Université de Montréal

Trois essais sur les relations contractuelles en agriculture dans les pays en développement

par

Christian Tritten

Département de sciences économiques

Faculté des arts et sciences

septembre, 1997

© Christian Tritten

Université de Montréal

Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Trois essais sur les relations contractuelles en agriculture dans les pays en développement

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Michel Poitevin	président-rapporteur
Jean-Louis Arcand	directeur de recherche
André Martens	membre du jury
Mukesh Eswaran	examinateur externe
Georges Michaud	représentant du doyen

Thèse acceptée le: 26 mai 1998

Sommaire

L'objectif de la thèse doctorale intitulée 'Trois Essais sur les Relations Contractuelles en Agriculture dans les Pays en Développement', est de contribuer à la littérature sur les relations contractuelles en agriculture. Dans chacun des essais, nous analysons un aspect particulier des interactions entre propriétaires de terres et locataires dans un environnement caractérisé par des marchés imparfaits et incomplets.

Dans le premier essai, nous examinons l'hypothèse souvent faite que la sélection adverse n'est pas importante dans le contexte d'une économie de petit village. Malgré les interactions répétées entre les propriétaires et les locataires, un problème 'd'extraction de signal' peut persister quant aux vraies caractéristiques d'un locataire donné lorsque l'observation des actions d'un locataire fournit une information incomplète quant à son 'type'. Nous examinons différents mécanismes de mise à jour des croyances du propriétaire sur le 'type' du locataire, basés sur les résultats provenant des actions du locataire, et montrons que plusieurs équilibres sont soutenables à long terme. La conséquence est que l'interaction répétée *en soi* n'élimine pas nécessairement l'information asymétrique.

Dans le second essai, nous partons de l'idéé d'Eswaran et Kotwal (1985) que le métayage représente une forme contractuelle sous laquelle le propriétaire et le cultivateur peuvent combiner des intrants pour lesquels les marchés sont imparfaits ou incomplets. Le problème est que ces modèles de 'marchés manquants' sont habituellement formulés dans un contexte principal-agent où le propriétaire fixe unilatéralement les termes du contrat, et où le locataire est poussé à son utilité de réserve. La question que l'on se pose est de savoir s'il est raisonnable de supposer que le propriétaire possède tout le pouvoir de négociation dans le choix des termes du contrat, étant donné que le cultivateur possède lui aussi une ressource rare à la production. Nous fournissons une réponse à cette question en formulant un modèle alternatif inspiré de Shaked-Sutton (1984), où les agents négocient les termes du contrat. Nous déterminons ensuite empiriquement lequel des deux modèles décrit le mieux

les observations collectées dans un village Tunisien. Nos résultats empiriques pointent en faveur du modèle de négociation.

Dans notre troisième essai, notre point de départ est l'observation empirique que les propriétaires subdivisent souvent leurs terres entre plusieurs contrats (comme le font 30% des propriétaires dans notre banque de données recueillie dans le village Tunisien de El Oulja). Par ailleurs, dans certains cas, nous observons ce phénomène avec des mêmes cultures sur différentes parcelles de terres. Bien que le résultat d'équivalence connu de Newberry et Stiglitz ait rendu impopulaires les explications de choix contractuel basés sur le risque, nous proposons un modèle où les différentes formes contractuelles comportent différentes caractéristiques de risque. Par l'introduction de deux sources de risque, qui nous permettent d'éviter le piège du résultat d'équivalence, nous montrons que les propriétaires, par une subdivision appropriée de leurs terres entre plusieurs contrats, peuvent diminuer leur exposition au risque. L'efficacité relative des différentes formes contractuelles n'est donc pas le seul critère à considérer; le problème de choix contractuel de portefeuille est susceptible d'être tout aussi important comme déterminant des régularités observées des choix de contrats en agriculture.

Table des matières

ESSAI 1

1. INTRODUCTION 2
2. DESCRIPTION DU JEU 4
3. EVOLUTION DES CROYANCES DU PROPRIETAIRE 9
4. PROBLEME DU CULTIVATEUR 13
4.1 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=1$ 15
4.2 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=0$, $\sigma^B=1$ 16
4.3 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=0$, $\sigma^B=0$ 17
5. ANALYSE DES RESULTATS 18
5.1 CAS $\eta=1$ 18
5.2 CAS $\eta<1$ 20
6. CONCLUSION 26
7. REFERENCES 28

ESSAI 2

1. INTRODUCTION 32
2. PARTIE 1: MODELE DE NEGOCIATION 36
2.1 LE MODÈLE 36
2.2 SOLUTION DU MODÈLE 37
2.2.1 Choix des actions 38
2.2.2 Choix du partage 39
2.2.3 Caractérisation de l'ensemble S 42
3. PARTIE 2: PRODUCTION AGRICOLE 47
3.1 LE MODÈLE 47
3.1.1 Fonction de production 48
3.1.2 Fonctions objectives des agents 48
3.2 SOLUTION DU MODÈLE 50
3.2.1 Choix des intrants 50
3.2.1.1 Choix des intrants compétitifs 50
3.2.1.2 Choix des intrants gestion et supervision 55
3.2.2 Choix du contrat: modèle principal-agent 58
3.2.3 Choix du contrat: modèle de négociation 58
4. PARTIE 3: RESULTATS 59
4.1 DESCRIPTION DES DONNÉES 60
4.1.1 Description du village 60
4.1.2 Echantillon 61
4.1.3 Construction des variables 64
4.1.3.1 Données des Simulations 64
4.1.3.2 Données de la banque de données 64
4.2 RÉGRESSIONS 65
4.3 ANALYSE DES RÉSULTATS 70
4.3.1 Comparaison des deux modèles 70
4.3.2 Description des résultats 70

4.3.3 Interprétation des résultats 71
5. CONCLUSION 76
6. REFERENCES 78
7. ANNEXE 1: STATISTIQUES DESCRIPTIVES 80
7.1 BANQUE DE DONNÉES 80
7.2 SIMULATIONS 81
7.2.1 Modèle Eswaran-Kotwal 81
7.2.2 Modèle de négociation 82
8. ANNEXE 2: RESULTATS EMPIRIQUES 83
8.1 RÉGRESSION SUR LE MODÈLE ESWARAN-KOTWAL 83
8.2 RÉGRESSIONS SUR LE MODÈLE DE NÉGOCIATION 84
8.2.1 Delta = 1/3, 2/3, et 1 84
8.2.2 Delta=1/3 85
8.2.3 Delta=2/3 86
8.3 RÉGRESSIONS SUR LA BANQUE DE DONNÉES 87
8.3.1 Toutes les variables sauf les prix 87
8.3.2 Les prix 100
9. ANNEXE 3: MODELES SIMPLIFIES 108
9.1 Modèle Principal-Agent 108
9.1.1 Effet total 108
9.1.2 Effet substitution 109
9.1.3 Effet de la valeur de la dotation de temps 111
9.2 MODÈLE DE NÉGOCIATION 112
9.2.1 Effet total 112
9.2.2 Effet substitution 114
9.2.3 Effet de la valeur de la dotation de temps 115
10. ANNEXE 4: PROGRAMMES EN LANGAGE C 118
10.1 PROGRAMME PRINCIPAL 118
10.2 ROUTINES D'INITIALISATIONS (FICHIER INIT.CPP) 123
10.3 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE ESWARAN-KOTWAL) 129
10.4 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE DE NÉGOCIATION) 131

ESSAI 3

1. INTRODUCTION 136
2. MODELE DE BASE 140
2.1 ETAPES DE PRODUCTION 141
2.2 CONTRATS 142
2.3 FONCTION DE PRODUCTION 143
2.4 OBJECTIF DES AGENTS 145
2.5 RÉSULTATS 149
3. CONCLUSION 151
4. REFERENCES 152
5. ANNEXE: SOLUTION DU MODELE THEORIQUE 153
5.1 ALLOCATION DES INTRANTS DANS CHACUN DES CONTRATS 153
5.1.1 Contrat Propriétaire-Exploitant 154
5.1.2 Contrat de Métayage 154
5.1.2.1 Choix du Propriétaire 154
5.1.2.2 Choix du Cultivateur 155
5.2 CARACTÉRISATION DE LA FONCTION DE PRODUCTION 155
5.3 CHOIX DES PARAMÈTRES DU CONTRAT 157
5.4 SOLUTION SANS RISQUE SUR LE MARCHÉ DU TRAVAIL 162
5.5 SOLUTION AVEC RISQUE SUR LA PRODUCTION ET SUR LE MARCHÉ DU TRAVAIL 166
5.5.1 Utilité Générale 166

Liste des tableaux

ESSAI 1

Tableau I Valeur des paramètres 23
Tableau II Résultats 24

ESSAI 2

Tableau I: Etapes de la négociation 41
Tableau II: Séquence des gains 44
Tableau III: Relation entre les termes du contrat d'une période à l'autre 45
Tableau IV: Correspondance entre les variables de la banque de données et des simulations 63
Tableau V: Statique comparée des données et des simulations 68

ESSAI 3

Tableau I: Répartition des contrats dans le village El Oulja 138

Liste des figures

ESSAI 1

Figure 2.1 Arbre de jeu 7
Figure 3.1 Evolution des croyances du propriétaire 11

ESSAI 3

Figure 2.1: Etapes de production 142

à mon père.

Je remercie tous mes collègues et amis de leur appui, leur compagnie, et leur apport par les nombreuses discussions enrichissantes. Je remercie plus particulièrement Jonathan Conning et Lucien Gardiole pour leur aide et leur patience.

Je tiens à remercier particulièrement François Ethier pour la qualité de son travail avec la banque de données. Grâce à lui, la banque est accessible avec peu d'effort à quiconque veut s'en servir. Je remercie sincèrement Pascale Viala qui a agi comme codirecteur pour le troisième essai et finalement, mon directeur de thèse, qui plus qu'un directeur est un ami pour moi.

Essai 1

1. INTRODUCTION 2
2. DESCRIPTION DU JEU 4
3. EVOLUTION DES CROYANCES DU PROPRIETAIRE 9
4. PROBLEME DU CULTIVATEUR 13
4.1 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=1$ 15
4.2 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=0$, $\sigma^B=1$ 16
4.3 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=0$, $\sigma^B=0$ 17
5. ANALYSE DES RESULTATS 18
5.1 CAS $\eta=1$ 18
5.2 CAS $\eta<1$ 20
6. CONCLUSION 26
7. REFERENCES 28

1. INTRODUCTION

Il est généralement admis que le risque moral est une caractéristique prévalante du marché de location en agriculture dans les PVD (pays en voie de développement) contrairement à la sélection adverse. La rationalité sous-jacente à cette croyance est que généralement les paysans dans les PVD vivent dans des petites communautés tissées serrées: il est par conséquent difficile, voire impossible, que les vraies capacités d'un locataire potentiel puissent être ignorées de quiconque.

Le but de cet essai est de montrer qu'en dépit de tels arguments, les croyances subjectives sur les capacités des locataires potentiels sont non seulement importantes, mais peuvent même avoir un profond impact sur la structure contractuelle résultante. De plus, l'incertitude sur le vrai type du locataire peut être maintenue indéfiniment, et les actions du locataire inutiles pour révéler son vrai type.

Nous désirons préciser dès maintenant que ce papier ne constitue pas une extension de la littérature sur la sélection adverse ou sur l'auto sélection (le 'screening') associées aux travaux de Reid (1976, 1977) et de Hallagan (1978). Dans cette littérature, les propriétaires qui ne connaissent pas le 'type', ou l'habileté, des locataires potentiels, utilisent différents contrats incitatifs de manière à induire les locataires à s'auto sélectionner vers les formes contractuelles les plus consonantes avec les intérêts du propriétaire, ce faisant, révélant leur type. Le résultat de séparation habituellement obtenu amène les locataires à faible habileté à choisir les contrats de salaire, les locataires à plus grande habileté à choisir un contrat de location, tandis que les locataires entre les deux optent pour le métayage. Allen (1985), dans un papier très connu et très sévèrement critiqué, développe cette idée, en ajoutant la prévention de défaillir de la part du locataire aux arguments habituels d'auto sélection.

Dans ce papier, la production agricole, comme dans le cas des modèles de risque moral, est sujette à l'incertitude. L'incertitude dans les modèles de risque moral rend impossible pour

les propriétaires d'inférer les actions du locataire à partir de la production réalisée. Dans notre modèle, en particulier, l'incertitude en agriculture rend impossible pour les propriétaires d'inférer le vrai type du locataire à partir de ses actions. Comme tel, notre modèle suit le sentier des modèles de réputation de la théorie des jeux popularisés par Kreps, Wilson, Milgrom, et Roberts (voir, par ex., Kreps, Milgrom, Roberts et Wilson, 1982). Le but de cet essai est simple: construire une structure théorique cohérente où (i) les croyances à priori sur les habiletés du locataire sont importantes, (ii) ces croyances peuvent se maintenir, dans le sens qu'elles constituent un état stationnaire d'un jeu répété indéfiniment entre les propriétaires et les locataires, et (iii) différentes règles (arbitraires) utilisées par les propriétaires pour mettre à jour leurs croyances sur les habiletés des locataires, basées sur ses actions, produisent différents états stationnaires.

Jusqu'à présent, les deux arguments principaux concernant l'inefficacité du métayage ont été (i) la soi disant 'inefficacité marshallienne', et (ii) la déviation par rapport à l'optimum de premier rang attribuable au risque moral. Les adeptes du résultat d'inefficacité marshallienne, qui a été l'objet d'importantes investigations depuis Alfred Marshall (1920) soutiennent que le manque à gagner par le partage de la production provient de la sous-intensité dans l'utilisation des intrants dans le contrat de métayage par rapport au contrat propriétaire-exploitant (A ce sujet, voir par exemple les revues de littérature de Otsuka et Hayami 1988 et Quibria et Rashid 1984). Les arguments usuels de risque moral (voir par ex. Holmström, 1979), de l'autre coté, montrent comment la présence d'information asymétrique et le compromis résultant entre le partage de risque et les incitations, mènent à une production sous-optimale par rapport à la solution qui s'obtient en l'absence d'asymétries d'information. Les résultats présentés dans ce papier, de leur part, suggèrent une troisième source potentielle d'inefficacité dans les relations de locations: les croyances et les mécanismes arbitraires de mise à jour qui peuvent être spécifiques à différents contextes culturels. Par exemple, dans notre modèle, un locataire qui est tenu en basse estime par son propriétaire n'aura aucun incitation à l'équilibre à dévier de sa stratégie induite par la basse estime, cela faisant, restant pris dans un piège 'basse estime – basse productivité'.

La suite de ce papier est organisé comme suit. Dans la seconde partie, nous présentons la structure de base du jeu répété entre le locataire et le propriétaire, incluant les stratégies des joueurs et les gains résultants. Dans la troisième partie, nous présentons le mécanisme utilisé par les propriétaires pour la mise à jour de leur croyances sur le type du locataire en fonction de ses actions. Nous examinons aussi comment les actions du locataire affectent la perception que le propriétaire a de lui. Dans la quatrième partie, nous présentons le problème d'optimisation du locataire, que nous établissons sous forme de contrôle optimal. Dans la cinquième partie, nous examinons différentes stratégies d'état stationnaire disponibles au locataires, et caractérisons les conditions sous lesquelles elles vont prévaloir. La sixième partie conclut l'essai.

2. DESCRIPTION DU JEU

En agriculture, un aspect extrêmement important des relations propriétaires–cultivateurs, concerne l'estime que se portent les travailleurs les uns envers les autres. Cette estime est importante, car elle contribue à la formation de leur réputation. En ce qui concerne le cultivateur, sa réputation se construit en partie à travers ses actions, et en partie aussi par la manière dont le propriétaire apprécie son travail.

Or, en agriculture, l'environnement, est intrinsèquement incertain. Les états de la nature en agriculture résultent d'événements tels le climat, la présence ou non d'insectes, de parasites ou d'animaux se nourrissant de la récolte, et des bris d'équipements dus à un usage normal (la mauvaise utilisation d'un équipement entrant dans la catégorie 'risque moral'). Etant donné que l'évaluation de cette incertitude est au moins en partie subjective et non vérifiable, le propriétaire ne peut pas savoir si une bonne ou une mauvaise récolte provient d'un bon ou d'un mauvais état de la nature ou bien s'il s'agit d'un bon ou d'un mauvais travail de la part du cultivateur. Autrement dit, une mauvaise action de la part du cultivateur ne peut être dissociée parfaitement d'un mauvais état de la nature indépendant de sa volonté.

Par conséquent, les cultivateurs ne peuvent être identifiés à un type donné suite à une action donnée. Par contre, même si le type d'un travailleur ne peut être identifié parfaitement, sa réputation, elle, sera affectée par une réalisation donnée de la production. En effet, après chaque résultat obtenu, le propriétaire effectue une mise à jour de ses croyances sur le type du cultivateur, basé sur la production obtenue, modifiant ainsi la réputation de ce travailleur.

Notre modèle, où les actions du travailleur dépendent de l'environnement dans lequel il évolue, pourra, comme nous le verrons, supporter arbitrairement les différents types d'équilibres que l'on observe en pratique. Nous modélisons ainsi explicitement le rôle des externalités liées aux affinités entre les travailleurs sur leur comportement. Nous montrons comment ces externalités modifient les incitations d'un travailleur à adopter un comportement donné et expliquons du même coup qu'une situation indésirable, par exemple, puisse perdurer en équilibre simplement par la cohérence et le renforcement des actions et des croyances entre-elles.

Ainsi, dans notre modèle, le cultivateur peut choisir entre deux niveaux d'effort. Il peut choisir d'être soit 'dévoué' soit 'non dévoué'. Par son action, le cultivateur se construit une réputation, qui, à son tour, affecte sa rémunération. En effet, nous supposons que le propriétaire offre un contrat au cultivateur fonction de sa réputation: meilleure est sa réputation, plus sa rémunération est grande. Nous cherchons ainsi à décrire l'interaction qui peut exister entre les actions d'un travailleur, et la réputation qu'il se construit. Ainsi, en fonction de la mise à jour des croyances du propriétaire, plusieurs équilibres sont réalisables, selon les incitations qu'a un travailleur à être ou non dévoué. Une fois que nous comprenons les facteurs sous-jacents à un équilibre donné, nous pourrons alors essayer d'en déduire ce qui peut inciter ou amener les agents à adopter un comportement 'bon', ou encore, socialement désirable.

Le jeu se compose d'une succession de périodes qui se répètent indéfiniment. Chaque période est composée de 4 étapes tel qu'illustré à la figure 2.1. A la première étape, le

propriétaire d'une terre décide s'il veut proposer un contrat au cultivateur qui décide alors s'il accepte ou non ce contrat. Le cas échéant, la décision au nœud $p_{i.0}$ sera O, et N dans le cas contraire. Si les deux parties contractantes n'arrivent pas à un accord, le propriétaire et le travailleur reçoivent chacun leur salaire de réserve. La décision suivante, au nœud $N_{i.0}$, est prise par la nature. Avec une probabilité x, le cultivateur ne fera aucune erreur nuisant à la production, et avec probabilité $1-x$, le propriétaire n'est pas certain de ce que le cultivateur va faire. Nous appelons x la réputation qu'accorde le propriétaire au cultivateur. Au nœud suivant, $c_{i.0}$, la stratégie du cultivateur consiste à choisir entre se dévouer à son travail ou non; ainsi, il choisit D avec une probabilité σ^d, et il choisit ND avec une probabilité $1-\sigma^d$. La différence entre un travailleur dévoué et un non dévoué est que ce dernier décide, au nœud $c_{i.1}$, s'il va se comporter de 'bonne foi', en choisissant BF avec une probabilité σ^b, ou de 'mauvaise foi' en choisissant MF avec une probabilité $1-\sigma^b$.

Donc, en termes de la qualité du travail du cultivateur, avec probabilité x, le travail sera bien fait. Avec probabilité $1-x$, le travail sera très correct s'il choisit D, passable s'il choisit ND et BF, et carrément mauvais s'il choisit ND et MF. Le problème est que le propriétaire n'observe pas les actions du cultivateur, et ne sait pas, lorsque le jeu atteint un nœud particulier quelle a été l'attitude du cultivateur face à son travail. Le propriétaire ne peut inférer cette information directement car la production agricole est caractérisée par de l'incertitude à tous les niveaux, et certains facteurs affectant la production sont indépendants des actions du cultivateur. C'est pourquoi, aux nœuds $N_{i.1}$ et $N_{i.2}$, malgré que le cultivateur travaille bien, les résultats peuvent être médiocres ou mêmes mauvais. Ce dernier cas pourrait survenir par exemple s'il y a eu des infestations d'insectes, une mauvaise décision quant au moment de semer, trop ou trop peu de précipitations. Les probabilités associés aux événements de la nature sont indiqués à la figure 2.1 aux nœuds $N_{i.1}$, $N_{i.2}$ et $N_{i.3}$.

Nous supposons qu'il est plus coûteux pour le cultivateur de choisir D plutôt que ND, et plus coûteux de choisir BF plutôt que MF. Nous supposons aussi que le cultivateur

Notons que la stratégie $\sigma_i^d = 0$, $\sigma_i^b = 0$ n'accroît jamais la réputation du cultivateur comme illustré par la ligne A.

Notons que $\bar{x}^1 > \bar{x}^2$, tel qu'illustré dans la figure précédente, étant donné que:

$$\begin{aligned}
&\big(1 - b(p-s) - c(q-t)\big)\big(1 - bp - c(q-v)\big)\big(\bar{x}^1 - \bar{x}^2\big) \\
&\qquad = \big(bs + ct - cv\big)\big(1 - bp - cq\big) \\
&\qquad = (b-c)(v-t)\big(1 - bp - cq\big) \\
&\qquad > 0 .
\end{aligned}$$

Notons tout d'abord, que la stratégie $\sigma^d = \sigma^b = 0$ nuit toujours à la réputation du cultivateur, quelle que soit la valeur de sa réputation au départ, et ce plus rapidement qu'avec toute autre stratégie possible. De plus, la réputation du cultivateur décroît toujours, peu importe la stratégie adoptée, lorsque sa réputation est supérieure à la plus grande des deux limites. En d'autres mots, si la réputation du cultivateur est trop bonne, elle ne pourra que se détériorer avec le temps. Dans ce cas, la seule chose que puisse faire le cultivateur, c'est diminuer le taux auquel décroît sa réputation en choisissant la stratégie $\sigma^d = 1$. Par contre, si la réputation du cultivateur se situe entre les deux limites, le choix de la stratégie $\sigma^d = 1$ améliorera sa réputation tandis que la stratégie $\sigma^d = 0$ continuera à la détériorer. Finalement, si la réputation du cultivateur se situe en deçà des deux limites, les stratégies '$\sigma^d = 1$' et '$\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$' amélioreront toutes deux la réputation du cultivateur, la première stratégie plus rapidement que la seconde. Il est évident, de l'analyse qui précède, que si le cultivateur adopte constamment la stratégie $\sigma^d = 1$, sa réputation tendra vers la valeur $\bar{x}^1$, tandis que si le cultivateur adopte constamment la stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$, sa réputation tendra vers $\bar{x}^2$, tandis que la stratégie $\sigma^d = \sigma^b = 0$ fera tendre la réputation du cultivateur vers la valeur 0.

Nous avons donc maintenant un cadre où un cultivateur peut adopter plusieurs types de comportements. Notre but est ainsi de montrer le compromis existant entre les gains immédiats qui existent à ne pas travailler convenablement *versus* les pertes futures

éventuelles associées à la perte de réputation. Nous allons maintenant formuler le problème du cultivateur, qui doit décider de la stratégie à adopter, dans le cadre des modèles de contrôle optimal où la variable d'état associée à ses actions sera la réputation qu'il s'acquiert auprès du propriétaire. Nous écrivons maintenant l'évolution complète de la réputation du cultivateur par l'équation de différences du premier ordre suivante:

$$x_{i+1} = \eta x_i + (1-\eta)\left[(bp+cq)x_i + \sigma^d(bs+ct)(1-x_i) + (1-\sigma^d)\sigma^b cv(1-x_i)\right].$$

4. PROBLEME DU CULTIVATEUR

Le problème auquel fait face le cultivateur est de maximiser la valeur actualisée de la séquence de ses gains futurs en choisissant une stratégie optimale qui tient compte de l'effet de sa stratégie sur sa réputation. Nous formulons le problème du cultivateur en supposant que les deux agents acceptent de travailler ensemble au nœud $p_{i.0}$ de la façon suivante:

$$\begin{aligned}\underset{\sigma_i^d,\sigma_i^b}{MAX}\, V = \sum_{i=0}^{\infty} \delta\Big\{ & x_i^2 p\pi^1 + x_i^2 q\pi^2 + x_i^2 r\pi^0 \\ & +(1-x_i)\sigma_i^d s(x_i\pi^4 - c_1) + (1-x_i)\sigma_i^d t(x_i\pi^5 - c_1) + (1-x_i)\sigma_i^d r(x_i\pi^0 - c_1) \\ & +(1-x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b v(x_i\pi^7 - c_2) + (1-x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b r(x_i\pi^0 - c_2) \\ & +(1-x_i)(1-\sigma_i^d)(1-\sigma_i^b)x_i\pi^0\Big\}\end{aligned}$$

s.c.

$$x_{i+1} = \eta x_i + (1-\eta)\left[(bp+cq)x_i + \sigma_i^d(bs+ct)(1-x_i) + (1-\sigma_i^d)\sigma_i^b cv(1-x_i)\right],$$

avec x_0 donné.[1]

[1] Nous fixons δ étant donné que nous nous intéressons dans la suite aux équilibres stationnaires.

Le Hamiltonien correspondant à ce problème est donné par:

$$H(\lambda, x_i, \sigma^d, \sigma^b) = \delta\{x_i^2 p\pi^1 + x_i^2 q\pi^2 + x_i^2 r\pi^0$$
$$+(1-x_i)\sigma_i^d s(x_i\pi^4 - c_1) + (1-x_i)\sigma_i^d t(x_i\pi^5 - c_1) + (1-x_i)\sigma_i^d r(x_i\pi^0 - c_1)$$
$$+(1-x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b v(x_i\pi^7 - c_2) + (1-x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b r(x_i\pi^0 - c_2)$$
$$+(1-x_i)(1-\sigma_i^d)(1-\sigma_i^b)x_i\pi^0\}$$
$$+\lambda_i\{\eta x_i + (1-\eta)[(bp+cq)x_i + \sigma_i^d(bs+ct)(1-x_i) + (1-\sigma_i^d)\sigma_i^b cv(1-x_i)]\}.$$

Les conditions de premier ordre sont:

$$H_{\sigma^d}(\lambda, x_i, \sigma^d, \sigma^b) = \delta\{(1-x_i)s(x_i\pi^4 - c_1) + (1-x_i)t(x_i\pi^5 - c_1) + (1-x_i)r(x_i\pi^0 - c_1)$$
$$-(1-x_i)\sigma_i^b v(x_i\pi^7 - c_2) - (1-x_i)\sigma_i^b r(x_i\pi^0 - c_2) - (1-x_i)(1-\sigma_i^b)x_i\pi^0\}$$
$$+\lambda(1-\eta)(bs+ct-\sigma_i^b cv)(1-x_i) = 0,$$
$$H_{\sigma^b}(\lambda, x_i, \sigma^d, \sigma^b) = \delta\{(1-x_i)(1-\sigma_i^d)v(x_i\pi^7 - c_2) + (1-x_i)(1-\sigma_i^d)r(x_i\pi^0 - c_2)$$
$$-(1-x_i)(1-\sigma_i^d)x_i\pi^0\} + \lambda(1-\eta)(1-\sigma_i^d)cv(1-x_i) = 0,$$
$$x_{i+1} = \eta x_i + (1-\eta)[(bp+cq)x_i + \sigma_i^d(bs+ct)(1-x_i) + (1-\sigma_i^d)\sigma_i^b cv(1-x_i)],$$
$$x_0 = \bar{x},$$
$$\lambda_i = \delta\{2x_i p\pi^1 + 2x_i q\pi^2 + 2x_i r\pi^0$$
$$+(1-2x_i)\sigma_i^d s\pi^4 + \sigma_i^d sc_1 + (1-2x_i)\sigma_i^d t\pi^5 + \sigma_i^d tc_1 + (1-2x_i)\sigma_i^d r\pi^0 + \sigma_i^d rc_1$$
$$+(1-2x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b v\pi^7 + (1-\sigma_i^d)\sigma_i^b vc_2 + (1-2x_i)(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b r\pi^0$$
$$+(1-\sigma_i^d)\sigma_i^b rc_2 + (1-2x_i)(1-\sigma_i^d)(1-\sigma_i^b)\pi^0\}$$
$$+\lambda_{i+1}\{\eta + (1-\eta)[bp+cq-\sigma_i^d(bs+ct) - (1-\sigma_i^d)\sigma_i^b cv]\}.$$

Remarquons que la condition de premier ordre en σ^d est indépendante de σ^d et que la condition en σ^b est indépendante de σ^b. Par conséquent, à l'équilibre, σ^d et σ^b ne pourront prendre que les valeurs 0 ou 1. Nous allons donc analyser tour à tour les

équilibres stationnaires correspondant aux trois stratégies (i) $\sigma^d = 1$, (ii) $\sigma^d = 0$ et $\sigma^b = 1$, et (iii) $\sigma^d = 0$ et $\sigma^b = 0$, du cultivateur.

4.1 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE σ^D=1

Les valeurs stationnaires de x et de λ sont données par:

1. $x = \dfrac{bs + ct}{1 - b(p - s) - c(q - t)}$,

$$\lambda = \frac{\delta\left(2xp\pi^1 + 2xq\pi^2 + 2xr\pi^0 + (1-2x)s\pi^4 + sc_1 + (1-2x)t\pi^5 + tc_1 + (1-2x)r\pi^0 + rc_1\right)}{(1-\eta)\left(1 - b(p-s) - c(t-q)\right)}$$

$$= \frac{\delta\left(2x(p\pi^1 - s\pi^4 + q\pi^2 - t\pi^5) + s\pi^4 + t\pi^5 + r\pi^0 + rc + sc_1 + tc_1\right)}{(1-\eta)\left(1 - b(p-s) - c(t-q)\right)},$$

lorsque $\eta \neq 1$.

2. $x = \bar{x}$, λ indéterminé, lorsque $\eta = 1$.

En remplaçant σ^d par sa valeur dans $H_{\sigma^d}(.)$ et $H_{\sigma^b}(.)$ nous obtenons:

$$H_{\sigma^d}\left(\lambda, x, 1, \sigma^b\right) = \delta\{(1-x)s(x\pi^4 - c_1) + (1-x)t(x\pi^5 - c_1) + (1-x)r(x\pi^0 - c_1)$$
$$-(1-x)\sigma^b v(x\pi^7 - c_2) - (1-x)\sigma^b r(x\pi^0 - c_2) - (1-x)(1-\sigma^b)x\pi^0\}$$
$$+\lambda(1-\eta)\left((b - \sigma^b c)s + ct(1-\sigma^b)\right)(1-x) = 0,$$

$$H_{\sigma^b}\left(\lambda, x, 1, \sigma^b\right) = 0.$$

Cette dernière équation confirme que lorsque $\sigma^d = 1$, σ^b est quelconque.

4.2 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE σ^D=0, σ^B=1

Les valeurs stationnaires de x et de λ sont données par:

1. $x = \dfrac{cv}{1-(b-c)p}$,

$$\lambda = \frac{\delta\left\{2xp\pi^1 + 2xq\pi^2 + 2xr\pi^0 + (1-2x)v\pi^7 + vc_2 + (1-2x)r\pi^0 + rc_2\right\}}{(1-\eta)(1-(b-c)p)}$$

$$= \frac{\delta\left\{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - v\pi^7) + v\pi^7 + r\pi^0 + c_2\right\}}{(1-\eta)(1-(b-c)p)},$$

lorsque $\eta \neq 1$.

2. $x = \bar{x}$, λ indéterminé lorsque $\eta = 1$.

En remplaçant σ^d et σ^b par leurs valeurs dans $H_{\sigma^d}(.)$ et $H_{\sigma^b}(.)$ nous obtenons:

$$H_{\sigma^d}(\lambda,x,0,1) = \delta\left\{(1-x)s(x\pi^4 - c_1) + (1-x)t(x\pi^5 - c_1) + (1-x)r(x\pi^0 - c_1)\right.$$
$$\left. -(1-x)v(x\pi^7 - c_2) - (1-x)r(x\pi^0 - c_2)\right\}$$
$$+\lambda(1-\eta)(b-c)s(1-x) = 0,$$

$$H_{\sigma^b}(\lambda,x,0,1) = \delta\left\{(1-x)v(x\pi^7 - c_2) + (1-x)r(x\pi^0 - c_2) - (1-x)x\pi^0\right\}$$
$$+\lambda(1-\eta)cv(1-x) = 0.$$

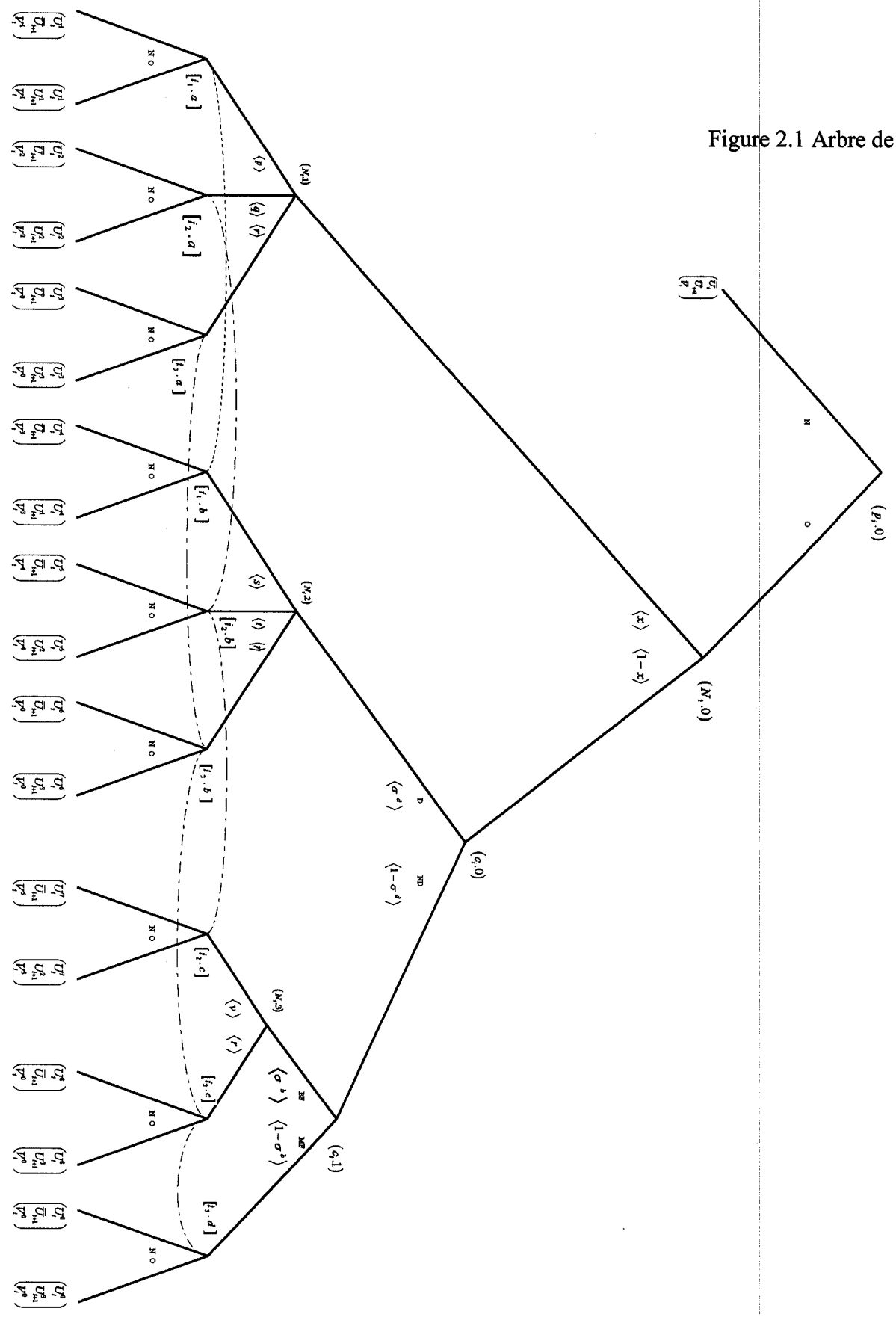


Figure 2.1 Arbre de jeu

connaît la réputation dont il jouit auprès du propriétaire et la façon avec laquelle le propriétaire met ses croyances à jour. Dans ce contexte, le cultivateur fait face à un compromis entre (i) récupérer les gains présents en ne fournissant pas d'effort et en nuisant à sa réputation, et (ii) récupérer des gains futurs en fournissant des efforts aujourd'hui, et en maintenant ou en améliorant sa réputation. Nous allons en fait établir les liens entre le comportement du propriétaire et la performance du cultivateur au travail.

Ensuite, aux nœuds $(N,1)$, $(N,2)$ et $(N,3)$, l'état de la nature se réalise. L'état sera bon avec probabilités p et s aux nœuds $(N,1)$ et $(N,2)$ respectivement, moyen avec probabilités q, t et v aux nœuds $(N,1)$, $(N,2)$ et $(N,3)$ respectivement et mauvais avec probabilité r aux nœuds $(N,1)$, $(N,2)$ et $(N,3)$.

Comme nous avons mentionné précédemment, nous formulons une structure de rémunération du cultivateur proportionnelle à sa réputation. Sa rémunération sera donc égale à la proportion x d'une valeur que nous supposons proportionnelle à la production à chaque fin de période comme suit:

$U_i^j = x\pi_i^j$, avec $\pi_i^1 > \pi_i^4 > \pi_i^2 > \pi_i^5 > \pi_i^7 > \pi_i^3 = \pi_i^6 = \pi_i^8 = \pi_i^0$.

Ainsi, tout profit provenant d'une branche connectée au premier ensemble d'information $<i_1>$ est supérieur à tout profit d'une branche connectée aux deux autres ensembles d'information $<i_2>$ et $<i_3>$, et tout profit provenant d'une branche connectée au second ensemble d'information $<i_2>$ est supérieur à tout profit d'une branche connectée au troisième ensemble d'information $<i_3>$. De plus, le profit est maximal à l'intérieur d'un ensemble d'information s'il est atteint par un sentier incluant la branche $x = 1$. Lorsque un ensemble d'information est atteint par un sentier incluant la branche $x = 0$, le profit est d'autant plus élevé que le niveau d'effort est élevé.

3. EVOLUTION DES CROYANCES DU PROPRIETAIRE

Au départ de la relation contractuelle, le propriétaire a un *a priori* sur le type de cultivateur qu'il s'apprête à engager. Cet *a priori* représente la probabilité du point de vue du propriétaire que le cultivateur ne fera pas d'erreurs nuisibles à la production. Nous appelons cet *a priori* la réputation du cultivateur à la période 0 et la dénotons par x_0. Nous ne spécifions pas au départ comment il forme son *a priori*. Il peut le faire de façon tout à fait subjective. Après chaque période, cependant, le propriétaire met à jour ses croyances sur le type du cultivateur qu'il a engagé. Il procède en pondérant l'*a priori* qu'il avait au début de la période avec l'opinion qu'il se forme directement à partir des résultats obtenus. L'opinion que le propriétaire a du cultivateur à la période $i+1$, étant donné que celui-ci a travaillé à la période i est donné par la relation suivante:

$x_{i+1} = \eta_i x_i + (1-\eta_i) y_i$.

Où x_i est la croyance du propriétaire sur le type du cultivateur à la période i,

y_i est la réputation inférée par le propriétaire directement à partir des résultats obtenus à la période i.

η_i est le facteur de mise à jour des croyances,

Nous essayons ici de formuler une mise à jour des croyances à la fois générale et simple. Ainsi, nous aurions pu, par exemple, poser $\eta_i = \eta_i(x_i, y_i)$, mais nous l'avons plutôt supposé exogène et indépendant du temps. Malgré cela, nous arrivons tout de même à capter un éventail assez large de comportement du propriétaire avec notre formulation linéaire: les deux cas extrêmes (i) où le propriétaire a une idée fixe sur le cultivateur peu importe les résultats observés, avec $\eta_i = 1$, (ii) où le propriétaire ne juge le cultivateur qu'à ses dernières actions, avec $\eta_i = 0$, et (iii) les cas intermédiaires où η_i est strictement compris entre 0 et 1. Notons que le premier cas où le propriétaire ne change pas son appréciation du cultivateur selon les résultats obtenus peut être interprété comme une

situation où le propriétaire réside à l'extérieur de la région et ne sait pas vraiment ce qui se passe sur sa terre.

Décrivons maintenant comment le propriétaire déduit y_i des résultats de la période i en question. Nous supposons, lorsque le jeu atteint l'ensemble d'information <i_1>, que le propriétaire n'a aucune raison de douter de la bonne foi du cultivateur; et que, lorsque le jeu atteint l'ensemble d'information <i_2>, le propriétaire sera plus dubitatif quand à un bon comportement de la part de son cultivateur et que, lorsque le jeu atteint l'ensemble d'information <i_3>, il le sera encore plus.

Donné une stratégie, et donné que la réputation du cultivateur vaut x_i au début de la période i, nous pouvons déterminer quelle sera la valeur espérée de y_i dans cette période. Plus formellement nous écrivons:

$y_i = b$(probabilité d'atteindre l'ensemble d'information <i_1>)
$+ c$(probabilité d'atteindre l'ensemble d'information <i_2>)
$+ d$ (probabilité d'atteindre l'ensemble d'information <i_3>)

Ici b, c et d représentent la réputation que le propriétaire accorde au cultivateur lorsque le jeu atteint respectivement les ensembles d'information <i_1>, <i_2> et <i_3>. Le calcul de l'expression précédente nous donne:

$$y_i = b\left(xp + (1-x)\sigma^d s\right) + c\left(xq + (1-x)\sigma^d t + (1-x)(1-\sigma^d)\sigma^b v\right)$$
$$+d\left(xr + (1-x)\sigma^d r + (1-x)(1-\sigma^d)\sigma^b r + (1-x)(1-\sigma^d)(1-\sigma^b)\right)$$

$$= (bp + cq + dr)x + \sigma^d(bs + ct + dr)(1-x)$$
$$+(1-\sigma^d)\sigma^b(cv + dr)(1-x) + (1-\sigma^d)(1-\sigma^b)d(1-x)$$

Afin de simplifier le modèle, nous imposons la normalisation $d = 0$. Nous obtenons alors:
$y_i = (bp + cq)x + \sigma^d(bs + ct)(1-x) + (1-\sigma^d)\sigma^b cv(1-x)$.

Nous déterminons maintenant les conditions sous lesquelles une stratégie donnée augmente la réputation du cultivateur. Nous référons à la figure 3.1 pour une illustration des résultats.

La stratégie $\sigma_i^d = 1$ améliore la réputation du cultivateur si:

$$(bp + cq)x + (bs + ct)(1 - x) - x > 0$$

$$\Leftrightarrow \qquad x < \bar{x}^1 = \frac{bs + ct}{1 - b(p - s) - c(q - t)},$$

comme illustré par la ligne C.

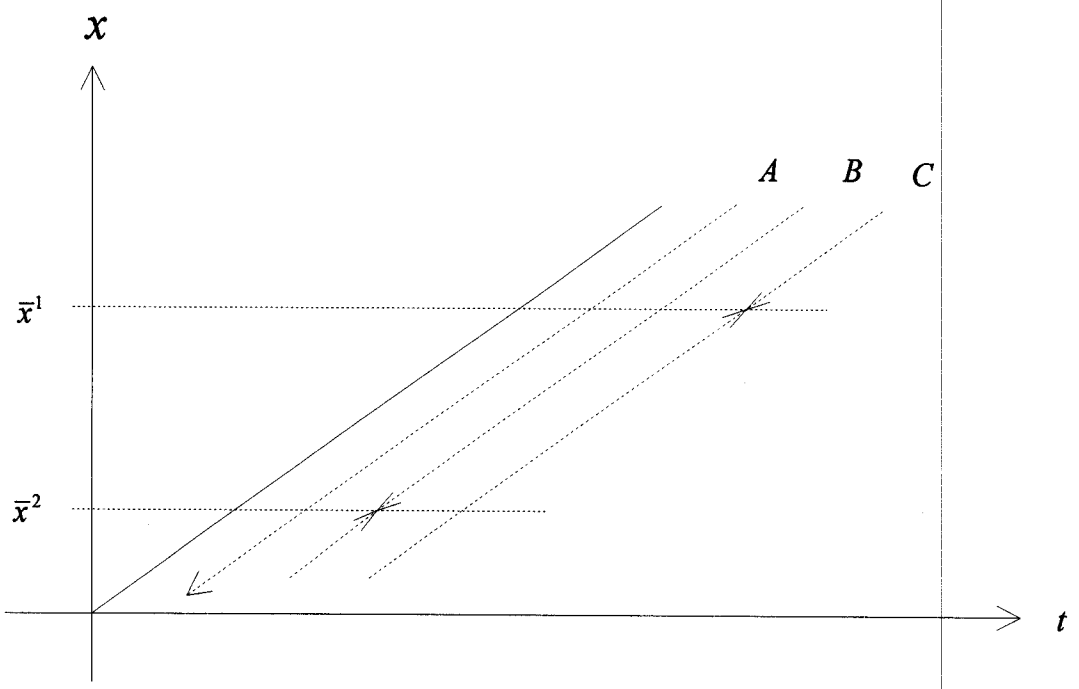
La stratégie $\sigma_i^d = 0$, $\sigma_i^b = 1$ améliore la réputation du cultivateur si:

$$(bp + cq)x + cv(1 - x) - x > 0$$

$$\Leftrightarrow \qquad x < \bar{x}^2 = \frac{cv}{1 - bp - c(q - v)},$$

comme illustré par la ligne B.

Figure 3.1 Evolution des croyances du propriétaire



4.3 EQUILIBRE STATIONNAIRE DE LA STRATÉGIE $\sigma^D=0$, $\sigma^B=0$

Les valeurs stationnaires de x et de λ sont données par:

1. Lorsque $\eta \neq 1$,

$$x = 0,$$

$$\lambda = \frac{\delta\left(2xp\pi^1 + 2xq\pi^2 + 2xr\pi^0 + (1-2x)\pi^0\right)}{(1-\eta)(1-bp-cq)} = \delta\frac{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - (p+q)\pi^0) + \pi^0}{(1-\eta)(1-bp-cq)}.$$

2. Lorsque $\eta = 1$, $x_0 = \bar{x}$, et λ indéterminé.

En remplaçant σ^d et σ^b par leurs valeurs dans $H_{\sigma^d}(.)$ et $H_{\sigma^b}(.)$ nous obtenons:

$$H_{\sigma^d}(\lambda,x,0,0) = \delta\left\{(1-x)s(x\pi^4 - c_1) + (1-x)t(x\pi^5 - c_1) + (1-x)r(x\pi^0 - c_1) - (1-x)x\pi^0\right\}$$
$$+\lambda(1-\eta)(bs+ct)(1-x) = 0,$$

$$H_{\sigma^b}(\lambda,x,0,0) = \delta\left\{(1-x)v(x\pi^7 - c_2) + (1-x)r(x\pi^0 - c_2) - (1-x)x\pi^0\right\}$$
$$+\lambda(1-\eta)cv(1-x) = 0.$$

5. ANALYSE DES RESULTATS

5.1 Cas η=1

Lorsque $\eta = 1$, la valeur de x est exogène et la valeur de λ est indéterminée, étant donné que la réputation n'a aucune valeur pour le cultivateur puisqu'il ne peut l'influencer. Remarquons que x exogène implique que l'arbre est identique d'une période à l'autre. En conséquence, la stratégie choisie par le cultivateur sera elle aussi identique à toutes les périodes, et identique aussi au jeu statique c'est à dire défini sur une période. Nous calculons maintenant la valeur des conditions de premier ordre en σ^d et σ^b pour chacune des stratégies.

1. Cas $\sigma^d = 1$:

   La stratégie $\sigma^d = 1$ sera choisie si:

   $$H_{\sigma^d}\left(\cdot, x, \cdot, \sigma^b\right) > 0$$

   $$\Leftrightarrow \quad s(x\pi^4 - c_1) - \sigma^b v(x\pi^7 - c_2) + t(x\pi^5 - c_1) - (1-r)(1-\sigma^b)x\pi^0 - r(c_1 - c_2) > 0$$

   $$\Leftrightarrow \quad sx\pi^4 + tx\pi^5 > \sigma^b(s+t)x\pi^7 + (s+t)(1-\sigma^b)x\pi^0 + (s+t)(c_1 - \sigma^b c_2) + r(c_1 - c_2).$$

   Par ailleurs, nous savons que $H_{\sigma^b}\left(\cdot, x, 1, \sigma^b\right) = 0$. Donc, lorsque $\sigma^d = 1$, le choix de la stratégie σ^b est indéterminé.

2. Cas $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$:

   La stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$ sera choisie si:

   $$H_{\sigma^d}\left(\cdot, x, \cdot, 1\right) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad s(x\pi^4 - c_1) - v(x\pi^7 - c_2) + t(x\pi^5 - c_1) - r(c_1 - c_2)) < 0$$

   $$\Leftrightarrow \quad sx\pi^4 + tx\pi^5 < (s+t)x\pi^7 + c_1 - c_2,$$

et si:

$$H_{\sigma^b}(\cdot,x,0,\cdot) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad v(x\pi^7 - c_2) - (1-r)x\pi^0 - rc_2 > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad vx(\pi^7 - \pi^0) > (1+v)c_2 .$$

3. Cas $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$:

La stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$ sera choisie si:

$$H_{\sigma^d}(\cdot,x,\cdot,0) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad s(x\pi^4 - c_1) + t(x\pi^5 - c_1) - (1-r)x\pi^0 - rc_1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad sx\pi^4 + tx\pi^5 < (s+t)x\pi^0 + c_1 ,$$

et si:

$$H_{\sigma^b}(\cdot,x,0,\cdot) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad v(x\pi^7 - c_2) - (1-r)x\pi^0 - rc_2 < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad vx(\pi^7 - \pi^0) < (1+v)c_2 .$$

Voici les relations qui gouvernent le choix de la stratégie de la part du cultivateur lorsqu'il n'y a pas d'effets de réputation. Comme nous sommes intéressés à analyser comment le choix du cultivateur peut être modifié par les effets de réputation, nous allons faire les hypothèses nécessaires afin que la stratégie optimale, lorsqu'il n'y a pas d'effets de réputation, soit la stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$. Nous allons ensuite considérer le cas où $\eta < 1$, et analyser comment la réputation peut affecter le choix des stratégies.

La stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$ sera optimale pour tout x et tout σ^b si pour tous les cas, nous avons $H_{\sigma^d}(\cdot,x,\sigma^d,\sigma^b) < 0$ et $H_{\sigma^b}(\cdot,x,\sigma^d,\sigma^b) < 0$. De là nous formulons les hypothèses suivantes sur les paramètres:

Hypothèse H 5-1: $c_1 > s\pi^4 + t\pi^5 - (s+t)\pi^0$.

Hypothèse H 5-2: $c_2 > v(\pi^7 - \pi^0)$.

Hypothèse H 5-3: $c_2 > \dfrac{1-v}{v}(\pi^7 - \pi^0)$.

Hypothèse H 5-4: $c_1 - c_2 > s\pi^4 + t\pi^5 - (s+t)\pi^7$.

5.2 Cas $\eta<1$

Pour chacune des stratégies, nous allons caractériser les conditions sous lesquelles l'une ou l'autre sera choisie.

1. Cas $\sigma^d = 1$:

Nous avions trouvé à la section 4.1 les valeurs suivantes:

$$x = \frac{bs + ct}{1 - b(p - s) - c(q - t)},$$

$$\lambda = \frac{\delta\left(2xp\pi^1 + 2xq\pi^2 + 2xr\pi^0 + (1-2x)s\pi^4 + sc_1 + (1-2x)t\pi^5 + tc_1 + (1-2x)r\pi^0 + rc_1\right)}{(1-\eta)\left(1 - b(p-s) - c(t-q)\right)},$$

$$\begin{aligned} H_{\sigma^d}\left(\lambda, x, \cdot, \sigma^b\right) = \delta\Big\{&(1-x)s(x\pi^4 - c_1) + (1-x)t(x\pi^5 - c_1) + (1-x)r(x\pi^0 - c_1) \\ &-(1-x)\sigma^b v(x\pi^7 - c_2) - (1-x)\sigma^b r(x\pi^0 - c_2) - (1-x)(1-\sigma^b)x\pi^0\Big\} \\ &+\lambda\Big\{(1-\eta)\Big((bs+ct)(1-x) - \sigma^b cv(1-x)\Big)\Big\} = 0. \end{aligned}$$

A partir de là nous trouvons la statique comparée suivante:

$$\frac{dx}{db} = \frac{s + c(tp - sq)}{\left(1 - b(p-s) - c(q-t)\right)^2} > 0,$$

$$\frac{dx}{dc} = \frac{t - b(pt - qs)}{\left(1 - b(p-s) - c(q-t)\right)^2} > 0,$$

$$\frac{d\lambda}{db} = \frac{\delta\left(2x(p\pi^1 - s\pi^4 + q\pi^2 - t\pi^5) + s\pi^4 + t\pi^5 + r\pi^0 + rc + sc_1 + tc_1\right)(p-s)}{(1-\eta)\left(1 - b(p-s) - c(t-q)\right)^2} > 0,$$

$$\frac{d\lambda}{dc} = \frac{\delta\left(2x(p\pi^1 - s\pi^4 + q\pi^2 - t\pi^5) + s\pi^4 + t\pi^5 + r\pi^0 + rc + sc_1 + tc_1\right)(t-q)}{(1-\eta)\left(1 - b(p-s) - c(t-q)\right)^2} > 0,$$

$$H_{\sigma^d b}\left(\lambda, x, \cdot, \sigma^b\right) = (1-\eta)\Big((b-\sigma^b c)s + ct(1-\sigma^b)\Big)(1-x)\frac{d\lambda}{db} + \lambda(1-\eta)s(1-x) > 0,$$

et

$$H_{\sigma^d c}\left(\lambda, x, \cdot, \sigma^b\right) = (1-\eta)\left(\frac{d\lambda}{dc}\Big((b+\sigma^b c)s + ct(1-\sigma^b)\Big) + \lambda(t-\sigma^b(s+t))\right)(1-x).$$

2. Cas $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$:

Nous avions trouvé à la section 4.2 les valeurs suivantes:

$$\frac{dx}{db} = \frac{cvp}{\big(1-(b-c)p\big)^2} > 0,$$

$$\frac{dx}{dc} = \frac{v(1-bp)}{\big(1-(b-q)p\big)^2} > 0,$$

$$\frac{d\lambda}{db} = \delta\frac{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - v\pi^7) + v\pi^7 + r\pi^0 + c_2}{(1-\eta)(1-(b-c)p)^2}p > 0,$$

$$\frac{d\lambda}{dc} = -\delta\frac{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - v\pi^7) + v\pi^7 + r\pi^0 + c_2}{(1-\eta)(1-(b-c)p)^2}p < 0,$$

$$H_{\sigma^d b}(\lambda, x, \cdot, 1) = \frac{d\lambda}{db}(1-\eta)(b-c)s(1-x) + \lambda(1-\eta)s(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^d c}(\lambda, x, \cdot, 1) = \frac{d\lambda}{dc}(1-\eta)(b-c)s(1-x) - \lambda(1-\eta)s(1-x)$$

$$= (1-\eta)s(1-x)\left(\frac{d\lambda}{dc}(b-c) - \lambda\right) < 0.$$

$$H_{\sigma^b}(\lambda, x, 0, 1) = \frac{d\lambda}{db}(1-\eta)cv(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^b c}(\lambda, x, 0, 1) = \frac{d\lambda}{dc}(1-\eta)cv(1-x) + \lambda(1-\eta)v(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^b}(\lambda, x, 0, 1) = \lambda(1-\eta)cv(1-x),$$

$$H_{\sigma^b}(\lambda, x, 0, 1) = \lambda(1-\eta)cv(1-x).$$

3. Cas $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$:

Nous avions trouvé à la section 4.3 les valeurs suivantes:

$$\frac{dx}{db} = \frac{dx}{dc} = 0,$$

$$\frac{d\lambda}{db} = \delta \frac{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - (p+q)\pi^0) + \pi^0}{(1-\eta)(1-bp-cq)^2} p > 0,$$

$$\frac{d\lambda}{dc} = \delta \frac{2x(p\pi^1 + q\pi^2 - (p+q)\pi^0) + \pi^0}{(1-\eta)(1-bp-cq)^2} q > 0.$$

$$H_{\sigma^d b}(\lambda, x, 0, 0) = \frac{d\lambda}{db}(1-\eta)(bs+ct)(1-x) + \lambda(1-\eta)s(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^d c}(\lambda, x, 0, 0) = \frac{d\lambda}{dc}(1-\eta)(bs+ct)(1-x) + \lambda(1-\eta)t(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^b b}(\lambda, x, 0, 0) = \frac{d\lambda}{db}(1-\eta)cv(1-x) > 0,$$

$$H_{\sigma^b c}(\lambda, x, 0, 0) = \frac{d\lambda}{dc}(1-\eta)cv(1-x) + \lambda(1-\eta)v(1-x) > 0.$$

Les fonctions suivantes ont été programmées dans Excel pour calculer les valeurs de x, de λ, de H_{σ^b} et de H_{σ^d} ;a partir des expressions précédentes. Les arguments des fonctions apparaissent entre les parenthèses:

Fonction $x(x_i;\ \eta;\ p;\ r;\ s;\ b;\ c;\ \sigma^d;\ \sigma^b)$

Fonction $\lambda(\eta;\ p;\ r;\ s;\ \delta;\ b;\ c;\ x_c;\ \Pi_1;\ \Pi_2;\ \Pi_4;\ \Pi_5;\ \Pi_7;\ \Pi_0;\ c_1;\ c_2;\ \sigma^d;\ \sigma^b)$

Fonction $H_{\sigma d}(\eta;\ \delta;\ s;\ r;\ \lambda;\ x_x;\ b;\ c;\ \Pi_4;\ \Pi_5;\ \Pi_7;\ \Pi_0;\ \sigma^b;\ c_1;\ c_2)$

Fonction $H_{\sigma b}(\eta;\ \delta;\ s;\ r;\ \lambda;\ x_x;\ c;\ \sigma^d;\ \Pi_7;\ \Pi_0;\ c_2)$.

La valeur de tous les parmètres (les arguments des fonctions) apparaissent dans les deux tables suivantes. Avec ces valeurs, nous calculons les valeurs de x, λ, et des conditions de premier ordre H_{σ^b} et H_{σ^d}.

Tableau I Valeur des paramètres

δ	0.5	p	0.7	s	0.6	Π_1	100	Π_4	70	Π_7	40
c_1	30	q	0.2	t	0.3	Π_2	90	Π_5	60	Π_8	10
c_2	10	r	0.1	v	0.9	Π_3	20	Π_6	-10	Π_0	20
x_i	0.5										

Dans le tableau suivant, nous présentons les résultats du modèle basés sur les valeurs de x, λ, et des conditions de premier ordre H_{σ^b} et H_{σ^d}, en fonctions des paramètres η, b et c, et des stratégies σ^b et de σ^d. Dans le premier groupe de résultats nous fixons $\eta = 1$. Dans les trois groupes suivants de résultats, nous fixons $\eta = 0.5$ et varions les paramètres b et c.

Tableau II Résultats

ligne	η	s^d	s^b	b	c	x	λ	$H_{\sigma d}$	$H_{\sigma b}$	
1	1	1	1	x	x	0.5	0	-2	0	22.25
2	1	1	0	x	x	0.5	0	-2.25	0	22.25
3	1	0	1	x	x	0.5	0	-2	-0.25	26.75
4	1	0	0	x	x	0.5	0	-2.25	-0.25	27.5
5	0.5	1	1	0.3	0.1	0.21	92.71	-1.47	0	-9.505
6	0.5	1	0	0.3	0.1	0.21	92.71	-0.60	0	-9.505
7	0.5	0	1	0.3	0.1	0.10	68.47	-4.15	-0.87	-4.501
8	0.5	0	0	0.3	0.1	0	25.97	-12.27	-3.831	0
9	0.5	1	1	0.5	0.5	0.45	105	-2.53	0	16.32
10	0.5	1	0	0.5	0.5	0.45	105	9.94	0	16.32
11	0.5	0	1	0.5	0.5	0.45	94.8	-2.53	11.21	21.88
12	0.5	0	0	0.5	0.5	0	36.36	-6.82	3.18	0
13	0.5	1	1	0.7	0.5	0.58	115.2	1.63	0	32.25
14	0.5	1	0	0.7	0.5	0.58	115.2	12.571	0	32.25
15	0.5	0	1	0.7	0.5	0.52	119.09	1.63	12.64	29.10
16	0.5	0	0	0.7	0.5	0	48.78	-1.10	5.98	0

Ce tableau montre comment les valeurs de η, b et de c affectent le comportement du cultivateur. Nous avons fixé les valeurs des coûts de l'effort, des probabilités et des profits de telle sorte que lorsque $\eta = 1$, cas où le propriétaire ne change pas son appréciation du cultivateur en fonction des résultats obtenus, il est optimal pour ce dernier de ne pas fournir d'effort. Sa stratégie optimale dans ce cas est de choisir $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$ (car $H_{\sigma^b} \leq 0$ et $H_{\sigma^d} \leq 0$, $\forall \sigma^d$ et σ^b); ainsi, comme nous avons remarqué plus haut, lorsque $\eta = 1$, le cultivateur ne gagne rien à considérer autre choses que ses gains immédiats, et ceux-ci lui commandent de ne pas fournir d'effort. Par contre, lorsque $\eta < 1$, la stratégie du cultivateur affecte sa réputation auprès du propriétaire et par conséquent ses gains (puisqu'ils dépendent de sa réputation). Ainsi, selon la manière dont le propriétaire met à jour ses croyances sur le cultivateur, c'est à dire selon les différentes valeurs de b et de c, nous avons construit trois cas de figure illustrant les différentes situations possibles. Lorsque b et c sont faibles (voir lignes 5, 6, 7 et 8), ce qui indique que le propriétaire ne donne pas énormément de crédit au cultivateur, même dans les bons états de la nature, alors celui-ci n'a toujours pas d'intérêt à fournir des efforts. La stratégie optimale dans ce cas est la stratégie $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 0$. Lorsque b et c sont intermédiaires, deux stratégies sont possibles, les stratégies $\sigma^d = 1$, $\sigma^b = 0$ et $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$. Or, les gains montrent que la stratégie $\sigma^d = 1$, $\sigma^b = 0$ est dominée par $\sigma^d = 0$, $\sigma^b = 1$, donc cette dernière stratégie est solution lorsque b et c sont intermédiaires. Finalement, lorsque b et c sont élevés, le cultivateur reçoit le crédit pour ses efforts, et donc a les incitations à fournir des efforts. Ainsi, les lignes 13, 14, 15, et 16 indiquent que la stratégie optimale du cultivateur consiste à choisir $\sigma^d = 1$.

Nous avons donc montré comment le comportement du cultivateur était affecté par la manière avec laquelle le propriétaire forme son appréciation dudit cultivateur.

6. CONCLUSION

Dans ce papier, nous nous demandions au départ s'il existait de l'information asymétrique dans les relations entre propriétaires et cultivateurs en agriculture dans les PVD. Notre modèle montre que la réponse à cette question peut être assez subtile. Strictement parlant, notre modèle montre qu'il existe *toujours* de l'information asymétrique en agriculture, peu importe le degré avec lequel se connaissent les travailleurs. La raison est que la qualité d'un travailleur est spécifique à la relation qui existe entre les travailleurs. En effet, dans notre modèle, les caractéristiques d'un travailleur dépendent de b et de c, qui sont des paramètres inhérents au propriétaire. Si le cultivateur change de propriétaire, il est probable que ce dernier possédera d'autres valeurs de b et de c, et le cultivateur, ayant d'autres incitations, adoptera un autre comportement. L'essence de cet argument est que le comportement passé d'un cultivateur ne nous permet pas d'inférer quoi que ce soit d'utile à propos des caractéristiques intrinsèques de ce cultivateur. L'environnement, à travers les incitations qu'il procure, est donc tout aussi important à considérer comme 'facteur explicatif' que l'observation des actions lorsqu'il s'agit de juger de la qualité d'un travailleur.

Ce modèle est évidemment simpliste en ce que nous nous sommes exclusivement concentrés sur la manière avec laquelle le comportement du cultivateur était affecté par les caractéristiques du propriétaire. Nous avons encore à considérer l'impact des caractéristiques propres du cultivateur. Deux cultivateurs se trouvant dans des situations identiques ne vont pas de toute évidence se comporter de la même manière. Nous avons en effet présenté un cas extrême afin de bien montrer qu'il faut être prudent avant de faire l'hypothèse qu'il n'y a pas d'information asymétrique dans les communautés rurales ou dans les PVD.

Une autre manière d'aborder cette dernière question est de se demander quelles sont les vraies valeurs des paramètres (ou caractéristiques) propres du cultivateur. Un aspect de

cette question concerne le fait que le travailleur apprend en travaillant ('learning by doing'). Selon ce type d'argument, nous pouvons penser qu'un travailleur qui n'a pas d'incitations à fournir des efforts, n'apprend jamais à bien travailler. Il se crée ainsi une spirale maintenant le travailleur à un niveau bas de compétence. Ainsi, à la longue, le cultivateur devient effectivement un 'mauvais' travailleur, confirmant ainsi l'*a priori* qu'avait le propriétaire au départ. A l'inverse, un travailleur qui a toutes les incitations à fournir des efforts, apprend à bien travailler, et devient ainsi un 'bon' travailleur, confirmant là aussi les *a priori* du propriétaire. Donc, à la longue, les paramètres du cultivateur deviennent en fait ceux qui correspondent aux paramètres du propriétaire, faisant que petit à petit, il y a de moins en moins d'information asymétrique au fur et à mesure que le temps passe.

Un autre aspect de cette question concerne moins l'évolution des caractéristiques d'un travailleur dans le temps, plutôt que l'aspect de sélection entre les travailleurs. S'il y a suffisamment d'opportunités dans le marché du travail, nous pouvons penser qu'à la longue, les paires propriétaire–cultivateur ayant des affinités compatibles vont s'associer plus durablement ensemble. A la limite, si la mobilité est parfaite, chacun réalisera son potentiel en choisissant adéquatement son partenaire, révélant ainsi ses caractéristiques par son choix. Dans un tel contexte aussi il peut être justifié de supposer qu'il n'y a pas d'information asymétrique.

En conclusion, tant que l'on a des raisons de supposer que les caractéristiques d'un travailleur peuvent être modifiées par un meilleur environnement, il y a de l'information asymétrique. Si tel est le cas, les incitations d'un travailleur sont un facteur important à considérer lorsque l'on veut apprécier un travailleur.

7. REFERENCES

ALLEN, F. (1985), 'On the Fixed Nature of Sharecropping Contracts,' *Economic Journal*, 95:30-48.

HALLAGAN, W. (1978), 'Self-Selection by Contractual Choice and the Theory of Sharecropping,' *Bell Journal of Economics*, 9:344-354.

HOLMSTRÖM, B. (1979), 'Moral Hazard and Observability,' *Bell Journal of Economics*, 10:74-91.

KREPS, D., MILGROM, P., ROBERTS, J. AND WILSON, R. (1982), 'Reputation and Imperfect Information,' *Journal of Economic Theory*, 27:253-279.

MARSHALL, A. (1920). *Principles of Economics* (Eighth Edition) (Philadelphia: Porcupine Press, 1982).

OTSUKA, K., AND HAYAMI, Y. (1988), 'Theories of Share Tenancy: A Critical Survey,' *Economic Development and Cultural Change* 37:31-68.

QUIBRIA, M. G., AND RASHID, S. (1984), 'The Puzzle of Sharecropping: A Survey of Theories,' *World Development*, 12:103-114.

REID, J. D. (1976), 'Sharecropping and Agricultural Uncertainty,' *Economic Development and Cultural Change*, 24:549-576 .

REID, J. D. (1977), 'The Theory of Share Tenancy Revisited-Again,' *Journal of Political Economy*, 85:403-407.

Essai 2

1. INTRODUCTION 32
2. PARTIE 1: MODELE DE NEGOCIATION 36
2.1 Le Modèle 36
2.2 Solution du Modèle 37
2.2.1 Choix des actions 38
2.2.2 Choix du partage 39
2.2.3 Caractérisation de l'ensemble S 42
3. PARTIE 2: PRODUCTION AGRICOLE 47
3.1 Le Modèle 47
3.1.1 Fonction de production 48
3.1.2 Fonctions objectives des agents 48
3.2 Solution du Modèle 50
3.2.1 Choix des intrants 50
3.2.1.1 Choix des intrants compétitifs 50
3.2.1.2 Choix des intrants gestion et supervision 55
3.2.2 Choix du contrat: modèle principal-agent 58
3.2.3 Choix du contrat: modèle de négociation 58
4. PARTIE 3: RESULTATS 59
4.1 Description des Données 60
4.1.1 Description du village 60
4.1.2 Echantillon 61
4.1.3 Construction des variables 64
4.1.3.1 Données des Simulations 64
4.1.3.2 Données de la banque de données 64
4.2 Régressions 65

4.3 ANALYSE DES RÉSULTATS 70
4.3.1 Comparaison des deux modèles 70
4.3.2 Description des résultats 70
4.3.3 Interprétation des résultats 71
5. CONCLUSION 76
6. REFERENCES 78
7. ANNEXE 1: STATISTIQUES DESCRIPTIVES 80
7.1 BANQUE DE DONNÉES 80
7.2 SIMULATIONS 81
7.2.1 Modèle Eswaran-Kotwal 81
7.2.2 Modèle de négociation 82
8. ANNEXE 2: RESULTATS EMPIRIQUES 83
8.1 RÉGRESSION SUR LE MODÈLE ESWARAN-KOTWAL 83
8.2 RÉGRESSIONS SUR LE MODÈLE DE NÉGOCIATION 84
8.2.1 Delta = 1/3, 2/3, et 1 84
8.2.2 Delta=1/3 85
8.2.3 Delta=2/3 86
8.3 RÉGRESSIONS SUR LA BANQUE DE DONNÉES 87
8.3.1 Toutes les variables sauf les prix 87
8.3.2 Les prix 100
9. ANNEXE 3: MODELES SIMPLIFIES 108
9.1 Modèle Principal-Agent 108
9.1.1 Effet total 108
9.1.2 Effet substitution 109
9.1.3 Effet de la valeur de la dotation de temps 111
9.2 MODÈLE DE NÉGOCIATION 112
9.2.1 Effet total 112
9.2.2 Effet substitution 114
9.2.3 Effet de la valeur de la dotation de temps 115

10. ANNEXE 4: PROGRAMMES EN LANGAGE C 118
10.1 PROGRAMME PRINCIPAL 118
10.2 ROUTINES D'INITIALISATIONS (FICHIER INIT.CPP) 123
10.3 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE ESWARAN-KOTWAL) 129
10.4 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE DE NÉGOCIATION) 131

1. INTRODUCTION

Depuis la publication des articles séminaux de Holmström (1979) et Shavell (1979), l'approche principal-agent, appliquée aux questions de risque moral a dominé la littérature sur les choix contractuels. Dans le cadre habituel du modèle principal-agent, le principal offre un contrat normalement défini par une fonction de transfert d'un parti à un autre en fonction de l'état de nature réalisé, à l'agent. L'agent accepte alors le contrat offert, en autant que son niveau d'utilité espéré est supérieur ou équivalent à son niveau d'utilité de réserve, sinon il le refuse.

Sous des conditions de régularité habituelles, et en autant qu'il dispose d'instruments suffisants, le principal est toujours capable de pousser l'agent à son niveau d'utilité de réserve: le principal s'approprie alors tout le surplus provenant de la relation contractuelle. En d'autres mots, tout le pouvoir de négociation réside par construction explicitement dans les mains du principal.

Bien qu'une telle hypothèse soit raisonnable dans plusieurs contextes, il est évident qu'elle dépend largement des conditions de marché prévalantes au moment où le contrat est passé. Le contexte que nous examinons dans cet essai est celui de contrats de location (métayage) en agriculture dans les pays en voie de développement (PVD), où le principal est un propriétaire et l'agent un locataire (possiblement) sans terre. Le contrat implique le partage entre le propriétaire et le locataire de la production d'une parcelle de terre de grandeur unitaire, ainsi que le partage des coûts associés à cette production. Dans le contexte de l'agriculture dans les PVD, l'hypothèse que les relations contractuelles sont de nature principal-agent est équivalente à supposer qu'il se trouve une multitude de locataires parmi lesquels le propriétaire peut choisir son parti. En conséquence, la compétition parmi les locataires pour la terre rare pousse leur bien-être vers le bas jusqu'à leur valeur individuellement rationnelle (ou de réserve).

S'il est effectivement le cas que les locataires sont abondants et que la terre est rare, une telle hypothèse peut être défendue comme étant raisonnable. Si par contre il y a quelque doute quant à l'abondance relative de terre et de locataires, alors l'hypothèse que tout le pouvoir de négociation est dans les mains des propriétaires devient contestable; dans un tel cas, une méthode de solution alternative qui assigne une partie du pouvoir de négociation aux locataires sera de mise. D'ailleurs, Eswaran-Kotwal (1985) mentionnent ce fait dans une de leurs notes:

> 'One could make a case that sharecropping involves cooperative rather than noncooperative behavior. If we assume the former, we would need to resort to bargaining theory to determine each agent's share. [...].'

En d'autres mots, il pourra exister une marge pour de la négociation entre les propriétaires et les locataires quant aux termes du contrat de métayage. L'alternative évidente à l'approche principal-agent est donc une forme de modèle de négociation. Le surplus provenant de la relation contractuelle sera alors divisé entre les parties contractantes.

Nous devons préciser dès maintenant que le but de ce papier ne consiste pas à fournir un nouveau modèle qui justifie l'existence du métayage en tant que tel. Plutôt, nous examinons, dans le contexte d'une version généralisée du modèle généralement accepté de 'marchés manquants' appliqué au métayage de Eswaran-Kotwal (1985), quelles sont les différences entre la solution fondée sur l'approche principal-agent et celle fondée sur l'approche de la négociation.

Bien que l'attention récente sur le métayage ait largement été confinée au cadre principal agent, nous ne sommes pas les premiers à examiner les implications de la négociation dans les contrats de locations en agriculture dans les PVD. Bell et Zusman (1976), dans une contribution importante, considèrent le problème de choix contractuel optimal en utilisant

l'approche axiomatique à la négociation proposée par Nash (1950, 1951). L'un des auteurs a le mieux exprimé la motivation de leur utilisation de la théorie des jeux coopérative:

> Instead of a perfectly elastic supply of would-be tenants, let there be a finite, but not necessarily small, pool of identical, qualified tenants, who are distinguished from the general mass of agricultural laborers by their possession of a non-tradable factor or skill which is essential to production, for example draft animals or husbandry and managerial skills.... the terms of the contract between a landlord and each of his tenants will depend not only on their preferences and the technology, but also on their respective bargaining strengths. The latter depend on the payoff each would receive in the event of a disagreement over terms....it will be assumed that the outcome of each game is the Nash solution to the two-person bargaining problem (Bell, 1988, p. 810).

Dans le présent essai, nous évitons l'approche axiomatique élémentaire à la négociation cristallisée dans la maximisation du soi disant 'produit de Nash'. Nous optons plutôt pour 'l'approche constructive' au problème de négociation proposé par Shaked et Sutton (1984, voir aussi Rubinstein, 1982). Nous procédons ainsi à cause des nombreuses critiques soulevées contre l'approche axiomatique, telle que la validité de l'hypothèse de l'indépendance des alternatives non pertinentes'. Notre but ne consiste pas simplement à comprendre les différences qui surviennent dans le cadre Eswaran-Kotwal à cause de la négociation, par rapport au concept de solution principal-agent. Plutôt, notre objectif principal consiste à dériver des résultats de statique comparée empirique qui vont nous permettre de distinguer économétriquement entre les deux solutions. Ceci nous fournira une meilleure compréhension de la structure de marché du village du PVD en question, au moins en ce qui concerne le marché de location.

La suite de cet essai est organisée comme suit. La première partie présente une généralisation du modèle de Shaked et Sutton (1984) au cas où (i) la grandeur de la 'tarte' à diviser entre les parties contractantes se détermine de façon endogène par les actions des

deux parties, et où (ii) la 'division' de la 'tarte' procède suivant plusieurs dimensions (plutôt qu'une seule). Le problème se ramène donc essentiellement à trouver un point fixe d'une correspondance multidimensionnelle. La seconde partie met en place le modèle de base avec 'risque moral à deux côtés' et avec marchés manquants, et le généralise au cas de partage de coûts multidimensionnel; Nous y formulons ensuite le problème de choix de contrat optimal selon les cadres principal-agent et de négociation. Etant donné que les deux problèmes sont analytiquement intraitables, nous procédons dans la troisième section à la partie empirique. Premièrement, nous y décrivons les données sur le choix contractuel qui ont été collectées dans un village tunisien El Oulja. Deuxièmement, nous simulons les solutions au problème de choix contractuel optimal des deux modèles principal-agent et négociation et dérivons la statique comparée des contrats optimaux par rapport aux variables empiriquement identifiables. Troisièmement, nous présentons notre proposition principale, qui montre comment nous pouvons faire la distinction entre les solutions du modèle principal-agent et de négociation en examinant la statique comparée des termes du contrat par rapport au salaire de réserve du cultivateur. Dans le cas de l'approche principal-agent, la part de coûts des intrants du locataire est une fonction décroissante du niveau de son salaire de réserve, tandis que l'inverse s'obtient du modèle de négociation. Quatrièmement, nous présentons les résultats économétriques qui supportent la solution Shaked-Sutton, contrairement à la solution du modèle Eswaran-Kotwal. Ceci jette des doutes sur la confiance placée couramment sur les modèles principal-agent pour caractériser la structure contractuelle en agriculture dans les PVD. La partie 4 conclut.

2. PARTIE 1: MODELE DE NEGOCIATION

Shaked-Sutton (1984) proposent un modèle de partage d'une tarte de grandeur fixe (normalisée à un) entre deux agents. Le partage dépend du taux d'impatience de deux agents ainsi que des frictions dans le marché du travail. Afin d'appliquer ce modèle à notre situation, nous devons tenir compte du fait que les actions des agents dépendent de la part du gâteau qu'ils reçoivent. Autrement dit, nous ne pouvons pas, dans notre contexte, faire l'hypothèse que la grandeur de la tarte est fixe. Nous développons donc, selon la même argumentation que les auteurs de l'article Shaked-Sutton (1984) auquel nous nous référons, un modèle de négociation appliqué à une fonction de production représentative de celle que nous utilisons dans la troisième partie de cet essai.

2.1 LE MODÈLE

Nous choisissons dans cette section une écriture proche de celle de l'article de Shaked-Sutton (1984). Dans leur article, une firme et un travailleur se partagent un profit unitaire. La part que reçoit la firme est notée M. Dans notre cas, M représente aussi le partage entre deux agents, un propriétaire (indicé par p) et un cultivateur (indicé par c), mais pas d'un profit unitaire. Dans notre cas, le profit est une fonction des actions de deux agents, qui, à leur tour sont une fonction du partage M. Nous écrivons les fonctions de profit des deux agents comme suit:

$$V^p(M,a_p,a_c) = Mf(a_p,a_c) + \left(1-\psi^p(a_p)\right)v,$$

$$V^c(M,a_p,a_c) = \left(Q(M)-M\right)f(a_p,a_c) + \left(1-\psi^c(a_c)\right)u,$$

où $f(.,.)$ représente une fonction de production concave et continue dont le niveau est une fonction des actions a_p et a_c des deux agents p et c respectivement et $\psi^j(a_j)$ représente une fonction de coût convexe, continue et strictement croissantes pour les agents $j = p,c$ de

fournir les actions a_p et a_c respectivement. v et u représentent respectivement les revenus alternatifs des agents p et c. $Q(M)$ et M sont des fonctions du partage de la production et des coûts entre les deux agents. Notons que dans ce modèle, a_p et a_c sont contraints par les conditions $1-\psi^p(a_p)\geq 0$ et $1-\psi^c(a_c)\geq 0$. Ces deux relations définissent deux bornes $\overline{a}_p$ et $\overline{a}_c$, telles que $0\leq a_p^*\leq \overline{a}_p$ et $0\leq a_c^*\leq \overline{a}_c$. De plus nous considérons les cas où (i) ces deux intrants sont complémentaires dans la fonction de production et où (ii) la production est nulle si l'un ou l'autre des intrants est nul. Notons par ailleurs que dans le modèle qui nous sert de référence dans la partie 2 de l'essai, M est choisi dans une première période, et donné le choix de M, a_p et a_c sont ensuite choisis dans un second temps. La concavité de $f(.,.)$ et la convexité de $\psi^j(\cdot)$ garantissent l'existence ainsi que l'unicité de valeurs maximales de a_p^* et a_c^*. Le domaine de définition E=[0,1]×[0, $\overline{a}_p$]×[0, $\overline{a}_c$] de la fonction est fermé et borné, donc compact. Le domaine E étant un sous-ensemble de $\mathbf{R}^3$, il est donc séparé au sens de Hausdorff[1]; de plus, les fonctions V^p et V^c étant continues, $V^p(E)$ et $V^c(E)$ sont donc des ensembles compacts et donc bornés. Par conséquent, les deux fonctions atteignent une valeur maximum et une autre minimum sur le domaine de définition des variables. Notons de plus que l'ensemble $Y=V^p(E)\times V^c(E)$ est compact étant le produit de deux ensembles compacts.

2.2 *Solution du Modèle*

Comme nous avons mentionné au paragraphe précédent, le partage est choisi dans un premier temps suivi par le choix des actions. Le modèle se résout donc par récurrence. Nous commençons donc par solutionner le modèle pour le choix des actions, et une fois les fonctions de réaction substitues dans le problème, nous pouvons trouver le choix optimal du partage de la production.

---

[1] C'est-à-dire que pour chaque paire distincte de points du domaine, il existe des voisinage disjoints de ces deux points

2.2.1 Choix des actions

Etant donné le partage M de la production, les niveaux optimaux des actions a_p et a_c sont donnés par les conditions de premier ordre suivantes:

$$V_{a_p}^{p*}(M,a_p^*,a_c) = Mf_{a_p}(a_p^*,a_c) - \psi^{p'}(a_p^*) = 0,$$

$$V_{a_c}^{c*}(M,a_p,a_c^*) = \big(Q(M) - M\big)f_{a_c}(a_p,a_c^*) - \psi^{c'}(a_c^*) = 0.$$

Ces deux équations définissent respectivement les fonctions de réaction suivantes:
$a_p^* = a_p(M,a_c)$, et $a_c^* = a_c(M,a_p)$.
La concavité de $f(.,.)$ et la convexité de $\psi^j(\cdot)$ assurent que les fonctions a_p^* et a_c^* existent et, pour des valeurs données des arguments M, a_p et a_c des fonctions de réaction, les valeurs de a_p^* et a_c^* sont uniques. La continuité de ces fonctions résulte de cette unicité ainsi que du fait que le domaine image des fonctions de profits est compact. L'équilibre des fonctions de réactions définies par les deux équations précédentes est donné par:
$a_p^{**} = a_p(M,a_c^*) = a_p(M)$,
$a_c^{**} = a_c(M,a_p^*) = a_c(M)$.

Pour les mêmes raisons qu'auparavant, les fonctions $a_p(M)$ et $a_c(M)$ sont des fonctions continues de M, et, donné une valeur de M, les valeurs de a_p^{**} et a_c^{**} existent et sont uniques.

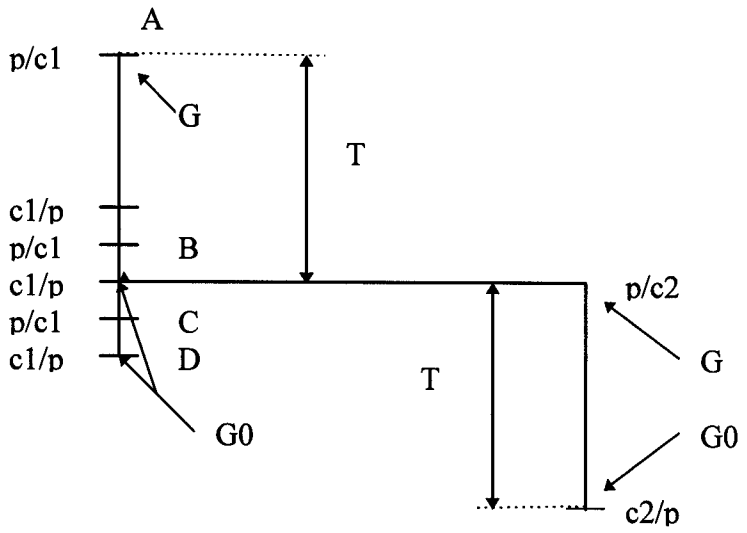
2.2.2 Choix du partage

En remplaçant les valeurs des actions optimales dans les fonction objectifs du départ, nous obtenons les fonction indirectes suivantes:

$$V^p(M) = Mf(a_p(M), a_c(M)) + \left(1 - \psi^p(a_p(M))\right)v,$$

$$V^c(M) = \left(Q(M) - M\right)f(a_p(M), a_c(M)) + \left(1 - \psi^c(a_c(M))\right)u.$$

V^p et V^c étant continues sur E et $V^p(E)$ et $V^c(E)$ étant compacts, alors $V^p(M)$ et $V^c(M)$ sont des fonctions continues de M. Selon les mêmes arguments qu'auparavant, nous pouvons affirmer que $V^p([0,1])$ et $V^c([0,1])$ sont des ensembles compacts. Dans la suite, nous suivons la méthode de solution telle que décrite dans l'article de Shaked-Sutton (1984). Afin de suivre le raisonnement, nous reproduisons ici la figure 2 de Shaked-Sutton (1984):



Nous considérons le cas où le propriétaire fait face à un bassin de cultivateurs potentiels avec qui il s'engage tour à tour à des rondes de négociation sur le salaire. A $t = 0$, le propriétaire fait une offre à un cultivateur. A $t = 1$ le cultivateur fait une contre-offre. Cette succession d'offres et de contre-offres dure un minimum de T périodes. Ce laps de temps représente l'avantage que possède le cultivateur en négociation avec un propriétaire par rapport aux autres cultivateurs. Au bout de ce laps de temps, le propriétaire est libre de changer de partenaire de négociation, c'est à dire de négocier avec un autre cultivateur. Comme nous verrons, la solution implique une entente dès la première période de ngociation. Jamais le propriétaire ne se trouvera dans une situation de devoir changer de cultivateur au bout de T périodes.

Dans la figure précédente, le propriétaire est libre de changer au cultivateur c2 au point B ou après, bien que Shaked-Sutton (1984) montre qu'un éventuel changement ne pourra jamais survenir après le point B. Dans la figure, $G0$ est défini comme le jeu qui commence immédiatement après que le cultivateur courant fait une offre et où le propriétaire peut choisir de continuer avec un autre cultivateur.

Pour l'instant, considérons le jeu commençant au point B ainsi que les gains actualisés à ce point. Au point D, le propriétaire fait une offre au cultivateur. Notons par $V^p(M_0)$ le supremum des gains que peut recevoir le propriétaire au point D, et par $V^c(M_0)$ le gain correspondant du cultivateur. Au point C, le cultivateur fait une offre au propriétaire. Comme au point D, le cultivateur reçoit $V^c(M_0)$, au point C, le cultivateur n'acceptera rien moins que $\delta V^c(M_0)$. Donc, au point C, le cultivateur fera une offre M_1 telle que $V^c(M_1) \geq \delta V^c(M_0)$. Le profit correspondant du propriétaire sera donc noté $V^p(M_1)$. A la période précédente, au point B, le propriétaire fait une offre M_2. A la période suivante, le propriétaire reçoit au plus $V^p(M_1)$. Donc au point B, le propriétaire ne pourra espérer recevoir plus que $\delta V^p(M_1)$. Il fera donc une offre M_2 telle que $V^p(M_2) = \delta V^p(M_1)$. Nous regroupons tout ce cheminement dans le tableau suivant.

Tableau I: Etapes de la négociation

	ETAPE 1		ETAPE 2		ETAPE 3	
	propriétaire	cultivateur	propriétaire	cultivateur	propriétaire	cultivateur
B	$\delta^2 V^p(M_0)$	$\delta^2 V^c(M_0)$	$\delta V^p(M_1)$	$\delta V^c(M_1)$	$V^p(M_2) = \delta V^p(M_1)$	$V^c(M_2)$
C	$\delta V^p(M_0)$	$\delta V^c(M_0)$	$V^p(M_1)$	$V^c(M_1) = \delta V^c(M_0)$		
D	$V^p(M_0)$	$V^c(M_0)$				

Nous savons donc que $V^p(M_2) = \delta V^p(M_1)$, d'où nous obtenons $M_2 \in V^{p^{-1}}\left(\delta V^p(M_1)\right)$,[2] et de la même façon, $V^c(M_1) = \delta V^c(M_0)$, d'où nous obtenons $M_1 \in V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right)$. En remplaçant cette dernière valeur dans l'expression précédente, nous obtenons:

$M_2 \in V^{p^{-1}}\left(\delta V^p\left(V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right)\right)$.

L'ensemble solution S de cette équation peut aussi être caractérisé de la façon suivante:

$$S = \left\{ M_0, M_2 \in [0,1]\times[0,1] : V^{p^{-1}}\left(\frac{V^p(M_2)}{\delta}\right) \cap V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right) \neq \varnothing \right\}.$$

[2]Notons qu'ici nous abusons un peu de l'écriture. Nous savons que les V^{p-1} et V^{c-1} sont des correspondances car les inverses ne sont pas uniques. Par contre, V^p et V^c sont des fonctions de **R** dans **R**. En fait lorsque nous écrivons $V^p\left(V^{c^{-1}}(M)\right)$ par exemple nous voulons parler de l'ensemble $\left\{V^p(x) | x \in V^{c^{-1}}(x)\right\}$.

D'autre part, à la période B, si le propriétaire continue la négociation avec le même cultivateur qu'au début (cultivateur C1), le jeu est identique à celui commençant à la période D, et donc $M_2 = M_0$. La valeur de M_0 est donc donnée par le point fixe de la relation précédente, c'est-à-dire par:

$$S = \left\{ M_0 \in [0,1] : V^{p-1}\left(\frac{V^p(M_0)}{\delta}\right) \cap V^{c-1}\left(\delta V^c(M_0)\right) \neq \varnothing \right\}.$$

Cette dernière équation nous permet de déterminer M_0 en fonction des paramètres des utilités ainsi que du taux d'impatience des deux joueurs. Evidemment que pour tout $M_0 \in S$, nous avons:

$$(2.1) \quad M_2 \in V^{p-1}\left(\delta V^p\left(V^{c-1}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right)\right).$$

2.2.3 Caractérisation de l'ensemble S

Constatons premièrement que si $M = 0$, alors $a_p = 0$ et que si $M = 1$, alors $a_c = 0$. Dans les deux cas, $V^p(0,0,0) = V^p(1,0,0) = v$ et $V^c(0,0,0) = V^c(1,0,0) = u$. Supposons que le maximum de la fonction $V^p(M)$ se produise à une valeur $M = \overline{M}^p \in (0,1)$ et supposons que $V^p(\overline{M}^p) = \overline{V}^p$.

Proposition 2.1: Toute valeur de la fonction $V^p(M) \in \left(v, \overline{V}^p\right)$ ou $V^c(M) \in \left(u, \overline{V}^c\right)$ possède au moins deux inverses distinctes.

Preuve: La fonction $V^p(M)$ est continue. Donc, $\exists M_1 \in \left(0, \overline{M}^p\right)$ t.q. $V^p(M_1) = V$. De même, $\exists M_2 \in \left(\overline{M}^p, 1\right)$ t.q. $V^p(M_2) = V$. Les arguments sont identiques pour $V^c(M)$.

Notons que si la fonction $V^p(M)$ est strictement croissante sur l'intervalle $\left[0, \overline{M}^p\right]$ et strictement décroissante sur $\left[\overline{M}^p, 1\right]$, alors nous pouvons remplacer 'au moins' par 'exactement' dans la proposition qui précède.

Cette proposition ne garantit pas qu'il existe une solution à l'équation (2.2). En fait, il est tout à fait possible, que cette relation n'en ait pas. Dans les deux propositions suivantes, nous indiquons deux cas où nous pouvons dire quelque chose sur la solution.

Proposition 2.2: Lorsque $\delta = 1$, c'est à dire lorsque les agents sont infiniment patients, alors, l'ensemble S est non vide.

Preuve: Il s'agit tout simplement de remarquer que $M_0 \in V^{p^{-1}}\left(V^p(M_0)\right)$, que

$M_0 \in V^{c^{-1}}\left(V^c(M_0)\right)$ et que donc,

$M_0 \in \left\{M_0 \in [0,1] : V^{p^{-1}}\left(V^p(M_0)\right) \cap V^{c^{-1}}\left(V^c(M_0)\right)\right\}$.

Proposition 2.3: Lorsque $\delta < \dfrac{V^p(M_0)}{V^p(\overline{M}^p)}$, alors l'équation (2.2) ne possède pas de solution.

Preuve: Il suffit de réarranger l'expression afin de se rendre compte que

$$\delta < \frac{V^p(M_0)}{V^p(\overline{M}^p)} \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{V^p(M_0)}{\delta} > V^p(\overline{M}^p).$$

Or, $\overline{M}^p$ étant la valeur qui maximise $V^p(M)$, il sera impossible de trouver une valeur de M qui inverse la fonction $V^p(M)$ dans l'équation (2.2), en d'autres mots, $V^{p^{-1}}\left(\dfrac{V^p(M_0)}{\delta}\right) = \varnothing$.

Si nous supposons pour l'instant que les fonctions ont toutes des inverses pour les paramètres considérés, alors, au point B, le propriétaire a le choix de continuer la

négociation avec le même agent ou de recommencer tout le processus avec un autre. En notant par M_B et M_0 les supremums des gains du jeu à partir du point B et à partir du début respectivement, alors,

(2.2) $$V^p(M_0) = \max\left(\delta V^p\left(V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right), V^p(M_B)\right).$$

En parallèle, il existe une autre relation entre M_0 et M_B. En remontant les étapes de négociation de la période B jusqu'à la période A tel que représenté au tableau suivant, nous obtenons:

Tableau II: Séquence des gains

Étape	Période	Propriétaire	Cultivateur
1	T-1	$\delta V^p(M_0)$	$\delta V^c(M_0)$
	T	$V^p(M_0)$	$V^c(M_0)$
2	T-2	$\delta V^p(M_1)$	$\delta V^c(M_1)$
	T-1	$V^p(M_1)$	$V^c(M_1) = \delta V^c(M_0)$
3	T-3	$\delta V^p(M_2)$	$\delta V^c(M_2)$
	T-2	$V^p(M_2) = \delta V^p(M_1)$	$V^c(M_2)$
...	...	...	...
T	0	$V^p(M_B)$	$V^c(M) = \delta V^c(M_{T-1})$

Le tableau suivant résume la relation entre les M à chaque période:

Tableau III: Relation entre les termes du contrat d'une période à l'autre

Relation entre les M
$V^c(M_B) = \delta V^c(M_{T-1})$
$V^p(M_{T-1}) = \delta V^p(M_{T-2})$
$V^c(M_{T-2}) = \delta V^c(M_{T-3})$
...
$V^p(M_2) = \delta V^p(M_1)$
$V^c(M_1) = \delta V^c(M_0)$

En combinant les relations entre les M_i, nous obtenons la relation suivante entre M_B et M_0:

$$(2.3) \quad M_B \in V^{c-1}\left(\delta V^c\left(V^{p-1}\left(\delta V^p\left(V^{c-1}\left(\delta V^c\left(\ldots\left(V^{p-1}\left(\delta V^p\left(V^{c-1}(\delta V^c(M_0))\right)\right)\ldots\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right).$$

où le nombre de parenthèses est donné par le nombre de périodes de négotiation.

Penchons-nous sur la caractérisation de la solution. Il y a deux possibilités selon que le propriétaire change ou non de cultivateur à la période B. Considérons le cas où le propriétaire continue de négocier avec le même cultivateur au point B. Alors, nous avons vu à l'équation 2.1.que dans ce cas,

$M_0 \in V^{p-1}\left(\delta V^p\left(V^{c-1}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right)\right)$.

Or, ce terme se répète dans l'équation 2.3 et ainsi, l'expression se simplifie pour donner $M_B \in V^{c-1}\left(\delta V^c(M_0)\right)$,

d'où, $V^p(M_B) = V^p\left(V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right) = \frac{V^p(M_0)}{\delta}$,

où la seconde égalité provient de l'équation 2.1. Or, cette dernière équation implique $V^p(M_B) \geq V^p(M_0)$, contredisant l'équation 2.2. Donc, à la période B, le propriétaire changera toujours de partenaire de négociation et en conséquence, le partage sera donné par l'équation 2.3, que nous réécrivons ici par commodité où le nombre de parenthèses est donné par le nombre de périodes de négotiation T:

$$M_B = M_0 \in V^{c^{-1}}\left(\delta V^c\left(V^{p^{-1}}(\delta V^p\left(V^{c^{-1}}\left(\delta V^c\left(\ldots\left(V^{p^{-1}}\left(\delta V^p\left(V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(M_0)\right)\right)\right)\right)\ldots\right)\right)\right)\right)\right)\right).$$

3. PARTIE 2: PRODUCTION AGRICOLE

3.1 LE MODÈLE

Dans cette partie, nous reprenons la formulation du contrat de métayage proposée dans Eswaran-Kotwal (1985). Nous allons cependant la modifier un tant soit peu afin de prendre en compte le partage des coûts des intrants entre les deux agents. Outre l'importance d'en tenir compte, soulignée par certains auteurs, nous devons mentionner que dans notre banque de données, la variation contractuelle provient principalement des coûts. Il est donc important de prendre en compte ce fait dans la modélisation afin de profiter au maximum de l'information présente dans la banque de données. Nous référons à la partie 4 ainsi qu'aux deux documents Arcand-Ethier (1995) et Ai-Arcand et Ethier (1995) pour la description des données que nous utilisons.

Eswaran-Kotwal (1985) proposent un modèle pour expliquer la structure contractuelle en agriculture. Dans ce modèle, il est supposé que deux agents, le 'propriétaire' (de la terre) et le 'cultivateur' possèdent chacun un facteur de production appartenant tous deux à un marché imparfait. L'imperfection de marché implique que la seule façon de pouvoir utiliser un facteur particulier dans la production est de faire appel au détenteur de ce facteur. Dans ce contexte, le métayage constitue, selon les auteurs, la forme contractuelle permettant d'unir les intrants dits 'supérieurs' ou encore, pour citer les auteurs, 'the share contract affords the opportunity for specialization - each agent performs the task at which he has the absolute advantage'. Dans leur modèle, ils supposent qu'il existe deux facteurs de production pour lesquels le propriétaire et le cultivateur ont chacun un avantage comparé par rapport à l'autre sur l'un des facteurs. Ainsi, typiquement, le propriétaire possède un avantage comparé dans la gestion de l'entreprise, et le cultivateur, étant engagé principalement pour sa main d'œuvre familiale, possède un avantage comparé pour la supervision de la main d'oeuvre; en effet, il est plus facile d'avoir un contrôle sur les

membres de sa propre famille, tous partageant les mêmes intérêts que sur des travailleurs salariés qui ne regardent qu'à leur intérêt personnel.

Le désavantage avec le contrat de métayage est qu'un problème de double risque moral se présente entre les agents à cause du fait que les intrants sont fournis par les deux agents, et que les actions d'un agent ne sont pas observables par l'autre. Ce désavantage ne survient évidemment pas dans le contrat propriétaire-exploitant ni dans le contrat de location où le propriétaire et le cultivateur sont respectivement les seuls à récupérer la rente. Par contre, dans ces deux derniers contrats, bien qu'il n'y ait pas de problème de risque moral, chaque agent doit non seulement fournir l'intrant pour lequel il possède un avantage comparatif, mais il doit aussi fournir l'intrant pour lequel il ne possède pas cet avantage. Par conséquent, le choix parmi les contrats implique un compromis entre la qualité des intrants offert pas le contrat de métayage *versus* l'intensité de leur utilisation offert par les contrats de propriétaire-exploitant et de location.

3.1.1 Fonction de production

Considérons la fonction de production proposée dans le papier d'Eswaran-Kotwal (1985):

$$Y = At^{\delta_1} s^{\delta_2} \prod_i (1 + X_i)^{\delta_i}, \qquad \delta_1 + \delta_2 + \sum_{i \in I} \delta_i < 1,$$

où A est un facteur exogène affectant la production,

t représente l'intrant gestion,

s représente l'intrant supervision,

X_i, $i \in I$ représentent tous les autres intrants dans la production.

3.1.2 Fonctions objectives des agents

Nous étudions ici deux modèles alternatifs sur la détermination du partage de la production, à savoir le modèle principal-agent et le modèle de négociation Dans les contrats de

propriétaire-exploitant (celui où la propriétaire cultive seul sa terre) ainsi que de location (contrat où le propriétaire loue sa terre ou loue la terre de quelqu'un d'autre) il n'y a aucun partage ni de production, ni de coûts, étant donné qu'il y a un seul agent dans le contrat. Dans ces deux cas, notre modèle sera identique à celui d'Eswaran-Kotwal; par conséquent, nous ne considérerons dans la suite que le contrat de métayage. De plus, nous comparons nos résultats à ceux des auteurs précités dans le même contexte qu'eux, c'est à dire que nous faisons aussi l'hypothèse de spécialisation complète dans la provision des intrants, autrement dit, dans la production, le propriétaire fournit l'intrant de gestion tandis que le cultivateur fournit l'intrant de supervision. Par ailleurs, dans notre modèle, les quantités de chaque intrant physique utilisées dans la production sont choisies soit par l'un soit par l'autre des agents, mais pas par les deux simultanément. Bien qu'il s'agisse d'une simplification technique, elle correspond néanmoins à ce que l'on observe typiquement sur le terrain. Notons que l'intensité des intrants étant une fonction à la fois des termes du contrat et du partage des coûts, l'intensité d'utilisation d'un intrant ne sera pas la même selon l'agent qui décide de son utilisation. Les fonctions de profit du propriétaire et du cultivateur correspondent à la part de la production qu'ils reçoivent diminuées de la part des coûts qu'ils supportent pour chacun des intrants et corrigées par tout transfert fixe d'un agent vers l'autre, le tout découlant des termes du contrat. Ces fonctions s'écrivent respectivement:

$$\Pi^p = A(1-\alpha)t^{\delta_1}s^{\delta_2}\prod_i (1+X_i)^{\delta_i} - \sum_i (1-\beta_i)r_i X_i + (1-t)v + R,$$

$$\Pi^c = A\alpha t^{\delta_1}s^{\delta_2}\prod_i (1+X_i)^{\delta_i} - \sum_i \beta_i r_i X_i + (1-s)u - R,$$

où α représente la part de la production allant au cultivateur,

r_i est le coût de l'intrant X_i,

β_i représente la part du coût de l'intrant X_i supportée par le propriétaire,

v est le salaire alternatif du propriétaire,

u est le salaire alternatif du cultivateur,

R est un transfert fixe allant du cultivateur vers le propriétaire (s'il est positif).

3.2 SOLUTION DU MODÈLE

3.2.1 Choix des intrants

3.2.1.1 Choix des intrants compétitifs

Remarquons tout d'abord que les deux modèles, le modèle principal-agent et le modèle de négotiation, le choix des intrants est le même. Les deux modèles ne diffèrent que dans le choix du contrat. Dans notre problème, nous séparons les intrants physiques en deux groupes, selon lequel des deux agents choisit la quantité de l'intrant à fournir dans la production. Notons par I^p et I^c l'ensemble des indices des intrants, et par X^p et X^c l'ensemble des intrants choisis respectivement par le propriétaire et par le cultivateur. Commençons par trouver le choix optimal des intrants de chaque agent. Notons que nous supposons que la part du coût d'un intrant n'est jamais nulle pour l'agent qui choisit cet intrant, c'est à dire $\beta_{i,i\in I^p} < 1$ et $\beta_{i,i\in I^c} > 0$.

1. Choix des intrants par le propriétaire

La fonction de profit du propriétaire s'écrit:

$$\Pi^p = A(1-\alpha)t^{\delta_1}s^{\delta_2}\prod_{i\in I^p}(1+X_i^p)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c}(1+X_i^c)^{\delta_i} - \sum_{i\in I^p}(1-\beta_i)r_iX_i^p - \sum_{i\in I^c}(1-\beta_i)r_iX_i^c + (1-t)v + R,$$

Le choix optimal des intrants par le propriétaire sera donné par la solution à l'équation suivante:

$$\Pi^p_{X_j^p} = A(1-\alpha)t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_j\frac{1}{1+X_j^p}\prod_{i\in I^p}(1+X_i^p)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c}(1+X_i^c)^{\delta_i} - (1-\beta_j)r_j \le 0,$$

$$\Pi^p_{X_j^p}X_j^p = 0, \qquad X_j^p \ge 0, \qquad \forall j \in I^p.$$

2. Choix des intrants par le cultivateur

La fonction de profit du cultivateur s'écrit:

$$\Pi^c = A\alpha t^{\delta_1} s^{\delta_2} \prod_{i\in I^p}(1+X_i^p)^{\delta_i} \prod_{i\in I^c}(1+X_i^c)^{\delta_i} - \sum_{i\in I^p}\beta_i r_i X_i^p - \sum_{i\in I^c}\beta_i r_i X_i^c + (1-s)u - R\,.$$

Le choix optimal des intrants par le cultivateur sera donné par la solution à l'équation suivante:

$$\Pi^c_{X_k^c} = A\alpha t^{\delta_1} s^{\delta_2}\delta_k \frac{1}{1+X_k^c}\prod_{i\in I^p}(1+X_i^p)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c}(1+X_i^c)^{\delta_i} - \beta_k r_k \le 0\,,$$

$$\Pi^c_{X_k^c} X_k^c = 0\,, \qquad X_k^c \ge 0\,, \qquad \forall k \in I^c\,.$$

Une solution en coin, disons $X_m^p = 0$, est possible si la dérivée évaluée à ce point est non positive, c'est à dire si

$$\Pi^p_{X_m^p=0} = A(1-\alpha)t^{\delta_1} s^{\delta_2}\delta_m \prod_{i\in I^p\setminus m}(1+X_i^p)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c}(1+X_i^c)^{\delta_i} - (1-\beta_m)r_m \le 0.$$

En notant par I^p * et I^c * l'ensemble des indices des intrants pour lesquels nous avons une solution intérieure, nous obtenons:

$$1+X_i^p = \frac{\delta_i}{\delta_j}\frac{(1-\beta_j)r_j}{(1-\beta_i)r_i}\left(1+X_j^p\right),\ \forall i,j \in I^p\,*,$$

et $$1+X_i^c = \frac{\delta_i}{\delta_k}\frac{\beta_k r_k}{\beta_i r_i}\left(1+X_k^c\right),\ \forall i,k \in I^c\,*.$$

En remplaçant ces deux valeurs dans les conditions de premier ordre des deux agents, nous obtenons:

$$\Pi^p_{X_j^p} = A(1-\alpha)t^{\delta_1} s^{\delta_2}\delta_j \frac{1}{1+X_j^p}\prod_{i\in I^p *}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\left(1+X_j^p\right)\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c *}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\left(1+X_k^c\right)\right)^{\delta_i} - (1-\beta_j)r_j = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad A(1-\alpha)t^{\delta_1} s^{\delta_2}\delta_j \frac{\left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\left(1+X_j^p\right)\right)^{\sum_{i\in I^p}\delta_i}}{1+X_j^p}\left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\left(1+X_k^c\right)\right)^{\sum_{i\in I^c}\delta_i}\prod_{i\in I^p *}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^c *}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} - (1-\beta_j)r_j = 0$$

$$\Leftrightarrow\ 1+X_j^p=\left(\frac{A(1-\alpha)t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_j\left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}\left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{(1-\beta_j)r_j}\right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}}\left(1+X_k^c\right)^{\frac{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}}.$$

$$\Pi^c_{X_k^c}=A\alpha t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_k\frac{1}{1+X_k^c}\prod_{i\in I^{p*}}(1+X_i^p)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}(1+X_i^c)^{\delta_i}-\beta_k r_k=0$$

$$\Leftrightarrow\ A\alpha t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_k\frac{\left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\left(1+X_k^c\right)\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}}{1+X_k^c}\left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\left(1+X_j^p\right)\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}-\beta_k r_k=0$$

$$\Leftrightarrow\ 1+X_k^c=\left(\frac{A\alpha t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_k\left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}\left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{\beta_k r_k}\right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}}\left(1+X_j^p\right)^{\frac{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}}.$$

Nous obtenons ainsi deux fonctions de réaction en deux inconnues. La résolution de ce système d'équations donne:

$$1+X_j^p = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{A(1-\alpha)t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_j \left(\dfrac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \left(\dfrac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\dfrac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\dfrac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{(1-\beta_j)r_j} \right)^{\frac{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \\ \left(\dfrac{A\alpha t^{\delta_1}s^{\delta_2}\delta_k \left(\dfrac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \left(\dfrac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\dfrac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\dfrac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{\beta_k r_k} \right)^{\frac{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \end{pmatrix}$$

$$= \left(At^{\delta_1}s^{\delta_2} \left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \left(\frac{(1-\alpha)\delta_j}{(1-\beta_j)r_j}\right)^{\frac{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \left(\frac{\alpha\delta_k}{\beta_k r_k}\right)^{\frac{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}}$$

$$= \left(At^{\delta_1}s^{\delta_2} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} (1-\alpha)^{\frac{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \alpha^{\frac{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \frac{\delta_j}{(1-\beta_j)r_j}$$

$$= A^p t^{\frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} s^{\frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \frac{\delta_j}{(1-\beta_j)r_j},$$

et, pareillement pour les intrants choisis par le cultivateur:

$$1+X_k^c = \left(\begin{array}{l} \left(\dfrac{A\alpha t^{\delta_1} s^{\delta_2} \delta_k \left(\dfrac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \left(\dfrac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\dfrac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\dfrac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{\beta_k r_k} \right)^{\frac{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \\ \left(\dfrac{A(1-\alpha) t^{\delta_1} s^{\delta_2} \delta_j \left(\dfrac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \left(\dfrac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\dfrac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\dfrac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}}{(1-\beta_j)r_j} \right)^{\frac{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \end{array} \right)$$

$$= \left(At^{\delta_1} s^{\delta_2} \left(\frac{(1-\beta_j)r_j}{\delta_j}\right)^{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} \left(\frac{\beta_k r_k}{\delta_k}\right)^{\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \left(\frac{(1-\alpha)\delta_j}{(1-\beta_j)r_j}\right)^{\frac{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \left(\frac{\alpha\delta_k}{\beta_k r_k}\right)^{\frac{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}}$$

$$= \left(At^{\delta_1} s^{\delta_2} \prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} \right)^{\frac{1}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} (1-\alpha)^{\frac{\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \alpha^{\frac{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \frac{\delta_k}{\beta_k r_k}$$

$$= A^c t^{\frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} s^{\frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \frac{\delta_k}{\beta_k r_k}.$$

Il nous reste maintenant à écrire les fonctions de profit. Après simplification, nous obtenons:

$$\Pi^p = \begin{pmatrix} \left(AA^p \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i A^c \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i (1-\alpha) \prod_{i\in I^{p*}} \left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i} \right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}} \left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i} \right)^{\delta_i} - \left(A^p \sum_{i\in I^{p*}} \delta_i + A^c \sum_{i\in I^{c*}} \frac{1-\beta_i}{\beta_i} \delta_i \right) \right) t^{\frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} s^{\frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \\ + \sum_{i\in I^{p*}} (1-\beta_i) r_i + \sum_{i\in I^{c*}} (1-\beta_i) r_i + (1-t)v + R \end{pmatrix},$$

et

$$\Pi^c = \begin{pmatrix} \left(AA^p \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i A^c \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i \alpha \prod_{i\in I^{p*}} \left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i} \right)^{\delta_i} \prod_{i\in I^{c*}} \left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i} \right)^{\delta_i} - \left(A^p \sum_{i\in I^{p*}} \frac{\beta_i}{1-\beta_i} \delta_i + A^c \sum_{i\in I^{c*}} \delta_i \right) \right) t^{\frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} s^{\frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}} \\ + \sum_{i\in I^{p*}} \beta_i r_i + \sum_{i\in I^{c*}} \beta_i r_i + (1-s)u - R \end{pmatrix}.$$

Notons qu'ici nous avons un cas particulier de la structure du modèle présenté dans la partie 1 de cet essai; t et s représentent a_p et a_c et sont restreints au domaine $[0,1]\times[0,1]$. Nous référons donc le lecteur à cette première partie pour les propriétés des calculs que nous effectuons dans la suite.

3.2.1.2 Choix des intrants gestion et supervision

Réécrivons de la manière suivante le problème de maximisation des deux agents en ne conservant que les termes impliquant les intrants de gestion et de supervision. Nous obtenons ainsi les expressions suivantes:

$$\Pi^p = \underset{t}{MAX}\, Bt^a s^b + (1-t)v,$$

$$\text{s.c. } t \le 1,$$

et $$\Pi^c = \underset{s}{MAX}\, Ct^a s^b + (1-s)u,$$

$$\text{s.c. } s \le 1,$$

avec

$$B = AA^{p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} A^{c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}(1-\alpha)\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} - \left(A^p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i + A^c\sum_{i\in I^{c*}}\frac{1-\beta_i}{\beta_i}\delta_i\right),$$

$$C = AA^{p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} A^{c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}\alpha\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} - \left(A^p\sum_{i\in I^{p*}}\frac{\beta_i}{1-\beta_i}\delta_i + A^c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i\right),$$

$$a = \frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i},$$

$$b = \frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}.$$

Le choix de t, lorsque la solution est intérieure, est donné par la résolution de la condition de premier ordre suivante:

$$\Pi_t^p = aBt^{*a-1}s^b - v = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t^* = \left(\frac{aBs^b}{v}\right)^{\frac{1}{1-a}},$$

et par symétrie, nous obtenons:

$$\Pi_s^c = 0 \qquad \Rightarrow \qquad s_c^* = \left(\frac{bCt^a}{u}\right)^{\frac{1}{1-b}}.$$

La solution de coin $t=1$ ne sera valide que si le multiplicateur associé à cette contrainte est positif, c'est à dire si $\Pi_1^p = aBs^b - v \geq 0$. La condition équivalente pour $s=1$ est $\Pi_1^c = bCt^a - u \geq 0$.

Si les deux solutions sont intérieures, l'équilibre s'obtient en remplaçant une équation dans l'autre, ce qui donne:

$$t^{**} = \left(\frac{aB}{v}\right)^{\frac{1-b}{1-a-b}}\left(\frac{bC}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}, \quad \text{et} \qquad s^{**} = \left(\frac{aB}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{bC}{u}\right)^{\frac{1-a}{1-a-b}},$$

auquel cas, les fonctions de profit (en incluant les termes que nous avons laissés de côté au début de cette section), sont données par les expressions suivantes:

$$(3.1)\quad \Pi^p = (1-a)\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}} B^{\frac{1-b}{1-a-b}} C^{\frac{b}{1-a-b}} + \sum_{i\in I^{p*}}(1-\beta_i)r_i + \sum_{i\in I^{c*}}(1-\beta_i)r_i + R + v,$$

$$(3.2)\quad \Pi^c = (1-b)\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}} B^{\frac{a}{1-a-b}} C^{\frac{1-a}{1-a-b}} + \sum_{i\in I^{p*}}\beta_i r_i + \sum_{i\in I^{c*}}\beta_i r_i - R + u,$$

Dans le cas où nous avons une solution en coin, nous obtenons:

$$t = 1 \quad \Rightarrow \quad s^{**} = \left(\frac{bC}{u}\right)^{\frac{1}{1-b}}$$

et $$s = 1 \quad \Rightarrow \quad t^{**} = \left(\frac{aB}{v}\right)^{\frac{1}{1-a}}$$

avec, rappelons le

$$B = AA^{p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i} A^{c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}(1-\alpha)\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} - \left(A^p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i + A^c\sum_{i\in I^{c*}}\frac{1-\beta_i}{\beta_i}\delta_i\right),$$

$$C = AA^{p\sum_{i\in I^{p}}\delta_i} A^{c\sum_{i\in I^{c}}\delta_i}\alpha\prod_{i\in I^{p}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i} - \left(A^p\sum_{i\in I^{p}}\frac{\beta_i}{1-\beta_i}\delta_i + A^c\sum_{i\in I^{c}}\delta_i\right),$$

$$a = \frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^p}\delta_i - \sum_{i\in I^c}\delta_i}, \qquad b = \frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^p}\delta_i - \sum_{i\in I^c}\delta_i},$$

d'où $$1-a = \frac{1-\delta_1 - \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}, \qquad 1-b = \frac{1-\delta_2 - \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i},$$

et $$1-a-b = \frac{1-\delta_1-\delta_2 - \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}{1-\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}.$$

Les autres termes se déduisent sans difficultés.

3.2.2 Choix du contrat: modèle principal-agent

Dans le modèle Eswaran-Kotwal, R est choisi de telle sorte que le cultivateur ait une utilité équivalente à son revenu alternatif. Ceci donne:

$$R=(1-b)\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}B^{\frac{a}{1-a-b}}C^{\frac{1-a}{1-a-b}}+\sum_{i\in I^{p*}}\beta_i r_i+\sum_{i\in I^{c*}}\beta_i r_i\,.$$

Remplaçons cette valeur de R dans les fonctions de profit du propriétaire et du cultivateur; nous obtenons ainsi

$$\Pi^p=\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}\left((1-a)B^{\frac{1-b}{1-a-b}}C^{\frac{b}{1-a-b}}+(1-b)B^{\frac{a}{1-a-b}}C^{\frac{1-a}{1-a-b}}\right)+\sum_{i\in I^*}r_i+v\,,$$

et $\Pi^c=u$.

Il reste maintenant à spécifier les valeurs optimales de α et des β_i, $i=1,\ldots,I$. Nous procédons à cette étape de façon numérique, en raison de la lourdeur des expressions analytiques.

3.2.3 Choix du contrat: modèle de négociation

Le modèle présenté dans la partie 1 de cet essai est directement applicable aux fonctions de profit de la section 1.1.2. Il s'agit de prendre:

$$M(\alpha,\beta_{i=1,\ldots,I})=AA^{p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}A^{c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}(1-\alpha)\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}-\left(A^p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i+A^c\sum_{i\in I^{c*}}\frac{1-\beta_i}{\beta_i}\delta_i\right),$$

$$Q\left(M(\alpha,\beta_{i=1,\ldots,I})\right)=AA^{p\sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}A^{c\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i}\prod_{i\in I^{p*}}\left(\frac{\delta_i}{(1-\beta_i)r_i}\right)^{\delta_i}\prod_{i\in I^{c*}}\left(\frac{\delta_i}{\beta_i r_i}\right)^{\delta_i}-A^p\sum_{i\in I^{p*}}\frac{1}{1-\beta_i}\delta_i-A^c\sum_{i\in I^{c*}}\frac{1}{\beta_i}\delta_i\,,$$

et $\Psi^p(a)=\Psi^c(a)=a$.

Comme dans la section 3.2.2, nous allons solutionner le modèle de façon numérique.

4. PARTIE 3: RESULTATS

Nous voulons déterminer lequel des deux modèles, négociation ou principal agent, décrit le mieux le choix contractuel observé en agriculture dans les PVD. A cette fin, nous avons effectué des simulations sur chacun des deux modèles, puis, à l'aide de méthodes économétriques, extrait la statique comparée des deux modèles afin de les confronter à statique comparée obtenue à partir de la banque de donnée Tunisienne.

Simplement une remarque: les modèles principal-agent et de négotiation ne sont pas imbriqués. En effet, les instruments ne sont pas les mêmes dans les deux modèles. Dans le modèle principal-agent, le propriétaire dispose d'un transfert fixe contrairement au modèle de négociation. Par conséquent, si l'on voulait amener le cultivateur à son utilité de réserve dans le modèle de négotiation, on ne pourrait avoir les mêmes termes contractuels que dans le modèle principal-agent.

Nous supposons que les agents choisissent simultanément tous les termes du contrat, c'est à dire le partage de la production et des coûts. La méthode d'estimation qui s'est donc imposée à nous dans ce contexte est la méthode des régressions simultanées. Nous avons donc appliqué cette méthode tour à tour (i) sur la banque de données provenant du village tunisien El Oulja, (ii) sur les simulations du modèle principal-agent et enfin (iii) sur les simulations du modèle de négociation. Nous allons donc commencer par décrire la banque de données que nous avons utilisée, puis, dans la section suivante, nous présentons les résultats des régressions et enfin, dans la dernière section de ce chapitre, nous présentons l'analyse des résultats.

4.1 DESCRIPTION DES DONNÉES

4.1.1 Description du village

Les données utilisées dans la présente étude proviennent d'une enquête menée par Arcand et Ethier (voir Arcand et Ethier 1995) dans le village tunisien d'El Oulja en 1993. Sur ce même village, voir aussi Laffont et Matoussi (1995), et Matoussi et Nugent (1989)). Des informations détaillées ont été saisies sur les intrants, la production, les termes des contrats, ainsi que les caractéristiques de chaque parcelle de terre. De surcroît, nous avons prêté une attention particulière aux deux classes de variables décrites ci-dessus, c'est à dire, la gestion agricole et le partage des coûts.

Dans la banque de données, 101 ménages cultivent plus qu'un lopin de terre, ce qui donne 580 parcelles de terre, dont 41,4% étaient cultivées sous contrat; 68 ménages exploitaient au moins une parcelle sous contrat, alors que 49 ménages avaient un statut contractuel mixte, étant simultanément propriétaire et métayer, propriétaire et locataire, ou propriétaire, métayer et locataire.

La première catégorie de variables utilisées sont les caractéristiques des parcelles et des ménages. Sur les parcelles, nous possédons des données sur l'irrigation et le type de sol (argileux, terre rouge, sablonneux, ou pauvre). Sur les ménages, nous avons la surface de terre possédée, l'âge du propriétaire, le statut matrimonial du propriétaire, les années scolaires complétées du chef, le nombre de femmes et d'hommes entre 13 et 64 ans dans la famille, la main d'œuvre masculine et féminine totale et la main d'œuvre totale.

La deuxième catégorie de variables que nous utilisons est constituée par les termes correspondant au partage des coûts des intrants entre propriétaires et métayers dans les

contrats de métayage.[3] A El Oulja, le partage des coûts est fréquent et prend des formes extrêmement hétérogènes. Pour les contrats de location et de métayage, le propriétaire paie une fraction des coûts de production associés avec les semences sur 32,9% des parcelles. Pour le transport, le chiffre correspondant est 31,4%, pour l'irrigation, 31,2%. Le partage des coûts est moins probable dans le cas de la main d'oeuvre familiale (9,7% des contrats), et de la main d'oeuvre embauchée (13,0% des contrats). Il est évident que ce ratio varie énormément: plusieurs intrants ont des ratios moyens de l'ordre de deux, alors que d'autres ont un ratio moyen bien en dessous de 1.

Le troisième ensemble de variables que nous considérons est constitué par le prix des intrants, la richesse initiale du ménage, et les opportunités d'emplois hors ferme, c'est à dire le revenu non agricole, le salaire alternatif de la famille et du chef.

4.1.2 Echantillon

Nous avons placé les statistiques sommaires des variables que nous avons utilisées pour nos résultats empiriques dans l'annexe 1. Pour notre ensemble de données, une fois que l'on élimine les observations pour lesquelles nous manquons des caractéristiques des ménages, il nous reste autour de 65 observations pour toutes nos variables, sauf pour les deux variables de prix des intrants plabour et psem pour lesquels nous avons 19 et 18 observations respectivement, comme nous pouvons voir dans cette annexe, à la section 7.1. En effet, pour ces variables de prix, nous ne possédons des données que pour l'année 1995. Afin de ne pas réduire nos observations du tiers pour l'ensemble des régressions, nous avons séparé les régressions en deux groupes. Nous avons effectué le premier ensemble de régressions en incluant toutes les variables prédites par notre modèle sans inclure les deux variables de prix; puis dans le second ensemble de régressions, nous n'avons inclus seulement que les

[3] Les contrats avec partage des coûts ont été modélisés en utilisant les contraintes de crédit (Jaynes (1982, 1984), Bardhan (1984, ch. 7)), les coûts de transaction (Allen et Lueck (1993)), et l'asymétrie d'information (Braverman et Stiglitz (1986), Bardhan et Singh (1987)).

variables de prix parmi les variables indépendantes. Nous avons placé les résultats des régressions dans l'annexe 2.

Les paramètres des simulations sont (i) la productivité totale des facteurs dans la fonction de production agricole (A), (ii) les exposants sur les intrants gestion, supervision, physiques choisis par le propriétaire, et physiques choisis par le cultivateur (δ^1, δ^2, δ^p, et δ^c respectivement), (iii) les salaires alternatifs du propriétaire et du cultivateur (v et u), et finalement (iv) le prix des intrants physiques choisis par le propriétaire et le cultivateur (r^p et r^c respectivement). Dans notre banque de données, les variables qui représentent ces paramètres sont: l'âge: agep, et agec; l'irrigation: IR; la qualité de terre: d1, d2, d3, et d4; les salaires alternatifs de la main d'œuvre familiale: shp, sfp, shc, et sfc; la richesse: richp, et richc; et la quantité de terre: propp, et propc. Nous établissons la correspondance entre les variables de la banque de données et les paramètres des simulations dans le tableau suivant.

Tableau IV: Correspondance entre les variables de la banque de données et des simulations

PARAMÈTRES DE SIMULATIONS	VARIABLES DE LA BANQUE DE DONNÉES	
alpha	partage de la production	Pas utilisé
bc0, bc1	partage des coûts des intrants choisis par le cultivateur:	
	labour	pcl
	semences	pcs
	herbicide	pcherb
	travail familial	pcmf
	irrigation	pci
A	âge	agep, agec
	qualité de la terre	d1,d2,d3,d4
	irrigation	IR
v, u	salaires de la main d'œuvre familiale	shp, sfp, shc, sfc
	qté de terre	propp, propc
	richesse	richp, richc
δ^1	scolarité	schoolp, schoolc
δ^2	quantité de main d'œuvre salariée	lfp, lff
δ^p, δ^c		
r^p, r^c	prix des intrants	pmanure, plabour, psem, pfert, pirr

4.1.3 Construction des variables

4.1.3.1 Données des Simulations

Nous avons calculé numériquement le choix du contrat en maximisant les fonctions de profit telles qu'elles apparaissent à la section 3.2. Nous avons effectué les simulations de manière à ce que les résultats présentent le plus possible les caractéristiques des données que l'on possède dans notre banque de données. Ainsi, dans la banque de données, les seules valeurs de partage de coût que l'on observe sont 0, 1/3, 1/2, 2/3 et 1. Notons que notre modèle n'adresse pas la question de savoir pourquoi il en est ainsi, simplement, nos simulations choisissent la meilleure valeur parmi cet ensemble. De même, dans notre banque de données, nous possédons très peu d'intrants choisis par le propriétaire. En conséquence, nos simulations de concentrent sur les intrants choisis par le cultivateur. Nous fournissons le programme, écrit en langage C, dans l'annexe 4. Nous avons placé les statistiques sommaires des données de notre banque de simulation dans l'annexe 1, (voir la section 0), et avons placé les résultats des régressions dans l'annexe 2.

4.1.3.2 Données de la banque de données

Notre modèle ne spécifie pas de forme fonctionnelle particulière pour les variables que nous incluons dans nos régressions. Afin de contraindre le moins possible les simulations, nous avons utilisé les variables sous plusieurs formes. Ainsi l'âge apparaît sous forme quadratique, la main d'œuvre apparaît successivement telle qu'indiqué dans le tableau ci-dessous:

• telle quelle:	lfp, lfc, lffp, and lfhp
• exprimée par hectare:	lfph, lfhph, and lffph
• en différences au carré:	lfpd2 lfhd2 and lffd2,

- en différences absolues: lfpda lfhda and lffda,
- en différences entre le propriétaire et le cultivateur: lfpd lfhd and lffd
- en termes de la quantité de terres possédée par le propriétaire: lfpn lfhn and lffn.

De la même manière, nous avons construit la variable scolaire en différence, en différence au carré et en différence absolue nommées respectivement schoold schoold2 et schoolda. Indirectement, toutes ces régressions nous donnent une idée sur la robustesse des variables qui apparaissent telles quelles dans toutes les régressions. En effet, nous pouvons penser que les résultats obtenus ne dépendent pas de la forme avec laquelle les variables entrent dans les régressions.

4.2 RÉGRESSIONS

Nous voulons déterminer quel modèle prédit mieux que l'autre le choix contractuel observé dans le village El Oulja. Or, le choix contractuel est un choix multidimensionnel, et la technique des régressions simultanées est la plus appropriée dans ce cas. Nous présentons les résultats des régressions sur le modèle principal-agent, puis sur le modèle de négociation, et enfin sur la banque de données de façon condensée dans les sections 8.1, 8.2, et 8.3 de l'annexe 2. Nous allons montrer ici comment nous avons obtenus les résultats de la section 8.1. Notre programme d'estimation nous donne les résultats de l'estimation en régressions simultanées sous forme brute comme suit:

```
. eq alpha A v u d1 d2 dc1 rc1
. eq   bc0 A v u d1 d2 dc1 rc1
. eq   bc1 A v u d1 d2 dc1 rc1
. sureg alpha bc0 bc1
Equation      Obs  Parms        RMSE    "R-sq"          F        P
------------------------------------------------------------------
 alpha       2187      8    .0944483    0.2942   129.7666   0.0000
 bc0         2187      8      .14408    0.0410   13.30435   0.0000
 bc1         2187      8    .1028331    0.2445   100.7217   0.0000
------------------------------------------------------------------------------
             |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|       [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
alpha        |
           A |  -.0000636   8.25e-06     -7.718   0.000      -.0000798   -.0000475
           v |  -.0000189   .0000124     -1.525   0.127      -.0000431    5.39e-06
           u |   .0000366   .0000124      2.958   0.003       .0000123    .0000608
          d1 |  -.4743951   .0247352    -19.179   0.000      -.5229022   -.4258881
          d2 |   .4595345   .0247352     18.578   0.000       .4110275    .5080416
```

dc1	-.3200738	.0494704	-6.470	0.000	-.4170879	-.2230597
rc1	.0045039	.0004947	9.104	0.000	.0035338	.005474
_cons	.4682517	.0125032	37.451	0.000	.4437323	.4927711
bc0						
A	-.0000566	.0000126	-4.499	0.000	-.0000813	-.0000319
v	-9.43e-06	.0000189	-0.500	0.617	-.0000464	.0000276
u	.0000154	.0000189	0.818	0.413	-.0000216	.0000524
d1	-.2572017	.0377333	-6.816	0.000	-.3311987	-.1832046
d2	.1423182	.0377333	3.772	0.000	.0683212	.2163153
dc1	-.1268862	.0754666	-1.681	0.093	-.2748802	.0211079
rc1	.0021948	.0007547	2.908	0.004	.0007148	.0036747
_cons	.454481	.0190735	23.828	0.000	.4170769	.4918851

```
------------------------------------------------------------------------------
             |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
bc1          |
           A |  -.0000114   8.98e-06     -1.273   0.203      -.000029    6.17e-06
           v |  -.0000223   .0000135     -1.655   0.098     -.0000487    4.12e-06
           u |    -.00003   .0000135     -2.228   0.026     -.0000564   -3.60e-06
          d1 |   .0617284   .0269311      2.292   0.022      .0089151    .1145417
          d2 |  -.1131687   .0269311     -4.202   0.000     -.1659821   -.0603554
         dc1 |  -.2983539   .0538622     -5.539   0.000     -.4039806   -.1927273
         rc1 |   .0136488   .0005386     25.340   0.000      .0125926    .0147051
       _cons |    .417907   .0136132     30.699   0.000      .3912108    .4446031
------------------------------------------------------------------------------
```

Nous avons choisis la valeur 0.05 comme valeur critique de p. Tous les coefficients avec une valeur de p en deçà de 5% sera dits 'statistiquement significatifs' et sont indiqués par +s ou -s si ils sont positifs ou négatifs respectivement, et ceux avec une valeur de p au delà de 5% seront dits 'non significatifs' et indiqués par +n ou -n si ils sont positifs ou négatifs respectivement. Ainsi nous obtenons le résultat apparaissant dans la section 8.1 que nous reproduisons ici:

```
. sureg alpha bc0 bc1 _cons
. eq alpha  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -s -n +s -s +s  -s  +s    +s
. eq   bc0  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -s -n +n -s +s  -n  +s    +s
. eq   bc1  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -n -n -s +s -s  -s  +s    +s
```

A la fin de chaque série de régressions apparaît un tableau qui comptabilise le nombre de fois qu'un coefficient à pris un signe particulier, était significatif et à quel niveau de confiance comme le montre le tableau suivant. Par exemple, la variable *A* a été statistiquement significativement négative deux fois, et donc un '2' apparaît dans la colonne '-s'; de plus, cette même variable *A* a été non significativement négative une fois (avec une valeur p entre 0.2 et 0.3), et donc un '1' apparaît dans la colonne '-n' sur la ligne correspondant aux valeurs de p inférieures à 0.3 ('value P<=0.3').

Nous calculons aussi d'autres indicateurs. Les indicateurs ss, sn, sp et sm sont calculés comme suit: ss=(+s)+(-s), sn=(+n)+(-n), sp=(+s)+(+n), et sm=(-s)+(-n), où (+s) représente le nombre apparaissant dans la colonne +s, et ainsi de suite pour (-s), (+n), and (-n).[4]

Nous présentons ici le tableau correspondant aux résultats de la section 8.1.

name	+s	-s	ss	+n	-n	sn	sp	sm	+?	-?	?	s?
valeur	P<=0.100000											
A	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
u	1	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0
d1	1	2	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0
d2	2	1	3	0	0	0	2	1	0	0	0	0
dc1	0	2	2	0	1	1	0	3	0	0	0	0
rc1	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
_cons	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
valeur	P<=0.200000											
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.300000											
A	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.400000											
valeur	P<=0.500000											
u	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
valeur	P<=0.600000											
valeur	P<=0.700000											
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.800000											
valeur	P<=0.900000											
valeur	P<=1.000000											

Nous avons procédé de la même façon avec toutes les autres régressions. Ainsi, nous avons pu déterminer dans le cas de la variable shc (salaire alternatif familial des hommes dans la famille du cultivateur) dans la section 8.3.1 qu'elle a été 61 fois significativement positive, 4 fois non significativement positive et jamais négative. Nous affirmons donc que cette variable a un effet positif sur le partage des coûts. Nous avons procédé ainsi pour toutes les variables de nos régressions. Ainsi, nous avons obtenus le tableau suivant.

---

[4] Les autres catégories (+?, -?, ? and s?) ne sont pas utilisées; elles correspondent aux situations où un estimateur ne peut être déterminé à cause de problèmes tels le manque d'observations ou la multicollinéarité entre variables.

Tableau V: Statique comparée des données et des simulations

+ = augmentation de la part des coûts (détérioration des termes du contrat pour le cultivateur).

Simulations					Empirique	
Variable	$\partial\beta/\partial x$				Variable	$\partial\beta/\partial x$
	EK	SS (tous les deltas)	SS (delta=1/3)	SS (delta=2/3)		
A	-	+	-	+	d1, d2 agep agec IR d3, d4	indéterminé $-agep+agep^2$ $-agec+agec^2$ 0 -
v	-	-	-	-	shp, propp sfp	+ -
u	-	+	+	+	shc, sfc richc, propc	+ -
δ^1	$-\delta^2$	plutôt -	+	-	schoolc schoolp schoold schoold2 schoolda	+ -
δ^2	$-\delta^1$	-	-	-	lffp lfc lfph lfhph lfhn lffn lfhd lfpd2 lfhda lffda lfp, lfhc lffc lfpd lfhd2 lffd2 lfhp, lffph lfpn lffd lfpda	+ plutôt + 0 -
r^c	+	-	-	+	psem plabour	+ -

4.3 ANALYSE DES RÉSULTATS

4.3.1 Comparaison des deux modèles

La question principale à laquelle nous cherchons à répondre est de savoir si l'on peut distinguer entre le modèle de négociation et celui de principal-agent sur la base des résultats des simulations présentés dans le tableau V. Nous y voyons *qu'à part la variable* u, toutes les autres variables ne permettent pas directement de distinguer les deux modèles. En effet, le paramètre A dans le modèle principal-agent donne une statique comparée différente que dans le modèle de négociation lorsque δ est élevé, mais pas lorsque δ est faible. La variable v donne la même statique comparée dans les deux modèles. En ce qui concerne les paramètres δ^1 et δ^2, leurs effets sont moins clairs et ne permettent pas de comparaison entre les deux modèles. Par contre, en ce qui concerne le salaire alternatif du cultivateur (u): son effet est négatif sur le partage de coût dans le modèle principal-agent et positif dans le modèle de négociation. Nous allons expliquer ce résultat dans la suite.

4.3.2 Description des résultats

Comme le montre le tableau V, et comme nous avons remarqué à la section précédente, nous pouvons distinguer les deux modèles l'un de l'autre en se basant sur le salaire alternatif du cultivateur (variable u). Or dans la banque de données, les variables qui constituent les meilleurs ''représentants'' de la variable dans le modèle théorique, à savoir les variables shc et sfc (salaire alternatif familial respectivement des hommes et des femmes dans la famille du cultivateur), supportent significativement le modèle de négociation. Dans la version principal-agent du modèle Eswaran Kotwal, une augmentation de u améliore les termes du contrat pour le cultivateur tandis que dans le modèle de négociation, une augmentation de cette même variable améliore les termes du contrat pour le propriétaire. Si l'on regarde dans la partie empirique du tableau, le salaire alternatif de la

main d'œuvre familiale masculine et féminine du cultivateur (variables shc et sfc respectivement) va dans le même sens que le modèle de négociation. Nous concluons donc que le modèle de négociation décrit mieux la situation observée dans le village de El Oulja que le modèle principal agent.

Mentionnons que les variables richc et propc vont dans le sens du modèle Eswaran-Kotwal. Par contre, ces variables sont des représentants moins plausibles pour le salaire alternatif que les variables shc et sfc (salaire alternatif familial respectivement des hommes et des femmes dans la famille du cultivateur).

Notre résultat, favorable au modèle de négociation, est cohérent avec un aspect important des marchés manquants, à savoir que l'intrant rare que fournit le cultivateur dans la production lui confère un certain pouvoir de négociation. Le surplus provenant de la relation contractuelle est donc divisé entre les deux agents et le salaire du cultivateur n'est finalement pas poussé jusqu'à son salaire de réserve.

4.3.3 Interprétation des résultats

Il est intéressant de se demander pourquoi les deux modèles principal-agent et négociation prédisent une statique comparée différente par rapport au salaire de réserve du cultivateur. A cette fin, nous résolvons analytiquement dans l'annexe 3 une version simplifiée des deux modèles afin de mettre en évidence les différences essentielles entre les deux modèles. En bref, l'intuition est la suivante. Dans le modèle principal-agent, le cultivateur reçoit une rémunération fixe. Le propriétaire de la terre est le seul à percevoir la rente résiduelle. Le seul objectif du contrat pour le propriétaire est d'allouer le plus efficacement possible les ressources afin de maximiser ses profits. Ainsi, lorsque le salaire du cultivateur augmente, celui-ci divertit son temps de l'activité agricole vers son activité alternative. L'allocation des ressources n'est plus alors la plus efficace, et le propriétaire réagit en diminuant la part des coûts des intrants du cultivateur afin de mitiger cet effet. Dans le modèle de

négociation, le propriétaire et le cultivateur se partagent la rente. La solution du modèle de négociation est telle que le propriétaire et le cultivateur reçoivent un poucentage donné de la production selon leur pouvoir de négociation. Ainsi, lorsque le salaire du cultivateur augmente, nous pouvons distinguer deux effets pour le cultivateur. D'une part, le cultivateur divertit son temps de la production agricole vers son activité de réserve. Cet effet diminue la production proportionellement de la même façon pour les deux agents. Les deux agents reçoivent donc toujours la proportion dictée par la solution du modèle de négociation et donc n'entraîne aucun ajustement des termes du contrat. L'autre effet, est un effet de richesse donné par la valeur de la dotation de temps du cultivateur. Ce dernier est le seul à en profiter. Ceci deséquilibre la proportion des revenus que reçoivent les deux agents. La solution du modèle de négociation prescrit donc un ajustement des termes du contrat, par une augmentation de la part des coûts des intrants du cultivateur, afin de rétablir la proportion des revenus entre les deux agents.

Nous allons tenter d'illustrer ce résultat à l'aide d'un modèle plus simple. En regardant bien les fonctions objectives des deux agents, nous voyons qu'une des choses qui rend le modèle général analytiquement intraitable est la substitution entre les intrants physiques d'une part et les intrants gestion et supervision d'autre part. Afin de saisir l'intuition de la différence de statique comparée entre les deux modèles, nous allons donc solutionner un modèle similaire où le choix des intrants sera simplifié de telle sorte que le choix des intrants physiques n'aient aucune influence sur le choix des intrants gestion et supervision. Cette hypothèse ne change pas la nature des résultats entre les deux modèles. En effet, si l'on examine le choix des intrants à la section 3.2.1.1, nous voyons les intrants physiques varient dans le même sens que les intrants de gestion et de supervision. Ne pas tenir compte de l'influence du choix des intrants physiques sur ces dernières variables revient simplement à diminuer l'ampleur des effets d'un changement des varibles gestion et supervision sur la solution du modèle. Par ailleurs, dans le modèle de négociation nous devons faire une autre simplification afin de pouvoir inverser analytiquement le terme $V^{p^{-1}}\left(V^{p}/\delta\right)$, à savoir que nous supposons que le propriétaire paie une fraction constante des coûts. Cette hypothèse ne change encore une fois la nature de la solution, étant donné

que le partage des coûts continue à dépendre des pouvoirs de négociation des deux agents, comme le montrent les calculs en annexe.

Comme point de départ dans chacune des sections 9.1.1, 9.1.2, 9.1.3, 9.2.1, 9.2.2, 9.2.3, nous avons considéré une version simplifiée des équations 3.1 et 3.2 que nous reproduisons ici:

$$\Pi^p = (1-a)\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}} B^{\frac{1-b}{1-a-b}} C^{\frac{b}{1-a-b}} + \sum_{i\in I^{p*}}(1-\beta_i)r_i + \sum_{i\in I^{c*}}(1-\beta_i)r_i + R + v$$

$$\Pi^c = (1-b)\left(\frac{a}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{b}{u}\right)^{\frac{b}{1-a-b}} B^{\frac{a}{1-a-b}} C^{\frac{1-a}{1-a-b}} + \sum_{i\in I^{p*}}\beta_i r_i + \sum_{i\in I^{c*}}\beta_i r_i - R + u$$

Nous conservons dans la section 9 les termes en u, dont le premier, où u apparaît au dénominateur, représente la partie concernant l'allocation du temps du cultivateur, comme nous pouvons le voir à la section 3.2.1.2, tandis que le u additionné à la fonction de profit du cultivateur représente la valeur de la dotation totale de son temps. Par contre, afin d'obtenir une solution plus simples, nous n'utilisons pas les fonctions indirectes solutionnées en X telles qu'elles apparaissent à la section 3.2.1.1. Nous déterminons plutôt la valeur de X sur les fonctions simplifiées de la section 9. Nous obtenons ainsi des formes simples que nous pouvons d'une part solutionner analytiquement et d'autre part interpréter. Avec ces formes simplifiées, comme nous l'avons mentionné plus haut, nous ne captons pas tous les effets du modèle complet, par contre, nous ne changeons rien à la nature de la solution du modèle. En effet, si l'on compare le choix des intrants dans le modèle complet de la section 3.2.1.1 et dans le modèle simplifié de la section 9, nous obtenons dans le modèle complet:

$$1 + X^c = A^c t^{\frac{\delta_1}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} s^{\frac{\delta_2}{1-\sum_{i\in I^{c*}}\delta_i - \sum_{i\in I^{p*}}\delta_i}} \frac{\delta}{\beta r},$$

et $s = \left(\frac{aB}{v}\right)^{\frac{a}{1-a-b}}\left(\frac{bC}{u}\right)^{\frac{1-a}{1-a-b}}$, comme le montre la section 3.2.1.2.

Donc X et u varient en sens inverse.

De même, dans le modèle simplifié, nous obtenons:

$$1+X=\left(\frac{\eta\alpha}{\beta r u^{b}}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}$$

et ici aussi, X et u varient en sens inverse. Nous voyons dans l'annexe 3 que dans les modèles de négociation et de principal-agent, les parties où u est au dénominateur et où u est ajouté à la fonction de profit du cultivateur n'ont pas la même influence sur les termes du contrat et se traduisent par une statique comparée différente.

Mentionnons aussi qu'afin de pouvoir résoudre analytiquement les deux modèles nous avons dû faire entrer l'intrant X de manière légèrement différente dans les deux modèles. Il apparaît comme $1+X$ dans la fonction de production principal-agent et comme X dans le modèle de négociation. Cette différence ne change pas qualitativement le modèle, surtout si l'on suppose que X est grand. Ainsi dans le modèle principal-agent, comme on peut le voir dans la section 9.1, le modèle de départ est donné par les équations:

$$V^{p}=(1-\alpha)\frac{1}{u^{b}}(1+X)^{\eta}+R,$$

$$V^{c}=\alpha\frac{1}{u^{b}}(1+X)^{\eta}-\beta r X+u-R,$$

tandis que dans la section 9.2, nous partons du modèle suivant:

$$V^{p}=(1-\alpha)\frac{1}{u^{b}}X^{\eta},$$

$$V^{c}=\alpha\frac{1}{u^{b}}X^{\eta}-\beta r X+u.$$

Dans les deux sections 9.1.1 et 9.2.1, nous commençons par retrouver les résultats qui figurent dans le tableau V. Ainsi, la dérivée partielle de β par rapport à u est négative

dans le modèle principal-agent (voir équation 9.1), et positive dans le modèle de négociation (voir équation 9.4).

Dans les sections 9.1.2, 9.1.3, 9.2.2, 9.2.3, nous analysons les effets de la partie représentant 'l'allocation du temps' et celle représentant la 'valeur de la dotation totale du temps' sur les termes du contrat. Dans le modèle de négociation, comme le montre la section 9.2.2, la partie représentant 'l'allocation du temps du cultivateur' n'a aucun effet sur les termes du contrat. En effet, si l'on examine les valeurs de β données par les fonctions inverses de la section 9.2.2, nous voyons qu'un changement de u modifie proportionnellement de la même manière ces deux fonctions inverses et par conséquent, la valeur de β ne sera pas affectée par un changement de u. Par contre, la valeur de la 'dotation totale du temps du cultivateur' influence les termes du contrat comme le montre la section 9.2.3. Lorsque celle-ci augmente, la proportion allouée à chaque agent change et donc le propriétaire compense ce déséquilibre par une augmentation de la part des coûts qu'il fait subir au cultivateur. Nous voyons donc que la solution du modèle de négotiation détermine un partage de la production entre le propriétaire et le cultivateur. Si une variable exogène change, et qu'elle affecte le revenu des deux joueurs proportionnellement de la même manière, alors les termes du contrat ne seront pas affectés par ce changement. Par contre, si un changement affecte les revenus d'un agent proportionnellement plus ou moins que les revenus de l'autre agent, alors les termes du contrat s'ajusteront afin de diminuer le déséquilibre. Ainsi, lorsque u augmente, le cultivateur reçoit une part plus que proportionnelle de l'augmentation et le propriétaire augmente la part des coûts des intrants β qu'il fait subir au cultivateur afin de ramener le partage plus près de ce qu'il était. Par contre, dans le modèle principal-agent, c'est tout à fait l'inverse qui se produit. La section 9.1.3 montre que la valeur de la dotation totale du temps n'a aucun effet sur le partage des coûts. Par contre, lorsque u augmente, le cultivateur divertit son temps de la production vers son activité alternative, comme nous avons déjà remarqué, et le propriétaire réagit en diminuant la part des coûts au cultivateur afin de mitiger les effets néfastes sur son bien être, en incitant le cultivateur a travailler plus dans la production agricole.

La section 9 montre donc, bien que dans un contexte simplifié, que le rôle des termes contractuels est diamétralement opposé dans les deux modèles. Dans le modèle principal-agent, le propriétaire garantit l'utilité de réserve du cultivateur par un transfert fixe et choisit le partage de coût de façon à allouer le plus efficacement possible les facteurs de production; tandis que dans le modèle de négociation, l'allocation des ressources n'est qu'une des considérations déterminant les termes du contrat. Le partage des coûts n'est pas seulement utilisé pour des questions d'allocation des ressources, mais sert aussi d'instrument de partage du surplus selon le pouvoir de négociation de chacun des agents. C'est ainsi que lorsque le salaire alternatif du cultivateur augmente, le propriétaire s'approprie une part de l'accroissement de richesse du cultivateur en augmentant sa part des coûts.

5. CONCLUSION

Dans l'introduction nous avons postulé qu'une imperfection de marché conférait à celui qui possède ce facteur un certain pouvoir de monopole sur sa ressource, et par là même obtenait un certain pouvoir de négociation dans l'établissement des termes du contrat. Les résultats que nous avons obtenus à l'aide des simulations et de la banque de données semblent confirmer ce point du vue. Ceci implique que dans le contrat de métayage, les agents négocient le contrat et que l'allocation des ressources n'est qu'un des aspects déterminant les termes du contrat, contrairement au modèle principal-agent.

Donc, meilleur est le pouvoir de négociation relatif d'un des agents, meilleur seront les termes contractuels qu'il obtiendra. Ces résultats semblent suggérer, au moins en ce qui concerne le petit village tunisien, que les propriétaires n'ont pas accès à une offre parfaitement élastique de locataires qui peuvent se faire la compétition jusqu'à leur salaire de réserve. Plutôt, le pouvoir de négociation *est important* en pratique, ce qui montre que

l'on doit être plutôt circonspect quand à l'utilisation du cadre principal-agent dans tous les contextes.

6. REFERENCES

AI C., ARCAND J.-L. AND ETHIER F., 1995, 'Testing for Marshallian Inefficiency in Agricultural Tenancy Contracts: Evidence from Tunisia,' *W.P. C.R.D.E*, Tables 1-41, p. 39-78.

ARCAND J.-L. AND ETHIER F., 1995, 'Institutions Rurales et Politiques de Développement, l'Enquête à El Oulja,' *mimeo C.R.D.E.*

BELL, C. AND ZUSMAN, P. (1976), 'A Bargaining Theoretic Approach to Cropsharing Contracts,' *American Economic Review*, 66:578-588.

ESWARAN M. AND KOTWAL A., 1985, 'A Theory of Contractual Structure in Agriculture,' *American Economic Review*, 75(3).

HOLMSTRÖM, B. (1979), 'Moral Hazard and Observability,' *Bell Journal of Economics*, 10:74-91.

LAFFONT, J.-J., AND MATOUSSI, M. S. (1995), 'Moral Hazard, Financial Constraints and Sharecropping in El Oulja,' *Review of Economic Studies* 62:381-400.

MATOUSSI, M. S., AND NUGENT, J. (1989), 'The Switching to Sharecropping in Medjez-el-Bab,' in Nabli, M., and Nugent, J., *The New Institutional Economics and Development: Theory and Applications to Tunisia* (Amsterdam: North Holland).

NASH, J. (1950) 'The Bargaining Problem,' *Econometrica*, 18:155-162.

NASH, J. (1953) 'Two-Person Cooperative Games,' *Econometrica*, 21:128-140.

RUBINSTEIN, A. (1982) 'Perfect Equilibrium in a Bargaining Model,' *Econometrica*, 50:97-109.

SHAKED A. AND SUTTON J., 1984, 'Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model,' *Econometrica*, 52(6).

SHAVELL, S. (1979), 'Risk Sharing and Incentives in the Principle and Agent Relationship,' *Bell Journal of Economics*, 10:55-73

7. ANNEXE 1: STATISTIQUES DESCRIPTIVES

7.1 BANQUE DE DONNÉES

Voici les statistiques descriptives des variables que nous utilisons dans les régressions:

Nom de la Variable	Nbre Obs	Moy.	Ecart Type	Min.	Max.	Description
d1	65	.169	.378	0	1	1=terre argileuse
d2	65	.246	.434	0	1	1=terre rouge
d3	65	.354	.482	0	1	1=terre sablonneuse
d4	65	.154	.364	0	1	1=terre pauvre
IR	65	.846	.364	0	1	1=terre irriguée
agec	65	42.09	13.14	26	71	âge du cultivateur
agec2	65	1942	1270	676	5041	agec^2
agep	65	50.98	15.33	21	80	âge du propriétaire
agep2	65	2831	1696	441	6400	agep^2
lfp	65	2.89	1.58	1	7	H+F entre 13 et 64 ans prop
lfc	65	5.6	4.26	1	15	H+F entre 13 et 64 ans cult
lfph	65	.884	1.22	.004	4	lfp/hect
lfpd	65	-2.71	4.40	-13	6	lfp-lfc
lfpd2	65	26.37	45.76	0	169	(lfp-lfc)^2
lfpda	65	3.6	3.69	0	13	|lfp-lfc|
lfpn	65	.922	1.12	.133	7	lfp/lfc
lfhp	65	1.57	.901	0	4	H entre 13 et 64 ans prop
lffp	65	1.32	.954	0	4	F entre 13 et 64 ans prop
lfhc	65	3.17	2.53	1	9	H entre 13 et 64 ans cult
lffc	65	2.43	1.96	0	8	F entre 13 et 64 ans cult
lfhph	65	.425	.581	0	2	lfhp/hect
lffph	65	.460	.668	0	2	lffp/hect
lfhd	65	-1.6	2.63	-8	3	lfhp-lfhc
lffd	65	-1.11	2.13	-7	4	lffp-lffc
lfhd2	65	9.35	16.53	0	64	(lfhp-lfhc)^2
lffd2	65	5.69	9.98	0	49	(lffp-lffc)^2
lfhda	65	2.12	2.22	0	8	|lfhp-lfhc|
lffda	65	1.75	1.63	0	7	|lffp-lffc|
lfhn	65	.826	.767	0	4	lfhp/lfhc
lffn	61	.691	.705	0	3	lffp/lffc
plabour	19	85.53	39.19	1.66	135	prix des labours
propp	65	32.66	72.65	1	490	surface de terre possédée prop
propc	64	6.23	14.21	0	86.5	surface de terre possédée cult
psem	18	32.86	31.19	.15	80	prix des semences
richc	61	20898	21584	0	85004	richesse initiale cult
schoolp	65	5.75	5.56	0	20	Années scol. complétées prop.
schoolc	65	5.12	4.60	0	19	Années scol. complétées cult.
schoold	65	.631	7.07	-13	19	schoolp-schoolc
schoold2	65	49.68	72.45	0	361	(schoolp-schoolc)^2
schoolda	65	5.43	4.53	0	19	|schoolp-schoolc|
shp	58	6.30	2.26	2.07	13.65	Salaire famille H prop
sfp	65	4.82	2.14	.793	12.05	Salaire famille F prop
shc	65	5.13	1.30	3.92	13.65	Salaire famille H cult
sfc	62	4.55	1.44	2.47	10.39	Salaire famille F cult

7.2 SIMULATIONS

7.2.1 Modèle Eswaran-Kotwal

Variable	Obs	Mean	Std.Dev.	Min	Max
A	2187	700	245.	400	1000
v	2187	300	163.	100	500
u	2187	300	163.	100	500
δ^1	2187	.15	.082	.05	.25
δ^2	2187	.15	.082	.05	.25
δ^c	2187	.15	.041	.1	.2
r^c	2187	6	4.08	1	11
α	2187	.406	.112	.33	.66
$\beta_{0,0\in I^c}$	2187	.394	.147	.25	.75
$\beta_{1,1\in I^c}$	2187	.424	.118	.25	.75
t	2187	.245	.316	.0014	1
s	2187	.196	.280	.00053	1
$X_{0,0\in I^c}$	2187	55.90	84.1	0	522.
$X_{1,1\in I^c}$	2187	230.	555.	0	3483.
Pscp	2187	1365.	1300.	167.	7180
Pscc	2187	300	163.	100	500

7.2.2 Modèle de négociation

Variable	Obs	Mean	Std.-Dev.	Min	Max
A	4688	745.	237.	400	1000
v	4688	292.	163.	100	500
u	4688	266.	162.	100	500
δ^1	4688	.144	.082	.05	.25
δ^2	4688	.145	.082	.05	.25
δ^c	4688	.151	.04	.1	.2
r^c	4688	5.62	4.12	1	11
δ	4688	.763	.25	.33	1
α	4688	.580	.083	.33	.66
$\beta_{0,0\in I^c}$	4688	.48	.185	.25	1
$\beta_{1,1\in I^c}$	4688	.487	.193	.25	1
t	4688	.181	.255	.000541	1
s	4688	.266	.308	.00139	1
$X_{0,0\in I^c}$	4688	36.05	58.84	0	495.
$X_{1,1\in I^c}$	4688	165.	360.	0	2435.
Pscp	4688	705.	515.	133.	3640.
Pscc	4688	837.	646.	133.	4578.

8. ANNEXE 2: RESULTATS EMPIRIQUES

8.1 RÉGRESSION SUR LE MODÈLE ESWARAN-KOTWAL

```
. sureg alpha bc0 bc1 _cons
. eq alpha  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -s -n +s -s +s  -s  +s    +s
. eq   bc0  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -s -n +n -s +s  -n  +s    +s
. eq   bc1  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -n -n -s +s -s  -s  +s    +s
```

name	+s	-s	ss	+n	-n	sn	sp	sm	+?	-?	?	s?
valeur	P<=0.100000											
A	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
u	1	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0
d1	1	2	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0
d2	2	1	3	0	0	0	2	1	0	0	0	0
dc1	0	2	2	0	1	1	0	3	0	0	0	0
rc1	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
_cons	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
valeur	P<=0.200000											
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.300000											
A	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.400000											
valeur	P<=0.500000											
u	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
valeur	P<=0.600000											
valeur	P<=0.700000											
v	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
valeur	P<=0.800000											
valeur	P<=0.900000											
valeur	P<=1.000000											

8.2 RÉGRESSIONS SUR LE MODÈLE DE NÉGOCIATION

8.2.1 Delta = 1/3, 2/3, et 1

```
. sureg alpha bc0 bc1 _cons
. eq alpha  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 delta _cons
           -s +s +s -n +n  -n  +s    -s    +s
. eq   bc0  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 delta _cons
           +s -s +s +n -s  -s  -s    +s    +s
. eq   bc1  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 delta _cons
           +s -s +s -n -s  +s  -s    +s    +s

 name +s -s ss +n -n sn sp sm +? -?  ? s?
-----------------------------------------
valeur P<=0.100000
    A  2  1  3  0  0  0  2  1  0  0  0  0
    v  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
    u  3  0  3  0  0  0  3  0  0  0  0  0
   d2  0  2  2  0  0  0  0  2  0  0  0  0
  dc1  1  1  2  0  1  1  1  2  0  0  0  0
  rc1  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
delta  2  1  3  0  0  0  2  1  0  0  0  0
_cons  3  0  3  0  0  0  3  0  0  0  0  0
valeur P<=0.200000
   d1  0  0  0  0  1  1  0  1  0  0  0  0
valeur P<=0.300000
   d1  0  0  0  0  1  1  0  1  0  0  0  0
   d2  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
valeur P<=0.400000
   d1  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
valeur P<=0.500000
valeur P<=0.600000
valeur P<=0.700000
valeur P<=0.800000
valeur P<=0.900000
valeur P<=1.000000
```

8.2.2 Delta=1/3

```
. sureg alpha bc0 bc1 _cons
. eq alpha  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
          +n -n -s -s -n  -s  -n    +s
. eq   bc0  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
          -s +n +s +n -n  -s  -n    +s
. eq   bc1  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
          -n -s +s +s -s  +s  -s    +s

 name +s -s ss +n -n sn sp sm +? -?  ? s?
-----------------------------------------
valeur P<=0.100000
    A  0  1  1  0  0  0  0  1  0  0  0  0
    v  0  1  1  0  0  0  0  1  0  0  0  0
    u  2  1  3  0  0  0  2  1  0  0  0  0
   d1  1  1  2  0  0  0  1  1  0  0  0  0
   d2  0  1  1  0  1  1  0  2  0  0  0  0
  dc1  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
  rc1  0  1  1  0  1  1  0  2  0  0  0  0
_cons  3  0  3  0  0  0  3  0  0  0  0  0
valeur P<=0.200000
    A  0  0  0  1  1  2  1  1  0  0  0  0
    v  0  0  0  1  1  2  1  1  0  0  0  0
   d1  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
valeur P<=0.300000
valeur P<=0.400000
valeur P<=0.500000
valeur P<=0.600000
valeur P<=0.700000
valeur P<=0.800000
valeur P<=0.900000
valeur P<=1.000000
   d2  0  0  0  0  1  1  0  1  0  0  0  0
  rc1  0  0  0  0  1  1  0  1  0  0  0  0
```

8.2.3 Delta=2/3

```
. sureg alpha bc0 bc1 _cons
. eq alpha  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           -s +s +s +n +s  -n  +s    +s
. eq   bc0  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           +s -s +s +n -s  -s  -s    +s
. eq   bc1  A  v  u d1 d2 dc1 rc1 _cons
           +s -s +n -s -s  +s  -s    +s

 name +s -s ss +n -n sn sp sm +? -?  ? s?
-----------------------------------------
valeur P<=0.100000
    A  2  1  3  0  0  0  2  1  0  0  0  0
    v  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
    u  2  0  2  0  0  0  2  0  0  0  0  0
   d1  0  1  1  0  0  0  0  1  0  0  0  0
   d2  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
  dc1  1  1  2  0  0  0  1  1  0  0  0  0
  rc1  1  2  3  0  0  0  1  2  0  0  0  0
_cons  3  0  3  0  0  0  3  0  0  0  0  0
valeur P<=0.200000
    u  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
valeur P<=0.300000
valeur P<=0.400000
valeur P<=0.500000
   d1  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
valeur P<=0.600000
   d1  0  0  0  1  0  1  1  0  0  0  0  0
  dc1  0  0  0  0  1  1  0  1  0  0  0  0
valeur P<=0.700000
valeur P<=0.800000
valeur P<=0.900000
valeur P<=1.000000
```

8.3 RÉGRESSIONS SUR LA BANQUE DE DONNÉES

8.3.1 Toutes les variables sauf les prix

```
. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           -n  -n      -n   +n    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +s  -n  +n
. eq    pcs lfp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           -n  -n      -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +s +n +n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq pcherb lfp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           -n  -n      -n   +n    -n   +n    -n    +n    +n    +n +n +n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq   pcmf lfp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +n  -s      -s   +s    +n   -n    +n    +s    -n    +n -n +n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq    pci lfp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           -n  -n      -s   +s    -n   +n    -n    +n    +n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lffp lfhp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           -s   +s   -n      -n   +s    +n   -n    -s    +s    +n    -n -n -s -s +n +s  -s  +s  -n  -n
. eq     pcs lffp lfhp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           -s   +s   -n      -n   +n    +n   -n    -s    +n    +s    +s +n +n -n +n +s  -s  +s  -n  -n
. eq pcherb lffp lfhp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           -s   +s   -n      -n   +n    +n   -n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +s  -n  -n
. eq    pcmf lffp lfhp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           +n   +n   -s      -s   +s    +n   +n    +n    +s    -n    +n -n +n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq     pci lffp lfhp schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           -s   +s   -n      -s   +s    +n   -n    -s    +n    +n    +n -n -n -n +n +s  -s  +s  -n  -n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +n  +s      -n   +s    -n   +s    -s    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
. eq    pcs lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +s  +s      -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +n  -n  +n  -n  +s
. eq pcherb lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +s  +s      -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +n  -n  +n  -n  +n
. eq   pcmf lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +n  -n      -n   +n    +n   -n    -n    +n    -n    +n +n +n +n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq    pci lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
           +n  +s      -s   +s    -n   +n    -s    +s    -n    -n -n -n -s +n +s  -s  +n  -n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
           -n   +n   +s      -n   +n    -n   +s    -s    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
. eq     pcs lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
           -n   +n   +s      -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +n  -n  +n  -n  +s
. eq pcherb lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
           -n   +n   +s      -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +n  -n  +n  -n  +n
. eq   pcmf lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
           -n   +n   -n      -n   +n    +n   -n    -n    +n    -n    +n +n +n +n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq    pci lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
           -n   +n   +s      -s   +s    -n   +n    -s    +s    -n    -n -n -s -n +n +s  -s  +n  -n  +n
```

```
. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lfp schoolp lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc
sfc _cons
          -n  -s      +n  +s      -s   +s    +n   +n    -s    +s    -n    -s -n -s -s +n +s  -s  +n  -n
+n
. eq     pcs lfp schoolp lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc
sfc _cons
          -n  -s      +s  +s      -n   +n    +n   +n    -s    +s    +n    -n +n -n -s +n +s  -s  +n  -n
+n
. eq pcherb lfp schoolp lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc
sfc _cons
          +n  -s      +n  +s      -s   +n    +n   +n    -s    +s    -n    -n -n -n -s +n +s  -s  +n  -n
+n
. eq   pcmf lfp schoolp lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc
sfc _cons
          +s  -s      +s  +s      -s   +s    -n   +n    -n    +s    -s    +n -n -n -n -n +s  -s  +n  +n
+n
. eq     pci lfp schoolp lfc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc
sfc _cons
          +n  -s      +n  +s      -s   +s    +n   +n    -s    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +n  -n
+n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lffp lfhp schoolp lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          -s  +n  -s      +n  -n  +s      -s  +s    +n  -n    -s    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +s  -n  -n
. eq     pcs lffp lfhp schoolp lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          -s  +s  -s      +n  +n  +s      -n  +n    +n  -n    -s    +n    +n    +n +n -n -s +n +s  -s  +n  -n  -n
. eq pcherb lffp lfhp schoolp lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          -s  +s  -s      -n  +n  +s      -n  +n    +n  -n    -s    +s    +n    +n -n -n -s +n +s  -s  +n  -n  -n
. eq   pcmf lffp lfhp schoolp lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          +s  +n  -s      +n  +n  +s      -s  +s    -n  +n    -n    +s    -s    -n -n -n -s -n +n  -s  -n  +n  +n
. eq     pci lffp lfhp schoolp lffc lfhc schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          -s  +s  -s      +n  -n  +s      -s  +s    +s  -n    -s    +s    +n    -n -n -n -s +n +s  -s  +n  -n  -n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lfph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +s  -n      -s  +s    -n   +n    -n    +s    -s    -s -n -s -n +n +s  -s  +s  +n  +s
. eq     pcs lfph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  -n      -n  +n    -n   +n    -n    +n    -n    +n +n +n +n +n +n  -s  +n  +n  +n
. eq pcherb lfph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  -n      -n  +n    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n +n +n +n  -s  +n  +n  +n
. eq   pcmf lfph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  -s      -s  +s    +n   -n    -n    +s    -s    +n +n +n +n +n +n  -s  +n  +n  +n
. eq     pci lfph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  -n      -s  +s    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n -n +n +n  -s  +n  +n  +s

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq     pcl lfph schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +s  +s      -s  +s    -n   +n    -n    +s    -s    -s -n -s -n +n +n  -s  +n  +n  +s
. eq     pcs lfph schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  +n      -n  +n    -n   +n    -s    +s    -n    +n +n -n -n +n +n  -n  -n  +n  +n
. eq pcherb lfph schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  +n      -n  +n    -n   +n    -n    +s    -n    +n +n -n -n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq   pcmf lfph schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n  -n      -s  +s    +n   -n    -n    +s    -n    +n +n +n +n +n +n  -n  +n  +s  +n
. eq     pci lfph schoolc agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +s  +s      -s  +s    +n   -n    -s    +s    -n    -n +n -n -n +n +n  -s  +n  +n  +n

.sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
.eq   pcl lffph lfhph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
          -s    +s    -n      -s   +s    +n   -n    -n    +s    -n    -s -s -s -n +n +s  -s  +s  -n  -n
.eq   pcs lffph lfhph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
          -s    +s    -n      -n   +n    +n   -n    -s    +s    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  -n
.eq pcherb lffph lfhph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
          -n    +s    -n      -n   +n    +n   -n    -n    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  -n
.eq  pcmf lffph lfhph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
          +n    -n    -s      -s   +s    +n   -n    +n    +s    -s    +n +n +n +n +n +n  -n  -n  +s  +n
.eq   pci lffph lfhph schoolp agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
          -s    +s    -n      -s   +s    +n   -n    -s    +s    -n    -n -n -s -n +n +s  -s  +s  -n  -n
```

```
. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfpn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   -n   +n    -s   +s    -n    +s    -n    -n -n -s -n +n +s  -s  +s  -n  +s
. eq    pcs lfpn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -s   -n   +n    -n   +n    -s    +n    +n    +n +s +n +n +n +n  -s  +n  -n  +n
. eq pcherb lfpn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -s   -n   +n    -n   +n    -n    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +n  -n  +n
. eq   pcmf lfpn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   -n   +s    +n   -n    -n    +s    -n    +s +n +n -n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq    pci lfpn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   -s   +s    -n   +n    -n    +n    +n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  -n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfhn lffn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   +n   -n   +s   -n   +n    -n    +s    -n    -n -s -s -n +n +s  -s  +s  -n  +n
. eq    pcs lfhn lffn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   +n   -n   +n   +n   -n    -s    +n    +n    +s +n +n +n +n +s  -s  +n  +n  -n
. eq pcherb lfhn lffn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   +n   -n   +n   +n   -n    -s    +s    -n    +n +n +n +n +n +s  -s  +n  +n  -n
. eq   pcmf lfhn lffn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   +s   -s   +s   +n   -n    -n    +s    -s    +s +n +n +n +n +n  -n  -n  +s  +n
. eq    pci lfhn lffn agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +s   +n   -s   +s   +n   -n    -s    +s    +n    +n -n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfpd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   -s      -s   +s   -n   +n    -s    +s    -n    -s -n -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
. eq    pcs lfpd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   -s      -n   +n   -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq pcherb lfpd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   -s      -n   +n   -n   +n    -s    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq   pcmf lfpd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n   -s      -s   +s   +n   -n    -s    +s    -n    +n +n +n -n +n +s  -s  +n  +n  -n
. eq    pci lfpd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n   -s      -s   +s   -n   +n    -s    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfhd lffd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
            +n   -n   -s      -n   +n    +n   +n    -n    +s    -n    -n -s -s -s +n +s  -s  +n  -n  +n
. eq    pcs lfhd lffd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
            +n   -n   -s      -n   +n    +n   -n    -s    +n    +n    +n +n +n -n +n +s  -s  +n  -n  +n
. eq pcherb lfhd lffd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
            +n   -n   -s      -n   +n    +n   -n    -s    +n    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  -n  +n
. eq   pcmf lfhd lffd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
            -n   +n   -s      -s   +s    +n   -n    -s    +s    -n    +n +n +n -n +n +s  -s  +n  +n  +n
. eq    pci lfhd lffd schoold agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
            +s   -n   -s      -n   +n    +n   -n    -s    +s    -n    -n -n -n -s +n +s  -s  +n  -n  +n

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfpd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n    -s       -s   +s    -s   +s    -n    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
. eq    pcs lfpd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n    -s       -s   +s    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n +n -n +n +s  -n  +n  +n  +s
. eq pcherb lfpd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +s
. eq   pcmf lfpd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            +n    -s       -s   +s    +n   -n    -n    +n    -n    +n +n +n -n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq    pci lfpd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
            -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +n    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +s

.sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
.eq  pcl lfhd2 lffd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
         -n    -n    -s       -s   +s    -n   +s    -n    +s    -n    -n -n -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
.eq  pcs lfhd2 lffd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
         +n    -n    -s       -s   +s    -n   +n    -s    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -n  +n  +n  +s
.eq pcherb lfhd2 lffd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
         +n    -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +s
.eq pcmf lfhd2 lffd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
         +n    +n    -s       -s   +s    +n   -n    -n    +n    -n    +s +n +n -n +n +n  -n  +n  +n  +n
.eq  pci lfhd2 lffd2 schoold2 agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _ct
         -n    -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n  +s
```

```
. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfpda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          -n    -s       -s   +s    -s   +s    -n    +s    -s    -s -s -s -s +n +s  -s  +n  -n  +s
. eq    pcs lfpda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    +n +n +n -n -n +s  -s  -n  +n  +s
. eq pcherb lfpda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    +n +n -n -n +n +s  -s  -n  +n  +s
. eq   pcmf lfpda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          +n    -s       -s   +s    +n   -n    -n    +n    -n    +n +n +n -n +n +n  -n  +n  +n  +n
. eq    pci lfpda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc _cons
          -s    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n -s +n +s  -s  -n  +n  +s

. sureg pcl pcs pcherb pcmf pci _cons
. eq    pcl lfhda lffda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          -n    -n    -s       -s   +s    -s   +s    -n    +s    -s    -s -s -s -s +n +s  -s  +n  -n
+s
. eq    pcs lfhda lffda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          +n    -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +n    +n    +n +n -n -n +n +s  -s  -n  +n
+s
. eq pcherb lfhda lffda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          +n    -s    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    -n +n -n -n +n +s  -s  +n  +n
+s
. eq   pcmf lfhda lffda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          +n    +n    -s       -s   +s    +n   -n    -n    +n    -n    +n +n +n -n +n +n  -n  +n  +n
+n
. eq    pci lfhda lffda schoolda agep agep2 agec agec2 richc propp propc d1 d2 d3 d4 IR shp sfp shc sfc
_cons
          +n    -n    -s       -s   +s    -n   +n    -n    +s    -n    -n -n -n -n +n +s  -s  +n  +n
+s
```

	nom	+s	-s	ss	+n	-n	sn	sp	sm	+?	-?	?	s?
valeur P<=0.100000													
lfp	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
schoolp	0	14	14	0	0	0	0	14	0	0	0	0	0
agep	0	49	49	0	16	16	0	65	0	0	0	0	0
agep2	52	0	52	16	0	16	68	0	0	0	0	0	0
agec	1	4	5	3	4	7	4	8	0	0	0	0	0
agec2	7	0	7	3	0	3	10	0	0	0	0	0	0
richc	0	40	40	0	10	10	0	50	0	0	0	0	0
propp	54	0	54	8	0	8	62	0	0	0	0	0	0
propc	1	9	10	0	4	4	1	13	0	0	0	0	0
d1	5	7	12	6	4	10	11	11	0	0	0	0	0
d2	2	5	7	3	4	7	5	9	0	0	0	0	0
d3	0	19	19	1	5	6	1	24	0	0	0	0	0

d4	0	21	21	0	8	8	0	29	0	0
0	0									
IR	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
shp	61	0	61	8	0	8	69	0	0	0
0	0									
sfp	0	67	67	0	4	4	0	71	0	0
0	0									
shc	11	0	11	4	0	4	15	0	0	0
0	0									
sfc	4	0	4	6	0	6	10	0	0	0
0	0									
_cons	25	0	25	9	0	9	34	0	0	0
0	0									
lffp	1	8	9	0	0	0	1	8	0	0
0	0									
lfhp	7	0	7	1	0	1	8	0	0	0
0	0									
lfc	4	0	4	1	0	1	5	0	0	0
0	0									
schoolc	20	0	20	1	0	1	21	0	0	0
0	0									
lfhc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
lfph	3	0	3	2	0	2	5	0	0	0
0	0									
lffph	0	3	3	1	1	2	1	4	0	0
0	0									
lfhph	4	0	4	0	0	0	4	0	0	0
0	0									
lfpn	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0
0	0									
lfhn	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0									
lffn	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0									
schoold	0	10	10	0	0	0	0	10	0	0
0	0									
lfhd	1	0	1	1	0	1	2	0	0	0
0	0									
lffd	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0
0	0									
schoold2	0	10	10	0	0	0	0	10	0	0
0	0									
lfpda	0	1	1	0	1	1	0	2	0	0
0	0									
schoolda	0	10	10	0	0	0	0	10	0	0
0	0									
lfhda	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0
0	0									

lffda	0	1	1	0	2	2	0	3	0	0
0	0									
valeur P<=0.200000										
lfp	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0
0	0									
schoolp	0	0	0	0	8	8	0	8	0	0
0	0									
agep	0	0	0	0	13	13	0	13	0	0
0	0									
agep2	0	0	0	10	0	10	10	0	0	0
0	0									
agec	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0
0	0									
agec2	0	0	0	7	5	12	7	5	0	0
0	0									
richc	0	0	0	0	10	10	0	10	0	0
0	0									
propp	0	0	0	9	0	9	9	0	0	0
0	0									
propc	0	0	0	2	13	15	2	13	0	0
0	0									
d1	0	0	0	3	1	4	3	1	0	0
0	0									
d2	0	0	0	8	6	14	8	6	0	0
0	0									
d3	0	0	0	0	8	8	0	8	0	0
0	0									
d4	0	0	0	0	11	11	0	11	0	0
0	0									
IR	0	0	0	6	0	6	6	0	0	0
0	0									
shp	0	0	0	8	0	8	8	0	0	0
0	0									
sfp	0	0	0	0	7	7	0	7	0	0
0	0									
shc	0	0	0	10	0	10	10	0	0	0
0	0									
sfc	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0
0	0									
_cons	0	0	0	7	0	7	7	0	0	0
0	0									
schoolc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
lfhc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
lfph	0	0	0	5	0	5	5	0	0	0
0	0									
lfpd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0									

```
     lffd     0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
    lfpd2     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
    lffd2     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
    lffda     0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
valeur P<=0.300000
      lfp     0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
  schoolp     0     0     0     0     3     3     0     3     0     0
0     0
     agep     0     0     0     0     2     2     0     2     0     0
0     0
    agep2     0     0     0     4     0     4     4     0     0     0
0     0
     agec     0     0     0     5     9    14     5     9     0     0
0     0
    agec2     0     0     0    10     4    14    10     4     0     0
0     0
    richc     0     0     0     0     5     5     0     5     0     0
0     0
    propp     0     0     0    10     0    10    10     0     0     0
0     0
    propc     0     0     0     2     4     6     2     4     0     0
0     0
       d1     0     0     0     4     8    12     4     8     0     0
0     0
       d2     0     0     0     4     2     6     4     2     0     0
0     0
       d3     0     0     0     5     7    12     5     7     0     0
0     0
       d4     0     0     0     0     7     7     0     7     0     0
0     0
       IR     0     0     0    10     0    10    10     0     0     0
0     0
      shp     0     0     0     4     0     4     4     0     0     0
0     0
      sfp     0     0     0     0     7     7     0     7     0     0
0     0
      shc     0     0     0     5     0     5     5     0     0     0
0     0
      sfc     0     0     0     0     2     2     0     2     0     0
0     0
    _cons     0     0     0    12     1    13    12     1     0     0
0     0
      lfc     0     0     0     2     0     2     2     0     0     0
0     0
```

lfhc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0
0	0									
lfhph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0									
lfpn	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0
0	0									
lfhn	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0
0	0									
lfhd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
lfpd2	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
lfhd2	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									

valeur P<=0.400000

lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0									
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0									
agep	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0
0	0									
agep2	0	0	0	3	0	3	3	0	0	0
0	0									
agec	0	0	0	7	5	12	7	5	0	0
0	0									
agec2	0	0	0	6	4	10	6	4	0	0
0	0									
richc	0	0	0	0	4	4	0	4	0	0
0	0									
propc	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0
0	0									
d1	0	0	0	5	2	7	5	2	0	0
0	0									
d2	0	0	0	9	1	10	9	1	0	0
0	0									
d3	0	0	0	3	5	8	3	5	0	0
0	0									
d4	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0
0	0									
IR	0	0	0	10	0	10	10	0	0	0
0	0									
shp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0									
shc	0	0	0	10	1	11	10	1	0	0
0	0									
sfc	0	0	0	4	3	7	4	3	0	0
0	0									
_cons	0	0	0	6	1	7	6	1	0	0
0	0									

```
     lffp     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
      lfc     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
     lfhn     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
     lfpd     0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
     lfhd     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
    lfhd2     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
    lfpda     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
valeur P<=0.500000
     agep     0     0     0     0     2     2     0     2     0     0
0     0
     agec     0     0     0     1     9    10     1     9     0     0
0     0
    agec2     0     0     0     6     6    12     6     6     0     0
0     0
    richc     0     0     0     0     6     6     0     6     0     0
0     0
    propp     0     0     0     2     0     2     2     0     0     0
0     0
    propc     0     0     0     4     6    10     4     6     0     0
0     0
       d1     0     0     0     4     2     6     4     2     0     0
0     0
       d2     0     0     0     7     1     8     7     1     0     0
0     0
       d3     0     0     0     3     3     6     3     3     0     0
0     0
       d4     0     0     0     1     6     7     1     6     0     0
0     0
       IR     0     0     0    18     0    18    18     0     0     0
0     0
      shp     0     0     0     2     0     2     2     0     0     0
0     0
      shc     0     0     0     1     2     3     1     2     0     0
0     0
      sfc     0     0     0     4     8    12     4     8     0     0
0     0
    _cons     0     0     0     1     2     3     1     2     0     0
0     0
  schoolc     0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
     lfhc     0     0     0     3     0     3     3     0     0     0
0     0
```

```
      lfpd      0     0     0     0     1     1     0     1     0     0
0     0
      lfpd2     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
      lffda     0     0     0     1     0     1     1     0     0     0
0     0
```

valeur P<=0.600000

lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
agec	0	0	0	4	2	6	4	2	0	0	0	0
agec2	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
richc	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
propp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
propc	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0	0	0
d1	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
d2	0	0	0	7	2	9	7	2	0	0	0	0
d3	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
d4	0	0	0	1	2	3	1	2	0	0	0	0
IR	0	0	0	17	0	17	17	0	0	0	0	0
shp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
shc	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	6	7	13	6	7	0	0	0	0
_cons	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
lfhp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhc	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
lffn	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
lfhd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0

valeur P<=0.700000

schoolp	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
agec	0	0	0	3	2	5	3	2	0	0	0	0
agec2	0	0	0	3	0	3	3	0	0	0	0	0
richc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
propc	0	0	0	3	1	4	3	1	0	0	0	0
d1	0	0	0	5	3	8	5	3	0	0	0	0
d2	0	0	0	2	4	6	2	4	0	0	0	0
d3	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0	0	0
d4	0	0	0	1	7	8	1	7	0	0	0	0
IR	0	0	0	7	0	7	7	0	0	0	0	0
shc	0	0	0	7	1	8	7	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	4	5	9	4	5	0	0	0	0
_cons	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
lfhp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
lfhc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffd2	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0

valeur P<=0.800000

lfp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
agec	0	0	0	3	1	4	3	1	0	0	0	0
agec2	0	0	0	4	6	10	4	6	0	0	0	0
richc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
propp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
propc	0	0	0	4	5	9	4	5	0	0	0	0
d1	0	0	0	3	6	9	3	6	0	0	0	0
d2	0	0	0	4	1	5	4	1	0	0	0	0
d3	0	0	0	2	4	6	2	4	0	0	0	0
d4	0	0	0	3	1	4	3	1	0	0	0	0
IR	0	0	0	7	0	7	7	0	0	0	0	0
shc	0	0	0	11	0	11	11	0	0	0	0	0
sfc	0	0	0	6	3	9	6	3	0	0	0	0
_cons	0	0	0	2	4	6	2	4	0	0	0	0
lffc	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
lffn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhd2	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
lffd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0

valeur P<=0.900000

lfp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
agec	0	0	0	7	3	10	7	3	0	0	0	0
agec2	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0	0	0
richc	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
propc	0	0	0	3	5	8	3	5	0	0	0	0
d1	0	0	0	3	2	5	3	2	0	0	0	0
d2	0	0	0	4	0	4	4	0	0	0	0	0
d3	0	0	0	4	3	7	4	3	0	0	0	0
d4	0	0	0	2	5	7	2	5	0	0	0	0
IR	0	0	0	4	2	6	4	2	0	0	0	0
shc	0	0	0	5	1	6	5	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	6	4	10	6	4	0	0	0	0
_cons	0	0	0	3	4	7	3	4	0	0	0	0
lfc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
lffc	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
lfpn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhd2	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0

valeur P<=1.000000

lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
agec	0	0	0	2	3	5	2	3	0	0	0	0
agec2	0	0	0	2	3	5	2	3	0	0	0	0
richc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
propc	0	0	0	4	4	8	4	4	0	0	0	0
d1	0	0	0	5	4	9	5	4	0	0	0	0
d2	0	0	0	4	5	9	4	5	0	0	0	0
d3	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
d4	0	0	0	4	2	6	4	2	0	0	0	0
IR	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
shc	0	0	0	11	1	12	11	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	5	1	6	5	1	0	0	0	0
_cons	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffc	0	0	0	1	2	3	1	2	0	0	0	0
lffn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0

8.3.2 Les prix

```
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s  -s      +s  -s  +s  -s  -n      +n   +s
. eq  pcs lfp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s  -n      +s  -s  +s  -s  -n      -n   +s
. eq pcmf lfp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n  -n      +n  -n  +n  -n  +n      -n   +s
. eq pcms lfp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n  -n      +n  -n  +n  -n  -n      +n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lffp lfhp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -n   -s      +s  -s  +s  -s  -n      +n   +s
. eq  pcs lffp lfhp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +s   -s      +s  -s  +s  -s  -s      +n   +s
. eq pcmf lffp lfhp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +s   -s      +s  -n  +n  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lffp lfhp schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   +s   -s      +s  -s  -n  +n  -s      +n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n  -n      +s  -n  +n  -n  +n      -n   +n
. eq  pcs lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n  +n      +s  -s  +n  -s  -s      +n   +s
. eq pcmf lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n  +n      +n  -n  -n  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n  +n      +n  -n  -n  -n  -n      -n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lffc lfhc schoolc sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n   -n      +n  +n  +n  +n      -n   -n
. eq  pcs lffc lfhc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +s   +s      +n  -n  +n  -n  -s      +n   +s
. eq pcmf lffc lfhc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   -n   +n      -n  -n  -n  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lffc lfhc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n   +n      -n  +n  -n  -n  -n      -n   +n

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq   pcl lfp schoolp lfc schoolc sfp shc sfc plabour psem _cons
           -n  +n      -n  -n      +n  +n  -n  -n      -n   +n
. eq   pcs lfp schoolp lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
           +s  -s      +s  +s      +s  -s  +s  -s  -s      -n   +s
. eq  pcmf lfp schoolp lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
           -n  -s      +s  +s      +s  -s  +n  -s  -n      -n   +s
. eq  pcms lfp schoolp lfc schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
           -n  -s      +s  +s      +s  -s  +n  -s  -n      +n   +s
```

```
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfph schoolp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   -n      +n  +n  -n  +n      -n   +n
. eq  pcs lfph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   -n      +s  -s  +n  -n  -n      +s   +s
. eq pcmf lfph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -s      +s  -s  +n  +n  -s      +n   +s
. eq pcms lfph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -s      +s  -s  -n  +n  -s      +n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfph schoolc sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   +n      +n  +n  -n  +n      -n   +n
. eq  pcs lfph schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n      +n  -s  -n  -n  -n      +n   +s
. eq pcmf lfph schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n      +n  -n  -n  +n  -s      +n   +s
. eq pcms lfph schoolc shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n      +n  -n  -n  +n  -s      +n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lffph lfhph schoolp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +n    +n      -n  +n  -n  -n      -n   +n
. eq  pcs lffph lfhph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +n    -n      +s  -s  +n  -n  -n      +s   +s
. eq pcmf lffph lfhph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n    -n    -s      +s  -s  +n  +n  -n      +n   +n
. eq pcms lffph lfhph schoolp shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s    +n    -n      +s  -s  -n  +n  -s      +s   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfpn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +s  -n  +s  -s  -n      -n   +s
. eq  pcs lfpn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   +s  -s  +n  -n  -n      +n   +s
. eq pcmf lfpn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   +n  -n  -n  +n  -n      -n   +n
. eq pcms lfpn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   +n  -n  -n  -n  -n      -n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfhn lffn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n   +s  -n  +s  -s  +n      -s   +s
. eq  pcs lfhn lffn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   +n   +s  -s  -n  +n  -n      +n   +n
. eq pcmf lfhn lffn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s   -n   +n  -n  -n  +n  -n      +n   +n
. eq pcms lfhn lffn shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n   -n   +n  -n  -n  +n  -n      +n   +n
```

```
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfpd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   -n      +s  -n  +s  -s  -n      -n   +s
. eq  pcs lfpd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   -s      +s  -s  +n  -s  -s      +s   +s
. eq pcmf lfpd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -s      +s  -s  +n  -s  -s      +n   +s
. eq pcms lfpd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -s      +s  -s  +n  -s  -s      +s   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfhd lffd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n   -n      +s  -n  +s  -s  +n      -n   +n
. eq  pcs lfhd lffd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   +n   -s      +s  -s  +n  -s  -n      +s   +s
. eq pcmf lfhd lffd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n   -n   -s      +s  -s  +n  -n  -n      +n   +s
. eq pcms lfhd lffd schoold shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s   -n   -s      +s  -s  +n  -s  -n      +n   +s

. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfpd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n    -n       +s  -n  +s  -n  -n      -n   +n
. eq  pcs lfpd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -s       +s  -s  +s  -s  -s      +s   +s
. eq pcmf lfpd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -s       +s  -n  +s  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lfpd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -s       +n  -n  +n  -n  -n      +n   +s
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfhd2 lffd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -s    +s    +n       +s  -s  +s  -s  -n      -n   +s
. eq  pcs lfhd2 lffd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -n    -s       +s  -s  +s  -s  -s      +s   +s
. eq pcmf lfhd2 lffd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +s    -s       +s  -n  +s  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lfhd2 lffd2 schoold2 shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +s    -s       +s  -n  +n  -n  -n      +n   +s
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfpda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n    -n       +s  -n  +s  -s  -n      -n   +s
. eq  pcs lfpda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -s       +s  -s  +s  -s  -s      +s   +s
. eq pcmf lfpda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n    -s       +n  -n  +n  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lfpda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    -s       +s  -n  +n  -n  -n      -n   +s
. sureg pcl pcs pcmf pcms _cons
. eq  pcl lfhda lffda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +n    -n       +s  -s  +s  -s  -n      -n   +s
. eq  pcs lfhda lffda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +s    +n    -s       +s  -s  +s  -s  -s      +s   +s
```

```
. eq pcmf lfhda lffda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          -n    +s    -s       +n  -n  +n  -n  -n      -n   +s
. eq pcms lfhda lffda schoolda shp sfp shc sfc plabour psem _cons
          +n    +s    -s       +s  -s  +n  -n  -n      -n   +s
```

name	+s	-s	ss	+n	-n	sn	sp	sm	+?	-?	?	s?
valeur P<=0.100000												
lfp	2	1	3	0	0	0	2	1	0	0	0	0
schoolp	0	11	11	0	1	1	0	12	0	0	0	0
shp	42	0	42	5	0	5	47	0	0	0	0	0
sfp	0	31	31	0	6	6	0	37	0	0	0	0
shc	19	0	19	3	1	4	22	1	0	0	0	0
sfc	0	24	24	1	3	4	1	27	0	0	0	0
_cons	50	0	50	3	0	3	53	0	0	0	0	0
lffp	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0
lfhp	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
lfc	3	0	3	1	0	1	4	0	0	0	0	0
schoolc	4	0	4	3	0	3	7	0	0	0	0	0
lfhc	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
lfph	0	2	2	0	1	1	0	3	0	0	0	0
lffph	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
lfhn	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
lfpd	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0
schoold	0	6	6	0	0	0	0	6	0	0	0	0
lfhd	0	1	1	0	1	1	0	2	0	0	0	0
lfpd2	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
schoold2	0	6	6	0	0	0	0	6	0	0	0	0
lfhd2	1	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0
lffd2	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0
lfpda	2	0	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0
schoolda	0	6	6	0	0	0	0	6	0	0	0	0
lfhda	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
lffda	2	0	2	1	0	1	3	0	0	0	0	0
plabour	0	17	17	0	3	3	0	20	0	0	0	0
psem	10	1	11	5	3	8	15	4	0	0	0	0
valeur P<=0.200000												
lfp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
shp	0	0	0	4	0	4	4	0	0	0	0	0
sfp	0	0	0	1	7	8	1	7	0	0	0	0
shc	0	0	0	6	2	8	6	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0
_cons	0	0	0	7	0	7	7	0	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
lffc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhn	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
lfpd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoold	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
plabour	0	0	0	0	8	8	0	8	0	0	0	0
psem	0	0	0	4	4	8	4	4	0	0	0	0

valeur P<=0.300000

lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
sfp	0	0	0	1	2	3	1	2	0	0	0	0
shc	0	0	0	4	1	5	4	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	1	5	6	1	5	0	0	0	0
_cons	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhph	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpn	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
schoold	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
plabour	0	0	0	0	8	8	0	8	0	0	0	0
psem	0	0	0	2	5	7	2	5	0	0	0	0

valeur P<=0.400000

shp	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
sfp	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	0
shc	0	0	0	5	2	7	5	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	2	4	6	2	4	0	0	0	0
lffp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
lffc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhph	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffd	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
plabour	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0
psem	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0

valeur P<=0.500000

lfp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
shp	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
sfp	0	0	0	1	2	3	1	2	0	0	0	0
shc	0	0	0	3	2	5	3	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	0
lfc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfph	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
lffph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
plabour	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	0
psem	0	0	0	5	2	7	5	2	0	0	0	0

valeur P<=0.600000												
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
shp	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
sfp	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	0
shc	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
_cons	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfpn	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
plabour	0	0	0	2	5	7	2	5	0	0	0	0
psem	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
valeur P<=0.700000												
lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
sfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
shc	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	3	2	5	3	2	0	0	0	0
_cons	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
lfhph	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoold2	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
plabour	0	0	0	1	3	4	1	3	0	0	0	0
psem	0	0	0	3	5	8	3	5	0	0	0	0
valeur P<=0.800000												
schoolp	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
shp	0	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0
sfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
shc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	3	1	4	3	1	0	0	0	0
lffp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0
lfhc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffn	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpd2	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
plabour	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
psem	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0
valeur P<=0.900000												
lfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
sfp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
shc	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0
sfc	0	0	0	0	3	3	0	3	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfph	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffph	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffd	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
schoold2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
plabour	0	0	0	3	3	6	3	3	0	0	0	0
psem	0	0	0	2	1	3	2	1	0	0	0	0

valeur P<=1.000000												
shp	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
sfp	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
shc	0	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0
sfc	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	0
_cons	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolc	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lfhc	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfpn	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
lffn	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lffd2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
schoolda	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
lfhda	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
plabour	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
psem	0	0	0	0	2	2	0	2	0	0	0	0

9. ANNEXE 3: MODELES SIMPLIFIES

9.1 Modèle Principal-Agent

9.1.1 Effet total

$$V^p = (1-\alpha)\frac{1}{u^b}(1+X)^\eta + R,$$

$$V^c = \alpha\frac{1}{u^b}(1+X)^\eta - \beta r X + u - R.$$

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\frac{1}{u^b}\left(\frac{1}{1+X}\right)^{1-\eta} - \beta r = 0 \quad \Rightarrow \quad 1+X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + R,$$

$$V^c = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r + u - R.$$

Le transfert place l'agent sur sa contrainte de rationalité:

$$R = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r.$$

Avec le transfert, le profit du propriétaire s'écrit donc:

$$V^p = (1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r .$$

Le choix du partage des coûts est donné par:

$$\frac{\partial V^p}{\partial \beta} = -\frac{\eta}{1-\eta}(1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + r = 0,$$

c'est-à-dire:

$$\beta = r\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^{1-\eta}(1-\alpha\eta)^{1-\eta}\alpha^{\eta}\left(\frac{1}{r}\right)^{\eta}\eta^{\eta}\frac{1}{u^b},$$

et

$$(9.1) \quad \beta_u = -br\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^{1-\eta}(1-\alpha\eta)^{1-\eta}\alpha^{\eta}\left(\frac{1}{r}\right)^{\eta}\eta^{\eta}\frac{1}{u^{b+1}} < 0 .$$

9.1.2 Effet substitution

$$V^p = (1-\alpha)\frac{1}{u^b}(1+X)^{\eta} + R,$$

$$V^c = \alpha\frac{1}{u^b}(1+X)^{\eta} - \beta r X - R .$$

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\frac{1}{u^b}\left(\frac{1}{1+X}\right)^{1-\eta} - \beta r = 0 \quad \Rightarrow \quad 1+X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} .$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + R,$$

$$V^c = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r - R.$$

Le transfert place l'agent sur sa contrainte de rationalité:

$$R = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r - u.$$

Avec le transfert, le profit du propriétaire s'écrit donc:

$$V^p = (1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + \beta r - u.$$

Le choix du partage des coûts est donné par:

$$\frac{\partial V^p}{\partial \beta} = -\frac{\eta}{1-\eta}(1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + r = 0,$$

c'est-à-dire:

$$\beta = r\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^{1-\eta}(1-\alpha\eta)^{1-\eta}\alpha^{\eta}\left(\frac{1}{r}\right)^{\eta}\eta^{\eta}\frac{1}{u^b},$$

$$(9.2) \quad \beta_u = -br\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^{1-\eta}(1-\alpha\eta)^{1-\eta}\alpha^{\eta}\left(\frac{1}{r}\right)^{\eta}\eta^{\eta}\frac{1}{u^{b+1}} < 0.$$

9.1.3 Effet de la valeur de la dotation de temps

$$V^p = (1-\alpha)(1+X)^{\eta} + R,$$

$$V^c = \alpha(1+X)^{\eta} - \beta r X + u - R.$$

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\left(\frac{1}{1+X}\right)^{1-\eta} - \beta r = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 1+X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} + R,$$

$$V^c = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} + \beta r + u - R.$$

Le transfert place l'agent sur sa contrainte de rationalité:

$$R = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} + \beta r.$$

Le profit du propriétaire s'écrit donc:

$$V^p = (1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} + \beta r.$$

Le choix du partage des coûts est donné par:

$$\frac{\partial V^p}{\delta\beta} = -\frac{\eta}{1-\eta}(1-\alpha\eta)\alpha^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + r = 0,$$

c'est à dire:

$$\beta = r\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^{1-\eta}(1-\alpha\eta)^{1-\eta}\alpha^{\eta}\left(\frac{1}{r}\right)^{\eta}\eta^{\eta},$$

et

(9.3) $\beta_u = 0.$

9.2 *MODÈLE DE NÉGOCIATION*

9.2.1 Effet total

Considérons les fonctions de profit réduites et simplifiées suivantes:

$$V^p = (1-\alpha)\frac{1}{u^b}X^{\eta},$$

$$V^c = \alpha\frac{1}{u^b}X^{\eta} - \beta r X + u.$$

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\frac{1}{u^b}X^{\eta-1} - \beta r = 0 \quad \Rightarrow \quad X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}},$$

$$V^c = \left(\frac{\alpha}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}(1-\eta) + u.$$

Les fonctions inverses sont données par:

$$\beta = \alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \frac{1}{r} \eta \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

$$\beta = \alpha^{\frac{1}{\eta}} \frac{1}{r} \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{V^c - u}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}.$$

Le point fixe est solution de l'équation:

$$V^{p^{-1}}\left(\frac{V^p(\beta)}{\delta}\right) = V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(\beta)\right),$$

c'est à dire:

$$\alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \frac{1}{r} \eta \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{\delta}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} = \alpha^{\frac{1}{\eta}} \frac{1}{r} \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}} \left(\frac{1}{\delta V^c - u}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

ou encore:

$$\alpha^{-1}(1-\alpha)\left(\frac{\delta}{V^p}\right) = (1-\eta)\left(\frac{1}{\delta V^c - u}\right),$$

$$V^p = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{1}{1-\eta} \delta\left(\delta V^c - u\right).$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\delta} (1-\alpha) \left(\frac{r}{\alpha\eta}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \beta^{\frac{\eta}{\eta-1}} \left(u^b\right)^{\frac{1}{\eta-1}} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{1-\eta} \left(\delta \left(\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\eta-1}} \left(u^b\right)^{\frac{1}{\eta-1}} \beta^{\frac{\eta}{\eta-1}} r^{\frac{\eta}{\eta-1}} \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} (1-\eta) + u \right) - u \right),$$

$$\frac{1}{\delta} \left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} = \delta \left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} \left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} - \frac{1}{\alpha} \frac{1}{1-\eta} (1-\delta) u,$$

d'où

$$\beta = -\alpha^{\frac{1}{\eta}} (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \left(\frac{1+\delta}{\delta}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \left(\frac{\eta}{r}\right) u^{-\frac{1-\eta+b}{\eta}},$$

d'où:

$$(9.4)\quad \beta_u = (1-\eta+b)\alpha^{\frac{1}{\eta}}\frac{1}{r}\left(\frac{1}{1-\eta}\right)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^{\frac{\eta-1}{\eta}} u^{-\frac{1+b}{\eta}} > 0.$$

9.2.2 Effet substitution

Considérons les fonctions de profit réduites et simplifiées suivantes:

$$V^p = (1-\alpha)\frac{1}{u^b}X^\eta,$$

$$V^c = \alpha\frac{1}{u^b}X^\eta - \beta r X.$$

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\frac{1}{u^b}X^{\eta-1} - \beta r = 0 \quad \Rightarrow \qquad X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}},$$

$$V^c = \alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}(1-\eta)\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Les fonctions inverses sont données par:

$$\beta = \alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\frac{1}{r}\eta\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}}\left(\frac{1}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

$$\beta = \alpha^{\frac{1}{\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)\eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}}\left(\frac{1}{V^c}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}.$$

Le point fixe est solution de l'équation:

$$V^{p-1}\left(\frac{V^p(\beta)}{\delta}\right) = V^{c-1}\left(\delta V^c(\beta)\right),$$

c'est à dire: $\alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\frac{1}{r}\eta\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}}\left(\frac{\delta}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} = \alpha^{\frac{1}{\eta}}\frac{1}{r}\eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1}{u^b}\right)^{\frac{1}{\eta}}\left(\frac{1}{\delta V^c}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}$,

ou encore $\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1}{\delta}V^p = \frac{1}{1-\eta}\delta V^c$,

qui se simplifie pour donner $\alpha = \delta^{2\frac{1-\eta}{1-2\eta}}$.

Comme on peut voir, la partie associée à la production ne dépend pas du partage des coûts des intrants. En conséquence, nous obtenons:

(9.5) $\beta_u = 0$

9.2.3 Effet de la valeur de la dotation de temps

Considérons les fonctions de profit réduites et simplifiées suivantes:

$V^p = (1-\alpha)X^\eta$,

$V^c = \alpha X^\eta - \beta r X + u$.

Le choix de X est donné par la solution à l'équation:

$$V_X^c = \eta\alpha\left(\frac{1}{X}\right)^{1-\eta} - \beta r = 0 \quad \Rightarrow \quad X = \left(\frac{\eta\alpha}{\beta r}\right)^{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Le profit des deux agents évalués à la valeur optimale de l'intrant physique s'écrit:

$$V^p = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}},$$

$$V^c = \alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}(1-\eta)+u.$$

Les fonctions inverses sont données par:

$$\beta = (1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)\left(\frac{1}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

$$\beta = \alpha^{\frac{1}{\eta}}\frac{1}{r}\eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1}{V^c-u}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}.$$

Le point fixe est solution de l'équation:

$$V^{p^{-1}}\left(\frac{V^p(\beta)}{\delta}\right) = V^{c^{-1}}\left(\delta V^c(\beta)\right),$$

c'est à dire:

$$(1-\alpha)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)\left(\frac{\delta}{V^p}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}} = \alpha^{\frac{1}{\eta}}\frac{1}{r}\eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1}{\delta V^c-u}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

ou encore:

$$\alpha\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\delta}V^p = \frac{1}{1-\eta}\left(\delta V^c-u\right),$$

$$\alpha\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\delta}(1-\alpha)\left(\frac{\alpha\eta}{r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} = \frac{1}{1-\eta}\left(\delta\left(\alpha^{\frac{1}{1-\eta}}\left(\frac{1}{\beta r}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}(1-\eta)+u\right)-u\right),$$

$$\beta = -\alpha^{\frac{1}{\eta}}(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1+\delta}{\delta}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\eta\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{u}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}},$$

d'où:

$$(9.6) \quad \beta_u = (1-\eta)\alpha^{\frac{1}{\eta}}(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1+\delta}{\delta}\right)^{\frac{1-\eta}{\eta}}\left(\frac{1}{r}\right)u^{-\frac{1}{\eta}} > 0.$$

10. ANNEXE 4: PROGRAMMES EN LANGAGE C

10.1 PROGRAMME PRINCIPAL

```
#include "init.cpp"
#include "e1ss.cpp"
#include "e1ek.cpp"

FILE *wf1,*wf2;
time_t tm;

char *fid;

void main()
{
int i,more;
double sd;

 msg0="Programma Termine\n";
 msg1="Probleme d'ouverture de fichier %s\n";
 msg2="ERREUR: %s>%s, augmenter %s...\n";
 msg3="ATTENTION: numero de variable >= %s\n";

 fid="\n\tfloat\t";

 if((wf1=fopen("e1SS.res","w"))==NULL)
 {printf(msg1,"e1SS.res");
  return;
 }
/* wf1 = stdout; */

 if((wf2=fopen("e1EK.res","w"))==NULL)
 {printf(msg1,"e1EK.res");
  return;
 }
/* wf2 = stdout; */

/* time(&tm);                          */
/* fprintf(wf1,"%s\n",ctime(&tm)); */
/* fprintf(wf2,"%s\n",ctime(&tm)); */

 pf.dstep=iv.dstep=5.;
 rd_prm();

 fprintf(wf1,"dictionary  {");
 fprintf(wf1,"%sA%sv%su%sd1%sd2",fid,fid,fid,fid,fid);
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"%sdp%d",fid,i);
```

```
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"%sdc%d",fid,i);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"%srp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"%src%d",fid,i);
fprintf(wf1,"%sdelta%salpha",fid,fid);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"%sbp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"%sbc%d",fid,i);
fprintf(wf1,"%sPscp%sPscc%st%ss",fid,fid,fid,fid);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"%sXp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"%sXc%d",fid,i);
fprintf(wf1,"\n}\n");

fprintf(wf2,"dictionary  {");
fprintf(wf2,"%sA%sv%su%sd1%sd2",fid,fid,fid,fid,fid);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"%sdp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"%sdc%d",fid,i);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"%srp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"%src%d",fid,i);
fprintf(wf2,"%salpha",fid);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"%sbp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"%sbc%d",fid,i);
fprintf(wf2,"%sPscp%sPscc%st%ss",fid,fid,fid,fid);
for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"%sXp%d",fid,i);
for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"%sXc%d",fid,i);
fprintf(wf2,"\n}\n");

for( A= Adeb; A<= Afin; A+=Astep)
for(d1=d1deb;d1<=d1fin;d1+=d1step)
for(d2=d2deb;d2<=d2fin;d2+=d2step)
for( v= vdeb; v<= vfin; v+=vstep)
for( u= udeb; u<= ufin; u+=ustep)
{for(i=0;i<np;i++)
 {dp[i]=dpdeb[i];
  rp[i]=rpdeb[i];
 }
 for(i=0;i<nc;i++)
 {dc[i]=dcdeb[i];
  rc[i]=rcdeb[i];
 }
 more=1;
 while(more)
 {
  printf("\nA:%g d1:%g d2:%g v:%g u:%g    \r",A,d1,d2,v,u);

  fprintf(wf2,"%g\t%g\t%g\t%g\t%g",A,v,u,d1,d2);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t%g",dp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t%g",dc[i]);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t%g",rp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t%g",rc[i]);

  sd=d1+d2;
```

```
for(i=0;i<np;i++) sd+=dp[i];
for(i=0;i<nc;i++) sd+=dc[i];

if(sd>=1.)
{fprintf(wf1,"%g\t%g\t%g\t%g\t%g",A,v,u,d1,d2);
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",dp[i]);
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",dc[i]);
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",rp[i]);
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",rc[i]);

 fprintf(wf1,"\t."); /* pour le delta */
 fprintf(wf1,"\t."); /* pour le alpha */
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t.");
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t.");
 fprintf(wf1,"\t.\t.");
 fprintf(wf1,"\t.\t.");
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t.");
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t.");
 fprintf(wf1,"\n");

 fprintf(wf2,"\t.");
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t.");
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t.");
 fprintf(wf2,"\t.\t.");
 fprintf(wf2,"\t.\t.");
 for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t.");
 for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t.");
 fprintf(wf2,"\n");
}
else
{for(delta=dtadeb;delta<=dtafin;delta+=dtastep)
 {fprintf(wf1,"%g\t%g\t%g\t%g\t%g",A,v,u,d1,d2);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",dp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",dc[i]);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",rp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",rc[i]);

  fprintf(wf1,"\t%g",delta);

  if(elss()==1)
  {fprintf(wf1,"\t%g",eq[0].alpha);
   for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",eq[0].bp[i]);
   for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",eq[0].bc[i]);
   fprintf(wf1,"\t%g\t%g",eq[0].Pscp,eq[0].Pscc);
   fprintf(wf1,"\t%g\t%g",eq[0].t,eq[0].s);
   for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t%g",eq[0].Xp[i]);
   for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t%g",eq[0].Xc[i]);
   fprintf(wf1,"\n");
  }
  else
```

```
 {fprintf(wf1,"\t.");
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t.");
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t.");
  fprintf(wf1,"\t.\t.");
  fprintf(wf1,"\t.\t.");
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf1,"\t.");
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf1,"\t.");
  fprintf(wf1,"\n");
 }}

 if(elek()==1)
 {fprintf(wf2,"\t%g",eq[0].alpha);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t%g",eq[0].bp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t%g",eq[0].bc[i]);
  fprintf(wf2,"\t%g\t%g",eq[0].Pscp,eq[0].Pscc);
  fprintf(wf2,"\t%g\t%g",eq[0].t,eq[0].s);
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t%g",eq[0].Xp[i]);
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t%g",eq[0].Xc[i]);
  fprintf(wf2,"\n");
 }
 else
 {fprintf(wf2,"\t.");
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t.");
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t.");
  fprintf(wf2,"\t.\t.");
  fprintf(wf2,"\t.\t.");
  for(i=0;i<np;i++) fprintf(wf2,"\t.");
  for(i=0;i<nc;i++) fprintf(wf2,"\t.");
  fprintf(wf2,"\n");
}}

for(i=0;i<nc;i++)
{rc[i]+=rcstep[i];
 if(rc[i]<=rcfin[i]+dtol) i=nc+10;
 else rc[i]=rcdeb[i];
}
if(i<nc+2)
{for(i=0;i<nc;i++)
 {dc[i]+=dcstep[i];
  if(dc[i]<=dcfin[i]+dtol) i=nc+10;
  else dc[i]=dcdeb[i];
}}
if(i<nc+2)
{for(i=0;i<np;i++)
 {rp[i]+=rpstep[i];
  if(rp[i]<=rpfin[i]+dtol) i=np+10;
  else rp[i]=rpdeb[i];
}}
if(i<np+2)
{for(i=0;i<np;i++)
```

```
    {dp[i]+=dpstep[i];
     if(dp[i]<=dpfin[i]+dtol) i=np+10;
/*     else dp[i]=dpdeb[i]; (mettre si on ajoute d'autres var
a la liste)*/
   }}
   if(i<np+2) more=0;
 }}
 fprintf(wf1,"\n");
 fprintf(wf2,"\n");
 fclose(wf1);
 fclose(wf2);
 return;
}

int inputs(bornes *e,int i, int j, int *kp, int *kc)
{int k;

 for(k=0;k<np;k++)
  if(*(kp+k)==0) Xp[i][j][k]=0.;
  else
  {Xp[i][j][k]=Ap*dpwr(t[i][j],d1*den)
                          *dpwr(s[i][j],d2*den)  *dp[k]/(1.-e-
>bp[k])/rp[k]-1.;
   if(Xp[i][j][k]<0.) return(-1);
  }
 for(k=0;k<nc;k++)
  if(*(kc+k)==0) Xc[i][j][k]=0.;
  else
  {Xc[i][j][k]=Ac*dpwr(t[i][j],d1*den)
                              *dpwr(s[i][j],d2*den)  *dc[k]/e-
>bc[k]/rc[k]-1.;
   if(Xc[i][j][k]<0.) return(-1);
  }
 return(1);
}

void keep_eq(bornes *e,prod *pp,int i, int j)
{int k;

 pp->alpha=e->alpha;
 for(k=0;k<np;k++) pp->bp[k]=e->bp[k];
 for(k=0;k<nc;k++) pp->bc[k]=e->bc[k];
 pp->Pscp=Vp;
 pp->Pscc=Vc;
 pp->t=t[i][j];
 pp->s=s[i][j];
 for(k=0;k<np;k++) pp->Xp[k]=Xp[i][j][k];
 for(k=0;k<nc;k++) pp->Xc[k]=Xc[i][j][k];
}
```

```
void valeur(bornes *e,int i, int j)
{int k;

 tmp0=A*dpwr(t[i][j],d1)*dpwr(s[i][j],d2);
 for(k=0;k<np;k++) tmp0*=dpwr(1.+Xp[i][j][k],dp[k]);
 for(k=0;k<nc;k++) tmp0*=dpwr(1.+Xc[i][j][k],dc[k]);

 tmp=0.;
 for(k=0;k<np;k++) tmp+=(1.-e->bp[k])*rp[k]*Xp[i][j][k];
 for(k=0;k<nc;k++) tmp+=(1.-e->bc[k])*rc[k]*Xc[i][j][k];
 Vp=tmp0*(1.-e->alpha)-tmp+(1.-t[i][j])*v;

 tmp=0.;
 for(k=0;k<np;k++) tmp+=e->bp[k]*rp[k]*Xp[i][j][k];
 for(k=0;k<nc;k++) tmp+=e->bc[k]*rc[k]*Xc[i][j][k];
 Vc=tmp0*e->alpha-tmp+(1.-s[i][j])*u;

 return;
}

int dM(bornes *e)
{int i;

 if(dabs(e->alpha-0.5)>dabs(eq[0].alpha-0.5)) return(0);
   for(i=0;i<np;i++)   if(dabs(e->bp[i]-0.5)>dabs(eq[0].bp[i]-
0.5)) return(0);
   for(i=0;i<nc;i++)   if(dabs(e->bc[i]-0.5)>dabs(eq[0].bc[i]-
0.5)) return(0);

 return(1);
}
```

10.2 ROUTINES D'INITIALISATIONS (FICHIER INIT.CPP)

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>
#include <string.h>
#include <my_dfct.h>

#define dtol 1e-13

const int npm=10,ncm=10;

typedef struct
{double alpha,bp[npm],bc[ncm],Pscp,Pscc;
 double t,s,Xp[npm],Xc[ncm];
} prod;
```

```
typedef struct
{double alpha,bp[npm],bc[ncm];
 double dstep;
 double adeb,afin,astep;
 double bpdeb[npm],bpfin[npm],bpstep[npm];
 double bcdeb[ncm],bcfin[ncm],bcstep[ncm];
} bornes;

double psum(int *,double *,int);
void rd_prm(void);
void tvar(bornes *,int *,int *);
int inputs(bornes *,int,int,int *,int *);
void keep_eq(bornes *,prod *,int,int);
void valeur(bornes *, int,int);
int dM(bornes *);
int fixlim(double *,double *,double *,double);
int elss(void);
int VM(bornes *,prod *);
int valSS(bornes *,prod *,int,int);
void save_eq(void);
int elek(void);
int valEK(bornes *,int,int);

char *msg0,*msg1,*msg2,*msg3;

int np,nc;

bornes iv,pf,mx;
prod eq[2],eqi[2]; /* eq[0] et eqi[0] contiennent l'inverse
retenu */
double nint;

double A,    d1,    d2,    dp[npm],    dc[ncm],    rp[npm],
rc[ncm];
double   Adeb,   d1deb,   d2deb,   dpdeb[npm],   dcdeb[ncm],
rpdeb[npm], rcdeb[ncm];
double   Afin,   d1fin,   d2fin,   dpfin[npm],   dcfin[ncm],
rpfin[npm], rcfin[ncm];
double
Astep,d1step,d2step,dpstep[npm],dcstep[ncm],rpstep[npm],rcste
p[ncm];

double u,    v,    delta;
double udeb, vdeb, dtadeb;
double ufin, vfin, dtafin;
double ustep,vstep,dtastep;

double Ap,Ac,B,C,a,b;
```

```
double d,ddmin;

double t[2][2],s[2][2],Xp[2][2][npm],Xc[2][2][ncm];

int chr,nv;
char p_inp[80],nvar[15];
double fdeb,ffin;

double tmp,tmp0;
double den,deni;
double Vp,Vc;

double psum(int *is,double *vect,int dim)
{int i;
 double tot;

 tot=0;
 for(i=0;i<dim;i++)
   tot+=(double)*(is+i) * *(vect+i);
 return(tot);
}

void rd_prm(void)
{bornes *e;
 double *pnt;
 int i;
 FILE *rf;

 np=nc=2;
 Adeb=Afin=100.;
 d1deb=d1fin=0.2;
 d2deb=d2fin=0.2;
 vdeb=vfin=1.0;
 udeb=ufin=0.1;
 dtadeb=dtafin=0.5;

 Astep=d1step=d2step=vstep=ustep=dtastep=1.;

 for(i=0;i<npm;i++) rpdeb[i]=rpfin[i]=2.;
 for(i=0;i<ncm;i++) rcdeb[i]=rcfin[i]=2.;

 pf.adeb=iv.adeb=mx.adeb=0.5;
 pf.afin=iv.afin=mx.afin=0.5;
 pf.astep=iv.astep=mx.astep=1.;

 for(i=0;i<npm;i++)
 {pf.bpdeb[i]=iv.bpdeb[i]=mx.bpdeb[i]=0.5;
  pf.bpfin[i]=iv.bpfin[i]=mx.bpfin[i]=0.5;
  pf.bpstep[i]=iv.bpstep[i]=mx.bpstep[i]=1.;
 }
```

```
 for(i=0;i<ncm;i++)
 {pf.bcdeb[i]=iv.bcdeb[i]=mx.bcdeb[i]=0.5;
  pf.bcfin[i]=iv.bcfin[i]=mx.bcdeb[i]=0.5;
  pf.bcstep[i]=iv.bcstep[i]=mx.bcstep[i]=1.;
 }

 nint=2.;

/* lecture du fichier 'parms' s'il existe */
 if((rf=fopen("parms","r"))==NULL)
  printf("\ninitialisation des parametres par defaut");
 else  /* Parametres par defaut */
 {chr=0;
  while(chr!=EOF)
  {i=0;
                    while(((chr=fgetc(rf))!='\n')&&(chr!=EOF))
p_inp[i++]=(char)chr;
   p_inp[i]='\0';
   if((chr!=EOF)&&(p_inp[0]!='%')&&(p_inp[0]!='\0'))
   {sscanf(p_inp,"%s %d %lf %lf",nvar,&nv,&fdeb,&ffin);
    i=0;
    pnt=NULL;
    e=NULL;

    if(strcmp(nvar,"np")==0)
    {np=nv;
     if(np>npm)
     {printf(msg2,"np","npm","npm");
      exit(EXIT_SUCCESS);
    }}
    else if(strcmp(nvar,"nc")==0)
    {nc=nv;
     if(nc>ncm)
     {printf(msg2,"nc","ncm","ncm");
      exit(EXIT_SUCCESS);
    }}
    else if(strncmp(nvar,"nint",2)==0) nint=fdeb-1.;
    else if(strncmp(nvar,"pf",2)==0) e=&pf;
    else if(strncmp(nvar,"iv",2)==0) e=&iv;
    else if(strncmp(nvar,"mx",2)==0) e=&mx;
                                 else       if(strcmp(nvar,"A")==0)
fixlim(&Adeb,&Afin,&Astep,nint);
                                else       if(strcmp(nvar,"d1")==0)
fixlim(&d1deb,&d1fin,&d1step,nint);
                                else       if(strcmp(nvar,"d2")==0)
fixlim(&d2deb,&d2fin,&d2step,nint);
                                 else       if(strcmp(nvar,"v")==0)
fixlim(&vdeb,&vfin,&vstep,nint);
                                 else       if(strcmp(nvar,"u")==0)
fixlim(&udeb,&ufin,&ustep,nint);
```

```
                    else          if(strcmp(nvar,"delta")==0)
fixlim(&dtadeb,&dtafin,&dtastep,nint);
    else if(strcmp(nvar,"dp")==0) pnt=dp;
    else if(strcmp(nvar,"dc")==0) pnt=dc;
    else if(strcmp(nvar,"rp")==0) pnt=rp;
    else if(strcmp(nvar,"rc")==0) pnt=rc;
    else
            printf("ATTENTION:  VARIABLE  NON  RECONNUE  DANS
'parms'\n");
    if(pnt!=NULL)
    {if(strcmp(nvar,"dp")==0)
     {if(nv>np) printf(msg3,"dp");
      else fixlim(&dpdeb[nv],&dpfin[nv],&dpstep[nv],nint);
     }
     else if(strcmp(nvar,"rp")==0)
     {if(nv>np) printf(msg3,"rp");
      else fixlim(&rpdeb[nv],&rpfin[nv],&rpstep[nv],nint);
     }
     else if(strcmp(nvar,"dc")==0)
     {if(nv>nc) printf(msg3,"dc");
      else fixlim(&dcdeb[nv],&dcfin[nv],&dcstep[nv],nint);
     }
     else if(strcmp(nvar,"rc")==0)
     {if(nv>nc) printf(msg3,"rc");
      else fixlim(&rcdeb[nv],&rcfin[nv],&rcstep[nv],nint);
    }}
    else if(e!=NULL)
    {if(strcmp(&nvar[3],"alpha")==0)
     {if(fixlim(&e->adeb,&e->afin,&e->astep,nint)==0)
      {if(e->adeb<dtol)    e->adeb+=e->astep;
       if(e->afin>1.-dtol) e->afin-=e->astep;
     }}
     else if(strcmp(&nvar[3],"bp")==0)
     {if(nv>np) printf(msg3,"bp");
      else
                    {if(fixlim(&e->bpdeb[nv],&e->bpfin[nv],&e-
>bpstep[nv],nint)==0)
        if(e->bpfin[nv]>1.-dtol) e->bpfin[nv]-=e->bpstep[nv];
     }}
     else if(strcmp(&nvar[3],"bc")==0)
     {if(nv>nc) printf(msg3,"bc");
      else
                    {if(fixlim(&e->bcdeb[nv],&e->bcfin[nv],&e-
>bcstep[nv],nint)==0)
        if(e->bcdeb[nv]<dtol) e->bcdeb[nv]+=e->bcstep[nv];
  }}}}}
  fclose(rf);
 }
}
```

```
void tvar(bornes *e,int *kp,int *kc) /* tient compte de si t,
s, Xp, */
{int i;                                  /* ou Xc est interieur
ou  coin */
 double psdp,psdc;

 psdp=psum(kp,dp,np);
 psdc=psum(kc,dc,nc);
 den=1./(1.-psdp-psdc);
 tmp0=A;
 for(i=0;i<np;i++)
                        tmp0*=(*(kp+i)==0)?1.:dpwr(dp[i]/(1.-e-
>bp[i])/rp[i],dp[i]);
 for(i=0;i<nc;i++)
  tmp0*=(*(kc+i)==0)?1.:dpwr(dc[i]/e->bc[i]/rc[i],dc[i]);

 Ap=dpwr(tmp0,den);
 Ap*=dpwr(1.-e->alpha,(1.-psdc)*den)*dpwr(e->alpha,psdc*den);

 Ac=dpwr(tmp0,den);
 Ac*=dpwr(1.-e->alpha,psdp*den)*dpwr(e->alpha,(1.-psdp)*den);

 tmp=tmp0*dpwr(Ap,psdp)*dpwr(Ac,psdc);
   for(i=0;i<np;i++)    tmp*=(*(kp+i)==0)?1.:dpwr(dp[i]/(1.-e-
>bp[i])/rp[i],dp[i]);
     for(i=0;i<nc;i++)      tmp*=(*(kc+i)==0)?1.:dpwr(dc[i]/e-
>bc[i]/rc[i],dc[i]);
 B=(1.-e->alpha)*tmp-Ap*psdp;
 C=e->alpha*tmp-Ac*psdc;

 tmp=0.;
   for(i=0;i<nc;i++)    tmp+=(*(kc+i)==0)?0.:(1.-e->bc[i])/e-
>bc[i]*dc[i];
 B-=Ac*tmp;

 tmp=0.;
   for(i=0;i<np;i++)     tmp+=(*(kp+i)==0)?0.:e->bp[i]/(1.-e-
>bp[i])*dp[i];
 C-=Ap*tmp;

 a=d1*den;
 b=d2*den;
}

int fixlim(double *deb,double *fin,double *step,double nint)
{*deb=fdeb;
 *fin=ffin;
 if((*step=(*fin-*deb)/nint)<dtol) return(*step=1.);
 return(0);
}
```

10.3 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE ESWARAN-KOTWAL)

```
int elek(void)
{int morem,more,i,k,kp[npm],kc[ncm];
 int eqfnd;

 eqfnd=0;
 eq[0].Pscp=v;

 for(i=0;i<np;i++) mx.bp[i]=mx.bpdeb[i];
 for(i=0;i<nc;i++) mx.bc[i]=mx.bcdeb[i];
 morem=1;
 while(morem)
 {for(mx.alpha=mx.adeb;mx.alpha<=mx.afin;mx.alpha+=mx.astep)
  {for(i=0;i<npm;i++) kp[i]=0;
   for(i=0;i<ncm;i++) kc[i]=0;
   more=1;
   while(more)
   {tvar(&mx,kp,kc);
    t[1][1]=s[1][1]=1.;

    t[1][0]=1.;
    s[1][0]=dpwr(b*C/u,1./(1.-b));

    t[0][1]=dpwr(a*B/v,1./(1.-a));
    s[0][1]=1.;

    deni=1./(1.-a-b);
    t[0][0]=dpwr(a*B/v,(1.-b)*deni)*dpwr(b*C/u,b*deni);
    s[0][0]=dpwr(a*B/v,a*deni)*dpwr(b*C/u,(1.-a)*deni);

    if((a*B>=v)&&(b*C>=u)
     &&(inputs(&mx,1,1,kp,kc)>0))
      if(valEK(&mx,1,1)==1) eqfnd=1;

    if((s[1][0]>0.)&&(s[1][0]<=1.)
     &&(a*B*dpwr(s[1][0],b)>=v)
     &&(inputs(&mx,1,0,kp,kc)>0))
      if(valEK(&mx,1,0)==1) eqfnd=1;

    if((t[0][1]>0.)&&(t[0][1]<=1.)
     &&(b*C*dpwr(t[0][1],a)>=u)
     &&(inputs(&mx,0,1,kp,kc)>0))
      if(valEK(&mx,0,1)==1) eqfnd=1;

    if((t[0][0]>0.)&&(t[0][0]<=1.)
     &&(s[0][0]>0.)&&(s[0][0]<=1.)
     &&(inputs(&mx,0,0,kp,kc)>0))
```

```
      if(valEK(&mx,0,0)==1) eqfnd=1;

     /* boucle pour couvrir toutes les combinaisons de kp et
kc */
     for(k=0;k<nc;k++)
     {kc[k]+=1;
      if(kc[k]<=1) k=nc+10;
      else kc[k]=0;
     }
     if(k<nc+3)
     {for(k=0;k<np;k++)
      {kp[k]+=1;
       if(kp[k]<=1) k=np+10;
       else kp[k]=0;
      }
      if(k<np+3) more=0;
   }}}
   /* boucle pour couvrir toutes les combinaisons de bp et bc
*/
   for(i=0;i<nc;i++)
   {mx.bc[i]+=mx.bcstep[i];
    if(mx.bc[i]<=mx.bcfin[i]+dtol) i=nc+10;
    else mx.bc[i]=mx.bcdeb[i];
   }
   if(i<nc+2)
   {for(i=0;i<np;i++)
    {mx.bp[i]+=mx.bpstep[i];
     if(mx.bp[i]<=mx.bpfin[i]+dtol) i=np+10;
     else mx.bp[i]=mx.bpdeb[i];
    }
    if(i<np+3) morem=0;
 }}
 return(eqfnd);
}

int valEK(bornes *e,int i,int j)
{valeur(e,i,j);

 if(dabs((Vp+=Vc-u)-eq[0].Pscp)<dtol)
 {if(dM(&mx)==1)
  {Vc=u;
   keep_eq(e,&eq[0],i,j);
   return(1);
 }}
 else if(Vp>=eq[0].Pscp)
 {Vc=u;
  keep_eq(e,&eq[0],i,j);
  return(1);
 }
 return(0);
```

```
}
```

10.4 CHOIX DU CONTRAT (MODÈLE DE NÉGOCIATION)

```
int elss(void)
{
int i,more,morei,fndeq;

 fndeq=0;
 ddmin=1e300;
 /* recherche des inverses */
 eq[0].Pscp=v;
 eq[0].Pscc=u;
 for(i=0;i<np;i++) pf.bp[i]=pf.bpdeb[i];
 for(i=0;i<nc;i++) pf.bc[i]=pf.bcdeb[i];
 more=1;
 while(more)

{for(pf.alpha=pf.adeb;pf.alpha<=pf.afin+dtol;pf.alpha+=pf.ast
ep)
  {/* calcul de Vp(M) et Vc(M) */
   eqi[0].Pscp=eq[1].Pscp=v;
   eqi[0].Pscc=eq[1].Pscc=u;
   if(VM(&pf,&eq[1])==1)
   {if(delta*eq[1].Pscc>=u)
    {for(i=0;i<np;i++) iv.bp[i]=iv.bpdeb[i];
     for(i=0;i<nc;i++) iv.bc[i]=iv.bcdeb[i];
     morei=1;
     while(morei)
     {/* calcul de Vp(Mi) et Vc(Mi) */

for(iv.alpha=iv.adeb;iv.alpha<=iv.afin+dtol;iv.alpha+=iv.aste
p)
      {eqi[1].Pscp=v;
       eqi[1].Pscc=u;
       if(VM(&iv,&eqi[1])==1)
      {d=dabs(eq[1].Pscp/delta-eqi[1].Pscp)+dabs(eq[1].Pscc*delta-
eqi[1].Pscc);
        if(dabs(d-ddmin)<dtol)
        {if((dM(&pf)==1)&&(dM(&iv)==1))
         {ddmin=d;
          save_eq();
          fndeq=1;
        }}
        else if(d<ddmin)
        {ddmin=d;
         save_eq();
         fndeq=1;
      }}}
```

```
      /* boucle pour couvrir toutes les combinaisons de iv.bp
et bc */
      for(i=0;i<nc;i++)
      {iv.bc[i]+=iv.bcstep[i];
       if(iv.bc[i]<=iv.bcfin[i]+dtol) i=nc+10;
       else iv.bc[i]=iv.bcdeb[i];
      }
      if(i<nc+2)
      {for(i=0;i<np;i++)
       {iv.bp[i]+=iv.bpstep[i];
        if(iv.bp[i]<=iv.bpfin[i]+dtol) i=np+10;
        else iv.bp[i]=iv.bpdeb[i];
       }
       if(i<np+3) morei=0;
  }}}}}
  /* boucle pour couvrir toutes les combinaisons de pf.bp et
bc */
  for(i=0;i<nc;i++)
  {pf.bc[i]+=pf.bcstep[i];
   if(pf.bc[i]<=pf.bcfin[i]+dtol) i=nc+10;
   else pf.bc[i]=pf.bcdeb[i];
  }
  if(i<nc+2)
  {for(i=0;i<np;i++)
   {pf.bp[i]+=pf.bpstep[i];
    if(pf.bp[i]<=pf.bpfin[i]+dtol) i=np+10;
    else pf.bp[i]=pf.bpdeb[i];
   }
   if(i<np+3) more=0;
 }}
 return(fndeq);
}

int VM(bornes *e,prod *pp)
{int more,i,k,kp[npm],kc[ncm];
 int eqfnd;

 eqfnd=0;
 for(i=0;i<npm;i++) kp[i]=0;
 for(i=0;i<ncm;i++) kc[i]=0;

 more=1;
 while(more)
 {tvar(e,kp,kc);

  t[1][1]=s[1][1]=1;
  t[1][0]=1.;
  s[1][0]=dpwr(b*C/u,1./(1.-b));
  s[0][1]=1.;
  t[0][1]=dpwr(a*B/v,1./(1.-a));
```

```
  deni=1./(1.-a-b);
  t[0][0]=dpwr(a*B/v,(1.-b)*deni)*dpwr(b*C/u,b*deni);
  s[0][0]=dpwr(a*B/v,a*deni)*dpwr(b*C/u,(1.-a)*deni);

  if((a*B>=v)&&(b*C>=u)
   &&(inputs(e,1,1,kp,kc)>0))
    if(valSS(e,pp,1,1)==1) eqfnd=1;

  if((s[1][0]>0.)&&(s[1][0]<=1.)
   &&(a*B*dpwr(s[1][0],b)>=v)
   &&(inputs(e,1,0,kp,kc)>0))
    if(valSS(e,pp,1,0)==1) eqfnd=1;

  if((t[0][1]>0.)&&(t[0][1]<=1.)
   &&(b*C*dpwr(t[0][1],a)>=u)
   &&(inputs(e,0,1,kp,kc)>0))
    if(valSS(e,pp,0,1)==1) eqfnd=1;

  if((t[0][0]>0.)&&(t[0][0]<=1.)
   &&(s[0][0]>0.)&&(s[0][0]<=1.)
   &&(inputs(e,0,0,kp,kc)>0))
    if(valSS(e,pp,0,0)==1) eqfnd=1;

  /* boucle pour couvrir toutes les combinaisons de kp et kc
*/
  for(k=0;k<nc;k++)
  {kc[k]+=1;
   if(kc[k]<=1) k=nc+10;
   else kc[k]=0;
  }
  if(k<nc+2)
  {for(k=0;k<np;k++)
   {kp[k]+=1;
    if(kp[k]<=1) k=np+10;
    else kp[k]=0;
   }
   if(k<np+3) more=0;
 }}
 return(eqfnd);
}

int valSS(bornes *e,prod *pp,int i,int j)
{valeur(e,i,j);
 if((Vp>pp->Pscp)&&(Vc>pp->Pscc)&&(Vp+Vc>pp->Pscp+pp->Pscc))
 {keep_eq(e,pp,i,j);
  return(1);
 }
 return(0);
}
```

```
void save_eq(void)
{int i;
 eq[0].alpha = eq[1].alpha;
 for(i=0;i<np;i++) eq[0].bp[i] = eq[1].bp[i];
 for(i=0;i<nc;i++) eq[0].bc[i] = eq[1].bc[i];
 eq[0].Pscp  = eq[1].Pscp;
 eq[0].Pscc  = eq[1].Pscc;
 eq[0].t     = eq[1].t;
 eq[0].s     = eq[1].s;
 for(i=0;i<np;i++) eq[0].Xp[i] = eq[1].Xp[i];
 for(i=0;i<nc;i++) eq[0].Xc[i] = eq[1].Xc[i];

 eqi[0].alpha = eqi[1].alpha;
 for(i=0;i<np;i++) eqi[0].bp[i] = eqi[1].bp[i];
 for(i=0;i<nc;i++) eqi[0].bc[i] = eqi[1].bc[i];
 eqi[0].Pscp  = eqi[1].Pscp;
 eqi[0].Pscc  = eqi[1].Pscc;
 eqi[0].t     = eqi[1].t;
 eqi[0].s     = eqi[1].s;
 for(i=0;i<np;i++) eqi[0].Xp[i] = eqi[1].Xp[i];
 for(i=0;i<nc;i++) eqi[0].Xc[i] = eqi[1].Xc[i];
}
```

Essai 3

Table des Matières

1. INTRODUCTION 136
2. MODELE DE BASE 140
   2.1 Etapes de Production 141
   2.2 Contrats 142
   2.3 Fonction de Production 143
   2.4 Objectif des Agents 145
   2.5 Résultats 149
3. CONCLUSION 151
4. REFERENCES 152
5. ANNEXE: SOLUTION DU MODELE THEORIQUE 153
   5.1 Allocation des Intrants dans Chacun des Contrats 153
      5.1.1 Contrat Propriétaire-Exploitant 154
      5.1.2 Contrat de Métayage 154
         5.1.2.1 Choix du Propriétaire 154
         5.1.2.2 Choix du Cultivateur 155
   5.2 Caractérisation de la Fonction de Production 155
   5.3 Choix des Paramètres du Contrat 157
   5.4 Solution Sans Risque sur le Marché du Travail 162
   5.5 Solution Avec Risque sur la Production et sur le Marché du Travail 166
      5.5.1 Utilité Générale 166

1. INTRODUCTION

Il est depuis longtemps connu que les paysans dans les PVD sont concernés typiquement par la question de leur exposition au risque causé par des événements tels le climat ou les infestations d'insectes en diversifiant leurs cultures. Le but de ce papier, qui est motivé par des observations empiriques en Tunisie, est de montrer que l'allocation de la terre entre différentes formes contractuelles *où sont plantées les mêmes cultures* peut servir au même but.

Pour un économiste en développement qui a grandi avec le 'résultat d'équivalence' de Newberry-Stiglitz (voir Newberry et Stiglitz, 1974, Newberry, 1975), la proposition précédente peut sembler peu orthodoxe, pour le moins. L'essentiel du résultat d'équivalence de Newberry-Stiglitz est que le propriétaire averse au risque peut atteindre la même exposition au risque qu'avec un contrat de métayage en partageant sa terre entre un contrat de location et de propriétaire-exploitant. En effet, sous des conditions de régularité considérées faibles, (incluant des retours constants, divisibilité parfaite de la terre et source unique de risque), on peut montrer qu'une combinaison convexe de parcelles sous contrat loyer fixe et propriétaire-exploitant accroît la valeur de l'espérance d'utilité par rapport a un contrat de métayage pur. La raison de ce résultat est que bien que le métayage offre la partage de risque par sa nature même, son efficacité est amoindrie par un problème de double risque moral. Par une division de la terre entre les deux contrats propriétaire-exploitant et de locatation, le propriétaire peut se couvrir contre le risque de la même façon qu'avec le contrat de métayage, mais comme ces deux contrats ne souffrent pas du problème de risque moral (dans ces deux contrats, un seul agent exploite la terre et est seul à recevoir la rente résiduelle), cette combinaison des deux contrats est supérieure au contrat de métayage. Au niveau théorique, ce résultat implique que le partage de risque ne peut constituer de lui même une motivation pour l'existence du métayage. En principe, nous partageons ce point de vue et, comme dans l'essai précédent, nous basons l'existence du métayage dans ce papier-ci sur le modèle à double risque moral attribuable à Eswaran et Kotwal (1985).

Nous commençons par étendre le modèle dans deux directions. Premièrement, de manière à adresser le problème de choix de portefeuille du propriétaire de façon adéquate dans le contexte d'un modèle type Eswaran-Kotwal, nous supposons (i) que le propriétaire est averse au risque et (ii) que la dotation du propriétaire en terre est parfaitement divisible entre les différentes formes contractuelles. En soi, ces extensions constituent une nouvelle direction par rapport à l'approche habituelle dans l'étude des contrats de location, où un propriétaire doit décider sous quelle forme contractuelle louer sa terre de grandeur fixe à un locataire donné.

La seconde hypothèse est motivée empiriquement. Le tableau I illustre le 'statut contractuel' de tous les propriétaires de terre dans notre échantillon Tunisien. Des 116 ménages qui étaient propriétaires de terre dans le village tunisien El Oulja, 19.3 pour-cent louaient au moins une parcelle de terre soit sous contrat de métayage soit sous contrat de location fixe. Parmi ceux la, 20.8 pour-cent louaient toute leur terre sous un contrat de métayage, et 22.9 pour-cent louaient toute leur terre sous contrat de location fixe. Un tel comportement est aisément compris en termes de l'approche standard Eswaran-Kotwal, étendue a un contexte principal unique, agents multiples. D'un autre coté, il y avait 22.9 pour-cent de ces ménages qui partageaient leur terre entre un contrat de location fixe et de propriétaire-exploitant: de tels ménages semblent montrer un comportement du type impliqué par le résultat Newberry-Stiglitz. Finalement, il y avait 25.0 pour-cent de ces ménages qui ont choisi de partager leur terre entre en contrat propriétaire-exploitant et de métayage. Un exemple typique est un ménage qui cultive deux parcelles de terres comme propriétaire-exploitant (l'une de 2.5 hectares et l'autre de 0.5 hectares) et loue une parcelle de 5 hectares sous contrat de métayage. Le blé est cultivé sur la parcelle en métayage et sur l'une des parcelles en propriétaire-exploitant, tandis que des oliviers (culture cultivée seulement en propriétaire-exploitant) sont plantés sur l'autre parcelle propriétaire-exploitant.

Tableau I: Répartition des contrats dans le village El Oulja

	propriétaires-exploitants purs	location fixe pure	métayage pur	propriétaire-exploitant/métayeur	propriétaire-exploitant/ location fixe	métayeur/ location fixe	propritaire-exploitant/métayeur/location fixe
Nombre de ménages	116.0	11.0	10.0	12.0	11.0	2.0	2.0
Pourcentage des ménages	70.7	6.7	6.1	7.3	6.7	1.2	1.2
Pourcentage des ménages qui louent au moins une parcelle en métayage ou en loyer fixe		22.9	20.8	25.0	22.9	4.2	4.2
Pourcentage des ménages qui louent au moins une parcelle en métayage			38.5	46.2	n.a.	7.7	7.7

Finalement, pour considérer l'importance du phénomène que nous voulons expliquer dans ce papier en termes de son importance relative comme moyen d'implémenter le contrat de métayage, les ménages en métayage pur constituent 38.5 pourcent de tous les ménages qui détiennent au moins un contrat de métayage. Ceux qui partagent leur terre entre propriétaire-exploitant et métayage constituent 46.2 pourcent de ce sous échantillon. Dans le village de El Oulja, au moins, le partage de la terre entre propriétaire-exploitant et métayage n'est en aucun cas un phénomène marginal.

Un tel comportement est difficile à réconcilier avec le modèle de base d'Eswaran-Kotwal (en ce que les parcelles de terres n'ont pas une dimension fixe — la grandeur de la parcelle paraît être une variable de choix importante dans les mains du propriétaire), et n'est pas cohérente avec le résultat d'équivalence pour des raisons évidentes. D'un autre côté, cette situation fait penser au problème de choix de portefeuille auquel fait face un investisseur désirant allouer sa richesse entre différents actifs risqués. Nous poursuivons donc cette intuition dans ce qui suit.

L'hypothèse clé du 'résultat d'équivalence' que nous relâchons dans ce papier est qu'il y a une seule source de risque. Au lieu de cela, nous supposons que le propriétaire qui décide de partager sa terre entre différentes formes contractuelles fait face a deux sources de risque. La première source de risque est le risque sur la culture — le type de risque qui entre dans le résultat d'équivalence habituel. La seconde source de risque que nous introduisons dans le modèle est celle associée avec l'incertitude concernant le coût d'opportunité du temps d'un locataire potentiel, auquel nous référerons comme un risque de salaire. A part d'être un moyen techniquement pratique d'introduire une seconde source de risque dans le modèle, il y de bonnes raisons de croire que les opportunités alternatives du cultivateur sont incertaines: les conditions locales du marché du travail dans le village et dans les endroits environnants sont en changements continuels, il peut y avoir certain degré d'incertitude quant aux habiletés des cultivateurs dans les autres branches de travail, ou le cultivateur peut avoir un second emploi (par exemple un locataire possède le seul garage dans le village) associé avec des retours incertains.

Notre stratégie de modélisation est la suivante. Nous commençons avec l'incertitude sur la culture comme seule source d'incertitude. De façon à concentrer notre attention sur la diversification du risque à travers le choix contractuel, nous allons supposer que seulement une culture peut être plantée. Nous spécifions un modèle de métayage basé sur le modèle de Eswaran et Kotwal (1985), où le cultivateur spécifie: (i) la quantité de terre à allouer au métayage (le reste étant dévoué au contrat propriétaire exploitant et (ii) les termes du contrat affine optimal sur la terre allouée au métayage. Nous choisissons, de plus, une paramétrisation qui assure que le propriétaire va allouer toute sa dotation de terre au contrat de métayage lorsqu'aucun risque n'est présent dans la production.

Nous introduisons ensuite le risque du salaire dans le modèle et montrons que lorsque les deux sources de risque sont non corrélées, le choix optimal du propriétaire consiste à allouer toute sa terre entièrement au métayage. Ce résultat établit que ce n'est pas la présence seule d'une seconde source de risque qui mène à la diversification du risque à

travers le choix contractuel. La proposition principale de ce papier est constituée par un résultat de nécessité qui montre que si l'allocation optimale du propriétaire de la terre au contrat propriétaire-exploitant est non nulle (avec le reste alloué au métayage), alors ce doit être le cas que le risque associé à la culture et au salaire sont positivement corrélés. L'intuition de ce résultat est la suivante: la parcelle sous contrat propriétaire-exploitant est un actif risqué dont la distribution des rendements est déterminée par le risque sur la culture, tandis que la parcelle sous métayage est un actif risqué dont la distribution des rendements est déterminée conjointement par le risque sur la culture et sur le salaire. Lorsque le risque sur le salaire et sur la culture sont positivement corrélés, cela induit une covariance négative entre les rendements sur la parcelle sous propriétaire-exploitant et sous métayage, menant à la diversification comme choix optimal de portefeuille.

La suite de ce papier est organisée comme suit. A la section suivante, nous posons le modèle de base. Nous y spécifions les étapes de production, l'objectif des agents, puis nous présentons les résultats du modèle que nous avons solutionnés en annexe. La section 3 conclue.

2. MODELE DE BASE

Comme point de départ, nous avons adopté la spécification proposée par Eswaran-Kotwal (1985) à laquelle nous ajoutons le problème de diversification du risque. La diversification du risque nécessite au moins trois ingrédients: (i) que les agents soient averses au risque, (ii) qu'il y ait de l'incertitude dans les gains et (iii) que la structure de l'incertitude soit suffisamment riche afin que les agents puissent s'assurer d'un risque par un autre risque. Nous réglons le premier problème en spécifiant des utilités concaves. Nous remplirons les conditions du second critère en considérant que l'incertitude dans les gains provient de l'incertitude dans la production et dans le salaire alternatif des agents sur le marché du travail. Notons que l'incertitude en agriculture est présente partout, qu'il s'agisse de la

nature, des bris mécaniques, de l'état du marché, des fournisseurs, de l'implication des travailleurs, de leur santé pour ne nommer que ceux-là. Dans notre modèle, nous présentons un cadre simple qui puisse à la fois montrer clairement les résultats et donner une intuition de la réalité. Nous considérons simplement deux sources d'incertitudes afin d'illustrer notre point. Dans les sections suivantes, nous allons décrire plus spécifiquement le modèle. Nous commençons par décrire les différentes étapes de la production agricole, suivi de la description des différents contrats pouvant exister entre les agents puis de la description de la fonction de production.

2.1 ETAPES DE PRODUCTION

Nous divisons les différentes étapes de la production agricole en différentes périodes. Nous illustrons ces différentes étapes de production à la figure 2.1. Selon ce schème, le propriétaire choisit, en période 1, la subdivision de sa terre en différentes parcelles. Une parcelle est définie comme une surface sur laquelle s'applique un contrat particulier donné. Comme nous associons les parcelles à des actifs financiers, et par analogie à la finance, nous nommons cette première étape le 'choix de portefeuille' du propriétaire. A cette étape, le propriétaire choisit aussi les paramètres de partage et de transferts liés au contrat de métayage dont nous parlons dans la suite. A la période 2, se réalise l'aléa sur le marché du travail. A la période 3, sont choisis la quantité d'intrants à fournir dans la production; et finalement, à la période 4 se réalise l'aléa sur la production et la production elle-même.

Voici l'illustration de la séquence que nous venons de décrire:

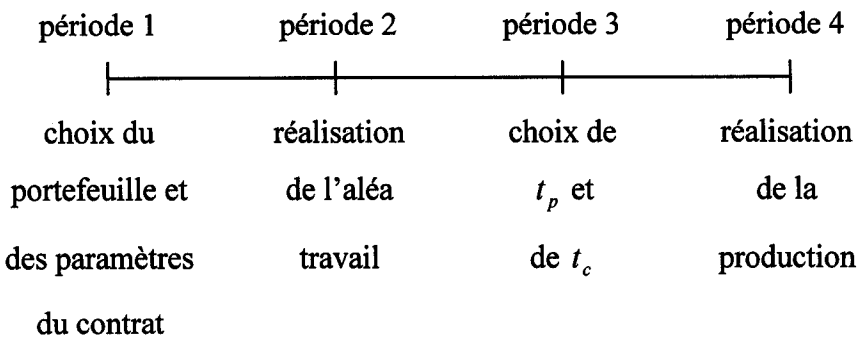


Figure 2.1: Etapes de production

Notons qu'à la période 3, nous supposons que les actions de chacun des deux agents ne sont ni observables ni vérifiables pas l'autre agent.

2.2 CONTRATS

Nous avons regroupé les différentes formes contractuelles que l'on peut retrouver en agriculture en trois catégories, comme le font la plupart des auteurs dans le domaine. Les trois catégories sont le contrat 'propriétaire-exploitant', où le propriétaire cultive seul sa terre, le contrat de 'métayage', où le propriétaire cultive sa terre avec un autre 'cultivateur' et le contrat de location, où le propriétaire loue sa terre contre un loyer fixe. Dans le contrat 'propriétaire-exploitant', le propriétaire organise seul la production agricole; la récolte lui appartient entièrement ainsi que les profits qui en découlent. Dans le contrat de 'métayage', les deux agents organisent la production, se partagent la récolte, et par conséquent les profits selon les termes du contrat à la fin de la période.[1] Le contrat de 'location' quant à lui confère tous les pouvoirs de décisions, la production ainsi que les profits au cultivateur. Celui-ci n'est tenu envers le propriétaire que de payer un taux de location fixe en échange

[1] Nous faisons l'hypothèse implicite que les termes des contrats sont toujours respectés par les deux agents. Entre autres, nous supposons qu'il n'y a pas de problèmes de défaut de paiement de la part du cultivateur, et que la production est parfaitement observable et vérifiable par les deux agents et qu'aucun d'eux ne peut priver l'autre de sa part de revenu (telle que stipulée par le contrat évidemment).

de l'utilisation de la terre. Analytiquement, nous décrivons les trois contrats de la façon suivante:

1. contrat propriétaire-exploitant:

$\tilde{y}^p = F(\cdot)$,

2. contrat de métayage:

$\tilde{y}^p = (1-\alpha)F(\cdot) - T$,

$\tilde{y}^c = \alpha F(\cdot) + T$, avec $\alpha \in (0,1)$,

3. contrat de location

$\tilde{y}^p = R$,

$\tilde{y}^c = F(\cdot) - R$.

Ici, $F(\cdot)$ est la fonction de production agricole aléatoire que nous spécifions plus précisément à la section suivante. α représente la part de la récolte attribuée au cultivateur selon les termes du contrat (le propriétaire recevant la part $1-\alpha$). T est le transfert entre le propriétaire et le cultivateur. R est le loyer réclamé par le propriétaire dans le contrat de location. Le rôle du transfert T est de satisfaire la contrainte de participation du cultivateur. Dans notre papier, nous n'allons considérer que les deux premiers contrats afin de mettre notre résultat principal en évidence. Par ailleurs, dans la suite nous indiçons toutes les variables dans le contrat propriétaire-exploitant par e, les variables dans le contrat de métayage par M. Spécifions maintenant la fonction de production.

2.3 *Fonction de Production*

Dans la fonction de production que nous considérons dans la suite, nous considérons deux types d'intrants, les intrants gestion et supervision notés respectivement par t_p et t_c.

Comme nous verrons à la section suivante, le contrat choisi détermine quel agent fournit quels intrants. De manière générale, nous supposons que la fonction représentant la production agricole sur une unité de terre s'écrit simplement de la façon suivante:

(2.1) $F(t,\varepsilon) = f(t^p) + f(t^c) + \varepsilon$,

où t^p est le temps consacré à l'agriculture par le propriétaire,

t^c le temps consacré à l'agriculture par le cultivateur,

ε est une variable aléatoire t.q. $\mathrm{E}(\varepsilon) = 0$. ε représente les divers aléas affectant la production.

Hypothèse H 2-1: Nous supposons que $f(0) = 0$, $f'(\cdot) > 0$, $f''(0) < 0$. (f est une fonction strictement concave et croissante).

Nous supposons ici que la fonction de production f est définie par unité de terre, linéaire, additive dans l'incertitude ε affectant la production, et qu'elle est strictement concave en ses intrants. Plus loin, nous ajouterons d'autres hypothèses sur la fonction de production afin de garantir l'existence et certaines propriétés des solutions. Comme nous pouvons voir à partir de l'équation 2.1, nous avons également supposé, afin de simplifier les dérivations, que la productivité marginale de l'intrant fourni par l'agent i est indépendant du niveau d'intrant fourni par l'agent j, en d'autres mots, $\frac{\delta^2 F(\cdot)}{\delta t^p \delta t^c} = 0$.[2]

[2] Voir Allen and Lueck (1993) pour une hypothèse similaire.

2.4 OBJECTIF DES AGENTS

Afin d'illustrer clairement le problème de diversification du propriétaire, nous allons réduire le problème du propriétaire et du cultivateur aux éléments essentiels caractérisant les choix auxquels ils font face. Avant de continuer, nous allons préciser la terminologie que nous utilisons. Nous appelons 'métayeur' le propriétaire de la partition de terre cultivée sous un contrat de métayage; le cultivateur sur cette parcelle sera nommé 'métayer'. De même, nous appelons 'locateur' le propriétaire qui loue une partie de sa terre à un 'locataire'. Dans le modèle que nous présentons ici, nous simplifions le problème de diversification du risque du propriétaire en ne considérant que son choix entre deux types de contrats, à savoir les contrats propriétaire-exploitant et métayeur. Dans notre modèle, nous ne considérons pas le problème de choix du contrat du cultivateur. Celui-ci ne participe que de façon exogène comme métayer.

Dans notre modèle, le propriétaire et le cultivateur allouent leur temps entre la production agricole et leur occupation alternative. Nous notons le salaire alternatif du propriétaire et du cultivateur respectivement par v et u. Comme nous expliquerons plus en détail dans la suite, nous considérons que le salaire alternatif du propriétaire est fixe, tandis que celui du cultivateur est aléatoire. Afin encore une fois de simplifier les dérivations, nous supposons que le salaire peut prendre deux valeurs soit la valeur $\underline{u}$ avec probabilité p ou soit la valeur $\overline{u}$ avec probabilité $1-p$. Nous imposons la normalisation suivante sur ces salaires:

Hypothèse H 2-2: Nous supposons que $p\underline{u} + (1-p)\overline{u} = v$.

Lorsque le propriétaire cultive une surface de terre sous contrat propriétaire-exploitant, notée par η^e, son profit sur cette parcelle, linéaire en η^e, s'écrit:

$$\Pi^e = \eta^e\left(f(t^{ep}) + (1-t^{ep^2})v + \varepsilon\right).$$

Lorsque le propriétaire cultive une surface de terre sous contrat de métayage, notée par η^M, son profit sur cette parcelle, linéaire en η^M, s'écrit:

$$\Pi^{Mp} = \eta^M \left((1-\alpha)\left(f(t^{Mp}) + f(t^{Mc}) + \varepsilon \right) + (1 - t^{Mp^2})v + T \right).$$

Dans le contrat de métayage, le profit du cultivateur est donné par:

$$\Pi^{Mc} = \eta^M \left(\alpha\left(f(t^{Mp}) + f(t^{Mc}) + \varepsilon \right) + (1 - t^{Mp^2})u - T \right)$$

Comme on peut voir des expressions précédentes, les intrants t^{ep}, t^{Mp}, et t^{Mc} sont exprimés par unité de surface de terre. Elles représentent le pourcentage de temps efficace alloué entre la culture et l'activité alternative. En effet, le temps au carré représente l'effort croissant que demande la production agricole en fonction du temps alloué à cette production agricole La valeur maximale de ces variables est 1. L'agent alloue alors tout son temps au contrat choisi.

Remarquons que la formulation de la contrainte de temps est plutôt particulière. En effet, le temps total disponible correspond aussi à la quantité totale de terre, notée H, utilisée pour la culture. Nous avons choisi cette formulation afin d'empêcher les substitutions de temps entre les deux contrats pour isoler l'effet de diversification de risque sur lequel nous voulons nous concentrer. En d'autres mots, la quantité de temps allouée à l'un des contrats n'affecte pas la quantité de temps allouée à l'autre contrat. Par conséquent, le choix contractuel n'est pas affecté par des considérations de contraintes de temps. Ceci nous permet donc d'isoler, d'identifier et de mettre en évidence le phénomène de diversification du risque dans le choix contractuel.

Comme nous verrons plus loin, afin d'obtenir des solutions intérieures, nous posons les hypothèses suivantes:

Hypothèse H 2-3: $f'(1) < \min(v, \underline{u})$.

C'est à dire que la productivité marginale de la dotation de temps, lorsque celle-ci est entièrement appliquée à l'exploitation de la terre, est inférieure au revenu alternatif des agents. Comme nous verrons en annexe (voir sections 5.1.1 et 5.1.2), cette hypothèse garantira que les intrants dans les contrats propriétaire-exploitant et de métayage, notés respectivement t^{ep}, t^{MP} et t^{Mc} seront toujours strictement inférieurs à 1.

Hypothèse H 2-4: $f'(0) > v + \overline{u}$.

Ceci garantira que l'espace des solution des intrants dans le contrat de métayage sera non vide. Voir lemme 4.1.

Nous allons maintenant discuter du problème qui se pose aux deux agents. Nous considérons donc le problème d'un propriétaire qui cherche à maximiser l'espérance d'utilité de sa consommation. Dans le modèle, la consommation est limitée par sa richesse selon la relation:

$$C^p \leq W^p = \eta^e\left(f(t^{ep}) + (1-t^{ep^2})v + \varepsilon\right) + \eta^M\left(\left(1-\alpha\right)\left(f(t^{Mp}) + f(t^{Mc}) + \varepsilon\right) + T + (1-t^{Mp^2})v\right),$$

où les variables η^e et η^M représentent la quantité d'hectares cultivés respectivement sous les contrats propriétaire-exploitant et métayage. Comme indique cette équation, la richesse est égale à la somme de la production dans chaque contrat additionnée de son revenu alternatif.

Etant donné que nous nous concentrons sur le problème de choix du propriétaire, nous avons simplifié le plus possible le rôle du cultivateur. Neutre au risque, son rôle se limite dans le modèle à fournir son travail dans la production; la quantité d'intrant qu'il fournit, est aléatoire et dépend de la réalisation du salaire alternatif à la période 2 (voir Figure 2.1). Plus précisément, le profit du cultivateur est simplement donné par:

$$\Pi^c = \eta^M \underset{\varepsilon,\tilde{u}}{E}\left(\alpha\left(f(t^{Mp}) + f(t^{Mc}) + \varepsilon\right) + (1-t^{Mc^2})u\right).$$

En ce qui concerne la fonction d'utilité du propriétaire, nous faisons pour U les hypothèses standard: $U' > 0$ et $U'' < 0$. Nous ajoutons à ce problème les contraintes de positivité sur les variables, une contrainte restreignant la variable α au domaine $[0,1]$, ainsi qu'une contrainte sur l'utilisation de la terre, à savoir que la surface cultivée ne peut dépasser la surface possédée, et nous obtenons ainsi le modèle décrit par les équations 5.1 à 5.8 qui apparaissent en annexe afin d'alléger le texte.

La succession des événements suit la réalisation des différentes étapes telles qu'elles apparaissent à la figure 2.1. Nous résolvons le modèle récursivement. Lorsque les intrants de temps sont choisis, les termes du contrat sont connus. Nous commençons donc, à la section 5.1, par déterminer le choix des intrants par le propriétaire et le cultivateur dans chacun des contrats étant donné les termes du contrat. Donné ces choix, nous procédons dans la section 5.2 à la caractérisation des propriétés de la fonction de production telle que dans le contrat de métayage, le choix des intrants et des termes du contrat soit intérieurs et le contrat de métayage soit en moyenne préféré au contrat propriétaire-exploitant. Nous pourrons ainsi dans ce contexte caractériser comment le choix des contrats peut dépendre de l'interaction entre les diverses sources de risque. A la section 5.3, une fois replacé les fonctions de choix des intrants dans le problème initial, nous pouvons déterminer le choix des termes du contrat et de l'allocation de la terre entre les différents contrats par le propriétaire. En d'autres mots, dans la section 5.3 nous caractérisons les conditions de premier ordre. Nous montrons qu'avec les hypothèses que nous avons posés, le propriétaire cultivera toujours au moins une partie de sa terre sous contrat de métayage, c'est à dire qu'à l'optimum, nous aurons toujours $\eta^M > 0$. A partir de là nous caractérisons la répartition de la terre entre les deux contrats selon les différentes hypothèses que l'on peut faire sur le salaire alternatif du cultivateur. Les hypothèses que nous considérons sont (i) le cas où le salaire du cultivateur n'est pas aléatoire (section 5.4) et (ii) le cas où il est aléatoire (section 5.5). Nous référons à l'annexe pour la résolution détaillée du modèle. Dans la section suivante, nous résumons les résultats que nous y trouvons.

2.5 RÉSULTATS

Premièrement, nos hypothèses de base sont telles que le contrat de métayage, permettant l'utilisation d'intrants 'supérieurs' dans la production, est toujours utilisé par le propriétaire.

Proposition 2.1 Peu importe que le salaire alternatif du cultivateur soit incertain ou non, que dans le premier cas il soit ou non corrélé avec le risque sur la production, $\eta^M > 0$, c'est à dire que le propriétaire allouera toujours au moins une partie de sa terre à une culture sous contrat de métayage.

La preuve est fournie à la proposition 5.1 de l'annexe.

Nous montrons ensuite que (i) lorsqu'il n'y a pas de risque sur le marché du travail du cultivateur, ou bien (ii) lorsqu'il qu'il y a risque, mais que cette incertitude n'est pas corrélée avec le risque sur la production, alors $\eta^e = 0$, c'est à dire que le propriétaire ne cultivera pas une partie de sa terre sous contrat propriétaire-exploitant.

Proposition 2.2 Lorsqu'il n'y a pas de risque sur le marché du travail du cultivateur, alors la valeur de α sera strictement comprise entre 0.5 et 1 à l'optimum et $\eta^e = 0$, c'est à dire que le propriétaire ne cultivera pas une partie de sa terre sous contrat propriétaire-exploitant.

La preuve est fournie aux propositions 5.2 et 5.3 de l'annexe.

Proposition 2.3 Lorsqu'il y a incertitude à la fois sur la production et sur le marché du travail du cultivateur, que les deux sources d'incertitude sont statistiquement indépendantes l'une de l'autre, alors à l'optimum, la valeur optimale de α sera strictement comprise entre 0.5 et 1.

La preuve est fournie aux proposition 5.4, et 5.5 de l'annexe.

Proposition 2.4 Lorsqu'il y a incertitude à la fois sur la production et sur le marché du travail du cultivateur, que les deux sources d'incertitude sont statistiquement indépendantes l'une de l'autre, $\eta^e = 0$, c'est à dire que le propriétaire ne cultive pas de terre sous contrat propriétaire-exploitant.

La preuve est fournie à la proposition 5.6 de l'annexe.

Dans la proposition suivante, nous montrons que si $\eta^e > 0$, alors nécessairement la corrélation entre l'incertitude sur la production et sur le marché su travail du cultivateur est positive.

Proposition 2.5 Si $\eta^e > 0$, alors la corrélation entre l'erreur sur la production et sur le marché du travail du cultivateur est positive.

La preuve est fournie à la proposition 5.7.

Le point principal qu'illustre notre modèle est que le choix contractuel ne dépend pas seulement du rendement de chacun des contrats dans un contexte donné. Noua avons montré dans ce papier que différents contrats peuvent exhiber des structures de risque différentes les uns des autres dans les différents états de la nature. Ainsi, la production agricole étant risquée, il est certainement raisonnable de supposer que les propriétaires vont adopter des stratégies de 'diversification de portefeuille' par l'allocation de leur terres aux différents contrats afin de réduire leur exposition au risque. Dans le contexte de notre modèle, nous avons montré que la présence d'une seule source de risque n'était pas suffisante pour expliquer qu'un propriétaire subdivise sa terre en plusieurs parcelles cultivées sous des contrats différents. En fait, les contrats doivent avoir des structures de rendements appropriées dans les différents états de la nature pour être intéressants du point de vue de la diversification de risque.

3. CONCLUSION

Nous nous sommes proposés dans ce papier de montrer que le problème du choix contractuel auquel font face les propriétaires dans l'agriculture dans les PVD peut être significativement pensé en termes de choix de portefeuille et que le résultat d'équivalence Newberry-Stiglitz, bien qu'établissant que le risque ne constitue pas la motivation pour le métayage en tant que tel, n'exclut pas le comportement intéressant de diversification du risque associé avec le mélange de contrats. Au meilleur de notre connaissance, il n'existe aucun autre modèle théorique qui peut expliquer de façon satisfaisante le mélange de contrats entre le métayage et propriétaire-exploitant que l'on observe dans le village tunisien El Oulja.

Nous espérons dans un travail subséquent être capables d'établir les conditions suffisantes sur la structure de risque telles que la diversification à travers le choix contractuel est la stratégie optimale de choix de portefeuille du propriétaire. Nous pensons qu'une telle condition implique une borne supérieure sur la magnitude de la valeur absolue de la corrélation positive entre le risque sur la culture et sur le salaire, au dessous de laquelle la diversification à travers le choix contractuel devient la stratégie optimale pour un propriétaire averse au risque et au delà de laquelle la 'spécialisation' dans le métayage demeure le choix contractuel optimal. Il faut admettre que les résultats dans ce papier sont préliminaires en ce qu'ils sont basés sur des hypothèses simplificatrices restrictives sur la forme de la technologie et sur la nature des processus stochastiques sous-jacentes au risque sur la culture et sur le salaire. En relâchant ces hypothèses, en spécifiant une technologie et une incertitude en termes de distributions paramétrisées (voir par exemple Holmström, 1979), nous espérons arriver à une démonstration plus générale de nos résultats.

4. REFERENCES

ALLEN, D. AND LUECK, D., 1993, 'Transaction Costs and the Design of Cropshare Contracts,' *RAND Journal of Economics* 24:78-100.

ESWARAN, M. AND KOTWAL, A., 1985, 'A Theory of Contractual Structure in Agriculture,' *American Economic Review*, 75:3.

HOLMSTRÖM, B. (1979) 'Moral Hazard and Observability,' *Bell Journal of Economics*, 10:74-91.

HUANG, C.-F. AND LITZENBERGER, R.H., 1969, *Foundations for Financial Economics*, North Holland.

NEWBERRY, D. (1975), 'The Choice of Rental Contract in Peasant Agriculture,' Ch. 5 in Reynolds, L. G., ed., *Agriculture in Development Theory,* New Haven: Yale University Press.

NEWBERRY, D., ET STIGLITZ, J. E. (1979), 'Sharecropping, Risk Sharing and the Importance of Imperfect Information,' in J.A. Roumasset, et al., eds., *Risk, Uncertainty and Agricultural Development*, (SEARCA: A.D.C. Publishing).

TAKAYAMA, A., 1974, *Mathematical Economics*, The Dryden Press.

5. ANNEXE: SOLUTION DU MODELE THEORIQUE

Le problème du propriétaire à la première période s'écrit:

$$(5.1)\quad \underset{\substack{\alpha,\\ \eta^e,\eta^M}}{MAX}\ \underset{\varepsilon,u}{EU}\Big(\eta^e\big(bt^{ep}+\varepsilon+(1-t^{ep^2})v\big)+\eta^M\Big((1-\alpha)\big(bt^{Mp}+bt^{Mc}+\varepsilon\big)-T+(1-t^{Mp^2})v\Big)\Big),$$

s.c.

$$(5.2)\quad \underset{\varepsilon,u}{E}\Big(\alpha\big(bt^{Mp}+bt^{Mc}+\varepsilon\big)+T+(1-t^{Mc^2})u\Big)\geq \underset{u}{E}\big(u\big),$$

$$(5.3)\quad t^{ep}\in\arg\max\Big[bt^{ep}+(1-t^{ep^2})v\Big],$$

$$(5.4)\quad t^{Mp}\in\arg\max\Big[(1-\alpha)\big(bt^{Mp}+bt^{Mc}\big)+(1-t^{Mp^2})v\Big],$$

$$(5.5)\quad t^{Mc}\in\arg\max\Big[\alpha\big(bt^{Mp}+bt^{Mc}\big)+(1-t^{Mc^2})u\Big],$$

$$(5.6)\quad 0\leq t^{ep}\leq 1,\quad 0\leq t^{Mp}\leq 1,\quad 0\leq t^{Mc}\leq 1,$$

$$(5.7)\quad 0\leq\alpha\leq 1,\ \eta^e\geq 0,\ \eta^M\geq 0,$$

$$(5.8)\quad \eta^e+\eta^M\leq H.$$

5.1 *ALLOCATION DES INTRANTS DANS CHACUN DES CONTRATS*

Notons que nous maintenons les hypothèses sur la fonction de production que nous avons faites à la section précédente (voir les hypothèses 2.1, 2.3, et 2.4), donc, entre autres, les intrants seront toujours strictement positifs.

5.1.1 Contrat Propriétaire-Exploitant

t^{ep} est solution du problème suivant:

$$t^{ep} = \arg\max_{t^{ep}} \left(bt^{ep} + (1 - t^{ep^2})v \right),$$

d'où nous trouvons:

$$t^{ep} = \frac{b}{2v}.$$

Nous aurons évidemment $t^{ep} > 0$, et nous fixons $b \leq 2v$ de manière à avoir $t^{ep} < 1$.

5.1.2 Contrat de Métayage

5.1.2.1 Choix du Propriétaire

t^{Mp} est solution du problème suivant:

$$t^{Mp} = \arg\max_{t^{Mp}} \left((1-\alpha) bt^{Mp} + (1 - t^{Mp^2})v \right),$$

d'où nous trouvons:

$$t^{Mp} = \frac{(1-\alpha)b}{2v}.$$

Nous aurons évidemment $t^{Mp} \geq 0$, et $b \leq 2v$ garantit que $t^{Mp} \leq 1$.

5.1.2.2 Choix du Cultivateur

Donné la réalisation $\hat{u}$ de u, le choix de t^{Mc} est donné par la solution du problème suivant:

$$t^{Mc} = \arg\max_{t^{Mc}} \left(\alpha b t^{Mc} + (1 - t^{Mc2})\hat{u} \right),$$

d'où nous trouvons $t^{Mc} = \dfrac{\alpha b}{2\hat{u}}$.

Nous aurons évidemment $t^{Mc} \geq 0$. Dans la suite, nous analyserons la situation où u peut prendre deux valeurs, $\underline{u}$ et $\overline{u}$ telles que $\underline{u} < v < \overline{u}$ et $E(u) = v$. En notant par $\underline{\underline{u}}$ la valeur minimale de $\underline{u}$ et en faisant l'hypothèse H 5-1, alors nous aurons $t^{Mc} \leq 1$ quelle que soit la valeur de u.

Hypothèse H 5-1: $0 < b \leq 2\underline{\underline{u}}$.

5.2 CARACTÉRISATION DE LA FONCTION DE PRODUCTION

Nous allons faire quelques hypothèses sur la fonction de production afin de mettre en évidence l'aspect de diversification du risque du propriétairre. Nous commençons par choisir une fonction de production telle que, sans risque, il sera avantageux pour les deux agents d'unir leurs efforts dans un contrat de métayage. A cette fin, nous définissons la fonction suivante, qui représente le surplus total généré par le contrat de métayage:

$$\begin{aligned} F(\alpha) &= b t^{Mp}(\alpha) + b \underset{u}{E}\left[t^{Mc}(\alpha, u) \right] + (1 - t^{Mp}(\alpha)^2)v + \underset{u}{E}\left[(1 - t^{Mc}(\alpha, u)^2)u \right] \\ &= \frac{(1-\alpha)b^2}{4v} + \frac{\alpha b^2}{2} \underset{u}{E}\left[\frac{1}{u} \right] + v - \frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v} + \underset{u}{E}[u] - \frac{\alpha^2 b^2}{4} \underset{u}{E}\left[\frac{1}{u} \right] \\ &= \frac{(1-\alpha^2)b^2}{4v} + \alpha(2-\alpha)\frac{b^2}{4} \underset{u}{E}\left[\frac{1}{u} \right] + v + \underset{u}{E}[u], \end{aligned}$$

d'où, après quelques manipulations nous obtenons:

$$F(\alpha)=\frac{b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\alpha\left(2\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]-\alpha\left(\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]\right)\right)\right)+v+\underset{u}{E}[u].$$

Caractérisons maintenant les propriétés de F.

Lemme 5.1 L'espace des solutions t^{Mp} et $t^{Mc}(u)$ positifs est non vide.

Preuve: Il suffit de choisir α strictement compris entre 0 et 1.

Lemme 5.2 La fonction $F(\alpha)$ est strictement concave.

Preuve: Il s'agit de vérifier que la dérivé seconde est strictement négative. Or,

$$F_\alpha(\alpha)=\frac{-b^2\alpha}{2v}+(1-\alpha)\frac{b^2}{2}\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right],$$

et

$$F_{\alpha\alpha}(\alpha)=-\frac{b^2}{2}\left(\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]\right)<0.\ \text{CQFM.}$$

Lemme 5.3 Soit α^M la valeur de α qui maximise $F(\alpha)$. Alors α^M est unique, strictement compris entre 0 et 1, $f(0)<f(\alpha^M)$ et $f(\alpha^M)>f(1)$.

preuve: Remarquons que $F_\alpha(0)=\frac{b^2}{2}\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]>0,$

et que $F_\alpha(1)=\frac{-b^2}{2v}<0.$

Nous déduisons donc, par le théorème de la valeur intermédiaire, que $F'(\alpha)$ s'annulera pour une valeur de α, que nous notons α^M, strictement comprise entre 0

et 1. D'autre part, F étant strictement concave, alors d'une part α^M est unique et d'autre part $F'(\alpha^M)=0$ implique $F(\alpha^M)>F(\alpha)$, $\forall \alpha \neq \alpha^M$, CQFM.

La valeur de α^M est donnée par la solution de $F_\alpha(\alpha^M)=0$. Nous trouvons ainsi:

$$\alpha^M = \frac{\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}{\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}, \qquad \text{et} \qquad F(\alpha^M)=\frac{b^2}{4v}+\frac{\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}{\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}\frac{b^2}{4}\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right].$$

Notons par ailleurs que $F(\alpha^M)-F(0)=\dfrac{\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}{\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}\dfrac{b^2}{4}\underset{u}{E}\left[\dfrac{1}{u}\right]$,

et que $F(\alpha^M)-F(1)=\dfrac{\frac{1}{v}}{\frac{1}{v}+\underset{u}{E}\left[\frac{1}{u}\right]}\dfrac{b^2}{4}\dfrac{1}{v}$.

5.3 *Choix des Paramètres du Contrat*

En remplaçant les choix d'intrants par les valeurs trouvées à la section 5.1, nous pouvons réécrire le problème du propriétaire de la façon suivante:

$$(5.9)\ \underset{\alpha,\eta^e,\eta^M}{MAX}\ \underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)p,$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)(1-p)$$

s.c.

$$(5.10)\ \underset{\varepsilon}{E}\left(\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}+\alpha\varepsilon+T+\underline{u}\right)p+\underset{\varepsilon}{E}\left(\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}+\alpha\varepsilon+T+\overline{u}\right)(1-p)=\underset{u}{E}(u),$$

$$(5.11)\ \eta^e+\eta^M=H,\ 0\le\alpha\le1,\ \eta^e\ge0,\ \eta^M\ge0.$$

Tel que posé, nous pouvons voir ce problème comme un problème de contrôle optimal. Ici u est la variable qui balaye le domaine. En nous référant à Takayama (voir p. 656-665), nous écrivons les différents termes comme suit:

$$f_0[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=\underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\bar{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)(1-p),$$

$$h[\alpha,u]=\underset{\varepsilon}{E}\left(\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}+\alpha\varepsilon+T\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left(\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\bar{u}}+\alpha\varepsilon+T\right)(1-p),$$

$g_{12}[\eta^e,\eta^M]=H-\eta^e-\eta^M=0$, $g_5[\alpha]=\alpha\geq 0$, $g_6[\alpha]=1-\alpha\geq 0$, $g_7[\eta^e]=\eta^e\geq 0$, et $g_8[\eta^M]=\eta^M\geq 0$,

où α, η^e, et η^M sont des paramètres de contrôle. La première contrainte est de type $I\equiv\int_{\underline{u}}^{\bar{u}}h[\alpha,u]du$ et les autres contraintes sont de type $g_j[\alpha,\eta^e,\eta^M]\geq 0$, j=5, 6, 7, et 8 et $g_j[\alpha,\eta^e,\eta^M]=0$, j=12. Nous écrivons le Hamiltonien associé à ce problème comme suit:

$H[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=f_0+\lambda_1 h$,

et le Lagrangien associé comme suit:

$$L[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=H[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]+\sum_{j=5,6,7,8,12}q_j(u)g_j[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]$$

$$=\underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)(1-p)$$

$$+\lambda_1\left[\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p)+T\right]+q_{12}\left(H-\eta^e-\eta^M\right)+q_5\alpha+q_6(1-\alpha)$$

$$+q_7\eta^e+q_8\eta^M.$$

Les conditions de premier ordre sont données par:

$$L_\alpha[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=\eta^M\underset{\varepsilon}{E}U'(\underline{u})\left(-\frac{2(1-\alpha)b^2}{4v}+(1-2\alpha)\frac{b^2}{2\underline{u}}-\varepsilon\right)p$$

$$+\eta^M\underset{\varepsilon}{E}U'(\overline{u})\left(-\frac{2(1-\alpha)b^2}{4v}+(1-2\alpha)\frac{b^2}{2\overline{u}}-\varepsilon\right)(1-p)$$

$$+\lambda_1\left[\frac{(1-2\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}p+\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}(1-p)\right]+q_5-q_6=0.$$

$$L_{\eta^e}[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right]p+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right](1-p)-q_{12}+q_7=0.$$

$$L_{\eta^M}[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right]p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right](1-p)$$

$$-q_{12}+q_8=0,$$

$$\underset{u}{E}L_{\lambda_1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad -T=\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p),$$

$$\underset{u}{E}L_T=0 \quad\Leftrightarrow\quad \lambda_1=\eta^M\underset{\varepsilon}{E}U'(\underline{u})p+\eta^M\underset{\varepsilon}{E}U'(\overline{u})(1-p),$$

avec en plus les conditions associées aux autres contraintes.

En substituant la dernière équation dans la première, celle-ci devient:

$$L_\alpha[\alpha,\eta^e,\eta^M,u]=\eta^M\frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]p\left(-\frac{\alpha}{v}+(1-2\alpha)\frac{1}{\underline{u}}+\frac{\alpha}{\underline{u}}p+\frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$+\eta^M\frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\left(-\frac{\alpha}{v}+(1-2\alpha)\frac{1}{\overline{u}}+\frac{\alpha}{\underline{u}}p+\frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$-\eta^M\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p-\eta^M\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p)+q_5-q_6=0.$$

Commençons par montrer le résultat général suivant:

Proposition 5.1 $\eta^M>0$ et $q_8=0$ à l'optimum.

Avant de prouver cette proposition, établissons quelques résultats. Premièrement, nous allons prouver cette assertion par contradiction. En ce faisant, nous allons supposer $\eta^M=0$. Dans ce cas, l'argument de la fonction d'utility n'est plus fonction de u et les conditions de premier ordre se simplifient pour donner:

$$\underset{u}{E}\,L_\alpha\Big|_{\eta^M=0}=0,$$

$$L_{\eta^e}[\alpha,\eta^e,0,\cdot]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right]-q_{12}+q_7=0,$$

et

$$L_{\eta^M}[\alpha,\eta^e,0,\cdot]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2}\left(\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right]$$

$$-q_{12}+q_8=0.$$

Retournons maintenant à la preuve.

Preuve par contradiction: Supposons $\eta^e > 0$ et $\eta^M = 0$.

$\eta^e > 0$ implique $q_7 = 0$.

Par conséquent, nous trouvons par la condition de premier ordre en η^e :

$$(1-\alpha)\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\left(\frac{b^2}{4v}+v\right)-(1-\alpha)q_{12} = -(1-\alpha)\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)\varepsilon].$$

A partir de la condition de premier ordre en η^M, et en utilisant l'équation qui précède, nous trouvons:

$$-(1-\alpha)\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)\varepsilon] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2}\left(\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)-T+v\right)\right]$$

$$-q_{12}+q_8$$

$$= (1-\alpha)\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\left(\frac{b^2}{4v}+v\right)-(1-\alpha)q_{12}$$

$$< \underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\left(\frac{b^2}{4v}+v\right)-(1-\alpha)q_{12}.$$

De cette relation nous obtenons:

$$\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v}-\frac{b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2}\left(\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)-T\right)+\alpha q_{12}+q_8 < 0.$$

Nous savons par la section 5.2 que le premier terme est positif, car il représente le surplus total moins les profits provenant du contrat propriétaire-exploitant. Les second and troisièmes termes sont aussi évidemment positifs, par conséquent, cette équation constitute une contradiction. Il n'est évidemment pas optimal de choisir $\eta^e = \eta^M = 0$, donc $\eta^M = 0$ contredit les conditions de premier ordre et n'est de ce fait jamais optimal. De plus, $\eta^M > 0 \Rightarrow q_8 = 0$, par la condition d'écart complémentaire, CQFM.

5.4 SOLUTION SANS RISQUE SUR LE MARCHÉ DU TRAVAIL

Lorsqu'il n'y a pas de risque sur le marché du travail du cultivateur, et en utilisant le résultat montré à la proposition 5.1 ($\eta^M > 0$ et $q_8 = 0$ à l'optimum), les conditions de premier ordre s'écrivent:

$$L_\alpha\left[\alpha,\eta^e,\eta^M,u\right] = \eta^M \frac{b^2}{2} \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\right]\left(-\frac{\alpha}{v}+(1-2\alpha)\frac{1}{u}+\frac{\alpha}{u}\right) - \eta^M \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\varepsilon\right] + q_5 - q_6 = 0,$$

$$L_{\eta^e}\left[\alpha,\eta^e,\eta^M,u\right] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right] - q_{12} + q_7 = 0,$$

$$L_{\eta^M}\left[\alpha,\eta^e,\eta^M,u\right] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2u}+(1-\alpha)\varepsilon - T + v\right)\right] - q_{12} = 0,$$

$$-T = \alpha\left(\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha b^2}{4u}\right),$$

avec

$$U(u) = U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2u}+(1-\alpha)\varepsilon - T + v\right)\right).$$

La conditions en α implique:

$$(5.12)\quad \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\varepsilon\right] = \frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\right]\left((1-\alpha)\frac{1}{u}-\alpha\frac{1}{v}\right)+\frac{q_5}{\eta^M}-\frac{q_6}{\eta^M},$$

les conditions de premier ordre en η^e et en η^M impliquent:

$$(5.13)\quad q_7 = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\right]\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2u}-T-\frac{b^2}{4v}\right)-\alpha\,\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(u)\varepsilon\right],$$

et les deux conditions ensembles impliquent:

$$(5.14)\ q_7 = \underset{\varepsilon}{E}[U'(u)]\left(\frac{(1-\alpha)^2 b^2}{4v} + (1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2u} - T - \frac{b^2}{4v} - \alpha\left(-\frac{\alpha b^2}{2v} + (1-\alpha)\frac{b^2}{2u}\right)\right) + \frac{q_5}{\eta^M} - \frac{q_6}{\eta^M},$$

ou encore, en remplaçant le transfert T par sa valeur, les conditions de premier ordre en η^e et en η^M impliquent:

$$(5.15)\ q_7 = \alpha\frac{b^2}{4}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\left(\alpha\frac{1}{v} - (2-\alpha)\frac{1}{u}\right) - \alpha\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)\varepsilon],$$

et les deux conditions ensemble impliquent:

$$(5.16)\ q_7 = \alpha^2\frac{b^2}{2v}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)] + \frac{q_5}{\eta^M} - \frac{q_6}{\eta^M}.$$

Considérons tour à tour les quatre différents cas possibles:

1. cas $q_5 > 0$:

   $q_5 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0,$

   $\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad q_6 = 0,$

   La condition de premier ordre en α s'écrit alors:

   $$L_\alpha = \eta^M \underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\frac{b^2}{2u} - \eta^M \underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)\varepsilon] + q_5 = 0,$$

   or, chacun des termes de cette équation étant positifs, jamais la somme ne pourra être nulle.

2. cas $\alpha > 0,\ \alpha < 1,\ q_7 > 0$:

$\alpha > 0 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$

$\alpha < 1 \quad \Rightarrow \quad q_6 = 0,$

$q_7 > 0 \quad \Rightarrow \quad \eta^e = 0.$

L'équilibre est donné par les équations (5.12) à (5.16).

3. cas $\alpha > 0,\ \alpha < 1,\ \eta^e > 0$:

$\alpha > 0 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$

$\alpha < 1 \quad \Rightarrow \quad q_6 = 0,$

$\eta^e > 0 \quad \Rightarrow \quad q_7 = 0.$

Avec ces valeurs, la condition (5.16) s'écrit:

$\alpha^2 \frac{b^2}{2v} \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\right] = 0$, contredisant l'hypothèse sur la fonction d'utilité.

4. cas $q_6 > 0, q_7 > 0$:

$q_6 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 1,$

$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$

$q_7 > 0 \quad \Rightarrow \quad \eta^e = 0.$

$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad U'(\underline{u}) = U'(\overline{u}) = U'\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v} + v + \varepsilon\right) + \eta^M(-T + v)\right).$

Avec ces valeurs, la condition de premier ordre en α implique:

$q_6 = -\eta^M \frac{b^2}{2v} U'\left(\eta^M(-T + v)\right) < 0$, contredisant les hypothèses de départ.

5. cas $q_6 > 0$, $\eta^e > 0$:

$q_6 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 1,$

$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$

$\eta^e > 0 \quad \Rightarrow \quad q_7 = 0.$

Avec ces valeurs, l'équation (5.16) s'écrit:

$q_6 = -\underset{\varepsilon}{E}[U'(\cdot)]\frac{b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{u}\right) < 0$, contredisant les hypothèses de départ.

Nous pouvons résumer ce qui précède grâce aux deux propositions suivantes:

Proposition 5.2 Lorsqu'il n'y a pas de risque sur le marché du travail du cultivateur, alors $\eta^e = 0$, c'est à dire que le propriétaire n'allouera pas de terre au contrat propriétaire-exploitant et la valeur de α sera strictement comprise entre 0 et 1 à l'optimum.

Preuve: Comme nous pouvons voir dans l'analyse qui précède, le cas possible à l'optimum est le cas 2 où $\eta^e = 0$ et $0 < \alpha < 1$, CQFM.

Proposition 5.3 Lorsqu'il n'y a pas de risque sur le marché du travail du cultivateur, alors à l'optimum, la valeur de α sera supérieure à un demi.

Preuve: La condition de premier ordre en α évaluée à $\alpha = 0.5$ s'écrit: $L_\alpha[\alpha, \eta^e, \eta^M, u] = -\eta^M \underset{\varepsilon}{E}[U'(u)\varepsilon] > 0$, CQFM.

5.5 SOLUTION AVEC RISQUE SUR LA PRODUCTION ET SUR LE MARCHÉ DU TRAVAIL

5.5.1 Utilité Générale

Caractérisons maintenant la solution lorsque u est aléatoire. Notons l'espérance de ε conditionnelle sur les valeurs de u comme suit:

$\underset{\varepsilon}{E}(\varepsilon / \underline{u}) = \varepsilon_1$, et $\underset{\varepsilon}{E}(\varepsilon / \overline{u}) = \varepsilon_2$.

Nous rappelons que la réalisation $\underline{u}$ de u survient avec probabilité p et que $\overline{u}$ survient avec probabilité $1-p$. Les erreurs satisfont l'hypothèse suivante:

Hypothèse H 5-1: $p\varepsilon_1 + (1-p)\varepsilon_2 = 0$.

Notons que si ε et u sont indépendants l'un de l'autre, alors nous aurons $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$. Si ε et u sont corrélés positivement, alors $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ et s'ils sont corrélés négativement, alors $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Rappelons qu'à l'optimum $\eta^M > 0$ et que $q_8 = 0$. Dans le cas général, les conditions de premier ordre s'écrivent:

$$L_\alpha[\alpha, \eta^e, \eta^M, u] = \eta^M \frac{b^2}{2} \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]p\left(-\frac{\alpha}{v} + (1-2\alpha)\frac{1}{\underline{u}} + \frac{\alpha}{\underline{u}}p + \frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$+\eta^M \frac{b^2}{2} \underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\left(-\frac{\alpha}{v} + (1-2\alpha)\frac{1}{\overline{u}} + \frac{\alpha}{\underline{u}}p + \frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$-\eta^M \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p - \eta^M \underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p) + q_5 - q_6 = 0,$$

$$L_{\eta^e}[\alpha, \eta^e, \eta^M, u] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\left(\frac{b^2}{4v} + \varepsilon + v\right)\right]p + \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\left(\frac{b^2}{4v} + \varepsilon + v\right)\right](1-p) - q_{12} + q_7 = 0,$$

$$L_{\eta^M}\left[\alpha,\eta^e,\eta^M,u\right]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right]p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right](1-p)-q_{12}=0,$$

$$-T=\alpha\frac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p),$$

avec

$$\underset{\varepsilon}{E}\left[U(\underline{u})\right]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)\right],$$

$$\underset{\varepsilon}{E}\left[U(\overline{u})\right]=\underset{\varepsilon}{E}\left[U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right)\right].$$

Ce que l'on peut aussi écrire en remplaçant le transfert par sa valeur:

$$\underset{\varepsilon}{E}[U(\underline{u})] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\eta^M\left((1-\alpha^2)\frac{b^2}{4v}+\alpha(1-\alpha)\frac{b^2}{2\underline{u}}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p)+(1-\alpha)\varepsilon+v\right)\right)\right],$$

$$\underset{\varepsilon}{E}[U(\overline{u})] = \underset{\varepsilon}{E}\left[U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\eta^M\left((1-\alpha^2)\frac{b^2}{4v}+\alpha(1-\alpha)\frac{b^2}{2\overline{u}}+\frac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\frac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p)+(1-\alpha)\varepsilon+v\right)\right)\right].$$

La condition en α implique:

$$(5.17)\quad -\eta^M\,\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p\,-\eta^M\,\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p)$$

$$=\eta^M\frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]p\left(\frac{\alpha}{v}-(1-2\alpha)\frac{1}{\underline{u}}-\frac{\alpha}{\underline{u}}p-\frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$+\eta^M\frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\left(\frac{\alpha}{v}-(1-2\alpha)\frac{1}{\overline{u}}-\frac{\alpha}{\underline{u}}p-\frac{\alpha}{\overline{u}}(1-p)\right)-q_5+q_6.$$

Les conditions en η^e et η^M impliquent:

$$(5.18)\quad q_7 = \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]\left(-\alpha(2-\alpha)\frac{b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}-T\right)p\,-\alpha\,\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})]\left(-\alpha(2-\alpha)\frac{b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}-T\right)(1-p)\,-\alpha\,\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p).$$

Les deux relations ensemble impliquent:

$$(5.19)\quad q_7 = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\right]\left(\alpha(-2+3\alpha)\frac{b^2}{4v}+\frac{\alpha^2b^2}{2\underline{u}}-T-\frac{\alpha^2b^2}{2}\left(\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\right]\left(\alpha(-2+3\alpha)\frac{b^2}{4v}+\frac{\alpha^2b^2}{2\overline{u}}-T-\frac{\alpha^2b^2}{2}\left(\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)\right)(1-p)$$

$$+\alpha\frac{q_5}{\eta^M}-\alpha\frac{q_6}{\eta^M}.$$

Si l'on remplace le transfert dans les deux dernières relations, (5.18) devient:

$$(5.20)\quad q_7 = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\right]\frac{\alpha^2b^2}{4}\left(-\frac{1}{v}+2\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{\underline{u}}+\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)p-\alpha\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\varepsilon\right]p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\right]\frac{\alpha^2b^2}{4}\left(-\frac{1}{v}+2\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{\overline{u}}+\frac{1}{\underline{u}}p+\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)(1-p)-\alpha\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\varepsilon\right](1-p),$$

et l'équation (5.19) devient:

$$(5.21)\quad q_7 = \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\right]\frac{\alpha^2b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\underline{u}}+\frac{1}{\underline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\right]\frac{\alpha^2b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\overline{u}}+\frac{1}{\overline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)(1-p)+\alpha\frac{q_5}{\eta^M}-\alpha\frac{q_6}{\eta^M}.$$

1. Cas $q_5 > 0$:

$q_5 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0,$

$\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad q_6 = 0,$

$\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad U(\underline{u}) = U(\overline{u}) = U(\cdot) = U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)+\eta^M\left(\frac{b^2}{4v}+\varepsilon+v\right)\right),$

$\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad -T = 0.$

Avec ces valeurs, la condition en α s'écrit:

$$L_\alpha\left[\alpha,\eta^e,\eta^M,u\right]=\eta^M\frac{b^2}{2}\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\right]\left(p\frac{1}{\underline{u}}+(1-p)\frac{1}{\overline{u}}\right)-\eta^M\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\varepsilon\right]+q_5=0,$$

or, chacun des termes de cette équation étant positifs, l'égalité à zéro constitue une contradiction.

2. Cas $\alpha>0,\ \alpha<1,\ q_7>0$:

$\alpha>0 \quad\Rightarrow\quad q_5=0,$

$\alpha<1 \quad\Rightarrow\quad q_6=0,$

$q_7>0 \quad\Rightarrow\quad \eta^e=0.$

$$U(\underline{u})=U\left(\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\underline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right),$$

$$U(\overline{u})=U\left(\eta^M\left(\frac{(1-\alpha)^2b^2}{4v}+(1-\alpha)\frac{\alpha b^2}{2\overline{u}}+(1-\alpha)\varepsilon-T+v\right)\right),$$

et $-T=\alpha\dfrac{(1-\alpha)b^2}{2v}+\dfrac{\alpha^2b^2}{4\underline{u}}p+\dfrac{\alpha^2b^2}{4\overline{u}}(1-p).$

La solution du modèle est donnée par les équations (5.17) à (5.21) lorsqu'on y remplace ces valeurs.

3. Cas $\alpha>0,\ \alpha<1,\eta^e>0$:

$\alpha>0 \quad\Rightarrow\quad q_5=0,$

$\alpha<1 \quad\Rightarrow\quad q_6=0,$

$\eta^e>0 \quad\Rightarrow\quad q_7=0.$

La solution du modèle est donnée par les équations (5.17) à (5.21) lorsqu'on y remplace ces valeurs.

4. Cas $q_6 > 0$, $q_7 > 0$:

$$q_6 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 1,$$

$$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$$

$$q_7 > 0 \quad \Rightarrow \quad \eta^e = 0.$$

$$\alpha = 1 \text{ et } \eta^e = 0 \Rightarrow \quad U(\underline{u}) = U(\overline{u}) = U(\cdot) = U\left(\eta^M(-T+v)\right),$$

$$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad L_\alpha\left[\alpha, \eta^e, \eta^M, u\right] = -\eta^M \frac{b^2}{2} \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\right]\frac{1}{v} - q_6 = 0,$$

or, chacun des termes étant négatifs, cette équation ne peut s'annuler, contredisant les conditions de premier ordre.

5. Cas $q_6 > 0, \eta^e > 0$:

$$q_6 > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 1,$$

$$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad q_5 = 0,$$

$$\eta^e > 0 \quad \Rightarrow \quad q_7 = 0.$$

$$\alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad U(\underline{u}) = U(\overline{u}) = U(\cdot) = U\left(\eta^e\left(\frac{b^2}{4v} + \varepsilon + v\right) + \eta^M(-T+v)\right),$$

Avec ces valeurs, l'équation (5.18) s'écrit:

$$\underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\right]\left(-T - \frac{b^2}{4v}\right) - \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\cdot)\varepsilon\right] = 0.$$

Or les deux termes à gauche de l'égalité sont positifs et donc l'équation ne peut s'annuler, contredisant les conditions de premier ordre.[1]

---

[1] $-T - \frac{b^2}{4v} = \frac{b^2}{4}\left(p\frac{1}{\underline{u}} + (1-p)\frac{1}{\overline{u}} - \frac{1}{v}\right)$

$$= \frac{b^2}{4\underline{u}\overline{u}v}\left(p\overline{u}v + (1-p)\underline{u}v - \underline{u}\overline{u}\right)$$

$$= \frac{b^2}{4\underline{u}\overline{u}v}\left(\frac{pv^2 - p^2\underline{u}v}{1-p} + \frac{(1-p)^2\underline{u}v}{1-p} - \frac{\underline{u}v - p\underline{u}^2}{1-p}\right) \text{ en utilisant la relation } \overline{u} = \frac{v - p\underline{u}}{1-p}$$

Proposition 5.4 Lorsqu'il y a incertitude à la fois sur la production et sur le marché du travail du cultivateur, que les deux sources d'incertitude sont statistiquement indépendantes l'une de l'autre, alors à l'optimum, la valeur optimale de α sera strictement comprise entre 0 et 1, ce qui implique $q_5 = q_6 = 0$.

Preuve: Seul l'un des cas 2 ou 3 est possible à l'optimum.

Proposition 5.5 Lorsqu'il y a incertitude à la fois sur la production et sur le marché du travail du cultivateur, que les deux sources d'incertitude sont statistiquement indépendantes l'une de l'autre, alors à l'optimum, la valeur de α sera supérieure à un demi.

Preuve: La condition de premier ordre en α évaluée à $\alpha = 0.5$ s'écrit:

$$L_\alpha\left[\alpha, \eta^e, \eta^M, u\right]\Big\|_{\alpha=0.5} = \eta^M \frac{b^2}{4} \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\right] p\left(\frac{1}{\underline{u}} p + \frac{1}{\overline{u}}(1-p) - \frac{1}{v}\right)$$

$$+\eta^M \frac{b^2}{4} \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\right](1-p)\left(\frac{1}{\underline{u}} p + \frac{1}{\overline{u}}(1-p) - \frac{1}{v}\right)$$

$$-\eta^M \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\underline{u})\varepsilon\right] p - \eta^M \underset{\varepsilon}{E}\left[U'(\overline{u})\varepsilon\right](1-p)$$

> 0, car chacun des termes de l'équation est positif.

Proposition 5.6 A l'optimum, lorsque le risque sur la production et sur le salaire de réserve du cultivateur sont indépendants, $\eta^e = 0$, c'est à dire que le propriétaire n'allouera pas de terre au contrat propriétaire-exploitant.

Preuve: Lorsque le risque sur la production et sur le marché du travail du cultivateur sont indépendants, l'équation (5.21) s'écrit:

$$= \frac{b^2}{4(1-p)\underline{u}\overline{u}v}\left(pv^2 - p^2\underline{u}v + \underline{u}v - 2p\underline{u}v + p^2\underline{u}v - \underline{u}v + p\underline{u}^2\right)$$

$$= \frac{pb^2(v-\underline{u})^2}{4(1-p)\underline{u}\overline{u}v}$$

> 0.

$$q_7 = \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]\frac{\alpha^2 b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\underline{u}}+\frac{1}{\underline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})]\frac{\alpha^2 b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\overline{u}}+\frac{1}{\overline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)(1-p).$$

Or, par la condition de premier ordre en α nous obtenons

$$q_7 = \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]\frac{\alpha^2 b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\underline{u}}+\frac{1}{\underline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)p$$

$$+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\frac{\alpha^2 b^2}{4}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{\overline{u}}+\frac{1}{\overline{u}}-\frac{1}{\underline{u}}p-\frac{1}{\overline{u}}(1-p)\right)$$

$$= -\frac{\alpha}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p-\frac{\alpha}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p)+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]p\frac{\alpha b^2}{4}\frac{1}{\underline{u}}+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\frac{\alpha b^2}{2}\frac{1}{\overline{u}}$$

$$>0.$$

Or $q_7 > 0$ implique $\eta^e = 0$, CQFM.

Proposition 5.7 Si $\eta^e > 0$, la corrélation entre l'erreur sur la production et sur le marché du travail du cultivateur est positive.

Preuve: Remarquons que $\eta^e > 0$ implique $q_7 = 0$. Or, d'après l'expression de q_7 apparaissant dans la preuve de la proposition précédente, nous trouvons que $q_7 = 0$ implique

$$\frac{\alpha}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})\varepsilon]p+\frac{\alpha}{2}\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})\varepsilon](1-p)$$

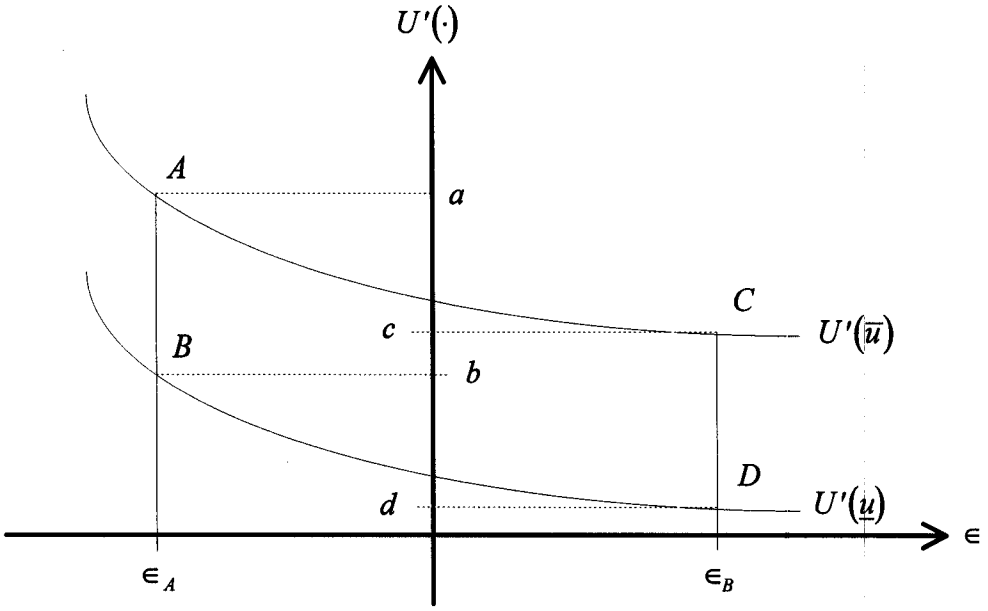
$$= \underset{\varepsilon}{E}[U'(\underline{u})]p\frac{\alpha b^2}{4}\frac{1}{\underline{u}}+\underset{\varepsilon}{E}[U'(\overline{u})](1-p)\frac{\alpha b^2}{2}\frac{1}{\overline{u}}$$

$$>0.$$

Or le terme de gauche ne peut être positif que si la corrélation entre l'erreur sur la production et sur le marché du travail du cultivateur est positive. Nous illustrons ce

résultat par le cas simplifié suivant. Considérons que ε ne puisse prendre que deux valeurs, soit ε_1 ou ε_2. Si la corrélation entre les erreurs ε et u est négative, alors $U'(u)$ prendra ses valeurs aux points A et D et vaudra a et d. Il est clair que le terme de gauche, qui ici vaut $a\varepsilon_A + d\varepsilon_B$, sera négatif. Par contre, si la corrélation entre les erreurs ε et u est positive, alors $U'(u)$ prendra ses valeurs aux points C et B et vaudra c et b. Il est clair que le terme de gauche, qui ici vaut $\varepsilon_A + c\varepsilon_B$, sera positif.

Figure 5.1: Illustration de la proposition 5.7.



Le graphique montre que ce n'est pas parce que la corrélation entre les erreurs est positive que le terme de gauche sera nécessairement positif. En effet, si l'écart entre les erreurs ε_A et ε_B était plus grand, nous pourrions obtenir $b > c$ qui entrainerait un signe négatif pour le terme de gauche. Par contre, une corrélation positive implique bien une corrélation positive entre les erreurs, CQFM.