M.L.T..

3.1.4 Quelques conclusions et remarques

1. La formulation linéaire du modèle nous permet de confirmer que les x_t résument bien toute l'histoire passée du système. En effet, l'équation de mouvement

$$x_{t+1} = (I+A)x_t + Bu_t$$

peut s'écrire sous la forme équivalente, en remplaçant les x_t par leurs expressions itératives :

$$x_{t+1} = (I+A)^{t+1} x_o + \sum_{\tau=0}^{t} (I+A)^{\tau} Bu_{t-\tau}$$

Donc, x_{t+1} dépend de l'état initial x_o des variables x_t, des dépréciations subies par x_o depuis la période initiale, $(I+A)^{t+1}$, des effets des commandes appliquées au système depuis la période initiale et enfin des dépréciations subies par ces effets depuis la période de l'apparition de chacun d'eux.

2. Les relations itératives (3.1.10)'a, définissant l'évolution de k_t, correspondent aux équations de Riccati dans le cas de modèles de contrôle optimal en temps continu.

3. La prise en considération, de manière explicite, des contraintes nous donne la manière d'ajustements conséquents des trajectoires et des commandes optimales. Par ailleurs pour passer aux résultats qu'aurait donné un modèle, formulé sans contraintes, il suffit de poser $\Gamma_t = 0$ dans les expressions itératives (3.1.10)'a, (3.1.11)'a, (3.1.12) et (3.1.13).

3.2. Linéarisation des modèles de décentralisation

3.2.1 Au niveau national

3.2.1.1 Linéarisation du modèle M.C.C.D.

a) La fonction objectif

Au chapitre III cette fonction a la forme suivante :

$$\underset{I_t}{\mathrm{Min}}\ C_t\left(\Delta Q_t, \lambda^*_{\theta t}\right) = C_t\left[g\left(E^*_t, I_t\right), \lambda^*_{\theta t}\right]$$

C'est donc une fonction de coût de production de l'eau qui s'exprime en fonction des capacités E_t, des investissements I_t et des prix d'ordre marginaux $\lambda_{\theta t}$, reflétant les performances régionales à développer de nouvelles sources d'eau. Or toutes les variables autres que

I_t sont connues. Donc, au plus elles interviendront dans la formation du coefficient de la fonction objectif qui sera linéaire par rapport à I_t.

Soient :

C_E^r : le coût moyen d'entretien des capacités au niveau de la région r,

C_Q^r : le coût d'opération des stocks (traitement, conditionnement, etc.) à la région r.

Le coût total d'entretien des capacités et d'opération des stocks résultant d'un investissement I_t^r peut s'écrire sous la forme approximative suivante :

$$CT_{E_{\theta t}}\left(I_t^r\right) = \sum_{\tau=j}^{T} \sum_{j=k}^{t_{ES}\left(I_t^r\right)} \frac{dE_j^r}{dI_t^r} \left(1 - a_2^r\right)^{\tau-j-1} \left[C_E^r + C_Q/\rho^r\right] I_t^r$$

où

$t_{ES}\left[I_t^r\right]$: est la date d'entrée en service des capacités résultantes de l'investissement I_t^r,

a_2^r : le taux de dépréciation des capacités régionales,

ρ^r : est le taux d'occupation effective des capacités de stockage d'eau de la région r.

Nous pouvons ainsi déduire le coût moyen d'entretien et d'opération par unité d'investissement réalisé à la région r :

$$CM^r_{E_{\theta t}} = \frac{CT^r_{E_{\theta t}}}{I^r_t} = \sum_{\tau=j}^{T} \sum_{j=t}^{t_{ES}\left(I^r_t\right)} \frac{dE_j}{dI^r_t} \left(1 - a^r_2\right)^{\tau-j-1} \left[C^r_E + C^r_\theta/\rho^r\right]$$

Le coefficient de la fonction objectif s'écrira alors sous la forme

$$C^r_{I_t} = CM^e_{E_{\theta t}} + \lambda^r_{\theta t}$$

L'utilisation du $CM^r_{E_{\theta t}}$ permettra de favoriser les régions qui présentent une meilleure performance relativement aux coûts d'entretien et d'opération futurs, même si leurs performances au niveau du coût de production de l'eau est relativement moins bonne.

Enfin, la fonction objectif s'écrira sous la forme :

$$C\left(I_t\right) = \sum_{r=0}^{R} \left(CM^r_{E_{\theta t}} + \lambda^{r*}_{\theta t}\right) I^r_t \qquad (3.2.0)$$

b) <u>Linéarisation des contraintes</u>

b.1 <u>L'investissement global</u>

$$\sum_{r=0}^{R} I^r_t \geqslant I^*_t \qquad (3.2.1)$$

C'est la même expression qui est utilisée au chapitre I.

b.2 <u>L'accroissement des capacités</u>

$$\sum_{r=0}^{R} - D^r\left(E_t^r, I_t^r\right) \geqslant E_{t+1}^* - E_t^*$$

Or, cette relation provient des équations d'évolution

$$E_{t+1} - E_t = - D\left(E_t, I_t\right)$$

que nous avons approximé par l'expression

$$E_{t+1} - E_t = a_1 I_t - a_2 E_t$$

En posant :

$$a_1 = \left[a_1^o, \ldots, a_1^r, \ldots, a_1^R\right]$$

$$a_2 = \left[a_2^o, \ldots, a_2^r, \ldots, a_3^R\right]$$

$$I_t' = \left[I_t^o, \ldots, I_t^r, \ldots, I_t^R\right] \quad \text{et} \quad E_t' = \left[E_t^o, \ldots, E_t^r, \ldots, E_t^R\right].$$

Notre contrainte peut se ramener à l'expression approximative suivante :

$$\sum_{r=0}^{R} \left[a_1^r \; I_t^r - a_2^r \; E_t^r\right] \geqslant E_{t+1}^* - E_t^*$$

et compte tenu du fait qu'au début de la période t, les E_t^r sont déjà connus alors

$$\sum_{r=0}^{R} a_2^r \; E_t^r = a_2 E_t^*$$

et par conséquent, nous arrivons à :

(3.2.2) $$\sum_{r=0}^{R} a_1^r \; I_t^r \geqslant E_{t+1}^* - \left(1 - a_2\right) E_t^*$$

qui devient ainsi une contrainte sur l'accroissement des capacités, n et des dépréciations subies par celles-ci sur la période t. Ce qui est plus logique qu'une contrainte sur l'accroissement brut des capacités.

b.3 La contrainte financière

Au chapitre II, cette contrainte s'exprime sous la forme suivante :

$$M\left(I_t, \mu_{dt}^{I^*}\right) < M_t^{I*}$$

où μ_t^{I*} est le vecteur des prix d'ordre, $\mu_{dt}^{I_r}$, des ressources financières calculé au niveau des régions. Dans notre formulation, ils nous permettront de tenir compte des besoins financiers effectifs de ces régions. En effet, les μ_t^r sont des fonctions croissantes des besoins de financement. Ces prix d'ordre seront utilisés ici, pour permettre des transferts interrégionaux en fonction des besoins réels. Ainsi, compte tenu du fait que I_t et M_t sont exprimés dans la même unité, au lieu d'utiliser la relation :

$$(3.2.3) \qquad \sum_{r=0}^{R} I_t^r \leqslant M_T^{I*}$$

nous proposons la formulation alternative suivante :

$$(3.2.3)' \qquad \sum_{r=0}^{R} \left(1 + \frac{\mu_{dt}^{I_r^*} - \bar{\mu}_{dt}^{I^*}}{R\,\sigma_{\mu_{dt}^{I*}}} \right) I_t^r \leqslant M_t^{I*}$$

où $\bar{\mu}_{dt}^{I}$ et $\sigma_{\mu_{dt}^{I}}$ sont respectivement la moyenne et l'écart type des prix d'ordre de l'ensemble des régions.

Le montant moyen alloué à la région r, par unité d'investissement de cette région, sera supérieur, égal ou inférieur à 1 selon que $\mu_{dt}^{I_r}$, qui exprime le besoin de r en ressources financières, est supérieur, égal, ou inférieur à la moyenne nationale $\bar{\mu}_{dt}^{I}$. La division par $R\sigma_{\mu_{dt}^{I}}$ a pour but essentiel de réduire l'amplitude des oscillations éventuelles dans la procédure itérative de recherche de l'allocation efficace.

L'avantage de cette procédure de réajustement est qu'elle permet de tenir compte des possibilités de financement locales des régions reflétées implicitement par les $\mu_{dt}^{I_r}$. De même, nous avons :

$$\sum_{r=0}^{R} \left(1 + \frac{\mu_{dt}^{I*} - \bar{\mu}_{dt}^{I*}}{R\,\sigma_{\mu_{dt}^{I*}}} \right) = 1$$

qui est donc conforme à l'esprit de la contrainte de base (3.2.3).

Quant à l'allocation des fonds destinés à l'entretien et à l'opération, nous proposons les formules de calcul suivantes :

$$M_t^{E_r} = \frac{M_E^r . E_t^R}{\sum\limits_{=0}^{R} M_E^{\ell} \, E_t^{\ell}} \quad M_t^{E*} \left(1 - \frac{\mu_{dt}^{I*} - \bar{\mu}dt}{R\sigma_{\mu_{dt}}} \right) \tag{3.2.a1}$$

$$M_t^{Q_r} = \frac{M_Q^r \, Q_t^r}{\sum\limits_{\ell=0}^{R} M_Q^{\ell} \, Q_t^{\ell}} \quad M_t^{Q*} \left(1 - \frac{\mu_{dt}^{I*} - \bar{\mu}_{dt}^{I}}{R\sigma_{\mu_{dt}}} \right) \tag{3.2.a2}$$

Cette allocation tient compte de la charge relative des dépenses de la région et des besoins relatifs des fonds au niveau des régions. Ces besoins sont exprimés par les prix d'ordre μ_{dt}^{I*}, qui sont les seuls calculables à partir du modèle. Etant donné la mobilité des fonds pour servir dans différentes opérations, le besoin de fonds doit être le même, à l'optimum, pour l'ensemble des opérations.

b.4 <u>L'équilibre interrégional</u>

Cette contrainte garde sa formulation initiale, soit

$$I_t^r \geqslant \underline{I}_t^r \qquad r=1,2,\ldots R \tag{3.2.4}$$

En notation matricielle

Si nous posons

$$C_{I_t} = \left[\left(CM^{o}_{E_{\theta t}} + \lambda^{o}_{\theta t}\right), \ldots, \left(CM^{r}_{E_{\theta t}} + \lambda^{r}_{\theta t}\right), \ldots, \left(CM^{R}_{E_{\theta t}} + \lambda^{R}_{\theta t}\right)\right]$$

$$A \quad \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ a^{o}_{1} & \cdots & a^{r}_{1} & \cdots & a^{R}_{1} \\ -M^{o}_{I_t} & \cdots & -M^{r}_{I_t} & \cdots & -M^{R}_{I_t} \\ 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$b_t = \begin{bmatrix} I^{*}_{t} \\ E^{*}_{t+1} - \left(1 - a_2\right) E^{*}_{t} \\ -M^{I*}_{t} \\ \underline{I}^{o}_{t} \\ \vdots \\ \underline{I}^{r}_{t} \\ \vdots \\ \underline{I}^{R}_{t} \end{bmatrix} \quad ; \quad I_t = \begin{bmatrix} I^{o}_{t} \\ \vdots \\ I^{r}_{t} \\ \vdots \\ I^{R}_{t} \end{bmatrix}$$

où

$$M^r_{I_t} = \left(1 + \frac{\mu^{I_r}_{dt} - \overline{\mu}^{I}_{dt}}{R\sigma^{I}_{\mu_{dt}}}\right)$$

nous arrivons alors à la formulation classique d'un modèle linéaire

$$\begin{cases} \text{Min } C_t\left(I_t\right) = C_{I_t} . I_t \\ \text{sujet à} \\ \qquad A_t I_t \geqslant b_t \end{cases}$$

avec les relations annexes (3.2.a1) et (3.2.a2).

La résolution de ce modèle ne pose pas de problèmes particuliers. Il existe des algorithmes pour résoudre les programmes linéaires paramétriques.

3.2.1.2 Linéarisation du modèle M.C.C.A.

a) La fonction objectif

L'expression, $B_t = B\left(W_t, \lambda_{dt}\right)$, peut être approximée par la forme linéaire

$$\text{Max } B\left(W_t\right) = \sum_{r=1}^{R} \lambda^{r*}_{dt} \, W^r_t$$

où λ^{r*}_{dt} est le prix d'ordre, ou plus exactement : rendement marginal, de l'eau au niveau de la région r. Les régions ayant un meilleur rendement seront relativement favorisées.

b) Les contraintes

b.1 Les disponibilités globales d'eau

$$\sum_{r=1}^{R} W_t^r \leqslant W_t^*$$

qui est la même expression que celle utilisée au chapitre II.

b.2 La contrainte financière

Nous utilisons la même procédure que celle utilisée au modèle M.C.C.D.. Donc, nous proposons l'expression suivante :

$$\sum_{r=1}^{R} M_t^W \left(1 + \frac{\mu_{dt}^{W_r^*} - \bar{\mu}_{dt}^W}{R\sigma_{\mu_{dt}^W}} \right) W_t^r \leqslant M_t^{W*}$$

où

M_t^W : est la dépense moyenne par unité d'eau soit $\dfrac{M_t^{W*}}{W_t^*}$,

$\mu_{dt}^{W_r}$, $\bar{\mu}_{dt}^W$ et $\sigma_{\mu_{dt}^W}$:

sont le prix d'ordre associé aux disponibilités financières au niveau de r, la moyenne et l'écart type de ces prix d'ordre pour l'ensemble des régions.

b.3 <u>Le seuil minimum de demandes finales</u>

$$W_t^r \geqslant \underline{W}_t^r$$

avec, éventuellement la formule suivante, pour fixer et/ou ajuster ces seuils $\underline{W}_t^r$;

$$\underline{W}_t^r = \frac{1}{R} W_t^* \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^r - \bar{\gamma}_{\theta t}}{R\sigma_{\gamma_{\theta t}}} + s^r \right)$$

où $\gamma_{\theta t}^r$: est le coût marginal de production des biens et services pour répondre aux demandes finales, au niveau de la région r.

Donc les régions ayant un coût marginal plus élevé que la moyenne nationale seront relativement défavorisées. Sans oublier toutefois les politiques de soutien ou de subvention des régions en difficulté.

s^r : permet de réaliser cet objectif.

s^r : sera nul pour les régions qui doivent se débrouiller toutes seules; positif pour les régions en difficulté, voire même, négatif pour décourager certaines régions dont le développement exagéré pourrait éventuellement engendrer des problèmes sociaux ou économiques jugés inacceptables à l'échelle nationale.

<u>En notation matricielle</u>

Posons :

$$\lambda_{dt} = \left[\lambda^{1}_{dt},\dots,\lambda^{r}_{dt},\dots,\lambda^{R}_{dt}\right]$$

$$W'_t = \left[W^{r}_{t},\dots,W^{r}_{t},\dots,W^{R}_{t}\right]$$

$$C_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ M_t^{W_1} & M_t^{W_r} & M_t^{W_r} \\ -1 & & \\ & \ddots & \\ & -1 & \\ & & \ddots \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

avec $M_t^{W_r} = M_t^{W}\left(1 + \dfrac{\mu_{dt}^{W_r} - \bar{\mu}_{dt}^{W}}{R\,\sigma_{\mu_{dt}^{W}}}\right)$

enfin,

$$d_t = \begin{pmatrix} W_t^* \\ M_t^* \\ \frac{1}{R} W_t^* \left(1 - \frac{\gamma_t^1 - \bar{\gamma}_{\theta t}}{R\sigma_{\gamma_{\theta t}}} + s^1 \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{R} W_t^* \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^r - \bar{\gamma}_{\theta t}}{R\sigma_{\gamma_{\theta t}}} + s^r \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{R} W_t^* \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^R - \bar{\gamma}_{\theta t}}{R\sigma_{\gamma_{\theta t}}} + s^R \right) \end{pmatrix}$$

Nous arrivons enfin à la formulation classique d'un programme linéaire

$$\begin{cases} \text{Max } B_t = \lambda_{dt}^* W_t \\ \text{sujet à} \\ \qquad C_t W_t < d_t \end{cases}$$

La résolution se fera au moyen d'un quelconque des algorithmes de résolution de ce type de programme.

3.2.2 Au niveau régional

3.2.2.1 Linéarisation du modèle M.C.R.A.

Compte tenu de la ressemblance qui existe entre les structures des modèles de coordination centrale M.C.C.A. et régionale M.C.R.A., nous allons présenter, comme nous l'avons fait au chapitre II, directement la formulation complète du modèle. Soit en posant :

W_t^r : le vecteur de composantes W_t^{rj} : quantité d'eau allouée au vecteur "j" de la région r, en t,

λ_{dt}^{r*} : le vecteur de composantes λ_{dt}^{rj*} : prix d'ordre associé par le secteur "j" de r à la ressource d'eau en t,

$M_t^{W_{r*}}$ et $\overline{M}_t^{W_{r\ell}}$:

sont les montants de fonds respectivement alloués par l'O.C. et locaux au niveau de la région r en t,

μ_{dt}^r : vecteur de composantes μ_{dt}^{rj*} : prix d'ordre associé au fonds financier, par le secteur "j" de r, en t,

$\gamma_{\theta t}^r$: vecteur de composantes $\gamma_{\theta t}^{rj*}$: coût d'opportunité associé à la satisfaction de la demande finale par une production du secteur "j" de "r" en t,

$\underline{W}_t^{rj}$: est le seuil minimum de demande finale à satisfaire par le secteur "j" de "r" en t.

$$C_t^r = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ M_t^{W_{r1}} & \cdots & M_t^{W_{rj}} & \cdots & M_t^{W_{rJ}} \\ -1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & -1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -1 \end{pmatrix}$$

avec

$$M_t^{W_{rj}} = M_t^{W_r} \left(1 + \frac{\mu_{dt}^{W_{rj}} - \bar{\mu}_{dt}^{W_r}}{R\, \sigma_{\mu_{dt}^{W_r}}} \right)$$

$$d_t^r = \begin{pmatrix} W_t^{r*} \\ M_t^{W_{r*}} + \bar{M}_t^{W_{r\ell}} \\ \frac{1}{J} W_t^{r*} \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^{rj} - \bar{\gamma}_{\theta t}^{r}}{R\, \sigma_{\gamma_{\theta t}^{r}}} + s^1 \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{J} W_t^{r*} \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^{rj} - \bar{\gamma}_{\theta t}^{r}}{R\, \sigma_{\gamma_{\theta t}^{r}}} + s^j \right) \\ \frac{1}{J} W_t^{r*} \left(1 - \frac{\gamma_{\theta t}^{rJ'} - \bar{\gamma}_{\theta t}^{r}}{R\, \sigma_{\gamma_{\theta t}^{r}}} + s^J \right) \end{pmatrix}$$

Le modèle M.C.R.A. se présente ainsi :

$$\begin{cases} \text{Max } B_t^r = \lambda_{dt}^r \, W_t^r \\ \text{sujet à} \\ \qquad C_t^r \, W_t^r < d_t^r \end{cases}$$

3.2.2.2 Linéarisation du modèle M.R.D.

a) La fonction objectif

Au chapitre II, cette fonction a pour expression :

$$C_t = C\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right)$$

Nous proposons de l'approximer par l'expression linéaire suivante :

$$C_t^r = \sum_{n=1}^{N^r} C_t^n \, Y_t^{rn} + C_t^{or} \, Q_t^{or} + C_t^{ro} \, Q_t^{ro} \tag{3.5.0}$$

où

$C_t^n = C_{Y_t^{rn}}$: est le coût moyen associé au projet n,

$C_t^{or} = C_{Q_t^{or}}$: est le coût moyen associé au transfert de l'eau vers la région r, à partir de la région centrale "0", qui est un ensemble des régions autres que "r",

C_t^{ro} : est le coût moyen de transfert d'eau de "r" vers l'extérieur.

Comme nous l'avons souligné au chapitre précédent, les coefficients C_t^n sont ajustés pour tenir compte des projets en cours de réalisation. Nous proposons la formule d'ajustement suivante :

$$C_t^n = C_{t-1}^n - I^n . Y_{t-1}^{rn}$$

qui consiste à déduire du coût moyen l'investissement, I^n, déjà engagé dans la tranche, Y_{t-1}^{rn}, et éventuellement réalisée à la période t-1. Cette formule permet d'augmenter les chances des projets en cours, sans toutefois exclure la possibilité de les laisser tomber le cas où une alternative imprévue est capable de balancer même ces coûts ajustés.

b) Les contraintes

b.1 Les contraintes relatives aux projets

- La contrainte de non multiplicité des projets, déjà linéaire, reste inchangée. Soit

(3.5.1a) $$Y_t^{rn} \leqslant 1 - \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn}$$

- La contrainte relative aux projets mutuellement exclusifs peut se formuler comme suit :

(3.5.16) $$\sum_{i \varepsilon X_e^n} Y_t^{ri} + Y_t^{rn} \leqslant 1 \qquad n=1,2,\ldots N^r$$

- La contrainte relative aux projets complémentaires à n, est déjà linéaire. Soit :

(3.5.1c) $$Y_t^{rj} - Y_t^{rn} \geqslant 0 \qquad j \varepsilon X_c^n \qquad n=1,2,\ldots N^r$$

b.2 <u>Le seuil minimum des investissements</u>

$$I\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right) \geqslant I_t^{r*}$$

nous proposons de l'approximer par l'expression linéaire :

(3.5.2) $$\sum_{n=1}^{N^r} I^{rn}.Y_t^{rn} + I^{or} Q_t^{or} - I^{ro} Q_t^{ro} \geqslant I_t^{r*}$$

où

I^{rn} : est le montant d'investissement nécessaire pour réaliser le projet n, $n=1,2,\ldots N^r$,

I^{or} et I^{ro} : sont les montants d'investissements nécessaires pour permettre les transferts vers, ou en provenance de la région "r".

b.3 <u>Le seuil minimum des nouvelles capacités</u>

$$E\left(Y_t^r, Q_t^{or}, Q_t^{ro}\right) \geqslant e_t^{r*}$$

Nous proposons d'approximer cette relation par :

(3.5.3) $$\sum_{n=1}^{N^r} e^{rn}.Y_t^{rn} + e^{or}.Q_t^{or} - e^{ro}Q_t^{ro} \geqslant e_t^{r*}$$

où

e^{rn} : est la capacité de mobilisation d'eau par le projet n, $n=1,2,...N^r$,

e^{or} et e^{ro} : sont les capacités qui seront utilisées par les quantités transférées de, ou vers "r",

b.4 <u>Contrainte financière</u>

$$M\left(Y_t^r,\ Q_t^{or},\ Q_t^{ro}\right) \leqslant {}^{I}M_t^{R*} + {}^{I}M_t^{r\ell}$$

qui peut être approximée par :

(3.5.4) $$\sum_{n=1}^{N^r} M^{rn}\ Y_t^{rn} + M^{or}\ Q_t^{or} - M^{ro}\ Q_t^{ro} \leqslant {}^{I}M_t^{r*} + {}^{I}\overline{M}_t^{r\ell}$$

où

M_t^{rn} : est le montant de fonds mobilisés par le projet n sur la période t,

M^{or} : est la dépense associée au transfert d'eau vers la région "r". M^{or} devrait normalement couvrir le coût de production à l'échelle de la région "0" plus le coût de transport de l'eau. Soit :

$$M^{or} = \left(C_p^o + T_{or}\right)$$

M^{ro} : est le revenu résultant de la vente de l'eau à la région centrale. Ce revenu doit normalement couvrir le coût de production de l'eau au niveau de la région r. Soit :

$$M^{or} = C_p^r$$

b.5 Contrainte relative aux stocks d'eau

Cette contrainte est déjà linéaire, donc elle reste inchangée soit :

$$(3.5.5) \qquad \sum_{n=1}^{N^r} q^{rn}\, Y_t^{rn} + Q^{or} - Q^{ro} \geq W_t^{r*} - \sum_{n=1}^{N^r} q^{rn} \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn} \;; \qquad r=1,2,\ldots R$$

Pour la région centrale, les contraintes (2.5.2)' à (2.5.5)' peuvent être approximées par les expressions linéaires suivantes :

$$(3.5.2)' \qquad \sum_{n=1}^{N^o} I^{on} Y_t^{on} + \sum_{r=1}^{R} \left[I^{or} Q_t^{or} - I^{ro} Q_t^{ro}\right] \geq I_t^{o*}$$

$$(3.5.3)' \qquad \sum_{n=1}^{N^o} e^{on} Y_t^{on} + \sum_{r=1}^{R} \left[e^{or} Q_t^{or} - e^{ro} Q_t^{ro} \right] \geqslant e_t^{o*}$$

$$(3.5.4)' \qquad \sum_{n=1}^{N^o} M^{on} Y_t^{on} + \sum_{r=1}^{R} \left[M^{ro} Q_t^{ro} - M^{or} Q_t^{or} \right] \leqslant M_t^{I_o *}$$

$$(3.5.5)' \qquad \sum_{n=1}^{N^o} q^{on} Y_t^{on} + \sum_{r=1}^{R} \left(Q_t^{ro} - Q_t^{or} \right) \geqslant - \sum_{n=1}^{N^o} q^{on} \sum_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{on}$$

<u>En notation matricielle</u>

Si nous posons

$$A_t^r = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ 1 & & 1 & 1 & & \\ & 1 & -1 & & & \\ & & \vdots & & & \\ & & -1 & 1 & & \\ I^{r1} & & I^{rn} & & I^{rN^r} & -I^{or} & I^{ro} \\ e^{r1} & & e^{rn} & & e^{rN^r} & -e^{or} & e^{ro} \\ M^{r1} & & M^{rn} & & M^{rN^r} & M^{or} & -M^{ro} \\ q^{r1} & & q^{rn} & & q^{rN^r} & 1 & -1 \end{array} \right] \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{card } \{X_e^n\} \text{ éléments}$$

$$C_t^r = \left[C_t^1, \ldots\ldots, C_t^n, \ldots\ldots, C_t^{N^r},\ C_t^{or},\ C_t^{ro}\right]$$

$$Y_t^r = \begin{pmatrix} Y_t^{r1} \\ \vdots \\ Y_t^{rn} \\ \vdots \\ Y_t^{rN^r} \\ Q_t^{or} \\ Q_t^{ro} \end{pmatrix} \quad ; \qquad b_t^r = \begin{pmatrix} 1 - \sum\limits_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{r1} \\ 1 - \sum\limits_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rN^r} \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ I_t^{r*} \\ e_t^{r*} \\ M_t^{I_r *} + \overline{M}_t^{I_{r\ell}} \\ W_t^{r*} - \sum\limits_{n=1}^{N^r} q^{rn} \sum\limits_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{rn} \end{pmatrix}$$

Le modèle se ramène alors à

$$\begin{cases} \text{Min } C_t^r = C_t^r\, Y_t^r \\ \text{sujet à} \\ \qquad A_t^r\, Y_t^r > b_t^r \end{cases}$$

pour r=1,2,...R.

Pour la région centrale, les deux dernières colonnes de la matrice A_t^r seront désagrégées pour donner lieu, chacune, à R colonnes.

$$\begin{bmatrix} -I^{or} \\ -e^{or} \\ M^{or} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} I^{ro} \\ e^{ro} \\ -M^{ro} \\ -1 \end{bmatrix} \quad r=1,2,\ldots R$$

De mêmes, les composantes correspondantes aux lignes ajustées deviennent

$$\begin{bmatrix} I_t^{o*} \\ e_t^{o*} \\ M_t^{I_o *} \\ - \sum\limits_{n=1}^{N^o} q^{on} \sum\limits_{\tau=0}^{t-1} Y_\tau^{on} \end{bmatrix}$$

La résolution de ce modèle peut se faire à l'aide de l'un des nombreux algorithmes élaborés pour les programmes linéaires.

3.2.3 Au niveau sectoriel

A ce niveau, nous avons les modèles spécifiques aux différents secteurs "j". Compte tenu de l'importance de ces modèles élémentaires dans la procédure de planification, nous allons proposer d'abord une première formulation classique de programmation linéaire qui nous permettra de déterminer les niveaux optimaux des productions des biens et services par le secteur; ensuite nous généraliserons cette formulation pour exploiter les possibilités que nous offrent les techniques d'analyse d'activité pour déterminer les combinaisons optimales des techniques utilisables pour produire ces biens et services. Le choix entre ces deux approches dépendra évidemment des données statistiques disponibles.

A. Approche par la programmation linéaire

a) La fonction objectif

En posant :

X_t^{rj} : vecteur de composantes X_t^{rji} : production du bien ou service "i" du secteur "j",

b^{rj} : vecteur de composantes b^{rji} : bénéfice net des coûts de la production d'une unité monétaire du bien ou service "i",

la fonction objectif peut alors s'écrire sous la forme

$$(3.6.0) \qquad \text{Max } B_t^{rj} = \sum_{i=1}^{I^j} b^{rji} . X_t^{rji}$$

b) Les contraintes

b.1 Les ressources d'eau

Cette contrainte peut s'exprimer ainsi :

$$(3.6.1) \qquad \sum_{i=1}^{I^j} \omega^{ji} X_t^{rji} \leqslant W_t^{rj*}$$

où

ω^{ji} : est la consommation moyenne d'eau par unité monétaire d'output "i" du secteur "j".

b.2 Les ressources financières

Cette contrainte peut s'écrire :

$$\sum_{i=1}^{I^j} M^{rji}.X_t^{rji} \leqslant M_t^{rj*} + \overline{M}_t^{rj\ell} \tag{3.6.2}$$

où

M^{rji} : est la dépense moyenne de fonds par unité monétaire d'output "i".

b.3 Les contraintes propres aux secteurs

Ces contraintes peuvent avoir pour expression commune :

$$\sum_{i=1}^{I^j} \ell^{jsi} X_t^{rji} \leqslant \delta_t^{js} \qquad s=1,2,\ldots S^j \tag{3.6.3}$$

où

ℓ^{jsi} : est la consommation moyenne de la ressource "s" par unité monétaire de l'output "i" de "j"; $s=1,2,\ldots S^j$.

Une contrainte "s" spécifique à "i" se ramènera à : $\ell^{jsi} X_t^{rji} < \delta_t^{js}$. Ce qui correspond à $\ell^{jsi'} = 0 \ \forall i' \neq i$.

b.4 Les contraintes des seuils minima

Ces contraintes déjà linéaires restent inchangées, soit

$$X_t^{rji} \geq \underline{X}_t^{rji} \,, \qquad i=1,2,\ldots I^j \tag{3.6.4}$$

En notation matricielle

Posons :

$$C^{rj} = \begin{pmatrix} j1 & \cdots & ji & \cdots & jI^j \\ M^{j1} & \cdots & M^{ji} & \cdots & M^{jI^j} \\ \ell^{js1} & \cdots & \ell^{j1i} & \cdots & \ell^{j1J^j} \\ \vdots & & & & \\ \ell^{js1} & \cdots & \ell^{jsi} & \cdots & \ell^{jsI^j} \\ \vdots & & & & \\ \ell^{jS^j1} & \cdots & \ell^{jS^ji} & \cdots & \ell^{jS^jI^j} \\ -1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & -1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -1 \end{pmatrix} ; \quad d_t^{rj} = \begin{pmatrix} W_t^{rj*} \\ M_t^{rj} + \overline{M}_t^{rj\ell} \\ \delta^{j1} \\ \vdots \\ \delta^{j1} \\ \vdots \\ \delta^{jS^j} \\ \vdots \\ -\underline{X}_t^{rj1} \\ \vdots \\ -\underline{X}_t^{rji} \\ \vdots \\ -X_t^{rjI^j} \end{pmatrix}$$

Le modèle se ramène ainsi à sa formulation classique, soit

$$\begin{cases} \text{Max } B_t^{rj} = b^{rj} X_t^{rj} \\ \text{sujet à} \\ \qquad C^{rj} X_t^{rj} \leq d_t^{rj} \end{cases}$$

B. Approche par l'analyse d'activité

Nous supposons que chaque bien ou service "i"; $i=1,2,\ldots I^j$, peut être produit au moyen de K^j techniques alternatives non nécessairement exclusives.

Chaque technique est caractérisée par un vecteur de coefficients qui chacun peut être positif nul ou négatif selon que le bien ou ressource correspondant à ce coefficient est un output de la technique, non utilisé par cette technique ou un input de celle-ci.

Aussi la technique "k" utilisée au niveau du secteur "j" sera représentée par

$$t_k^{j'} = \left[a_k^{j1}, \ldots . a_k^{ji} \ldots . a_k^{jI^j}, \ \omega_k^j, \ M_k^j, \ \ell_k^{j1}, \ldots \ell_k^{js}, \ldots \ell_k^{jS^j} \right]$$

où

a_k^{ji}; $i=1,2,\ldots I^j$: correspondent aux biens "i",

ω_k^j : correspond à la ressource d'eau,

M_k^j : correspond à la ressource financière,

ℓ_k^{js} : correspond à la ressource "s", $s=1,2,\ldots S^j$.

t_k^j peut s'interpréter comme suit :

la production, au sens large, de a_k^{ji} unités monétaires de chaque bien "i"; $i=1,2,\ldots I^j$, nécessite l'utilisation de ω_k^j unités d'eau, de M_k^j unités de fonds financiers et de ℓ_k^{js} unités de chaque ressource "s"; $s=1,2,\ldots S^j$.

L'ensemble des techniques T^j utilisées par le secteur "j" peut alors être représenté par une matrice des coefficients techniques ayant pour colonnes les vecteurs t_k^j.

$$T^j = \left[t_1^j, \ldots . t_k^j, \ldots . t_{k^j}^j\right]$$

ou, en remplaçant les t_k^j par leurs composantes :

$$T^j = \begin{pmatrix}
a_1^{j1} & \cdots & a_k^{j1} & \cdots & a_{k^j}^{j1} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
a_1^{ji} & \cdots & a_k^{ji} & \cdots & a_{k^j}^{ji} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
a_1^{jI^j} & \cdots & a_k^{jI^j} & \cdots & a_{k^j}^{jI^j} \\
\omega_1^j & & \omega_k^j & & \omega_{k^j}^j \\
M_1^j & & M_k^j & & M_{k^j}^j \\
\ell_1^{j1} & \cdots & \ell_k^{j1} & \cdots & \ell_{k^j}^{j1} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\ell_1^{ji} & & \ell_k^{ji} & & \ell_{k^j}^{ji} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\ell_1^{jI^j} & \cdots & \ell_k^{jI^j} & \cdots & \ell_{k^j}^{jI^j}
\end{pmatrix}$$

Le niveau d'utilisation de la technique "k" dans le secteur "j" pendant la période "t" est désigné par $\theta^j_{k_t}$; $\theta^j_{k_t} \geqslant 0$, et par conséquent,

$$\theta^{j'}_t = \left[\theta^j_{1t}, \ldots \theta^j_{k_t}, \ldots \theta^j_{K^j t}\right]$$

Compte tenu de ces hypothèses et notations, le niveau de production du bien ou service "i" est obtenu par

$$X^{rji}_t = \sum_{k=1}^{K^j} a^{ji}_k \theta^j_{k_t}$$

où

$X^{rji}_t < 0$: si le bien "i" est globalement un input dans le secteur "j",

$X^{rji}_t = 0$: si "i" répond à un besoin exclusif du secteur "j" : produit intermédiaire,

$X^{rji}_t > 0$: si le bien "i" est globalement un output du secteur "j",

X^{rji}_t : est donc une production nette de bien ou service "i" du secteur "j" en t.

Enfin, le modèle (M.S.) peut se formuler comme suit :

a) La fonction objectif

Cet objectif peut être la maximisation de la valeur ajoutée de la production globale du secteur "j"

$$(3.6.0)' \qquad \sum_{k=1}^{K^j} b_k^j \, \theta_{k_t}^j$$

où

b_k^j : est la valeur ajoutée d'une utilisation "unitaire" de la technique "k", soit :

$$b_k^j = \sum_{i=1}^{I^j} a_k^{ji} - p_w . W_k^j - M_k^j - \sum_{s=1}^{S^j} p_s \ell_k^{js}$$

avec p_w et p_s sont respectivement les prix de l'eau et de la ressource "s", $s=1,2,...S^j$, qui nous permettent d'homogénéiser les différents termes de l'expression de b_k^j.

b) Les contraintes

b.1 Les disponibilités d'eau

$$(3.6.1)' \qquad \sum_{k=1}^{K^j} \omega_k^j \, \theta_{k_t}^j \leq W_t^{rj*}$$

b.2 Les ressources financières

$$(3.6.2)' \qquad \sum_{k=1}^{K^j} M_k^j \, \theta_{k_t}^j \leq M_t^{rj*} + \overline{M}_t^{rj\ell}$$

b.3 Les ressources spécifiques au secteur

$$(3.6.3)' \qquad \sum_{k=1}^{K^j} \ell_k^{js} \theta_{k_t}^j < \delta_t^{js} \qquad s=1,2,\ldots S^j$$

b.4 La contrainte de seuil minimum

$$(3.6.4)' \qquad \sum_{k=1}^{K^j} a_k^{ji} \theta_t^j > \underline{X}_t^{rji} \qquad i=1,2,\ldots I^j$$

En notation matricielle, le modèle d'analyse d'activité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \underset{\theta_t^j}{\text{Max}}\ B_t^{rj} = b^j\ \theta_t^j \\ \text{sujet à} \\ \qquad \hat{T}^j\ \theta_t^j \leqslant d_t^{rj} \\ \qquad \theta_t^j \geqslant 0 \end{cases}$$

où

d_t^{rj} est le vecteur des constantes dans le modèle de programmation linéaire précédent.

$$\hat{T}^j = \begin{pmatrix} j_1 & \text{--------} & j_k & \text{--------} & j_{k^j} \\ M^j_1 & & M^j_k & & M^j_{k^j} \\ \ell^{j1}_1 & & \ell^{j1}_k & & \ell^{j1}_{k^j} \\ \ell^{js}_1 & & \ell^{js}_k & & \ell^{js}_{k^j} \\ -a^{j1}_1 & & -a^{j1}_k & & -a^{j1}_{k^j} \\ -a^{js}_1 & & -a^{js}_k & & -a^{js}_{k^j} \\ -a^{js^j}_1 & & -a^{js^j}_k & & -a^{js^j}_{k^j} \end{pmatrix}$$

Le modèle permet de déterminer les niveaux optimaux d'utilisation des différentes techniques utilisées dans le secteur, les prix d'ordre associés aux différentes contraintes du modèle, et par conséquent les niveaux de production des différents biens et services du secteur "j" en t.

Toutes ces informations seront transmises à l'organisme régional qui les utilisera pour réajuster, éventuellement, ses propositions aux secteurs et à l'organisme central.

En résumé, cette deuxième approche permet une meilleure adaptation aux conditions climatiques en combinant des techniques plus ou moins intensives en ressources d'eau pour produire une variété de biens et services. Par exemple, en agriculture, la plupart des produits peuvent être cultivés avec et/ou sans irrigation. Le degré d'irrigation, lui-même, peut être variable selon les techniques utilisées et les conditions climatiques qui prévalent dans la région et/ou la période concernée.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une version linéaire de l'ensemble des modèles mathématiques utilisés au chapitre précédent. Ce qui nous a permis d'en déduire les relations itératives utilisables pour résoudre les modèles annuels de contrôle optimal. Cette linéarisation nous permet de rendre les modèles relativement plus faciles à appliquer, objet du chapitre V. Elle servira de base pour y intégrer les variables stochastiques des modèles du plan; c'est l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE IV

ANALYSE STOCHASTIQUE DES MODÈLES DE LA PROCÉDURE DE PLANIFICATION UTILISÉE

4.0 Introduction

L'une des caractéristiques de la ressource d'eau est sa très forte dépendance des conditions climatiques. Celles-ci affectent simultanément les réserves, les variations des stocks d'eau et les besoins en eau.

Pour tenir compte de ces conditions climatiques, nous avons jugé opportun de consacrer ce chapitre à une analyse stochastique de l'ensemble des modèles mathématiques présentés, dans leur version linéaire, au chapitre III.

Nous allons commencer par choisir les variables stochastiques qui caractérisent le mieux possible ces conditions avec les hypothèses sous-jacentes, ensuite nous allons intégrer ces paramètres dans les formulations linéaires du chapitre précédent avec les modifications imposées par cette intégration et enfin, présenter une troisième méthode pour optimiser le modèle linéaire stochastique de long terme. Celle-ci utilisera les méthodes de programmation dynamique.

4.1 Choix des variables stochastiques

Parmi les facteurs qui peuvent affecter les ressources en eau, on peut citer : les précipitations, la répartition de celles-ci et les températures observées pendant la période en question.

4.1.1 Les précipitations

L'eau est une ressource renouvelable dont le degré de renouvellement est commandé par les précipitations. Or ces chutes de pluies sont aléatoires et peuvent varier d'une année à l'autre. Cependant, pour une zone donnée, caractérisée par un régime climatique donné, le niveau annuel des précipitations peut être approximé par une distribution de probabilité de moyenne M_p et de variance σ_p^2.

Dans certains cas, la zone peut être soumise à des cycles climatiques se reproduisant sur des intervalles de temps plus ou moins réguliers. Ces cas peuvent être résolus soit en utilisant une distribution de probabilité spécifique à chaque cycle, soit en corrigeant la distribution commune aux différents cycles, pour tenir compte de ces effets cycliques. D'ailleurs, les techniques statistiques de déssaisonnalisation sont largement développées et utilisées dans les analyses des séries chronologiques.

Dans la suite de notre exposé, nous allons supposer, pour simplifier, que la zone étudiée ne connaît pas de tels cycles. Par contre, cette zone sera composée de plusieurs sous-zones ayant chacune ses propres caractéristiques climatiques.

Ainsi si

P'_{N_t} : est la hauteur des précipitations enregistrées pendant l'année t, à l'échelle nationale.

nous admettrons que P'_{N_t} suit une loi de probabilité de paramètres $\left(M_{P'_N}, \sigma^2_{P'_N}\right)$ tels que

$$M_{P'_N} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} M_{P'_r}$$

$$\sigma^2_{P'_N} = \frac{1}{R^2} \left[\sum_{r=1}^{R} \sigma^2_{P'_r} + \sum_{\substack{r'=1 \\ r' \neq r}}^{R} \sigma_{P'_r P'_{r'}} \right] = \frac{1}{R^2} \sum_{r=1}^{R} \sum_{r'=1}^{R} \sigma_{P'_r P'_{r'}} .$$

où

$M_{P'_N}$ et $M_{P'_r}$: sont les hauteurs annuelles moyennes de pluie, respectivement nationale et régionale,

$\sigma^2_{P'_N}$ et $\sigma^2_{P'_r}$: sont les variances de précipitations nationales et régionales respectivement,

$\sigma_{P'_r P'_{r'}}$: est la covariance des précipitations dans les régions r et r'; $\sigma_{P'_r P'_r} = \sigma^2_{P'_r}$.

Or dans la construction des modèles utilisés dans les chapitres précédents, nous nous étions placés aux niveaux moyens des différentes variables climatiques. Donc ce sont les écarts entre les niveaux observés, des variables climatiques à la période t, et les niveaux moyens de ces variables qui nous intéressent dans le cadre de ce chapitre. Aussi, nous pouvons alors centrer les variables stochastiques utilisées.

Ainsi, en posant

$$P_{N_t} = P'_{N_t} - M_{P'_N} \Longrightarrow E\left[P_{N_t}\right] = M_{P'_N} - M_{P'_N} = 0$$

$$V\left(P_N\right) = \sigma^2_{P'_N} = \sum_{r=1}^{R} \sum_{r'=1}^{R} \sigma_{P'_r P'_{r'}} = \sigma^2_{P'_N}$$

on peut exprimer les densités de probabilité de variations de précipitations de l'année t par rapport aux moyennes calculées sur les périodes antérieures à t, aux niveaux national et régionaux, par

$$\text{(4.1)} \qquad P_{N_t} \sim f_N^P \left(0, \sigma^2_{P_N}\right) \quad \text{et} \quad P_{r_t} \sim f_r^P \left(0, \sigma^2_{P_r}\right) \qquad \text{(4.2)}$$

Les paramètres de ces densités seront estimés sur la base des séries chronologiques relatives aux précipitations observées dans les années passées.

4.1.2 La répartition des chutes de pluie dans le temps

Il est évident que la même hauteur de précipitations peut être appréciée différemment, par une économie donnée, selon la répartition dans le temps des chutes de pluie. En effet, des pluies relativement faibles mais bien réparties sur l'année, peuvent engendrer des effets économiques très positifs. Par contre, d'importantes chutes très concentrées ou mal placées, dans le temps, peuvent produire des effets beaucoup plus faibles que dans le premier cas. La faiblesse de ces effets sera d'autant plus importante que les zones concernées ne disposent pas de capacités de stockage suffisantes pour conserver ces pluies.

Pour tenir compte de cette répartition des précipitations, nous allons utiliser l'écart du nombre de jours de pluies durant l'année t par rapport à la moyenne annuelle des nombres de jours de pluies observés sur les périodes antérieures à t.

Soit : J'_{N_t} cet écart à l'année t,

$$J_{N_t} = J'_{N_t} - M_{J'_N}$$

où J'_{N_t} et $M_{J'_N}$ sont les nombres de jours de pluies respectivement observés à l'année t, et calculés comme moyenne des années passées.

$$E\left(J_{N_t}\right) = E\left(J'_{N_t}\right) - M_{J'_N} = 0$$

$$V\left(J_{N_t}\right) = \sigma^2_{J_N} = \sigma^2_{J'_N}$$

où

$E\left(J_N\right)$ et $\sigma^2\left(J_N\right)$: sont respectivement la moyenne et la variance du nombre de jours de pluies par année.

Là aussi le nombre de jours de pluies à l'échelle nationale est obtenu à partir des données régionales, par exemple par :

$$J_{N_t} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} J_{r_t}$$

$$\sigma^2_{J_N} = \frac{1}{R^2} \sum_{r=1}^{R} \sum_{r'=1}^{R} \sigma_{J_r J_{r'}}.$$

et par conséquent les variables J_{N_t} et J_{r_t} suivront les lois de probabilité suivantes :

(4.3) $\quad J_{N_t} \sim f^J_N \left(0, \sigma^2_{J_N}\right)$ et $J_{r_t} \sim f^J_r \left(0, \sigma^2_{J_r}\right) \quad$ (4.4)

4.1.3 L'état des températures durant l'année

Les températures peuvent, elles aussi, avoir une grande influence sur les besoins et les disponibilités des ressources d'eau. Les températures, quand elles sont élevées engendrent les phénomènes d'évaporation et d'évapotranspiration. Le premier réduit les disponibilités d'eau alors que le second accentue les besoins. Cependant, les effets économiques des températures varient selon les mois touchés par ces différents niveaux de température. Par exemple, les mois de la saison agricole supporteraient, non sans dégâts, des températures élevées. Aussi, nous proposons d'utiliser des coefficients de pondération variables selon les mois de l'année. La variable qui nous intéresse est donnée par l'écart entre les températures de l'année ou du mois et les niveaux moyens annuel et mensuel calculés à partir des données relatives aux années passées.

$$T_{N_t} = M_{T_N} - \tau_{N_t} = \sum_{i=1}^{12} \alpha_i \left(M_i - \tau_{i_t}\right) = \sum_{i=1}^{12} \alpha_i T_{i_t}$$

Cette notation a pour but de tenir compte de la covariation négative qui lie la variable et ses effets.

$$E\left(T_{N_t}\right) = \sum_{i=1}^{12} \alpha_i \left(M_i - \tau_{i_t}\right) = 0$$

$$V\left(T_{N_t}\right) = V\left[\sum_{i=1}^{12} \alpha_i \left(M_i - \tau_{i_t}\right)\right] = \sum_{i=1}^{12} \sum_{i'=1}^{12} \alpha_i \alpha_{i'} \sigma_{T_i T_{i'}}$$

α_i : est un coefficient de pondération qui permet d'apprécier selon les mois, les niveaux de températures enregistrées.

Enfin, on peut, là aussi, tenir compte des disparités régionales en utilisant les relations :

$$T_{N_t} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} T_{r_t} = \frac{1}{r} \sum_{r=1}^{R} \sum_{i=1}^{R} \alpha_{ri} \left(M_{ri} - \tau_{ri_t}\right)$$

$$V\left(T_{N_t}\right) = \frac{1}{R^2} \sum_{r=1}^{R} \sum_{r'=1}^{R} \sigma_{T_r T_{r'}}$$

où

$$\sigma_{T_r T_r} = \sum_{i=1}^{12} \sum_{i'=1}^{12} \alpha_{ri} \alpha_{r'i'} \sigma_{T_{ri} T_{r'i'}}$$

Ceci nous permet de dégager quatre types de lois de probabilités :

(4.5) $T_{N_t} \leadsto f_N^T \left(0, \sigma^2_{T_N}\right)$: l'écart annuel national,

(4.6) $T_{N_{it}} \leadsto f_i^T \left(0, \sigma^2_{T_{N_i}}\right)$: écart mensuel national,

(4.7) $T_{r_t} \leadsto f_r^T \left(0, \sigma^2_{T_r}\right)$: écart annuel régional,

(4.8) $T_{r_{it}} \leadsto f_{ri}^T \left(0, \sigma^2_{T_{ri}}\right)$: écart mensuel régional.

Donc, l'unité de base est le mois. Les coefficients α_{ri} ont pour but de refléter les effets différentiels qu'ont les écarts de température de chaque mois et chaque région.

Cependant, pour notre analyse, les données mensuelles ne serviront qu'à l'élaboration des données annuelles qui correspondent aux périodes élémentaires de notre plan. Nous allons donc utiliser les variables stochastiques données par les relations (4.5) et (4.7).

Il y a certainement d'autres variables climatiques ou, au moins, d'autres formes pour exprimer les facteurs retenus plus haut. Mais notre choix a été guidé par les disponibilités des données statistiques relatives aux trois variables retenues sur des périodes allant de vingt à plus de trente années.

Ces données sont publiées par les services de météorologie des différents pays.

En résumé, nous allons grouper les trois variables retenues dans un vecteur qu'on notera

(4.9) $$S_t' = \left[P_{N_t}, J_{N_t}, T_{N_t}\right], \quad S_t \sim f_s(0,\Sigma)$$

avec

$$E\left[S_t\right] = 0$$

(4.10) $$V\left[S_t\right] = E\left[S_t S_t'\right] = \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2_{P_N} & \sigma_{P_N J_N} & \sigma_{P_N T_N} \\ \sigma_{J_N P_N} & \sigma^2_{J_N} & \sigma_{J_N T_N} \\ \sigma_{T_N P_N} & \sigma_{T_N J_N} & \sigma^2_{T_N} \end{pmatrix}$$

4.2 Intégration des variables S_t au modèle linéaire M.L.T.

Comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises dans les chapitres précédents, les conditions climatiques ont une influence aussi bien sur les besoins, W_t, que sur les disponibilités, Q_t, des ressources en eau. Ces effets s'ajoutent malheureusement. En effet, des conditions climatiques défavorables peuvent réduire les disponibilités et, en même temps, augmenter les besoins en eau. L'inverse peut être observé lorsque ces conditions sont favorables.

Nous pouvons alors écrire

$$\tilde{Q}_t = Q_t + q_P P_{N_t} + q_J J_{N_t} + q_T T_{N_t} \tag{4.11}$$

$$\tilde{W}_t = W_t - v_P P_{N_t} - v_J J_{N_t} - v_T T_{N_t}$$

où

q_i et v_i : sont les coefficients d'ajustement moyens des variables respectives Q_t et W_t par unité d'écart entre le niveau de la variable "i" observé à l'année t et la moyenne annuelle normale, $i = P_{N_t}, J_{N_t}, T_{N_t}$.

Compte tenu de la formulation donnée à T_{N_t}, tous les coefficients q_i et v_i sont positifs.

En notation matricielle :

posons :

(4.12)
$$q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ q_p & q_J & q_T \end{pmatrix} \quad \text{et } v = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ v_p & v_J & v_T \end{pmatrix}$$

et par conséquent nous arrivons à :

(4.13)
$$\widetilde{x}_t = x_t + qS_t$$
$$\widetilde{W}_t = W_t - vS_t$$

Les variables $\widetilde{x}_t$ et $\widetilde{W}_t$ sont alors des variables stochastiques avec

$$E\left[\widetilde{x}_t\right] = x_t + qE\left[S_t\right] = x_t$$
$$E\left[\widetilde{u}_t\right] = u_t + vE\left[S_t\right] = u_t$$
$$V\left(\widetilde{x}_t\right) = E\left[\left(qS_t\right)\left(qS_t\right)'\right] = E\left[qS_tS_t'q'\right]$$
$$= q\Sigma q'$$
$$V\left(\widetilde{u}_t\right) = E\left[vS_tS_t'v'\right] = v\Sigma v'$$

et des lois de probabilité :

(4.1.4)
$$\widetilde{x}_t \curvearrowright f_x\left(x_t, q\Sigma q'\right)$$
$$\widetilde{u}_t \curvearrowright f_u\left(u_t, v\Sigma v'\right)$$

4.2.1 Ajustement des différentes relations des modèles linéaires

Il suffit de remplacer les variables x_t et W_t par les expressions des variables respectives $\tilde{x}_t$ et $\tilde{W}_t$.

a) La fonction objectif

$$\tilde{V} = \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\left(\underline{x}_t - x_t - qS_t\right)'\Omega\left(\underline{x}_t - x - qS_t\right) + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1}\left(u_t - vS_t\right)'R\left(u_t - vS_t\right) \tag{4.15}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\left(\underline{x}_t - x_t\right)'\Omega\left(\underline{x}_t - x_t\right) + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1} u_t'Ru_t$$

$$- \frac{1}{2}\left[\sum_{t=0}^{T}\left(S_t'q'\Omega\left(\underline{x}_t - x_t\right) + \left(\underline{x}_t - x_t\right)'\Omega qS_t\right) + \sum_{t=0}^{T-1}\left(S_t'u'Ru_t + u_t'RvS_t\right)\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T} S_t'q'\Omega qS_t + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1} S_t'v'RvS_t$$

L'objectif poursuivi par le planificateur est de déterminer les décisions u_t^* qui minimisent l'espérance mathématique de la fonction stochastique $\tilde{V}$. Or nous avons défini les variables S_t telles que $E\left[S_t\right] = 0$; ce qui, étant donné la formulation linéaire de notre modèle, annulera toute l'expression entre crochets dans l'expression de $\tilde{V}$. Ainsi on obtient :

$$E\left[\tilde{V}\right] = V + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\text{trace}(q'\Omega q\Sigma) + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1}\text{trace}(v'Rv\Sigma) \tag{4.16}$$

où

$$V = \frac{1}{2}\left[\sum_{t=0}^{T}\left(\underline{x}_t - x_t\right)\Omega\left(\underline{x}_t - x_t\right) + \sum_{t=0}^{T-1} u'_t R u_t\right]$$

est la fonction objectif utilisée dans le modèle linéaire du chapitre précédent.

$$\mathrm{trace}(q'\Omega q\Sigma) = E\left[S_t' q'\Omega q S_t\right]$$

$$\mathrm{trace}(v'Rv\Sigma) = E\left[S_t' v'Rv S_t\right]$$

Σ est la variance de $S_t = E\left[S_t S_t'\right]$.

b) <u>Les équations d'évolution du système</u>

$$\tilde{x}_{t+1} = (I+A)\left(x_t + qS_t\right) + B\left(u_t + vS_t\right)$$

(4.1.7) $$= (I+A)x_t + Bu_t + \left((I+A)q + Bv\right)S_t$$

$$= x_{t+1} + \varepsilon S_t$$

avec

$x_{t+1} = (I+A)x_t + Bu_t$: le système d'équations d'évolution dans le modèle linéaire déterministe.

(4.18) $$\varepsilon = (I+A)q + Bv.$$

c) Les contraintes du système

$$G\left(x_t + qS_t\right) + Z\left(u_t + vS_t\right) \geqslant d_t$$

ou encore

(4.19) $$Gx_t + Zu_t + \Pi S_t \geqslant d_t$$

avec

(4.20) $$\Pi = Gq + Zv$$

4.2.2 Optimisation du modèle stochastique de long terme : approche dynamique

Dans la méthode dynamique d'optimisation, nous n'avons ni la vue globale de l'ensemble du modèle que nous offrent les conditions nécessaires d'optimisation classique par le lagrangien, utilisée au chapitre II, ni les indicateurs de décomposition Φ_t, utilisés au chapitre III, qui permettent de décomposer le modèle global de long terme en une suite de sous-modèles annuels tout en assurant la cohérence entre ces deux niveaux d'analyse. Par contre, cette approche dynamique exploite les équations d'évolution du système pour en déduire, par étapes itératives, les actions les plus efficaces qui permettront au système de parvenir à un état final désiré, à partir d'un point de départ quelconque. Elle a donc l'avantage, tout comme l'approche du principe du minimum, d'agir sur le système à tout moment pour corriger et/ou réorienter son évolution future afin d'atteindre efficacement un état terminal donné. Aussi pour résoudre des problèmes stochastiques, la méthode dynamique est jugée relativement la plus adéquate par bon nombre de chercheurs dans le domaine des techniques d'optimisation mathématique. Dans notre exposé, nous allons utiliser le principe d'optimalité de Bell man, généralisé pour faire apparaître explicitement les effets des différentes contraintes sur les valeurs optimales des variables de décision.

4.2.2.1 Elaboration de la procédure itérative

Il s'agit de construire une fonction mathématique dont les solutions itératives permettent de déterminer les actions optimales qui, si elles étaient appliquées au système, elles le conduisent à suivre un chemin d'évolution qui soit le plus proche possible du chemin désiré par le planificateur. Aussi allons-nous partir de l'état terminal désiré du système, $\underline{x}_T$ et essayer de le réaliser par étape en allant de la période T vers la période initiale.

La fonction objectif relative à la période T étant

$$V_T = \frac{1}{2}\left(\underline{x}_T - x_T\right)' \Omega \left(\underline{x}_T - x_T\right)$$

Le minimum de cette fonction est obtenu pour :

$$\frac{\partial V_T}{\partial x_T} = - \Omega\left(\underline{x}_T - x_T\right) = 0$$

ou encore $x_T = \underline{x}_T$.

La minimisation est faite par rapport à x_T; car les u_T sont, par définition, nulles en T. La dernière action sur le système est effectuée à l'année T-1. Or pour $x_T = \underline{x}_T$ nous arrivons à la valeur

$$V_T = \left(\underline{x}_T - x_T\right)'\Omega\left(\underline{x}_T - x_T\right) = 0.$$

Deux situations sont alors possibles :

- ou bien le système a déjà atteint le niveau $\underline{x}_T$ au début de la période T-1 et dans ce cas, aucune action n'est nécessaire, par conséquent $u^*_{T-1} = 0$,
- ou bien le système n'était pas en $\underline{x}_T$ et il faut alors déterminer l'action la plus efficace qui lui permettrait de passer, de l'état où il se trouvait au début de la période T-1, x_{T-1}, à l'état désiré pour T. Autrement dit, il faut trouver u_{T-1} qui minimise la fonction :

$$L\left(x_{T-1}\right) = \underset{u_{T-1}}{\text{Min}}\ E\left[\tilde{V}_{T-1}\right]$$

Ensuite, il faudrait trouver l'action optimale pour réaliser ce niveau de départ x_{T-1} à partir d'un autre point de départ x_{T-2} etc.. Les actions successives doivent tenir compte de l'optimalité des actions précédentes, c'est-à-dire futures dans notre cas puisque nous partons de T pour aller vers la période initiale.

Donc à une étape t quelconque, nous avons à déterminer u_t solution du problème

$$L\left(x_t\right) = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_t + \underset{u_{t+1}}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_{t+1} + \underset{u_{t+2}}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_{t+2} \cdots \underset{u_{T-1}}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_{T-1}\right]\right]\cdots\right]\right]$$

La structure de cette forme emboîtée de minimisations en chaînes peut s'écrire sous la forme itérative suivante :

$$L\left(x_t\right) = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_t + L\left(x_{t+1}\right)\right] \tag{4.20}$$

avec la condition terminale :

$$L\left(x_T\right) = \left(\underline{x}_T - x_T\right)\Omega\left(\underline{x}_T - x_T\right) = 0 \ .$$

Nous avons utilisé l'initiale du lagrangien car $L\left(x_t\right)$ exprime, en fait, les termes des $(T-t-1)$ derniers termes, années, du lagrangien associé au modèle M.L.T., en tenant compte de son aspect stochastique.

Quant à l'argument x_t, il nous refère au nouveau point de départ à partir duquel l'action u_t nous ramène au niveau fixé pour la période t+1. Donc l'expression de $E\left[\tilde{V}_t\right]$ dans la formule de $L\left(x_t\right)$ va s'écrire, compte tenu de (4.16), sous la forme :

$$\begin{aligned} E\left[\tilde{V}_t\right] = {} & \frac{1}{2}\left(\underline{x}_{t+1} - Ax_t - Bu_t\right)'\Omega\left(\underline{x}_{t+1} - Ax_t - Bu_t\right) + u_t'Ru_t \\ & + \Gamma_t'\left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) + \mathrm{trace}(\varepsilon'\Omega\varepsilon\Sigma) + \mathrm{trace}(v'Rv\Sigma) \ . \end{aligned} \tag{4.21}$$

4.2.2.2 Résolution du programme d'optimisation dynamique

Soit :

(4.22) $\quad s = \sup\left\{t;\ t=0,1,2,\ldots T-1, \text{ tel que } L\left(x_s\right) \neq 0\right\}.$

Donc, par définition de "s", $L\left(x_{s+1}\right) = 0$ et par conséquent,

$$L\left(x_s\right) = \underset{u_s}{\text{Min}}\ E\left[\tilde{V}_s + L\left(x_{s+1}\right)\right] = \underset{u_s}{\text{Min}}\ E\left[\tilde{V}_s\right]$$

A. Optimisation de $L\left(x_s\right)$

Il s'agit de déterminer u_s^* et d'en déduire $L\left(x_s\right)$ qui sera utilisé dans l'expression de $L\left(x_{s-1}\right)$.

a) Détermination des u_s optimales

La fonction à optimiser est d'après 4.21 :

$$L\left(x_s\right) = \underset{u_s}{\text{Min}}\ E\left[\tilde{V}_s\right] = \frac{1}{2}\left[\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s\right)'\ \Omega\left(\underline{x}_{s+1}(I+A)x_s - Bu_s\right)\right.$$
$$\left. + u_s'Ru_s + \Gamma_s'\left(d_s - Gx_s - Zu_s\right) + \text{trace}(\varepsilon'\Omega\varepsilon\Sigma) + \text{trace}(v'Rv\Sigma)\right] \tag{4.23}$$

Les conditions du premier ordre du minimum de $L\left(x_s\right)$ sont :

$$(4.24)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial E\left[\tilde{V}_s\right]}{\partial u_s} = -\,B'\Omega\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s\right) + Ru_s - Z'\Gamma_s \geqslant 0 \\[2ex] \left(\dfrac{\partial E\left[\tilde{V}_s\right]'}{\partial u_s}\right) \cdot u_s = 0 \end{cases}$$

$$(4.25)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial E\left[\tilde{V}_s\right]}{\partial \Gamma_p} = \left(d_s - Gx_s - Zu_s\right) \leqslant 0 \\[2ex] \Gamma'_s\left(d_s - Gx_s - Zu_s\right) = 0 \end{cases}$$

Les relations (4.24) nous spécifient la condition sous laquelle on peut avoir $u_s > 0$, cas qui nous intéresse particulièrement ici. C'est-à-dire,

$$-B'\Omega\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s\right) + Ru_s - Z'\Gamma_s = 0$$

ou, mieux encore

$$\left[B'\Omega B + R\right]u_s = B'\Omega\left[\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right]$$

Les matrices Ω, R et B étant, par construction, non singulières, donc admettent des inverses et par conséquent l'inverse de la matrice composée $\left[B'\Omega B + R\right]$ existe aussi. Alors u_s^* sera donnée par :

$$u_s^* = \left[B'\Omega B + R\right]^{-1} B'\Omega\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)$$

$$= -\left[B'\Omega B + R\right]^{-1} B'\Omega(I+A)\left[x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)\right]$$

$$= -M(I+A)X_s \tag{4.26}$$

avec

$$M = \left[B'\Omega B + R\right]^{-1} B'\Omega \tag{4.27}$$

$$X_s = x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} - \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right) \tag{4.28}$$

Nous constatons donc que u_s^* est une fonction linéaire de l'état de départ x_s et, dont la valeur dépend de l'objectif visé, $\underline{x}_{s+1}$, et de la situation des contraintes qui se posent sur la période s.

b) <u>Calcul de la valeur optimale de $L(x_s)$</u>

Il suffit alors de remplacer u_s par son expression (4.26) dans $E\left[\tilde{V}_s\right]$. Vu la longueur de l'expression de $L\left(x_s\right)$, nous allons la calculer par étapes. Ainsi :

a. D'après les conditions (4.2.5), nous avons nécessairement, à l'optimum,

$$\Gamma_s'\left(d_s - Gx_s - Zu_s\right) = 0$$

b. D'après la relation (4.26), nous pouvons écrire :

(4.29) $$u_s'Ru_s = X_s'(I+A)'M'RM(I+A)\left(x_s - a_s\right)$$

c. D'après les relations (4.26) et (4.28), l'expression

$$\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s^*$$

peut s'écrire, en ajoutant et en retranchant le terme $\Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s$, afin d'y faire apparaître l'expression de X_s, sous la forme suivante :

$$\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s^* = (I-BM)(I+A)\left(x_s - a_s\right) + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s$$

$$= -(I-BM)(I+A)\left[X_s - (I+A)^{-1}(I-BM)^{-1}\Omega^{-1}B^{-1}Z'\Gamma_s\right]$$

ce qui nous permet enfin de calculer l'expression :

(4.30) $$\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s^*\right)'\Omega\left(\underline{x}_{s+1} - (I+A)x_s - Bu_s^*\right)$$

$$= X_s'(I+A)'(I-BM)'\Omega(I-BM)(I+A)X_s$$

$$- \Gamma_s'ZB^{-1}(I-BM)(I+A)X_s$$

$$- X'(I+A)'(I-BM)'B'^{-1}Z'\Gamma_s$$

$$+ \Gamma_s'ZB^{-1}\Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s$$

d. Le premier terme de l'expression (4.30) qui est une forme quadratique en X_s peut être ajouté à la forme quadratique par rapport à la même variable, X_s, donnée par (4.29). La somme s'écrit alors :

$$X_s'(I+A)'\left[(I-BM)'\Omega(I-BM) + M'RM\right](I+A)X_s$$

Or, en effectuant les multiplications, en remplaçant les M par leur expression (4.28) et en groupant les termes, on arrive à :

$$\begin{aligned}(I-BM)'\Omega(I-BM) + M'RM &= \Omega - \Omega B\left[B'\Omega B + R\right]^{-1} B'\Omega \\ &= \Omega(I-BM) \ .\end{aligned}$$

e. Enfin, en remplaçant les variables X_s par leur expression (4.29), nous pouvons exprimer $L\left(x_s\right)$ sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}(4.31) \quad L\left(x_s\right) = \frac{1}{2}\Big[&\left[x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)\right]'(I+A)'\Omega(I-BM)(I+A) \\ &\cdot\left[x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)\right] \\ &-\Gamma_s'ZB^{-1}(I-BM)(I+A)\left[x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)\right] \\ &-\left[x_s - (I+A)^{-1}\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)\right]'(I+A)'(I-BM)B'^{-1}Z'\Gamma_s \\ &+\Gamma_s'ZB^{-1}\Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s \\ &+ \mathrm{trace}(\varepsilon'\Omega\varepsilon\Sigma) + \mathrm{trace}(v'Rv\Sigma)\Big]\end{aligned}$$

ou mieux encore

$$(4.32) \qquad L\left(x_s\right) = \frac{1}{2}\left[\left(x_s - a_{s-1}\right)' \beta_{s-1}\left(x_s - a_{s-1}\right) - b'_{s-1}\left(x_s - a_{s-1}\right) - \left(x_s - a_{s-1}\right)' b_{s-1} + C_{s-1}\right]$$

avec en remplaçant M par son expression (4.28) :

$$(4.33) \qquad \beta_{s-1} = (I + A)'\Omega\left(I - B\left[B'\Omega B + R\right]^{-1}B'\Omega\right)(I + A)$$

$$(4.34) \qquad a_{s-1} = (I + A)'\left(\underline{x}_{s+1} + \Omega^{-1}B'^{-1}Z'\Gamma_s\right)$$

$$(4.35 \qquad b_{s-1} = (I + A)'\left(I - B\left[B'\Omega B + R\right]^{-1}B'\Omega\right)B'^{-1}Z'\Gamma_s$$

et

$$(4.36) \qquad C_{s-1} = \Gamma'_s Z(B'\Omega B)^{-1}Z'\Gamma_s + \mathrm{trace}(\varepsilon'\Omega\varepsilon\Sigma) + \mathrm{trace}(v'Rv\Sigma)$$

Compte tenu de cette notation, la relation (4.34) peut nous servir pour exprimer u_s^* qui devient alors :

$$(4.37) \qquad u_s^* = -\left[B'\Omega B + R\right]^{-1}B'\Omega(I + A)\left(x_s - a_{s-1}\right)$$

Nous soutenons alors que les relations (4.32) à (4.37) sont effectivement des formes de relations de récurrence qui peuvent servir dans la résolution de notre programme dynamique. En effet, nous allons le démontrer par récurrence.

Nous avons déjà vérifié la relation ,en (4.3.21), pour le point de départ "s". Supposons que la relation est vraie pour "t + 1" quelconque inférieure à s, et faisons la démonstration pour la période t. C'est l'objet de 4.3.22 ci-dessous.

L'expression de $L\left(x_t\right)$ est donnée par la relation (4.20). Soit,

$$L\left(x_t\right) = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_t + L\left(x_{t+1}\right)\right]$$

avec, compte tenu de notre hypothèse sur t+1,

$$(4.38) \qquad L\left(x_{t+1}\right) = \frac{1}{2}\Big[\left(x_{t+1} - a_t\right)' \beta_t \left(x_{t+1} - a_t\right) - b_t'\left(x_{t+1} - a_t\right) - b_t'\left(x_{t+1} - a_t\right) + C_t\Big]$$

B. <u>Optimisation de $L\left(x_t\right)$</u>

L'opérateur E, espérance mathématique, étant linéaire donc nous avons :

$$L\left(x_t\right) = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_t + L\left(x_{t+1}\right)\right] = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\left[E\left[\tilde{V}_t\right] + E\left[L\left(x_{t+1}\right)\right]\right]$$

Or, compte tenu des relations (4.16), (4.17) et (4.21), nous avons :

$$(4.39)\qquad E\left[\tilde{V}_t\right] = \frac{1}{2}\left[\left(\underline{x}_{t+1} - (I+A)x_t - Bu_t\right)' \Omega\left(\underline{x}_{t+1} - (I+A)x_t - Bu_t\right) + u_t'Ru_t + \Gamma_t'\left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) + tr(\varepsilon'\Omega\varepsilon\Sigma) + tr(v'Rv\Sigma)\right]$$

où tr ; désigne trace.

$$(4.40)\qquad E\left[L\left(x_{t+1}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\left((I+A)x_t + Bu_t - a_t\right)' \beta_t\left((I+A)x_t + Bu_t - a_t\right) - b_t'\left((I+A)x_t + Bu_t - a_t\right) - \left((I+A)x_t + Bu_t - a_t\right)' b_t + C_t + tr\left(\varepsilon' B_t \varepsilon\Sigma\right)\right]$$

Sur la base des expressions (4.39) et (4.40) établies ci-dessus, les conditions nécessaires pour un minimum de $E\left[\tilde{V}_t + L\left(x_{t+1}\right)\right] = E[\cdot]$ sont

$$(4.41)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial E[\cdot]}{\partial u_t} = -B'\Omega\left(\underline{x}_{t+1} - (I+A)x_t - Bu_t\right) + Ru_t - Z'\Gamma_t \\ \qquad + B'\beta_t\left((I+A)x_t + Bu_t - a_t\right) - b'_tB' - B'b_t \geqslant 0 \\ \left(\dfrac{\partial E[\cdot]}{\partial u_t}\right)' . u_t = 0 \end{cases}$$

$$(4.42)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial E[\cdot]}{\partial \Gamma_t} = d_t - Gx_t - Zu_t \leqslant 0 \\ \Gamma_t' . \dfrac{\partial E[\cdot]}{\partial \Gamma_t} = 0 \end{cases}$$

Les conditions (4.41) nous précisent la condition nécessaire pour agir effectivement sur l'évolution du système; c'est-à-dire pour $u_t > 0$. Soit $\frac{\partial E[\cdot]}{\partial u_t} = 0$, et dans ce cas l'égalité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)+R\right]u_t = -B'\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)x_t + B'\left(\Omega\,\underline{x}_{t+1} - \beta_t a_t + b_t\right) + Z'\Gamma_t - b_t'B'$$

$$= -B'\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)\left[x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega+\beta_t\right)^{-1}\left(\Omega\underline{x}_{t+1} - \beta_t a_t + b_t\right) + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right]$$

ou, mieux encore,

$$u_t^* = -M_t(I+A)X_t \tag{4.43}$$

avec

$$M_t = \left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right) \tag{4.44}$$

$$X_t = x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega+\beta_t\right)^{-1}\left[\Omega\underline{x}_{t+1} + b_t - \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - \beta_t'B'\right)\right] \tag{4.45}$$

Enfin, pour calculer la valeur minimum de $L\left(x_t\right)$, il nous faut remplacer u_t par son expression optimale (4.43). Nous allons alors procéder par étapes :

a. Les conditions (4.42) nous donnent à l'optimum :

$$\Gamma'_t\left(d_t - Gx_t - Zu_t\right) = 0$$

b. $$x_{t+1} = (I+A)x_t + Bu^*_t = (I+A)x_t - BM_t(I+A)X_t$$

ou, en retranchant et en ajoutant le terme :

$$D_t = \left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left[\Omega\underline{x}_{t+1} + b_t - \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b'_t B'\right)\right] \tag{4.46}$$

pour pouvoir compléter $(I+A)x_t$ pour devenir X_t, on arrive à :

$$x_{t+1} = (I - BM_t\ (I+A)X_t + D_t$$

$$= \left(I - BM_t\right)(I+A)\left[X_t + (I+A)^{-1}\left(I - BM_t\right)^{-1}.D_t\right] \tag{4.47}$$

c. En utilisant, pour un moment, x_{t+1} à la place de son expression (4,47), la somme des termes quadratiques dans les expressions de $E\left[\tilde{V}_t\right]$ et $E\left[L\left(x_{t+1}\right)\right]$, nous obtenons :

$$\left(\underline{x}_{t+1} - x_{t+1}\right)'\Omega\left(\underline{x}_{t+1} - x_{t-1}\right) + \left(x_{t+1} - a_t\right)'\beta_t\left(x_{t+1} - a_t\right) =$$

$$= x'_{t+1}\left(\Omega + \beta_t\right)x_{t+1} - x'_{t+1}\left(\Omega\underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t\right) - \left(\Omega\underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t\right)' x_{t+1}$$

$$+ \underline{x}'_{t+1}\Omega\underline{x}_{t+1} + a'_t\beta_t a_t$$

De la même façon nous aurons :

$$\cdot\ b_t'\left(x_{t+1}-a_t\right) = b_t'x_{t+1}-b_t'a_t$$

$$\cdot\ \left(x_{t+1}-a_t\right)'b_t = x_{t+1}'b_t - a_t'b_t$$

et par conséquent l'expression de $L\left(x_t\right)$ se ramène à

$$2L\left(x_t\right) = u_t'Ru_t + x_{t+1}'\left(\Omega+\beta_t\right)x_{t+1} - x_{t+1}'\left(\Omega\underline{x}_{t+1}+\beta_t a_t + b_t\right)$$

$$-\left(\Omega\underline{x}_{t+1}+\beta_t a_t+b_t\right)'x_{t+1} + \underline{x}_{t+1}\Omega\underline{x}_{t+1} + a_t'\beta_t a_t$$

$$+\ C_t + b_t'a_t + a_t'b_t + tr\left[\varepsilon\left(\Omega+\beta_t\right)\varepsilon\Sigma\right] + tr(v'Rv\Sigma)$$

d. Maintenant, si nous remplaçons u_t et x_{t+1} par leurs expressions respectives (4.43) et (4.47) nous obtenons :

i) $u_t'Ru_t = X_t'(I+A)'M_t'RM_t(I+A)X_t$

$$x_{t+1}'\left(\Omega+\beta_t\right)x_{t+1} = X_t'(I+A)'\left(I-BM_t\right)'\left(\Omega+\beta_t\right)\left(I-BM_t\right)(I+A)X_t$$

$$+D_t'\left(\Omega+\beta_t\right)\left(I-BM_t\right)(I+A)X_t + X_t'(I+A)'\left(I-BM_t\right)'\left(\Omega+\beta_t\right)D_t$$

$$+D_t'\left(\Omega+\beta_t\right)D_t$$

et par conséquent :

$$u_t'Ru_t + x_{t+1}'\left(\Omega + \beta_t\right)x_{t+1} = R_1 = X_t'(I+A)'\left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - BM_t\right)(I+A)X_t$$

$$+ D_t'\left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - BM_t\right)(I+A)X_t + X_t'(I+A)'\left(I - BM_t\right)'\left(\Omega + \beta_t\right)D_t$$

$$+ D_t'\left(\Omega + \beta_t\right)D_t$$

car

$$\left[\left(I - BM_t\right)'\left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - BM_t\right) + M_t'RM_t\right] = \left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - BM_t\right)$$

ii) $* \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right)' x_{t+1} = R_2 = \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right)'\left(I - BM_t\right)(I+A)X_t$

$$+ \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right)' D_t$$

$* \; x_{t+1}'\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right) = R_3 = X_t'(I+A)'\left(I - BM_t\right)'\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right)$

$$+ D_t'\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_t a_t + b_t\right)$$

e. Ce qui donne en remplaçant D_t par son expression (4.46) et en groupant les termes linéaires en X_t qui, à son tour est remplacé par son expression (4.45) :

$$
\begin{aligned}
(4.48) \qquad L\left(x_t^*\right) = \frac{1}{2} & \left[x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left\{\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right\}\right]' \\
& \cdot (I+A)'\left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - BM_t\right)(I+A)\left[x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left(\Omega \underline{x}_{t+1}\right.\right. \\
& \left.\left. + b_t + \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right)\right] \\
& - \left[(I+A)'\left(I - BM_t\right)' B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right]' \left[x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\right. \\
& \left.\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right)\right] \\
& - \left[x_t - (I+A)^{-1}\left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right)\right] \\
& \cdot \left[I + A)' \left(I - BM_t\right)' B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right] \\
& + \left[B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right]' \left(\Omega + \beta_t\right)^{-1} \left[B'^{-1} \; Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right] \\
& - \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t\right)' \left(\Omega + \beta_t\right)^{-1} \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t\right) \\
& + \underline{x}_{t+1} \; \Omega \underline{x}_{t+1} + a_t'\beta_t a_t + a_t'b_t + b_t'a_t + C_t \\
& + \operatorname{tr}\left(\varepsilon'\left(\Omega + B_t\right)\varepsilon\Sigma\right) + \operatorname{tr}(v'Rv\Sigma)
\end{aligned}
$$

f. Enfin, en remplaçant M_t par son expression (4.44) et en posant :

$$(4.49) \qquad \beta_{t-1} = (I+A)'\left(\Omega + \beta_t\right)\left(I - B\left[B'\left(\Omega + \beta_t\right)B + R\right]^{-1} \cdot B'\left(\Omega + \beta_t\right) \quad (I+A)\right.$$

$$(4.50) \qquad a_{t-1} = (I+A)^{-1}\left(\Omega + B_t\right)^{-1}\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t - B_t a_t + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right)$$

$$(4.51) \qquad b_{t-1} = (I+A)' \; I - B\left[B'\left(\Omega + B_t\right)B + R\right]^{-1} B'\left(\Omega + B_t\right) \; ' \; B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)$$

$$(4.52) \qquad C_{t-1} = \left[B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right]' \left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left[B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right]$$

$$- \left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t\right)' \left(\Omega + \beta_t\right)^{-1}\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + b_t + \beta_t a_t\right)$$

$$+ \underline{x}'_{t+1}\ \Omega \underline{x}_{t+1} + a_t'\beta_t a_t + a_t' b_t + b_t' a_t + C_t$$

$$+ \operatorname{tr}\left[\varepsilon'\left(\Omega + \beta_t\right)\varepsilon\Sigma\right] + \operatorname{tr}(v'Rv\Sigma)$$

Nous arrivons à l'expression cherchée :

$$(4.53) \qquad L\left(x_t\right) = \left(x_t - a_{t-1}\right)' \beta_{t-1}\left(x_t - a_{t-1}\right) - b'_{t-1}\left(x_t - a_{t-1}\right)$$

$$- \left(x_t - a_{t-1}\right)' b_{t-1} + C_{t-1}$$

et, compte tenu de la nouvelle notation, l'expression de u_t^* s'écrit alors :

$$(4.54) \qquad u_t^* = - \left[B'\left(\Omega + B_t\right)B + R\right]^{-1} B'\left(\Omega + \beta_t\right)(I + A)\left(x_t - a_{t-1}\right)$$

Nous avons ainsi démontré par récurrence les expressions itératives de calcul des coefficients β_t, a_t, b_t et C_t, des décisions u_t et des coûts associés à ces décisions $L\left(x_t\right)$.

Pour retrouver les relations de départ (4.32) à (4.36) relatives à $L\left(x_s\right)$, β_{s-1}, a_{s-1}, b_{s-1} et u_s respectivement, il suffit de poser, pour t=s, $\beta_t = 0 = a_t = b_t = C_t$; dans les expressions générales de récurrences respectives (4.49), (4.50), (4.51), (4.52), (4.54) et (4.53). Or, β_s, a_s, b_s et C_s sont les conditions terminales de notre méthode itérative. Ce sont les coefficients dans l'expression de $L\left(x_{s+1}\right)$ qui est, par définition de s, nulle. Donc, les conditions terminales $\beta_s = 0$, $a_s = 0$, $b_s = 0$ et $C_s = 0$ sont suffisantes pour assurer la cohérence des relations de récurrence (4.49) à (4.54) et en même temps pour assurer que $L\left(x_{s+1}\right) = 0$ qui est l'hypothèse de départ.

Enfin, le coefficient C_t, dont l'expression est relativement assez longue et complexe, n'est qu'une constante dans l'expression de la fonction à minimiser donc, il n'affecte ni les conditions d'optimalité, ni les valeurs optimales des variables de décision u_t^*. Par conséquent, il peut être omis dans les calculs itératifs.

Ainsi, les formules de récurrence qui vont nous servir pour résoudre notre programme dynamique sont :

$$\text{(r.1)} \quad \beta_t = (I+A)'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)\left(I - B\left[B'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)\right)(I+A)$$

$$\text{(r.2)} \quad b_t = (I+A)'\left(I - B\left[B'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)\right)' B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)$$

$$\text{(r.3)} \quad a_t = (I+A)^{-1}\left(\Omega+\beta_t\right)^{-1}\left(\Omega \underline{x}_{t+1} + \beta_{t+1}a_{t+1} + b_{t+1} + B'^{-1}\left(Z'\Gamma_t - b_t'B'\right)\right)$$

avec les conditions terminales :

$$\beta_s = 0$$

$$b_s = 0 \quad \text{et}$$

$$a_s = 0$$

où $\quad s = \sup\left\{t;\ t=0,1,\ldots T-1 \text{ tel que } L\left(x_s\right) \neq 0.\right\}$

Dans la procédure des calculs, on commence par calculer β_t, qui est indépendante de a_t et de b_t; ensuite, on calcule b_t qui ne dépend que de β_t; et enfin, on calcule a_t qui dépend des deux autres coefficients.

4.2.3 Algorithme de la résolution itérative du modèle de long terme

a) A l'aide des données numériques relatives aux matrices Ω, R, B, G et Z, aux vecteurs $\underline{x}_{t+1}$ et Γ_t aux valeurs calculées, à l'étape (t+1), de la matrice β_{t+1} et des vecteurs a_{t+1} et b_{t+1}, nous utiliserons

i) (r.1) pour calculer β_t

ii) (r.2) et β_t pour calculer b_t

iii) (r.3), β_t et b_t pour calculer a_t.

$t = s-1, s-2, \ldots 2,1,0$ avec les conditions terminales $\beta_s = 0 = b_s = a_s$.

b) Avec les résultats de a) et la relation

$$x_{t+1} = (I+A)x_t + Bu_t = (I+A)x_t - BM_t(I+A)\left(x_t - a_{t-1}\right)$$

$$= \left(I - B\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)\right)(I+A)x_t$$

$$+B\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)a_{t-1}$$

(r.4) $$= F_t x_t + k_t$$

avec

$$F_t = \left(I - B\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)\right)(I+A$$

$$k_t = B\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)a_{t-1}$$

et avec les conditions initiales

$$x_o = \overline{x}_o \ ,$$

nous calculons x^*_{t+1} pour t=0,1,...T-1.

c) Enfin, connaissant les valeurs optimales de x^*_t, F_t et k_t nous pouvons déduire la suite des décisions optimales qui conduiront le système à suivre l'évolution désirée, par la relation (4.54) :

$$(r.5) \qquad u_t^* = -\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)x_t^*$$

$$+\left[B'\left(\Omega+\beta_t\right)B'+R\right]^{-1}B'\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)a_{t-1}$$

$$=\left[F_t-(I+A)\right]x_t^*+k_t$$

pour t=0,1,...T-1.

4.2.4 Quelques remarques et conclusions

1. Les valeurs calculées de u_t^* et x_{t+1}^* pour t=0,1,...T-1 sont les solutions itératives de la suite des programmes

$$L\left(x_t\right) = \underset{u_t}{\mathrm{Min}}\ E\left[\tilde{V}_t+L\left(x_{t+1}\right)\right] ,$$

Donc, ce ne sont que des valeurs moyennes au sens de l'espérance mathématique. C'est-à-dire :

$$x_{t+1}^* = E\left[\tilde{x}_{t+1}^*\right] = E\left[(I+A)\tilde{x}_t^*+B\tilde{u}_t^*\right]$$

et $\qquad u_t^* = E\left[\tilde{u}_t^*\right]$

pour t=0,1,...T-1.

2. Etant donné la forme de l'expression de

$$x^*_{t+1} \text{ et, } \tilde{u}^*_t = \left[F_t - (I+A)\right]\tilde{x}^*_t + k_t ,$$

nous avons

$$E\left[\tilde{x}^*_{t+1}\right] = E\left[F_t\tilde{x}^*_t + k_t\right] = F_t E\left[\tilde{x}^*_t\right] + k_t .$$

Donc E est,en fait $E\left[\tilde{x}_{t+1}\right]$,une espérance mathématique conditionnelle.

$$E\left[\tilde{x}^*_{t+1}\right] = E\left[\tilde{x}^*_{t+1}/\ \tilde{x}_t\right]$$, c'est-à-dire ce sont les perturbations de la période t qui seront considérées dans le calcul de $E\left[\tilde{x}'_{t+1}\right]$. Cette définition de E reste, néanmoins, parfaitement conforme à la définition de x_{t+1} qui, rappelons-la, est le niveau atteint par les stocks d'eau au <u>début</u> de la période t+1.

Cependant, compte tenu de la nature de nos variables S_t, on peut admettre que les variables S_t sont indépendantes et identiquement distribuées t=0,1,...T-1. En effet, sauf dans les situations où il y a des cycles climatiques assez marqués, les conditions climatiques dans une année ne dépendent pas des conditions de l'année passée. Par contre, les variables composant le vecteur S_t peuvent être interdépendantes au cours d'une année donnée. C'est ainsi que, par exemple, la hauteur des précipitations peut être influencée par le nombre de jours de pluies qui peut aussi influencer le niveau des températures de l'année. Par conséquent, $E\left[S_t/S_{t-1}\right] = E\left[S_t\right]$, qui est la notation utilisée tout au long de notre exposé.

3. Quoique non nécessaire, l'hypothèse de normalité des variables S_t est largement acceptable. En effet, contrairement aux variables relatives aux chutes de pluies, à l'intensité des précipitations par chute, et au degré probable de température pour une période donnée, où les lois de poissons ou certains types de lois Γ et/ou β sont plus appropriées, les variables utilisées dans notre modèle couvrent le cycle annuel au complet. Par conséquent, les observations relatives à ces variables sur plusieurs années, devraient normalement se distribuer de manière plus ou moins symétrique autour des valeurs centrales qui correspondraient aux moyennnes respectives de ces variables. Le seul avantage de l'hypothèse de normalité des distributions des variables utilisées est qu'il existe des tables des lois normales dont l'utilisation est relativement plus facile.

4. La prise en considération des conditions stochastiques peut aussi se faire au moyen des intervalles de confiance, c'est-à-dire au lieu de prévoir une action ponctuelle, basée uniquement sur le concept de l'espérance mathématique, comme nous l'avons vu dans l'exposé de ce chapitre, on peut fixer seulement des limites inférieures et supérieures à nos actions et tenir compte, ainsi, des conditions effectives qui se présenteront le moment venu. Ces limites seront déterminées en fonction du niveau de précision souhaité dans nos prévisions. Ainsi, nous dirons

$$\tilde{u}_t^* \varepsilon \left[u_t^* \pm t_{1-\alpha} \left(\frac{v'\Sigma v}{n} \right)^{1/2} \right]$$

où u_t^* est la valeur ponctuelle calculée plus haut,

$t_{1-\alpha}$ est le coefficient qui permet de tenir compte du niveau du risque accepté α (ou du niveau de confiance $(1-\alpha)$ désiré),

$v'\Sigma v$ est le vecteur des variances associées aux variables u_t, à partir de la matrice des variances-covariances, Σ, des variables S_t.

5. Les formules itératives de résolution du modèle stochastique sont directement applicables pour déduire les solutions pour le modèle déterministe. En effet, la définition de nos variables stochastiques nous permet de retrouver les variables déterministes des modèles précédents, car $E(S_t) = 0 \Longrightarrow E\left[\tilde{x}_t^*\right] = x_t^*$ et $E\left[\tilde{U}_t\right] = u_t^*$. Les perturbations affectant ces variables n'affecteront que la valeur de la fonction objectif qui supportera le coût associé aux décisions "non tout à fait appropriées" que sont les u_t^* au lieu des $\tilde{u}_t^*$.

6. Enfin, le cas où les contraintes ne sont pas explicitement incorporées au modèle, ce qui est généralement le cas dans la plupart des études utilisant les techniques de contrôle optimal ou de programmation dynamique où on se contente de dire $u_t \varepsilon U_t$, peut être obtenu comme cas particulier de nos formules itératives établies plus haut.

En effet, en posant $\Gamma_t = 0$, $t=0,\ldots T-1$, nous arrivons à :

$$(r.1)' \qquad \beta_t = (I+A)'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)\left\{I - B'\left[B'\left(\Omega+\beta_{t+1}\right)B+R\right]^{-1}B\left(\Omega+\beta_t\right)(I+A)\right\}$$

$$(r.2)' \qquad b_t = 0, \quad \text{car } \Gamma_s = 0 \Longrightarrow b_{s-1} = 0$$

$$(r.3)' \qquad a_t = (I+A)^{-1}\left(\Omega+\beta_t\right)^{-1}\Omega\underline{x}_{t+1} \quad , \qquad t=0,\ldots T-1$$

avec les conditions terminales

$$\beta_s = 0 = a_s$$

et par conséquent

$$L\left(x_t\right) = \frac{1}{2}\left[\left(x_t - a_{t-1}\right)'\beta_t\left(x_t - a_{t-1}\right) + \operatorname{tr}\left(\varepsilon'\left(\Omega+\beta_t\right)\varepsilon\Sigma\right) + \operatorname{tr}(v'Rv\Sigma\right]$$

Quant aux variables x_t^* et u_t^* elles gardent la forme de leurs expressions respectives (r.4) et (r.5) en subissant, évidemment, le changement qui a affecté l'expression de a_{t-1}.

Donc la prise en considération des contraintes de manière explicite a au moins l'avantage d'attirer l'attention du planificateur sur l'état limitatif des ressources tout en lui offrant la possibilité de les ignorer le cas échéant.

4.3 Formulation stochastique des modèles de décentralisation

4.3.1 Au niveau national

4.3.1.1 La mobilisation des ressources en eau

Le modèle M.C.C.D.

Compte tenu de la formulation stochastique des variables du modèle, ce sont donc les variables relatives au stock Q_t et de besoins W_t en eau qui sont affectées par les conditions climatiques. Par conséquent, le modèle M.C.C.D. qui utilise I_t comme variable principale et E_t comme variable accessoire, toutes les deux de nature déterministes, garde sa formulation déterministe utilisée au chapitre III. Soit,

$$\begin{cases} \text{Min } C_t\left(I_t\right) = C_{I_t} \cdot I_t \\ \text{sujet à} \\ \qquad\qquad A_t I_t \geqslant b_t \end{cases}$$

avec ses relations annexes

$$M_t^{E_r} = \frac{M_E^r E_t^r}{\sum\limits_{=0}^{R} M_E^\ell E_t^\ell} M_t^{E_*} \left(1 - \frac{\mu_{dt}^{I_r} - \bar{\mu}_{dt}^{I}}{R\sigma_{\mu_{dt}}}\right)$$

$$M_t^{Q_r} = \frac{M_Q^r Q_t^r}{\sum\limits_{=0}^{R} M_Q^\ell Q_t^\ell} M_t^{Q_*} \left(1 - \frac{\mu_{dt}^{I_r} - \bar{\mu}_{dt}^{I}}{R\sigma_{\mu_{dt}}}\right)$$

4.3.1.2 L'allocation des ressources en eau : le modèle M.C.C.A.

Contrairement au modèle M.C.C.D., le modèle de coordination centrale de l'allocation des ressources en eau, basé principalement sur la variable W_t, est affecté par les conditions climatiques. Par conséquent, sa formulation sera modifiée pour tenir compte de manière explicite de ces conditions.

Or nous savons que

$$\widetilde{W}_t = W_t - v_P P_{N_t} - v_J J_{N_t} - v_T T_{N_t} = W_t - v_W S_t$$

$$\widetilde{Q}_t = Q_t + q_P P_{N_t} = q_J J_{N_t} + q_T T_{N_t} = Q_t + q_Q S_t$$

Le modèle M.C.C.A. se modifiera comme suit :

$$\begin{cases} \text{Max } B_t\left(W_t\right) = \lambda^*_{dt}\left(W_t - v_W S_t\right) \\ \text{sujet à} \\ \qquad\qquad C_t\left(W_t - v_W S_t\right) \leqslant d'_t \end{cases}$$

avec

$W_t - v_W S_t$: vecteur de composante $W^r_t - v^r_W S^r_t$: le besoin en eau de la région r, corrigé pour tenir compte des conditions climatiques S^r_t qui prévalent dans la région r en t,

d'_t : le vecteur des constantes dont une de ses composantes sera modifiée pour tenir compte des conditions climatiques.

En effet,

$$\sum_{r=0}^{R} \tilde{W}_t \leqslant W_t^*$$

W_t^* : représente les disponibilités d'eau en t. Or ces disponibilités sont influencées par les conditions climatiques, W_t^* étant liée à Q_t^* donc subit l'influence de celle-ci. Par conséquent :

$$\tilde{W}_t^* = W_t^* + q_Q S_t$$

Enfin, la formulation stochastique du modèle M.C.C.A. se présente comme suit :

$$\begin{cases} \max\limits_{W_t} E\left[B_t\left(W_t\right)\right] = E\left[\lambda_{dt}\left(W_t - v_W S_t\right)\right] \\ \text{sujet à} \\ \qquad \Pr\left(d_t' - C_t\left(W_t - v_W S_t\right)\right) \geqslant p \end{cases}$$

où p : est un vecteur des seuils minima des probabilités à satisfaire par chacune des contraintes. Ces seuils de probabilité seront déterminés en tenant compte des coûts associés à la violation éventuelle de chacune des contraintes du modèle. Ils seront donc des fonctions croissantes du degré limitatif que présenteront les contraintes en question.

La résolution de ce type de programmes ne pose pas de problèmes théoriques, la littérature dans le domaine d'optimisation mathématique présente différents algorithmes et/ou techniques appropriés pour ces problèmes. Le plus souvent, on passe à une formulation équivalente qui transforme le problème stochastique en un autre problème déterministe de programmation convexe.

4.3.2 Au niveau régional

4.3.2.1 Le modèle de coordination régionale d'allocation des ressources d'eau M.C.R.A.

Nous allons supposer que les conditions climatiques sont sensiblement les mêmes pour l'ensemble des secteurs économiques d'une région donnée, de sorte qu'il n'y a pas une répartition géographique rigide des secteurs économiques. Par contre, les besoins d'eau en fonction des conditions climatiques peuvent varier selon les secteurs. Aussi, nous pouvons écrire :

$$\tilde{W}_t^{rj} = W_t^{rj} - v_W^{rj} S_t^r \, , \qquad \tilde{W}_t^r = W_t^r - v_W^r S_t^r$$

et $\tilde{W}_t^{r*}$, qui joue le rôle de Q_t^{rt} dans le modèle, peut alors s'écrire :

$$\tilde{W}_t^{r*} = W_t^{r*} + q_Q^r S_t^r$$

ce qui donne, compte tenu de la structure semblable du M.C.C.A., la formulation suivante :

$$\begin{cases} \underset{W_t^r}{\text{Max}} \; E\left[B^r\left(W_t^r\right)\right] = E\left[\lambda_{dt}^{r*}\left(W_t^r - v_W^r S_t^r\right)\right] \\ \text{sujet à} \\ \qquad \Pr\left(d_t^{'r} - C_t^r\left(W_t^r - v_W^r S_t^r\right)\right) \geq p \end{cases}$$

où

p : est le vecteur des probabilités minimales à satisfaire par les contraintes,

$W_t^r + v_W^r S_t^r$: vecteur de composantes $W_t^{rj} + v_W^{rj} S_t^r$: besoins en eau du secteur "j" de r, sous les conditions climatiques S_t^r.

4.3.2.2 Le modèle M.R.D.

Le modèle M.R.D. a pour but de déterminer les décisions optimales en terme d'équipements hydrauliques. Ces équipements concernent l'aménagement de nouvelles sources et/ou la réalisation d'un réseau de canalisation permettant de transférer, éventuellement, les excédents régionaux d'eau vers les régions qui enregistrent les déficits. Or, les équipements sont utilisables sur plusieurs périodes, donc ils devraient être déterminés par référence aux conditions climatiques moyennes et non à celles relatives à une année donnée. Dans ce sens, nous pensons que la formulation déterministe est plus adéquate pour ce modèle M.R.D..

Ainsi, nous utilisons la même formulation présentée au chapitre précédent. Soit :

$$\begin{cases} \text{Min } C_t^r = c_t^r Y_t^r \\ \text{sujet à} \\ \qquad A_t^r Y_t^r \geqslant d_t^r \\ \qquad Y_t^r \geqslant 0 \end{cases}$$

4.3.3 Au niveau sectoriel

A ce niveau, les conditions climatiques ne concernent que la contrainte relative aux ressources d'eau. Plus précisément, ce sont les coefficients ω^{ji}, $i=1,2,\ldots I^j$ et la quantité fixée W_t^{rj*} qui sont affectées par les conditions climatiques.

Posons :

$$\tilde{\omega}^{ji} = \omega^{ji} - \varepsilon^{ji} S_t^r$$

$$\tilde{W}_t^{rj*} = W_t^{rj*} + q_Q^{rj} S_t^r$$

où ε^{ji} et q_Q^{rj} sont respectivement la diminution des besoins en eau du produit "i" et l'accroissement de l'offre d'eau au secteur "j", associés à des conditions climatiques plus favorables que la normale.

La contrainte relative aux ressources d'eau peut alors s'écrire :

- dans le modèle de programmation linéaire

$$\sum_{i=1}^{I^j} \left(\omega^{ji} - \varepsilon^{ji} S_t^r\right) X_t^{rji} \leqslant W_t^{rj} + q_0^{rj} S_t^r$$

- dans le modèle d'analyse d'activité

$$\sum_{k=1}^{K^j} \left(\omega_k^j - \varepsilon_k^j S_t^r\right) \theta_{kt}^j \leqslant W_t^{rj} + q_\theta^{rj} S_t^r$$

Dans ce dernier cas, le vecteur b^j est, lui aussi, affecté par les conditions climatiques. Ses composantes deviennent :

$$\tilde{b}_k^j = \sum_{i=1}^{I^j} a_k^{ji} - p_W\left(\omega_k^j - \varepsilon_k^j S_t^r\right) - M_k^j - \sum_{s=1}^{S^j} p_s \ell_k^{js}$$

Cependant, le modèle d'analyse d'activité en tenant compte de l'ensemble des techniques disponibles au secteur "j", permet une meilleure adaptation aux conditions climatiques. En effet, ces techniques diffèrent par l'intensité d'eau qu'elles emploient, par conséquent, on choisira celles qui sont les plus adaptées aux conditions qui prévaudront en t.

Enfin, les modèles (M.S.) peuvent s'écrire sous la forme :

- modèle linéaire

$$\begin{cases} \underset{X_t^{rj}}{\text{Max}}\; E\left[B_t^{rj}\right] = E\left[\tilde{b}^{rj} X_t^{rj}\right] \\ \\ \text{sujet à} \\ \qquad \Pr\left\{\tilde{d}_t^{rj} - \tilde{C}^{rj} X_t^{rj}\right\} \geqslant p \end{cases}$$

- modèle d'analyse d'activité

$$\begin{cases} \underset{\theta_t^j}{\text{Max}}\; E\left[B_t^{rj}\right] = E\left[\tilde{b}^j\ \theta_t^j\right] \\ \\ \text{sujet à} \\ \qquad \Pr\left\{\tilde{d}_t^{rj} - \tilde{\tilde{T}}^j \theta_t^j\right\} \geqslant p \end{cases}$$

où p est un vecteur de probabilités de composantes unitaires pour l'ensemble des contraintes déterministes et un seuil adéquatement fixé pour la contrainte relative à l'eau.

4.4 Conclusion

Cette analyse stochastique nous a permis de constater que les conditions climatiques ne doivent pas affecter les décisions qui visent le long terme. En effet, dans la procédure de résolution dynamique du modèle de long terme, le terme reflétant l'effet des conditions climatiques était une constante, donc n'affectait pas les conditions d'optimalité des variables de décision. Par contre, les niveaux annuels relatifs aux disponibilités et besoins d'eau sont influencés par les conditions climatiques de l'année correspondante. De même, la formulation des contraintes avec seuils de probabilité permet de tenir compte non seulement des conditions climatiques, mais aussi de tous les aléas pouvant affecter n'importe quelle contrainte, en particulier la contrainte de financement dont les prévisions sont loin d'être connues avec certitude.

Enfin, nous avons profité de cette analyse stochastique pour présenter une méthode de résolution dynamique pour solutionner le modèle de long terme. Cette procédure démontrée dans notre exposé constitue une généralisation au cas des matrices avec contraintes, de celle proposée par Morris H. de Groot[1] dans le cas de variable réelle sans contraintes.

---

[1]Morris H. De Groot (1970), "Optimal Statistical Decisions", McGraw Hill Inc., Chapitre 14, § 10, pp. 411-414.

CHAPITRE V

APPLICATION NUMÉRIQUE : CAS DU MAROC ?

5.0 Introduction

Le but de ce chapitre est de tenter une application numérique des modèles mathématiques présentés au chapitre III. S'il est vrai que la plupart des données numériques, utilisées dans cette application, sont tirées du cas marocain, il n'en demeure pas moins vrai que les transformations et les désagrégations subies par ces données peuvent plus ou moins les éloigner de cette réalité. En fait, étant donné l'imperfection qui caractérise les données statistiques dans la plupart des pays sous-développés, et les transformations supplémentaires subies par celles-ci afin de les rendre "digestibles" par des modèles mathématiques, qui ajoutent leur grain de sel par la déformation additionnelle inhérente à toute tentative de modélisation de la réalité, on ne peut logiquement pas s'attendre à voir, au niveau des résultats, plus qu'une image très floue, par la déformation du modèle, d'un dixième de la réalité, que représentent les données initiales, divisée par dix, afin de rendre ces données utilisables pour ces besoins spécifiques. Cependant, ces résultats dont l'approximation peut friser le ridicule restent trop importants pour être rejetés. En effet, ils nous permettraient, quand même, de voir cette silhouette d'image sur un écran qui n'en contenait pas la moindre trace. Autrement dit, ils nous permettraient de faire le passage de 0 à ε aussi petit soit-il, surtout dans un contexte où l'utilisation des modèles mathématiques, voire même de toutes les techniques quantitatives est encore à ses premiers balbutiements pour ne pas dire inexistante ou ... prohibée ?

5.1 Le modèle linéaire de long terme M.L.T.

5.1.1 Estimation des paramètres du modèle

Rappelons que les paramètres du modèle sont donnés par les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -a_2 & 0 \\ b_2 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow (I + A) = \begin{pmatrix} 1-a_2 & 0 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{x}_t = \begin{pmatrix} \underline{E}_t \\ \underline{Q}_t \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ b_1 & -b_3 \end{pmatrix} \quad ; \quad \Omega = \begin{pmatrix} C_E & 0 \\ 0 & C_Q \end{pmatrix} \quad ; \quad R = \begin{pmatrix} C_I & 0 \\ 0 & C_W \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -M_E & -M_Q \end{pmatrix} \quad ; \quad Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\eta \\ 0 & 1 \\ -M_I & -M_W \end{pmatrix} \quad ; \quad d_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_t \\ -M_t \end{pmatrix}$$

a) La matrice A

a.1 Estimation du coefficient a_2

a_2 est le taux moyen annuel de dépréciation des capacités de mobilisation des ressources d'eau. Les informations disponibles[1] pour certains barrages, suffisamment anciens pour permettre une estimation du taux d'envasement, ont donné un taux de 0,0058. Or les eaux de surface représentent plus de 3/4 du potentiel hydraulique mobilisable estimé à 21 milliards de m^3[2], donc ce taux peut être utilisé pour l'ensemble des ressources en eau. Ainsi, nous avons retenu 0,006, comme estimation du taux de dépréciation des capacités de mobilisation des ressources en eau. Soit enfin $a_2 = 0,006$.

a.2 Estimation du coefficient b_2

b_2 est le taux moyen annuel d'occupation effective des capacités de mobilisation des ressources en eau, net du taux moyen annuel des dépréciations de ces capacités

$$b_2 = \rho\left(1 - a_2\right) = \rho(1 - 0,006) = 0,94\rho$$

Or, les statistiques disponibles sur les différents barrages[3] montrent

---

[1]Séminaire sur le thème : "Les ressources en eau au Maroc". Mobilisation et gestion. Organisé par l'"ANAFID" et l' "AIPC" les 13 et 14 juin 1980. Rabat. Thème II, p. II.12.

[2]Idem.

[3]Idem. Thème III. Annexe : "Les grands barrages du Maroc".

que les capacités utiles représentent 78 % des capacités totales et par conséquent

$$\rho = 0,78$$

$$b_2 = 0,94 \times 0,78 = 0,77$$

Enfin, les matrices A et (I + A) se présentent sous les formes suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -0,006 & 0 \\ 0,77 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (I+A) = \begin{pmatrix} 0,994 & 0 \\ 0,77 & 1 \end{pmatrix}$$

b. <u>La matrice B</u>

b.1 <u>Estimation du coefficient a_1</u>

a_1 est l'accroissement moyen des capacités de stockage et de mobilisation de ressources en eau, consécutif à un investissement unitaire, autrement dit, c'est l'inverse du coût moyen en investissement du m^3 de capacité de mobilisation d'eau. Pour élaborer une estimation de coût moyen, nous avons utilisé les données relatives aux capacités des différents barrages, et aux montants globaux d'investissement pour réaliser ces ouvrages. Ces coûts unitaires ont été augmentés pour tenir compte des équipements annexes, nécessaires dans l'exploitation de ces capacités réalisées, par exemple, les réservoirs de distributions, pompes, etc.. Pour faire cet ajustement, nous avons utilisé les estimations des coûts moyens d'investissement en équipements, autres que les ouvrages hydauliques, calculés par l'Office national de l'eau potable, pour les 14 plus grands centres de cet office afin d'établir des prévisions tarifaires et financières pour la période allant de 1981 à 1987.[1] Ces différentes données nous ont servi, donc, pour calculer une moyenne nationale pondérée pour tenir compte de l'importance relative des ouvrages et des centres de l'O.N.E.P.. L'estimation obtenue est : 0,54[2] dh/m^3. Par conséquent

$$a_1 = 1/0,54 = 1,85 \text{ m}^3/\text{dh}.$$

b.2 Estimation du coefficient b_1

b_1 est l'accroissement moyen des stocks d'eau rendu possible grâce à un investissement unitaire additionnel. Compte tenu du coefficient moyen d'utilisation des capacités ρ, on obtient

$$\rho b_1 = a_1 = 0,78 \times 1,54 = 1,44 \text{ m}^3/\text{dh}$$

b.3 Estimation du coefficient b_3

b_3 est la diminution moyenne des stocks d'eau nécessaires pour satisfaire une demande unitaire. Les statistiques disponibles[3] s'accordent

---

[1] Office national de l'eau potable : prévisions tarifaires et financières 1981-1987, pp. 11-137 et 201-217. Cette étude est signée par Roland Olivier. Conseil : Economiste Conseil, France, septembre 1980.

[2] dh : dirham, c'est l'unité monétaire du Maroc; son cours en 1980, base de notre étude, était $\simeq$ 4,50 dh/\$ canadien.

[3] a) Office national de l'eau potable : étude nationale de tarification de l'eau potable, vol II : analyse des coûts, p. 414, 1976.
b) Ministère de l'agriculture et de la réforme agraire : "L'irrigation au Maroc", Situations de l'équipement de la mise en valeur; Perspectives de développement (1975).

sur un taux de rendement du réseau de distribution d'eau, avoisinant 80 % et par conséquent

$$b_3 = 1/0,8 = 1,25\ m^3/m^3 = 1,25$$

La matrice B s'écrit alors :

$$B = \begin{pmatrix} 1,84 & 0 \\ 1,44 & -1,25 \end{pmatrix}$$

c. La matrice Ω

c.1 Estimation du coefficient C_E

C_E est le coût moyen associé à un écart unitaire entre le niveau désiré et le niveau réalisé des capacités de mobilisation des ressources d'eau. Compte tenu de la durée de vie, relativement longue de ces capacités, nous proposons d'estimer ce coût par la valeur globale d'une capacité unitaire pendant la durée de vie totale d'un "projet moyen", corrigée pour tenir compte des dépréciations que subira cette unité au cours de son existence. Le "projet moyen" est défini pour tenir compte des durées de vie, des projets hydrauliques, qui peuvent varier de 40 ans, durée moyenne des barrages, à 25 ans, comme durée moyenne des projets d'eau souterraine. Or, comme nous l'avons dit plus haut, les eaux de surface représentent 3/4 du potentiel global des eaux mobilisables, la durée de vie de ce "projet moyen" peut être estimée par la formule suivante :

$$\frac{3}{4} \times 40 + \frac{1}{4} 25 \simeq 36 \text{ ans}$$

Par conséquent, compte tenu du taux d'utilisation effective des capacités $\rho = 0{,}78$, et des dépréciations que subira cette unité de capacité, la capacité globale actualisée potentiellement utilisable à partir de cette unité sera

$$C = 0{,}78 \left(1 + 0{,}994 + 0{,}994^2 + \ldots + 0{,}994^{36}\right)$$

$$= 0{,}78 \left(\frac{1 - 0{,}994^{37}}{1 - 0{,}994}\right) = 0{,}78 \left(\frac{1 - 0{,}80}{0{,}006}\right) = 26 \text{ m}^3$$

Enfin, il nous reste à évaluer "C" pour déduire le coefficient C_E cherché. Il s'agit donc d'élaborer une estimation du coefficient de valorisation de la ressource d'eau, c'est-à-dire l'apport moyen que peut permettre l'utilisation de cette unité d'eau dans un usage économique. Pour calculer cette estimation, nous nous basons sur les données relatives à l'irrigation et à l'eau potable et industrielle.

i) Pour l'irrigation

Nous utilisons le rapport de l'accroissement moyen de la valeur ajoutée d'un hectare irrigué, par la quantité moyenne d'eau utilisée par cet hectare. Ce rapport est obtenu comme moyenne des accroissements des valeurs ajoutées pour l'ensemble des grands périmètres d'irrigation qui groupent 588 000 ha sur un total de 788 000 ha, irrigables en 1980, soit 75 %[1]. Sur la base de ces données, nous avons calculé une moyenne pondérée par les superficies irriguées dans les différents périmètres[2]. Le coefficient trouvé est de 0,35 dh/m^3.

ii) Pour l'eau potable et industrielle

Nous avons retenu le prix moyen payé par les utilisateurs de l'eau, soit 0,80 dh/m^3 [3]. Ce qui donne, étant donné que l'agriculture utilise 94 %[4] des ressources en eau, un coefficient de valorisation moyen :

$$0{,}06 \times 0{,}90 + 0{,}94 \times 0{,}35 \quad 0{,}377 \text{ dh/m}^3$$

et par conséquent

$$C_E = 0{,}377 \times C = 0{,}377 \times 26 = 9{,}80 \simeq 10 \text{ dh.}$$

---

[1]Séminaire 13-14 juin 1980, op. cit. Thème I, p. I.3.

[2]Irrigation au Maroc, Ministère de l'agriculture, op. cit., 114 p.

[3]a) Etude nationale de tarification de l'eau potable, Vol. II, Analyse des coûts.

b) Prévisions tarifaires et financières, 1981-1987.
0,80 est une moyenne, calculée par nous, pondérée pour tenir compte de l'importance relative des différents centres ayant des coûts économiques différents.

[4]Séminaire 13-14 juin 1980, op. cit.. Thème I, p. I.2.

c.2 Estimation du coefficient C_Q

Contrairement aux capacités de mobilisation, les stocks d'eau ne sont pas durables. Un déficit des stocks d'eau se traduit par une demande non satisfaite au cours de la période en question. Si on admet que le prix payé par l'utilisateur traduit bien la valeur de l'eau, alors le coût maximum associé à cet écart unitaire entre le niveau désiré et le niveau réalisé des stocks d'eau sera déterminé par référence au prix de l'eau potable pour usage domestique, soit 0,80 dh/m^3. Et compte tenu du rendement du réseau de distribution, seulement une fraction unitaire de 0,80 sera effectivement livrée au consommateur qui payera alors

$$C_E = 0{,}80 \times 0{,}80 = 0{,}64 \simeq 0{,}65$$

qui est donc le prix du mètre cube au niveau de la source.

La matrice Ω s'écrit alors :

$$\Omega = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0{,}65 \end{pmatrix}$$

d. La matrice R

d.1 Estimation du coefficient C_I

C_I est le coût moyen de l'investissement. Or l'investissement et la fonction de performance sont exprimés dans la même unité, le dirham (dh), nous retenons pour C_I une valeur unitaire

$$C_I = 1.$$

d.2 Estimation du coefficient C_W

C_W est le coût moyen associé à l'utilisation de l'eau. Le coût de cette utilisation peut être mesuré par le coefficient de valorisation de l'eau, calculé plus haut, 0,40 dh/m^3. Or, compte tenu du taux de rendement du réseau de distribution, la satisfaction d'une demande unitaire nécessite 1,25 unités des stocks d'eau. Soit

$$C_W = 1,25 \times 0,40 = 0,50 \ dh/m^3$$

Par conséquent on arrive à

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,50 \end{pmatrix}$$

e. La matrice G

e.1 Estimation du coefficient M_E

M_E est le coût moyen d'entretien des capacités de mobilisation des ressources en eau. Les études des projets hydrauliques programmés dans le cadre du Plan quinquennal 1968-1972 ont retenu des coefficients variant entre 0,5 et 1 % de la valeur de l'ouvrage[1]. Ainsi, nous retenons une estimation égale à 0,75 % qui, rapportée à la valeur du coût moyen en investissement, 0,54 dh, nous donne 0,0041 dh. Or, comme nous

---

[1] C'est le seul plan qui a mentionné explicitement le coût d'entretien des ouvrages individuellement. Les plans postérieurs se contentaient d'une rubrique globale où l'entretien est groupé avec d'autres opérations d'extension, par exemple.

l'avons vu plus haut, un investissement de 0,54 dh engendre une capacité de 1,85 m^3. Donc, le coût moyen d'entretien peut être estimé par

$$M_E = 0{,}0041 \text{ dh}/1{,}85 = 0{,}0022 \text{ dh/m}^3.$$

e.2 Estimation du coefficient M_Q

M_Q est le coût moyen de stockage de l'eau. Ce coût dépend de la nécessité ou non des opérations de traitement et/ou de conditionnement de cette eau stockée. Les études réalisées pour le compte de l'Office national de l'eau potable évaluaient ce coût de stockage à 0,046 dh/m^3 [1]. Puis ce chiffre a été réévalué pour atteindre la valeur de 0,0755[1] dh/m^3. Pour l'agriculture, où l'essentiel de l'eau provient directement des barrages, le nombre de réservoirs secondaires est relativement plus faible, aucun conditionnement n'est nécessaire et surtout les besoins de pointes ne sont pas aussi prononcés que pour l'eau potable. Nous proposons, alors, 0,004 dh/m^3 comme estimation pour le coût de l'eau pour l'usage agricole. Et comme l'agriculture utilise 94 % des ressources d'eau, alors nous obtenons :

$$M_Q = 0{,}004 \times 0{,}94 + 0{,}0755 \times 0{,}06 \simeq 0{,}008$$

---

[1]Etude nationale de tarification de l'eau potable, Vol. 2, Analyse des coûts, p. 414.

e.3 Estimation du coefficient ρ

Le coefficient d'utilisation des capacités a été déjà estimé en a.2) plus haut. Soit ρ = 0,78. Et par conséquent- on a :

$$G = \begin{pmatrix} 0{,}78 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -0{,}0022 & -0{,}008 \end{pmatrix}$$

f. La matrice Z

f.1 Estimation du coefficient M_I

M_I est le coût moyen d'un investissement unitaire. Or, ce dernier est exprimé en unité monétaire, donc on a :

$$M_I = 1 \text{ dh/dh} = 1$$

f.2 Le coefficient M_W

M_W est le coût moyen associé à l'utilisation d'une unité d'eau. Ce coût peut varier selon les régions et/ou le secteur utilisateur domestique, industriel ou agricole.

i) Pour l'eau potable et industrielle

Ce coût correspond à la charge moyenne d'exploitation, frais d'entretien non compris, soit : 0,213 dh/m^3 [1].

ii) Pour l'eau agricole

Ce coût peut être estimé par la charge d'équipement des superficies/m^3. Nous retenons 10 % (= taux d'actualisation utilisé dans les calculs) du coût moyen d'équipement par m^3; obtenu en divisant le coût moyen d'équipement d'un hectare par le volume moyen d'eau utilisé dans cet hectare. La moyenne nationale pour l'ensemble des périmètres d'irrigation est 0,10 dh/m^3 [2]. A cette charge d'équipement, nous ajoutons 25 % du coût d'exploitation de l'eau potable. Ce qui donne

$$0,10 + 0,25 \times 0,213 = 0,1533 \text{ dh/m}^3$$

Et, par conséquent, compte tenu de l'importance relative du secteur agricole, nous obtenons :

$$C_W = 0,06 \times 0,213 + 0,94 \times 0,1533 \simeq 0,15 \text{ dh/m}^3$$

f.3 Estimation du coefficient η

η est l'inverse du taux de rendement moyen du réseau de distribution qui a déjà été estimé à 0,80 en b.3). Donc

$$\eta = 1/0,80 = 1,25$$

---

[1] "Prévisions tarifaires et financières", op. cit.. Cette moyenne, calculée par nous, est pondérée pour tenir compte de l'importance relative des centres.

[2] "L'irrigation au Maroc", op. cit., 114 p.. Nous avons commencé par calculer une moyenne par périmètre pour en déduire une moyenne nationale pondérée par les superficies irriguées des différents périmètres.

Enfin, la matrice Z se présente sous la forme

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1,25 \\ 0 & 1 \\ -1 & -0,15 \end{pmatrix}$$

Ces matrices constituent l'ossature structurelle du modèle. Autrement dit, elles caractérisent le modèle lui-même dans ce sens qu'elles sont indépendantes des facteurs exogènes. Ce sont les "coefficients techniques" du modèle. Par contre, les vecteurs $\underline{x}_t$ et d_t représentent respectivement les objectifs poursuivis et les moyens qui seront mis en oeuvre pour les atteindre. Donc, ces derniers sont exogènes, puisque fixés par le planificateur et/ou imposés par les limitations qui frappent les ressources.

g. <u>Le vecteur $\underline{x}_t$</u> $t=0,1,\ldots T$

$\underline{x}_t$ représente les niveaux désirés des variables d'état E_t et Q_t sur les différentes périodes planifiées. En 1980, les ressources d'eau utilisées étaient de l'ordre de 8.10^9 m^3. De même, les projections établies à la même date prévoient l'utilisation d'un volume de l'ordre de 14 à $14,5.10^9$ m^3 d'eau en l'an 2000. Ces projections sont basées sur les besoins en eau potable et industrielle, et agricole qui passeront respectivement de $0,5.10^9$ à $2,5.10^9$ m^3 et de $7,5.10^9$ m^3 à 12.10^9 m^3 [1].

---

[1]Séminaire sur les ressources en eau au Maroc, juin 1980, op. cit.. Thème I, p. I.2.

Sur la base de ces données et compte tenu du fait que seuls 78 % ($\simeq$ 80 %) des capacités sont effectivement utiles et, que le taux de rendement du réseau de distributoon est de 80 %, nous avons déduit les estimations suivantes :

- les stocks d'eau passeront de 8 x 1,25 = 10.10^9 m^3 en 1980 à 11,5 x 1,25 $\simeq$ $14,5.10^9$ m^3 en 2000.
- les capacités de mobilisation passeront de 10 x 1,25 = $12,5.10^9$ m^3 en 1980 à 14,5 x 1,25 = $18,125.10^9$ m^3 en 2000.

Or, l'essentiel de cette eau sera utilisé par l'agriculture dont le développement ne peut se faire que de manière progressive tout au long de la période planifiée. Par conséquent, la méthode d'interpolation linéaire nous semble plus adéquate que la méthode exponentielle que suggérerait l'évolution démographique qui d'ailleurs n'utilisera pas plus de 5 à 10 % des eaux mobilisées. Ainsi, nous avons obtenu les niveaux désirés, en 10^9 m^3 suivants :

Tableau I

Projection des niveaux désirés des équipements et des stocks d'eau

Année	E_t	Q_t	Année	E_t	Q_t
1980	12,5	10	1990	15,313	12,250
1981	12,7813	10,225	1991	15,5943	12,475
1982	13,0626	10,450	1992	15,8756	12,700
1983	13,3439	10,675	1993	16,1569	12,925
1984	13,6252	10,900	1984	16,4382	13,150
1985	13,9065	11,125	1985	16,7195	13,375
1986	14,1878	11,350	1996	17,000	13,600
1987	14,4691	11,575	1997	17,2821	13,826
1988	14,7504	11,800	1998	17,5634	14,050
1989	15,0317	12,025	1999	17,8447	14,275
			2000	18,125	14,50

h. Le vecteur d_t $t=0,1,...T-1$

De tous les paramètres du modèle, c'est le vecteur d_t, normalement fixé de manière exogène au niveau des autorités chargées du plan, qui nous pose le plus de problèmes. En effet, les informations disponibles ne nous permettent pas de proposer des estimations crédibles et quelque peu réalistes. Aussi, nous allons procéder comme suit :

h.1 <u>Les constantes M_t</u> $t=0,1,\ldots T-1$

M_t est le montant des fonds disponibles à la période t pour être utilisé dans les opérations de développement et d'allocation des ressources en eau. Compte tenu du problème relatif aux données valables mentionné plus haut, nous allons profiter de la structure du modèle pour en déduire, à l'optimum, les montants des fonds nécessaires pour atteindre les objectifs fixés. En effet, connaissant x_t^* et u_t^*, nous pourrons calculer, sur la base des paramètres M_E, M_Q, M_I et M_W, les fonds nécessaires pour couvrir les différentes opérations d'entretien, de stockage, d'investissement et d'utilisation de l'eau par les différents secteurs de l'économie. Ceci correspond à la situation où M_t est fixé à la valeur hypothétique

$$M_t = \infty \qquad t=0,1,\ldots T-1$$

h.2 <u>Les constantes $\underline{W}_t$</u> $t=0,1,\ldots T-1$

$\underline{W}_t$ définit implicitement les seuils minima des demandes finales à satisfaire par les productions intérieures des différents secteurs de l'économie à la période t; $t=0,1,\ldots T-1$.

Là aussi, nous ne sommes pas en mesure de proposer des estimations vraisemblables sur l'ensemble des vingt années planifiées. Nous proposons alors de fixer $\underline{W}_t = 0$, ce qui aura pour avantage de garder la structure étendue du modèle afin de tenir compte de cette contrainte dès que possible ou au moins, pour permettre de faire des simulations.

h.3 Les autres constantes

Enfin, concernant les autres contraintes, les constantes sont déjà fixées égales à zéro. Dans la première étape de la procédure itérative, nous allons supposer que ces contraintes sont satisfaites. Par contre, dans les étapes suivantes, les prix d'ordre associés à ces contraintes, tout comme le prix associé aux ressources financières, par les différents niveaux de la hiérarchie, seront utilisés pour réajuster les différentes propositions des modèles.

Nous allons donc faire les calculs de la première étape avec $d_t' = (0,0,0,-\infty)$ ce qui nous donne $\Gamma_t = 0$ et par conséquent les formules itératives de calcul présentées au chapitre III se ramènent à :

$$\text{(r.1)} \quad K_t = (I+A)'\left[K_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}(I+A) + \Omega$$

$$\text{(r.2)} \quad s_t = (I+A)'\left[I - \left[K_{t+1}^{-1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}BR^{-1}B'\right]s_{t+1} - \Omega\underline{x}_t$$

$$\triangleq \quad \alpha_t s_{t+1} - \Omega\underline{x}_t$$

avec

$$K_T = \Omega$$

$$s_t = -\Omega\underline{x}_T$$

$$(r.3)\qquad x^*_{t+1} = \left[I - BR^{-1}B'\left[K^{-1}_{t+1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}\right](I+A)x^*_t - \left[BR^{-1}B' - BR^{-1}B'\left[K_{t+1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}\right]s_{t+1}$$

$$= P_t x^*_t + v_t s_{t+1}$$

avec la condition initiale

$$x_o = \bar{x}_o$$

Enfin,

$$(r.4)\qquad u^*_t = -R^{-1}B'\left[K^{-1}_{t+1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}(I+A)x^*_t - R^{-1}B'\left[I - \left[K_{t+1} + BR^{-1}B'\right]^{-1}BR^{-1}B'\right]s_{t+1}$$

$$= L_t x^*_t + n_t s_{t+1}$$

$$= B^{-1}\left[P_t - (I+A)\right]x^*_t + B^{-1}v_t s_{t+1}$$

5.1.2 <u>Résolution du modèle linéaire M.L.T.</u>

Le but ultime de cette résolution est évidemment le calcul des commandes optimales u^*_t, qui permettront au système de suivre la trajectoire désirée x^*_t aux moindres coûts. Or, pour calculer u^*_t nous avons besoin de x^*_t dont le calcul nécessite la connaissance de K_t et s_t. Aussi, en utilisant les données de base :

$$\Omega = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0,65 \end{pmatrix} = K_T ; \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$(I + A) = \begin{pmatrix} 0,994 & 0 \\ 0,77 & 1 \end{pmatrix} ; \qquad B = \begin{pmatrix} 1,85 & 0 \\ 1,44 & -1,85 \end{pmatrix}$$

et le résultat intermédiaire :

$$BR^{-1}B' = \begin{pmatrix} 3,4225 & 2,664 \\ 2,664 & 5,1985 \end{pmatrix} ,$$

nos calculs seront échelonnés comme suit :

nous arrivons aux résultats présentés en annexe A2 et commentés en 5.3.2.

5.2 Les modèles de décentralisation

5.2.1 Le niveau national

Comme nous l'avons souligné dans les chapitres précédents, en plus de l'établissement du plan de long terme, le modèle M.L.T., l'O.C. s'occupe également de la coordination des régions dans leurs efforts de développement et de l'allocation des ressources en eau. Les outils de coordination utilisés sont les modèles M.C.C.D. et M.C.C.A..

Avant de passer à l'estimation des coefficients et paramètres de ces modèles, il nous faut préciser le concept de région. Sur le plan administratif, le territoire marocain est constitué d'une quarantaine de provinces ou préfectures. Pour les besoins de développement économique régional, ces provinces ou préfectures ont été groupées dans sept régions économiques par Dahir du 16/6/71[1]. Cette régionalisation constitue une innovation remarquable du Plan quinquennal 1973-1977 selon même les termes employés dans ce plan. Le but essentiel est de favoriser un développement harmonieux et équilibré de ces régions. Cependant, malgré l'adoption et l'utilisation du concept de région économique par l'ensemble des plans élaborés depuis 1973, les statistiques économiques continuent d'être publiées selon les provinces administratives; en particulier, il n'existerait[2] pas

---

[1]Plan quinquennal 1973-1977, Vol III, Développement régional, p. 9.

[2]Cette information nous a été fournie par la Direction de conservation foncière et des travaux topographiques : Service de la carte, Rabat.

encore de carte officielle des régions économiques. Pour les besoins de notre travail, nous avons fait un découpage approximatif de la carte globale, en groupant l'ensemble des provinces qui composent chacune des régions économiques[1]. Cette carte approximative sera utilisée pour faire une répartition approximative des potentialités hydrauliques, des besoins en eau et des superficies irrigables des différentes régions économiques. Plus loin, ces répartitions approximatives seront expliquées avec plus de détail.

5.2.1.1 Le modèle M.C.C.D.

a. La matrice A_t

a.1 Estimation des éléments a_1^r

. a_1^r est la capacité moyenne de mobilisation d'eau par unité d'investissement au niveau de la région r, r=0,1,2,...7. Autrement dit, c'est l'inverse du coût moyen d'investissement à la région r. Nous proposons d'utiliser les estimations fournies par l'étude des prévisions tarifaires et financières de l'ONEP[2] pour déduire, par extrapolation des résultats donnés à l'échelle des centres, des estimations des coûts à l'échelle des différentes régions.

---

[1]Conformément aux listes fournies par l'ONEP - Plan de développement économique et social 1981-1985 : Commission équipement.

[2]Prévisions tarifaires et financières 1981-1987, ONEP, 1980, pp. 11-137 et 202-217.

Nos extrapolations ont donné les résultats suivants :

région r	0[1]	1	2	3	4	5	6	7
CM_{I^r}	0,543	1,234	0,415	0,512	0,596	0,710	0,380	0,234
a_1^r m^3/dh	1,85	0,81	2,41	1,95	1,68	1,41	2,63	4,27

a.2 <u>Estimation des éléments $M_t^{I_r}$</u>

$M_t^{I_r}$ est le coût moyen d'un investissement unitaire, ajusté pour tenir compte des besoins financiers effectifs exprimés par les différentes régions "r"

$$M_t^{I_r} = M_t^I \left(1 + \frac{\mu_{dt}^{I_r} - \bar{\mu}_{dt}^I}{R\sigma_{\mu_{dt}^I}} \right)$$

où

$$M_t^I = \frac{M_t^{I^*}}{I_t^*} = 1.$$

Nous proposons d'utiliser $M_t^{I_r} = 1$ dans la première itération et d'ajuster par la suite les $M_t^{I_r}$ pour tenir compte des réactions des différentes régions. Ainsi, la forme initiale de la matrice A_t peut s'écrire :

---

[1]La région "0" est, par convention, l'organisme central. On retrouve ainsi les données numériques déjà utilisées dans le modèle M.L.T. de la partie 5.1).

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1,85 & 0,81 & 2,41 & 1,95 & 1,68 & 1,41 & 2,63 & 4,27 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

b. <u>Le vecteur C_{I_t}</u> : <u>fonction objectif</u>

$$C^r_{I_t} = \left(CM^r_{E\theta_t} + \lambda^{r*}_{\theta_t} \right)$$

où $CM_{E\theta_t}$ est le coût d'entretien actualisé des capacités engendrées par un investissement unitaire.

$$CM^r_{E\theta} = \sum_{\tau=0}^{T} a^r_1 \, M^{E_r} \left(1 - a^r_2\right)^{\tau} = a^r_1 \, M^{E_r} \sum_{\tau=0}^{T} \left(1 - a^r_2\right)^{\tau}$$

où les M^{E_r} sont estimés de la même manière que M_E de la matrice G du modèle M.L.T., de la première partie 5.1), soit,

$$M^{E_r} = 0{,}75\ \%.\frac{CM_{I^r}}{a_1^r}$$

Les valeurs obtenues sont :

région r	0	1	2	3	4	5	6	7
M^{E_r}	0,0022	0,0114	0,0013	0,0020	0,0027	0,0038	0,0011	0,0004

a_2^r est le taux de dépréciation des capacités de mobilisation au niveau de la région r. Les informations disponibles sont relatives au niveau global. Les barrages sur lesquels nous disposons des informations relativement aux dépréciations[1] ne couvrent pas l'ensemble des régions économiques; aussi, nous préférons nous contenter de cette estimation globale et admettre que le taux global calculé, de 0,006, est applicable pour chacune des régions. Soit :

$$a_2^r = a_2 = 0{,}006 \text{ pour } r=0,1,\ldots 7.$$

et
$$\sum_{\tau=0}^{T} \left(1 - a_2^r\right)^\tau = \sum_{\tau=0}^{36^2} (1-0{,}006)^\tau = \frac{1-0{,}80}{0{,}006} = 33{,}27$$

---

[1]Séminaire sur le thème : "Les ressources en eau au Maroc", juin 1980, op. cit.. Thème II, p. II.12.

[2]Durée de vie d'un projet moyen. Concept déjà utilisé dans l'estimation du coefficient C_E de la matrice Ω en 5.1).

Par conséquent

$$CM^r_{E\theta} = 33{,}27\ a^r_1\ M^{E_r}. \quad \text{Soit :}$$

région r	0	1	2	3	4	5	6	7
$CM^r_{E\theta}$	0,135	0,307	0,104	0,130	0,151	0,178	0,096	0,057

Les $\lambda^{r*}_{\theta t}$ sont les prix d'ordre d'offre d'eau par les différentes régions que nous allons supposer nuls dans la première itération.

c. Le vecteur b_t : membres droits

Les composantes du vecteur b_t sont fournies par la résolution du M.L.T., pour l'ensemble des périodes x=0,1,...T-1.

5.2.1.2 Le modèle M.C.C.A.

a. La matrice C_t

Estimation des éléments $M_t^{W_r}$

$M_t^{W_r}$ est la dépense moyenne associée à l'utilisation de l'eau par la région r. Comme pour le coefficient M^W_r, utilisé dans le modèle M.L.T., les $M_t^{W_r}$ sont calculés sur la base des estimations faites pour les secteurs eau potable et agricole[1]. Soit :

[1]Nos calculs sont basés sur les renseignements fournis par :
- les prévisions tarifaires et financières de l'ONEP, op. cit.
- l'irrigation au Maroc, op. cit.

région r	1	2	3	4	5	6	7	Ensemble
eau potable 6 %	0,492	0,19	0,193	0,21	0,32	0,18	0,10	0,208
eau agricole 94 %	0,23	0,13	0,138	0,162	0,16	0,17	0,12	0,15
$M_t^{W_r}$	0,246	0,134	0,141	0,165	0,170	0,171	0,119	0,1535

A partir de la deuxième itération, les coefficients $M_t^{W_r}$ seront ajustés pour tenir compte des besoins financiers effectifs des différentes régions.

La matrice C_t se présente alors :

$$C_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0{,}246 & 0{,}134 & 0{,}141 & 0{,}165 & 0{,}170 & 0{,}171 & 0{,}119 \\ -1 & & & & & & \\ & -1 & & & & & \\ & & -1 & & & & \\ & & & -1 & & & \\ & & & & -1 & & \\ & & & & & -1 & \\ & & & & & & -1 \end{pmatrix}$$

Le vecteur d_t : membres droits

Les composantes du vecteur d_t sont fournies par la résolution du modèle M.L.T. ajusté, au besoin, par les prix d'ordre calculés au niveau des régions.

5.2.2 Le niveau régional

A ce niveau, l'O.R. doit, d'une part, établir le programme de développement des ressources en eau, d'autre part, coordonner les secteurs utilisateurs d'eau afin d'assurer une meilleure allocation des ressources disponibles.

5.2.2.1 Le développement des ressources d'eau

Au niveau de chaque région, l'O.R. dispose d'un inventaire de l'ensemble des sources et/ou projets hydrauliques potentiellement mobilisables accompagnés chacun de ses caractéristiques propres (capacité, coût d'investissement, sites possibles, durée de réalisation, etc.). Il utilise cet inventaire pour déterminer la séquence optimale des projets réalisables au cours de la période planifiée, en tenant compte de ses moyens propres et des instructions et/ou quotas de fonds qui lui parviennent du niveau central. Mais bien que ces inventaires sont déjà établis par la Direction de l'hydraulique, ils n'ont pas encore fait l'objet de publication officielle et par conséquent, leur utilisation est pour le moment réservée aux besoins propres de la direction. Cependant, des informations globales ont été fournies dans les documents du séminaire sur "Les ressources en eau au Maroc" [1]. Ces documents ont été préparés sous la direction des plus hauts responsables chargés de la mobilisation et/ou de la gestion des ressources en eau. Nous avons considéré ces informations comme étant très crédibles et même presque officielles et par conséquent, nous les avons utilisées comme base pour élaborer les estimations de la presque totalité des paramètres et/ou objectifs de notre modèle de planification.

Bien que nous ne disposions pas de données pertinentes, relativement aux projets hydrauliques individuels, nécessaires pour faire une application numérique des modèles M.R.D., il nous semble approprié de dresser un bilan approximatif des potentialités globales des ressources hydrauliques des différentes régions. Pour ce faire, nous avons procédé comme suit :

En projetant notre carte approximative des régions économiques sur les cartes des domaines hydrologiques pour les eaux souterraines en des bassins versants pour les eaux de surface [2] et, le cas échéant,

---

[1] Séminaire sur le thème "Les ressources en eau au Maroc", juin 1980, op. cit..

[2] Les cartes utilisées sont celles fournies dans
- les barrages au service du développement 1969, document de 16 p. non numérotées,
- l'eau, cette richesse, 1971, 23 p.

Ces documents ont été élaborés conjointement par le Ministère de l'agriculture et le Ministère du plan. Les données numériques, par contre, sont fournies dans le texte du "séminaire sur les ressources d'eau au Maroc", op. cit., pp. II.19-20 et II.32.

partionnant approximativement les domaines et/ou bassins communs à plusieurs régions entre ces dernières, nous avons obtenu les résultats globaux ci-dessous. Les données qui ont servi pour obtenir ces résultats sont présentées en annexe.

Pour estimer les ressources mobilisées, nous avons utilisé les informations relatives à l'ensemble des barrages en exploitation en 1980 et les informations relatives aux eaux souterraines mobilisées par domaine hydrologique[1]. Les estimations obtenues paraissent au tableau suivant.

5.2.2.2 L'allocation des ressources d'eau M.C.R.A.

Au niveau de l'allocation des ressources en eau, chaque O.R. coordonne les secteurs économiques utilisateurs d'eau. Pour simplifier notre exposé, nous avons groupé l'ensemble des secteurs élémentaires dans trois grands secteurs :

- le secteur agricole
- le secteur domestique (urbain et rural)
- le secteur industriel.

Chaque secteur sera désagrégé au niveau sectoriel qui va suivre. Ces

---

[1]Séminaire sur "Les ressources d'eau au Maroc", op. cit., p. II.42. Ces tableaux relatifs aux barrages et aux eaux de surface mobilisés sont présentés en annexe.

Tableau II

Bilan des ressources en eau au Maroc

Région	Ressource mobilisée en 1980 (10^6 m^3)			Potentiel mobilisable stade final[1] (10^6 m^3)		
	surface	Eau de souterr.	ensemble	surface	Eau de souterr.	ensemble
I	900	620	1 520	1 327	880	2 207
II	600	265	865	1 207	590	1 797
III	1 900	400	2 300	3 553	1 000	4 553
IV	1 750	560	2 310	5 903	1 215	7 118
V	1 300	335	1 635	2 305	650	2 955
VI	650	235	885	792	540	1 332
VII	400	85	485	913	125	1 038
Ensemble	7 500	2 500	10 000	16 000	5 000	21 000

[1] Le stade final correspond à la période de fin d'aménagement de l'ensemble des potentialités hydrauliques de l'ensemble du territoire national du Maroc.

Les prévisions mentionnées dans le cadre du séminaire sur le thème : "Les ressources d'eau au Maroc" fixent pour objectif de l'an 2000, l'horizon de notre plan, un potentiel de l'ordre de 14 500 10^6 m^3. Cet objectif a été retenu dans le cadre de cette étude.

secteurs seront respectivement indicés j=1,2,3.

a. <u>Les matrices régionales C_t^r, r=1,2,...7</u>

<u>Estimation des éléments $\overset{W}{M}{}_t^{rj}$</u>

Les M_t^{rj} ont déjà servi de base pour calculer les éléments $\overset{W}{M}{}_t^{r}$ au niveau central. Nous allons admettre que les coûts associés à l'utilisation de l'eau aux niveaux domestique et industriel sont identiques; en effet, pour une grande partie, l'industrie est localisée dans les grandes villes et desservie par l'office national de l'eau potable par de l'eau de la même qualité que celle utilisée par les ménages, les administrations et les municipalités, Cependant, dans le cadre des nouveaux schémas directeurs des villes, on assiste à un exode relatif des industries des centres villes vers les zones périphériques profitant, par la même occasion, pour développer leurs ressources propres en eau.

Compte tenu des estimations déjà présentées en 5.2.1.2 a), les matrices C_t^r se présentent comme suit :

a) La région I

$$b^{1'} = [0{,}80,\ \ 0{,}50,\ \ 0{,}57]^{1}$$

$$C_t^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}492 & 0{,}492 & 0{,}23 \\ -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

b) La région II

$$b^{2'} = [0{,}80,\ \ 0{,}50,\ \ 0{,}21]$$

$$C_t^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}19 & 0{,}19 & 0{,}13 \\ -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

---

[1] Ce sont respectivement les estimations respectives du prix payé par les ménages, par l'industrie et du coefficient de valorisation de l'eau =

$$\frac{\Delta \text{ rendement/ha}}{\text{quantité d'eau/ha}}$$

c) La région III

$$b^{3'} = [0{,}80,\ \ 0{,}50,\ \ 0{,}22]$$

$$C_t^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}193 & 0{,}193 & 0{,}138 \\ -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

d) La région IV

$$b^{4'} = [0{,}80,\ \ 0{,}50,\ \ 0{,}30]$$

$$C_t^4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}21 & 0{,}21 & 0{,}162 \\ -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

e) La région V[1]

$$b^{5'} = [0{,}80,\ \ 0{,}50]$$

$$C_t^5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}32 & 0{,}32 \\ -1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$$

Absence du secteur agricole

f) La région VI[1]

$$b^{6'} = [0{,}80,\ 0{,}37]$$

$$C_t^6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}18 & 0{,}17 \\ -1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$$

g) La région VII

$$b^{7'} = [0{,}80,\ 0{,}50,\ 0{,}24]$$

$$C_t^7 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}12 & 0{,}10 & 0{,}10 \\ -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$$

b. Les vecteurs d_t^r : membres droits

Les deux premières composantes sont calculées au niveau du modèle M.C.C.A. et les trois dernières sont estimées à partir des besoins

---

[1]Absence du secteur industriel.

projetés des différents secteurs sur les différentes périodes planifiées. L'estimation des besoins sectoriels en eau a été faite comme suit :

b.1 <u>Le secteur agricole</u>

Comme pour l'estimation des potentialités régionales des ressources en eau, pour déterminer les superficies régionales irriguées en 1980 et irrigables à l'an 2000, nous avons projeté notre carte de travail des régions économiques sur la carte des grands périmètres d'irrigation[1] en tenant compte des objectifs exprimés dans les documents relatifs au séminaire sur les ressources en eau au Maroc[2]. Nos estimations de ces superficies régionales se présentent au tableau suivant.

---

[1] L'irrigation au Maroc, 1975, op. cit., pp. 18-19.

Séminaire sur le thème : Les ressources en eau au Maroc, 1980, op. cit., Thème III, Annexe

[2] - Rapport sur l'irrigation au Maroc, 1979 (en arabe), p. 25.

Tableau III

Bilan des superficies irrigables au Maroc

Superficies 10^3 ha / Région	Superficies irrigées (1980)			Superficies irrigables (2000)		
	GH	PMH	Ensemble	GH	PMH	Ensemble
I	114	15	129	125	25	150
II	84,2	42	126	155	45	200
III	154	54	208	215	68	283
IV	103	34	137	285	52	337
V	0	33	33	0	43	43
VI	66,7	27	93,7	70	35	105
VII	36,8	10	46,8	40	12	52
Ensemble	558,7	215	773,5	890	280	1 170

où

GH ≡ grande hydraulique (irrigation intensive),

PMH ≡ petite et moyenne hydraulique.

Les superficies relatives aux périodes intermédiaires ont été déterminées par interpolation linéaire. Puis nous avons calculé des estimations des besoins moyens en eau par hectare et par région économique[1]. Ces estimations se présentent comme suit :

<u>Les besoins moyens en eau/hectare/région</u>

Région Besoins en eau/ha 10^3 m^3	I	II	III	IV	V	VI	VII
GH (10^3 m^3)	8,1	8,25	10,5	9,0	-	10,0	13,0
PMH (10^3 m^3)	4,86	4,95	6,3	5,4	6,0	6,0	7,8

Enfin, sur la base des superficies irrigables projetées et des consommations moyennes d'eau par hectare, nous avons déduit des estimations des besoins d'eau des secteurs agricoles des différentes régions sur l'ensemble des périodes couvertes par le plan. Nous donnons à titre d'exemple, les résultats suivants en 10^6 m^3.

[1]L'irrigation au Maroc, 1975, op. cit., p. 18.

Tableau IV

Projection des besoins en eau agricole par région

Année / Région	1980	1985	1990	1995	2000
I	996,3	1 030,725	1 065,15	1 099,6	1 134,0
II	902,55	1 052,2875	1 172,0775	1 321,815	1 501,50
III	1 957,2	2 139,375	2 321,55	2 503,725	2 685,90
IV	1 110,6	1 541,70	1 972,80	2 403,90	2 835,00
V	198,00	213,00	228,00	243,00	258,00
VI	829,00	849,25	869,50	889,75	910,00
VII	556,40	574,60	592,80	611,00	629,20
Ensemble W^A	6 550	7 400	8 222	9 073	9 954
Q^A	8 187	9 250	10 277	11 341	12 442

où

Q^A est le stock d'eau nécessaire pour satisfaire les besoins W^A compte tenu des pertes du réseau.

b.2 Le secteur domestique

Dans notre définition, le secteur domestique groupe l'ensemble des ménages urbains et ruraux, les administrations publiques et les municipalités. Nos estimations des besoins en eau de ce secteur ont été faites sur la base des renseignements fournis dans les différents documents de l'ONEP[1] et dans les textes du séminaire sur les ressources en eau[2]. Nous avons obtenu les estimations suivantes :

Tableau V

Projection des besoins en eau du secteur domestique

Année / Région	1980	1985	1990	1995	2000
I	52,5322	67,3325	87,9221	113,280	143,2589
II	90,963	120,930	160,226	208,621	268,82
III	192,755	264,99	355,56	467,06	611,252
IV	140,29	191,92	257,046	337,2345	440,385
V	65,3747	89,215	117,873	153,1837	196,694
VI	54,97	74,36	99,18	129,74	168,56
VII	49,00	66,05	87,96	114,96	149,10
Ensemble					

[1]- Situation des besoins et des débits équipés et à équiper 1981-1985, 75 p.
- Ressources en eau et projection de la demande, Mai 1981, pp. 15-17.

[2]Séminaire sur Les ressources en eau au Maroc, op. cit., pp. I-2-I.4.

b.3 Le secteur industriel

Pour estimer les besoins en eau du secteur industriel, nous avons admis que ce secteur continuera à utiliser 19 %[1] de l'ensemble de l'eau potable. Pour la ventilation de cette quantité globale entre les différentes régions économiques, nous avons déterminé, sur la base des quelques renseignements fournis dans "L'étude nationale de la tarification de l'eau potable" relativement à l'emplacement de quelques industries et à la consommation industrielle d'eau dans les grandes villes, des coefficients qui indiqueraient l'importance relative des industries dans les différentes régions. Ces coefficients estimés sont :

Région	I	II	III	IV	V	VI	VII
Part en %	4,75	9,38	42,28	20,83	15,28	-	7,48

Quant à la ventilation des besoins, elle se présente comme suit :

[1]Etude nationale de la tarification de l'eau potable, op. cit., Rapport de synthèse, p. 14.
Les chiffres avancés donnent

47 % pour les usages des particuliers,
34 % pour les usages administratifs, et
19 % pour les gros utilisateurs privés (industrie).

Tableau VI

Projection des besoins industriels en eau

Année Région	1980	1985	1990	1995	2000
I	4,30	6.15	8,37	11,10	14,77
II	8,50	12,14	16,52	21,92	29,17
III	38,25	54,72	74,48	98,80	131,48
IV	18,85	26,96	36,70	48,68	64,77
V	13,82	19,78	26,92	35,71	47,52
VI	-	-	-	-	-
VII	6,77	7,27	13,18	17,48	23,26
Ensemble					

5.2.3 Le niveau sectoriel

Comme nous l'avons dit plus haut, nous avons groupé l'ensemble des secteurs économiques dans trois rubriques : le secteur domestique, le secteur industriel et le secteur agricole. Mais, étant donné que nous ne disposons pas de critères valables pour faire ni répartition de l'eau utilisée dans le secteur domestique entre les sous-secteurs : ménages, administrations et municipalités, ni la ventilation des données globales disponibles relatives à l'industrie entre les différentes branches et différentes régions, nous proposons de nous limiter aux besoins globaux de ces deux secteurs, pour ne présenter, ici, que les modèles agricoles des différentes régions.

Le secteur agricole de chaque région groupera un maximum de huit (8) groupes de produits :

a) Les céréales : X^{r31}

Celles-ci groupent :

- blé dur
- blé tendre
- orge
- maïs
- sorgho
- avoine
- alpiste
- riz
- autres céréales

b) Les légumineuses : X^{r32}

Elles se composent de :

- fèves
- pois chiches
- petits pois
- lentilles
- orobes
- autres légumineuses

c) Les cultures industrielles : X^{r33}

Composées de :

- betterave à sucre
- canne à sucre
- coton

d) Les oléagineux : X^{r34}

Formés de :

- arachide
- tournesol

e) Les cultures maraîchères : X^{r35}

Elles groupent :

- tomate
- pomme de terre
- oignon
- autres maraîchages

f) Les agrumes : X^{r36}

g) Les cultures fourragères : X^{r37}

h) Les plantations ; X^{r38}

Elles se composent de :

- vignes
- oliviers
- amandiers
- palmiers datiers
- figuiers
- autres plantations.

Cette classification des produits est celle utilisée par le Ministère de l'agriculture et de la réforme agraire dans les différents documents relatifs aux enquêtes agricoles.

5.2.3.1 Estimation des paramètres relatifs aux modèles agricoles

a. Estimation des rendements par groupes de produits par hectare et par région

Nos estimations sont basées sur les informations fournies dans le document "Irrigation au Maroc". Celles-ci données par produit nous ont servi pour calculer des moyennes pondérées par les superficies affectées à chaque produit. Elles ne revêtent qu'un intérêt relatif pour différencier les différents groupes de produits. Ces estimations qui nous serviront comme coefficients des fonctions économiques des différents modèles se présentent ainsi (en 10^3dh/ha) :

Tableau VII

Estimation des rendements par hectare et par produit

Région r / Groupe de produits		I	II	III	IV	V	VI	VII
Céréales	X^{r1}	1,64	1,30	1,5	2,10	-	1,70	1,50
Légumineuses	X^{r2}	-	2,17	1,4	2,30	-	-	2,25
Cult. industr.	X^{r3}	-	4,10	3,8	5,10	-	2,95	-
Oléagineux	X^{r4}	-	-	-	2,00	-	-	-
Maraîchages	X^{r5}	7,30	4,5	2,90	6,5	-	3,60	4,4
Agrumes	X^{r6}	-	-	6,25	8,00	-	7,00	-
Fourrages	X^{r7}	2,6	1,75	1,90	4,3	-	3,50	2,75
Plantations	X^{r8}	-	2,12	3,20	-	-	2,50	4,50

La région V qui ne contient pas de périmètres d'irrigation sera omise dans notre exposé qui va suivre.

b. Estimation des besoins en eau par unité d'output

Pour estimer ces besoins, nous avons utilisé la formule approximative suivante :

$$\omega^{rji} = \frac{K_c^i}{\overline{K}_c} \cdot \frac{ET^r}{\overline{ET}} \cdot W^r \cdot \frac{1}{\eta^i}$$

où

ω^{rji} : est le besoin moyen d'eau par unité monétaire d'output du groupe de produits i du secteur agricole de la région r,

$\overline{ET}^r$ et $\overline{ET}$[1] : sont les coefficients d'évapotranspiration des plantes respectivement régional et moyen pour l'ensemble du pays,

K_c^i et $\overline{K}_c$[2] : sont les coefficients culturaux reflétant le volume global des besoins en eau du groupe "i" durant tout le cycle cultural de ce dernier respectivement à l'échelle régionale et nationale,

W^r : est le besoin moyen en eau par hectare à l'échelle de la région "r",

η^i : est le rendement moyen du groupe de produits "i" par hectare dans la région r[3].

---

[1]Evaluation de l'évapotranspiration climatique et de l'évapotranspiration des cultures par la formule de Blaney et Criddle. Application à 48 localisations au Maroc. Direction de l'équipement rural. Service des expérimentations d'hydraulique agricole, Bureau des besoins en eau des cultures, Rabat, décembre 1981.

[2]Idem.
Il nous faut préciser que ces données ont été transformées pour répondre aux besoins précis de notre travail et donc les paramètres calculés ne sont qu'indicatifs pour refléter l'importance relative des groupes de produits.

[3]W^r et η^i : sont déjà calculés plus haut.

Les estimations obtenues sont :

Tableau VIII

Estimations des ω^{rzi} (en m^3/dh)

		I	II	III	IV	V	VI	VII
Céréales	X^{r31}	5,27	6,45	5,20	4,00	-	5,70	8,50
Légumineuses	X^{r32}	-	3,95	5,50	3,80	-	-	5,80
Cul. industr.	X^{r33}	-	2,15	2,15	1,80	-	3,50	-
Oléagineux	X^{r34}	-	-	-	4,10	-	-	-
Maraîchages	X^{r35}	1,20	1,90	2,70	1,25	-	2,70	2,90
Agrumes	X^{r36}	-	-	1,30	1,00	-	1,50	-
Fourrages	X^{r37}	4,45	6,40	5,40	2,67	-	3,70	6,10
Plantations	X^{r38}	-	3,10	1,90	-	-	3,00	1,40

c. Estimation des paramètres des contraintes relatives aux superficies irriguées

Il s'agit de déterminer la superficie moyenne qui permettrait la production d'une unité monétaire du groupe de produits "i" cultivé dans la région "r". Or nous avons déjà calculé les rendements moyens par hectare de ces groupes de produits; donc il suffit de prendre l'inverse de ces rendements. Les estimations obtenues se présentent ainsi :

Tableau IX

Estimation des superficies moyennes par unité monétaire d'output

(en ha/1000 dh)

région / groupe de produits	I	II	III	IV	V	VI	VII
Céréales	0,61	0,77	0,67	0,48	-	0,59	0,67
Légumineuses	-	0,46	0,71	0,435	-	-	0,45
Cul. industr.	-	0,244	0,263	0,20	-	0,34	-
Oléagineux	-	-	-	0,50	-	-	-
Maraîchages	0,137	0,222	0,345	0,154	-	0,30	0,23
Agrumes	-	-	0,160	0,125	-	0,143	-
Fourrages	0,385	0,57	0,526	0,233	-	0,286	0,36
Plantations	-	0,47	0,313	-	-	0,40	0,22

d. Estimation des coefficients relatifs aux contraintes financières

A quelques rares exceptions près[1], le coût d'aménagement et/ou d'acheminement de l'eau est indépendant de la nature du produit cultivé dans une parcelle donnée. Par conséquent, nous allons supposer que ces coefficients sont constants au niveau de chaque région et égaux aux coefficients des secteurs agricoles déjà utilisés aux niveaux régionaux.

[1] Les cultures industrielles et les maraîchages peuvent demander un aménagement plus coûteux, mais l'importance des superficies irriguées affectée à ces cultures reste faible ≃ 6 % d'après l'enquête agricole de 1980.

Région II

$$X^{23'} = \left[X^{231},\quad X^{232},\quad X^{233},\quad X^{235},\quad X^{237},\quad X^{238}\right]$$

$$b^{23} = [1{,}30,\quad 2{,}17,\quad 4{,}10,\quad 4{,}5,\quad 1{,}75,\quad 2{,}12]$$

$$C^{23} = \begin{pmatrix} 6\ 450 & 3\ 950 & 2\ 150 & 1\ 900 & 6\ 400 & 3\ 100 \\ 838{,}5 & 513{,}5 & 279{,}5 & 247 & 832 & 403 \\ 0{,}77 & 0{,}46 & 0{,}24 & 0{,}223 & 0{,}57 & 0{,}47 \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

e. Estimation des constantes : membres droits des modèles

Les quotas financiers et de ressources d'eau sont fixés au niveau des modèles régionaux M.C.R.A.. Les constantes relatives aux superficies irriguées cultivables au niveau de chaque région ont déjà servi pour estimer les besoins en eau agricole et donc sont présentées au niveau régional plus haut.

Enfin, sur la base de l'ensemble des estimations ci-dessus, nous pouvons présenter les matrices et les coefficients économiques des modèles relatifs au secteur agricole des différentes régions.

1. Région I

$$X^{13'} = \left[X^{131}, \quad X^{135}, \quad X^{137}\right]$$

$$b^{13} = [1{,}64, \quad 3{,}70, \quad 2{,}60]$$

$$C_t^{13} = \begin{pmatrix} 5\ 270 & 1\ 200 & 4\ 450 \\ 1\ 212 & 276 & 1\ 023 \\ 0{,}61 & 0{,}137 & 0{,}385 \\ 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

Région III

$$X^{33'} = \left[X^{331}, \quad X^{332}, \quad X^{333}, \quad X^{335}, \quad X^{336}, \quad X^{337}, \quad X^{338}\right]$$

$$b^{33} = [1{,}50, \quad 1{,}40, \quad 3{,}80, \quad 2{,}90, \quad 6{,}25, \quad 1{,}90, \quad 3{,}20]$$

$$C_t^{33} = \begin{pmatrix} 5\,200 & 5\,500 & 2\,150 & 2\,700 & 1\,300 & 540 & 1\,900 \\ 717{,}6 & 759 & 296{,}7 & 372{,}6 & 179{,}4 & 74{,}5 & 262{,}2 \\ 0{,}67 & 0{,}71 & 0{,}263 & 0{,}345 & 0{,}160 & 0{,}526 & 0{,}313 \\ 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Région IV

$$X^{43'} = \left[X^{431},\ X^{432},\ X^{433},\ X^{434},\ X^{435},\ X^{436},\ X^{437}\right]$$

$$b^{43} = [2{,}10,\ 2{,}30,\ 5{,}10,\ 2{,}00,\ 6{,}50,\ 8{,}00,\ 4{,}3]$$

$$C_t^{43} = \begin{pmatrix} 4\,000 & 3\,800 & 1\,800 & 4\,100 & 1\,250 & 1\,000 & 2\,670 \\ 648 & 615{,}6 & 291{,}6 & 664{,}2 & 202{,}5 & 162 & 432{,}5 \\ 0{,}48 & 0{,}435 & 0{,}20 & 0{,}50 & 0{,}154 & 0{,}125 & 0{,}233 \\ 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Région VI

$$X^{63} = \left[X^{631},\ X^{633},\ X^{635},\ X^{636},\ X^{637},\ X^{638}\right]$$

$$b^{63} = [1{,}70,\ 2{,}95,\ 3{,}60,\ 7{,}00,\ 3{,}50,\ 2{,}50]$$

$$C_t^{46} = \begin{pmatrix} 5\ 700 & 3\ 500 & 2\ 700 & 1\ 500 & 3\ 700 & 3\ 000 \\ 969 & 595 & 459 & 255 & 629 & 510 \\ 0{,}59 & 0{,}34 & 0{,}30 & 0{,}143 & 0{,}286 & 0.40 \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Région VII

$$X^{73} = \left[X^{731},\ X^{732},\ X^{735},\ X^{737},\ X^{738}\right]$$

$$b^{73} = [1{,}50,\ 2{,}25,\ 4{,}4,\ 2{,}75,\ 4{,}50]$$

$$C_t^{73} = \begin{pmatrix} 8\ 500 & 5\ 800 & 2\ 900 & 6\ 100 & 1\ 400 \\ 1\ 020 & 696 & 348 & 732 & 168 \\ 0{,}67 & 0{,}45 & 0{,}23 & 0{,}36 & 0{,}22 \\ 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

5.2.4 Remarque commune à l'ensemble des modèles

Comme nous l'avons souligné au niveau du modèle M.L.T., devant l'impossibilité de présenter des estimations précises des seuils minima relativement aux variables de l'ensemble des modèles, nous allons nous limiter à l'usage de seuils purement indicatifs. Par exemple, certains besoins peuvent être considérés comme non compressibles : c'est le cas des besoins en eau potable. Pour cette variable, le seuil minimum va coïncider avec les besoins estimés plus haut. Par contre, pour les autres secteurs, nous proposons de fixer les seuils minima à 50 % des besoins calculés au niveau régional, évidemment des seuils seront modifiés au cours des itérations en fonction des prix d'ordre attribués par les niveaux hiérarchiques inférieurs aux disponibilités fixées par les niveaux supérieurs de cette hiérarchie.

5.3 Les calculs et les résultats obtenus

5.3.1 Les calculs

Pour les besoins spécifiques de notre étude, nous avons élaboré deux programmes informatiques. Le premier est utilisé pour résoudre le modèle de long terme par la méthode du principe du minimum, le second est utilisé pour les besoins du processus itératif de décentralisation à trois niveaux hiérarchiques. Les textes de ces deux programmes sont présentés en Annexe A.1 de ce chapitre.

Cependant, l'absence des modèles relatifs aux secteurs domestique et industriel, concurrents du secteur agricole, nous a obligé d'omettre la phase de réaction entre les niveaux sectoriel et régional. En somme, l'information est inchangée dans les deux sens entre les niveaux national et régional et seulement à sens unique entre ce dernier et le niveau sectoriel.

Comme critère d'arrêt de cette procédure itérative, nous avons pensé à deux possibilités :

1.) si les propositions faites par l'un des quelques niveaux hiérarchiques s'avèrent irréalisables : cas de "pas de solution meilleure faisable",

2.) si les besoins effectifs en eau des régions (les seules qui agissent en concurrence) sont relativement assez bien satisfaits. Or ces besoins sont reflétés par les prix d'ordre associés à la ressource d'eau, donc nous pensons que la moyenne des λ_d^r serait un critère valable pour refléter ces besoins : cas de "moyenne de λ inférieure ou égale à 0,3".

Evidemment, ces critères peuvent être modifiés selon les besoins spécifiques du planificateur pour introduire, par exemple, des coefficients de pondérations des régions et/ou secteurs.

5.3.2 Les résultats obtenus

Le résultat le plus important, à notre avis, est la convergence relativement rapide des processus itératifs aussi bien du modèle de long terme que de la structure des modèles de décentralisation.

En effet, concernant le modèle de long terme M.L.T., les résultats présentés en Annexe A.2 de ce chapitre montrent que l'ensemble des matrices de transition K_t, P_t, L_t, V_t et N_t deviennent constantes à partir de la sixième itération; pour ce qui est du processus d'ajustement dans la procédure de décentralisation, le critère d'arrêt proposé est rencontré après trois ajustements, les résultats des calculs sont présentés en Annexe A.3 .

Quant au contenu qualitatif de ces calculs, nous lui attachons les significations suivantes :

a) Pour le modèle de long terme

Les résultats obtenus relativement aux trajectoires calculées sont très encourageants dans ce sens que ces niveaux calculés sont relativement assez voisins des niveaux désirés des variables principales du modèle : les équipements et le stock d'eau. Evidemment, ces niveaux désirés peuvent être modifiés selon les besoins et/ou les exigences des situations réelles et ce sont justement ces possibilités de réajustement qui dotent le modèle M.L.T. d'un pouvoir d'adaptation assez remarquable. L'importance relative des régulateurs (présentés en Annexe A.2) montre l'effet des contraintes des niveaux désirés sur les résultats du modèle. Il va donc sans dire que la prise en considération d'autres types de contraintes affectera, elle aussi, ces mêmes résultats, d'où l'importance relative de la formulation générale utilisée tout au long des chapitres précédents.

Pour ce qui est des variables de décision (ou de commande) les résultats obtenus restent du domaine du vraisemblable. En effet, les niveaux calculés des demandes d'eau à satisfaire sur les différentes périodes correspondent relativement assez bien aux besoins projetés de l'économie, présentés plus haut. De même, le montant global des investissements s'intègre assez bien dans le cadre de ce qui se fait actuellement. En effet, les fonds alloués à la direction de l'hydraulique pendant les périodes 1968-1972, 1973-1977 et 1978-1980 se chiffrent respectivement à

951,3, 1 175 et 1 487 millions de dirhams. Donc par rapport à ces chiffres notre estimation du coefficient de dépense moyenne d'investissement, utilisé pour déduire des estimations des fonds d'investissement à réaliser sur les différentes périodes, devrait même être réajustée à la hausse.

b) Pour les modèles de décentralisation

La procédure d'échange d'informations entre les niveaux national et régionaux a permis des réallocations des ressources limitatives d'eau et les fonds au profit des régions qui en ont le plus besoin, par exemple :

- Pour ce qui est des ressources financières, les régions I et VII qui attachaient à la variable duale μ la valeur de 0,5 ont vu leurs quotas passer respectivement de 277,98 et 77,826 (résultats de la première itération) à 283,549 et 79,1606 (résultats de la troisième itération). Par contre, les régions V et VI qui attachaient une valeur nulle à la variable μ ont vu leurs quotas passer respectivement de 50,32 et 255,974 (ajustement 1) à 35,7065 et 114,673 (ajustement 3).

- Pour ce qui est de la ressource d'eau : par exemple, les régions II, III et IV, qui attachaient à la variable duale λ les valeurs respectives 1,61538, 1,5942 et 1,85185 ont vu passer leurs quotas d'eau respectifs de 900, 1 970 et 1 142 (ajustement 1) à 1 036,84, 2 103,27 et 1 357 (ajustement 3). Par contre, les quatre autres régions I, V, VI et VII qui attachaient une valeur nulle à la variable λ ont vu passer leurs quotas respectivement de 1 130, 296, 912,129 et 654 (ajustement 1) à 953, 249, 795 et 550 (ajustement 3). Ces ajustements ont permis, en même temps une réduction de la valeur moyenne de λ qui est passée de 0,723063 (ajustement 1) à 0,26455 (ajustement 3), où seule la région VI continue d'attacher une valeur positive à λ.

Enfin, en ce qui concerne les modèles sectoriels, aucune signification concrète ne devrait être donnée aux chiffres calculés par ces modèles. En effet, l'absence des modèles relatifs aux deux autres secteurs (domestique et industriel) a rendu impossible un échange d'informations dans les deux sens entre les niveaux sectoriel et régional. Leur présence visait simplement de vérifier si effectivement cet échange à sens unique se faisait de manière automatique; ceci est donc un test du programme informatique élaboré pour cette fin. Quant aux autres renseignements que l'on pourrait tirer des résultats de ces modèles sectoriels, nous pouvons les énoncer comme suit :

Les modèles permettent une hiérarchisation des différents groupes de produits aux niveaux des différentes régions. Cette hiérarchisation peut être faite sur la base des coûts d'ordre associés aux différents produits : par exemple, au niveau de la région III, On arrive à la classification suivante selon les coûts d'ordre γ^i :

- les agrumes	0
- les cultures industrielles	6,74344
- les plantations	9,02656
- les produits maraîchers	10,5766
- le fourrage	18,6469

- les céréales 24,6719
- les légumineuses 26,3344

Parallèlement à cette classification des groupes de produits, les modèles permettent aussi de déterminer les besoins relatifs des secteurs agricoles des différentes régions en fonds, en eau et en terre. En effet, selon nos hypothèses, relativement aux paramètres des modèles, les secteurs des régions III et VII ont besoin de la ressource terre; ceux des régions I, II et VI manqueraient des moyens de financement et le secteur agricole de la région IV apprécierait davantage la ressource d'eau.

5.4 Conclusion

Nous pouvons donc dire que cette application, ou plus exactement cette simulation, nous a permis de constater que les modèles proposés dans le cadre de ce travail répondent bien aux objectifs attendus; à savoir : établir une procédure de planification de long terme, décomposable, de manière cohérente, en une suite de plans annuels qui, à leur tour sont décentralisables à trois niveaux hiérarchiques, par références aux institutions (national, régional et sectoriel) et à quatre niveaux relativement à la structure technique car aux trois niveaux précédents qui jouent le rôle de coordination, il faudrait ajouter le niveau des groupes de produits qui est le niveau élémentaire d'exécution du plan dans son ensemble.

Evidemment, cette application reste incomplète car d'une part, il faudrait préciser davantage plusieurs sinon l'ensemble des paramètres des différents modèles; d'autre part, il faudrait faire l'application de l'aspect mobilisation de la ressource d'eau dont il serait ridicule de tenter une application avec le très peu d'informations dont nous disposons sur cet aspect.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail avait pour but de proposer une procédure de planification du développement et de l'allocation des ressources en eau. Les outils utilisés sont des modèles de programmations sous différentes formulations : d'abord générales et classiques, ensuite linéaires et de contrôle optimal linéaire, enfin stochastiques et dynamiques. Cette planification est réalisée par différentes formes de décompositions : d'abord, dans le temps pour ce qui est du modèle global de long terme, ensuite dans l'espace pour chaque tranche annuelle du plan de long terme. Cette décentralisation dans l'espace est faite à trois niveaux hiérarchiques : un niveau national, un niveau régional et un niveau sectoriel, au moyen d'un flux d'informations qui s'échangent entre les différents niveaux de la hiérarchie. Un essai d'application nous a permis de vérifier les différentes conclusions dégagées aux chapitres précédents relativement aux côtés techniques de la procédure. Quant aux résultats numériques, nous ne saurions trop insister sur le caractère très approximatif des estimations des différents paramètres de l'ensemble des modèles. C'est justement pour cette raison que nous avons pensé nécessaire de consacrer un petit paragraphe pour décrire la méthode suivie pour arriver à l'estimation de chacun des paramètres utilisés. Ceci vise deux objectifs : d'abord, permettre aux spécialistes des domaines concernés d'identifier très rapidement les lacunes et les erreurs, combien nombreuses nous en sommes convaincu, qui entachent ces estimations, ensuite donner un fil conducteur pour le novice et surtout lui signifier qu'il est toujours possible de commencer avec les moyens de bord disponibles en attendant de les améliorer.

Ceci dit, il y a lieu de souligner quelques unes des nombreuses insuffisances qui caractérisent ce travail.

a) En se voulant global et de grande dimension, il ne peut être autre chose qu'une vue aérienne d'une réalité de loin beaucoup plus complexe.

b) En se voulant technique, il a laissé de côté tous les problèmes institutionnels pourtant fondamentaux pour penser à une éventuelle mise en application d'une approche semblable. Néanmoins, dans nos différentes formulations, nous avons essayé d'élaborer des structures techniques qui soient adaptables aux structures institutionnelles. Par exemple, les niveaux hiérarchiques retenus dans notre modèle correspondent, dans le contexte marocain, au conseil supérieur de l'eau créé en 1980, aux régions économiques créées depuis 1971 et aux secteurs économiques existant bien avant.

c) En se voulant fondamentalement microéconomique, il a laissé de côté beaucoup d'aspects macroéconomiques, pourtant essentiels tels que les effets certains qu'engendreront les projets hydrauliques sur le pays dans ses relations avec le reste du monde, les problèmes de financement et surtout de devises nécessaires pour réaliser les projets en question.

d) Quoique techniquement possible, une prise en considération, de manière explicite, de l'évaluation de l'impact des projets hydrauliques sur le développement régional et les effets d'entraînement qui pourraient en résulter n'a pas été faite.

e) En ce qui concerne même la formulation technique des différents modèles, beaucoup d'améliorations sont à faire pour les rendre plus réalistes aussi bien en ce qui concerne le choix des variables que celui des expressions des différentes relations et/ou contraintes de ces modèles.

Enfin, oserons-nous quand même espérer que ce n'était pas un regard complètement inutile dans la direction d'une exploitation des outils que nous offrent les mathématiques pour essayer de trouver une solution à ce problème combien important et complexe?

ANNEXE A.1

Textes des programmes informatiques utilisés

```
95 REM          PROG-CON-LIN.
96 REM          _____________
97 REM
100 REM
101 REM
102 REM         CE PROGRAMME PERMET DE RESOUDRE UN
103 REM         PROBLEME DE CONTROL OPTIMAL EN TEMPS
104 REM         DISCRET.LE NOMBRE PREVU DE VARIABLES
105 REM         EST DE 4  :  2 VAR.D'ETAT
106 REM                      2 VAR.DE COMMANDE
108 REM         POUR UN NOMBRE PLUS ELEVE DE VARIABLES
110 REM         IL SUFFIT DE MODIFIER LES DIMENSIONS DES
111 REM         MATRICES ET VECTEURS EN TENANT COMPTE DE
112 REM         LA POSITION ZERO QUI AUTOMATIQUEMENT
113 REM         CONSIDEREE PAR L'ORDINATEUR.
114 REM
116 REM
117 REM
500 DIM C1(1,0),C2(1,0),C3(1,0),C4(1,0),C5(1,0),C6(1,0),C7(1,0),C8(1,0
510 DIM C9(1,0),D1(1,0),D2(1,0),D3(1,0),D4(1,0),D5(1,0),D6(1,0),D7(1,0
520 DIM D8(1,0),D9(1,0),C0(1,0),D0(1,0),E0(1,0),E1(1,0),E2(1,0),E3(1,0
530 DIM E4(1,0),E5(1,0),E6(1,0),E7(1,0),E8(1,0),E9(1,0),G1(1,0),G2(1,0
540 DIM G0(1,0),G3(1,0),G4(1,0),G5(1,0),G6(1,0),G7(1,0),G8(1,0),G9(1,0
550 DIM H0(1,0),H1(1,0),H2(1,0),H3(1,0),H4(1,0),H5(1,0),H6(1,0),H7(1,0
560 DIM H8(1,0),H9(1,0),I0(1,0),I1(1,0),I2(1,0),I3(1,0),I4(1,0),I5(1,0
570 DIM I6(1,0),I7(1,0),I8(1,0),I9(1,0),J0(1,0),J1(1,0),J2(1,0),J3(1,0
580 DIM J4(1,0),J5(1,0),J6(1,0),J7(1,0),J8(1,0),J9(1,0),M0(1,0),M1(1,0
590 DIM M2(1,0),M3(1,0),M4(1,0),M5(1,0),M6(1,0),M7(1,0),M8(1,0),M9(1,0)
600 DIM N0(1,0),N1(1,0),N2(1,0),N3(1,0),N4(1,0),N5(1,0),N6(1,0),N7(1,0)
610 DIM N8(1,0),N9(1,0),O0(1,0),O1(1,0),O2(1,0),O3(1,0),O4(1,0),O5(1,0)
620 DIM O6(1,0),O7(1,0),O8(1,0),O9(1,0),Q0(1,0),Q1(1,0),Q2(1,0),Q3(1,0)
630 DIM Q4(1,0),Q5(1,0),Q6(1,0),Q7(1,0),Q8(1,0),Q9(1,0),R0(1,0),R1(1,0)
640 DIM R2(1,0),R3(1,0),R4(1,0),R5(1,0),R6(1,0),R7(1,0),R8(1,0),R9(1,0)
650 DIM S0(1,0),S1(1,0),S3(1,0),S4(1,0),S5(1,0),S6(1,0),S7(1,0),S8(1,0)
660 DIM S9(1,0),T0(1,0),T1(1,0),T2(1,0),T3(1,0),T4(1,0),T5(1,0),T6(1,0)
670 DIM T7(1,0),T8(1,0),T9(1,0),U0(1,0),U1(1,0),U2(1,0),U3(1,0),U4(1,0)
680 DIM U5(1,0),U6(1,0),U7(1,0),U8(1,0),U9(1,0),W0(1,0),W1(1,0),W2(1,0)
690 DIM W3(1,0),W4(1,0),W5(1,0),W6(1,0),W7(1,0),W8(1,0),W9(1,0),X0(1,0)
700 DIM X1(1,0),X2(1,0),X3(1,0),X4(1,0),X5(1,0),X6(1,0),X7(1,0),X8(1,0)
710 DIM X9(1,0),Y0(1,0),Y1(1,0),Y2(1,0),Y3(1,0),Y4(1,0),Y5(1,0),Y6(1,0)
720 DIM Y7(1,0),Y8(1,0),Y9(1,0),Z0(1,0),Z1(1,0),Z2(1,0),Z3(1,0),Z4(1,0)
730 DIM Z5(1,0),Z6(1,0),Z7(1,0),Z8(1,0),Z9(1,0),F0(1,0),F1(1,0),S2(1,0)
740 DIM F2(1,0),F3(1,0),F4(1,0),F5(1,0),F6(1,0),F7(1,0),F8(1,0),F9(1,0)
750 DIM E(1,0),K(1,1),K6(1,1),K7(1,1),K8(1,1),K9(1,1),L(1,1),L3(1,1)
760 DIM L4(1,1),L5(1,1),L6(1,1),L7(1,1),L8(1,1),L9(1,1),P3(1,1),P4(1,1)
770 DIM P5(1,1),P6(1,1),P7(1,1),P8(1,1),V2(1,1),V3(1,1),V4(1,1),V5(1,1)
780 DIM V6(1,1),V7(1,1),V8(1,1),A6(1,1),A7(1,1),A8(1,1),A9(1,1),B5(1,1)
790 DIM B6(1,1),B7(1,1),B8(1,1),B9(1,1),S(1,0),Q(1,0),X(1,0),C(1,0)
800 DIM P9(1,1),V9(1,1)
1000 DIM A(1,1),A1(1,1),A2(1,1),I(1,1),B0(1,1),B1(1,1),B2(1,1),B3(1,1)
1001 DIM B4(1,1),K0(1,1),K1(1,1),K2(1,1),K3(1,1),K4(1,1),K5(1,1),O(1,1)
1002 DIM P0(1,1),P1(1,1),P2(1,1),V0(1,1),V1(1,1),L0(1,1),L1(1,1),L2(1,1
1003 DIM N(1,1),A4(1,1),A5(1,1),B(1,1),Z(1,1),R(1,1)
1010 MAT READ A,B,R,O
1011 PRINT "LES MATRICES DE BASE DES CALCULS"
1012 PRINT " SONT:A,B,R ET O (OMEGA):"
1013 PRINT
1014 MAT PRINT A,B,R,O
1015 MAT B1=INV (R)
1020 MAT B2=TRN (B)
1025 MAT B3=B*B1
```

```
1030 MAT B4=INV (B)
1035 MAT BO=B3*B2
1040 MAT I=IDN
1045 MAT A1=I+A
1050 MAT A2=TRN (A1)
1052 REM INTEGRATION DE L'EQUATION DE RICCATI:K
1053 MAT K5=O
1054 FOR H = 1 TO 7
1055 MAT KO=INV (K5)
1060 MAT K1= KO+BO
1065 MAT K2=INV (K1)
1070 MAT K3=A2*K2
1075 MAT K4=K3*A1
1080 MAT K5=K4+O
1100 REM
1101 REM                CALCUL DES P(T)
1102 REM
1110 MAT PO= BO*K2
1115 MAT P1=PO*A1
1120 MAT P2=A1-P1
1150 REM
1151 REM                CALCUL DES V(T)
1152 REM
1160 MAT VO=PO*BO
1165 MAT V1=VO-BO
1200 REM
1201 REM                CALCUL DES L(T)
1202 REM
1210 MAT LO= B4*P1
1214 MAT Z =ZER
1215 MAT L1=Z-LO
1300 REM
1301 REM                CALCUL DES N(T)
1302 REM
1310 MAT N=B4*V1
1400 REM
1401 REM             CALCUL DES ALPHA(T)
1402 REM
1410 MAT A4=K3*BO
1415 MAT A5=A2-A4
1450 IF H=1 THEN 1500
1455 IF H=2 THEN 1540
1460 IF H=3 THEN 1585
1465 IF H=4 THEN 1640
1470 IF H=5 THEN 1685
1475 IF H=6 THEN 1720
1480 IF H=7 THEN 1800
1500 MAT K=K5
1505 MAT L2=L1
1510 MAT P3=P2
1515 MAT V2=V1
1520 MAT A6=A5
1525 MAT B5=N
1530 GOTO 1750
1540 MAT K6=K5
1545 MAT L3=L1
1550 MAT P4=P2
1555 MAT V3=V1
1560 MAT A7=A5
1565 MAT B6=N
1570 GOTO 1750
```

```
1865 PRINT
1870 MAT PRINT V2,V3,V4,V5,V6,V7,V1,
1875 PRINT
1876 PRINT
1877 PRINT
1878 PRINT "*************************************************************
1879 PRINT
1880 PRINT "          LA MATRICE L"
1881 PRINT "        _____________________________"
1882 PRINT
1890 MAT PRINT L2,L3,L4,L5,L6,L7,L1,
1895 PRINT
1896 PRINT
1897 PRINT
1898 PRINT "*************************************************************
1899 PRINT
1900 PRINT "          LA MATRICE N"
1901 PRINT "        _____________________________"
1902 PRINT
1910 MAT PRINT B5,B6,B7,B8,B9,V8,N
1911 PRINT
1912 PRINT
1913 PRINT "*************************************************************
1950 MAT READ E,E0,E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9
1951 MAT READ F0,F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9
2000 REM
2001 REM                     CALCUL DES REGULATEURS S(T)
2002 REM
2005 MAT D9=0*F9
2008 MAT M9=ZER
2012 MAT I9=M9-D9
2015 MAT D8=0*F8
2018 MAT M8=A5*I9
2022 MAT I8=M8-D8
2025 MAT D7=0*F7
2028 MAT M7=A5*I8
2032 MAT I7=M7-D7
2035 MAT D6=0*F6
2038 MAT M6=A5*I7
2042 MAT I6=M6-D6
2045 MAT D5=0*F5
2048 MAT M5=A5*I6
2052 MAT I5=M5-D5
2055 MAT D4=0*F4
2058 MAT M4=A5*I5
2062 MAT I4=M4-D4
2065 MAT D3=0*F3
2068 MAT M3=A5*I4
2072 MAT I3=M3-D3
2075 MAT D2=0*F2
2078 MAT M2=A5*I3
2082 MAT I2=M2-D2
2085 MAT D1=0*F1
2088 MAT M1=A5*I2
2092 MAT I1=M1-D1
2095 MAT D0=0*F0
2098 MAT M0=A5*I1
2102 MAT I0=M0-D0
2105 MAT C9=0*E9
2108 MAT J9=A5*I0
2112 MAT Q9=J9-C9
```

```
1585 MAT K7=K5
1590 MAT L4=L1
1595 MAT P5=P2
1600 MAT V4=V1
1610 MAT A8=A5
1620 MAT B7=N
1630 GOTO 1750
1640 MAT K8=K5
1645 MAT L5=L1
1650 MAT P6=P2
1655 MAT V5=V1
1660 MAT A9=A5
1670 MAT B8=N
1680 GOTO 1750
1685 MAT K9=K5
1690 MAT L6=L1
1695 MAT P7=P2
1700 MAT V6=V1
1705 MAT L8=A5
1710 MAT B9=N
1715 GOTO 1750
1720 MAT L=K5
1725 MAT L7=L1
1730 MAT P8=P2
1735 MAT V7=V1
1740 MAT L9=A5
1745 MAT V8=N
1750 NEXT H
1760 PRINT
1781 PRINT
1782 PRINT
1785 PRINT
1800 PRINT "        LA MATRICE K"
1801 PRINT "     _______________________"
1802 PRINT
1810 MAT PRINT K,K6,K7,K8,K9,L,K5,
1815 PRINT
1816 PRINT
1817 PRINT
1818 PRINT "************************************************************
1819 PRINT
1820 PRINT "        LA MATRICE ALPHA"
1821 PRINT "     _______________________"
1822 PRINT
1830 MAT PRINT A6,A7,A8,A9,L8,L9,A5,
1835 PRINT
1836 PRINT
1837 PRINT
1838 PRINT "************************************************************
1839 PRINT
1840 PRINT "        LA MATRICE P"
1841 PRINT "     _________________________"
1842 PRINT
1850 MAT PRINT P3,P4,P5,P6,P7,P8,P2,
1855 PRINT
1856 PRINT
1857 PRINT
1858 PRINT "************************************************************
1859 PRINT
1860 PRINT "        LA MATRICE V"
1861 PRINT "     __________________________"
```

```
2825 MAT PRINT M0,M1,M2,M3,M4,M5,M6,M7,M8,M9
2834 PRINT
2835 PRINT
2836 PRINT
2837 PRINT "**************************************************"
2838 PRINT
2839 PRINT " LES TRAJECTOIRES DESIREES SONT: "
2840 PRINT "__________________________________________________"
2841 PRINT
2842 PRINT "  E ","  Q  "
2843 PRINT "______","______"
2844 PRINT
2845 MAT PRINT C,C0,C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,
2846 MAT PRINT D0,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,
2847 PRINT
2848 PRINT "**************************************************"
2849 PRINT
2850 PRINT " TRAJECTOIRES CALCULEES"
2851 PRINT "_____________________________"
2852 PRINT
2853 PRINT "   E  ","  Q"
2854 PRINT " ______","_______"
2860 PRINT
2861 PRINT
2870 MAT PRINT S,S0,S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7,S8,S9
2880 MAT PRINT T0,T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9
2882 PRINT
2884 PRINT
2885 PRINT "*****************************************************
2887 PRINT
2888 PRINT
2900 PRINT " COMMANDES PROPOSEES "
2901 PRINT "________________________________"
2902 PRINT
2910 PRINT "    I","    W"
2911 PRINT "  ______"," ________"
2920 PRINT
2950 MAT PRINT H0,H1,H2,H3,H4,H5,H6,H7,H8,H9
2960 MAT PRINT Z0,Z1,Z2,Z3,Z4,Z5,Z6,Z7,Z8,Z9
2961 PRINT
2962 PRINT
2963 PRINT "**************************************************"
3000 REM   CALCUL DES FONDS ASSOCIES AUX
3010 REM   TRAJECTOIRES ET COMMANDES
3020 MAT READ V9,P9
3021 REM   POUR LES TRAJECTOIRES
3022 MAT Q= S*V9
3024 MAT Q0=S0*V9
3026 MAT Q1=S1*V9
3028 MAT Q2=S2*V9
3030 MAT Q3=S3*V9
3032 MAT Q4=S4*V9
3034 MAT Q5=S5*V9
3036 MAT Q6=S6*V9
3038 MAT Q7=S7*V9
3040 MAT Q8=S8*V9
3042 MAT Q9=S9*V9
3044 MAT R0=T0*V9
3046 MAT R1=T1*V9
3048 MAT R2=T2*V9
3050 MAT R3=T3*V9
```

```
2654 MAT S6= TRN (X6)
2656 MAT S7= TRN (X7)
2658 MAT S8=TRN (X8)
2660 MAT S9= TRN (X9)
2662 MAT T0= TRN (Y0)
2664 MAT T1= TRN (Y1)
2668 MAT T2= TRN (Y2)
2670 MAT T3= TRN (Y3)
2672 MAT T4= TRN (Y4)
2674 MAT T5= TRN (Y5)
2676 MAT T6= TRN (Y6)
2678 MAT T7= TRN (Y7)
2680 MAT T8= TRN (Y8)
2682 MAT T9= TRN (Y9)
2684 MAT H0= TRN (U0)
2686 MAT H1= TRN (U1)
2688 MAT H2= TRN (U2)
2690 MAT H3= TRN (U3)
2692 MAT H4= TRN (U4)
2694 MAT H5= TRN (U5)
2696 MAT H6= TRN (U6)
2698 MAT H7= TRN (U7)
2700 MAT H8= TRN (U8)
2702 MAT H9= TRN (U9)
2704 MAT Z0= TRN (W0)
2706 MAT Z1= TRN (W1)
2708 MAT Z2= TRN (W2)
2710 MAT Z3= TRN (W3)
2720 MAT Z4= TRN (W4)
2722 MAT Z5= TRN (W5)
2724 MAT Z6= TRN (W6)
2726 MAT Z7= TRN (W7)
2728 MAT Z8= TRN (W8)
2729 MAT Z9= TRN (W9)
2730 MAT C = TRN (E)
2731 MAT C0= TRN (E0)
2732 MAT C1= TRN (E1)
2733 MAT C2= TRN (E2)
2734 MAT C3= TRN (E3)
2735 MAT C4= TRN (E4)
2736 MAT C5= TRN (E5)
2737 MAT C6= TRN (E6)
2738 MAT C7= TRN (E7)
2739 MAT C8= TRN (E8)
2740 MAT C9= TRN (E9)
2741 MAT D0= TRN (F0)
2742 MAT D1= TRN (F1)
2743 MAT D2= TRN (F2)
2744 MAT D3= TRN (F3)
2745 MAT D4= TRN (F4)
2746 MAT D5= TRN (F5)
2747 MAT D6= TRN (F6)
2748 MAT D7= TRN (F7)
2749 MAT D8= TRN (F8)
2750 MAT D9= TRN (F9)
2797 PRINT
2799 PRINT
2800 PRINT " LES REGULATEURS SONT:"
2801 PRINT " ______________________________"
2810 PRINT
2820 MAT PRINT J0, J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9
```

```
2482 MAT U8=H8+O8
2485 MAT H9=N*G9
2488 MAT O9=L1*X8
2492 MAT U9=H9+O9
2495 MAT NO=N*IO
2498 MAT ZO=L1*X9
2502 MAT WO=NO+ZO
2505 MAT N1=N*I1
2508 MAT Z1=L1*YO
2512 MAT W1=N1+Z1
2515 MAT N2=N*I2
2518 MAT Z2=L1*Y1
2522 MAT W2=N2+Z2
2525 MAT N3=N*I3
2528 MAT Z3=L1*Y2
2532 MAT W3=N3+Z3
2535 MAT N4=N*I4
2538 MAT Z4=L1*Y3
2542 MAT W4=N4+Z4
2545 MAT N5=N*I5
2548 MAT Z5=L1*Y4
2552 MAT W5=N5+Z5
2555 MAT N6=N*I6
2558 MAT Z6=L1*Y5
2562 MAT W6=N6+Z6
2565 MAT N7=N*I7
2568 MAT Z7=L1*Y6
2572 MAT W7=N7+Z7
2575 MAT N8=N*I8
2578 MAT Z8=L1*Y7
2582 MAT W8=N8+Z8
2585 MAT N9=N*I9
2588 MAT Z9=L1*Y8
2592 MAT W9=N9+Z9
2600 MAT MO=TRN (IO)
2602 MAT M1=TRN (I1)
2604 MAT M2= TRN (I2)
2606 MAT M3=TRN (I3)
2608 MAT M4=TRN (I4)
2610 MAT M5=TRN (I5)
2612 MAT M6= TRN (I6)
2614 MAT M7=TRN (I7)
2616 MAT M8= TRN (I8)
2618 MAT M9=TRN (I9)
2620 MAT JO=TRN (GO)
2622 MAT J1= TRN(G1)
2624 MAT J2=TRN (G2)
2626 MAT J3= TRN (G3)
2628 MAT J4= TRN (G4)
2630 MAT J5= TRN (G5)
2632 MAT J6= TRN (G6)
2634 MAT J7= TRN (G7)
2636 MAT J8= TRN (G8)
2638 MAT J9= TRN(G9)
2640 MAT S=TRN (X)
2642 MAT SO= TRN (XO)
2644 MAT S1= TRN (X1)
2646 MAT S2= TRN (X2)
2648 MAT S3=TRN (X3)
2650 MAT S4= TRN (X4)
2652 MAT S5= TRN (X5)
```

```
2298 MAT Q9=P2*X8
2302 MAT X9=Q9+S9
2305 MAT TO=V1*IO
2308 MAT RO=P2*X9
2312 MAT YO=RO+TO
2315 MAT T1=V1*I1
2318 MAT R1=P2*YO
2322 MAT Y1=R1+T1
2325 MAT T2=V1*I2
2328 MAT R2=P2*Y1
2332 MAT Y2=R2+T2
2335 MAT T3=V1*I3
2338 MAT R3=P2*Y2
2342 MAT Y3=R3+T3
2345 MAT T4=V1*I4
2348 MAT R4=P2*Y3
2352 MAT Y4=R4+T4
2355 MAT T5=V1*I5
2358 MAT R5=P2*Y4
2362 MAT Y5=R5+T5
2365 MAT T6=V1*I6
2368 MAT R6=P2*Y5
2372 MAT Y6=R6+T6
2375 MAT T7=V1*I7
2378 MAT R7=P2*Y6
2382 MAT Y7=R7+T7
2385 MAT T8=V1*I8
2388 MAT R8=P2*Y7
2392 MAT Y8=R8+T8
2395 MAT T9=V1*I9
2398 MAT R9=P2*Y8
2399 MAT Y9=R9+T9
2400 REM
2401 REM       CALCUL DES COMMANDES OPTIMALES
2402 REM
2403 MAT HO=N*GO
2404 MAT OO=L1*X
2405 MAT UO=HO+OO
2407 MAT H1=N*G1
2408 MAT O1=L1*XO
2412 MAT U1=H1+O1
2415 MAT H2=N*G2
2418 MAT O2=L1*X1
2422 MAT U2=H2+O2
2425 MAT H3=N*G3
2428 MAT O3=L1*X2
2432 MAT U3=H3+O3
2435 MAT H4=N*G4
2438 MAT O4=L1*X3
2442 MAT U4=H4+O4
2445 MAT H5=N*G5
2448 MAT O5=L1*X4
2452 MAT U5=H5+O5
2455 MAT H6=N*G6
2458 MAT O6=L1*X5
2462 MAT U6=H6+O6
2465 MAT H7=N*G7
2468 MAT O7=L1*X6
2472 MAT U7=H7+O7
2475 MAT H8=N*G8
2478 MAT O8=L1*X7
```

```
2115 MAT C8=O*E8
2118 MAT J8=A5*G9
2122 MAT G8=J8-C8
2125 MAT C7=O*E7
2128 MAT J7=A5*G8
2132 MAT G7=J7-C7
2135 MAT C6=O*E6
2138 MAT J6=A5*G7
2142 MAT G6=J6-C6
2145 MAT C5=O*E5
2148 MAT J5=A5*G6
2152 MAT G5=J5-C5
2155 MAT C4=O*E4
2158 MAT J4=A5*G5
2162 MAT G4=J4-C4
2165 MAT C3= O*E3
2168 MAT J3=A5*G4
2172 MAT G3=J3-C3
2175 MAT C2=O*E2
2178 MAT J2=A5*G3
2182 MAT G2=J2-C2
2185 MAT C1=O*E1
2188 MAT J1=A5*G2
2192 MAT G1=J1-C1
2193 MAT C0=O*E0
2195 MAT J0=A5*G1
2198 MAT G0=J0-C0
2200 REM
2201 REM   CALCUL DES TRAJECTOIRES OPTIMALES
2202 REM
2204 MAT S=E
2205 MAT Q=ZER
2206 MAT X=S+Q
2207 MAT S0=V1*G0
2208 MAT Q0=P2*X
2212 MAT X0=Q0+S0
2215 MAT S1=V1*G1
2218 MAT Q1=P2*X0
2222 MAT X1=Q1+S1
2225 MAT S2=V1*G2
2228 MAT Q2=P2*X1
2232 MAT X2=Q2+S2
2235 MAT S3=V1*G3
2238 MAT Q3=P2*X2
2242 MAT X3=Q3+S3
2245 MAT S4=V1*G4
2248 MAT Q4=P2*X3
2252 MAT X4=Q4+S4
2255 MAT S5=V1*G5
2258 MAT Q5=P2*X4
2262 MAT X5=Q5+S5
2265 MAT S6=V1*G6
2268 MAT Q6= P2*X5
2272 MAT X6=Q6+S6
2275 MAT S7=V1*G7
2278 MAT Q7=P2*X6
2282 MAT X7=Q7+S7
2285 MAT S8=V1*G8
2288 MAT Q8=P2*X7
2292 MAT X8=Q8+S8
2295 MAT S9=V1*G9
```

```
3052 MAT R4=T4*V9
3054 MAT R5=T5*V9
3056 MAT R6=T6*V9
3058 MAT R7=T7*V9
3060 MAT R8=T8*V9
3062 MAT R9=T9*V9
3064 REM   POUR LES COMMANDES
3070 MAT I0=H0*P9
3072 MAT I1=H1*P9
3074 MAT I2=H2*P9
3076 MAT I3=H3*P9
3078 MAT I4=H4*P9
3080 MAT I5=H5*P9
3082 MAT I6=H6*P9
3084 MAT I7=H7*P9
3086 MAT I8=H8*P9
3088 MAT I9=H9*P9
3090 MAT N0=Z0*P9
3092 MAT N1=Z1*P9
3094 MAT N2=Z2*P9
3096 MAT N3=Z3*P9
3098 MAT N4=Z4*P9
3100 MAT N5=Z5*P9
3102 MAT N6=Z6*P9
3104 MAT N7=Z7*P9
3106 MAT N8=Z8*P9
3108 MAT N9=Z9*P9
3190 PRINT
3197 PRINT
3200 PRINT "LES FONDS ALLOUES A L'ENTRETIEN DES EQUIPEM."
3210 PRINT "  ET A L'OPERATION DES STOCKS D' EAU SONT :"
3211 PRINT "  ____________________________________________________"
3220 PRINT
3225 PRINT "M(E)", "M(Q)"
3226 PRINT
3227 PRINT "______", "______"
3230 MAT PRINT Q,Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9
3240 MAT PRINT R0,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9
3245 PRINT
3250 PRINT
3251 PRINT "*************************************************"
3252 PRINT
3260 PRINT "  LES FONDS ALLOUES A L'INVESTISSEMENT ET"
3270 PRINT "  A L'UTILISATION DE L'EAU"
3271 PRINT "____________________________________________________"
3280 PRINT
3290 PRINT "M(I)", "M(W)"
3291 PRINT "______", "______"
3300 PRINT
3310 MAT PRINT I0,I1,I2,I3,I4,I5,I6,I7,I8,I9
3320 MAT PRINT N0,N1,N2,N3,N4,N5,N6,N7,N8,N9
3330 PRINT
3335 PRINT
3336 PRINT "*************************************************"
5253 PRINT
9500 DATA
10000 DATA
10002 DATA
10010 DATA
10050 DATA
20000 END
```

```
100 REM           PROG-OPTI-LIN.
101 REM
102 REM
103 REM
110 REM      SO=1 POUR UN MAXIMUM
120 REM      SO=-1 POUR UN MINIMUM
130 REM      S1=0 POUR LA SOLUTION SEULE
140 REM      S1=1 POUR LA BASE SEULE
150 REM      S1=2 POUR LES TABLEAUX INITIAL ET
160 REM           FINAL AVEC LES SOLUTIONS DE
170 REM           L'ENSEMBLE DES ETAPES INTERMED.
180 REM      M=  NOMBRE DE CONTRAINTES DU PROBL.
190 REM      N=  NOMBRE DE VARIBLES DU PROBLEME
200 REM      L=  NBRE DE:'<'(BORNES INF. COMPRISES)
210 REM      E=  NBRE DE:'='
220 REM      G=  NBRE DE:'>'(BORNES SUP.COMPRISES)
230 REM      L'ORDRE D'ENTREE EST:SO,S1,M,N,L,E,G
240 REM    V1$:NOMS DES VARIABLES A ENTRER APRES
250 REM    LA MATRICE
260 REM    V2$: NOMS DES VARIABLES DUAL A ENTRER
270 REM    APRES LES MEMBRES DROITS
280 REM      V3$: NOMS DES PROGRAMMES DE LA
285 REM           HIERARCHIE
286 REM
290 REM
300 REM      CE PROGRAMME PERMET DE RESOUDRE
301 REM      UN NOMBRE QUELCONQUE DE PROGRAMMES
302 REM      LINEAIRES HIERARCHISES
303 REM      LES MODELES SUPERIEURS FOURNISSENT
304 REM      DES INFORMATIONS QUI SERVIRONT DE
305 REM      CONSTANTES DANS LES MODELES INFERIEURS
306 REM      ET INVERSEMENT,LES PRIX D'ORDRE
307 REM      CALCULES AUX NIVEAUX INFERIEURS
308 REM      SERVIRONT POUR ELABORER DES COEF-
309 REM      FICIENTS QUI SERONT UTILISES POUR
310 REM      REAJUSTER LES MEMBRES DROITS,LES COEF-
311 REM      FICIENTS DE LA FONCTION ECONOMIQUE ET
312 REM      CERTAINS PARMIS LES COEFFICIENTS DE LA
313 REM      MATRICE DES COEFFICIENTS TECHNIQUES
314 REM
315 REM
316 REM
2500 DIM D(30,40),DO(30,40),Y(30,40),X(30,40),F(30,40)
2520 DIM V1$(30),V2$(30),V3$(30),C1(7,0),C2(7,0),C6(7,0)
2530 DIM E1(30,40),F1(30,40),CO(7,0),C3(7,0),C5(7,0),MO(10,0)
2540 DIM E6(40,30),X1(40,30),Y1(40,30)
2600 FOR A5 =1 TO 50
2700 LET A9 =1980
2900 READ Z
2951 FOR K=1 TO Z
2955 READ V3$(K)
2960 NEXT K
2999 FOR O = 1 TO Z
3000 LET C = 1
3010 READ SO,S1,M,N,L,E,G
3015 IF L+E+G = M THEN 3030
3020 PRINT "LES DONNEES DE ";V3$(O);"NE SONT PAS PRATICABLES."
3025 GOTO 4135
3030 LET B = M+N+G+1
3035 LET W = M
3040 IF B*(W+1)<1200 THEN 3055
```

```
3045 PRINT "LE PROBLEME ";O;" EST TROP GRAND "
3050 GOTO 4135
3055 IF B>40 THEN 3065
3060 IF W+1<30 THEN 3120
3065 PRINT "LA DIMENSION DECLAREE EST DEPASEE "
3066 PRINT "IL FAUT LA CHANGER SELON LE BESOIN"
3115 GOTO 4135
3120 LET M = M-1
3122 LET SO=-SO
3125 LET H = 1
3130 FOR I = 0 TO W+1
3135 FOR J=1 TO B
3140 LET D(I,J) = 0
3145 NEXTJ
3150 NEXT I
3151 FOR J=1 TO 30
3152 LET V1$(J)=" "
3153 LET V2$(J)=" "
3154 NEXT J
3155 FOR I = 0 TO M
3160 FOR J=1 TO N
3165 READ D(I,J)
3166 DO(I,J)=D(I,J)
3170 NEXT J
3175 NEXT I
3176 FOR J=1 TO N+G+L
3177 READ V1$(J)
3178 NEXT J
3180 FOR I = 0 TO M
3181 READ D(I,B)
3182 DO(I,B)=D(I,B)
3185 NEXT I
3186 FOR J=N+1 TO B-G-1
3188 READ V2$(J)
3190 IF O<>8 THEN 3193
3191 V4$(J)=V2$(J)
3193 NEXT J
3195 FOR J = 1 TO N
3200 READ D(W,J)
3201 DO(W,J)=D(W,J)
3202 D(W,J) = SO*D(W,J)
3203 C5(J,O)=D(W,J)
3204 NEXT J
3206 IF O < = 1 THEN 3215
3207 IF O > 8 THEN 3211
3208 LET D(0,B) = X(1,O-1)
3209 LET D(1,B) = F(1,O-1)
3210 GOTO 3227
3211 D(0,B)=X(O-7,3)*1000
3212 D(1,B)=F(O-7,3)*1000
3214 GOTO 3227
3215 IF A5 <=1 THEN 3227
3216 FOR J=1 TO N
3217 D(1,J)=C1(J,O)
3218 DO(1,J)= D(1,J)
3220 D(W,J)= C5(J,O)-Y(J+1,7)
3222 NEXT J
3223 FOR I=2 TO 8
3224 D(I,B)=C2(I-1,O)
3225 DO(I,B)=D(I,B)
3226 NEXT I
```

```
3227 FOR K = 1 TO M+1
3229 LET D(K-1,N+G+K) = 1
3231 LET D(K-1,0) = K+N+G
3233 NEXT K
3235 IF E<>0 THEN 3245
3240 IF G = 0 THEN 3320
3245 FOR K = L+E+1 TO M+1
3250 LET D(K-1,K+N-L-E) = -1
3255 NEXT K
3260 LET W =  W+1
3265 LET Q = 0
3270 FOR J = 1 TO N+G
3275 LET S = 0
3280 FOR I = M-G-E+1 TO M
3285 LET S = S+D(I,J)
3290 NEXT I
3295 LET D(W,J) = -S
3300 IF D(W,J)>Q THEN 3303
3301 Q = D(W,J)
3302 C = J
3303 NEXT J
3305 PRINT
3306 PRINT
3307 PRINT
3308 PRINT
3309 PRINT
3310 PRINT "**************************************************
3311 PRINT
3312 PRINT
3313 PRINT "          AJUSTEMENT :  ";A5
3314 PRINT "        ______________________________"
3316 PRINT
3317 PRINT "  PROGRAMME :   ";V3$(0),"ANNEE: ";A9
3318 PRINT "  ____________________________________________________________"
3319 PRINT
3320 PRINT
3321 PRINT "     ETAT INITIAL DU PROGRAMME :"
3322 PRINT "   ______________________________:"
3324 PRINT
3325 REM       LES INDICES DES VARIABLES:
3330 REM     1 A N: VARIABES PRINCIPALES
3335 REM     N+1 A N+G: VAR. DE SURPLUS
3340 REM    N+G+1 A N+G+L: VAR. D'ECART
3345 REM    N+G+L+1 A B 1: VAR. ARTIFICIELLES
3360 IF S1 = 0 THEN 3370
3365 GOSUB 3735
3370 IF G+E = 0 THEN 3535
3375 IF G = 0 THEN 3570
3380 IF S>0 THEN 3630
3381 IF H>1 THEN 3385
3382 GOSUB 3637
3385 LET H = H+1
3390 Q = 1E+45
3395 LET R = -1
3400 FOR I=0 TO M
3405  IF D(I,C)<=0 THEN 3425
3410  IF D(I,B)/D(I,C)>Q THEN 3425
3415  LET Q = D(I,B)/D(I,C)
3420  LET R =I
3425 NEXT I
3430 IF R> = -.5 THEN 3450
```

```
3432 IF A5 > 1 THEN 3437
3435 PRINT "SOLUTION DE ";V3$(0);"EST NON DEFINIE"
3436 GOTO 3440
3437 PRINT " PAS DE SOLUTION MEILLEURE POUR: ";V3$(0)
3440 GOSUB 3735
3445 STOP
3450 LET P = D(R,C)
3455 LET D(R,0) = C
3460 FOR J = 1 TO B
3465 D(R,J) = D(R,J)/P
3470 NEXT J
3475 FOR I = 0 TO W
3480 IF I = R THEN 3515
3485 FOR J = 1 TO B
3490 IF J = C  THEN 3510
3495 D(I,J) = D(I,J)-D(R,J)*D(I,C)
3500 IF ABS(D(I,J))>1E-8 THEN 3510
3505 LET D(I,J) = 0
3510 NEXT J
3515 NEXT I
3520 FOR I = 0 TO W
3525 LET D(I,C) = 0
3530 NEXT I
3532 LET D(R,C) = 1
3535 LET Q = 0
3540 FOR J = 1 TO N+G+L
3545 IF D(W,J)>Q THEN 3560
3550 LET Q = D(W,J)
3555 LET C = J
3560 NEXT J
3565 GOTO 3375
3570 IF W = M+1 THEN 3585
3575 LET W = W-1
3580 GOTO 3535
3585 PRINT
3590 FOR I = 0 TO M
3595 IF D(I,0)<N+G+L+1 THEN 3605
3600 IF D(I,B)<>0 THEN 3612
3605 NEXT I
3610 GOTO 3625
3612 IF A5 > 1 THEN 3615
3613 PRINT "PAS DE SOLUTION FAISABLE TROUVEE."
3614 GOTO 4135
3615 PRINT "PAS DE SOLUTION MEILLEURE FAISABLE !"
3617 GOTO 19000
3621 PRINT
3623 PRINT
3624 PRINT "           ********************"
3625 PRINT
3626 PRINT "
3627 PRINT "       ETAT FINAL DU PROGRAMME :"
3628 PRINT "       ________________________________"
3629 PRINT
3630 PRINT "
3631 PRINT "       REPONSE APRES";H-1;"ITERATION"
3632 PRINT "       ________________________________________"
3633 PRINT
3634 PRINT
3635 IF Q = 0 THEN 3641
3637 PRINT
3638 PRINT "          BASE AVANT ITERATION  ";H
```

```
3639 PRINT "_______________________________________________"
3640 PRINT
3641 IF O<=8 THEN 3645
3642 PRINT "VARIABLE","VALEUR : 10E+3"
3643 PRINT "____________","_______________"
3644 GOTO 3648
3645 PRINT "VARIABLE ","VALEUR 10E+6","FONDS ASS. 10E+6"
3646 PRINT "____________","__________","_______________"
3647 PRINT
3648 PRINT
3650 FOR I = 0 TO M
3655 IF D(I,0) = 0 THEN 3665
3656 LET J= D(I,0)
3657 LET X(0,J)=D(I,B)
3658 IF I <=1 THEN 3660
3659 F(0,J)=X(0,J)*DO(1,J)
3660 IF O>8 THEN 3664
3662 PRINT V1$(J),D(I,B),F(0,J)
3663 GOTO 3665
3664 PRINT V1$(J),D(I,B)
3665 NEXT I
3670 PRINT
3672 PRINT
3673 PRINT "____________________________________________________________"
3674 PRINT
3675 PRINT "VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF",-SO*D(W,B)
3676 PRINT
3677 PRINT "____________________________________________________________"
3678 IF H>1 THEN 3680
3679 RETURN
3680 IF Q<>0 THEN 3385
3685 PRINT
3687 PRINT
3688 PRINT
3689 PRINT "                    VARIABLES DUALES :"
3690 PRINT "                    __________________"
3691 PRINT
3692 PRINT
3695 PRINT "COLONNE", "NOM", "VALEUR"
3696 PRINT "__________","________","__________"
3701 PRINT
3702 PRINT
3703 FOR J=N+1 TO B-G-1
3705 PRINT J,V2$(J),-SO*D(W,J)
3707 IF O<=5 THEN 3711
3708 IF O>7 THEN 3711
3709 Y(0,J+2)=D(W,J)
3710 GOTO 3715
3711 Y(0,J)= D(W,J)
3715 NEXT J
3716 PRINT
3717 PRINT
3718 PRINT " ***********************************************"
3719 PRINT
3720 IF S1 = 0 THEN 3730
3725 GOSUB 3735
3730 GOTO  4135
3735 PRINT
3740 IF S1 = 1 THEN 3800
3745 PRINT
3750 PRINT "TABLEAU APRES  ";H-1;" ITERATIONS"
```

```
3752 PRINT
3755 FOR I=0 TO W
3760 FOR J=1 TO 8
3775 PRINT D(I,J); ;
3780 NEXT J
3785 PRINT
3787 PRINT
3788 NEXT I
3789 IF I < 9 THEN 3800
3800 RETURN
4000 GOTO 3000
4050 IF O <> 8 THEN 4135
4060 GOSUB 8000
4135 NEXT O
4145 PRINT
4195 PRINT
4196 PRINT
4200 PRINT " ************************************************"
4201 PRINT
4202 PRINT "RECAPITULATION DES RESULTATS :  AJUSTEMENT";A5
4203 PRINT "______________________________________________"
4205 PRINT
4206 PRINT
4210 PRINT "REGION","SEC.DOMEST. ","SEC.INDUS. ","SEC.AGR. "
4211 PRINT "___________","______________","____________"
4212 PRINT
4213 PRINT
4215 FOR O=2 TO 8
4220 PRINT
4221 PRINT
4222 PRINT O-1,
4225 FOR J=1 TO 3
4230 PRINT X(O,J),
4235 NEXT J
4237 PRINT
4240 NEXT O
4245 PRINT
4246 PRINT
4247 PRINT
4252 PRINT
4253 PRINT
4255 PRINT
4260 PRINT "      EVALUATIONS REGIONALES DES RESSOURCES  "
4261 PRINT "      _________________________________________"
4262 PRINT
4264 PRINT
4265 PRINT "REGION"," L'EAU "," LES FINANCES"
4266 PRINT "__________","______","______________"
4298 PRINT
4300 FOR O=2 TO 8
4310 PRINT O-1,
4330 FOR J=7 TO 8
4335 PRINT Y(O,J),
4340 NEXT J
4345 PRINT
4347 NEXT O
4350 PRINT
4352 PRINT
4353 PRINT " ************************************************"
4360 PRINT
5000 PRINT " LES AJUSTEMENTS DE LA PROCEDURE ITERATIVE"
```

```
5001 PRINT "_____________________________________________________________"
5002 IF A5 > 1 THEN 5007
5003 MAT READ C0,C3,C1
5004 MAT C2=C0
5005 MAT C6=C1
5007 FOR J=4 TO 10
5010 S0=0
5015 R0=0
5020 FOR O=2 TO 8
5025 S0 = S0 + Y(O,J)
5030 R0=R0+ (Y(O,J))**2
5032 NEXT O
5034 M0(J,0) = S0/7
5036 E0 = SQR(R0/7-M0(J,0)**2)
5038 PRINT
5040 PRINT
5043 PRINT
5044 PRINT
5046 PRINT "              LA VARIABLE: ",V4$(J)
5047 PRINT "              _______________","_______________"
5048 PRINT
5049 PRINT "    SA MOYENNE EST: ",M0(J,0)
5050 PRINT
5051 PRINT "    SON ECART TYPE EST: ",E0
5052 PRINT
5054 IF J<>7 THEN 5057
5055 IF M0(7,0) < .3 THEN 18206
5056 PRINT
5057 IF E0 < .1 THEN 5100
5062 PRINT
5063 PRINT
5064 IF J<7 THEN 5100
5065 IF J>8 THEN 5100
5067 PRINT "REGION","VALEUR","EC. CEN. RED. ","AJUSTEM. PROPOSE"
5068 PRINT "__________","________","_____________","________________"
5071 FOR O=2 TO 8
5072 LET E1(O,J)=(Y(O,J)-M0(J,0))/E0
5073 PRINT
5074 IF J < 7 THEN 5095
5075 IF J > 7 THEN 5082
5076 PRINT
5077 GOSUB 7000
5079 PRINT O-1,Y(O,J),E1(O,J),R1(O,J)
5080 C2(O-1,0)=R1(O,J)
5081 GOTO 5095
5082 IF J > 8 THEN 5095
5083 PRINT
5085 PRINT O-1,Y(O,J),E1(O,J),(1+E1(O,J)/7)*C1(O-1,0)
5086 C1(O-1,0) = (1+E1(O,J)/7)*C1(O-1,0)
5095 NEXT O
5100 NEXT J
5150 PRINT "**************************************************"
5200 GOSUB 8000
5250 GOTO 17000
5848 PRINT
6261 PRINT
7000 R1(O,J)=(1+E1(O,J)/7)*C2(O-1,0)
7010 IF R1(O,J) <= C0(O-1,0) THEN 7040
7020 IF R1(O,J) >= C3(O-1,0) THEN 7060
7030 RETURN
7040 LET R1(O,J)=C0(O-1,0)
```

```
7050 GOTO 7030
7060 LET R1(O,J)=C3(O-1,O)
7070 GOTO 7030
8000 LET X(6,3)= X(7,3)
8020 LET F(6,3)=F(7,3)
8100 LET X(7,3)=X(8,3)
8120 LET F(7,3)=F(8,3)
8200 RETURN

14500 DATA
14520 DATA
14530 DATA
15000 GOTO 3000
17000 RESTORE
18000 NEXT A5
18200 PRINT
18204 GOTO 20000
18205 PRINT
18206 PRINT
18207 PRINT "**********************************************
18208 PRINT
18210 PRINT
18212 PRINT "    LE CRITERE D'ARRET EST RENCONTRE !"
18214 PRINT
18216 PRINT
18218 PRINT "************** CONCLUSION ***************"
18220 PRINT "                ________________"
18222 PRINT
18225 PRINT " LE CRITERE SELON LEQUEL : ARRET DES QUE"
18226 PRINT
18228 PRINT " LA MOYENNE DE LAMBDA, EXPRIMANT LE DEGRE"
18230 PRINT
18232 PRINT " DU BESOIN AGREGE DE LA RESSOURCE : EAU"
18234 PRINT
18236 PRINT " DEVIENNE INFERIEURE OU EGALE A :.30,"
18238 PRINT
18240 PRINT " L'OPTIMUM EST DONC ATTEINT A L'ETAPE  :";A5
18242 PRINT
18244 PRINT
18246 PRINT "**********************************************
18248 GOTO 20000
19000 PRINT
19010 PRINT
19020 PRINT
19030 PRINT "**********************************************
19040 PRINT
19050 PRINT
19060 PRINT "                  CONCLUSION  "
19070 PRINT "                  ________________"
19080 PRINT
19090 PRINT "        LA SOLUTION EST DONC CELLE QUI A"
19100 PRINT "        ETE PROPOSEE A L'AJUSTEMENT : ";A5-1
19110 PRINT
19120 PRINT
19130 PRINT "**********************************************
20000 END
```

ANNEXE A.2

Les résultats de l'application

numérique du modèle de long terme

LES MATRICES A, B, R ET OMEGA
SONT RESPECTIVEMENT

-.006	0
.77	0
1.85	0
1.44	-1.25
1	0
0	.5
10	0
0	.65

****

	LA MATRICE K		LA MATRICE N	
ITERATION 1	10.2806	3.86602E-3	-5.18648E-2	-1.33181E-2
	3.86602E-3	.86176	-4.00375E-2	.814461
ITERATION 2	10.2808	4.09751E-3	-5.04436E-2	-.010467
	4.09751E-3	.880235	-4.26198E-2	.668113
ITERATION 3	10.2808	4.12156E-3	-5.04384E-2	-1.02951E-2
	4.12156E-3	.881532	-4.28683E-2	.657786
ITERATION 4	10.2808	4.12328E-3	-5.04381E-2	-1.02829E-2
	4.12328E-3	.881622	-4.28859E-2	.657073
ITERATION 5	10.2808	4.12340E-3	-5.04381E-2	-1.02821E-2
	4.12340E-3	.881628	-4.28872E-2	.657024
ITERATION 6	10.2808	4.12341E-3	-5.04381E-2	-.010282
	4.12341E-3	.881628	-4.28872E-2	.657021
ITERATION 7	10.2808	4.12341E-3	-5.04381E-2	-.010282
	4.12341E-3	.881628	-4.28873E-2	.65702

	LA MATRICE V		LA MATRICE ALPHA	
ITERATION 1	-9. 59499E-2	-2. 46385E-2	2. 79262E-2	5. 94773E-3
	-2. 46385E-2	-1. 03725	-. 016015	. 325785
ITERATION 2	-9. 33206E-2	-. 019364	2. 71664E-2	4. 63294E-3
	-. 019364	-. 850214	-1. 70479E-2	. 267245
ITERATION 3	-9. 33111E-2	-. 019046	. 027164	4. 55589E-3
	-. 019046	-. 837058	-1. 71473E-2	. 263114
ITERATION 4	-9. 33105E-2	-1. 90235E-2	2. 71639E-2	4. 55040E-3
	-1. 90235E-2	-. 836149	-1. 71544E-2	. 262829
ITERATION 5	-9. 33105E-2	-1. 90219E-2	2. 71639E-2	4. 55002E-3
	-1. 90219E-2	-. 836086	-1. 71549E-2	. 26281
ITERATION 6	-9. 33105E-2	-1. 90218E-2	2. 71639E-2	. 00455
	-1. 90218E-2	-. 836082	-1. 71549E-2	. 262808
ITERATION 7	-9. 33105E-2	-1. 90218E-2	2. 71639E-2	4. 54999E-3
	-1. 90218E-2	-. 836082	-1. 71549E-2	. 262808

	LA MATRICE L		LA MATRICE P	
ITERATION 1	-. 522202	-8. 65676E-3	2. 79262E-2	-. 016015
	9. 66506E-3	. 5294	5. 94773E-3	. 325785
ITERATION 2	-. 522613	-9. 21509E-3	2. 71664E-2	-1. 70479E-2
	1. 02438E-2	. 575588	4. 63294E-3	. 267245
ITERATION 3	-. 522614	-9. 26881E-3	. 027164	-1. 71473E-2
	1. 03039E-2	. 578831	4. 55589E-3	. 263114
ITERATION 4	-. 522614	-9. 27264E-3	2. 71639E-2	-1. 71544E-2
	1. 03082E-2	. 579055	4. 55040E-3	. 262829
ITERATION 5	-. 522614	-9. 27290E-3	2. 71639E-2	-1. 71549E-2
	1. 03085E-2	. 57907	4. 55002E-3	. 26281
ITERATION 6	-. 522614	-9. 27292E-3	2. 71639E-2	-1. 71549E-2
	1. 03085E-2	. 579071	. 00455	. 262808
ITERATION 7	-. 522614	-9. 27292E-3	2. 71639E-2	-1. 71549E-2
	1. 03085E-2	. 579071	4. 54999E-3	. 262808

ANNEE	LES TRAJECTOIRES DESIREES E	Q	LES REGULATEURS SONT	
1980	12.5	10		
1981	12.7813	10.225	-131.491	-5.93519
1982	13.0626	10.45	-134.383	-6.06627
1983	13.3439	10.675	-137.275	-6.19736
1984	13.6252	10.9	-140.167	-6.32844
1985	13.9065	11.125	-143.06	-6.45953
1986	14.1878	11.35	-145.952	-6.59062
1987	14.4691	11.575	-148.844	-6.7217
1988	14.7504	11.8	-151.736	-6.85279
1989	15.0317	12.025	-154.628	-6.98388
1990	15.313	12.25	-157.52	-7.11499
1991	15.5943	12.475	-160.412	-7.24616
1992	15.875	12.7	-163.299	-7.37716
1993	16.1569	12.925	-166.197	-7.50834
1994	16.4382	13.15	-169.089	-7.63979
1995	16.7195	13.375	-171.981	-7.77224
1996	17	13.6	-174.865	-7.90802
1997	17.2821	13.825	-177.766	-8.0575
1998	17.5634	14.05	-180.656	-8.2584
1999	17.8447	14.275	-183.413	-8.64639
2000	18.125	14.5	-181.25	-9.425

	TRAJECTOIRES CALCULEES		LES FONDS ASSOCIES	
ANNEE	E	Q	M(E)	M(Q)
1980	12.5	10	.0275	.08
1981	12.5504	10.1485	2.76108E-2	8.11876E-2
1982	12.8216	10.3523	2.82074E-2	8.28184E-2
1983	13.0978	10.5717	2.88152E-2	8.45738E-2
1984	13.3739	10.7953	2.94226E-2	8.63621E-2
1985	13.6499	11.0199	3.00298E-2	.088159
1986	13.9259	11.2448	.030637	8.99582E-2
1987	14.2019	11.4698	3.12443E-2	.091758
1988	14.4779	11.6947	3.18515E-2	.093558
1989	14.7539	11.9197	3.24587E-2	.095358
1990	15.0299	12.1448	3.30659E-2	9.71582E-2
1991	15.3059	12.3698	.033673	9.89587E-2
1992	15.5814	12.5947	.034279	.100757
1993	15.8579	12.8198	3.48874E-2	.102559
1994	16.1339	13.0452	3.54947E-2	.104361
1995	16.4099	13.2714	3.61019E-2	.106171
1996	16.6853	13.5005	3.67076E-2	.108004
1997	16.9623	13.7421	3.73171E-2	.109937
1998	17.2392	14.0298	3.79262E-2	.112238
1999	17.5065	14.4835	3.85142E-2	.115868
2000	17.3189	15.2138	3.81015E-2	.12171

	COMMANDES PROPOSEES		LES FONDS ASSOCIES	
ANNEE	I	W	M(I)	M(W)
1980	6.77732E-2	7.65931	6.77732E-2	1.1489
1981	.18729	7.78371	.18729	1.16756
1982	.190898	7.94246	.190898	1.19137
1983	.191723	8.11028	.191723	1.21654
1984	.192579	8.28048	.192579	1.24207
1985	.193463	8.4513	.193463	1.2677
1986	.194355	8.62229	.194355	1.29334
1987	.19525	8.79332	.19525	1.319
1988	.196145	8.96436	.196145	1.34465
1989	.19704	9.1354	.19704	1.37031
1990	.197927	9.3064	.197927	1.39596
1991	.198534	9.47728	.198534	1.42159
1992	.20002	9.64843	.20002	1.44726
1993	.20063	9.81933	.20063	1.4729
1994	.201517	9.98967	.201517	1.49845
1995	.202059	10.158	.202059	1.5237
1996	.203861	10.3197	.203861	1.54796
1997	.204656	10.4544	.204656	1.56816
1998	.200394	10.4872	.200394	1.57308
1999	-4.46136E-2	10.1484	-4.46136E-2	1.52225

ANNEXE A.3

Extraits des résultats de l'application numérique des modèles de décentralisation

AJUSTEMENT : 1

PROGRAMME : MCCA ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	7659.31	0
FONDS GASP.	1148.9	0
DEF. EAU. RE1	1130	0
DEF. EAU R2	1072	0
DEF. EAU R3	2341	0
DEF. EAU R4	1357	0
DEF. EAU R5	296	0
DEF. EAU R6	945	0
DEF. EAU RE7	654	0
	953	0
	900	0
	1970	0
	1142	0
	249	0
	795	0
	550	0

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 13 ITERATION

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	655.181	0
SURPL. REG7	104.	0
SURPL. REG1	177	0
DEF. EAU R2	172	0
DEF. EAU R3	371	0
DEF. EAU R4	215.	0
SURPL. REG5	47	0
SURPL. REG6	117.129	0
DEF. EAU R6	32.8713	0
W1	1130	277.98
W2	900	120.6
W3	1970	277.77
W4	1142.	188.43
W5	296	50.32
W6	912.129	155.974
W7	654.	77.826

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 2532.69

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
8	GAMMA1	0
9	GAMMA2	4.50994E-2
10	GAMMA3	5.13509E-2
11	GAMMA4	3.25702E-2
12	GAMMA5	0
13	GAMMA6	0
14	GAMMA7	0
15	LAMBDA	0
16	MU	2.32164
17	BETA1	1.00772E-2
18	BETA2	0
19	BETA3	0
20	BETA4	0
21	BETA5	8.53216E-2
22	BETA6	0
23	BETA7	1.17251E-2

****

RECAPITULATION DES RESULTATS : AJUSTEMENT 1

REGION	SEC. DOMEST.	SEC. INDUS.	SEC. AGR.
1	53	4.3	996
2	91	8.487	782.288
3	193	38.2543	1689.41
4	140	18.85	957.231
5	65	13.8253	0
6	55	0	829
7	49	6.7679	556

EVALUATIONS REGIONALES DES RESSOURCES

REGION	L'EAU	LES FINANCES
1	0	.5
2	1.61538	.193077
3	1.5942	.192319
4	1.85185	.111111
5	0	0
6	0	0
7	0	.5

****

LES AJUSTEMENTS DE LA PROCEDURE ITERATIVE

	LA VARIABLE	LAMBDA
SA MOYENNE EST		.723063
SON ECART TYPE EST		.838414

REGION	VALEUR	EC. CEN. RED.	AJUSTEM. PROPOSE
1	0	-.862417	953
2	1.61538	1.0643	1036.84
3	1.5942	1.03903	2262.41
4	1.85185	1.34634	1357
5	0	-.862417	249
6	0	-.862417	795
7	0	-.862417	550

	LA VARIABLE	MU
SA MOYENNE EST		.213787
SON ECART TYPE EST		.195184

REGION	VALEUR	EC. CEN. RED.	AJUSTEM. PROPOSE
1	.5	1.46638	.297533
2	.193077	-.106104	.131969
3	.192319	-.109988	.138785
4	.111111	-.526045	.1526
5	0	-1.09531	.1434
6	0	-1.09531	.144243
7	.5	1.46638	.143928

AJUSTEMENT : 2

PROGRAMME : MCCA ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

TABLEAU APRES 0 ITERATIONS

```
1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 7659.31

.297533 .131969 .138785 .1526 .1434 .144243 .143928 0 0 0 0 0
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1148.9

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 953

0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1036.84

0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 2262.41

0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1357

0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 249

0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 795

0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 0 550

1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 953

0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 900

0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 1970

0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 1142

0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 249

0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 0 795

0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 550

-.5812 -1.88138 -1.8702 -2.20235 -.48 -.397 -.288 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
```

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	7659. 31	0
FONDS GASP.	1148. 9	0
DEF. EAU. RE1	953	0
DEF. EAU R2	930. 383	0
DEF. EAU R3	2341	0
DEF. EAU R4	1357	0
DEF. EAU R5	249	0
DEF. EAU R6	795	0
DEF. EAU RE7	550	0
	953	0
	900	0
	1970	0
	1142	0
	249	0
	795	0
	550	0

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 9 ITERATION

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	552. 437	0
SURPL. REG3	332. 873	0
DEF. EAU. RE1	0	0
DEF. EAU R2	30. 3834	0
DEF. EAU R3	38. 1274	0
SURPL. REG4	215	29240
DEF. EAU R5	0	0
DEF. EAU R6	0	0
DEF. EAU RE7	0	0
W1	953	247. 622
W2	900	153. 252
W3	2302. 87	330. 372
W4	1357	200. 031
W5	249	31. 1824
W6	795	100. 144
W7	550	86. 2963

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 8976. 4

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
8	GAMMA1	2. 80609
9	GAMMA2	1. 95383
10	GAMMA3	0
11	GAMMA4	0
12	GAMMA5	1. 15255
13	GAMMA6	. 87515
14	GAMMA7	1. 75743
15	LAMBDA	0
16	MU	13. 0363
17	BETA1	0
18	BETA2	0
19	BETA3	0
20	BETA4	. 280708
21	BETA5	0
22	BETA6	0
23	BETA7	0

RECAPITULATION DES RESULTATS : AJUSTEMENT 2

REGION	SEC. DOMEST.	SEC. INDUS.	SEC. AGR.
1	53	2	898
2	91	8.487	902
3	193	38.2543	1791.81
4	140	18.85	1072.35
5	65	13.8253	0
6	55	0	740
7	49	6.7679	494.232

EVALUATIONS REGIONALES DES RESSOURCES

REGION	L'EAU	LES FINANCES
1	0	0
2	0	.5
3	1.5942	.192317
4	1.85185	.111111
5	0	0
6	.37	0
7	0	.26

LES AJUSTEMENTS DE LA PROCEDURE ITERATIVE

LA VARIABLE	LAMBDA
SA MOYENNE EST	.545151
SON ECART TYPE EST	.758515

REGION	VALEUR	EC. CEN. RED.	AJUSTEM. PROPOSE
1	0	-.718708	953
2	0	-.718708	930.383
3	1.5942	1.38303	2341
4	1.85185	1.72271	1357
5	0	-.718708	249
6	.37	-.230913	795
7	0	-.718708	550

LA VARIABLE	MU
SA MOYENNE EST	.151919
SON ECART TYPE EST	.171288

REGION	VALEUR	EC. CEN. RED.	AJUSTEM. PROPOSE
1	0	-.886918	.259835
2	.5	2.03214	.17028
3	.192319	.235861	.143461
4	.111111	-.238239	.147407
5	0	-.886918	.125231
6	0	-.886918	.125967
7	.26	.630992	.156902

```
**************************************************************

       AJUSTEMENT :  3

    PROGRAMME :  MCCA               ANNEE 1980

      ETAT INITIAL DU PROGRAMME

TABLEAU APRES   0  ITERATIONS
1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 7659.31
.259835 .17028 .143461 .147407 .125231 .125967 .156902 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1148.9
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 953
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 930.383
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 2341
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1357
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 249
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 795
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 0 550
1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 953
0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 900
0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 1970
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 1142
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 249
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 0 795
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 550
-.5812 -.266 -1.8702 -2.20235 -.48 -.767 -.288 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
```

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	7659.31	0
FONDS GASP.	1148.9	0
DEF. EAU. RE1	953	0
DEF. EAU R2	1036.84	0
DEF. EAU R3	2262.41	0
DEF. EAU R4	1357	0
DEF. EAU R5	249	0
DEF. EAU R6	795	0
DEF. EAU RE7	550	0
	953	0
	900	0
	1970	0
	1142	0
	249	0
	795	0
	550	0

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 10 ITERATION

VARIABLE	VALEUR 10E+6	FONDS ASS. 10E+6
EAU GASP.	615.198	0
SURPL. REG3	133.274	0
DEF. EAU. RE1	0	0
SURPL. REG2	136.838	0
DEF. EAU R3	159.14	0
SURPL. REG4	215	29240
DEF. EAU R5	0	0
DEF. EAU R6	0	0
DEF. EAU RE7	0	0
W1	953	283.549
W2	1036.84	136.83
W3	2103.27	291.902
W4	1357	207.079
W5	249	35.7065
W6	795	114.673
W7	550	79.1606

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 10020.2

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
8	GAMMA1	3.42823
9	GAMMA2	0
10	GAMMA3	0
11	GAMMA4	0
12	GAMMA5	1.45239
13	GAMMA6	1.54676
14	GAMMA7	1.65152
15	LAMBDA	0
16	MU	13.4756
17	BETA1	0
18	BETA2	.103027
19	BETA3	0
20	BETA4	.145972
21	BETA5	0
22	BETA6	0
23	BETA7	0

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA13 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	898000
FONDS GASP.	206540.
TERRE GASP.	129

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 1 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	1.11759E-8
MARAICH.	748.333
TERRE GASP.	26.4783

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 2768.83

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
4	LAMBDA	0
5	MU	1.34058E-2
6	PI	0

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA23 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	800513.
FONDS GASP.	104067.
TERRE GASP.	126.2
	30
	15
	10
	20
	8
	1

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 7 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	0
SURP. MARAI.	228.402
TERRE GASP.	33.5848
CERIALES	30
LEGUMIN.	15
CULT. INDUS	10
MARAICH.	248.402
FOURRAGES	8
PLANTATIONS	1

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 1246.48

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
7	GAMMA C	13.9763
8	GAMMA L	7.18526
9	GAMMA I	.992105
10	GAMMA M	0
11	GAMMA F	13.4079
12	GAMMA P	5.22211
13	LAMBDA	0
14	MU	1.82186E-2
15	PI	0

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA33 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	1.95720E+6
FONDS GASP.	270094.
TERRE GASP.	208
	40
	10
	15
	50
	40
	15
	10

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 8 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	347034.
FONDS GASP.	47891.
SURP. AGRU.	846.781
CERIALES	40
LEGUMIN.	10
CUL. IND.	15
MARAICH.	50
AGRUMES	886.781
FOURRAGE	15
PLANTATION	10

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 5878.88

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
8	GAMMA C	24.6719
9	GAMMA L	26.3344
10	GAMMA I	6.47344
11	GAMMA M	10.5766
12	GAMMA A	0
13	GAMMA F	18.6469
14	GAMMA P	9.02656
15	LAMBDA	0
16	MU	0
17	PI	39.0625

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA43 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	1.02884E+6
FONDS GASP.	166672.
TERRE GASP.	137
	20
	10
	15
	5
	20
	15
	10

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 8 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
SURP. AGRU.	796.642
FONDS GASP.	.4
TERRE GASP.	10.6847
CERIALES	20
LEGUMIN.	10
CULT. IND.	15
OLEAGIN.	5
MARAICH.	20
AGRUMES	811.642
FOURRAGES	10

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 6817.64

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
8	GAMMA C	29.9
9	GAMMA L	28.1
10	GAMMA I	9.3
11	GAMMA O	30.8
12	GAMMA M	3.5
13	GAMMA A	0
14	GAMMA F	17.06
15	LAMBDA	.008
16	MU	0
17	PI	0

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA63 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	721951.
FONDS GASP.	90243.9
TERRE GASP.	93.7
	20
	5
	10
	7
	15
	12

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 7 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	191105.
SURP. AGR.	180.231
TERRE GASP.	41.336
CERIALES	20
CULT. IND.	5
MARAICH	10
AGRUMES	187.231
FOURRAGES	15
PLANTAT.	12

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 1477.87

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
7	GAMMA C	24.9
8	GAMMA I	13.3833
9	GAMMA M	9.
10	GAMMA A	0
11	GAMMA F	13.7667
12	GAMMA P	11.5
13	LAMBDA	0
14	MU	.027451
15	PI	0

****

AJUSTEMENT : 3

PROGRAMME : MSA73 ANNEE 1980

ETAT INITIAL DU PROGRAMME

BASE AVANT ITERATION 1

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	494232.
FONDS GASP.	59307.9
TERRE GASP.	46.8
	10
	3
	8
	7
	2

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 0

ETAT FINAL DU PROGRAMME

REPONSE APRES 6 ITERATION

VARIABLE	VALEUR : 10E+3
EAU GASP.	107087.
FONDS GASP.	12850.4
SURP. PLANT.	154.318
CERIALES	10
LEGUMIN.	3
MARAICH.	8
FOURRA.	7
PLANTA.	156.318

VALEUR DE LA FONCTION OBJECTIF 779.632

VARIABLES DUALES

COLONNE	NOM	VALEUR
6	GAMMA C	12.2045
7	GAMMA L	6.95455
8	GAMMA M	.304545
9	GAMMA F	4.61364
10	GAMMA P	0
11	LAMBDA	0
12	MU	0
13	PI	20.4545

****

****

RECAPITULATION DES RESULTATS : AJUSTEMENT 3

REGION	SEC. DOMEST.	SEC. INDUS.	SEC. AGR.
1	53	2	898
2	91	8. 487	800. 513
3	193	38. 2543	1957. 2
4	140	18. 85	1028. 84
5	65	13. 8253	0
6	55	0	721. 951
7	49	6. 7679	494. 232

EVALUATIONS REGIONALES DES RESSOURCES

REGION	L'EAU	LES FINANCES
1	0	0
2	0	. 29
3	0	. 5
4	1. 85185	. 111111
5	0	0
6	0	2. 96
7	0	. 26

****

LES AJUSTEMENTS DE LA PROCEDURE ITERATIVE

LA VARIABLE	LAMBDA
SA MOYENNE EST	. 26455
SON ECART TYPE EST	. 648013

****

LE CRITERE D'ARRET EST RENCONTRE !

*************** CONCLUSION ***************

LE CRITERE SELON LEQUEL : ARRET DES QUE
LA MOYENNE DE LAMBDA, EXPRIMANT LE DEGRE
DU BESOIN AGREGE DE LA RESSOURCE : EAU
DEVIENNE INFERIEURE OU EGALE A :. 30,
L'OPTIMUM EST DONC ATTEINT A L'ETAPE 3

****

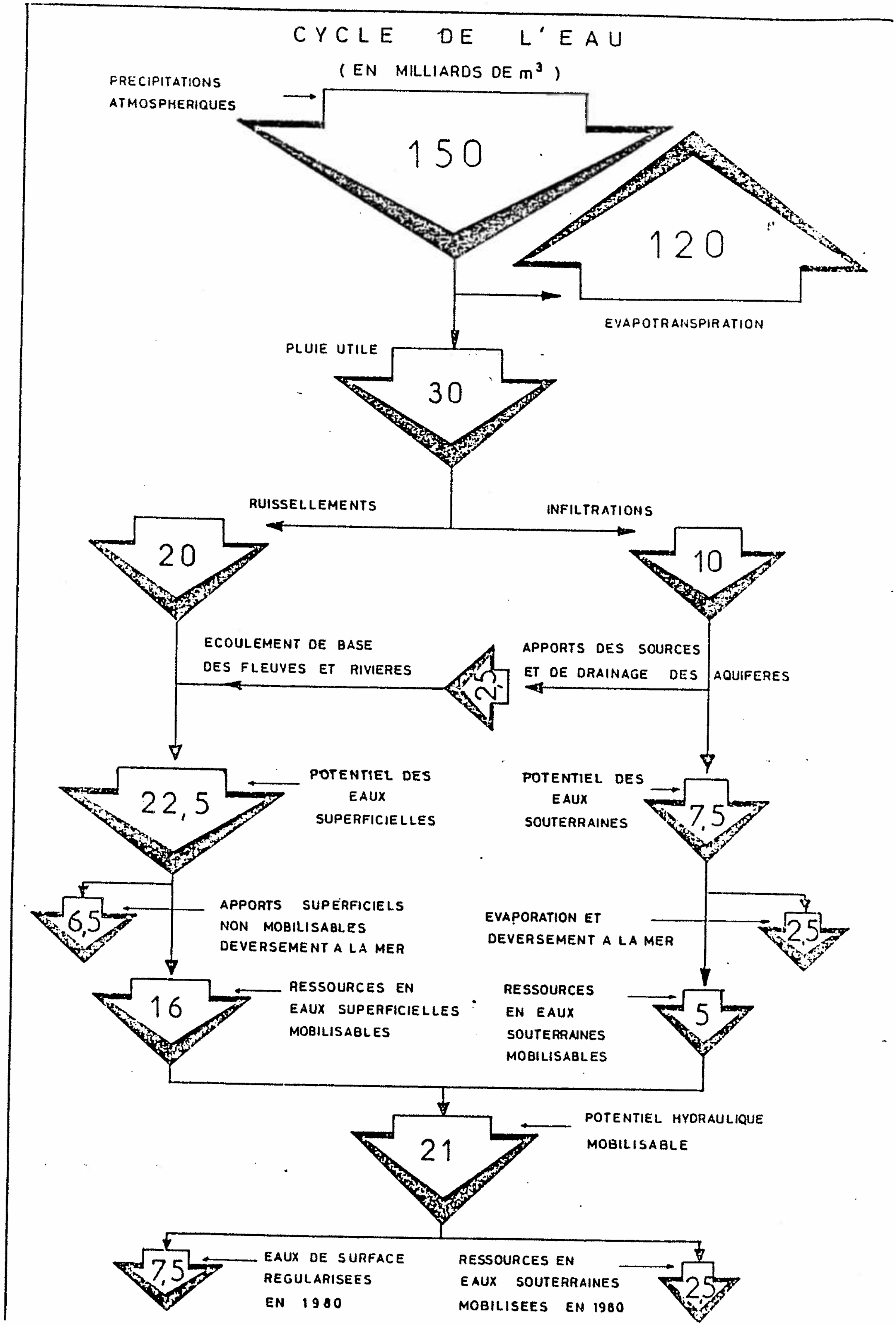
ANNEXE B

Quelques documents relatifs

aux sources de données extraits des textes

"du Séminaire sur les ressources en eau au Maroc"

Rabat (1980)


CYCLE DE L'EAU
(EN MILLIARDS DE m³)
PRECIPITATIONS ATMOSPHERIQUES
150
120
EVAPOTRANSPIRATION
PLUIE UTILE
30
RUISSELLEMENTS
INFILTRATIONS
20
10
ECOULEMENT DE BASE DES FLEUVES ET RIVIERES
2,5
APPORTS DES SOURCES ET DE DRAINAGE DES AQUIFERES
22,5
POTENTIEL DES EAUX SUPERFICIELLES
POTENTIEL DES EAUX SOUTERRAINES
7,5
6,5
APPORTS SUPERFICIELS NON MOBILISABLES DEVERSEMENT A LA MER
EVAPORATION ET DEVERSEMENT A LA MER
2,5
16
RESSOURCES EN EAUX SUPERFICIELLES MOBILISABLES
RESSOURCES EN EAUX SOUTERRAINES MOBILISABLES
5
21
POTENTIEL HYDRAULIQUE MOBILISABLE
7,5
EAUX DE SURFACE REGULARISEES EN 1980
RESSOURCES EN EAUX SOUTERRAINES MOBILISEES EN 1980
2,5

بيان الموارد المائية
(المعدل السنوي بمليار متر مكعب)

BILAN DES RESSOURCES EN EAU

(Apports moyens annuels en milliards de mètres cubes)

	Cours d'eau	Nappes	
	مجاري المياه	الطبقة المائية	
ZONE MEDITERRANEENNE			منطقة البحر الابيض المتوسط
Kert	0,100	0,020	كرت
Nekkor (y compris Rhis)	0,250	0,030	نكور (ضمنه الريس)
Martil	0,600	0,010	مارتيل
Laou	0,600	0,010	لاو
Autres bassins	1,100	0,030	احواض أخرى
	2,650	0,100	
ZONE ATLANTIQUE			المنطقة الاطلسية
Sebou	6,600	2,900	سبو
Oum er-Rebia	4,500	1,500	أم الربيع
Loukkos	1,600	0,030	اللكوس
Bou-Regreg	0,650	0,020	أبو رقراق
Tensift	1,200	0,400	تانسيفت
Autres bassins	1,400	0,650	احواض أخرى
	15,950	5,500	
ZONE ORIENTALE			المنطقة الشرقية
Moulouya	1,300	0,700	ملوية
Kiss	0,070	0,100	كيس
Isly	0,060	0,030	ايسلي
Autres bassins	0,070	0,170	احواض أخرى
	1,500	1,000	
ZONE SUD ATLASIQUE			منطقة جنوب الاطلس
Ziz (y compris Rhéris)	0,430	0,100	زيز (ضمنه غريس)
Guir	0,240	0,050	كير
Draâ	0,770	0,100	درعة
Autres bassins	0,020	0,050	احواض اخرى
	1,460	0,300	
ZONE ANTI-ATLASIQUE			منطقة الاطلس الصغير
Souss	0,320	0,240	سوس
Massa	0,160	0,050	ماسة
Autres bassins	0,320	0,210	احواض اخرى
	0,800	0,500	
ZONE SAHARIENNE			المنطقة الصحراوية
Tarfaya, Saguiet El Hamra et Oued Ed Dahâb	0,000	0,100	طرفاية ، الساقية الحمراء ، وواد الذهب
Total du Potentiel Hydraulique	22,360	7,500	مجموع الامكانيات المائية
Potentiel Mobilisable	16,000	5,000	الامكانيات الممكن تعبئتها
Ressources Mobilisées	7,500	3,000	الموارد المعبأة

RESSOURCES EN EAU SOUTERRAINE DU MAROC

REPARTITION PAR DOMAINE ET BASSIN HYDROGEOLOGIQUES
(EN MILLIONS DE M3/AN)

Domaine Hydrogéologique	Bassin Hydrogéologique		Ressources potentielles renouvelables	Ressources drainées par les cours d'eau	Ressources évaporées ou deversées en mer	Ressources mobilisables
	N°	Nom				
Rifain	1 -	Zone axiale du Rif	400		200	200
	2 -	Zone rifaine	50			50
	3 -	Zone et ride prérifaines	300	300		0
	4 -	Bas Loukkos	60			60
	5 -	Tangérois	2			2
	6 -	Kerte	20	10		10
	7 -	Garet et Bou Areg	40		20	20
Atlantique	8 -	Plateau Fès Meknès et Couloir Fès Taza	500	40		460
	9 -	Gharb et Dradère Souière	935			935
	10 -	Mamora	90			90
	11 -	Rehamna	0			0
	12 -	Chaouia Côtière et plaine de Berrechid	160		10	150
	13 -	Plateau des phosphates	200			200
	14-15-	Doukkala Abda et Sahel de Safi à Azemmour	2 250		2 000	250
	16 -	Tadla	540			540
	17 -	Bahira	80			80
	18 -	Jbilete et Mouissate	50	40		10
	19 -	Haouz de Marrakech et Mejjate	360	190		170
	20 -	Synclinal Essaouira - Chichaoua	100		70	30
Atlasique	21 -	Moyen Atlas et Causse	100			100
	22 -	Haut Atlas occidental	50			50
	23 -	Massif ancien du Haut Atlas	0			0
	24 -	Haut Atlas calcaire	1 550	1 500		50
	25 -	Haut Atlas oriental et plaine de Tamlelt	15			15
Oriental	26 -	Haute Moulouya - Itzer	140	130		10
	27 -	Moyenne Moulouya	100	95		5
	28 -	Rekkame	100			100
	29 -	Chaîne des Horsts	100			100
	30 -	Hauts Plateaux et Aïn Beni-Mathar	60	25		35
	31 -	Bassin de Guercif	30			30
	32 -	Couloir Taourirt Oujda	100			100
	33 -	Beni Bouyahyi - Beni Snassène	100	60		40
	34 -	Triffa	160	100		60
Sud Atlasique	35 -	Souss Chtouka et bassin de Tiznit	455	90		365
	36 -	Bassin de Ouarzazate	20			20
	37 -	Bassin Errachidia Boudenib	60	10	10	40
	38-39-	Anti Atlas	250			250
	40 -	Moyenne vallée du Draa	60			60
	41 -	Bas Draa et Bani	50			50
	42 -	Seyad Noun	70			70
	43 -	Hamada du Draa	10			10
	44 -	Tafilalet	50			50
	45 -	Maïdère	50			50
	46 -	Hamada du Sud Est	2			2
Saharien	47 -	Socle cristallin				
	48 -	Zone paléozoïque				
	49 -	Bassin secondaire de Laayoune	75			75
TOTAL			9 894	2 590	2 310	4 994

البرنامج الوطني للري بالمغرب

PROGRAMME NATIONAL D'IRRIGATION DU MAROC

POTENTIEL NATIONAL D'IRRIGATION	1.170.000 HA		**الامكانيات الوطنية للري**
. GRANDE HYDRAULIQUE (O.R.M.V.A.)	890.000 ha		. الري الكبير م.ج لا.ف.
. PETITE ET MOYENNE HYDRAULIQUE	280.000 ha		. الري الصغير والمتوسط
SITUATION ACTUELLE DES IRRIGATIONS	730.000 HA		**الوضعية الحالية للري**
. IRRIGATION MODERNE	530.000 ha		. الري العصري
. IRRIGATION TRADITIONNELLE	200.000 ha		. الري التقليدي
PROGRAMME D'AMENAGEMENT FUTUR	440.000 HA		**برنامج التجهيز المقبل**
. NOUVELLES SURFACES A AMENAGER	360.000 ha		. مساحات جديدة للاستصلاح
. IRRIGATION TRADITIONNELLE A MODERNISER	80.000 ha		. الري التقليدي المقرر تطويره
DATE PREVISIONNELLE DE L'ACHEVEMENT DES AMENAGEMENTS			**التاريخ المقرر لانهاء الاستصلاحات**
. RYTHME RAPIDE	17.500 ha/an en 1995		. الايقاع السريع
. RYTHME MOYEN	21.000 ha/an en 2000		. الايقاع المتوسط
	مقرر	منجز	
O.R.M.V.A.	**PREVU**	**REALISE**	**م.ج.لا.ف.**
. LOUKKOS....................	40.000 ha	12.500 ha	. اللكوس..........
. GHARB......................	245.000 ha	88.000 ha	. الغرب.......
. DOUKKALA...................	100.000 ha	40.000 ha	. دكالة........
. TADLA......................	115.000 ha	102.000 ha	. تادلة........
. HAOUZ......................	155.000 ha	83.000 ha	. الحوز........
. SOUSS MASSA................	95.000 ha	89.000 ha	. سوس ماسة......
. OUARZAZATE.................	30.000 ha	26.000 ha	. ورزازات..........
. TAFILALET..................	40.000 ha	37.000 ha	. تافيلالت.......
. BASSE MOULOUYA.............	70.000 ha	55.000 ha	. ملوية السفلى......

LES GRANDS BARRAGES DU MAROC

السدود المغربية الكبرى

BARRAGE	COURS D'EAU	تاريخ الانجاز DATE D'ACHEVEMENT	مجموع سعة المياه المحجوزة مليون متر3 CAPACITE TOTALE DE LA RETENUE Mm3	السعة المستعملة مليون متر3 CAPACITE UTILE Mm3	الحجم المضبوط مليون م3 في السنة VOLUME REGULARISE Mm3/AN	الهدف (1) DESTINATION (1) ي I	م ص ش ص EPI	ط ك E	و ض ف PCI	مجرى الماء	السد
4 EL KANSERA	Beht	1935	290	273	210	•	•	•	•	بهت	الشنسرة
5 LALLA TAKERKOUST	N'Fis	1935	76	55	85	•		•		نفيس	للا تكركوست
7 IMFOUT	Oum R'bia	1944	25	25	-	•		•		ام الربيع	امفوت
9 DAOURAT	Oum R'bia	1950	24	24	-		•	•		ام الربيع	الدورات
10 BIN EL OUIDANE	El Abid	1953	1484	1284	900	•		•		العبيد	بين الويدان
12 MECHRAA HAMADI	Moulouya	1956	14	14	-	•	•	•		ملوية	مشرع حمادي
16 MOHAMED V	Moulouya	1966	506	405	700	•	•	•		ملوية	محمد الخامس
19 MOULAY YOUSSEF	Tessaout	1970	190	157	260	•		•		تساوت	مولاي يوسف
20 HASSAN AD DAKHIL	Ziz	1971	355	337	140	•			•	زيز	حسن الداخل
21 MANSOUR ED DAHBI	Draa	1972	560	535	250	•		•	•	درعة	منصور الذهبي
22 YOUSSEF BEN TACHFINE	Massa	1973	320	294	90	•	•		•	ماسة	يوسف بن تاشفين
23 IDRISS 1er	Inaouène	1973	1250	1050	840	•		•	•	اناون	ادريس الاول
24 SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH	Bou Regreg	1974	500	387	320		•			ابورقراق	سيدي محمد بن عبد الله
25 OUED EL MAKHASINE	Loukkos	1978	703	570	270	•	•	•	•	لكوس	وادي المخازن
29 AL MASSIRA	Oum R'bia	1979	2725	2300	900	•	•	•		ام الربيع	المسيرة
30 TAMZAOURT (2)	Issen		230	210	90	•	•			اسن	تمزاورت (2)
31 MOHAMED BEN ABDELKRIM (2)	Nekor		43	40	25	•	•		•	نكور	محمد بن عبد الكريم (2)

(1) I : Irrigation
EPI : Eau potable et industrielle
E : Energie électrique
PCI : Protection contre les inondations
(2) En cours de construction.

(1) ي : السقي
م ص ش ص : الماء الصالح للشرب والصناعة
ط ك : الطاقة الكهربائية
و ض ف : الوقاية ضد الفيضانات
(2) : في طريق الانجاز

EAU POTABLE ET INDUSTRIELLE

الماء الصالح للشرب والصناعة

EAU POTABLE	1955	1979	2000	الماء الصالح للشرب
- Evolution des besoins en eau potable (millions de m3)	80	720	2300	- تطور الحاجيات من الماء العذب
- Dotations individuelles (l/j/hab.)				- الحاجيات الفردية (لترفي اليوم للفرد)
. en milieu urbain	80	120	150	. بالوسط الحضري
. en milieu rural	6	25	60	. بالوسط القروي
- Nature des ressources (%)				- نوعية الموارد %
. eau de nappe	80	55	30	. المياه الجوفية
. eau de surface	20	45	70	. المياه السطحية
ENERGIE HYDROELECTRIQUE				**الطاقة الكهرمائية**
- Puissance installée (MW)	317	470	2000	- قوة الطاقة المركبة (مليون واط)
- Productibilité (GWH)	950	1550	4500	- الانتجاية (مليار واط في الساعة)
- Nombre d'usines hydroélectriques	10	21	50	- عدد المعامل الكهرمائية
- Part de la production hydraulique (%)	75	35	15	- نسبة سهم الانتاج المائي %

BIBLIOGRAPHIE

Agourran, A. (1969), "L'hydraulique agricole au Maroc". Bulletin Economique et Social du Maroc, no 115, pp. 1-12.

Ahmed, J. Van Pavel, C.H.M. and Hiler, E.A. (1976), "Optimization of Crop Irrigation Strategy Under Stochastic Weather Regime: A Simulation Study". Water Resources Research, (W.R.R.) Vol. 12, nº 4, pp. 1241-1247.

Albouy, M. et Breton, A. (1968), "Interprétation économique du principe du maximum", Revue d'informatique et de recherche opérationnelle, 2e année, nº 14, pp. 37-68.

Alperovits, E. and Shamir, U. (1977), "Design of Optimal Water Distribution Systems", W.R.R., Vol. 13, nº 4, pp. 885-900.

Asopa, V.N. (1977), "Pricing Irrigation Water", Artha-Vikas, January-June, pp. 51-60.

Bassoco, L.M., Norton, D.R. and Silos, S.J. (1974), "Appraisal of Irrigation Projects and Related Policies and Investments", W.R.R., Vol. 10, nº 6, pp. 1071=1079.

Baumol, W.J. (1977), Economic Theory and Operation Analysis, Prentice Hall.

Belal, A. et Agourram, A. (1973) "Les problèmes posés par la politique agricole dans une économie "dualiste", les leçons d'une expérience : le cas du Maroc". Bulletin économique et social du Maroc". Bulletin économique et social du Maroc, nº 122, pp. 7-36.

Bettelheim, C. (1970), Problèmes théoriques et pratiques de la planification, 3e édition, François Maspero.

Bishop, A.B., Jensen, B.C. and Narayanan, R. (1975), "Economic Assessment of an Activity Analysis Model for Water Supply Planning", W.R.R., Vol. 11, nº 6, pp. 783-788.

Bishop, A.B. (1975), Introduction to Discrete Linear Controls, Academic Press

Blitzer, C.R., Clark, B.P. and Taylor, L., ed. (1975), Economy Wide Models and Development Planning, A World Bank REsearch Publication, Oxford University Press.

Boudarel, R. et al., Commande optimale des processus, Tome 1 (1967), Tome 2 (1968), Tome 3 (1969), Dunod.

Brada, J.C. (1973), "Uncertainty, the Structure of Production and the Pattern of Trade of Centrally Planned Economics", Economic of Planning, Vol. 12, nº 3, pp. 175-185.

Bradley, S.P. et al. (1977), Applied Mathematical Programming, Addison Wiley.

Burt, O.R. (1977), "Groundwater Management and Surface Water Development for Irrigation". In Thrall (ed), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North Holland.

Burt, O.R., Cumming, R.C. and McFarland, J.M. (1977), "Defining Upper Limits to Groundwater Development in the Arid West", American Journal of Agricultural Economics, Vol. 59, nº 2, pp. 940-944.

Nurton, R.M. and Obel, B. (1978), " Comparative Analysis of Price, Quantity and Mixed Approach for Decentralized Planning", Economic of Planning, Vol. 14, nº 3, pp. 129-141.

Camacho, A. (1979), "Performance of Decentralized and Centralized Decision - Making Mechanism Over a Class of Linear Cases", Journal of Comparative Economics, Vol. 3, nº , pp. 91-115.

Casey, H. (1977), "The Relevance of Operational Research in Agricultural Management", Operation Research Quarterly, Vol. 28, nº 4, ii, pp. 901-908.

Charnes, A. and Cooper, W.W. (1963), "Deterministic Equivalents for Optimizing and Satisficing Under Chance Constraints", Operation Research, Vol. 11, pp. 18-39.

Charreton, R. (1973), "La décentralisation des choix économiques vue à travers une méthode de résolution de programmes linéaires par décomposition", Revue d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle, (RAIRO), Vol. 2, pp. 53-76.

Chraïbi, M. (1971), "Techniques d'irrigation et structures agraires", Bulletin économique et social du Maroc, nºs 120-126, pp. 63-80.

Cicchetti, C.J., Smith, V.K. and Carson, J. (1975), "An Economic Analysis of Water Resource Investments and Regional Economic Growth", W.R.R., Vol. 11, nº 1, pp. 1-6.

Dantzig, G.B. and Wolfe, P. (1960), "Decomposition Principle for Linear Programs", Operation Research, Vol. 8, pp, 101-111.

Dasgupta, A.K. and Pearce, D.W. (1972), Cost-Benefit Analysis: Theory and Practice, MacMillan, Student Edition.

Dean, G.W., Carter, H.O. and Isyar, Y. (1973), "Programming Model for Evaluating Economic and Financial Feasibility of Irrigation Projects with Extended Development Periods", W.R.R., Vol. 9, nº 3, pp. 746-755.

De Groot, H.M. (1970), Optimal Statistical Decisions, MacGraw Hill.

Dorfman, R. (1969), "An Economic Interpretation of Optimal Control Theory", The American Economic Review, Vol. , nº , pp. 817-831.

Dreizin, Y.C. and Haines, Y.Y. (1975), "A Hierarchy of Response Functions for Groundwater Management", W.R.R., Vol. 73, nº 1, pp. 78-86.

Dudley, N.J., Reklis, D.M. and Burt, O.R. (1976), "Reliability, Trade-Offs, and Water Resources Development Modeling with Multiple Crops", W.R.R., Vol. 12, nº 6, pp. 1101=1108.

Duloy, J.H. and Norton, R.D. (1973), "CHAC, A Programming Model of Mexican Agriculture". In Goreux, L.M. and Manne, A.S. (ed.), Multilevel Planning Case Study in Mexico, North-Holland.

Eichhorn, W. and Oettli, W. (1972), "A General Formulation of the Lechatelier-Samuelson Principle", Econometrica, Vol. 40, nº 4, pp. 711-717.

Ennuste, U. (1973), "Uncertainty, Information and Decomposition in the Planning of a Production System", Economic of Planning, Vol. 9, nº 3, pp. 258-266.

Erlenkotter, D. (1977), "Coordination Scale and Sequencing Decisions for Water Resources Projects". In Thrall (ed), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North-Holland.

Fessas, P.S. (1979), "Decentralized Control of Linear Dynamical Systems Via Polynomial Matrix Methods", International Journal of Control, Vol. 30, nº 2, pp. 259-276.

Findeisen, W. et al. (1980), Control and Coordination in Hierarchical Systems, John Wiley.

Frederick, L.J. and Wells, R.J.G. (1979), "Patterns of Labor Utilization and Income Distribution in Rice Double Cropping Systems: Policy Implication", The Developing Economies, Vol. 16, no 1, pp. 54-71.

Freeland, J.R. (1976), "A Note on Goal Decomposition in a Decentralized Organization", Management Science, Vol. 23, no 1, pp. 100-102.

Gamal, A. and Adel, H.A. (1979), "Multilevel Technique for Computation of Optimal Singular Control", International Journal of Control, Vol. 29, no 5, pp. 828-834.

Ganczer, S. (1965), "Price Calculations in Hungary on the Basis of Mathematical Methods", Economic of Planning, Vol. 5, no 3, pp. 65-79.

Gandolfo, G. (1971), Mathematical Methods and Models in Economic Dynamics, North-Holland.

Gardner, B.D., Mahdi, Y., Partovi, S., Morteza, H. and Mehdi, S. (1974), "Pricing Irrigation Water in Tran", W.R.R., Vol. 10, no 6, pp. 1080-1084.

Goreux, L.M. (1977), Interdependence in Planning. A World Bank Research Publication, Oxford University Press.

Gray, S.L. and McKean, J.R. (1976), "The Development of Water Multiplier Impacts from Input-Output Analysis: An Empirical Example from Boulder", Larimer and Weld Countries Colorado, W.R.R., Vol. 12, no 2, pp. 735-740.

Guigou, J.L. (1974), Analyse des données et choix à critères multiples. Dunod.

Gupta, K.V. and Duckstein, L. (1975), "A Stochastic Analysis of Extreme Droughts", W.R.R., Vol. 11, no 2, pp. 221-228.

Haan, C.T., Allen, D.M. and Street, J.O. (1976), "A Markov-Chain Model of Daily Raunfull", W.R.R., Vol. 12, no 3, pp. 443-449.

Hadley, G. and Kemp, M.C. (1971), Variational Methods in Economics, North-Holland.

Haimes, Y.Y. (1973a) "Decomposition and Multilevel Approach in the Modeling and Management of Water Resources Systems", In Himmelblau, M. (ed), Decomposition of Large-Scale Problems, North-Holland, pp. 347-368.

Haimes, Y.Y. (1973b), "Multilevel Dynamic Programming Structure for Regional Water Resource Management", In Himmelblau, M. (ed), Decomposition of Large-Scale Problems, North-Holland, pp. 369-378.

Haimes, Y.Y. (1936), "Multilevel Dynamic Programming Structure for Regional Water Resource Management ", In Himmelblau, M. (ed), Decomposition of Large-Scale Problems, North-Holland, pp. 369-378.

Haimes, Y.Y. (1977), Hierarchical Analyses of Water Resources Systems, McGraw Hill.

Haimes, Y.Y. and Dreizin, Y.C. (1977), "Management of Groundwater and Surface Water Via Decomposition", W.R.R., Vol. 13, no 1, pp. 69-77.

Haimes, Y.Y. and Hall, A.W. (1974), "Multiobjectives in Water Resource Systems Analysis: The Surrogate Worth Trade Off Method", W.R.R., Vol. 10, no 4, pp. 615-624.

Haimes, Y.Y., Hall, A.W. and Butcher, S.W. (1972), "Analysis of the Feasibility of Interim Water Supply", W.R.R., Vol. 8, no 2, pp. 317-325.

Haimes, Y.Y. and Maddock III, T. (1975), "A Tax Systems for Groundwater Management", W.R.R., Vol. 11, no 1, pp. 7-14.

Haimes, Y.Y. and Nainis, W.S. (1974), "Coordination of Regional Water Resource Supply and Demand Planning Models", W.R.R., Vol. 10, no 6, pp. 1051-1059.

Hanke, S.H., Carver, P.H. and Bugg, P. (1975), "Project Evaluation During Inflation", W.R.R., Vol. 11, no 4, pp. 511-514.

Hanke, S.H. and Davis, R.S. (1973), "Potential for Marginal Cost Pricing in Water Resource Management", W.R.R., Vol. 9, no 4, pp. 808-825.

Haurie, A., Bernard, J.C. et Missaoui, R. (1980), "Modèle d'optimisation des courbes d'alerte pour la gestion de réservoir en vue d'irrition et de la production d'électricité", HEC Rapport de recherche, no 80-03.

Heady, E.O., Madsen, H.C., Nicol, K.J. and Hargove, S.H. (1973), "National and Interregional Models of Water Demand Land Use, and Agricultural Policies", W.R.R., Vol. 9, no 4, pp. 777-791.

Heady, E.O. and Nicol, K.J. (1977), "Models of Agricultural Water, Land Use and the Environment", In Thrall (ed), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North-Holland.

Intreligator, D.M. (1971), Mathematical Optimization and Economic Theory, Prentice Hell.

Jaudan, M.R. and Richards, R.J. (1977), "Decentralized Control Systems Theory: A Critical Evaluation", International Journal of Control, Vol. 26, no 1, pp. 129-144.

Johansen, L. (1978), Lectures On Macroeconomic Planning: 2. Centralization, Decentralization Under Uncertainty Planning, North-Holland.

Kamien, M.I. and Schwartz, N.L. (1981), Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economic and Management, North-Holland.

Kantorowick, L.K. (1963), Calcul économique et utilisation des ressources, Dunod (traduction).

Keeny, L.B. and Wood, F.E. (1977), "An Illustrative Example of the Use of Multiattribute Utility Theory for Water Resources Planning", W.R.R., Vol. 13, no 4, pp. 705-712.

Klemes, V. (1977), "Value of Information in Reservoir Optimization", W.R.R., Vol. 13, bo 5, pp. 837-850.

Koopmans, T.C. (1977), "Concepts of Optimality and Their Uses", The American Economic Review, Vol. 67, no 3, pp. 261-273.

Kornai, J. (1965), "Mathematical Programming as a Tool in Drawing up the Five-Year Economic Plan", Economic of Planning, Vol. 15, no 3, pp. 3-18.

——— (1969), "Man-Machine Planning", Economic of Planning, Vol. 9, no 3, pp. 210-234.

——— (1970), "A General Descriptive Model of Planning Processues", Economic of Planning, Vol. 10, no 1-2, pp. 1-19.

——— (1975), Mathematical Planning of Structural Decision, 5e edition, North-Holland.

Kornai, J. and Liptak, T. (1965), "Two-Leval Planning", Econometrica, Vol. 33, no 1, pp. 141-169.

Kronjo, T.D.M. and Kronjo, L.I. (1978), "Primal (Quantity) Dual (Price) Linear Optomal Control Problems and the Weak Duality Theorem", Economic of Planning, Vol. 14, no 2, pp. 709-715.

Kuiper, E. (1971) Water Resources Project Economics, Butterworth.

Künzi, H.P. et al. (1969), La programmation non linéaire, Gauthier-Villars

Lancaster, K. (1968), Mathematical Economic. MacMillan Company.

Laurenson, E.M. (1974), "Modelling of Stochastic Deterministic Hydrologic Systems", W.R.R., Vol. 10, no 5, pp. 955-961.

Layard, R. (ed) (1972), Cost-Benefit Analysis, Penguin, Modern Economic Reading.

Layard, P.R.G. and Walters, A.A. (1978), Microeconomic Theory. McGraw Hill.

Lesourne, J. (1972), Le calcul économique : Théorie et application. Dunod.

Levy-Lambert, H. et Dupuy, H.P. (1973), Les choix économiques dans l'entreprise et dans l'administration. Tome I, Principes de base, Dunod.

Lewis, W.C. et al. (1973), Regional Growth and Water Resources Investment, Lexington Books.

Lewis, W.C. (1973), "Public Investment Impacts and Regional Economic Growth", W.R.R., Vol. 9, no 4, pp. 851-860.

Lions, J.L. et Marshouk, G.I. (1974), Sur les méthodes numériques en sciences physiques et économiques. Dunod.

Little, I.M.D. and Mirrless, J.A. (1974), Project Appraisal and Planning For Developing Countries. Heirmann Educational Books.

Livingstone, I. and Hazlewood, A. (1979), "The Analysis of Risk in Irrigation Projects in Developing Country", Oxford Bulletin Economics and Statistics, Vol. 41, no 1, pp. 21-29.

Luemberger, D.G. (1979), Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models and Application, John Wiley.

Luthra, S. Sh. and Arora, R.S. (1976), "Optimal Design of Single Reservoir System Using & Release Policy", W.R.R., Vol. 12, no 4, pp. 606-672.

McBean, A.E. and Schaake, Jr. J. (1974), "Estimation of Response Surface Gradients in Multiobjective Water Resources Planning", W.R.R., Vol. 12, no 4, pp. 592-598.

Maddaus, W.O. and McGill, J.M. (1976), "Development and Application of a Water Resource Allocation Model", W.R.R., Vol. 12, no 4, pp. 767-772.

Malinvaud, E. (1975), Leçons de théorie microéconomique. Nouvelle édition. Dunod.

Martens, A. and Pindyck, R.S. (1975), "An Optimal Control Model for Multisectoral Investment Planning in Tunisia", Journal of Development Economic, no 2, pp. 99-119.

Mathiesen, L. (1977), "Marginal Cost Pricing in a Linear Programming Model: A Case With Constraints on Dual Variables", Scandinavian Journal of Economic, Vol. 79, no 2, pp. 468-477.

Mennes, L.B.M. (1969), "Planning for Regions and Center", Economic of Planning, Vol. 9, nos 1-2, pp. 43-70.

Mercer, L.J. and Morgan, W.D. (1978), "Measurement of Economic Uncertainty in Public Water Resource Development: An Extension", American Journal of Agricultural Economic, Vol. 58, pp. 241-244.

Michel, P. (1980), "Programmes mathématiques mixtes : Application au principe du maximum en temps discret dans le cas déterministe et dans le cas stochastique", R.A.I.R.O., Vol. 14, no 1, pp. 1-19.

Mishan, E.J. (1976), Cost-Benefit Analysis: New and Expanded Edition. Praeger.

Montias, J.M. (1959), "Planning With Material Balances in Soviet Economies", The American Economic Review, Vol. 49, no 5, pp. 962-985.

Moore, L.J. and Armstrong, M.J. (1976), "The Use of Linear Programming Techniques for Estimating the Benefits from Increased Assuracy of Water Supply Forecasts", W.R.R., Vol. 12, no 4, pp. 629-639.

Morishima, M. (1976), The Economic of Modern Society. Cambridge University Press.

Nambiar, R.G. (1977), "Future Water Demands: The Impact of Growth on the Water Use Patterns in Selected Sectors of the Gujarats Economy: 1969-2000", Artha-Vikas, January-June, pp. 1-13.

Naslin, P. (1969), Théorie de la commande et conduite optimale, Dunod.

Patel, S.M. (1977), "Need for Establishing Model Water Cooperatives in India", Artha Vikas, January-June, pp. 65-75.

Picard, P. (1979), Procédures et modèles de planification décentralisée. Economica.

Pontriaguine, L., Boltianski, Y., Gamkrelitze, R. et Michtchenko, E. (1974), Théorie mathématique des processus optimaux, Editions M.I.R., Moscou (Traduction).

Robie, R.B. (1977), "Pressures Created by Severe Drought on Water Institutions", American Journal of Agricultural Economics, Vol. 59, no 2, pp. 938-940.

Rueffi, W.T. (1971), "A Generalized Goal Decomposition Model", Management Science, Vol. 17, pp. B505-B518.

Seierstad, A. and Sydsaeter, K. (1977), "Sufficient Conditions in Optimal Control Theory", International Economic Review, Vol. 18, no 2, pp. 367-391.

Sengypta, J.K. et al. (1963), "On Some Theoremes of Stochastic Linear Programming With Applications", Management Science, Vol. 10, no 1, pp. 143-159.

Siljak, D.D. (1978), Large Scale Dynamic Systems, North-Holland.

Singh, M.C. and Titli, A. (1978), Systems: Decomposition Optimization and Control, Pergamon Press.

Simon, G. (1965), "Export Examination of Macro-Economic Shadow Prices", Economic of Planning, Vol. 15, no 3, pp. 80-93.

Simmonard, M. (1972/73), Programmation linéaire : technique du calcul économique. Dunod. Tome I : Fondements (1972), Tome 2 : Extensions (1973).

Sundareshan, M.K. (1979), "Control and Multilevel Controllability of Large-Scale Systems", International Journal of Control, Vol. 30, no 1, pp. 171-180.

Szidarovsky, F., Bogardi, D.L. and Davis, D. (1976), "Economic Uncertainties in Water Resources Project Design", W.R.R., Vol. 12, no 4, pp. 573-580.

Thomas, G., Whinston, A. and Wright, C. (1972), "New Approach to Water Allocation Under Uncertainty", W.R.R., Vol. 8, no 5, pp. 1151-1158.

Thompson, R.G. and Young, H.P. (1975), "Forcasting Water Use for Policy Making: A Review", W.R.R., Vol. 9, no 4, pp. 792-799.

Thrall, (ed) (1977), Economic Modeling for Water Policy Evaluation, North-Holland.

Tintner, G. (1957),"Les programmes linéaires stochastiques", Revue d'économie politique, Vol. 67, pp. 208-215.

Tintner, G. (1960), "A Note on Stochastic Linear Programming, Econometrica, Vol. 28, no 2, pp. 490-495.

Titli, A. et al. (1979), Analyse et commande des systèmes complexes, Cepadues Editions.

Tybou, R.A. (1977), "Quasi-Public Goods: Pricing the Commons", In Thrall (ed.), Economic Modeling for Water Policy Evaluation. North-Holland.

Vicens, G.F., Rodriguez-Interbe, I. and Schaake, Jr. J.C. (1975), "A Bayesian Framework for the Use of Regional Information in Hydrology", W.R.R., Vol. 11, no 3, pp. 405-474.

Wagner, H.M. (1975), Principles of Operations Research, Second Edition, Prentice Hall.

Weitzman, M. (1970), "Iterative Multilevel Planning With Production Targets", Econometrica, Vol. 38, no 1, pp. 50-65.

Wiles, P. (1964), "Imperfect Competition and Decentralized Planning", Economic of Planning, Vol. 4, no 1, pp. 16-28.

Wilson, I.D. (1979), "Foundation of Hierarchical Control", International Journal of Control, Vol. 29, no 6, pp. 899-933.

Wood, E.F. (1976), "An Analysis of the Effects of Parameter Uncertainty in Deterministic Hydrologic Models", W.R.R., Vol. 12, no 5, pp. 925-932.

Wood, E.F. and Rodriguez-Interbe, I. (1975), "Bayesian Inference and Decision Making for Extreme Hydrologic Events", W.R.R., Vol. 11, no 4, pp. 533-542.

Younes, Y. (1972), "Indices prospectifs quantitatifs et procédures décentralisés d'élaboration des plans", Econometrica, Vol. 40, no 1, pp. 137-147.

Young, H.P. and Thompson, R.G. (1973), "Forcasting Water Use for Electric Power Generation", W.R.R., Vol. 9, no 4, pp. 799-807.

Zielinski, J.G. (1963), "Centralization and Decentralization in Decision Making", Economic of Planning, Vol. 3, no 3, pp. 796-209.

Sources de données statistiques

Direction de l'hydraulique, Rabat, Maroc
- Annuaire hydrologique, 1973-1975, 254 p.
- Carte des systèmes aquifères du Maroc au 1/1 000 000 Provinces du Nord, feuilles 1 et 2, Rabat, 1976, 44 p + carte
- Les barrages au Maroc, juillet 1982, 8 p.
- Document anonyme qui présente les eaux souterraines (document de travail en juillet 1982), 17 p.

Office national de l'eau potable, Rabat, Maroc
- Situation des besoins et des débits équipés et à équiper, 1981-1985, 75 p.
- Prix pour l'estimation des coûts des projets d'eau potable, janvier 1982.
- Eau potable urbaine : Production 1980.
- Ressources en eau et projection de la demande, mai 1981.
- Etude nationale de tarification de l'eau potable :
  430 p. - Analyse et projection de la demande (1976).
  600 p. - Analyse des coûts et recherche des tarifs économiques (fin 1976).
  134 p. - Rapport de synthèse (1976).
- Prévisions tarifaires et financières, 1981-1987.

Ministère de l'agriculture et de la réforme agraire, Rabat, Maroc
- L'irrigation au Maroc : situation de l'équipement et de la mise en valeur, perspectives de développement, avril 1975, 114 p.
- Rapport sur les caractéristiques d'irrigation au Maroc (en arabe). Présenté dans le cadre d'un séminaire sur les utilisations économiques des eaux d'irrigation dans le monde arabe, mai 1979, 26 p.
- Enquêtes agricoles, campagnes agricoles : 1979-1980 et 1980-1981.
- Evaluation de l'évapotranspiration climatique et de l'évapotranspiration des cultures par la formule de Blaney et Criddle, Application à 48 localisations au Maroc, décembre 1981, 19 p.

Ministère du plan et du développement régional
- Plan de développement économique et social : 1968-1972, 1973-1977, 1978-1980, 1981-1985.
- Annuaire statistique du Maroc, 1979 et 1980.

En collaboration avec la direction de l'hydraulique
- Les barrages au service du développement, 1969, 16 p.
- L'eau, cette richesse,..., 1971, 23 p.

Autre source

- Séminaire sur le thème : "Les ressources en eau au Maroc", mobilisation et gestion. Organisé par l'Association nationale des améliorations foncières de l'irrigation et du drainage (A.N.A.F.I.D.) et l'Amicale des ingénieurs de Ponts et Chaussées (A.I.P.E.C.) les 13 et 14 juin 1980, 90 p.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été fait sous la Direction du Professeur Marcel Boyer à qui nous tenons à exprimer nos vifs remerciements pour ses recommandations, suggestions et encouragements qui nous ont été d'une aide très précieuse.

Nous remercions également le Professeur André Martens dont l'intérêt sans limite qu'il n'a cessé d'attacher à ce travail et les conseils nous ont été d'une assistance sans égal, ainsi que les Professeurs Alain Haurie de l'Ecole des Hautes Etudes Commerciales et Gérard Gaudet de l'Université Laval de Québec, les deux autres membres du jury, pour leurs recommandations et commentaires très pertinents.

Nous remercions aussi tous nos autres Professeurs du Département de Sciences économiques et d'ailleurs dont les enseignements constituent la toile de fond de ce travail, ainsi que notre ami Abderrafie Lahlou, qui pendant trois années consécutives a bien voulu nous remplacer pour organiser et corriger nos examens de la session de septembre à l'INSEA de Rabat.

Nous avons une dette de grande reconnaissance à l'Agence canadienne de développement international (ACDI) à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) et à l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée (INSEA) de Rabat qui nous ont permis, dans le cadre du Projet ACDI/UQAM/INSEA, de venir au Canada pour faire nos études de maîtrise et de doctorat.

D'autres personnes, combien nombreuses ont suivi de près ou de loin le déroulement de ce travail. Qu'elles veuillent trouver ici l'expression de notre reconnaissance.

Enfin, nous ne saurions trop apprécier l'effort soutenu de l'aimable secrétaire, Mme Lucie Lecomte, dans le rude travail de compréhension du manuscrit de la thèse et de sa dactylographie. Qu'elle trouve ici l'expression de nos sincères remerciements.