UNIVERSITE DE MONTREAL

ENDOGENEISATION DES PRIX DANS LES SYSTEMES DE DEMANDE AVEC OU SANS RATIONNEMENT

PAR

ABDELKRIM ZADI

DEPARTEMENT DE SCIENCES ECONOMIQUES

FACULTE DES ARTS ET DES SCIENCES

MEMOIRE PRESENTE A LA FACULTE DES ETUDES SUPERIEURES
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
MAITRE ES SCIENCES (M.Sc.)

MAI 1983

TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE

L'hypothèse d'exogénéité des prix a toujours été implicite dans l'estimation des systèmes complets de demande. Cependant c'est une hypothèse très restrictive.

L'objet de cette recherche est de tester l'hypothèse que les variations de prix sont exogènes. Pour ce faire un test d'Hausman fut appliqué à deux systèmes de demandes : le système dit direct et le système sous rationnements quantitatifs, en utilisant deux types d'agrégation sur les biens : une agrégation à 4 biens et une à 7 biens.

Le test est appliqué pour chaque équation séparément et à chaque fois on a rejeté l'hypothèse d'indépendance entre les variables explicatives stochastiques et les termes d'erreur de l'équation structurelle pour une des équations du système sous rationnements quantitatifs pour chacune des agrégations.

INTRODUCTION

Ce n'est que récemment que l'on s'est intéressé à l'estimation des systèmes complets de demande[1]. Barten et Geyskens (1975) ont été les premiers à estimer un système complet de demande sous les contraintes de négativité et de symétrie. Theil (1976), Salvas-Bronsard et al. (1977), Anderson et Wilkinson (1979) ont réussi de leur part à estimer la réciproque de ce système. Ainsi selon le sens attribué à la régression, tantôt on considérait que ce sont les prix qui sont exogènes ($X = f(p)$), tantôt que ce sont les quantités ($p = f^{-1}(X)$). Pour les pionniers du domaine des systèmes de demande, R. Roy (1970) et H. Schultz (1938), ces deux spécifications sont en fait a priori équivalentes.

L'estimation toutefois d'un système mixte, où certains prix ainsi que certaines quantités sont exogènes (C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1979)), constituera une nouveauté dans l'économétrie de la demande et assurera l'unité dans l'analyse. C'est en effet par l'étude de la forme réduite du système mixte qu'on pourra aborder le cas du rationnement quantitatif.

Dans ce mémoire on estimera deux sortes de systèmes de demande sous l'hypothèse d'exogénéité des prix, puis on remettra en cause cette hypothèse. L'objet est donc double :

---

[1]Barten (1967)-(1977), Theil (1965), Stone (1954).

- dans un premier temps le travail portera sur l'estimation des systèmes complets de demande : classique (ou direct), et avec rationnements quantitatifs, sous les contraintes de symétrie et d'homogénéité. Pour pouvoir estimer de tels systèmes on les paramétrise à la façon de Rotterdam. L'estimation fut faite par les méthodes des moindres carrés sans contrainte et des moindres carrés généralisés sous contraintes. On a considéré la différentielle du logarithme du prix ($d \log p$) comme variable exogène, à côté de la somme des dépenses totales per capita ($\iota' w \, d \log X$) pour le modèle direct, à côté de ($\iota' b w \, d \log X$) et du travail (X_2) pour le modèle sous rationnements;
- dans un second temps, l'hypothèse d'exogénéité des prix, considérée comme restrictive, fut testée. On tente alors d'endogénéiser les prix en proposant des équations de formation des prix. Pour ce, on postule à l'instar de Malinvaud (1980) que les prix dépendent de la demande excédentaire.

En ajoutant ces équations de prix à notre système de demande, on obtient un système d'équations simultanées qui fut estimé par triples moindres carrés sous contraintes.

Pour tester l'exogénéité des prix, j'ai utilisé le test de Hausman dont l'équivalence avec un test de Wu a été prouvée par Nakamura et Nakamura (1981). Les contraintes de symétrie et d'homogénéité sont vérifiées par un test de Fisher.

Le présent mémoire a aussi comme objet intermédiaire de montrer qu'il existe plusieurs structures expliquant le comportement adaptatif des consommateurs.

L'ensemble du travail a été fait pour deux types d'agrégation : une agrégation à quatre biens et une agrégation à sept biens, à partir des données annuelles canadiennes de 1947 à 1977.

La première partie de ce texte porte sur le cadre conceptuel et se divise en deux parties : le chapitre I qui traite de la spécification des systèmes de demande et le chapitre II de la spécification des équations de prix.

La deuxième partie porte sur les méthodes d'estimation et les tests. Dans un chapitre premier on présente la théorie économétrique relative à ces deux questions, et dans le chapitre II on trouvera une analyse des résultats.

PARTIE I

Cadre conceptuel

On appelle fonction de demande pour un individu, i, la correspondance qui existe entre sa situation de budget et sa consommation[1]. En termes formalisés, c'est l'ensemble de N fonctions :

$$(0.1) \qquad X_j^i = f(p_1, p_2, \ldots, p_N, R^i) \qquad j = 1, 2, \ldots, N$$

qui relient les consommations de chaque bien X_j^i par l'individu i, en fonction des éléments $p_1, p_2, \ldots, p_N$ et d'une situation de budget R^i. De façon compacte, on écrit le système de demande ainsi :

$$(0.2) \qquad X = f(p, R)^2$$

Pour un tel système, on rencontre les propriétés sommaires suivantes :

i) les fonctions X_j sont des fonctions univoques, parfaitement définies en fonction des p_j et R;

ii) les achats de "i" sont liés par l'équation de budget :

$$(0.3) \qquad \sum_{j=1}^{N} X_j \, p_j = R \quad ;$$

iii) les X_j sont des fonctions homogènes de degré zéro en termes des prix et R, c'est-à-dire : $\forall \lambda > 0$, on aura :

$$X_j(\lambda p_1, \lambda p_2, \ldots, \lambda p_N, \lambda R) = X_j(p_1, p_2, \ldots, p_N, R)$$

---

[1]A. Nataf (1964).

[2]<u>Note</u> : X_i^i : l'indice supérieur indique le consommateur i, et l'indice inférieur le prix i.

Pour des raisons de simplicité dans les notations, on omettra l'indice supérieur i.

iv) les X_j^i sont des fonctions intégrables. Les conditions d'intégrabilité permettent de déduire la fonction d'utilité U à partir des fonctions X_j. Ces conditions s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial X_i}{\partial p_j} + X_j \frac{\partial X_i}{\partial R} = \frac{\partial X_j}{\partial p_i} + X_i \frac{\partial X_j}{\partial R} \tag{0.4}$$

qui sont les équations de Slutsky.

En réérivant convenablement (0.4) on obtient :

$$\left[\frac{\partial X_i}{\partial p_j}\right] = K_{ij} - \left[\frac{\partial X_i}{\partial R}\right] X_j \tag{0.5}$$

où $K_{ij} = \frac{\partial X_j}{\partial p_i} + \frac{\partial X_j}{\partial R} X_i$.

(0.5) se lit ainsi : l'effet d'une variation du prix du bien j sur la quantité du bien i, se décompose en un effet de substitution (K_{ij}) et un effet-revenu $\left(- \frac{\partial X_j}{\partial R} X_i\right)$.

(0.5) possède les conditions suivantes :

a) $\sum_{i=1}^{N} p_i \frac{\partial X_i}{\partial R} = 1$: additivité

Toute augmentation de revenu est intégralement dépensée sur les biens.

b) $\sum_{j=1}^{N} K_{ij}\, p_j = 0$: homogénéité;

c) $K_{ij} = K_{ji}$: symétrie

d) $K_{ii} < 0$: négativité[1].

Ces conditions vont nous être très utiles dans le travail d'estimation.

[1]Ceci est une condition nécessaire mais non suffisante de la négativité. Cette notion sera précisée par la suite.

CHAPITRE I

La spécification des systèmes de demande

Lorsque les variations des prix sont exogènes le comportement adaptatif du consommateur est décrit par le modèle classique. Le modèle réciproque sera utilisé par contre si ce sont les variations des quantités qui sont exogènes. Si certaines variations de prix en même temps que celles des quantités sont exogènes c'est le modèle mixte qui est opératoire. Le modèle R.Q. rend compte, quant à lui, de la situation où il y a rigidité des prix et existence de contraintes de rationnements. Ces modèles devront par la suite être paramétrisés de façon qu'on puisse les estimer.

Le modèle réciproque ne sera pas présenté. Le travail d'estimation ne portera pas sur ce modèle ni sur le modèle mixte, mais ce dernier sera étudié car il nous permettra de comprendre la spécification du modèle R.Q.

SECTION 1 : Les modèles[1]

1. Le modèle classique

Soit la fonction walrasienne f à valeur vectorielle, telle que :

(1) $$X = f(p, R)$$

Sa différentielle s'écrit :

---

[1]C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1980a).

(1.2) $$dX = \frac{\partial X}{\partial p}\, dp + \frac{\partial X}{\partial R}\, dR$$

où $\partial X/\partial p$ est la matrice d'effets-prix;

$\partial X/\partial R$ est le vecteur d'effet-revenu.

Le revenu est conçu comme la dépense, et on considère l'épargne et le crédit comme faisant partie du vecteur des demandes X. On écrit :

(1.3) $$R = p'X$$

dont la différentielle est donnée par :

(1.4) $$dR = p'dX + X'dp$$

En posant :

(1.5) $$K = \left[\frac{\partial X}{\partial p} + \frac{\partial X}{\partial R}\, X'\right]$$

et

(1.6) $$k = \frac{\partial X}{\partial R}$$

On obtient alors l'équation suivante :

(1.7) $$dX = K\, dp + k\, p'dX$$

où X est le vecteur (Nx1) des demandes;

p est le vecteur (Nx1) des prix;

K est la matrice (NxN) de Slutsky;

k est le vecteur (Nx1) des propensions marginales à consommer;

N est le nombre de biens.

On estime (1.7) sous les conditions suivantes, qu'on appelle structure locale de Slutsky :

(1.8)
$$\begin{aligned}
&K = K' \quad \text{(symétrie ou intégrabilité de Slutsky)}\\
&Kp = 0 \quad \text{(homogénéité de degré zéro)}\\
&\zeta' K \zeta < 0 \ , \quad \forall \zeta \neq \lambda p \ , \quad \lambda \varepsilon R \ , \quad \zeta \varepsilon R^n \quad \text{(négativité)}\\
&p'k = 1 \quad \text{(additivité)}.
\end{aligned}$$

Pour le consommateur "i" en particulier (1.7) s'écrit :

(1.9) $$dX^i = K^i \, dp + k^i \, p' \, dX^i$$

et pour un groupe de consommateurs, on somme sur i l'équation (1.9) pour obtenir la forme agrégée :

(1.10) $$dX = K \, dp + \sum_{i=1}^{\ell'} k^i \, p' \, dX^i$$

où $dX = \sum_{i=1}^{\ell'} dX^i$, $K = \sum_{i=1}^{\ell'} K^i$

il y a ℓ' individus dans ce groupe.

A ce stade, on introduit deux hypothèses[1] :

i) on fait l'hypothèse de covariance nulle entre les propensions marginales à consommer et les variations de revenu réel. On a alors :

(1.11) $$\sum_{i=1}^{\ell'} (k^i - \overline{k})(p' \, dX^i - p' \, dX) = 0$$

où $\overline{k} = \frac{1}{\ell'} \sum_i k^i$.

[1]C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1980c).

(1.11) représente la condition nécessaire et suffisante d'agrégation des revenus réels;

ii) on suppose ainsi que les décisions de consommation sont séparables dans le temps et l'espace[1], et que la covariance entre les effets de substitution et les variations de prix est nulle.

Sous ces conditions, (1.10) devient :

$$dX = K\ dp + \overline{k}\ p'\ dX \tag{1.12}$$

possédant les propriétés :

$$\begin{aligned} K &= K' \\ Kp &= 0 \\ \zeta' K \zeta &< 0\ ,\quad \forall \zeta \neq \lambda p\ ,\quad \lambda \varepsilon R \\ p'k &= 1\ . \end{aligned} \tag{1.8}$$

Par (1.12) on a le modèle classique direct[2] qui décrit l'adaptation d'un secteur de la consommation lorsque les variations de prix sont exogènes et sont les mêmes pour tous les consommateurs du secteur.

2. Le modèle mixte

Partitionnons les vecteurs X et p de la façon suivante :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}\ ;\quad p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}$$

---

[1] Ibid.

[2] Par opposition au modèle réciproque, voir C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1980b).

Soit dX_1 la variation de la demande de biens de consommation et dp_2 la variation du salaire. Si l'on considère que dX_1 et dp_2 sont endogènes et que dX_2 et dp_1 sont exogènes, on aura alors :

$$(1.13) \qquad \begin{bmatrix} I & -K_{12} \\ 0 & -K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_1 \\ dp_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ K_{21} & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp_1 \\ dX_2 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{\ell'} k^i \; p' \; dX^i$$

Puisque la sous-matrice K_{22} de (1.13) est régulière[1], il suffit de prémultiplier (1.13) par (1.14) pour obtenir la forme réduite :

$$(1.14) \qquad \begin{bmatrix} I & -K_{12}\,K_{22}^{-1} \\ 0 & -K_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

et en changeant les notations[2], on obtient la structure suivante :

$$(1.15) \qquad \begin{bmatrix} dX_1 \\ dp_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp_1 \\ dX_2 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{\ell'} \begin{bmatrix} \beta_1^i \\ \beta_2^i \end{bmatrix} p' \; dX^i$$

qui possède les propriétés suivantes :

$$S_{11} = S'_{11} \;, \quad S_{22} = S'_{22} \;, \quad S_{12} = -S_{21}$$

$$S'_{11}\, p_1 = 0 \;, \quad S'_{12}\, p_1 = 0 \;, \quad S_{21}\, p_1 = -p_2$$

$$(1.16) \qquad \xi'_1 S_{11} \xi_1 < 0 \;, \quad \forall \xi_1 \neq \theta p_1 \;, \quad \theta \varepsilon R$$

$$\xi'_2 S_{22} \xi_2 < 0 \;, \quad \forall \xi_2 \neq \theta p_2$$

$$p'_1\, \beta_1^i = 1 \;, \quad \forall\; i$$

---

[1] Ibid.

[2] C. Bronsard, R. Lafrance et L. Salvas-Bronsard (1982b).

avec : $S_{11} = K_{11} - K_{12}\, K_{22}^{-1}\, K_{21}$, $S_{12} = K_{12}\, K_{22}^{-1}$

$S_{21} = -K_{22}^{-1}\, K_{21}$, $S_{22} = K_{22}^{-1}$

$\beta_1^i = k^i - K_{12}\, K_{22}^{-1}\, k_2^i$, $\beta_2^i = -K_{22}^{-1}\, k_2^i$

La signification des deux blocs de (1.15) est la suivante :

Premier bloc : La variation des biens de consommation est une fonction de la variation des prix de ces biens et de la variation du salaire.

Deuxième bloc : Il est plausible que les salaires soient indexés au coût de la vie et à la variation de la quantité de travail fourni par le salarié.

La forme (1.15) décrit :

i) la structure d'indépendance des marchés (des biens et du travail);

ii) le comportement adaptatif d'un groupe de consommateurs lorsque certaines variations de quantités et de prix sont simultanément exogènes.

3. Le modèle R.Q. (sous rationnements quantitatifs)

Dès lors qu'on ne se situe plus dans un univers walrasien on aura besoin d'autres représentations des adaptations des consommateurs.

i) Le modèle de Tobin-Houthakker[1]

Il s'applique dans un contexte où les consommateurs ne peuvent pas s'adapter en prix pour des quantités exogènes.

Considérons (1.13), dans un équilibre sous R.Q. Il n'y aura pas de modification des prix p_2 correspondant à la variation dans les propensions marginales à payer des consommateurs. Par contre dans la forme réduite (1.15) la première ligne reste testable.

Notre modèle s'écrit alors :

$$dX_1 = S_{11}\, dp_1 + S_{12}\, dX_2 + \sum_{i=1}^{\ell'} \beta_1^i\, p'\, dX^i \tag{1.17}$$

Sous les contraintes :

$$\begin{aligned} & S_{11} = S'_{11} \\ & S'_{11}\, p_1 = 0\ , \quad S'_{12}\, p_1 = -p_2 \\ & \xi'_1 S_{11} \xi_1 < 0\ , \quad \forall \xi_1 \neq \theta p_1\ , \quad \theta \in R \\ & p'_1\, \beta_1^i = 1\ , \quad \forall\, i \end{aligned} \tag{1.18}$$

dX_2 étant la variation dans le R.Q., et S_{12} la matrice des effets de débordement.

ii) Le modèle de Drèze[2]

On considère que le vecteur des demandes X est compris entre une borne inférieure $\underline{X}$ et une borne supérieure $\overline{X}$:

[1]Tobin, J., Houthakker, H.S. (1950-1951).

[2]Drèze, J.H. (1977).

(1.19) $$\underline{X} < X < \overline{X}$$

$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$, et c'est X_2 qui est effectivement rationné.

Il existe un système de prix fictifs π^i tel que le consommateur choisirait alors effectivement le vecteur X^i qui lui est destiné sous R.Q. Si on modifie les π^i tout en gardant effectifs les rationnements sur X_2 et sans que d'autres rationnements s'ajoutent, $\pi_1^i = p_1^i$; on aura :

(1.20) $$dX_1^i = S_{11}^i \ dp_1 + S_{12}^i \ dX_2^i + \beta_1^i(p_1' \ dX_1^i + \pi_2^i \ dX^i)$$

avec :

$$S_{11}^i = S_{11}^{i'} \quad ; \quad S_{11}^i \ p_1 = 0 \quad ; \quad S_{12}^{i'} \ p_1 = -\pi_2^i$$

(1.21) $$\xi_1' S_{11}^i \xi_1 < 0 \quad ; \quad \forall \xi_1 \neq \theta p_1 \ , \quad \theta \varepsilon R$$

$$p_1' \ \beta_1^i = 1 \quad ; \quad \forall \ i$$

Pour que la structure (1.20) - (1.21) soit observable, on définit :

(1.22) $$\tilde{S}_{12} = S_{12}^i + \beta_1^i \ \pi_2^i$$

On écrit alors (1.20) sous la forme :

(1.23) $$dX_1^i = S_{11}^i \ dp_1 + \tilde{S}_{12}^i \ dX_2^i + \beta_1^i \ p' \ dX_1^i$$

avec les propriétés :

$$
(1.24)\quad
\begin{aligned}
& S_{11}^{i} = S_{11}^{i'} \\
& S_{11}^{i'}\, p_1 = 0 \quad , \quad S_{12}^{i'}\, p_1 = -p_2 \\
& \xi_1' S_{11}^{i} \xi_1 < 0 \quad , \quad \forall \xi_1 \neq \theta p_1 \quad , \qquad \theta \varepsilon R \\
& p_1'\, \beta_1^{i} = 1 \quad , \quad \forall\ i
\end{aligned}
$$

Il est à remarquer que dans le cas d'un seul consommateur, la structure (1.17) - (1.18) est équivalente à la structure (1.23) - (1.24). Mais dans le cas de plusieurs consommateurs, le modèle de Drèze tient compte de la répartition des rations, alors que celui de Tobin-Houthakker la néglige.

SECTION 2 : Paramétrisation

Les modèles tels que décrits précédemment ne se prêtent pas à la mesure. Il faudra donc les paramétriser de façon qu'ils le soient. La paramétrisation utilisée est celle du modèle de Rotterdam et qui a été développée par Barten et Theil[1].

1. Le modèle walrasien direct

$$(1.25) \qquad dX = K\, dp + k\, p'\, dX$$

Soit $\hat{p}$ une matrice diagonale, tel que : $\hat{p}\, \iota = p$, où ι est un vecteur d'unités. (1.25) se réécrit alors :

[1]Barten, A.P. (1977), Theil, H. (1976).

(1.26) $$\hat{p}\ dX = \hat{p}\ K\ \hat{p}\ \check{p}\ dp + \hat{p}\ k\ p'\ dX$$

où $\check{p}$ est l'inverse de $\hat{p}$.

(1.26) est aussi équivalente à :

(1.27) $$\frac{\hat{p}\hat{X}}{p'X}\ \check{X}\ dX = \frac{\hat{p}K\hat{p}}{p'X}\ \check{p}\ dp + \hat{p}k\ \frac{p'dX}{p'X}$$

En posant :

$$\hat{W} = \frac{\hat{p}\hat{X}}{p'X}\ ; \quad B = \frac{\hat{p}K\hat{p}}{p'X} \quad \text{et} \quad b = \hat{p}k$$

on obtient :

(1.28) $$\hat{W}\ \check{X}\ dX = B\ \check{p}\ dp + b\ \iota'\ \hat{W}\ \check{X}\ dX$$

Lorsqu'on remplace $\check{X}\ dX$ par $d\ \ell og\ X$, et $\check{p}\ dp$ par $d\ \ell og\ p$, on aura alors la forme finale :

(1.29) $$\hat{W}\ d\ \ell og\ X = B\ d\ \ell og\ p + b\ \iota'\ \hat{W}\ d\ \ell og\ X + \alpha + u$$

avec :

(1.30) $$B = B'\ ;\quad B\ \iota = 0\ ;\quad \iota'B = 0\ ;\quad \iota'b = 1$$

où α est une ordonnée à l'origine, et u le vecteur des termes d'erreurs.

2. Le modèle walrasien mixte

Il s'écrira :

$$(1.31)\qquad \begin{bmatrix} \hat{W}_1 \; d\,\ell og\, X_1 \\ d\,\ell og\, p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\,\ell og\, p_1 \\ \hat{W}_2 \; d\,\ell og\, X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \iota' \, \hat{W} \, d\,\ell og\, X + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

tel que :

$$C_{11} = C'_{11} \; ; \quad C_{22} = C'_{22} \; ; \quad C_{12} = -C'_{21}$$

$$(1.32)\qquad C_1 \, \iota_1 = 0 \; ; \quad \iota'_1 \, h_1 = 1$$

$$C'_{12} \, \iota_1 = -\iota_2 \; ; \quad C_{21} \, \iota_1 = \iota_2$$

et où :

$$C_{11} = B_{11} - B_{11} \, B_{22}^{-1} \, B_{21} \; ; \quad C_{12} = B_{12} \, B_{22}^{-1} \; ; \quad C_{21} = -B_{22}^{-1} \, B_{21} ;$$

$$C_{22} = B_{22}^{-1} \; ; \quad h_1 = b_1 - B_{12} \, B_{22}^{-1} \, b_2 \; ; \quad h_2 = -B_{22}^{-1} \, b_2 \, .$$

3. Le modèle sous R.Q.

i) Le modèle de Tobin-Houthakker

Puisqu'il est la forme réduite tronquée du modèle mixte, on le déduit facilement de (1.31)

$$(1.33)\qquad \hat{W}_1 \; d\,\ell og\, X_1 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\,\ell og\, p_1 \\ \hat{W}_2 \, d\,\ell og\, X_2 \end{bmatrix} + h_1 \, \iota' \, \hat{W} \, d\,\ell og\, X + \delta_1 + v_1$$

avec :

$$C_{11} = C'_{11} \ ; \quad C'_{11}\, \iota_1 = 0 \ ; \quad \iota'_1\, h_1 = 1 \ ;$$

(1.34)

$$\iota'_1\, C_{11} = 0 \ ; \quad \iota'_1\, C_{12} = -\iota'_2$$

ii) Le modèle de Drèze

Il se ramène au modèle (1.33) en remplaçant les rationnements individuels par le rationnement global.

Posons :

(1.35) $$R^i_{12} = \tilde{S}^i_{12} - \beta^i_1\, p'_2$$

Ceci va permettre de réécrire le modèle (1.23) sous la forme :

(1.36) $$dX^i_1 = S^i_{11}\, dp_1 + R^i_{12}\, dX^i_2 + \beta^i_1\, p'\, dX^i$$

Pour plusieurs consommateurs, on aura :

(1.37) $$dX_1 = S_{11}\, dp_1 + \sum_i R^i_{12}\, dX^i_2 + \sum_i \beta^i_1\, p'\, dX^i$$

Si on remplace maintenant $\sum_i R^i_{12}\, dX^i_2$ par $R_{12}\, dX_2$, on peut paramétriser (1.37) de la même manière qu'en (1.33).

La condition nécessaire et suffisante est qu'alors la covariance entre les effets de débordement (R^i_{12}) et le rationnement(dX^i_2) soit nulle.

CHAPITRE II

La spécification des équations de prix

Pour rendre les prix endogènes, on ajoute à notre système de demande des équations de formation de prix. On propose une spécification des prix en utilisant l'hypothèse[1] souvent avancée que les variations de prix dépendent d'abord de la demande excédentaire[2].

Cette hypothèse est valable pour le cas d'un équilibre walrasien et même pour un équilibre keynésien en considérant que les prix ne s'ajustent pas à l'intérieur d'une période, de telle façon qu'il y a toujours demande excédentaire.

Les prix d'équilibre peuvent aussi varier d'une période à l'autre dépendant de certaines modifications économiques ou non économiques[3], notamment :

- le déplacement dans le temps des actifs des individus;
- la redistribution des revenus réels;
- la transformation des goûts;
- les modifications technologiques;
- les perturbations qui modifient la demande autonome de biens et les besoins additionnels en main-d'oeuvre.

Si on désigne par γ les transformations temporelles qui affectent la variation des prix, on peut écrire :

[1]E. Malinvaud (1977), R.C. Fair et D.M. Jaffee (1972).

[2]La demande excédentaire peut être positive ou négative.

[3]C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1982a).

(2.1) $$dp_t = \Lambda\ DE_{t-1} + \gamma$$

où DE représente la demande excédentaire.

Ainsi si on admet que les transformations dans le temps sont non nulles, les prix peuvent varier même si la demande excédentaire est nulle.

Cependant, on suppose que les prix ne changent pas toujours assez vite pour assurer l'équilibre entre l'offre et la demande à chaque période, de façon qu'il y a parfois demande excédentaire non nulle.

La relation (2.1) n'étant pas observable, une façon d'avoir de l'observable est de remplacer la demande excédentaire (par les variables explicatives de l'offre et de la demande).

(2.2) $$DE_{t-1} = \beta \cdot PX_{t-1} + \pi \cdot PI_{t-1} + \psi \cdot R_{t-1}$$

où PX sont les prix affectant la demande des biens de consommation;

PI sont les prix d'offre représentés par les prix des investissements du secteur privé et public, et ils sont décomposés ainsi :

PICNR ou prix des investissements en construction résidentielle;

IIME ou prix des investissements en machinerie et équipement;

R sont les revenus. Ils sont représentés par la dépense totale per capita (DTPC).

Les transformations temporelles, elles, sont représentées par une ordonnée à l'origine.

En paramétrisant (2.1) de façon adéquate[1], et en opérant les substitutions supra, les variations de prix s'expliquent ainsi :

$$(2.3) \quad d\,\ell og\, p_t = PX_{t-1}\,\beta + PICNR_{t-1}\,\pi_1 + PIME_{t-1}\,\pi_2 + DTPC_{t-1}\,\psi + \theta + \varepsilon$$

La forme (2.3) est observable aussi bien dans un contexte keynésien que dans un contexte walrasien. En ajoutant (2.3) à notre système de demande, on obtient le système d'équations simultanées suivant :

$$(2.4) \quad \begin{cases} \hat{W}\, d\,\ell og\, X = B\, d\,\ell og\, p + b\,\iota'\,\hat{W}\, d\,\ell og\, X + \alpha + u \\ d\,\ell og\, p = PX_{t-1}\,\beta + PI_{t-1}\,\pi + DTPC_{t-1}\,\psi + \theta + \varepsilon \end{cases}$$

dans le cas du modèle walrasien direct, et :

$$(2.5) \quad \begin{cases} \hat{W}_1\, d\,\ell og\, X_1 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\,\ell og\, p_1 \\ \hat{W}_2\, d\,\ell og\, X_2 \end{bmatrix} + h_1\,\iota'\,\hat{W}\, d\,\ell og\, X + \delta_1 + v_1 \\ d\,\ell og\, p_1 = PX_{t-1}\,\beta + PI_{t-1}\,\pi + DTPC_{t-1}\,\psi + \theta + \varepsilon \end{cases}$$

dans le cas du modèle sous R.Q.

Sous les hypothèses suivantes :

H1 : $E(\varepsilon) = 0$

$E(u) = 0$

$E(v_1) = 0$

[1]Voir C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1982a).

H2 : $V(\varepsilon) = \Omega$

$V(u) = \Sigma_u$

$V(v_1) = \Sigma_{v_1}$

Les matrices de variances-covariances pour (2.4) et (2.5) ont la forme suivante :

$$V(u, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \Sigma_u & \zeta \\ \zeta & \Omega \end{bmatrix} \qquad \text{où} \quad \zeta = \mathrm{Cov}(u, \varepsilon)$$

$$V(v_1, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \Sigma_{v_1} & \xi \\ \xi & \Omega \end{bmatrix} \qquad \text{où} \quad \xi = \mathrm{Cov}(v_1, \varepsilon).$$

PARTIE II

Méthodes d'estimation et tests

CHAPITRE I

Théorie économétrique

Dans une section 1 on abordera les méthodes d'estimation utilisées. Quant aux tests (Test des propriétés théoriques et test d'exogénéité) ils seront étudiées dans la deuxième section.

SECTION 1 : Les méthodes d'estimation[1]

Etant donné que notre système de demande comporte des contraintes (de symétrie), les méthodes d'estimation ont été classées en deux groupes : l'estimation non simultanée (avec et sans contraintes) et l'estimation simultanés(avec et sans contraintes).

A. Estimation non simultanée

1. Estimation sans contraintes

Considérons le système d'équations :

$$y_{ti} = \sum_{j=1}^{k} X_{tj}\, \beta_{ji} + u_{ti} \qquad t = 1, 2, \ldots, T\ ;\ \ i = 1, 2, \ldots, m \tag{3.1}$$

Ce système possède k variables exogènes et n variables endogènes. Chaque équation s'écrit :

$$y_i = X_i\, \beta_i + u_i \tag{3.2}$$

Si les termes d'erreur de cette équation ne sont pas correlés avec les variables explicatives, les moindres carrés ordinaires seraient dans ce cas les meilleurs estimateurs linéaires sans biais.

---

[1]Voir Barten (1967)-(1977), Deaton (1972), Dhrymes (1970), Theil (1976) et Zellner (1962).

Sous les hypothèses :

$$\text{H1} \; : \; E(u_i) = 0 \;, \quad E(X_i' \, u_i) = 0$$

(3.3)

$$\text{H2} \; : \; \mathrm{Cov}(u_i, u_j) = \sigma_{ij} \, I$$

La matrice de variances-covariances du système (3.1) est :

$$(3.4) \qquad \mathrm{Cov}(u) = E(uu') = \begin{bmatrix} \sigma_{11} I & \sigma_{12} I \; \ldots\ldots & \sigma_{1m} I \\ \sigma_{21} I & \sigma_{22} I \; \ldots\ldots & \sigma_{2m} I \\ \vdots & & \\ \sigma_{m1} I & \sigma_{m2} I \; \ldots\ldots & \sigma_{mm} I \end{bmatrix} = \Sigma \otimes I = \phi$$

La forme condensée de (3.1) s'écrit :

$$(3.5) \qquad y = X\beta + u$$

où encore

$$(3.6) \qquad \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & X_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

On montre que l'estimateur des moindres carrés généralisés[1] s'écrit :

$$(3.7) \qquad \tilde{\beta} = (X' \, \phi^{-1} \, X)^{-1} \, X' \, \phi^{-1} \, y$$

et

$$(3.8) \qquad \mathrm{Cov}(\tilde{\beta}) = (X' \, \phi^{-1} \, X)^{-1}$$

[1]Méthode suggérée par Zellner (1962).

On ne pourrait cependant pas calculer (3.7) - (3.8) car on ne connaît pas Σ. On utilise alors Σ^* (estimation de Σ à partir des résidus moindres carrés ordinaires) qui est un estimateur convergent de Σ. On montre alors que l'estimateur des moindres carrés généralisés est asymptotiquement efficace et sans biais.

Cependant il existe deux cas où la méthode de Zellner et les moindres carrés ordinaires sont équivalents :

i) si $\sigma_{ij} = 0$, $\forall\, i \neq j$: erreurs non correlées entre équations;

ii) si $X_i = \overline{X}$: mêmes régresseurs dans les m équations.

Notre système possède la particularité d'avoir les mêmes régresseurs dans toutes les équations si bien qu'on peut employer la méthode des moindres carrés ordinaires, cependant l'existence de contraintes de symétrie et d'homogénéité justifie l'emploi de la méthode des moindres carrés généralisés sous contraintes.

2. L'estimation avec contraintes

Les contraintes peuvent s'écrire :

(3.9) $$R\beta = r$$

Le meilleur estimateur linéaire sans biais est[1] :

(3.10) $$\hat{\beta} = \tilde{\beta} + DR'(RDR')^{-1}\,(r - R\tilde{\beta})$$

où $D = (X'\,\phi^{-1}\,X)^{-1}$ et $\tilde{\beta} = (X'\,\phi^{-1}\,X)^{-1}\,X'\,\phi^{-1}\,y = DX'\,\phi^{-1}\,y$.

[1]Theil (1976).

La variance de $\hat{\beta}$ est donnée par :

$$\mathrm{Cov}(\hat{\beta}) = (I - DR'(RDR')^{-1} R)\, D \tag{3.11}$$

B. L'estimation simultanée

1. L'estimation sans contrainte

Dans un système d'équations simultanées, il est naturel de supposer une liaison entre les erreurs et les variables explicatives. Dans ce cas on sait que les estimateurs de moindres carrés ordinaires ne sont convergents. On peut alors estimer le système par triples moindres carrés. Cela consiste à effectuer un moindre carré généralisé sur le système en utilisant comme matrice de variances-covariances, celle des doubles moindres carrés; ou encore à appliquer les moindres carrés généralisés à un système transformé.

Ecrivons notre système d'équations simultanées ainsi ;

$$y_i = Y_i \beta_i + X_i \gamma_i + u_i \quad , \quad i = 1, \ldots, G \tag{3.12}$$

Si on prémultiplie (3.12) par $H^{-1} X'$, où H est une matrice régulière, telle que :

$$X'X = HH'$$

où le rang de X est F et la matrice H est de dimension (FxF) : F est le nombre de variables exogènes du système simultané.

On obtient alors :

$$H^{-1} X' y_i = H^{-1} X' Y_i \beta_i + H^{-1} X' H_i \gamma_i + H^{-1} X' u_i \quad , \quad i = 1, \ldots, G \tag{3.13}$$

[1]Dhrymes (1970).

Si on applique la méthode des moindres carrés ordinaires à la forme (3.13), on obtient l'estimation de (3.12) par doubles moindres carrés. Si maintenant on pose :

$$P = H^{-1} X' y \qquad \text{où} \quad y = (y_1, \ldots, y_G)'$$

(3.14) $$Q_i = \left[H^{-1} X' Y_i \quad H^{-1} X' X_i \right]$$

$$\delta = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad V_i = H^{-1} X' u_i$$

on aura le système transformé suivant :

(3.15) $$P = Q\delta + V \qquad \text{où } Q = \begin{bmatrix} Q_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & Q_G \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_G \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_G \end{bmatrix}$$

En appliquant un moindre carré généralisé à (3.15) on obtient l'estimation par triples moindres carrés :

(3.16) $$\hat{\hat{\delta}} = (Q' \Lambda^{-1} Q)^{-1} Q' \Lambda^{-1} P$$

où $\Lambda = \tilde{\Sigma} \otimes I = \mathrm{Cov}(u)$.

$\tilde{\Sigma}$ inconnue est remplacée par un estimateur convergent : la matrice des résidus des moindres carrés ordinaires.

La variance de (3.16) est :

(3.17) $$\mathrm{Cov}(\hat{\hat{\delta}}) = (Q' \Lambda^{-1} Q)^{-1}$$

Il faudra toutefois remarquer que si $\tilde{\Sigma}$ est diagonale ou si les régresseurs sont identiques dans toutes les équations, les triples moindres carrés se ramènent aux doubles moindres carrés. Justement notre modèle contient les mêmes variables prédéterminées dans toutes les équations, mais du fait de la présence de contraintes on utilisera les triples moindres carrés contraints.

2. L'estimation sous contraintes

Nos contraintes s'écrivent :

$$R\beta = r$$

Dans ce cas un estimateur asymptotiquement efficace et convergent est[1] :

(3.18) $$\hat{\delta}^* = \hat{\hat{\delta}} + CR'(RCR')^{-1} (r - R\hat{\hat{\delta}})$$

où $C = (Q' \Lambda^{-1} Q)^{-1}$

et $\hat{\hat{\delta}} = (Q' \Lambda^{-1} Q)^{-1} Q' \Lambda^{-1} P = DQ' \Lambda^{-1} P$.

La variance de $\hat{\delta}^*$ est :

(3.19) $$\mathrm{Cov}(\hat{\delta}^*) = (I - CR'(RDR')^{-1} R)\, C$$

SECTION 2 : Les tests

Dans cette section on teste les contraintes de symétrie et d'homogénéité d'un côté et l'hypothèse d'exogénéité des prix qui est implicite dans l'estimation des systèmes complets de demande.

[1]Theil (1976).

A. Tests de contraintes

Les contraintes de symétrie et d'homogénéité nous ont été très utiles dans le travail d'estimation, car elles permettaient un gain énorme en termes de degrés de liberté. On veut maintenant tester si ces contraintes sont compatibles avec les données utilisées.

Considérons le système de demande,

$$(4.1) \qquad \hat{W}\, d\, \ell og\, X = B\, d\, \ell og\, p + b\, \iota'\, \hat{W}\, d\, \ell og\, X + \alpha + u$$

sujet aux contraintes :

$$B = B' \quad \text{symétrie}$$

$$(4.2) \qquad B\iota = 0 \quad \text{homogénéité}$$

$$\iota' B = 0\ ,\ \iota' b = 1 \quad \text{additivité}$$

Le système (4.1) possède la particularité de contenir une variable explicative ($\iota'\, \hat{W}\, d\, \ell og\, X$) qui est la somme des variables endogènes. On a alors automatiquement deux propriétés : $\iota' b = 1$ et $\iota' B = 0$. La seule contrainte qui reste à imposer au système est la symétrie, car $B = B'$ et $\iota' B = 0 \Longrightarrow B\iota = 0$.

Réécrivons notre système sous la forme :

$$(4.3) \qquad y = X\beta + u$$

où

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} ; \quad X = \begin{bmatrix} \bar{X} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \bar{X} \end{bmatrix} ; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} ; \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

Faisons remarquer que pour l'estimation de notre système, la $m^{ième}$ équation est redondante[1]. On estimera alors seulement n-1 équations. On pose :

(4.5)
$$E(u_i) = 0$$
$$Cov(u) = \Sigma \otimes I$$

On suppose qu'il n'y a ni hétéroscédasticité, ni autocorrélation. De ce fait l'estimateur des moindres carrés ordinaires appliqué à chaque équation constitue le meilleur estimateur linéaire sans biais. Notons-le :

(4.6)
$$b = (\bar{X}'\bar{X})^{-1} \bar{X}\, y$$

Par (4.6) on a une estimation sans contraintes.

Les contraintes de symétrie s'écrivent sous la forme :

(4.7)
$$R\beta = 0$$

où R est de dimension $(q \times (m-1)\,K)$;

β est de dimension $((m-1)\,K \times 1)$;

q désignant le nombre de contraintes.

---

[1]Theil (1976).

Une estimation sous contraintes est donnée par :

$$\tilde{\beta} = b - DR'(RDR')^{-1} Rb \tag{4.8}$$

où b est défini dans (4.6).

$$D = X'(\Sigma^{-1} \otimes I) X^{-1} = \Sigma \otimes (\bar{X}'\bar{X})^{-1} \tag{4.9}$$

On teste alors la symétrie par la statistique[1] L_1 qui suit une loi de F :

$$L_1 = \frac{(N-1)\, T - \sum_{j=1}^{N-1} K_j}{q} \times \frac{b'R' \{R[\Sigma^{-1} \otimes (\bar{X}'\bar{X})^{-1}]\, R'\}^{-1}\, Rb}{(y - Xb)'\, (\Sigma^{-1} \otimes I)\, (y - Xb)} \tag{4.10}$$

où N est le nombre d'équations;

T le nombre de périodes;

K_j le nombre de paramètres de l'équation j.

Cependant on ne peut pas encore appliquer le test car Σ est inconnue. Il existe plusieurs estimateurs convergents de Σ, entre autres : celui des moindres carrés ordinaires ($\hat{\Sigma}$).

En remplaçant Σ par $\hat{\Sigma}$, on peut donc calculer la statistique L_1 qui suit une loi de Fisher à q et $T(N-1) - \sum_{j=1}^{N-1} K_j$ degrés de liberté..

[1] Ibid.

B. Test d'exogénéité

> "Les variations des prix sont exogènes si, pris comme un tout, les consommateurs n'ont aucune influence sur ces variations de prix. Ceci n'est possible que dans deux cas : cas de rigidité technique et cas de la rigidité institutionnelle"[1].

Dans un système walrasien les prix sont exogènes si l'offre est parfaitement élastique. Dans un système de R.Q. les prix sont exogènes sur les marchés des biens rationnés si le mécanisme d'ajustement des prix n'est pas relié à la demande des biens.

Cette hypothèse s'avère donc très restrictive et mérite d'être testée. Le test consiste à vérifier si un vecteur de variables explicatives stochastiques est indépendant du terme d'erreur dans une équation structurelle.

De tels tests furent développés par plusieurs économètres[2], notamment Durbin (1954), Wu (1973), Revankar et Hartley (1973) et Hausman (1978).

Le test utilisé dans le présent travail est celui de Hausman[3]. On considère le modèle suivant :

$$y_1 = Y_2' \beta + Z_1' \gamma + u \tag{4.12}$$

$$Y_2 = Z_1' \pi_1 + Z_2' \pi_2 + v = Z' \pi + v \tag{4.13}$$

---

[1]C. Bronsard et L. Salvas-Bronsard (1980c).

[2]Voir bibliographie.

[3]Voir Nakamura, A. et Nakamura, M. (1981).

où (4.12) représente l'équation structurelle pour y_1;

et (4.13) les équations de la forme réduite pour Y_2.

y_1 est (Tx1), Y_2 est (Txm), Z_1' et Z_2' sont (TxK_1) et (TxK_2), u et v sont (Tx1) et (Txm), π_1 et π_2 sont $(K_1 \times m)$ et $K_2 \times m)$, β et γ sont (mx1) et $K_1 x\ 1)$.

On a n variables explicatives endogènes Y_2 et K_1 variables explicatives exogènes Z_1.

On formule les hypothèses suivantes :

H1 : $(u, v) \sim N(0, \Sigma)$

où $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \delta \\ \delta & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$

et où $\sigma_{11} = V(u_i)$;

$\delta = Cov(u_i, v_i)$;

$\Sigma_{22} = Cov(v_i, v_j)$.

H2 : $u \sim N(0, \sigma_{11})$.

La matrice de variances-covariances du système est $I \otimes \Sigma$: on suppose qu'il y a homoscédasticité et absence d'autocorrélation.

H3 : $E(Z_1\ u) = E(Z_2\ u) = 0$

Tester l'exogénéité de Y_2 revient à tester :

$$H_0 = Cov(u, v) = \delta = 0$$

Pour ce faire on réécrit (4.12) sous la forme :

$$y_1 = \hat{Y}_2' \beta_2 + Z_1' \gamma + \hat{e}_2 \beta_3 + u \tag{4.14}$$

où $Y_2 = \hat{Y}_2 + \hat{e}_2$

$\hat{Y}_2 = Z' \hat{\pi}$ ($\hat{\pi}$ est l'estimateur des moindres carrés ordinaires de π);

$\beta_2 = \beta_3 = \beta$

$\hat{e}_2$ est orthogonal par construction à $\hat{Y}_2$ et à Z_1.

Par suite les estimateurs des moindres carrés ordinaires de β_2 et de γ dans l'équation (4.14) sont identiques à ceux des doubles moindres carrés de β et γ de l'équation (4.12).

Désignons par b_2 et b_3 les estimateurs des moindres carrés ordinaires de β_2 et β_3 de l'équation (4.14).

Sous $H_0 : \delta = 0$, $\hat{e}_2$ et u sont orthogonaux et on a :

$$\text{plim}(b_2 - b_3) = \beta_2 - \beta_3 = 0$$

L'hypothèse nulle revient alors à tester $\beta_2 = \beta_3$. Pour tester la contrainte $\beta_2 = \beta_3$ on utilise la statistique :

$$L_2 = \frac{\text{RRSS} - \text{URSS}}{\text{URSS}} \times \frac{T - 2m - K_1}{m} \tag{4.15}$$

où RRSS est la somme des résidus au carré sous contraintes obtenue de l'estimation de l'équation structurelle (4.12);

URSS est la somme des résidus au carré sans contrainte obtenue de l'estimation de l'équation structurelle (4.14).

Sous l'hypothèse nulle, la statistique L_2 suit une loi de Fisher à m et $(T - 2m - K_1)$ degrés de liberté.

CHAPITRE II

Analyse des résultats

Pour estimer les modèles, nous avons utilisé des données canadiennes annuelles[1] de 1947 à 1977 sur les dépenses personnelles en biens et services de consommation en dollars courants et en dollars constants (CANSIM 000589 et 000592). Les modèles sont définis en per capita. Les indices de prix résultent du rapport des dépenses en dollars courants sur les dépenses en dollars constants. Les données sur la demande de travail sont tirées des publications de Statistique Canada (Cat. #13-531). Elle est mesurée négativement.

Deux types d'agrégation des biens ont été utilisées : l'agrégation à 4 biens et l'agrégation à 7 biens[1].

On présentera dans ce chapitre :

- l'analyse des estimations du modèle direct et du modèle R.Q. pour l'agrégat à 4 biens et pour l'agrégat à 7 biens.
  Ces estimations sont d'abord faites en considérant les variations de prix comme exogènes. La méthode utilisée fut alors celle des moindres carrés généralisés sous contraintes (de symétrie).
  L'estimation du système d'équations simutanées où les variations de prix sont endogènes s'impose ensuite chaque fois qu'on rejette l'hypothèse d'exogénéité. La méthode d'estimation est celle des triples moindres carrés sous contraintes. Pour l'agrégat à 7 biens je n'ai pas pu estimer ce système simultané à cause de limitations techniques;

---

[1]Voir annexe.

- les résultats des tests de symétrie et d'exogénéité pour chaque type d'estimation.

SECTION 1 : Analyse des résultats pour l'agrégat à 4 biens

A. Modèle direct

Si on se reporte à l'estimation[1] par moindres carrés généralisés de ce modèle (tableau 1) on trouve que tous les éléments diagonaux de la matrice de Slutsky (B) sont négatifs, ce qui est une condition nécessaire pour que cette matrice soit négative semi-définie. En plus tous ces éléments sont significatifs à 90% (rapport entre le coefficient de l'écart-type supérieur ou égal à 1.708).

Hors de la diagonale la substitution devrait dominer. En effet on voit ici que tous les éléments hors diagonaux de la matrice B sont positifs, ce qui indique que les biens sont substituts. Si l'on se limite seulement aux coefficients significatifs à 90%, il reste quatre coefficients significatifs : les biens durables et non durables, les biens durables et les services forment deux couples de biens substituts.

Les propensions marginales à consommer sont toutes très significatives. La plus forte propension marginale à consommer est celle des biens non-durables, suivie de celle des services, vient ensuite la propension à dépenser sur les biens durables et enfin les biens semi-durables.

[1]Sur tous les tableaux qui vont suivre, les éléments significatifs ont été affectés d'un (*).

Tableau 1

$$\hat{W}\ d\ \ell og\ X = B\ d\ \ell og\ p + b\ \iota'\ \hat{W}\ d\ \ell og\ X + \alpha + u$$

avec $B = B'$; $B\iota = 0$; $\iota' B = 0$; $\iota' b = 1$; $\iota'\alpha = 0$

	B				b	α	R^2
Biens durables	-0,218* (0,068)	0,023 (0,028)	0,094* (0,040)	0,100* (0,050)	0,232* (0,059)	-0,002 (0,002)	0,683
Semi-durables	0,023 (0,028)	-0,047* (0,025)	0,015 (0,022)	0,009 (0,027)	0,210* (0,030)	-0,003* (0,001)	0,809
Non durables	0,094* (0,040)	0,015 (0,022)	-0,119* (0,037)	0,010 (0,033)	0,287* (0,043)	-0,000 (0,001)	0,722
Services	0,100* (0,050)	0,009 (0,027)	0,010 (0,033)	-0,119* (0,057)	0,271* (0,055)	0,006* (0,001)	0,557

$L_1 = 1,164$

Une seule ordonnée à l'origine, celle correspondant à l'équation des services, est significative et possède un bon signe. L'ordonnée à l'origine qui représente la consommation autonome devant être positive, celle correspondant à l'équation des biens semi-durables, quoique significative, ne possède pas le signe attendu.

Les coefficients de corrélation multiple sont tous assez élevés. Le test de symétrie nous assure que les données utilisées sont cohérentes avec les restrictions a priori ($F(6,72) \simeq 2,23$ à un niveau de signification de 5%).

Quant au test d'exogénéité, les résultats de la statistique L_2 furent les suivants :

1) durables : 1,81
2) semi-durables : 0,40
3) non durables : 1,48
4) services : 0,84.

Ces résultats ont été comparés à une loi de Fisher à 4 et 19 degrés de liberté à un niveau de signification de 5%.

$$P\{F(4,19) > a\} = 0,5 \Longrightarrow a = 2,90$$

On compare alors L_2 et 2,90, et on ne rejette pas l'hypothèse que les variations de prix soient exogènes pour chacune des équations de ce modèle.

B. Modèle sous rationnement

La variable rationnée (X_2) est l'offre de travail égale à la demande de travail par les entreprises et est mesurée négativement.

Les propensions marginales sont toutes très significatives à 90% (tableau 2). La propension marginale à dépenser sur les services est la plus élevée. Le vecteur des effets de débordmeent (C_{12}) contient trois éléments sur quatre significatifs et indiquent qu'une diminution de la demande de travail a des effets négatifs significatifs sur la demande des biens non durables, semi-durables et les services.

Les éléments de la diagonale de la matrice de substitution-complémentarité de Slutsky (C_{11}) sont tous négatifs. Deux éléments hors diagonaux sont négatifs, mais non significatifs. Sur les dix éléments hors diagonaux restants, huit sont significatifs et indiquent que les biens durables et non durables, les durables et les services, les semi-durables et les services, les non-durables et les services sont des couples de biens substituts.

Les coefficients de corrélation multiple sont tous supérieurs à 0,66. Les propriétés théoriques[1] sont compatibles avec l'information échantillonale à 95% ($F(6,69) \simeq 2,23$).

Les valeurs calculées pour la statistique L_2 de Hausman ont été les suivantes :

---

[1]La symétrie.

Tableau 2

$$\hat{W}_1 \, d \, \ell og \, X_1 = C_{11} \quad C_{12} \begin{bmatrix} d \, \ell og \, p_1 \\ \hat{W}_2 \, d \, \ell og \, X_2 \end{bmatrix} + h_1 \, \iota' \, \hat{W} \, d \, \ell og \, X + \delta_1 + v_1$$

avec : $C_{11} = C'_{11}$, $C_{11} \, \iota_1 = 0$, $\iota'_1 \, h_1 = 1$, $C'_{12} \ {}_1 = -\iota_2$

	C_{11}				C_{12}	h_1	δ_1	R^2
Durables	-3,776* (0,910)	0,314 (0,387)	1,533* (0,618)	1,529* (0,685)	0,011 (0,080)	0,227* (0,049)	-0,040* (0,023)	0,750
Semi-durables	0,314 (0,387)	-0,924* (0,385)	-0,280 (0,364)	0,889* (0,431)	-0,344* (0,040)	0,199* (0,028)	-0,051* (0,011)	0,898
Non-durables	1,533* (0,618)	-0,280 (0,364)	-2,138* (0,666)	0,885* (0,590)	-0,485* (0,063)	0,259* (0,042)	-0,002 (0,018)	0,838
Services	1,529* (0,685)	0,889* (0,431)	0,885* (0,590)	-3,302* (0,913)	-0,182* (0,072)	0,315* (0,053)	0,094* (0,019)	0,662

$L_1 = 1,75.$

1) durables : 3,42

2) semi-durables : 0,46

3) non-durables : 1,05

4) services : 0,69

Sous H_0 (les variations de prix exogènes), $L_2 \sim F(4,18)$

$$P\{F(4,18) > b\} = 0,5 \Rightarrow b = 2,93$$

On rejette l'hypothèse nulle pour l'équation des biens durables. Il serait alors intéressant d'endogénéiser les prix dans ce cas.

C. Endogénéisation des prix

On a déjà discuté de l'aspect spécification des équations de prix. Il s'agit maintenant d'ajouter ces équations à notre système de demande (ici c'est le modèle sous rationnements pour lequel on rejette l'exogénéité).

Le modèle simultané obtenu est estimé par triples moindres carrés sous contraintes (tableau 3).

Le seul élément diagonal positif de la matrice de Slutsky est non significatif. Si on veut analyser les douze éléments hors diagonaux, on s'aperçoit qu'il y a six éléments significatifs dont quatre positifs et deux négatifs. Les durables et les non-durables, les durables et les semi-durables sont des biens substituts, tandis que les biens durables et les services sont complémentaires.

Les éléments du vecteur des effets de débordement sont tous significatifs : une diminution de la demande de travail a des effets négatifs significatifs sur la demande des services, des non-durables et semi-durables et un effet positif significatif sur la demande des biens durables.

Les propensions marginales à consommer sont très significatives. La propension marginale à dépenser sur les biens durables est la plus élevée.

Le test fait à l'aide de la statistique L_1 nous conduit à rejeter la symétrie à un seuil de signification de 5% ($F(6,157) \simeq 2,16$). Le modèle n'est donc pas cohérent avec les données dont on dispose.

Le vecteur π désigne les prix des investissements publics et privés en construction non résidentielle et en machinerie et équipement.

Les ordonnées à l'origine désignent les transformations temporelles. Elles sont toutes très significatives. L'effet d'une variation du revenu sur la variation des prix est positif et significatif pour les quatre équations.

Un seul coefficient du vecteur π est significatif à 90% et à 95%. On pourrait dire que les prix d'offre tels que spécifiés ne sont pas pertinents comme variables explicatives des variations des prix avec cet échantillon.

Tableau 3

$$\hat{W}\ d\ \ell og\ X_1 = C_{11}\ d\ \ell og\ p_1 + C_{13}\ \hat{W}_2\ d\ \ell og\ X_2 + h_1\ \iota'\ \hat{W}\ d\ \ell og\ X + \delta_1 + v_1$$

$$C_{11} = C'_{11}\ ,\quad C_{11}\ \iota_1 = 0\ ,\quad \iota'_1\ h_1 = 1\ ,\quad C'_{12}\ \iota_1 = -\iota_2$$

$$d\ \ell og\ p_1 = \beta \cdot PX_{-1} + \pi \cdot PI_{-1} + \psi\ DTPC + \theta + \varepsilon$$

Demandes	C_{11}				C_{12}	h_1	δ_1
Durables	-0,125* (0,086)	0,112* (0,043)	0,143* (0,045)	-0,130* (0,095)	0,016* (0,004)	0,441* (0,079)	-0,005* (0,003)
Semi-durables	0,112* (0,043)	-0,107* (0,044)	-0,047 (0,036)	0,042 (0,063)	-0,008* (0,003)	0,134* (0,058)	-0,001 (0,001)
Non-durables	0,143* (0,049)	-0,047 (0,036)	-0,152* (0,047)	0,056 (0,062)	-0,012* (0,004)	0,196* (0,056)	0,002* (0,001)
Services	-0,130* (0,095)	0,042 (0,063)	0,056 (0,062)	0,032 (0,143)	-0,996* (0,007)	0,239* (0,045)	0,004* (0,002)

Prix	β				π		ψ	θ
Durables	-0,440* (0,323)	-0,015 (0,172)	0,109 (0,353)	-0,305 (0,532)	-0,067 (0,204)	-0,071 (0,170)	0,161* (0,140)	0,395* (0,098)
Semi-durables	-0,139 (0,264)	-0,356* (0,131)	-0,157 (0,274)	-0,450 (0,411)	-0,417* (0,157)	0,051 (0,128)	0,345* (0,112)	0,608* (0,077)
Non-durables	0,112 (0,297)	-0,063 (0,160)	-0,780* (0,329)	-0,803* (0,495)	-0,091 (0,192)	-0,004 (0,160)	0,424* (0,130)	0,599* (0,089)
Services	-0,208* (0,124)	0,282* (0,007)	0,081 (0,138)	-0,647* (0,207)	-0,076 (0,080)	-0,042 (0,067)	0,178* (0,054)	0,199* (0,037)

$L_1 = 2{,}19.$

La plupart des coefficients sont significatifs, mais on rejette à 95% la symétrie pour les équations de la matrice de Slutsky. La plupart des coefficients des équations de prix sont significatifs et répondent aux exigences théoriques.

SECTION 2 : Analyse des résultats pour l'agrégat à 7 biens

A. Le modèle direct

Pour un niveau de signification de 10% (t = 1,717) les propensions marginales à consommer sont toutes très significatives (tableau 4).

Les propensions marginales à dépenser sur les transports, les loisirs, l'alimentation et l'habitation sont les plus élevées, suivies des propensions à dépenser sur l'habillement et l'hygiène. La propension marginale à dépenser sur les biens divers est très faible.

Un élément diagonal de la matrice de substitution-complémentarité est positif et significatif. Sur les 42 éléments hors-diagonaux, 20 sont négatifs et 22 positifs. Si on élimine les éléments non significatifs il nous reste 6 éléments positifs et 2 négatifs.

L'alimentation et les transports, l'habillement et les loisirs, les loisirs et les divers sont des biens substituts, l'hygiène et les loisirs sont des compléments. On s'attend en effet à avoir plus de biens substituts que des biens complémentaires.

L'ordonnée à l'origine qui représente la consommation incompressible est en général non significative sauf pour l'équation de l'habitation, mais son signe négatif est aberrant.

Les coefficients de corrélation multiple sont assez élevés sauf pour l'équation correspondant à l'hygiène.

Les restrictions a priori sont conformes avec l'information échantillonage (pour $\alpha = 0,5$, $F(21, 132) \simeq 1,65$).

Enfin, le test de Hausman ne nous conduit pas à rejetter l'exogénéité des variations de prix : on compare $C = 2,77$ à L_2.

On sait que $P\{F(7,14) > C\} = 0,5$. Les résultats de L_2 pour les sept équations sont les suivants :

1) alimentation : 2,52
2) habillement : 2,26
3) habitation : 1,33
4) hygiène : 0,47
5) transports : 1,48
6) loisirs : 1,30
7) biens divers : 0,72.

Tableau 4

$$\hat{W}\ d\ \ell og\ X = B\ d\ \ell og\ p + b\ \iota'\ \hat{W}\ d\ \ell og\ X + \alpha + u$$

$$B = B' \ , \quad B\iota = 0 \ , \quad \iota' b = 1$$

	B							b	α	R^2
Alimentation	-0,078* (0,024)	-0,009 (0,016)	0.008 (0,023)	0,014 (0,024)	0,057* (0,027)	-0,011 (0,026)	-0,000 (0,001)	-0,193* (0,032)	-0,002 (0,001)	0,738
Habillement	0,001 (0,016)	-0,052* (0,024)	-0,021 (0,026)	0,003 (0,024)	0,013 (0,026)	0,048* (0,028)	-0,000 (0,001)	0,099* (0,023)	-0,002 (0,001)	0,691
Habitation	0,008 (0,023)	-0,021 (0,026)	-0,080 (0,054)	-0,002 (0,036)	0,031 (0,042)	0,064 (0,043)	0,000 (0,001)	0,175* (0,032)	-0,004* (0,001)	0,673
Hygiène	0,014 (0,024)	0,003 (0,024)	-0,002 (0,036)	0,106* (0,051)	-0,029 (0,038)	-0,093* (0,041)	0,001 (0,001)	0,087* (0,037)	-0,001 (0,00)	0,292
Transports	-0,057* (0,027)	0,013 (0,026)	0,031 (0,042)	-0,029 (0,038)	-0,066 (0,056)	-0,006 (0,042)	-0,001 (0,002)	0,226* (0,045)	0,001 (0,002)	0,584
Loisirs	-0,011 (0,026)	0,048* (0,028)	0,064 (0,043)	-0,093* (0,041)	-0,006 (0,042)	-0,008 (0,064)	0,004* (0,002)	0,218* (0,036)	0,000 (0,001)	0,723
Divers	-0,000 (0,001)	-0,000 (0,001)	0,000 (0,001)	0,001 (0,001)	-0,001 (0,002)	0,004* (0,002)	-0,004* (0,001)	0,002* (0,001)	0,000 (0,000)	0,759

$L_1 = 1{,}45$.

B. Le modèle R.Q.

En choisissant un niveau de signification de 10% (t = 1,721), les propensions marginales sont très significatives. Les propensions marginales à dépenser sur l'habitation, les transports, les loisirs et l'alimentation sont très élevés, suivies de la propension marginale à dépenser sur l'habillement, quant à celle correspondant à l'hygiène, elle est la plus faible.

Deux éléments diagonaux de la matrice de Slutsky sont positifs et l'un deux est significatif.

Si on veut analyser les éléments hors-diagonaux on trouve que douze éléments sont négatifs et trente positifs. Deux éléments sont négatifs et significatifs et deux autres positifs et significatifs.

L'hygiène et les loisirs sont complémentaires, tandis que les biens alimentaires et les transports sont substituts.

Seulement deux éléments du vecteur des effets de débordement sont non significatifs. Les cinq autres sont très significatifs et négatifs : une diminution de la demande de travail a des effets négatifs sur la demande des biens alimentaires, l'habillement, l'habitation, l'hygiène et les loisirs.

Les coefficients de corrélation multiple sont assez élevés, sauf pour l'équation correspondant à l'hygiène, et les biens divers.

Tableau 5

$$\hat{W}\ d\ \ell og\ X_1 = C_{11}\ d\ \ell og\ p_1 + C_{12}\ \hat{W}_2\ d\ \ell og\ X_2 + h_1\ \iota'\ \hat{W}\ d\ \ell og\ X + \delta + v_1$$

$$C_{11} = C'_{11}\ ,\quad C_{11}\iota_1 = 0\ ,\quad \iota'_1\ h_1 = 1\ ,\quad C'_{12}\ 1 = -\iota_2$$

	C_{11}							C_{12}	h_1	δ	R^2
Alimentation	-1,234* (0,416)	-0,105 (0,240)	0,307 (0,342)	0,218 (0,298)	1,126* (0,486)	-0,346 (0,381)	0,034 (0,155)	-0,311* (0,050)	0,186* (0,027)	-0,020 (0,015)	0,833
Habillement	-0,105 (0,240)	-0,785* (0,286)	0,291 (0,332)	-0,016 (0,295)	0,072 (0,382)	0,390 (0,352)	0,153 (0,128)	-0,174* (0,033)	0,105* (0,019)	-0,031* (0,009)	0,809
Habitation	0,307 (0,342)	0,291 (0,332)	-1,037* (0,729)	-0,332 (0,486)	0,137 (0,638)	0,577 (0,605)	0,057 (0,187)	-0,140* (0,047)	0,278* (0,028)	0,016 (0,014)	0,894
Hygiène	0,218 (0,298)	-0,016 (0,295)	-0,332 (0,486)	1,345* (0,589)	-0,165 (0,481)	-1,139* (0,550)	0,090 (0,158)	-0,066* (0,036)	0,042* (0,021)	-0,001 (0,010)	0,409
Transports	1,126* (0,486)	0,072 (0,382)	0,137 (0,638)	-0,165 (0,481)	-1,311 (0,968)	0,091 (0,585)	0,049 (0,238)	-0,081 (0,081)	0,196* (0,045)	0,006 (0,024)	0,532
Loisirs	-0,346 (0,381)	0,390 (0,352)	0,577 (0,605)	-1,139* (0,550)	0,091 (0,585)	0,382 (0,853)	0,100 (0,212)	-0,226* (0,047)	0,188* (0,027)	0,004 (0,014)	0,800
Divers	0,034 (0,155)	0,153 (0,128)	0,057 (0,187)	0,090 (0,158)	0,049 (0,238)	0,100 (0,212)	-0,483* (0,111)	-0,002 (0,023)	0,005 (0,013)	0,025* (0,007)	0,486

$L_1 = 1{,}04.$

On ne rejette pas les restrictions théoriques (symétrie) à 95% ($F(21, 126) = 1{,}65$). Quant au test de Hausman, les valeurs trouvées pour la statistique L_2 ont été les suivantes :

1) alimentation : 3,32
2) habillement : 1,72
3) habitation : 1,23
4) hygiène : 0,40
5) transports : 1,40
6) loisirs : 1,22
7) biens divers : 0,74

Sous H_0 , $L_2 \sim F(7,13)$

$$P\{F(7,13) > d\} = 0{,}5 \Longrightarrow d = 2{,}84$$

On rejette l'hypothèse nulle pour l'équation correspondant aux biens alimentaires, c'est-à-dire on rejette l'exogénéité des variations de prix pour cette équation.

CONCLUSION

L'hypothèse d'exogénéité des variations de prix a été rejetée dans le modèle avec rationnements quantitatifs pour l'équation correspondant aux biens durables de l'agrégat à 4 biens, et pour l'équation correspondant aux biens alimentaires de l'agrégat à 7 biens.

On a alors estimé, par triples moindres carrés sous contraintes, le modèle simultané. Le résultat de cette estimation a cependant révélé, dans le cas de l'agrégat à 4 biens, que les propriétés théoriques ne sont pas cohérentes avec les données utilisées.

Cette estimation n'a pas été faite pour l'agrégat à 7 biens.

Dans l'ensemble on peut dire qu'il est en quelque sorte équivalent d'imposer l'hypothèse d'exogénéité des prix dans l'estimation des systèmes complets de demande que de ne pas l'imposer. Mais il reste encore beaucoup de choses à dire à propos de l'exogénéité des prix. Le test utilisé néglige la corrélation des erreurs entre équations du système. Il est alors intéressant d'utiliser un test qui tiendrait compte de ce cas. Il serait par ailleurs judicieux d'encore mieux spécifier les équations de formation des prix.

Les conclusions restent toutefois limitées à l'agrégat à 4 biens. L'estimation du modèle simultané avec rationnement pour l'agrégat à 7 biens aurait ajouté de la pertinence à ces propos.

ANNEXE

L'agrégat à 4 biens est composé de la manière suivante à partir de la matrice 003325 de CANSIM :

- biens durables : ligne 51;
- biens semi-durables : ligne 52;
- biens non-durables : ligne 53;
- services : ligne 54.

L'agrégat à 7 biens est constitué ainsi :

- alimentation : somme des lignes 3 et 4;
- habillement : somme des lignes 6 et 22;
- habitation : somme des lignes 10, 18, 19, 20, 21, 23 et 24;
- hygiène : somme des lignes 25, 44, 45;
- transports : ligne 30;
- loisirs : somme des lignes 5, 37, 43, 46;
- divers : ligne 47.

Les dépenses d'investissement public et privé en construction non-résidentielle :

- dollars courants (1947-1949) : Statistique Canada, Cat. 13-531, p. 104;
  (1950-1977) : CANSIM - D30023;
- dollars constants (1947-1949) : Statistique Canada, Cat. 13-531, p. 108;
  (1950-1977) : CANSIM - D40657.

Les dépenses d'investissement privé et public en machinerie et équipement :

- dollars courants (1947-1949) : Statistique Canada, Cat. 13-531, p. 104;
  (1950-1977) : CANSIM - D30024;
- dollars constants (1947-1949) : Statistique Canada, Cat. 13-531, p. 108;
  (1950-1977) : CANSIM - D40658.

Les données sur la population sont tirées de Statistique Canada, Cat. 10-505F.

Les données sur le revenu du travail sont tirées du Cat. 13-531 de Statistique Canada. C'est la somme de la rémunération des salariés, des indemnités, des revenus des cultivateurs et des revenus des magasins (tableau 4, lignes 1, 2, 3, 4) de laquelle on soustrait les taxes.

$$\text{Taxes} - \left(\text{Impôt direct} \times \frac{\text{Somme des revenus du travail}}{\text{Revenus personnels}}\right)$$

(ligne 10 du tableau 4).

Exemple : Pour 1947 les revenus du travail sont :

$$9\ 326 - \left(927 \times \frac{9\ 326}{10\ 926}\right) = -8\ 534{,}75$$

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier vivement Madame Lise Salvas-Bronsard pour la direction de cette recherche, l'intérêt sans cesse renouvelé qu'elle a accordé à l'ensemble de ce travail, son encouragement et son soutien financier.

Je remercie aussi Monsieur Camille Bronsard et Monsieur Marcel Dagenais pour leurs critiques et suggestions, ainsi que Nicole Chadillon pour ses conseils tant appréciés en ce qui a trait à la partie informatique, Ernest Bastien pour ses aimables explications pratiques, Suzanne Larouche-Sidoti pour la dactylographie de ce texte et tous les participants du séminaire d'économétrie.

BIBLIOGRAPHIE

ANDERSON, R.W. et WILKINSON, W. (1979), "An Evaluation of Alternative Consumer Demand Systems within an Econometric Model of the U.S. Livestock Sector", Columbia Business School, Working Paper, 175A.

BARTEN, A.P. (1967), "Evidence of Slutsky Conditions for Demand Equations", The Review of Econometrics and Statistics, 49, 77-84.

BARTEN, A.P. (1977), "The Systems of Consumer Demand Function Approach : A Review", Econometrica, 46, 23-51.

BARTEN, A.P. et GEYSKENS (1975), "The Negativity Condition in Consumer Demand", European Economic Review, 6, 277-261.

BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1979), "Sur l'estimation d'un système complet de demande sous rationnements quantitatifs", Actualité Economique, 286-302.

BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1980a), "Econométrie des fonctions de demande avec et sans rationnement", Economie Appliquée, 767-785.

BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1980b), "Sur les différentes formes structurelles engendrées par la théorie de la demande et leur utilisation en économétrie", Annales de l'INSEE, 40, 3-31.

BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1980c), "L'économétrie de la demande", Cahier 7908, Département de sciences économiques et Centre de recherche en développement économique, Université de Montréal.

BRONSARD, C., SALVAS-BRONSARD, L. (1982a), "On Price Exogeneity in Complete Demand System", Cahier 8221, Département de sciences économiques et Centre de recherche en développement économique, Université de Montréal.

BRONSARD, C., SALVAS-BRONSARD, L. et LAFRANCE, R. (1982b), "Consumption Labour and Savings", Cahier 8210, Département de sciences économiques et Centre de recherche en développement économique, Université de Montréal.

DEATON, A.S. (1972), "The Estimation and Testing of Systems of Demand Equations : A Note", European Economic Review, 3, 399-413.

DHRYMES, P.J. (1970), Econometrics : Statistical Foundations and Applications, Harper International Edition.

DREZE, J.H. (1977), "Demand Theory under Quantity Rationing : A Note", Miméo, C.O.R.E.

DURBIN, J. (1954), "Errors in Variables", Review of the International Statistical Institute, 22, 23-32.

FAIR, R.C. and JAFFEE, D.M. (1972), "Methods of Estimation for Markets in Disequilibrium", Econometrica, 40, 497-514.

HAUSMAN, J.A. (1978), "Specification Tests in Econometrics", Econometrica, 46, 1251-1271.

MALINVAUD, E. (1975), Leçons de théorie économique, Paris, Dunod.

MALINVAUD, E. (1980), Réexamen de la théorie du chômage, Calman-Levy.

NAKAMURA, A. et NAKAMURA, M. (1981), "On the Relationships Among Several Specification Error Tests Presented by Durbin, Wu, and Hausman", Econometrica, 49, 1583-1588.

NATAF, A. (1964), "Théorie des choix et fonctions de demande", C.N.R.S., Monographie du Centre d'économétrie.

ROY, R. (1970), "Eléments d'économétrie", P.U.F., Paris.

SCHULTZ, H. (1938), The Theory and Measurement of Demand, Chicago University Press, Chicago.

STONE, R. (1954), "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis : An Application to the Pattern of British Demand", The Economic Journal, Vol. LXIV, 511-527.

THEIL, H. (1971), Principles of Econometrics, North Holland, Amsterdam.

THEIL, H. (1976), Theory and Measurement of Consumer Demand, Vol. I, North Holland.

TOBIN, J. and HOUTHAKKER, H.S. (1950-1951), "The Effects of Rationing on Demand Elasticities", Review of Economic Studies, 140-153.

WU, D. (1973), "Alternative Tests of Independance between Regressors and Disturbances", Econometrica, 41, 733-750.

ZELLNER, A. (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests of Aggregation Biais", Journal of the American Statistical Association, 298, 348-368.