

UNIVERSITE DE MONTREAL

Utilisation de la programmation multicritère  
comme outil de décision au contrôle de la  
pollution

Par

Luc TREPANIER

Département de Sciences Economiques  
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des Etudes Supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Maître es Sciences (M.Sc.)

Janvier 1985



## TABLE DES MATIERES

### Sommaire

|   |    |
|---|----|
| Introduction . . . . .  | 1  |
| Chapitre premier: Cadre théorique et définition                                 | 3  |
| 1. L'environnement et ses services . . . . .                                    | 4  |
| 2. Les externalités: la pollution . . . . .                                     | 7  |
| 3. Le marché: ses défaillances . . . . .  | 10 |
| 4. Les politiques environnementales . . . . .                                   | 22 |
| Chapitre II: Le contrôle de la pollution . . . . .                              | 43 |
| 1. L'estimation des bénéfices du contrôle de<br>la pollution . . . . .          | 44 |
| 2. La minimisation des coûts du contrôle<br>de la pollution . . . . .           | 46 |
| 3. Les normes de qualité . . . . .  | 48 |
| 4. L'estimation des coûts du contrôle<br>de la pollution . . . . .              | 51 |
| Chapitre III: La programmation multicritère :<br>un outil de décision . . . . . | 57 |
| 1. Optimisation d'un problème à objectifs<br>multiples . . . . .                | 59 |
| 2. L'algorithme . . . . .   | 63 |
| 3. Cas de la rivière des Mille-Iles . . . . .                                   | 69 |
| 4. Résolution et analyse . . . . .  | 85 |

|   |     |
|---|-----|
| Conclusion . . . . .                              | 109 |
| Appendices  |     |
| 1. Programme Minos . . . . .                      | 112 |
| 2. Sous-routines de Minos . . . . .               | 124 |
| 3. Programme d'appel de Minos . . . . .           | 127 |
| 4. Dérivées partielles et différentielles totales | 129 |
| Bibliographie . . . . .                           | 131 |

## TABLE DES ILLUSTRATIONS

### Figures

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | Coût marginal privé et coût marginal social d'un pollueur   | 19 |
| 2  | Coût marginal de dépollution et coût marginal de la nuisance aux tiers  | 21 |
| 3  | La négociation et les effets sur la pollution   | 24 |
| 4  | L'effet de la norme d'émission sur les coûts de dépollution   | 29 |
| 5  | Les taxes sur les effluents   | 31 |
| 6  | Les effets d'une politique de taxation sur deux entreprises possédant des courbes de coût marginal de dépollution différentes | 34 |
| 7  | L'effet du progrès technique sur les coûts de dépollution lorsque le pollueur est régi par une politique des droits à polluer | 40 |
| 8  | L'effet du progrès technique sur les coûts de dépollution lorsque le pollueur est régi par une politique de taxation          | 42 |
| 9  | Le sentier d'expansion du contrôle de la pollution  | 55 |
| 10 | La rivière des Mille-Iles et les municipalités avoisinantes   | 70 |
| 11 | Caractéristiques principales de la rivière des Mille-Iles   | 71 |

### Tableaux

|   |  |    |
|---|--|----|
| 1 | Coefficient de transfert entre point $i$ et $j$ ( $d_{ij}$ ) | 62 |
| 2 | Niveau de la DBO et traitement préliminaire au point $i$     | 83 |

|   |                      |     |
|---|----------------------|-----|
| 3 | Résultats du cycle 1 | 91  |
| 4 | Résultats du cycle 2 | 95  |
| 5 | Résultats du cycle 3 | 97  |
| 6 | Résultats du cycle 4 | 100 |

SOMMAIRE

L'utilisation de la programmation multicritère s'avère un outil avantageux afin de pallier aux difficultés qu'engendrent les problèmes environnementaux, où plusieurs objectifs doivent être résolus simultanément.

Dans le domaine du contrôle de la pollution des eaux, trois politiques gouvernementales sont importantes. Il s'agit de la norme d'émission, de la taxation et des droits à polluer. Il ressort de cette étude que la norme d'émission convient parfaitement pour les cas où la pollution n'a pas atteint un degré trop important, tandis que les politiques de taxation et des droits à polluer sont plus adéquates pour traiter des situations où d'énormes réductions d'émissions sont exigées. De plus, les politiques de taxation et des droits à polluer s'avèrent plus équitables que celles des normes d'émissions puisqu'elles permettent de différencier les pollueurs selon leur courbe respective de coût marginal de dépollution.

L'élaboration d'un cas pratique où nous devons déterminer les niveaux de traitement des effluents des municipalités de la rivière de Mille Iles, nous a permis d'examiner les capacités de la méthode SEMOPS. Cette méthode de programmation multicritère consiste en un algorithme à trois étapes soit la transformation, l'itération ainsi que l'acceptation.

La caractéristique principale de cette méthode est de minimiser l'écart entre ce que nous désirons obtenir face à nos objectifs et ce que nous obtenons réellement pour ces derniers.

Le cas pratique quoique étant géographiquement réel, fut traité en ne tenant compte que de certaines municipalités, ceci afin de conserver à la simulation toute sa simplicité. De plus, la plupart des données sont fictives, mais élaborées à partir de cas similaires, étant donné l'impossibilité d'obtenir ce genre de données pour la rivière des Mille-Iles.

Les résultats de cette optimisation nous montre bien la flexibilité de la méthode SEMOPS. De plus, cette méthode ne varie pas selon la politique gouvernementale en usage. Seulement, l'application des résultats variera en ce qui a trait à la redistribution des coûts de dépollution aux différents pollueurs.



## INTRODUCTION

(Au Québec, la principale contrainte à la satisfaction des différents besoins en eau n'est pas, sauf exception, celle de la quantité mais bien celle de la qualité de l'eau. Dans cette province, la pollution est de nature organique, chimique et/ou thermique; elle affecte à des degrés divers tous les cours d'eau. La lutte contre la pollution des eaux s'est longtemps faite de façon anarchique. Cependant, vers l'année 1977, le ministère de l'Environnement du Québec mit sur pieds un programme d'assainissement des eaux qui s'échelonna sur plusieurs années. L'intérêt grandissant de la population face aux problèmes de l'environnement fait en sorte qu'il devient impératif de comprendre le lien qui existe entre l'homme et son environnement; c'est ce qui justifie notre étude.)

La nécessité d'obtenir des niveaux optimaux de contrôle de la pollution fait apparaître l'urgence de posséder des outils adéquats permettant la prise de décision à ce chapitre.

D'abord une étude théorique de l'environnement permettra d'identifier les principaux critères de contrôle de la pollution. Ensuite, un examen des différentes facettes du contrôle de la pollution nous permettra de dégager les problèmes

découlant de l'estimation des bénéfices du contrôle de la pollution.

Enfin, pour la partie empirique de ce travail, nous aborderons l'étude d'un cours d'eau québécois: la rivière des Mille-Iles et ce en nous fondant sur le cas hypothétique proposé par Dorfman et Jacoby, (le "Bow River valley water quality management"). Nous regarderons l'avantage de l'utilisation de la programmation multicritère pour la prise de décision concernant le contrôle de la pollution. Nous baserons notre étude sur une forme de politique gouvernementale de contrôle de la pollution, soit la norme d'émission.

En conclusion, nous essaierons de démontrer que la programmation multicritère peut être un outil avantageux lors de la prise de décision concernant les problèmes de l'environnement.

## CHAPITRE PREMIER

### Cadre théorique et définitions

## I. L'environnement et ses services

Avant toute chose il importe de bien définir le sujet: définissons donc l'environnement de la façon la plus économique possible.

Freeman III, Haveman et Kneese (1973) ont donné une définition de l'environnement qu'ils voulaient la plus près possible du concept économique:

"(...) environnement is defined as a kind of natural asset or nonreproducible capital good which is the source of economically valuable direct and indirect services to man. These services include residuals absorption or waste receptor services as well as life-sustaining, amenity, and materials supply services. These services are all economic good in the sense that people are willing to pay to receive more of them or to avoid a reduction in the quantity or quality of the services that they provide." (p. 22)

Cette définition permet de limiter l'étendue des conditions environnementales importantes pour la théorie économique sur l'environnement. Ainsi, elle traite d'abord des influences naturelles externes qui affectent l'homme directement ou indirectement. Il est évident que l'on se préoccupe ici de l'effet de la qualité de l'eau sur l'homme d'une part et sur l'écosystème d'une rivière d'autre part. Les dommages causés aux

écosystèmes peuvent modifier de façon sérieuse la nature même de ceux-ci, causant par le fait même des dommages à long terme à l'homme. Leur préoccupation est donc justifiée.

Ensuite, cette définition tient compte du fait que l'environnement doit procurer des services à l'homme. Ces services peuvent être tangibles (c'est le cas de la fonction de l'eau sur la navigation) ou encore intangibles (il en va ainsi d'un cours d'eau agréable à regarder). Enfin, ne retenant que les services pouvant être affectés par les activités de production et de consommation de l'homme et par la façon dont il dispose de ses effluents, ils évacuent la dimension politique, culturelle, etc... de l'environnement.

#### Les services de l'environnement

Ainsi, Freeman III, Haveman et Kneese (1973) définissent quatre groupes de services environnementaux: le vecteur de déchet, le support à la vie, l'aménité<sup>1</sup> et la source d'intrant à l'économie.

---

<sup>1</sup> Le groupe des aménités est justifié par le fait qu'un environnement peut apporter des services d'aménités par le seul fait que ceux-ci soient plaisants à regarder. De plus, ces services sont habituellement utilisés au moment où les individus pratiquent des activités récréatives ou sportives.

Cette façon de distinguer les services de l'environnement ne permet cependant pas de les classer selon l'importance de la qualité de l'eau vis-à-vis ces services. Ainsi, un autre classement fait par Toutain et Desaignes (1978) nous semble plus apte à répondre à ce critère. Ils définissent trois groupes de fonction de l'eau: dans la production, dans la consommation et la fonction écologique de l'eau.

Dans la fonction production, l'on retrouve les services comme vecteurs de déchets, la navigation, le transport, refroidissement, lavages dans l'industrie, l'agriculture, etc.. Dans la fonction consommation, les services de l'eau comme breuvage, pour la baignade, la pêche récréative, les aménités, etc... font partie de cette fonction, La dernière fonction de l'eau, c'est-à-dire celle se rapportant au support de l'écosystème peut se comparer au groupe support de la vie de Freeman III, Haveman et Kneese (1973).

Cependant, comme nous l'avons précisé précédemment l'avantage de ce classement est en relation avec la qualité de l'eau. Ainsi, la particularité que possède l'eau de servir comme vecteur des effluents provient du processus naturel qui transforme et/ou disperse les résidus dans des endroits ou des formes peu ou pas dommageables.

Si cette fonction de vecteur des déchets était illimitée, (c'est à dire si le processus naturel d'autorégénération de l'eau était illimité) il n'y aurait aucun problème de pollution: des résidus pourraient être jetés dans l'environnement sans limite et sans coût. Cependant, cette fonction est limitée car le rejet des effluents peut mettre en péril les autres fonctions de l'environnement.

Donc, l'utilisation excessive de la fonction de l'eau comme vecteur des déchets abaissera la qualité de l'eau, mais son impact sur les autres fonctions variera selon qu'elles nécessiteront une qualité de l'eau plus ou moins grande. Ainsi, le classement Toutain-Desaigues nous permet de classer par ordre de besoin de qualité de l'eau, les différents sous-groupes. De plus, il promet une visualisation plus économique des fonctions de l'eau en considérant la production et la consommation séparément.

## 2. Les externalités: la pollution

La pollution provient du fait que la fonction de l'eau comme vecteur de déchets est limitée. C'est donc dire que l'utilisation excessive de l'eau dans un processus de production ou de consommation entraînera une externalité: la pollution.



Du point de vue théorique, plusieurs auteurs ont étudié le problème des externalités: sujet très important pour définir la pollution. Pour Malinvaud (1969) il y a économie externe lorsque la production d'une firme réduit les coûts auxquels font face les autres entreprises concurrentes et les consommateurs. Tandis qu'une déséconomie externe s'applique lorsque l'activité d'une entreprise nuit à celle des autres firmes ou au bien-être des consommateurs.

Selon Viner (1931), une déséconomie externe technologique est une situation où un groupe impose des coûts à un autre par une interaction physique directe. Il les distingue donc des déséconomies externes pécuniaire où un groupe impose des coûts à un autre à travers le marché en haussant les prix.

Un exemple de cette distinction nous est donné dans Dewees, Everson et Sims (1975): si la fumée d'une certaine firme a réduit la production du verger de B, alors B subit une déséconomie externe technologique car son extrant a été diminué. Ceci non pas à travers le marché, mais à travers l'effet direct d'une relation physique entre les processus de production de A et de B.

Par contre, si l'acquisition de charbon par A fait en sorte que le prix du charbon augmente pour les consommateurs (à cause des coûts marginaux croissants de l'industrie du charbon), alors A a imposé une déséconomie externe pécuniaire sur tous les consommateurs qui voient augmenter les coûts et ce, non pas par une relation physique directe, mais plutôt par une transaction sur le marché.

Pour sa part, Hirschleifer (1980) précise qu'il y a des externalités lorsque les décisions de certains agents, tant au niveau de la production, de la consommation ou d'une transaction, affectent les intérêts d'autres agents économiques d'une façon qui ne permet pas l'élaboration de droits légaux de compensation. Ici encore, on ne tient pas compte que des externalités technologiques.

A la différence de Viner, Hirschleifer intègre une dimension légale à la définition des externalités: puisque pour lui, il y a externalités **puisque** notre appareil législatif n'a pu établir de droits environnementaux où un individu pourrait se voir reconnaître des droits réels sur l'environnement et par conséquence pourrait être dédommagé de façon juste.

Pour Varian (1978), il distingue pour les externalités technologiques les cas d'externalités de consommation et d'externalités de production.

Ainsi, nous considérerons qu'il y a pollution lorsqu'une déséconomie externe technologique sera présente. Donc, pour qu'il y ait pollution il faudra observer un impact sur les autres services environnementaux que l'homme utilise. Notons cependant qu'il pourra y avoir rejet d'effluents sans que ce soit polluant pour autant. Freeman III, Haveman et Kneese (1973) définissent la pollution comme étant:

"(..) the reduction is environmental quality caused by the disposal of residuals. Whenever the disposal of residuals occurs so as to damage life and property or to impair or reduce the quantity of environmental services, pollution exists." (p. 23)

De plus, ils nous font remarquer que c'est peut être la faiblesse de nos appareils, ou encore notre ignorance en la matière, qui nous empêche de percevoir les dommages qui ont des effets à long terme, ou les plus subtils, ou encore les plus indirects, que nos actions puissent causer.

### 3. Le marché: ses défaillances

La théorie économique nous a appris qu'un libre marché en concurrence parfaite amène une allocation optimale des ressources en l'absence d'externalités.

Tous les biens, hormis les biens environnementaux sont produits. Leur niveau de production est déterminé par la demande: pas de demande, pas de production. L'allocation de cette production entre les demandes concurrentes s'effectue par le système des prix. D'ailleurs les biens environnementaux appartenant pour la plupart au domaine public n'ont pas de prix imposés par le marché. Le problème de l'environnement relève donc du fait que ni la qualité de l'environnement, ni la pollution qui la dégrade ne font partie du système de marché.

Ces biens environnementaux sont soumis à une demande concurrentielle dont l'inorganisation causée par l'impossibilité du marché à leur imposer un prix, conduit à l'exclusion soit de certains utilisateurs soit de certaines fonctions auxquelles ces biens servaient de support. Or, ce sont des biens collectifs dont personne ne peut être exclu, des biens remplissant plusieurs fonctions simultanées ou successives, lesquelles sont considérées comme nécessaires.

Cette défaillance du marché, à allouer de façon optimale les ressources environnementales et de transmettre un prix aux externalités, doit être corrigée, ce qui traduit bien l'idée de Hirschleifer (1980):

"Direct externalities, beneficial or harmful, lead the Invisible Hand astray. In the interest of efficiency, the agent generating the externality ought, if the externality is beneficial, to be induced to engage in the process even more than private self-interest would dictate. If the externality is harmful, the generating agent ought of course to be induced to diminish the scale of polluting activity in comparison with what self-interest would dictate.

Externalities, therefore, represent sources of social gain or loss that do not get translated into the market signals that constitute the Invisible Hand." (p. 534)

En concurrence parfaite, l'équilibre de marché est un optimum de Pareto lorsqu'il y a absence d'externalités. Ainsi, Levy-Lambert et Dupuy (1975) nous expliquent que:

"(...)il existe à l'optimum de Pareto un système de prix unique et un système de revenus tels que chaque consommateur maxime sa satisfaction sous sa contrainte de budget, et que chaque entreprise maxime son revenu à prix constants, dans l'état considéré. Un tel état, auquel on associe le système de prix P et les revenus R apparaît donc comme un équilibre de marché". (p. 188).

A l'aide d'un modèle simple, démontrons que lorsqu'il y a externalité, l'optimum n'est plus un équilibre de marché.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> La dimension publique des biens environnementaux ne sera pas traitée ici, car l'intérêt de ce travail est d'étudier plus précisément la défaillance du marché lorsqu'il y a présence d'externalité.

Considérons le cas d'une économie comprenant deux consommateurs, deux producteurs, deux intrants et deux extrants. Supposons que les deux consommateurs consomment chacun des biens produits et que les deux producteurs utilisent tous les facteurs primaires et produisent tous les biens. Posons de plus, que les fonctions de satisfaction des consommateurs sont quasi concaves et que les ensembles de production des entreprises sont convexes.

Si l'une des entreprises produit un bien qui est la cause d'effets externes pour l'autre entreprise et les deux consommateurs, alors les fonctions d'utilité des consommateurs seront:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_1 (q_{11}, q_{12}, y_{12}) \\ U_2 &= U_2 (q_{21}, q_{22}, y_{12}) \end{aligned} \quad (1)$$

où  $q_{11}$  et  $q_{21}$  sont les quantités du bien  $Q_1$  consommées par les consommateurs 1 et 2 et  $q_{12}$ ,  $q_{22}$  les quantités du bien  $Q_2$  consommées par les consommateurs 1 et 2 respectivement. La quantité  $y_{12}$  indique la production du bien  $Q_2$  par l'entreprise 1. Elle est cause d'externalité pour les deux consommateurs. Nous devons donc tenir compte de la production du bien  $Q_2$  par l'entreprise 1 dans la fonction d'utilité des consommateurs.

Les fonctions de production des entreprises sont (sous formes implicites):

$$\begin{aligned} F_1(y_{11}, y_{12}) &= 0 \\ F_2(y_{21}, y_{22}, y_{12}) &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

où  $y_{11}$ ,  $y_{21}$  sont les niveaux du bien  $Q_1$  produit par les entreprises 1 et 2 respectivement. Pour la fonction de production de l'entreprise 2, la quantité  $y_{12}$  représente le bien  $Q_2$  produit par l'entreprise 1. Elle est à l'origine des effets externes et doit donc par le fait même être pris en compte dans la production de l'entreprise.

Les quantités globales consommées sont égales aux quantités globales produites alors:

$$\begin{aligned} q_{11} + q_{21} &= y_{11} + y_{21} \\ q_{12} + q_{22} &= y_{12} + y_{22} \end{aligned} \tag{3}$$

L'optimalité au sens de Pareto (c'est à dire où le bien-être d'un individu ne peut être augmenté sans que le bien-être des autres agents ne soient diminués) sera réalisé si la satisfaction d'un consommateur est maximale et ce, pour des niveaux d'utilité des autres consommateurs donnés, compte tenu des contraintes.

Ainsi, maximisons l'utilité du consommateur 1 compte tenu des contraintes. Formons la fonction de Lagrange:

$$\begin{aligned}
 L = & U_1(q_{11}, q_{12}, y_{12}) - \lambda (U_2(q_{21}, q_{22}, y_{12}) - U_2^0) \\
 & - \beta_1 F_1(y_{11}, y_{12}) - \beta_2 F_2(y_{21}, y_{22}) \\
 & - \gamma_1 (q_{11} + q_{21} - y_{11} - y_{21}) - \gamma_2 (q_{12} + q_{22} - y_{12} - y_{22})
 \end{aligned} \quad (4)$$

où  $\lambda$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_1$ , et  $\gamma_2$  sont les multiplicateurs de Lagrange.

Annulons les dérivées partielles:

$$\frac{\partial L}{\partial q_{11}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} - \gamma_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{12}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} - \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{21}} = -\lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}} - \gamma_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{22}} = -\lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_{22}} - \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_{11}} = -\beta_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} + \gamma_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_{12}} = \frac{\partial U_1}{\partial y_{12}} - \lambda \frac{\partial U_2}{\partial y_{12}} - \beta_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} - \beta_2 \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} + \gamma_1 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_{21}} = -\beta_2 \frac{\partial F_2}{\partial y_{21}} + \gamma_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_{22}} = -\beta_2 \frac{\partial F_2}{\partial y_{22}} + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U_2(q_{21}, q_{22}, y_{12}) - U_2^0 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = F_1(y_{11}, y_{12}) = 0$$



$$\frac{\partial L}{\partial b_2} = F_2(y_{21}, y_{22}, y_{12}) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = q_{11} + q_{21} - y_{11} - y_{21} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = q_{12} + q_{22} - y_{12} - y_{22} = 0$$

On peut écrire les conditions d'optimalité au sens de Pareto sous la forme habituelle:

$$\frac{\partial U_1 / \partial q_{11}}{\partial U_1 / \partial q_{12}} = \frac{\partial U_2 / \partial q_{21}}{\partial U_2 / \partial q_{22}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \quad (6)$$

$$TSB^1 = TSB^2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

Ainsi, les taux marginaux de substitution des biens sont égaux entre les deux consommateurs et sont égaux au rapport des multiplicateurs de Lagrange.

Et nous avons:

$$\frac{\partial F_2 / \partial y_{21}}{\partial F_2 / \partial y_{22}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \quad (7)$$

$$TNT^2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

où le taux marginal de transformation entre les produits pour la firme 2 est égal au rapport des prix. Cependant, pour la firme 1 étant donné que sa production du bien  $Q_2$  est la cause d'externalité pour l'autre firme et les deux consommateurs alors nous obtiendrons que:

$$\frac{\partial U_1}{\partial y_{12}} - \lambda \frac{\partial U_2}{\partial y_{12}} - \beta_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} - \beta_2 \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} + \gamma_2 = 0$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$\gamma_2 = \beta_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} + \left[ - \frac{\partial U_1}{\partial y_{12}} + \lambda \frac{\partial U_2}{\partial y_{12}} + \beta_2 \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} \right]$$

coût pour l'entreprise 2 du fait d'une augmentation de  $y_{12}$  d'une unité.

Valeur de la gêne apportée aux consommateurs 1 et 2 du fait d'une augmentation de  $y_{12}$  de une unité.

Ainsi,

$$\gamma_2 = \beta_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_{12}} + N$$

coût marginal de la nuisance aux tiers.

coût marginal privé de la production du bien  $Q_2$  par l'entreprise 1

prix du bien  $Q_2$

coût marginal social de la production du bien  $Q_2$ .

Alors, à l'optimum le prix du bien  $Q_2$  n'est pas égal au coût marginal de production de ce bien par l'entreprise 1, mais à ce coût majoré du coût marginal de la nuisance pour les tiers. L'optimum n'apparaît donc plus comme un équilibre de marché où nous avions que le prix était égal au coût marginal privé. Ainsi, l'équilibre concurrentiel ne nous amène pas à un optimum de Pareto, le marché ne réussissant pas à traduire le coût marginal de la nuisance pour les tiers.

Comme l'a démontré graphiquement Hirschleifer (1980), la firme concurrentielle 1, produisant le bien  $Q_2$  et qui a pour but la maximisation de son profit, égalise son coût marginal privé de la production du bien  $Q_2$  (ce qu'il perçoit) au prix de ce bien pour donner une production  $y_{12}^*$  de ce bien. Cependant pour chaque quantité du bien  $Q_2$  produit, une externalité est imposée aux deux consommateurs et à la firme concurrente, ce qui est représentée par le coût marginal de la nuisance pour les tiers (N). Ce coût n'est pas traduit par le marché. (fig. 1)

Le coût marginal pour chaque unité du bien  $Q_2$  produit est la somme verticale des coûts marginaux  $CM_g^P$  et N. La production, pour laquelle le coût marginal social est égal au même prix du bien  $Q_2$  que dans le cas de l'équilibre de marché, est plus faible ( $y_{12}^{**}$ ). La firme 1 produit donc trop du bien  $Q_2$ , c'est à dire qu'elle ne fait pas face au bon prix. La différence entre les deux prix sera le coût marginal de la nuisance aux tiers. Nous nous retrouverons donc en-dessous de la frontière Pareto-optimale.

Puisque l'équilibre concurrentiel n'est plus un optimum, alors il faudra une certaine action extérieure pour contraindre la firme 1 à réduire son activité polluante. Ceci sera fait, si l'on fait ressentir à la firme 1 les dommages marginaux causés aux tiers. Donc, si on égalise le prix du bien  $Q_2$  polluant au coût marginal social.

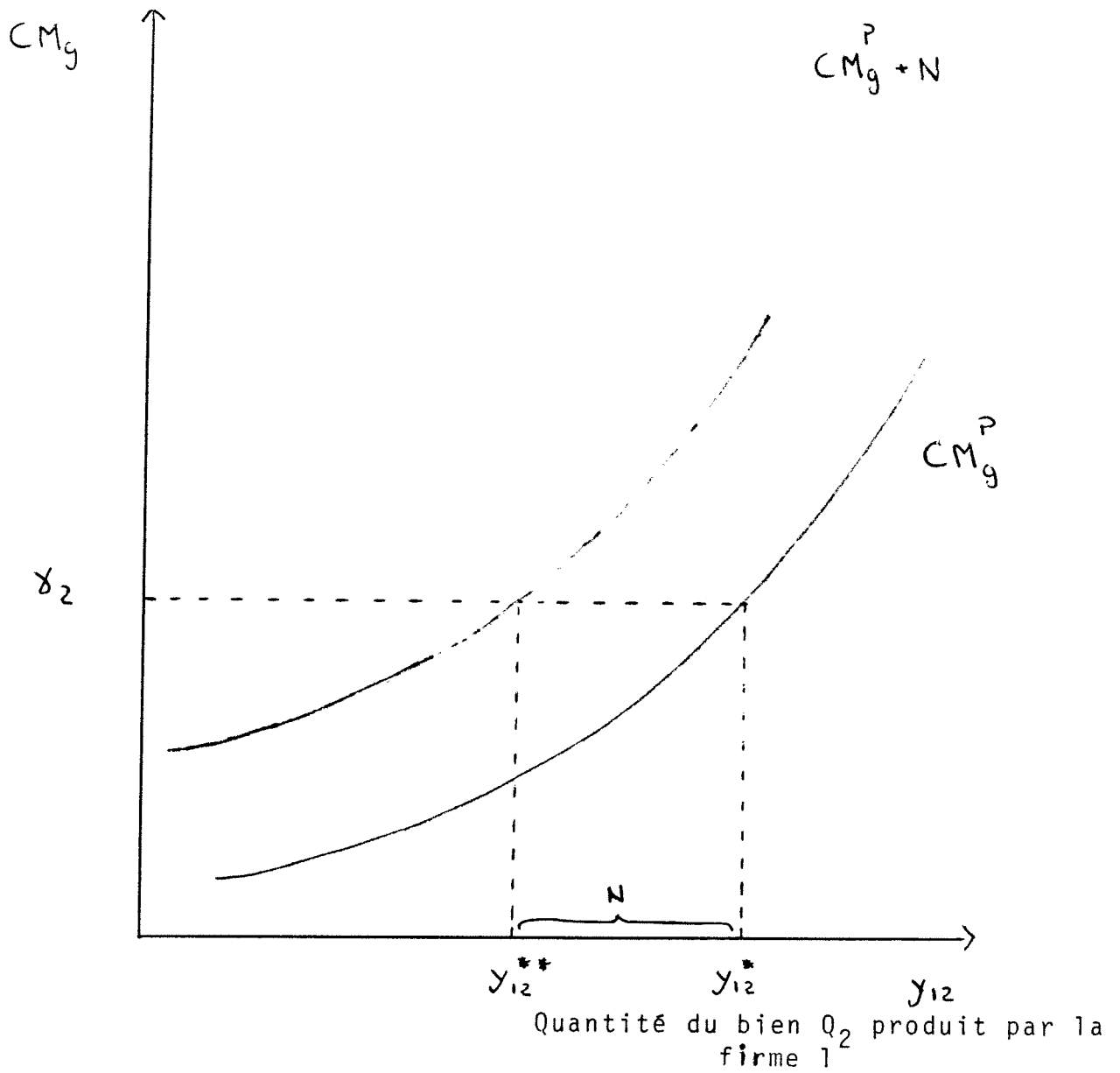


Figure 1: Coût marginal privé et coût marginal social d'un pollueur

La firme 1 qui fait face à un prix pour sa pollution, si elle doit réduire les dommages marginaux causés aux tiers, elle devra réduire la production du bien  $Q_2$  de  $y_{12}^*$  à  $y_{12}^{**}$  ou conserver la même production et utiliser différentes techniques de dépollution.

Ainsi, en l'absence de toute réglementation ou de négociation, les pollueurs pour lesquels le coût marginal de dépollution est la ligne DB de la figure 2, pollueront jusqu'au niveau où leur coût marginal s'annulera, c'est à dire qu'ils ne feront aucun effort de dépollution, ils produiront donc au point B. Il est évident que les pollueurs se retrouvent à ce point puisqu'ils minimisent leur coût total de dépollution. Pour ce qui est des pollués, la courbe de coût marginal de la nuisance pour les tiers est représentée par la courbe AE. Ils subiront BE de nuisance marginale et le dommage total sera égal à l'aire du triangle ABE.

Pour tenir compte des effets de la pollution sur les pollués, nous devons savoir que le coût marginal de dépollution est égal au coût marginal pour la nuisance aux tiers. Ce qui

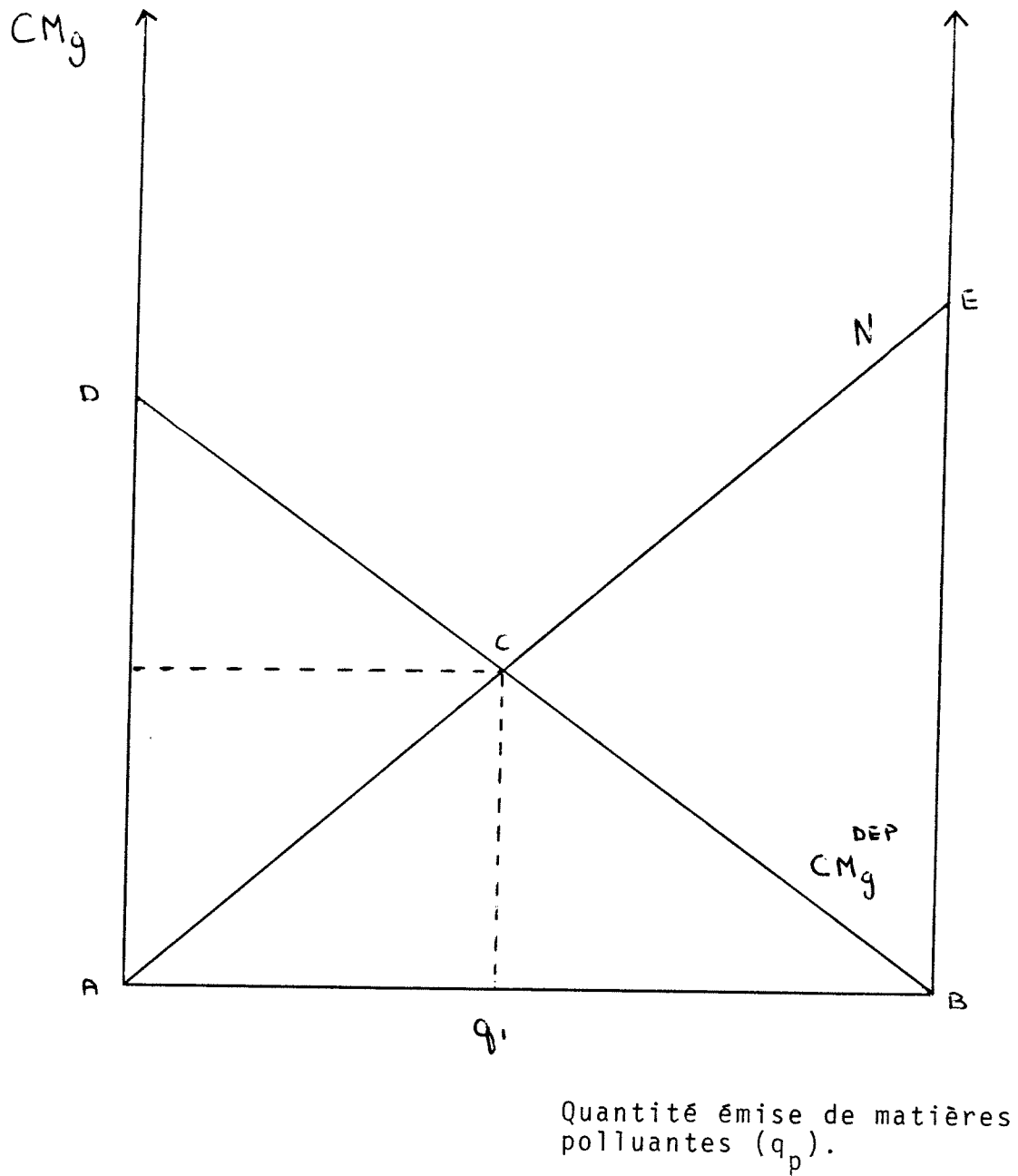


Figure 2: Coût marginal de dépollution et coût marginal de la nuisance aux tiers.

est représenté par le point C de la figure 2 où la quantité émise de matières polluantes est  $q_1$ . A ce point le coût de dépollution d'une unité supplémentaire de polluant est égal au coût de la nuisance marginal aux tiers qu'occasionne la dépollution d'une unité de polluant.

En somme, le niveau optimal de pollution sera celui où le bénéfice marginal du contrôle de la pollution (coût marginal de la nuisance aux tiers) sera égal au coût marginal du contrôle de la pollution.

#### 4. Les politiques environnementales

Dans un cas de déséconomies externes technologiques comment pourrions-nous atteindre ce niveau optimum de pollution? La solution dépendra de la possibilité de négociations.

Ainsi, pour les cas où il y a possibilité de négociations entre les pollueurs et les pollués, certains auteurs, notamment Coase, ont démontré que par négociation il y aurait atteinte de l'optimum. Dans les cas où les négociations sont impossibles - ce qui est plus souvent le cas - une action extérieure habituellement gouvernementale serait requise. Plusieurs politiques de contrôle ont été mises de l'avant pour internaliser les effets externes.

## a) Négociations

Les différentes études portant sur la négociation comme moyen d'obtenir le niveau optimum de pollution reposent toutes sur le même principe: s'il n'y a que deux parties impliquées dans un problème de pollution, alors elles pourront négocier une amélioration de leur situation respective.

Coase (1960) démontra qu'une réduction de la pollution vers un niveau optimal serait possible si au départ il y avait assignation légale de droit de propriété et que les coûts de transaction des droits étaient nuls.

Selon la figure 3<sup>1</sup>, s'il n'y a que deux parties en cause, le pollueur et le pollué, les négociations débiteront en A, ou en B selon celui à qui le droit de propriété a été assigné. Si les droits de propriété sont donnés au pollueur alors les négociations débiteront en B. Le pollué sera prêt à payer BE au pollueur pour qu'il réduise ses émissions. Le pollueur acceptera tout montant supérieur à zéro pour cette réduction. Ceci est dû au fait que le pollué peut sauver BE par le contrôle d'une unité de pollution et que le coût de ce contrôle est pratiquement nul. Les deux parties négocieront des réductions de pollution (déplacement à gauche de B).

---

<sup>1</sup> la courbe DB représente le coût marginal de dépollution que font face les pollueurs et la courbe AE le coût marginal de la nuisance pour les tiers.



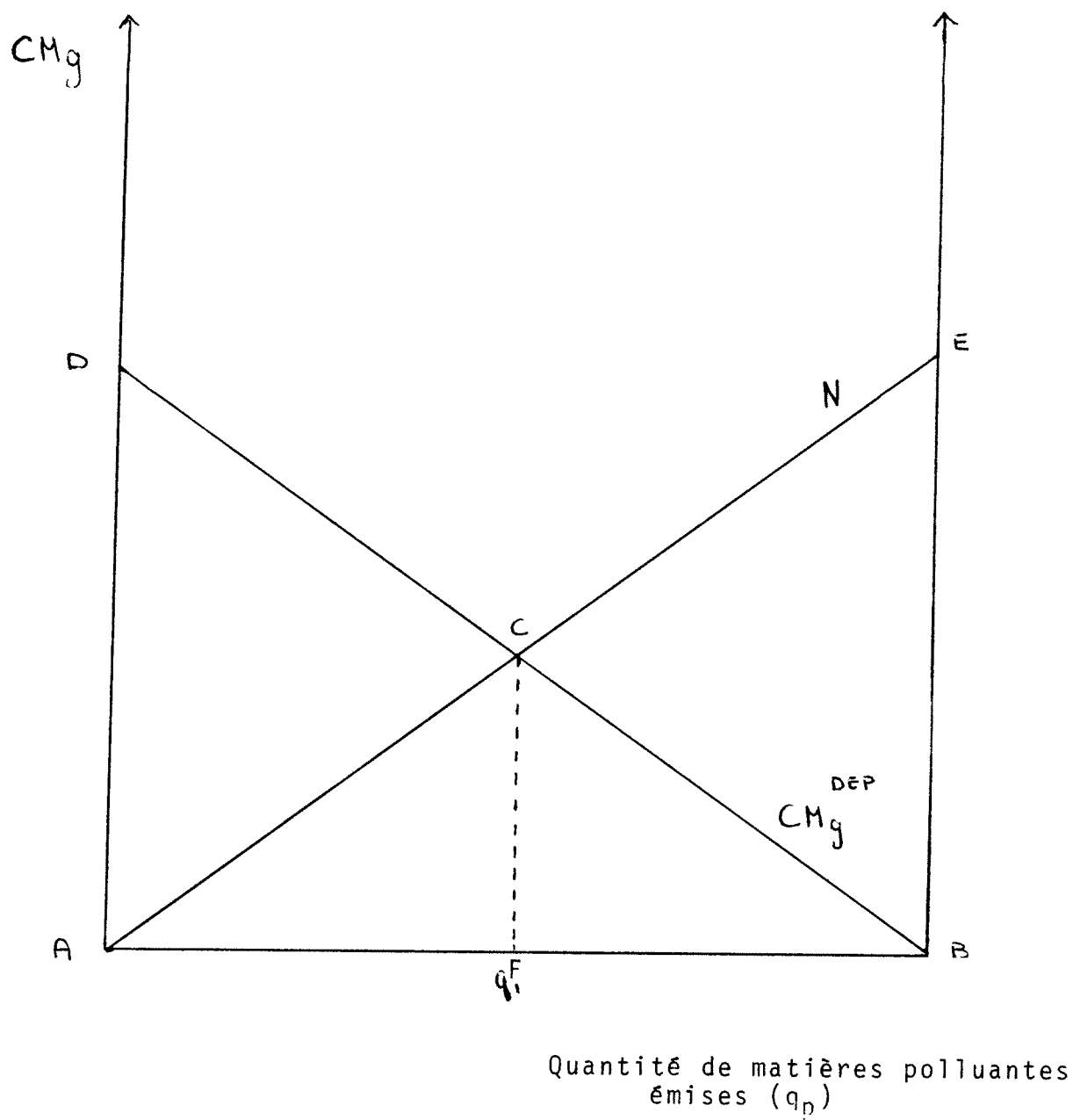


Figure 3: La négociation et les effets sur la pollution

Cependant, à gauche de la quantité  $q_1$ , ou encore à gauche du point C, la nuisance marginale du pollué est en dessous du coût marginal de dépollution du pollueur. Le pollueur n'accepterait aucun montant inférieur à son coût marginal et le pollué quant à lui ne sera pas prêt à payer plus que le montant de la nuisance marginale. C'est donc, au point C, c'est-à-dire au niveau de la pollution  $q_1$ , que les négociations se termineraient. L'épargne que réalise le pollué par cette réduction de pollution sera égale à l'aire du polyèdre FCEB. Le coût de cette réduction pour le pollueur sera pour sa part égale à l'aire du triangle FCB. Le montant négocié qui sera payé au pollueur est indéterminé mais il devra se situer quelque part entre les montants FCB et FCEB. Le triangle CEB représente la réduction nette du coût social associé à la pollution.

De la même manière, si les droits de propriétés avaient été investis au pollué alors les négociations auraient débuté au point A (figure 3). Le pollueur devra alors payer le pollué pour qu'il accepte de la pollution supplémentaire. Le pollueur sera prêt à payer le coût marginal AD pour augmenter la quantité de matières polluantes émises et le pollué acceptera tout montant supérieur à zéro. Ils négocieront jusqu'au point C, c'est à dire la quantité de polluant  $q_1$ .

Dans les deux cas les négociations amèneront une émission de pollution correspondant à  $q_1$  unités. Dans le premier cas, le pollué payait le pollueur pour que celui-ci réduise ses émissions. Dans le deuxième cas, le pollueur payait le pollué pour qu'il accepte de subir la pollution.

Une critique de Coase, faite par Dewees, Everson et Sims (1975) soulève un doute sur la pertinence de l'hypothèse de Coase quant à l'allocation des ressources. Selon Coase, même s'il y a des différences distributionnelles entre les deux positions légales, l'allocation des ressources devrait rester inchangée tant et aussi longtemps que le pollué est incité à minimiser ses dommages lorsqu'il a droit à une compensation. Dewees, Everson et Sims (1975) prétendent que Coase ignore les effets revenus en supposant implicitement une utilisation marginale du revenu constante. Car, dans les autres cas d'utilité marginale du revenu (croissante et décroissante) l'effet revenu aurait un impact sur la consommation et par le fait même sur l'allocation des ressources.

Le problème dans l'application de la négociation est qu'elle nécessite qu'il n'y ait que peu de parties concernées; pour que les coûts de transactions soient faibles par rapport aux gains de l'échange et que les problèmes découlant des biens

publics et des révélations des préférences n'apparaissent pas. Pour un problème d'environnement, les coûts de transactions risquent d'être élevés à cause de la multitude de parties concernées et du caractère public du bien qui empêche l'exclusion de ceux qui n'ont pas payé le service (c'est-à-dire le problème du "free rider"). De plus, étant donné le problème de la révélation des préférences des agents, la disposition à payer des agents pourra être: surestimée si les agents croient qu'ils ne seront pas obligés de payer ce montant et sous-estimée s'ils croient être obligés de payer cette valeur.

#### b) Non-négociabilité

Lorsqu'il n'y a aucune possibilité de négociation entre les parties concernées - à cause très souvent de leur nombre trop élevé - l'intervention gouvernementale est nécessaire pour internaliser les déséconomies externes technologiques en les faisant prendre en charge par les consommateurs et les producteurs.

L'action gouvernementale peut cependant prendre plusieurs formes: les trois politiques de contrôle de la pollution qui ont été le plus souvent étudiées sont: les normes d'émissions, les taxes sur les effluents et le marché des droits à polluer.

i) Les normes d'émissions

Les normes d'émissions spécifient le taux maximal de polluant pouvant être déversé dans un cours d'eau. Ces normes seront établies au moyen du niveau optimal de contrôle de pollution ou encore au moyen des normes de la qualité ambiante de l'environnement par le biais d'un modèle de dispersion.

En général, les normes d'émissions sont appliquées uniformément à tous les pollueurs, car il est très difficile et très onéreux d'obtenir l'information sur les coûts et bénéfices du contrôle de la pollution de chaque pollueur. Cependant, étant donné que les pollueurs ont des courbes de coût marginal de dépollution dissemblables, une norme d'émission uniforme aura pour effet de pénaliser celui qui a les coûts marginaux de dépollution les plus élevés.

La figure 4 montre que, s'il n'y a aucune réglementation, les pollueurs vont émettre  $q_2$  unités de polluant (pollution qui provient de la production d'un certain bien), c'est-à-dire qu'ils ne feront aucun effort de dépollution. Pour cet exemple, on suppose que les deux pollueurs émettent la même quantité de polluant. Si une norme d'émission uniforme  $q_1$  est appliquée, alors les deux pollueurs devront diminuer leur pollution de  $(q_2 - q_1)$  unités. Le pollueur 1 faisant face

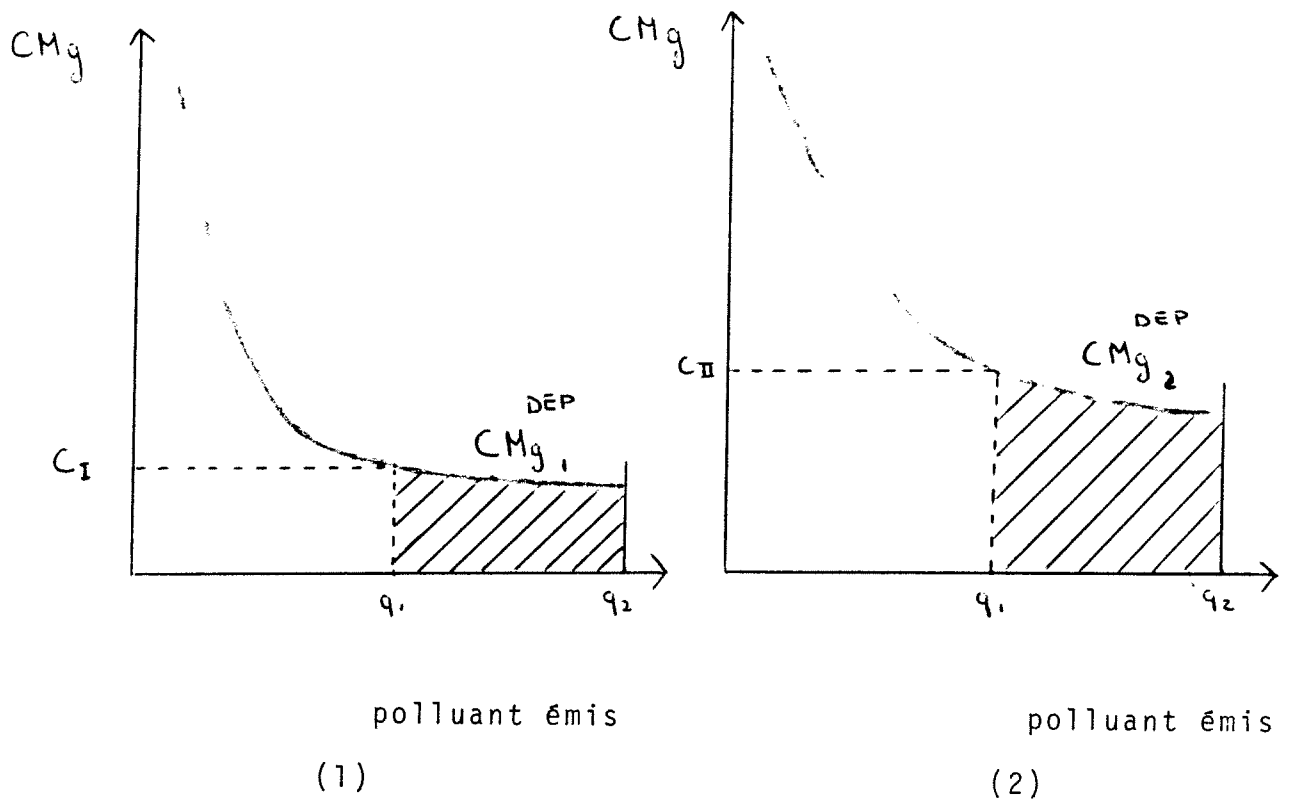


Figure 4: L'effet de la norme d'émission sur les coûts de dépollution.

à des coûts marginaux de dépollution plus faibles, il lui en coûtera moins cher que le pollueur 2 pour se conformer aux normes d'émissions. Le coût total de dépollution pour le pollueur 1 est la zone ombragée du graphique 1 et le coût pour le pollueur 2 est quant à lui représenté par le graphique 2.

#### ii) Les taxes sur les effluents

Une autre politique de contrôle de la pollution consiste à taxer les pollueurs pour la quantité d'effluents rejetés qui dépasse la norme fixée implicitement par le gouvernement.

Du point de vue théorique, nous avons démontré précédemment que dans une politique de contrôle de la pollution, le coût marginal de dépollution à l'optimum devait être égal au coût marginal de la nuisance aux tiers. Ainsi, pour inciter les pollueurs à dépolluer, la taxe devrait être égale à ce coût marginal de la nuisance aux tiers. En effet, le pollueur qui émet une quantité de polluants correspondant en un (1) point de la portion de la courbe située à droite de  $q_1$  (figure 5) possède un coût marginal inférieur à la taxe. Donc, il préférera dépolluer plutôt que de payer la taxe sur les unités d'influents supplémentaires. Par contre, il n'a aucun avantage

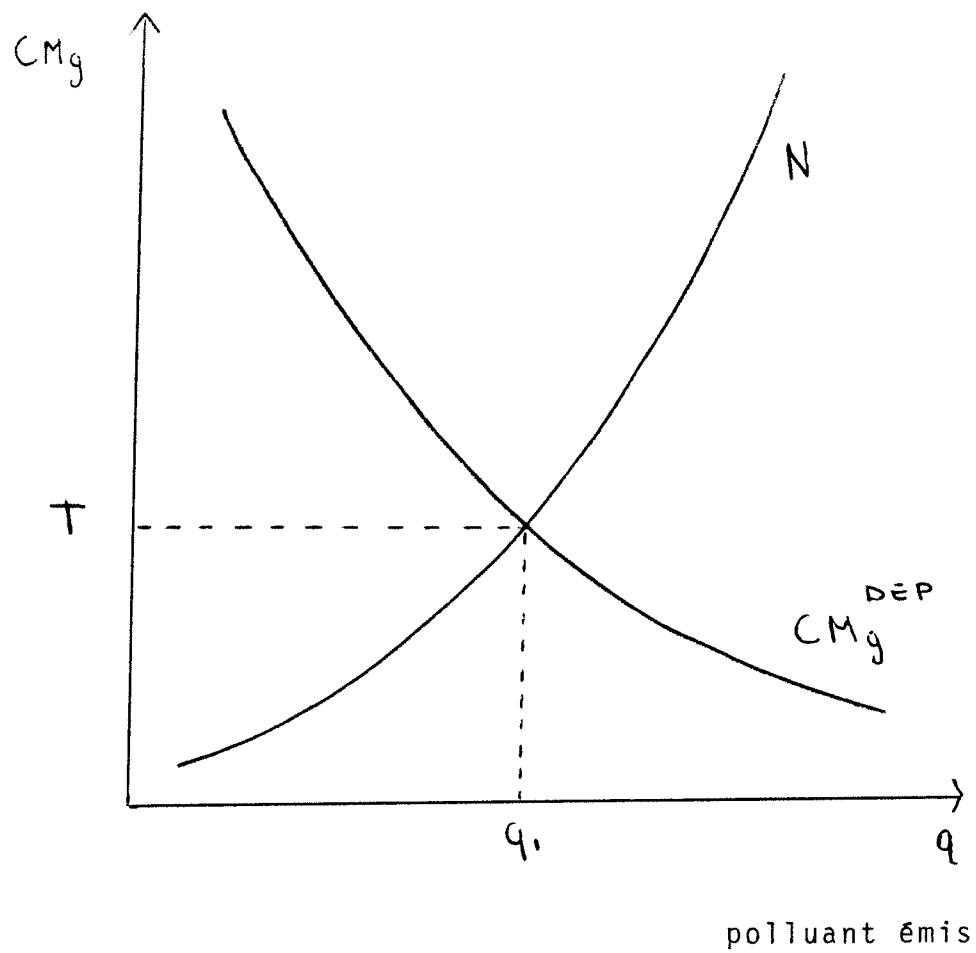


Figure 5: Les taxes sur les effluents.



à dépolluer plus que le niveau  $q_1$ , car son coût marginal de dépollution est supérieur à la taxe; il aura donc intérêt à payer et à polluer.

Selon Freeman III, Haveman et Kneese (1975), dans le cas où la courbe du coût marginal de dépollution n'est pas connue, une taxe pourrait quand même être imposée aux pollueurs pour chaque unité de pollution, l'Etat pourrait déterminer une taxe égale à la nuisance marginale.

Donc, les pollueurs dépollueront tant et aussi longtemps que leur coût marginal de dépollution ( $CM_g^{DEP}$ ) sera moins élevé que la taxe ( $T$ ). L'optimum sera atteint lorsque  $CM_g^{DEP}$  sera égal à  $T$ . Par conséquent, la somme des coûts de dépollution de tous les pollueurs sera minimisée lorsque chaque pollueur aura égalisé son coût marginal par rapport à la même taxe. Ainsi, les coûts marginaux de tous les pollueurs seront égaux.

Il en va de même lorsque la courbe de coût marginal de la nuisance aux tiers ne peut être obtenue alors que la courbe des coûts marginaux de dépollution peut l'être. Dans ce cas, on pourra appliquer une taxe en se basant sur la norme de qualité ambiante de l'eau qui, au moyen d'un modèle de dispersion, nous donnera la norme d'émission. Mais, à l'instar de la politique sur la norme d'émission où le pollueur

ne peut déverser en quantité supérieure à ce taux, la taxe sera fixée à ce niveau et les pollueurs dépollueront jusqu'à ce que leur coût marginal de dépollution devienne égal à la taxe. La différence réside dans l'application de cette norme. Dans le cas d'une politique de taux maximal d'émission, le pollueur qui enfreindra celle-ci sera dans l'illégalité, tandis que, dans le cas d'une politique de taxation, le pollueur n'aurait qu'à payer une taxe supplémentaire et ne serait pas dans l'illégalité. Dans les deux cas cependant il ne serait pas optimal pour le pollueur de dépasser cette norme.

Si cette taxe est imposée uniformément à tous les pollueurs alors ils paieront tous la même taxe. Reconsidérons le cas où deux pollueurs n'ont pas la même courbe de coût marginal de dépollution (figure 6). Si celle-ci représente la même situation que la figure (4) où une norme d'émission  $q_1$  avait été imposée, alors, dans le cas de l'imposition d'une taxe, le pollueur 1 qui possède des coûts marginaux de dépollution plus faibles que le pollueur 2 se verra obligé de réduire beaucoup plus sa pollution que le pollueur 2. Car comme nous l'avons vu, une taxe uniforme oblige les pollueurs à contrôler leurs émissions jusqu'à ce que leur coût marginal de dépollution soit égal à la taxe. C'est alors que tous les pollueurs ont le même coût marginal de dépollution, ce qui minimise le coût total de la dépollution.

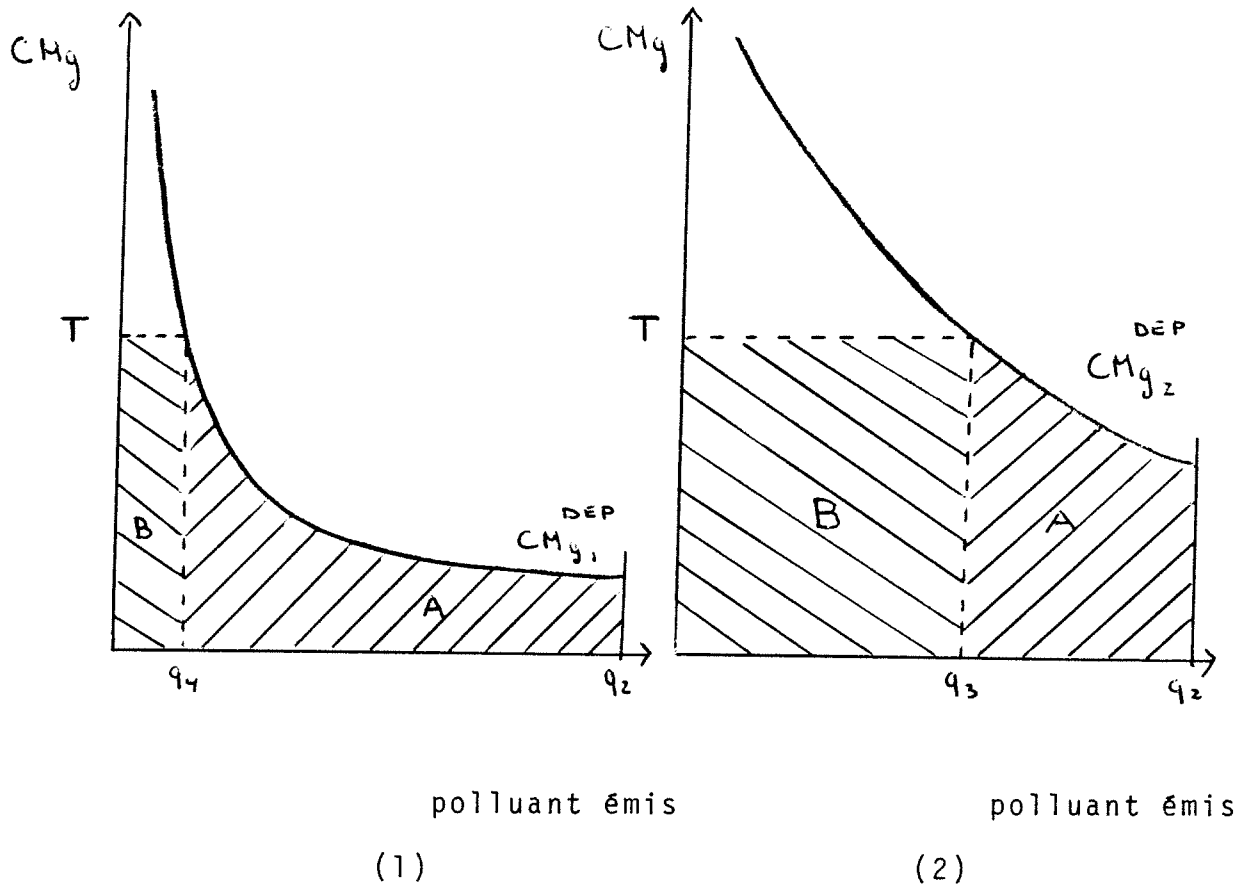


Figure 6; Les effets d'une politique de taxation sur deux entreprises possédant des courbes de coût marginal de dépollution différentes.

Le pollueur 1 dépolluera jusqu'en  $q_4$ , tandis que le pollueur 2 dépolluera jusqu'en  $q_3$ . Si cette taxe a été établie pour obtenir le même degré de dépollution que dans la figure (4), le coût de dépollution de chaque pollueur sera représenté par la zone ombragée A. Le coût total de dépollution pour les pollueurs sera alors moindre que le coût total de dépollution sous une norme d'émission. Cependant, dans le cas d'une politique de taxation, ce coût n'est pas le seul à être imputé aux pollueurs, ceux-ci doivent aussi payer pour la pollution qu'ils émettent. Ainsi, les pollueurs auront à déboursier le montant représenté par la zone ombragée B. Le pollueur devra donc dépolluer plus et paiera moins de taxe, tandis que le pollueur 2 dépolluera moins et paiera plus de taxe.

Ainsi, dans le cas d'une politique de taxation, l'impact financier total sur les pollueurs sera plus grand que dans le cas d'une politique d'émission. L'une des façons de réduire cet impact financier, est d'appliquer la taxe à partir d'une certaine quantité de polluant émis. Cette quantité ne devrait pas être plus faible que la plus petite quantité de polluant déversé par le pollueur.

Pour Kneese et Bower (1968), une subvention aurait le même résultat qu'une taxe. Ils suggèrent que l'Etat

subventionne le pollueur pour chaque unité de pollution réduite. Bien entendu, le pollueur ne sera prêt à dépolluer que si la subvention est plus grande ou égale à ses coûts marginaux de dépollution. Du point de vue théorique, cette subvention pourrait être déterminée au moyen du coût marginal de la nuisance aux tiers. Si cette courbe n'est pas disponible, mais que la courbe des coûts marginaux de dépollution l'est, alors le montant de la subvention pourrait être déterminé en utilisant les normes de qualité ambiante de l'eau comme c'était le cas pour une politique de taxation.

Par contre, par une politique de subvention l'Etat devra réglementer sévèrement la possibilité de subvention; en spécifiant que seuls les pollueurs utilisant un certain processus de production avant une date précise peuvent être éligibles à la subvention. Ceci pour éviter la création d'un marché de pollution.

### iii) Le marché des droits à polluer

Dales (1968) a proposé de créer un marché de droits à polluer, en établissant une quantité totale permise pour l'utilisation de l'environnement comme vecteur des déchets. Ces droits seraient de véritables titres de propriétés sur l'environnement, qui pourront être échangés entre les différents agents. Alors, par le système de marché, un prix serait déterminé.

Dans le cas de deux pollueurs, si les droits de pollution émis étaient de  $q_1$  unités de polluants, alors les deux pollueurs enchériraient sur le prix des droits jusqu'au niveau pour lequel ils émettraient  $q_1$  unités de polluants au total. Pour un même niveau d'émission, le prix de ces droits serait le même que pour la politique de taxation. La différence réside dans la spécification faite par l'Etat. Dans le cas d'une taxe il a spécifié un prix donné et laissé les pollueurs déterminer la quantité d'effluents, tandis que pour les droits à polluer, il détermine la quantité totale d'effluents et laisse le marché décider du prix. S'il y avait information parfaite, ces deux méthodes aboutiraient au même résultat.

#### iv) Comparaison des différentes politiques<sup>1</sup>

Sur le plan de la maximisation du bien-être collectif lorsqu'il y a parfaite information sur les coûts et les bénéfices du contrôle de la pollution, alors il est possible de déterminer le niveau optimal de la qualité ambiante de l'environnement. Cette information étant couplée à un modèle de

---

<sup>1</sup>Cette comparaison des différentes politiques s'inspire de l'ouvrage de Dewees, D.N. Everson, C.K. et Sims, W.A., *Economic Analysis of Environmental Policies*, Ontario Economic Council, Toronto, 1975, p. 127.

dispersion, il est facile de déterminer le nombre nécessaire de droits à polluer pour atteindre cette qualité. Par ailleurs, il serait aussi facile de déterminer une taxe sur les effluents qui conduirait au même taux total d'émission. Finalement, on pourrait établir une norme d'émission qui entraînerait la même émission nette. Cependant, parce qu'une norme d'émission uniforme ne minimise pas les coûts de contrôle de la pollution, le bien être collectif sera plus faible que dans les autres cas. Même si les différentes politiques produisent la même quantité environnementale, leurs effets revenus diffèrent. Ainsi, elles auront des propriétés distributives différentes. Contrairement à la politique normative, les politiques des droits à polluer et des taxes sur les effluents devront apporter une diminution de la production de la firme polluante.

Cependant, il est rare que l'on possède une parfaite information sur les bénéfices. Il est donc difficile de choisir entre les différentes politiques de contrôle de la pollution. Ainsi, il a été très souvent proposé d'utiliser le critère de la minimisation des coûts. Nous avons noté antérieurement qu'une norme d'émission uniforme amenait différents coûts marginaux de dépollution entre les pollueurs qui possédaient des courbes de coûts différents. Les politiques de taxation et des droits à polluer

égaliseraient cependant ces coûts marginaux. Comme la minimisation des coûts implique que les coûts marginaux entre les différents pollueurs sont égaux, les politiques des droits à polluer et de taxation sont équivalentes ou supérieures à la norme d'émission définie sur la base de la minimisation des coûts.

Le progrès technologique est aussi un facteur important pour diminuer les coûts de contrôle de la pollution dans le temps. Si les trois politiques de dépollution étudiées ci-haut ont en commun l'objectif de minimiser les coûts de dépollution, seules la taxation et les droits à polluer favorisent de façon notable le développement de nouvelles technologies permettant d'une part de diminuer les coûts de contrôle de la pollution et d'autre part, de réduire les paiements imposés par la taxation sur la quantité de polluants émis en sus, et de réduire le prix des droits à polluer pour un niveau donné d'émission de polluant.

Ainsi, pour ces deux politiques de contrôle de la pollution, l'impact financier total dû au progrès technique sera moindre. Pour la politique des droits à polluer, le nombre de droits disponibles sera toujours le même, c'est-à-dire  $q_1$ . Cependant, son prix sera plus faible passant de  $C_1$  à  $C_2$ , figure (7). Ainsi, le pollueur dépolluera autant



égaliseraient cependant ces coûts marginaux. Comme la minimisation des coûts implique que les coûts marginaux entre les différents pollueurs sont égaux, les politiques des droits à polluer et de taxation sont équivalentes ou supérieures à la norme d'émission définie sur la base de la minimisation des coûts.

Le progrès technologique est aussi un facteur important pour diminuer les coûts de contrôle de la pollution dans le temps. Si les trois politiques de dépollution étudiées ci-haut ont en commun de minimiser les coûts de dépollution, seules la taxation et les droits à polluer favorisent le développement de nouvelles technologies permettant d'une part de diminuer les coûts de contrôle de la pollution et d'autre part, de réduire les paiements imposés par la taxation sur la quantité de polluants émis en sus, et de réduire le prix des droits à polluer pour un niveau donné d'émission de polluant.

Ainsi, pour ces deux politiques de contrôle de la pollution, l'impact financier total dû au progrès technique sera moindre. Pour la politique des droits à polluer, le nombre de droits disponibles sera toujours le même, c'est-à-dire  $q_1$ . Cependant, son prix sera plus faible passant de  $C_1$  à  $C_2$ , figure (7). Ainsi, le pollueur dépolluera autant

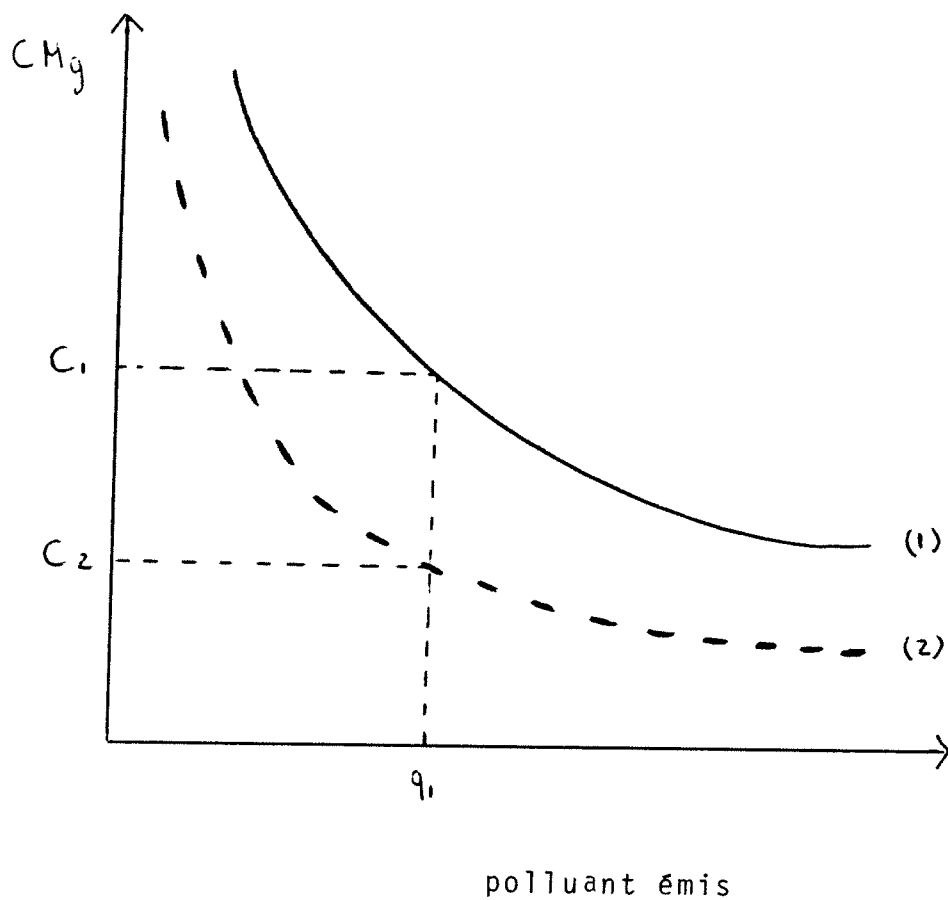


Figure 7: L'effet du progrès technique sur les coûts de dépollution lorsque le pollueur est régi par une politique des droits à polluer.

qu'avant mais à moindre coût, passant du coût total défini par l'aire  $C_1q_1$  au coût total représenté par  $C_2q_1$ .

Pour la politique de taxation, il n'est pas certain que le coût de dépollution soit plus faible. Cependant, le coût à payer pour la pollution émise en sus diminuera car le pollueur aura dépollué plus étant donné que son nouveau coût marginal de dépollution sera encore égal à la taxe  $T$ , figure (8).

Le progrès technique n'aura donc pas le même impact sur les deux politiques. Ainsi, l'Etat devra faire en sorte de réviser ses politiques de contrôle suite au développement de nouvelles technologies.

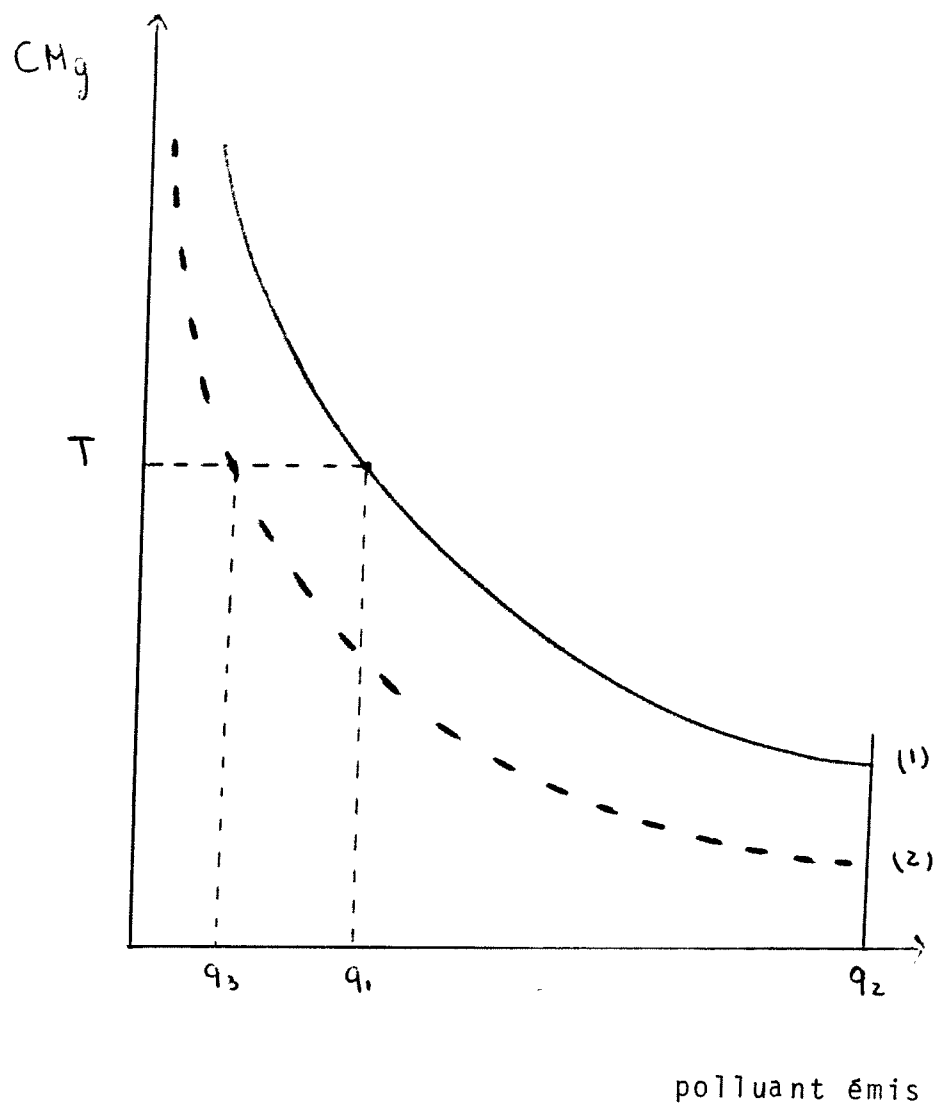


Figure 8: Effet du progrès technique sur les coûts de dépollution lorsque le pollueur est régi par une politique de taxation.

CHAPITRE DEUXIEME

Le contrôle de la pollution

## II. Le contrôle de la pollution

### 1. L'estimation des bénéfices du contrôle de la pollution

La définition du niveau optimal du contrôle de la pollution nécessite la connaissance des coûts et des bénéfices de ce contrôle. Si ces coûts peuvent être calculés et mesurés en valeur monétaire de façon assez rigoureuse, il n'en est pas de même pour les bénéfices (c'est-à-dire les coûts marginaux de la nuisance aux tiers dû à l'émission de polluants); en effet, ils représentent un gain (s'il y a réduction de la pollution) dans les services environnementaux pour lesquels il n'y a pas de valeur monétaire directement disponible.

La mesure ultime de ces bénéfices de la qualité de l'environnement pourrait être la velléité à payer des agents économiques pour les services environnementaux autres que celui de vecteur des déchets, c'est-à-dire une mesure du bien-être des gens vis-à-vis un niveau de qualité de l'eau donné. Cependant, dans l'estimation de cette disposition à payer, le problème de la révélation des préférences des agents surgit et rend difficile toute estimation. Ainsi, comme nous l'avons vu précédemment, le problème de la révélation des préférences aura pour conséquence qu'un agent surestimer sa velléité à payer

s'il croit qu'on ne le taxera pas de ce montant, tandis qu'il la sous-estimera dans le cas contraire.

Plusieurs tactiques ont été proposées pour contourner ce problème tels: les procédures de planification, l'équilibre politico-économique et la loi de l'agent médian. Ainsi, au chapitre de la théorie des incitations, les auteurs Laffont et Maskin ont récemment étudié le comportement des agents par rapport à l'information que ceux-ci détiennent, et ont proposé des stratégies permettant d'identifier l'information que détiennent les agents.<sup>1</sup>

Outre le problème de la révélation des préférences, un problème majeur survient lors de la détermination de la velléité à payer des agents: c'est l'inhabitude des agents à répondre à des questions nécessitant de leur part une évaluation monétaire de services (ne passant pas à travers le système de marché) et qu'ils utiliseraient pour différentes qualités données de l'environnement. Si certaines techniques ont été mises de l'avant pour obtenir l'information de façon indirecte, il n'est pas de notre propos de les expliciter davantage.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Voir Laffont, Jean-Jacques, Théorie des incitations un exemple introductif. Dijon, Université de Dijon, Institut de mathématiques Economiques, février 1980.

Voir Maskin, Eric. Voting for public alternatives: Some notes on majority rule. Dept of economics, Massachusetts Institute of technology, No 229, February 1979.

<sup>2</sup> Voir, Dewees, D.N., Everson, C.K. et Sims, W.A. Economics Analysis of Environmental Policies, Ontario Economic Council, Toronto, 1975, ch. 3, p. 34-78.

## 2) La minimisation des coûts du contrôle de la pollution

Etant donné la difficulté que nous rencontrons dans l'estimation des bénéfices du contrôle de la pollution, il est parfois impossible d'obtenir le niveau optimal de ce contrôle.

Une façon de contourner ce problème est de décider du niveau de contrôle que l'on désire obtenir au moyen de la qualité ambiante du milieu visé et d'établir les politiques de contrôle qui feront en sorte que les pollueurs égaliseront leur coût marginal de dépollution à cette norme. Nous verrons ultérieurement comment établir les normes de rejets.

Cependant, l'objectif de la minimisation des coûts ne nous donnera pas un niveau de contrôle de la pollution de premier rang. Lors de la maximisation du bien-être collectif

$$\text{Max}_x B(x) - C(x)$$

où  $x$  est le niveau du contrôle de la pollution,  $B(x)$  le bénéfice du contrôle de la pollution et  $C(x)$  le coût du contrôle de la pollution.

La condition du premier ordre de cette maximisation sera que le bénéfice marginal du contrôle de la pollution sera égal au coût marginal de ce contrôle

$$B'(x) = C'(x)$$



et ce, pour un niveau de contrôle de la pollution optimale  $x^*$ .

Par ailleurs, la minimisation des coûts du contrôle de la pollution pour un niveau donné d'émission de polluants

$$\text{Min}_x C(x)$$

$$\text{Tq } x \geq \bar{x}$$

nous donnera la condition du premier ordre qui égalisera le coût marginal de dépollution à la norme de rejet.

$$C'(x) = \lambda$$

$$\text{ou } \lambda = C_m \text{ de } \bar{x}$$

Ainsi, la différence entre les deux approches réside dans des coûts marginaux de dépollution différents. C'est-à-dire que le coût marginal de dépollution pour un niveau  $x^*$  de contrôle de la pollution sera plus faible que le coût marginal pour un niveau de contrôle de la pollution.

$$C'(\bar{x}) \gg C'(x^*)$$

nous obtiendrons donc un optimum de second rang<sup>1</sup> par l'utilisation de la minimisation des coûts de contrôle de la dépollution.

---

<sup>1</sup> Il y a une faible probabilité d'obtenir que

$$\bar{x} = x^*$$

et que nous obtenons par cette égalité que la minimisation des coûts soit une politique de premier rang.

### 3) Les normes de qualité

Il n'est pas du ressort de l'économiste de déterminer les normes de qualité, elles relèvent du domaine de l'écologiste. Il est cependant nécessaire d'en comprendre le processus décisionnel étant donné qu'économistes et écologistes doivent travailler ensemble, pour trouver les solutions optimales aux différents problèmes concernant l'environnement.

Le choix des normes de qualité a une importance considérable, puisque c'est à partir de celles-ci que les normes de rejets seront déterminées, lesquelles normes détermineront les politiques environnementales.

La détermination de ces normes de qualité dépend des objectifs de qualité de l'eau elles-mêmes déterminés selon les fonctions d'utilisation de l'eau à préserver. De plus, l'impact de la pollution sur l'homme explique le besoin de fixer des normes de qualité de l'eau. Si une ou plusieurs fonctions de l'eau sont réduites ou éliminées à cause de la piètre qualité de l'eau alors cette pollution lésera l'homme. Toutain et Desaignes (1978) définissent la relation entre la pollution et les fonctions de l'eau comme étant l'effet tertiaire de la pollution. L'effet primaire c'est la modification apportée à la composition naturelle de l'eau.

Pour chacune des fonctions de l'eau, les niveaux maximaux et minimaux, des paramètres servant de critère à la qualité de l'eau, doivent être considérés ensemble pour fixer le seuil de tolérance de la fonction à une modification du milieu, suite à une émission quelconque de polluants. Par exemple, suite à une émission de polluant thermique dans un cours d'eau, la modification du milieu a résulté en une élévation de la température égale à  $X^{\circ}\text{C}$ . Si cette nouvelle température excède le seuil de tolérance d'une certaine fonction de l'eau, alors cette fonction sera réduite ou éliminée.

Pour différentes émissions de polluants nous sommes capables de déterminer la modification apportée au milieu par rapport aux différents paramètres déterminant la qualité ambiante de l'eau:

| Emissions                                    | Modification des paramètres |
|--|-----------------------------|
| . Eléments acides ou basiques                | ↑ ou ↓ du PH                |
| . Calcium et magnésium en présence excessive | Dureté élevée               |
| . Matières consommant de l'oxygène (DBO)     | ↓ oxygène dissous (OD)      |
| . Solides en suspension                      | ↑ Turbidité                 |
| . Chaleur                                    | ↑ Température               |
| . Radio éléments                             | ↑ Radioactivité             |
| . Bactéries                                  | ↑ Indices coliformes        |

Les modèles reliant les émissions de polluant à la modification du milieu ambiant sont des modèles de diffusion. Ils permettent de traduire une concentration de polluant émis, en termes de modifications du milieu. Ces modèles sont pratiques autant pour les écologistes que pour les économistes. Les premiers pourront connaître l'impact d'une émission de polluants sur le milieu aquatique, tandis que les modèles de diffusion permettront aux seconds de traduire les coûts de réductions des émissions en terme de coûts calculés en fonction de la qualité ambiante de l'eau et vice-versa. L'avantage de ces modèles est évident quand on doit calculer les bénéfices du contrôle de la pollution, car les individus déterminent leurs bénéfices, non pas en unité de polluants réduits à la source mais plutôt en unité de qualité de l'eau ambiante.

Un des modèles de diffusion les plus connus est celui de Streeter-Phelps qui permet de traduire la concentration d'un (DBO) et déchargé en un endroit particulier, en terme de teneur en oxygène de l'eau dissous à un autre endroit (OD). Ce modèle basé sur le processus naturel de régénération de l'eau postule que la concentration d'un polluant biodégradable émis dans l'eau est inversement proportionnel à la distance que ce polluant parcourt.

Ainsi, se basant sur les seuils de variation maximale et minimale des paramètres de la qualité de l'eau auxquelles les différentes fonctions de l'eau peuvent être soumises, on peut identifier les fonctions de l'eau qui doivent être préservées ou atteintes et ainsi, déterminer les objectifs de qualité du milieu.

Ces objectifs désigneront l'ensemble des exigences auxquelles un milieu doit satisfaire à un moment donné. Puis des normes de qualité seront établies et traduites par la suite (au moyen du coefficient de transfert du modèle de dispersion) en normes de rejets.

#### 4) L'estimation des coûts du contrôle de la pollution

Les fonctions de ce coût nous permettent de représenter les coûts de la dépollution par rapport au niveau de dépollution, pour une technologie donnée. A partir de cette fonction de coût, il est possible de déterminer les coûts marginaux de dépollution.

Les pollueurs ont à leur disposition différentes méthodes techniques, autres que les traitements externes de

polluants (traitements primaire, secondaire et tertiaire)<sup>1</sup>, pour diminuer la pollution; il s'agit en l'occurrence des traitements internes tels: la modification du processus de production, le recyclage, la récupération, la modification dans le choix des intrants, etc... En plus de ces deux cas, il y a des possibilités complémentaires telles celles qui permettent de mieux utiliser la capacité d'autoépuration de l'eau: par exemple un bassin de retenue de l'eau et celles qui permettent des stratégies particulières de dépollution: tel le raccordement à la station d'épuration d'une ville voisine.

Kneese et Bower (1968) ont présenté un modèle théorique pour obtenir la courbe du coût de dépollution. Ils établissent une fonction du niveau de dépollution maximal que l'on peut atteindre par chaque technique de dépollution et ceci pour un niveau donné d'opération. Nous aurons donc

$$X = f(T_i) \quad (9)$$

où X est le niveau de dépollution et T<sub>i</sub> les différentes techniques de dépollution. Ces techniques représentent les traitements internes et externes.

---

<sup>1</sup> Pour plus amples détails voir: Joubert, G., Les implications du programme d'assainissement de l'eau, Association Québécoise des Techniques de l'eau, Mai 1980, p. 60.

Le pollueur voudra donc minimiser ses coûts de dépollution pour atteindre un certain niveau de dépollution  $X^*$ . Ainsi, nous minimiserons

$$CT = \sum_{i=1}^m C_i T_i \quad (10)$$

$$X^* = f(T_1, \dots, T_m)$$

où  $C_i$  représente le coût par unité de dépollution de la technique (i) utilisée. S'il n'y a que deux techniques de dépollution possibles, alors le Lagrangien sera:

$$L = C_1 T_1 + C_2 T_2 + \lambda (X^* - f(T_1, T_2)) \quad (11)$$

où les conditions du premier ordre seront:

$$\left. \begin{aligned} C_1 - \lambda \frac{\partial f}{\partial T_1} &= 0 \\ C_2 - \lambda \frac{\partial f}{\partial T_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \frac{C_1}{\frac{\partial f}{\partial T_1}} = \frac{C_2}{\frac{\partial f}{\partial T_2}} \quad (12)$$

$$X^* - f(T_1, T_2) = 0$$

Il en résulte que les coûts marginaux de dépollution des deux techniques doivent être égaux, ce qui correspond à la règle de la minimisation des coûts.

Représentons graphiquement ces résultats: à l'aide de la figure 9 nous pouvons représenter les isoquants ( $CC^1$ ) et ( $DD^1$ ) qui, pour un niveau de dépollution donné, correspondent aux différents couples  $(T_1, T_2)$  possibles. Les isocoûts ( $AA^1$ ) et ( $BB^1$ ) représentent les différentes combinaisons  $(T_1, T_2)$  que nous pouvons obtenir pour un coût donné. Le point de tangence entre un isocoût et un isoquant détermine la combinaison  $(T_1, T_2)$  qui minimise le coût de dépollution pour un niveau de dépollution donné. Nous obtiendrons ainsi, les points X et Y. A partir de ces points, nous aurons les deux combinaisons qui vont minimiser les coûts pour différents niveaux de dépollution. Cette courbe est appelée le sentier d'expansion du contrôle de la pollution et est déterminée par la condition du premier ordre.

La fonction de coût de pollueur peut alors être déterminée par la résolution simultanée des relations (9) et (12). Pour obtenir les niveaux optimaux des techniques à utiliser  $T_1^*$  et  $T_2^*$  fonction de  $C_1$ ,  $C_2$  et de X. Après substitution de ces équations dans l'équation du coût total de dépollution, une relation entre le coût total CT et  $C_1$ ,  $C_2$ , X est obtenue.



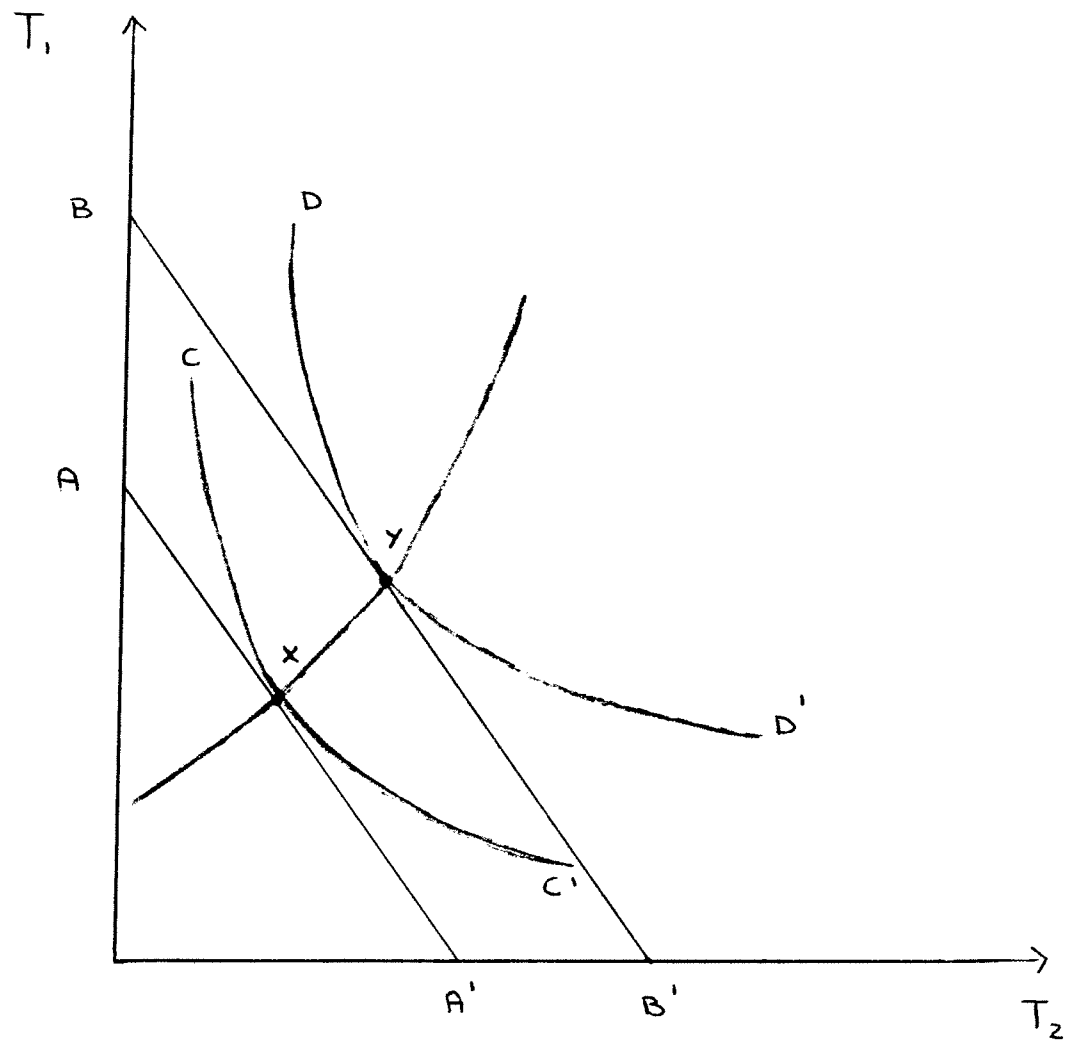


Figure 9: Le sentier d'expansion du contrôle de la pollution.

Comme les coûts des techniques  $C_1$  et  $C_2$  sont connus et considérés comme constants, nous obtiendrons le coût de dépollution en fonction du niveau de dépollution, soit

$$CT = F(X)$$

A partir de cette fonction, nous pourrions déterminer les coûts marginaux de dépollution.

### CHAPITRE III

La programmation multicritère: un  
outil de décision

Nous baserons notre travail sur le cas hypothétique développé par Dorfman et Jacoby et modifié par la suite par Monarchi, Kesiel et Dukstein du "Bow river valley, water quality managment"<sup>1</sup>. Cette étude consistait à résoudre un problème environnemental; les auteurs devaient déterminer un niveau de contrôle de la pollution pour obtenir une qualité de l'eau donnée. Ils devaient faire en sorte que les coûts additionnels de traitement n'affectent pas trop l'économie de la région.

La technique de programmation par objectifs proposée par Monarchi, Kesiel et Duckstein permet à un planificateur de modifier ses objectifs au cours de la résolution du problème. Les avantages de cette méthode c'est qu'elle ne nécessite pas de la part du planificateur de fournir des informations explicites, il n'a qu'à présenter des niveaux acceptables d'atteintes de ses objectifs. De plus, de par le côté interactif de cette méthode, le planificateur doit à chaque cycle prendre une décision quant à ses objectifs, ses aspirations. Cependant, compte tenu du fait que le planificateur possède un rôle plus actif dans la résolution du problème, il faut que chaque décision prise par lui soit Pareto-optimale. Ainsi, Dorfman et Jacoby, lorsqu'ils ont élaboré cet exemple, ont précisé que le planificateur

---

<sup>1</sup> Dans Hwang, C.L. et Masud, A.S.M. Multiple objective decision making, Method and Applications, New York, Springer Verlag, 1979, 351 p.

était constitué de représentants de chaque groupe impliqué dans le problème. Alors toutes décisions prises par le planificateur seront Pareto-optimales, puisque nous ne pourrions modifier la décision en faveur d'un groupe sans qu'un autre groupe ne soit lésé, supposant qu'il n'y a pas de droit de veto.

A l'aide de données québécoises sur la rivière des Mille-Iles, nous voudrions étudier la maniabilité de cette technique de programmation et en évaluer les possibilités d'application.

### 1. Optimisation d'un problème à objectifs multiples

Un gestionnaire doit souvent faire face à un problème où plusieurs objectifs doivent être optimisés simultanément étant donné le lien étroit qui existe entre eux. Mathématiquement, ce genre de problème peut être représenté comme suit:

$$\begin{aligned} & \text{Max } [ F_1(\underline{x}), F_2(\underline{x}), \dots, F_k(\underline{x}) ] \\ & \text{TQ} \\ & G_i(\underline{x}) \leq 0 \quad , \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \tag{13}$$

Nous rencontrons habituellement deux méthodes d'optimisation qui permettent la résolution de cette forme de problème. L'une d'elles, consiste à optimiser un objectif tout

en incorporant les autres dans l'ensemble des contraintes.

$$\begin{array}{l}
 \text{Max } F_i(\underline{x}) \\
 \text{Tq} \\
 G_j(\underline{x}) \leq 0 \quad , j = 1, \dots, m \\
 F_g(\underline{x}) \geq A_g \quad , g = 1, \dots, k \text{ et } g \neq i
 \end{array} \quad (14)$$

Cette méthode fournira une solution optimale qui ne satisfera les autres objectifs que pour un certain niveau ( $a_g$ ) déterminé par le gestionnaire.

L'autre approche consiste à optimiser la sommation des fonctions objectifs pondérées.

$$\begin{array}{l}
 \text{Max } \sum_{i=1}^k W_i F_i(\underline{x}) \\
 \text{Tq} \\
 G_i(\underline{x}) \leq 0 \quad , i = 1, \dots, m
 \end{array} \quad (15)$$

où les poids sont habituellement normalisés afin d'obtenir

$$\sum_{i=1}^k W_i = 1$$

Notons que le choix des poids peut s'avérer difficile.

Pour pallier ces problèmes, une méthode de résolution a été élaborée; elle permet le traitement individuel de

chacun des objectifs. De plus, elle permet la prise de décision lors d'un problème à objectifs multiples.<sup>1</sup> Les trois caractéristiques principales sont:

- un ensemble quantifiable d'objectifs
- un ensemble bien défini de contraintes
- un processus permettant l'obtention d'informations sur les préférences

Il existe différentes approches de résolution dépendant de la façon dont l'information, quant aux préférences, est articulée. Ainsi, certaines approches n'exigent a priori aucune information, alors que d'autres nécessitent au contraire une connaissance parfaite des préférences au début de la résolution. Enfin, une des approches demande quant à elle une articulation progressive des préférences du gestionnaire. C'est une méthode interactive. Nous nous intéresserons tout particulièrement à cette dernière approche.

Cette classe de méthodes de résolution s'appuie, comme nous l'avons précisé, sur la définition progressive des préférences du gestionnaire. Cette progression s'effectue à travers un dialogue analyste - gestionnaire pour chaque interaction où le gestionnaire doit fournir de l'information sur ses préférences quant à la solution du moment afin de générer

---

<sup>1</sup>Multiple Objective Decision Making Method.

une nouvelle solution. Cette information peut être explicite ou implicite dépendant de la méthode choisie. L'avantage de la méthode qui utilise l'information sur les préférences articulées implicitement s'appuie sur le fait qu'il est plus facile pour le gestionnaire d'indiquer si, pour lui, le niveau d'atteinte des objectifs est acceptable, que d'indiquer explicitement ses préférences quant aux objectifs.

Cette méthode suppose que le gestionnaire ne puisse fournir une articulation "a priori" de ses préférences à cause de la complexité du problème global mais qu'il puisse en donner une appréciation (même limitée) à une étape précise de la résolution. Ainsi, tout en progressant dans le processus solutionnaire, le gestionnaire indique ses préférences et obtient de l'information supplémentaire quant au problème. Notons qu'un des avantages de cette méthode réside dans le fait qu'en impliquant le gestionnaire tout au long du processus, la probabilité que la solution obtenue, à l'aide du programme, soit appliquée est plus forte.

Nous utiliserons dans cette étude la méthode SEMOPS<sup>1</sup> proposée par Monarchi, Kiesel et Duckstein.<sup>2</sup> Cette méthode

---

<sup>1</sup>Sequentiel Multiobjective Problem Solving Technique.

<sup>2</sup>Monarchi, D.E., C. Kiesel and L. Duckstein "Interactive multiobjective Programming in Water Resources: A Case Study" Water Resources Research, Vol. 9, No 4, 1973.



est une technique de programmation interactive qui implique dynamiquement le gestionnaire dans le processus de localisation de la ligne de conduite la plus satisfaisante.

La méthode SEMOPS utilise cycliquement une fonction objective succédannée basée sur les objectifs et les aspirations du gestionnaire quant à la valeur qu'il désirerait obtenir pour ces objectifs. Les valeurs associées aux objectifs sont imposées au gestionnaire par des agents extérieurs, tandis que les niveaux d'aspirations, pour ces mêmes objectifs, relèvent de lui seul.

## 2. L'Algorithme

Opérationnellement, la méthode SEMOPS est un algorithme à trois étapes impliquant la transformation, l'itération et la phase terminale du problème.

Il est basé sur le principe que nous voulons minimiser l'écart entre les aspirations du gestionnaire quant aux objectifs et ce que nous obtenons réellement pour ces objectifs. C'est-à-dire minimiser l'écart entre ce que nous désirons et ce que nous obtenons.

## i) La transformation

La transformation consiste en la réécriture du problème original en un second comportant un problème principal et un ensemble de problèmes auxiliaires.

Notons  $NA = (NA_1, \dots, NA_t)$  comme étant les niveaux d'aspirations et  $(F_1(\underline{x}), \dots, F_t(\underline{x}))$  comme étant les fonctions multiobjectifs.

Nous pouvons définir cinq types d'indicateur de réalisation dépendant de la relation entre la fonction objectif et le niveau d'aspiration de celle-ci:

- la valeur de la fonction objectif doit être plus petite ou égale à celle du niveau d'aspiration:

$$F_i(\underline{x}) \leq NA_i \quad ; \quad d_i = \frac{F_i(\underline{x})}{NA_i}$$

- la valeur de la fonction objectif doit être plus grande ou égale à celle du niveau d'aspiration:

$$F_i(\underline{x}) \geq NA_i \quad ; \quad d_i = \frac{NA_i}{F_i(\underline{x})}$$

- la valeur de la fonction objectif doit être à l'intérieur des bornes du niveau d'aspiration:

$$NA_{i \text{ inf}} \leq F_i(\underline{x}) \leq NA_{i \text{ sup}} \quad ;$$

$$d_i = \left[ \frac{NA_{i \text{ sup}}}{NA_{i \text{ inf}} + NA_{i \text{ sup}}} \right] \left[ \frac{NA_{i \text{ inf}}}{F_i(\underline{x})} + \frac{F_i(\underline{x})}{NA_{i \text{ sup}}} \right]$$

- la valeur de la fonction objectif doit être à l'extérieur des bornes du niveau d'aspiration:

$$F_i(\underline{x}) \leq NA_{i \text{ inf}} \quad \text{ou} \quad F_i(\underline{x}) \geq NA_{i \text{ sup}} \quad ;$$

$$d_i = \left[ \frac{NA_{i \text{ sup}}}{NA_{i \text{ inf}} + NA_{i \text{ sup}}} \right] \left[ \frac{1}{\frac{NA_{i \text{ inf}}}{F_i(x)} + \frac{F_i(x)}{NA_{i \text{ sup}}}} \right]$$

Dans chaque cas, une valeur de l'indicateur de réalisation inférieure ou égale à l'unité indique que l'objectif a été atteint, tandis qu'une valeur supérieure à l'unité indique la non réalisation de l'objectif.

Ainsi, la fonction objectif succédannée sera égale à la sommation des indicateurs de réalisation des objectifs, soit:

$$S = \sum d_i$$

Le problème principal consiste donc en la minimisation de la fonction objectif succédannée sous contraintes.

Chaque problème auxiliaire consistera en la minimisation de la fonction objective succédannée, mais à la différence du problème principal on ajoutera à l'ensemble des contraintes, celle du niveau d'aspiration du gestionnaire quant à un des objectifs non déjà contraint. Il y aura donc autant de problèmes auxiliaires qu'il y aura d'objectifs non contraints dans le problème principal.

Le but des problèmes auxiliaires est de fournir de l'information au gestionnaire quant aux comportements des autres objectifs, au prochain cycle, lorsque un des objectifs a dû être réalisé. C'est-à-dire, lorsqu'il est considéré comme une contrainte dans le problème. Cette information permettra une articulation progressive des préférences du gestionnaire.

Donc, la transformation d'un problème tel que défini par la relation (13) en un problème permettant sa résolution par la programmation multicritère nous donne mathématiquement pour le premier cycle:

- le problème principal:

$$\begin{aligned} \text{Min } S_1 &= \sum_{i=1}^T d_i \\ \text{TQ } \underline{x} &\in X \end{aligned} \tag{15}$$

- les problèmes auxiliaires:

$$\text{Min } S_{1g} \quad | = \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq i}}^T d_i$$

TQ

$$\underline{x} \in X$$

$$F_g(\underline{x}) \geq NA_g$$

ou

$$F_g(\underline{x}) \leq NA_g$$

ii) L' itération

L' itération est le segment interactif de l' algo- rithme. Elle implique une alternative entre une phase d' op- timisation (par l' analyste) et une phase évolutive (par le gestionnaire) jusqu' à ce que la solution retenue soit atteinte.

Après l' optimisation du problème du premier cycle, le gestionnaire évalue les résultats du problème principal et des problèmes auxiliaires. A partir de cette évaluation, il devra décider s' il doit modifier ses niveaux d' aspirations, s' il doit contraindre un des objectifs ou encore s' il doit reviser ses actions antérieures. Un nouveau problème sera donc élaboré.

La  $T^{i\text{ème}}$  itération résolvant le problème principal et les problèmes auxiliaires sera mathématiquement:

- le problème principal

$$\text{Min } S_t = \sum_i d_i$$

TQ

$$\begin{aligned} \underline{x} &\in X \\ F_j(\underline{x}) &\geq NA_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

- les problèmes auxiliaires:

(16)

$$\text{Min } S_{tg} = \sum_{\substack{i \\ i \neq g}} d_i$$

TQ

$$\begin{aligned} \underline{x} &\in X \\ F_j(\underline{x}) &\geq NA_j \\ F_g(\underline{x}) &\geq NA_g \end{aligned}$$

iii) La phase terminale

L'algorithme se termine lorsqu'une solution satisfaisante pour le gestionnaire est atteinte lors de la  $t^{i\text{ème}}$  itération.

### 3. Cas de la rivière des Mille-Iles

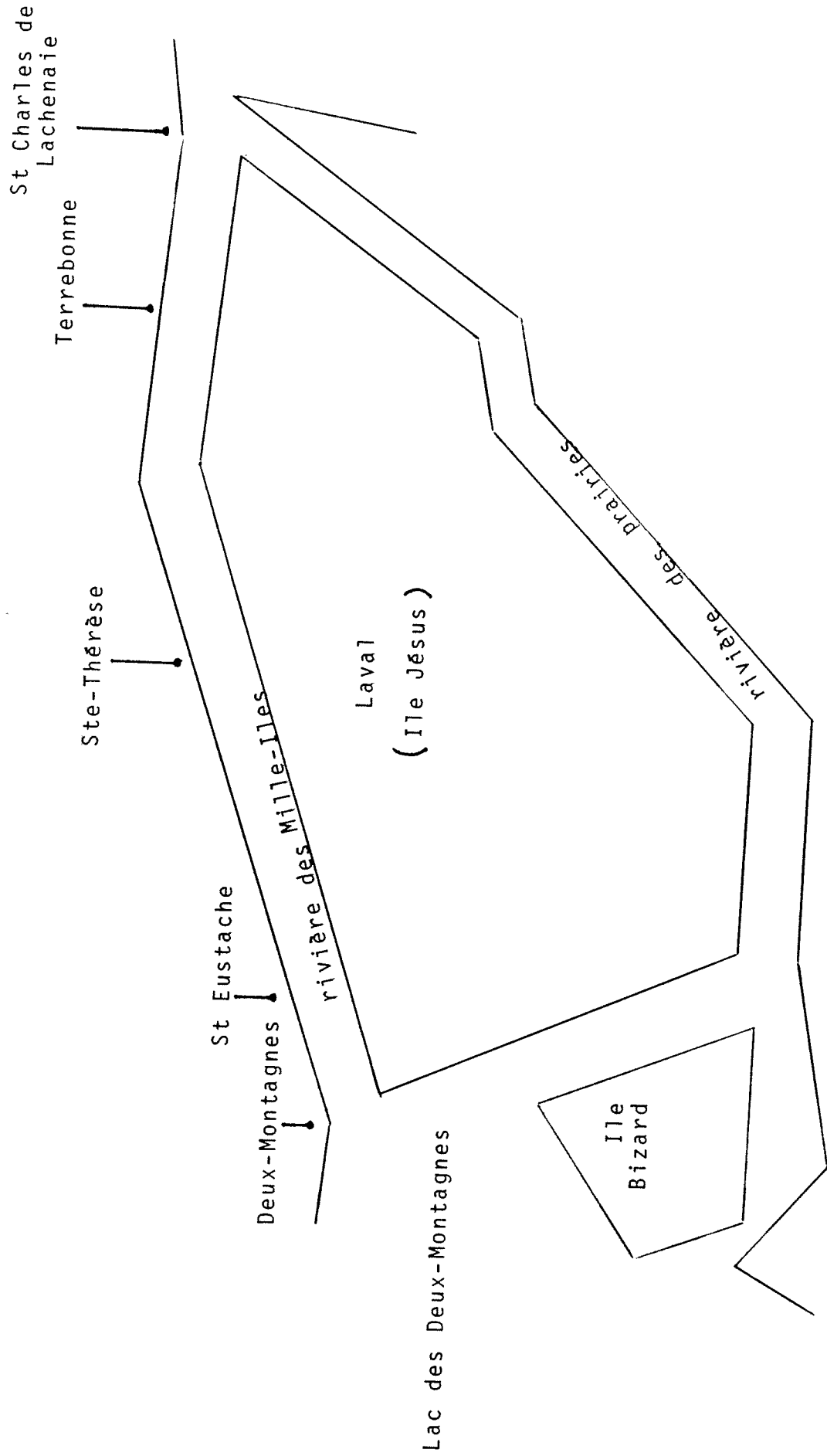
#### a) Hypothèses

Le problème qui nous intéresse ici est celui de la pollution de la rivière des Mille-Iles dont les caractéristiques géographiques (source, embouchure, etc) et démographiques sont décrites aux figures 10 et 11. Remarquons (fig. 10) que l'embouchure de la rivière des Mille Iles se situe à proximité de la ville de St Charles de Lachenaie. On verra plus loin que cette caractéristique entrainera l'imposition d'une contrainte extérieure dans l'élaboration de notre modèle.

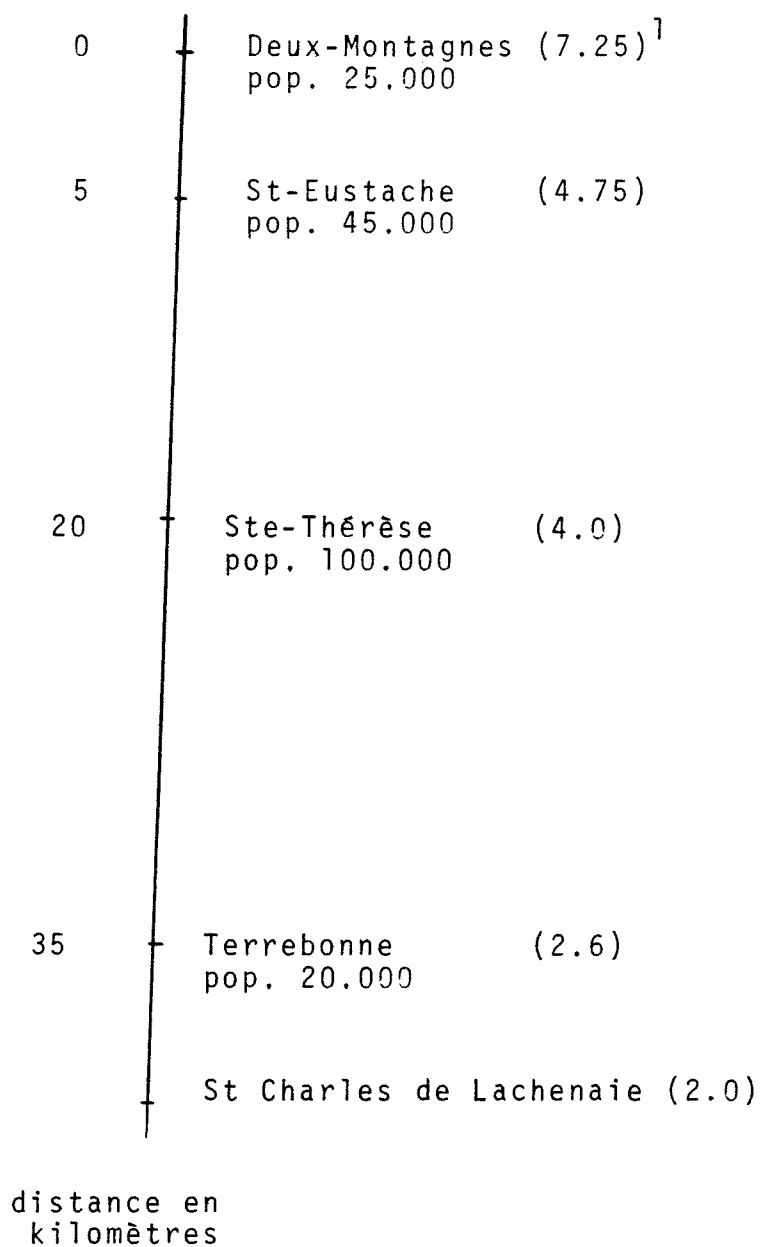
Les effluents municipaux, qui constituent les principales sources de pollution de la rivière des Mille-Iles proviennent de quatre villes situées dans les basses Laurentides, soit Deux-Montagnes, St-Eustache, Ste-Thérèse et Terrebonne. Pour ce qui est de cette dernière, il est à remarquer qu'elle représente le cas type de ville peu industrialisée que nous retrouvons sur l'île Jésus mais dont nous ne traiterons pas ici afin d'éviter d'alourdir le modèle.

Les industries de la région ne sont pas considérées comme des pollueurs individuels. Nous supposons que l'usine jette ses déchets organiques dans le système d'interception

Figure 10: La rivière des Mille-Iles et les villes riveraines avoisinantes







<sup>1</sup> Les valeurs entre parenthèses sont les valeurs d'OD en milligramme par litre avant effluent

Figure 11: Caractéristiques principales de la rivière des Mille-Iles

des eaux usées de la municipalité et qu'elle fait transporter ses déchets organiques dans une usine de traitement intégré des résidus industriels. Ces déchets sont alors neutralisés et solidifiés puis coulés dans une espèce de lave qui est ensuite enfouie dans le sol de manière à éviter tout danger pour l'environnement.

Notons que, dans le contexte québécois actuel, ceci est une hypothèse très optimiste, puisqu'il y a présentement un laisser-aller de la part des entreprises et de nos gouvernements.

Nous ne désirons pas dans ce travail entretenir le mythe selon lequel les eaux usées domestiques des municipalités soient les principales responsables de la pollution des cours d'eau du Québec. En effet, en termes de quantité de pollution organique et inorganique déversées, même après traitement ou récupération de matières premières, ce sont les industries qui, globalement polluent le plus. Ce fait s'explique par l'énorme besoin en eau des industries qui l'utilisent, tant comme agent de refroidissement ou de chauffage que comme produit dans les procédés de fabrication ou encore comme moyen d'évacuer les déchets. L'industrie manufacturière utilise à elle seule la moitié de la demande québécoise en eau, qui est de dix milliards de litres par jour. Les volumes d'eau rejetés sont donc très importants et la variété des substances contaminantes est très grande.

En effet, les industries rejettent des matières organiques biodégradables représentant 60 à 70 pour cent de toute la pollution organique des eaux du Québec.

Selon une étude portant sur les différentes industries du Québec faite par l'OPDQ, la dégradation des matières polluantes organiques provenant de l'industrie des pâtes et papier demande quatre à cinq fois plus d'oxygène (DBO) que celle de tous les déchets domestiques versés dans le St Laurent par les quatre millions de Québécois.

L'industrie alimentaire vient au second rang comme source de pollution organique industrielle avec des rejets nécessitant une DBO équivalente à celle exigée pour onze millions de personnes.

Vient ensuite l'industrie chimique qui, à elle seule, rejette des déchets organiques comparables à ceux produits par trois millions de personnes. Cependant notons que pour cette industrie le problème se situe plutôt du côté de la pollution inorganique.

Nous venons de montrer que l'industrie constitue une source importante de pollution. Cependant, dans le cadre de notre étude, nous ne tenons pas compte des entreprises étant donné que: premièrement la politique d'assainissement des eaux du gouvernement québécois a pour effet de séparer municipalités et industries et ce, malgré sa volonté ferme d'étendre

son intervention du côté des entreprises industrielle et agricole afin d'atteindre les objectifs fixés, soit l'assainissement complet des tronçons de rivières et des lacs choisis.

Deuxièmement, tenir compte de toutes les entreprises comme source polluante allourdirait le modèle. De plus, les regrouper pour en faire une source unique reviendrait à les considérer au même titre qu'une ville puisque nous ne prenons en compte que le facteur organique de pollution. Malgré cela, il est évident que, sans en faire un facteur isolé de pollution, les entreprises influenceront la quantité d'effluents municipaux.

Ainsi, la plus grande majorité des entreprises se retrouvant dans les villes de St-Eustache et de Ste-Thérèse, le débit des effluents que déversent ces deux villes, sera beaucoup plus élevé que celui des villes non-industrialisées.

#### b) Qualité

La spécification de la qualité de l'eau est réduite à une seule dimension: la concentration de l'oxygène dissous (OD). Quant à la qualité des effluents, elle est décrite par la demande biochimique en oxygène (DBO) que ces effluents transportent.

La dynamique d'auto-épuration d'un cours d'eau est, selon l'hypothèse de Streeter-Phelps<sup>1</sup>, un simple modèle additif. Selon ce modèle, la décomposition des déchets organiques dans le cours d'eau réduit le niveau d'oxygène dissous à un taux proportionnel à la concentration des déchets dans l'eau.

La qualité de l'eau, c'est-à-dire le niveau de l'oxygène dissous au point j ( $q_j$ ) est calculée à partir de l'équation suivante:

$$q_j = \bar{q}_j - \sum_i (d_{ij} L_i (X_i - T_i)) \quad (17)$$

où  $T_i$  = Traitement actuel des effluents au point i en %

$\bar{q}_j$  = Niveau actuel de l'OD au point j

$L_i$  = Qualité des effluents émis (DBO) au point i

$d_{ij}$  = Coefficient de transfert entre les point i et j

$X_i$  = Réduction proportionnelle de  $L_i$  en %

i = point pollueur

j = point pollué

Le niveau de traitement des effluents des quatre villes sont les quatre variables à déterminer.

---

<sup>1</sup> Streeter, H. et E.B. Phelps. "A study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River. Illinois Factors Concerned in the Phenomenon of Oxydation and Rarration, Public Health Service Bulletin, vol. 146, 1925.

Les quatre villes possèdent déjà des installations réduisant d'un certain pourcentage, propre à chaque installation, la DBO de leurs effluents bruts. Réduire davantage la DBO nécessitera de nouvelles installations. Le coût de ces installations d'épuration va augmenter le taux de taxation des villes. De plus, une ville pourra calculer un taux de taxation différent pour les entreprises et les résidences, et un taux différent entre les usines, dépendant de la qualité des effluents.

### c) Coût

Une relation entre une réduction de la DBO au dessus du traitement préliminaire déjà en fonction et l'accroissement des coûts pour chaque site a été développée dans l'étude de Dorfman et Jacoby. Cette relation représente les coûts additionnels bruts annuels en milliers de dollars et peut être appliquée au cas québécois.

Les relations des coûts additionnels bruts annuels par rapport au taux de traitement sont, en milliers de dollars par an:

- pour la ville de Deux Montagnes

$$C_1 = 500 / (1.01 - x_1^2) - 500$$

- pour la ville de St-Eustache

$$C_2 = 250/(1.16 - x_2^2) \quad - 250$$

- pour la ville de Ste Thérèse

$$C_3 = 600/(1.09 - x_3^2) \quad - 600$$

- pour la ville de Terrebonne

$$C_4 = 300/(1.04 - x_4^2) \quad - 300$$

Ces fonctions de coûts, déduites à partir de cas similaires tiennent compte de la taille de l'usine de traitement des eaux et du schéma théorique de traitement.

Cependant, les municipalités n'ont pas à assumer la totalité des coûts, car le gouvernement québécois, dans son programme d'assainissement des eaux usées, subventionne jusqu'à 90 pour cent les coûts de construction des installations (postes de traitement et interrupteurs). Pour des villes du type de celles rencontrées dans notre étude, la subvention est d'environ 60 pour cent. Comme les coûts de construction des installations représentent 68 pour cent des coûts totaux<sup>1</sup>,

---

<sup>1</sup>Source des données, AQTE 1980, dans Joubert (1980)

les villes n'auront à défrayer que 75 pour cent de ces coûts.<sup>1</sup>

La fonction de coût décrite en fonction du taux de traitement des effluents ne nous permet cependant pas d'apprécier l'impact du programme d'assainissement des eaux usées sur des municipalités de taille différentes. Ainsi, une relation entre la variation du taux de taxation et des coûts a été développée.

Il y a cependant quelques caractéristiques du taux de taxation de chaque ville dont il faut tenir compte lors de l'étude.

Ainsi, le taux de taxation de St-Eustache est déjà plus élevé que celui des autres villes. Il ne faut donc pas qu'il augmente trop si cette ville doit demeurer concurrente avec les autres (surtout Ste-Thérèse) pour les nouvelles industries.

Les villes de Deux-Montagnes et de Terrebonne ont des petites populations par rapport à St Eustache et à

---

<sup>1</sup> D'autres facteurs réduisent les coûts bruts des municipalités comme par exemple la réduction du tarif d'électricité pour l'exploitation des installations de dépollution. Cependant, la forme de la fonction de coût et le désir de garder le modèle simple ne permettent pas de faire ressortir la différence entre coût fixe et variable. Nous verrons dans l'analyse comment imbriquer dans un modèle ces particularités.



Ste Thérèse. Donc, même si les coûts de traitement sont plus faibles, les effets sur l'accroissement du taux de taxation sont plus grands.

De plus, étant donné sa position géographique, la ville de Terrebonne est la principale responsable quant au maintien d'un oxygène dissous à l'embouchure de la rivière.

Les relations sont donc:

- pour la ville de Deux-Montagnes

$$St_1 = (3.0 \times 10^{-3} \cdot .75 C_1)$$

- pour la ville de St Eustache

$$St_2 = (2.70 \times 10^{-3} \cdot .75 C_2) \quad (18)$$

- pour la ville de Ste Thérèse

$$St_3 = (4.0 \times 10^{-3} \cdot .75 C_3)$$

- pour la ville de Terrebonne

$$St_4 = (4.5 \times 10^{-3} \cdot .75 C_4)$$

où St représente la variation du taux de taxation par millier de dollars d'évaluation

## d) Modélisation

Nos sept objectifs de dépollution des eaux de la rivière des Mille-Iles sont<sup>1</sup>:

1. Le niveau de l'OD à St Eustache
2. " Ste Thérèse
3. " Terrebonne
4. La valeur de l'augmentation du taux de taxation à Deux Montagne
5. " St Eustache
6. " Ste Thérèse
7. " Terrebonne

Initialement, nous voudrions augmenter le niveau de l'OD à au moins 6.0 mg/l dans toutes les zones<sup>2</sup>, et maintenir l'augmentation du taux de taxation des villes inférieur à 1.5 dollar par 1000 dollars d'évaluation. Cependant, sans regard à nos aspirations, le ministère de l'environnement exige

---

<sup>1</sup> La qualité de l'eau de la ville de Deux Montagnes est régie par une autre entente, soit celle s'occupant de la région en aval de Deux-Montagnes. Elle ne figure donc pas sur notre liste. De plus, la qualité de l'eau de la ville de St Charles de Lachenaie étant réglementée par le gouvernement, elle ne constitue pas pour nous un objectif mais plutôt une contrainte.

<sup>2</sup> Une qualité de l'eau telle que la baignade soit possible et que la grande majorité de la vie aquatique normale pour cette région puisse y vivre sans problème.

## d) Modélisation

Nos sept objectifs de dépollution des eaux de la rivière des Mille-Iles sont<sup>1</sup>:

1. Le niveau de l'OD à St Eustache
2. " Ste Thérèse
3. " Terrebonne
4. La valeur de l'augmentation du taux de taxation à Deux Montagnes
5. " St Eustache
6. " Ste Thérèse
7. Terrebonne

Initialement, nous voudrions augmenter le niveau de l'OD à au moins 6.0 mg/l dans toutes les zones<sup>2</sup>, et maintenir l'augmentation du taux de taxation des villes inférieur à 1.5 dollar par 1000 dollars d'évaluation. Cependant, sans regard à nos aspirations, le ministère de l'environnement exige

---

<sup>1</sup> La qualité de l'eau de la ville de Deux Montagnes est régie par une autre entente, soit celle s'occupant de la région en aval de Deux-Montagnes. Elle ne figure donc pas sur notre liste. De plus, la qualité de l'eau de la ville de St Charles de Lachenaie étant réglementée par le gouvernement, elle ne constitue pas pour nous un objectif mais plutôt une contrainte.

<sup>2</sup> Une qualité de l'eau telle que la baignade soit possible et que la grande majorité de la vie aquatique normale pour cette région puisse y vivre sans problème.

que le niveau de l'OD demeure au dessus de 4.5 mg/l. Les municipalités quant à elles insistent pour que l'augmentation du taux de taxation demeure en dessous du 2 dollars par 1000 dollars d'évaluation.

Les coefficients de transfert entre le point i et le point j sont donnés au tableau 1. Le niveau de la DBO en livre par jour et le niveau du traitement préliminaire fait aux effluents de chaque ville sont donnés au tableau 2.

Tableau 1

Coefficient de transfert entre point i et j ( $d_{ij}$ )<sup>1</sup>

| i | j     |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|
|   | 1     | 2     | 3     | 4     |
| 1 | - 8.0 | - 5.0 | - 2.0 | - 1.2 |
| 2 | -     | - 6.0 | - 2.8 | - 1.7 |
| 3 | -     | -     | - 6.0 | - 3.5 |
| 4 | -     | -     | -     | - 6.5 |

<sup>1</sup> Toutes les valeurs sont à  $10^{-5}$  c'est-à-dire que le coefficient du transfert entre Deux-Montagnes et St Eustache est  $-5 \times 10^{-5}$  (mg/l) (lb/jour)

Tableau 2

Niveau de la DBO en millier de livres par jour ( $L_i$ ) et Niveau du traitement préliminaire fait aux effluents de chaque ville ( $T_i$ )

|   | $L_i$ | $T_i$ |    |
|---|-------|-------|----|
|   | 1     | 25    | 10 |
|   | 2     | 47    | 40 |
| i | 3     | 100   | 30 |
|   | 4     | 22    | 20 |

Les objectifs et contraintes sont sous forme mathématique.

- Les objectifs

$$\begin{aligned} F_1 \quad q_1 &= q_1 - (d_{11}L_1(x_1 - T_1)) \\ &= 4.55 + 2.0x_1 \end{aligned}$$

$$F_2 = q_2 = 2.75 + 1.25 x_1 + 2.82 x_2$$

$$F_3 = q_3 = 0.23 + 0.5 x_1 + 1.31 x_2 + 6.0 x_3$$

$$\begin{aligned} F_4 = St_1 &= 3.0 \times 10^{-3} \cdot 0.75C_1 \\ &= \frac{1.125}{1.01 - x_1^2} - 1.125 \end{aligned}$$

$$F_5 = St_2 = \frac{0.506}{1.16 - x_2^2} - 0.506$$

$$F_6 = St_3 = \frac{1.8}{1.09 - x_3^2} - 1.8$$

$$F_7 = St_4 = \frac{1.0125}{1.04 - x_4^2} - 1.0125$$

- Les contraintes

$$q_4 = -0.33 + 0.3 x_1 + 0.8 x_2 - 3.5 x_3 - 1.43 x_4$$

$$0.1 \leq x_1 \leq 1$$

$$0.4 \leq x_2 \leq 1$$

$$0.3 \leq x_3 \leq 1$$

$$0.2 \leq x_4 \leq 1$$

$$q_i \geq 4.5 \quad ; \quad i = 1 \text{ à } 4$$

$$St_i \leq 2.0 \quad ; \quad i = 1 \text{ à } 4$$

#### 4. Résolution

Comme nous l'avons vu au chapitre de l'algorithme, la résolution du problème de la pollution de la rivière des Mille-Iles s'effectuera à l'aide de la programmation multicritère.

Dans un premier temps, il s'agira d'appliquer l'algorithme SEMOPS au cas de la rivière Mille-Iles afin d'obtenir pour le gestionnaire une solution satisfaisante du problème du traitement des effluents des municipalités.

Dans un deuxième temps, nous discuterons des différentes possibilités de ce programme, voir l'ajout ou la modification de contraintes telle la qualité de l'eau, des coûts des traitements, l'inclusion des entreprises dans le modèle, etc...

##### a) Application de l'algorithme SEMOPS au cas de la rivière Mille-Iles

Comme nous l'avons vue dans la section précédente, les objectifs et contraintes du cas de la rivière des Mille-Iles sont:

- Les objectifs

$$F_1 = q_1 = 4.55 + 2.0x_1$$

$$F_2 = q_2 = 2.75 + 1.25x_1 + 2.82 x_2$$



$$F_3 = q_3 = 0.23 + 0.5x_1 + 1.31x_2 + 6.0x_3$$

$$F_4 = St_1 = \frac{1.125}{1.01 - x_1^2} - 1.125$$

$$F_5 = St_2 = \frac{0.506}{1.16 - x_2^2} - 0.506$$

$$F_6 = St_3 = \frac{1.8}{1.09 - x_3^2} - 1.8$$

$$F_7 = St_4 = \frac{1.0125}{1.04 - x_4^2} - 1.0125$$

- les contraintes

$$q_4 = -0.33 + 0.3x_1 + 0.9x_2 + 3.5x_3 + 1.43x_4$$

$$0.1 \leq x_1 \leq 1.0$$

$$0.4 \leq x_2 \leq 1.0$$

$$0.3 \leq x_3 \leq 1.0$$

$$0.2 \leq x_4 \leq 1.0$$

$$q_i \geq 4.5 \quad ; \quad i = 1 \text{ à } 4$$

$$St_i \leq 2.0 \quad ; \quad i = 1 \text{ à } 4$$

La transformation du problème de la rivière des Mille-Iles en un problème principal et un ensemble de problèmes auxiliaires nous donne pour le 1er cycle:

- Le problème principal

$$\text{Min } S_1 = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

TQ

$$\left. \begin{array}{l} q_4 \gg 4.5 \\ 0.1 \leq x_1 \leq 1.0 \\ 0.4 \leq x_2 \leq 1.0 \\ 0.3 \leq x_3 \leq 1.0 \\ 0.2 \leq x_4 \leq 1.0 \\ F_i \gg 4.5 \quad , \quad i = 1, 2, 3 \\ F_i \leq 2.0 \quad , \quad i = 4, 5, 6, 7 \end{array} \right\} \underline{x} \in X$$

- Les problèmes auxiliaires

$$1) \text{ Min } S_{1.1} = \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

TQ  $\underline{x} \in X$

$$F_1(x) \gg NA_1$$

$$2) \text{ Min } S_{1.2} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

TQ  $\underline{x} \in X$

$$F_2(x) \gg NA_2$$

$$3) \text{ Min } S_{1.3} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

$$\text{TQ } \underline{x} \in X$$

$$F_3(x) \gg NA_3$$

$$4) \text{ Min } S_{1.4} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7} + \frac{NA_3}{F_3(x)}$$

$$\text{TQ } \underline{x} \in X$$

$$F_4(x) \leq NA_4$$

$$5) \text{ Min } S_{1.5} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_6(x)}{NA_6} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

$$\text{TQ } \underline{x} \in X$$

$$F_5(x) \leq NA_5$$

$$6) \text{ Min } S_{1.6} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

$$\text{TQ } \underline{x} \in X$$

$$F_6(x) \leq NA_6$$

$$7) \quad \text{Min } S_{1.7} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_6(x)}{NA_6}$$

TQ

$$x \in X$$

$$F_7(x) \leq NA_7$$

Les problèmes de minimisation sont non linéaires, il s'agira donc de les résoudre à l'aide d'une méthode de programmation non-linéaire appelée MINOS<sup>1</sup> et élaborée par Murtagh et Saunders.<sup>2</sup>

Cette méthode de programmation exige pour sa réalisation que les fonctions soient différentiables au premier degré.<sup>3</sup> Dans notre cas, elle le sont.

Avant d'aborder l'analyse des résultats de la résolution du problème de la pollution de la rivière des Mille-Iles à l'aide de la méthode SEMOPS, nous nous devons de préciser la signification de la variable de la qualité de l'eau au point j.

---

<sup>1</sup>Voir appendice p. 112 pour programme

<sup>2</sup>Murtagh, B.A. et Saunders, M.A., Minos Users Guide Report SOL. 77-9, Department of Operation Research, Stanford University, California 1977.

<sup>3</sup>Voir appendice p. 129 pour les dérivées.

Lorsque nous parlons de la qualité de l'eau d'une certaine municipalité, nous devons nous rappeler que cette qualité de l'eau dépend de la qualité des effluents des villes en amont.

Prenons comme exemple la relation de la qualité de l'eau à St Eustache:

$$q_1 = \bar{q}_1 - (d_{11} L_1 (x_1 - T_1))$$

où la variable dépendante ( $x_1$ ) représente le niveau de traitement des effluents de la municipalité de Deux-Montagnes. La qualité de l'eau à St Eustache dépendra du niveau de traitement des effluents de Deux-Montagnes et de la distance qui la sépare de celle-ci. C'est pourquoi nous avons donné l'indice un (1) à la variable, même si nous parlons de la qualité de l'eau à St Eustache, voulant ainsi faire ressortir le responsable immédiat de la qualité de l'eau à cet endroit.

De la même façon, la qualité de l'eau de la municipalité de Ste-Thérèse dépend du niveau de traitement des effluents des municipalités de St-Eustache et de Deux-Montagnes.

Les résultats de la résolution du premier cycle nous sont données au tableau 3. L'analyse de ceux-ci nous indique que la ville de Ste-Thérèse ne traite pas ses effluents de façon adéquate étant donné la contrainte fixée par la municipalité qui veut que le taux de variation du niveau de taxation se situe au-dessous de deux dollars. Pour tous les problèmes, nous avons obtenu le même résultat, c'est-à-dire que la ville de

Tableau 3: Résultats du cycle 1

|      | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $ST_1$ | $ST_2$ | $ST_3$ | $ST_4$ |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| S1   | 0.62  | 0.90  | 0.79  | 0.82  | 5.78  | 6.07  | 6.53  | 0.66   | 0.88   | 2.00   | 1.75   |
| S1.1 | 0.72  | 0.91  | 0.79  | 0.82  | 6.00  | 6.21  | 6.54  | 1.17   | 1.00   | 2.00   | 1.78   |
| S1.2 | 0.70  | 0.84  | 0.78  | 0.83  | 5.95  | 6.00  | 6.42  | 1.04   | 0.62   | 2.00   | 1.88   |
| S1.3 | 0.72  | 0.90  | 0.79  | 0.80  | 6.00  | 6.05  | 6.52  | 1.17   | 0.98   | 2.00   | 1.73   |
| S1.4 | 0.66  | 0.92  | 0.78  | 0.80  | 5.89  | 6.18  | 6.47  | 0.80   | 1.19   | 2.00   | 1.52   |
| S1.5 | 0.69  | 0.91  | 0.79  | 0.83  | 5.90  | 6.18  | 6.50  | 0.84   | 1.10   | 2.00   | 1.89   |
| S1.6 | 0.81  | 0.99  | 0.73  | 0.84  | 6.19  | 6.60  | 6.38  | 2.00   | 2.38   | 1.50   | 2.00   |
| S1.7 | 0.66  | 0.92  | 0.79  | 0.83  | 5.87  | 6.19  | 6.48  | 0.83   | 1.19   | 2.00   | 1.50   |

NA (6.0, 6.0, 6.0, 1.50, 1.50, 1.50, 1.50)

Ste-Thérèse traite ses effluents jusqu'au maximum de ce qu'elle peut payer. De plus, pour le problème auxiliaire numéro six nous obtenons une solution irréalizable lorsque nous tentons d'obtenir une variation du taux de taxation de la ville de Ste-Thérèse inférieur à un dollar cinquante. En effet, le cinquième objectif soit celui de niveau de taxation de la ville de St Eustache a dépassé la borne supérieure<sup>1</sup>

|                  | F <sub>1</sub> | F <sub>2</sub> | F <sub>3</sub> | F <sub>4</sub> | F <sub>5</sub> | F <sub>6</sub> | F <sub>7</sub> |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| S <sub>1.6</sub> | 6.19           | 6.60           | 6.38           | 2.0            | 2.38           | 1.50           | 2.00           |

Nous voyons aussi que les taux de variation de la taxation pour les municipalités de Deux-Montagnes et Terrebonne ont atteint leurs valeurs maximales.

Nous devons donc hausser le niveau d'aspiration que nous avons pour St<sub>3</sub>. Il faut cependant éviter de dépasser la valeur maximale émise par la municipalité, puisque même si cette ville est responsable de la majorité de la pollution, elle est la principale source d'emploi de la région. Les autres municipalités bénéficient de la vitalité économique de Ste-Thérèse, elles doivent donc assumer une partie du coût de dépollution. Ceci sera fait en les obligeant à traiter leurs effluents de façon à augmenter davantage la qualité de l'eau à Ste-Thérèse.

---

<sup>1</sup> Le programme MINOS permet d'obtenir la meilleure solution possible en présence d'une solution irréalizable.

Pour trouver un nouveau niveau d'aspiration, nous devons utiliser l'information que nous donnent les résultats du cycle 1 et celle découlant des équations. Ainsi, nous essaierons une valeur du taux de variation de la taxation égale à un dollar soixante. Cette valeur n'est pas trop différente de celle à laquelle nous aspirions au début. De plus, nous l'introduirons comme contrainte.

Le deuxième cycle sera:

- Le problème principal

$$\text{Min } S_{2.6} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

TQ

$$\underline{x} \in X$$

$$F_6(x) \leq 1.60$$

- Les six problèmes auxiliaires

$$\text{Min } S_{2.6g} = \sum_{\substack{x=1 \\ g \neq 6}}^7 d_x$$

TQ

$$\underline{x} \in X$$

$$F_6(x) \leq 1.60$$

$$F_g(x) \geq NA_g, \text{ si } g = 1, 2, 3$$

$$F_g(x) \leq NA_g, \text{ si } g = 4, 5, 7$$



Le vecteur du niveau d'aspiration est:

$$NA = (6.0, 6.0, 6.0, 1.5, 1.5, 1.60, 1.5)$$

Les résultats de ces problèmes nous sont donnés au tableau 4

Comme pour les résultats du premier cycle, le problème dans le deuxième cycle ne consiste donc pas à obtenir un niveau de la qualité de l'eau supérieur à notre niveau d'aspiration mais plutôt de rencontrer les normes du coût de traitement qu'imposent les municipalités.

Ainsi, la hausse de l'objectif 6 à un dollar soixante a tout juste permis d'obtenir une solution réalisable, obligeant les municipalités avoisinantes à assumer le plus gros de la variation du taux de taxation.

Nous devons donc hausser à nouveau notre niveau d'aspiration pour l'objectif 6. Comme une augmentation de dix sous n'a pratiquement rien changé et que la municipalité de Ste-Thérèse atteint la valeur maximale à tous les problèmes nous hausserons le niveau de variation de la taxation à 1.90 faisant en sorte de faire assumer par la ville de Ste-Thérèse le coût de la dépollution. Ce sera ensuite à elle d'en faire assumer les coûts pas ses pollueurs respectifs.

Tableau 4: Résultats du cycle 2

|       | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> | x <sub>3</sub> | x <sub>4</sub> | Q <sub>1</sub> | Q <sub>2</sub> | Q <sub>3</sub> | ST <sub>1</sub> | ST <sub>2</sub> | ST <sub>3</sub> | ST <sub>4</sub> |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| S2.6  | 0.76           | 0.97           | 0.74           | 0.83           | 6.07           | 6.51           | 6.38           | 1.49            | 1.79            | 1.50            | 1.88            |
| S2.61 | 0.71           | 0.96           | 0.72           | 0.81           | 5.97           | 6.34           | 6.17           | 1.08            | 1.60            | 1.57            | 1.40            |
| S2.62 | 0.69           | 0.89           | 0.73           | 0.82           | 5.93           | 6.11           | 6.12           | 1.04            | 0.86            | 1.59            | 1.55            |
| S2.63 | 0.67           | 0.94           | 0.74           | 0.79           | 5.89           | 6.23           | 6.23           | 1.04            | 1.30            | 1.60            | 1.80            |
| S2.64 | 0.72           | 0.95           | 0.71           | 0.81           | 5.99           | 6.33           | 6.10           | 1.17            | 1.44            | 1.56            | 1.50            |
| S2.65 | 0.75           | 0.93           | 0.74           | 0.84           | 6.05           | 6.30           | 6.27           | 1.37            | 1.24            | 1.60            | 1.60            |
| S2.67 | 0.61           | 0.95           | 0.75           | 0.81           | 5.77           | 6.19           | 6.20           | 0.63            | 1.44            | 1.60            | 1.50            |

NA (6.0, 6.0, 6.0, 1.50, 1.50, 1.60, 1.60, 1.50)

Le problème du cycle 3 sera donc:

- Le problème principal

$$\text{Min } S_{3.6} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5} + \frac{F_7(x)}{NA_7}$$

TQ

$$x \in X$$

$$F_6 \leq 1.90$$

- Les problèmes auxiliaires

$$\text{Min } S_{3.6_g} = \sum_{\substack{i=1 \\ g+6}} d_t$$

TQ

$$x \in X$$

$$F_6(x) \leq 1.90$$

$$F_g(x) \geq NA_g \quad \text{si } g = 1, 2, 3$$

$$F_g(x) \leq NA_g \quad \text{si } g = 4, 5, 7$$

le vecteur des niveaux d'aspiration est:

$$NA = (6.0, 6.0, 6.0, 1.5, 1.5, 1.90, 1.5)$$

Les résultats de la résolution de ce cycle nous sont donnés au Tableau 5. Comme nous pouvons le constater, l'imposition à Ste-Thérèse, d'un taux de variation de la taxation de \$ 1.90 fait en sorte que les villes de Ste-Eustache et de

Tableau 5: Résultats du cycle 3

|       | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $ST_1$ | $ST_2$ | $ST_3$ | $ST_4$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| S3.6  | 0.76  | 0.82  | 0.77  | 0.82  | 6.07  | 6.01  | 6.36  | 1.49   | 0.52   | 1.85   | 1.72   |
| S3.61 | 0.72  | 0.85  | 0.76  | 0.82  | 6.00  | 6.05  | 6.32  | 1.17   | 0.64   | 1.78   | 1.75   |
| S3.62 | 0.74  | 0.84  | 0.77  | 0.80  | 6.03  | 6.04  | 6.38  | 1.32   | 0.62   | 1.90   | 1.60   |
| S3.63 | 0.75  | 0.82  | 0.77  | 0.80  | 6.05  | 6.00  | 6.42  | 1.38   | 0.52   | 1.87   | 1.52   |
| S3.64 | 0.78  | 0.81  | 0.76  | 0.81  | 6.11  | 6.01  | 6.42  | 1.62   | 0.51   | 1.79   | 1.88   |
| S3.65 | 0.77  | 0.83  | 0.75  | 0.81  | 6.09  | 6.05  | 6.31  | 1.55   | 0.57   | 1.70   | 1.69   |
| S3.67 | 0.74  | 0.84  | 0.77  | 0.83  | 6.03  | 6.05  | 6.38  | 1.32   | 0.62   | 1.83   | 1.80   |

NA(6.0, 6.0, 6.0, 1.50, 1.50, 1.90, 1.50)

Deux-Montagnes peuvent maintenant amener leur qualité de l'eau à un niveau excédant notre niveau d'aspiration et cela à un coût très intéressant.

Cependant, pour la ville de Terrebonne il semble que le niveau de variation de la taxation soit indépendant de la réalisation des autres objectifs. De plus, pour tous les problèmes, la contrainte de cette municipalité n'a jamais été dépassée et si le niveau d'aspiration courant avait été de 1.88 on aurait satisfait le gestionnaire.

Ainsi, pour le quatrième cycle nous fixerons notre niveau d'aspiration pour le taux de variation de la taxation de la ville de Terrebonne à un dollar soixante dix.

Ce taux peut sembler élevé. Cependant, étant donné la proximité de cette ville et de l'embouchure de la rivière la responsabilité du niveau de la qualité de l'eau à St-Charles de Lachenaie lui incombe tout particulièrement. Ceci ne veut toutefois pas dire que les autres municipalités ne font pas leur part.

Les problèmes du cycle quatre sont donc:

- Le problème principal

$$\text{Min } S_{4.67} = \frac{NA_1}{F_1(x)} + \frac{NA_2}{F_2(x)} + \frac{NA_3}{F_3(x)} + \frac{F_4(x)}{NA_4} + \frac{F_5(x)}{NA_5}$$

TQ

$$\underline{x} \in X$$

$$F_6(x) \leq 1.90$$

$$F_7(x) \leq 1.70$$

- Les problèmes auxiliaires

$$\text{Min } S_{4.67_g} = \sum_{\substack{t=1 \\ g \neq 6 \\ g \neq 7}}^7 d_t$$

TQ

$$\underline{x} \in X$$

$$F_6(x) \leq 1.90$$

$$F_7(x) \leq 1.70$$

$$F_g(x) \geq NA_g \quad \text{si } g = 1, 2, 3$$

$$F_g(x) \leq NA_g \quad \text{si } g = 4, 5$$

Les résultats que l'on obtient pour le cycle quatre et qui sont représentés au tableau 6 sont très satisfaisants. Tous les niveaux d'aspirations sont atteints.

|        | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $ST_1$ | $ST_2$ | $ST_3$ | $ST_4$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| S4.67  | 0.78  | 0.82  | 0.76  | 0.82  | 6.11  | 6.04  | 6.37  | 1.62   | 0.54   | 1.78   | 1.72   |
| S4.671 | 0.77  | 0.84  | 0.75  | 0.82  | 6.09  | 6.07  | 6.33  | 1.55   | 0.64   | 1.71   | 1.70   |
| S4.672 | 0.77  | 0.81  | 0.76  | 0.81  | 6.10  | 6.01  | 6.37  | 1.57   | 0.52   | 1.75   | 1.70   |
| S4.673 | 0.78  | 0.83  | 0.77  | 0.82  | 6.10  | 6.17  | 6.42  | 1.64   | 0.58   | 1.82   | 1.71   |
| S4.674 | 0.79  | 0.81  | 0.77  | 0.81  | 6.12  | 6.02  | 6.39  | 1.69   | 0.53   | 1.87   | 1.69   |
| S4.675 | 0.78  | 0.83  | 0.76  | 0.81  | 6.11  | 6.07  | 6.40  | 1.62   | 0.57   | 1.79   | 1.71   |

NA (6.0, 6.0, 6.0, 1.5, 1.5, 1.90, 1.75)

Le taux de traitement exigé pour les quatre municipalités est:

|                 |    |
|-----------------|----|
| Deux-Montagnes: | 78 |
| St-Eustache:    | 82 |
| Ste-Thérèse:    | 76 |
| Terrebonne:     | 82 |

Nous terminerons donc l'algorithme à ce point.

Cet exemple démontre bien la flexibilité que possède l'algorithme SEMOPS. Nous avons d'abord modifié nos niveaux d'aspirations quant aux objectifs en fonction de l'information que nous avons obtenue à partir des résultats. Ensuite, après avoir identifié les objectifs non contraignants pour le problème, nous avons pu faire un choix quant aux objectifs en conflit dans le problème.

Il faut noter que le fait que cinq des objectifs aient été atteints pour les niveaux d'aspirations initiaux montre d'une part qu'il n'y avait en réalité que deux objectifs en conflit dans le problème et que d'autre part, nous aurions pu pour les objectifs non contraignants, augmenter notre niveau d'aspiration.



## b) Flexibilité de la méthode SEMOPS

La caractéristique principale de l'algorithme SEMOPS repose sur le fait que les différentes décisions prises par le gestionnaire quant à sa préférence pour une des solutions obtenues tout au long du processus de résolution, sont basées sur ses valeurs personnelles. Cependant, il n'est pas certain que la solution choisie soit la meilleure pour lui parce qu'il aurait pu explorer davantage l'impact de certaines variations du niveau d'aspiration pour un objectif particulier par rapport à la réalisation des autres objectifs. Décider de terminer l'algorithme en un point particulier suggère que le gestionnaire doit considérer l'avantage d'utiliser son temps à d'autres problèmes au lieu de rechercher une alternative encore plus satisfaisante pour lui.

Comme nous l'avons déjà précisé, l'avantage de l'algorithme SEMOPS est sa grande flexibilité et la possibilité de tenir compte de toutes sortes de variables et de contraintes.

- Ainsi, il est possible de tenir compte de différents critères de qualité. Se baser sur le seul facteur de la pollution organique de l'eau comme nous l'avons fait dans notre étude ne reflète pas tellement bien la réalité, car il est utopique de prétendre qu'aucun agent inorganique n'est déversé dans les cours d'eau.

Une façon de tenir compte de la pollution inorganique est d'ajouter au modèle de dispersion de Streeter-Phelps une variable exprimant la demande biochimique en oxygène des effluents inorganiques. La qualité des effluents serait alors décrite soit en terme de matériel à base d'azote ( $DBO^n$ ). Mathématiquement, la relation exprimant le niveau d'oxygène dissous (OD) au point  $j$  serait:

$$q_j = \bar{q}_j - \sum_i [d_{ij}^c L_i^c (x_i - T_i) + d_{ij}^n L_{ij}^n (W_i - T_i)]$$

où les niveaux de traitement des effluents inorganiques sont spécifiés en terme de  $DBO^c$  par la relation:

$$W_i = \frac{A}{(1+A) - X_i^2}$$

La variable  $X_i$  représente la quantité proportionnelle de la  $DBO^c$  réduite à la source  $i$  et  $W_i$ , la valeur correspondante pour la  $DBO^n$ .

Nous devrions donc retrouver dans les données un coefficient de transfert entre deux points pour la pollution organique et un autre pour la pollution inorganique. De plus, les mesures de la DBO devront être faites en distinguant la pollution organique et l'inorganique.

D'autres facteurs de pollution pourront être pris en considération: la température de l'eau, l'acidité, le taux de colliforme, la radioactivité, etc... Les facteurs ont été discutés dans la partie décrivant les normes d'émissions.

Les équations exprimant ces facteurs devraient faire ressortir l'impact d'une variation du taux de traitement sur eux.

Nous pourrions donc avoir un problème dont la spécification de la qualité de l'eau serait donnée en fonction de différents critères:

$$q_i = A + B \underbrace{(OD)} + C \underbrace{(T^0)} + D \underbrace{(R)}$$

$$OD = F(x_i) \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{température} \end{array} \right\} \text{radioactivité}$$

$$T^0 = F(x_i) \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{oxygène dissous} \end{array} \right\}$$

$$R = F(x_i)$$

Nous obtiendrions de cet ensemble de contraintes de la qualité de l'eau une meilleure représentation de ce qu'est la réalité en tant que pollution des eaux.

- Si l'on désire tenir compte d'une ou de plusieurs entreprises dans notre modèle afin de mieux contrôler la pollution à sa source et ainsi faire assumer par l'entreprise l'impact financier de la dépollution de sa propre pollution, il nous faut

trouver une fonction qui représente bien la relation entre la dépollution et l'entreprise.

Une des fonctions possibles pourrait représenter le taux de rendement des investissements. Une augmentation des coûts de traitement affecterait à la baisse les profits nets et diminuerait le taux de rendement des investissements.

Comme pour les villes, on peut définir ici une relation illustrant les coûts additionnels bruts que doit assumer l'entreprise pour une réduction de la DBO qui se situe au-dessus d'un certain niveau de traitement initial. Cette relation aurait la forme suivante:

$$C_i = (a / (b - x_i^2)) - a$$

Cependant, il y a toujours des facteurs qui réduisent le coût brut que doit assumer le pollueur. Ainsi, il peut bénéficier d'une subvention gouvernementale afin de défrayer les coûts des installations ou encore il peut obtenir la réduction d'impôts accordée aux entreprises qui participent au programme d'assainissement des eaux.

Tous ces facteurs vont faire en sorte que l'entreprise n'aura qu'à assumer la quantité  $cC_i$  des coûts bruts ou  $c$  égal un facteur proportionnel de la participation financière de l'entreprise et  $C_i$  égal les coûts bruts des installations.

Pour établir le taux de rendement des investissements il faut connaître le niveau des profits sur le marché. Si nous supposons que les ventes sont demeurées stables à moyen terme, que l'entreprise est technologiquement liée à ses coûts de production et qu'à cause de la concurrence elle est dans l'impossibilité de hausser ses prix, l'on pourra définir une relation entre le taux de rendement des investissements et le coût brut de dépollution. Cette relation est:

$$r_i = \frac{100}{A} \frac{(\Pi - c C_i)}{A}$$

$\Pi$  : profits nets de l'entreprise  
 $c C_i$  : coût de traitement qu'assume l'entreprise  
 $A$  : valeur des actions  
 $r_i$  : taux de rendement des investissements  
 $(\Pi - c C_i)$  : diminution des profits nets dû au coût de la dépollution

Nous avons donc une relation exprimant bien la relation entre le taux de traitement des effluents et la santé financière de l'entreprise. L'imposition d'une norme de la qualité de l'eau trop élevée pourrait avoir des conséquences désastreuses quant à la survie de l'entreprise, et par le fait même de l'activité économique de la région.

- Une autre variable dont nous pourrions tenir compte ou que nous pourrions spécifier davantage si elle a déjà été prise en compte, c'est la fonction des coûts. Dans notre modèle nous n'avons retenu que le coût fixe des installations. Cependant, nous aurions aussi pu considérer les coûts variables d'opération et d'entretien des postes de traitement. Nous aurions pu temporaliser toutes ces fonctions de coûts afin d'exprimer plus adéquatement la réalité. Nous obtiendrions de ceci, un ensemble de relations exprimant l'impact d'une variation du niveau de traitement des effluents sur les coûts de traitement de ceux-ci.

- Il est possible d'étendre l'application de cet algorithme à un niveau national ou du moins plus global. En effet, l'étude se situe à un niveau régional, mais nous pourrions étendre son impact sur le plan national d'une politique d'assainissement des eaux en tenant compte de chaque secteur, comme la rivière des Mille-Iles, en termes de pollueur/pollué.

La principale source de pollution au Québec se situe dans la partie sud. C'est dans cette région que nous retrouvons le plus gros de l'activité économique pour le Québec. Il est cependant injuste que seul la région du sud ait à défrayer pour la dépollution puisque les autres régions du Québec bénéficient de l'apport économique du sud. Il est donc possible d'établir

une relation permettant d'imposer une partie des coûts de dépollution de la région sud aux autres parties du Québec moins polluée. Ceci afin de mieux partager la responsabilité de chacun dans ce problème.

- Le problème que nous avons étudié était basé sur la politique d'assainissement des eaux qu'est la norme d'émission. Nous pourrions dans un modèle similaire tenir compte d'une politique de taxation ou encore d'une politique ayant trait aux droits à polluer. Le problème ne s'en trouverait pas pour autant changé, puisque la qualité de l'eau est fixée à un stade antérieur à la modélisation du problème. Ainsi, après que le gouvernement ait fixé le niveau de taxation ou celui des droits à polluer, une certaine qualité de l'eau devra être respectée. La principale différence entre ces politiques réside dans l'application de la solution obtenue. Ainsi, dans le cas d'une politique basée sur la norme d'émission tous les pollueurs sont considérés de la même façon, tandis que pour une politique de taxation ou des droits à polluer, ils sont pris individuellement les uns des autres.

## CONCLUSION



Il ressort de cette étude que, pour des normes d'émissions données, la minimisation des coûts de contrôle de la pollution nous donnera un niveau de contrôle optimal de second rang. Cependant, si les normes d'émissions sont fixées de façon rigoureuse alors, le niveau optimal de contrôle ne s'écartera pas trop de la solution du premier rang.

Le choix d'une politique de contrôle de la pollution est très difficile à faire étant donné la multitude de considérations qui entrent en ligne de compte.

Ainsi, si le problème de l'environnement est petit et qu'une faible baisse des émissions est requise, alors les normes d'émissions sont à considérer. Cependant, si le problème est énorme et qu'une importante réduction des émissions est exigée, alors les politiques de taxation et des droits à polluer sont plus adéquates.

Pour choisir entre ces deux politiques, il faudra considérer la forme des fonctions de coûts. Si l'on peut déterminer de façon certaine le niveau de la qualité de l'eau désirée et que les coûts de contrôle pour obtenir cette qualité ne sont pas trop élevés, alors la politique des droits à polluer

est préférable. Par contre, si les coûts sont élevés ou incertains une politique de taxation sera à considérer.

Il est évident que ces critères ne sont pas absolus. Il est nécessaire, dans chaque cas, de faire des études approfondies des fonctions de coûts de contrôle et d'examiner l'impact de chacune des politiques.

De plus, une des conclusions importantes qui ressort de notre étude est le besoin fréquent pour l'économiste de travailler de pair avec l'écologiste et l'analyste afin d'établir les normes d'émissions et d'estimer les niveaux de traitement des effluents. La spécialisation d'aujourd'hui fait en sorte qu'il est presque impossible pour une personne de résoudre à elle seule un problème comportant plusieurs sphères de spécialisation.

De plus, si la méthode de résolution SEMOPS n'est pas affectée par le choix de l'une ou l'autre des politiques gouvernementales, l'application de la solution que cette méthode propose le sera.

Notons enfin, que la méthode SEMOPS, que nous avons utilisée permet, par sa flexibilité, la résolution de problème environnemental possédant des objectifs très détaillés sur certains critères comme la qualité de l'eau, les coûts de dépollution, etc...

APPENDICE

## 1. Programme Minos

```

PROGRAM MAIN(INPUT, OUTPUT, TAPE5=INPUT, TAPE6=OUTPUT, TAPE7,
+      TAPE1=65,
1      TAPE8=65, TAPE9=65,
2      TAPE10=65, TAPE11=65, TAPE12=65,
3      TAPE13=65, TAPE14=65, TAPE15=65 )

```

THE ABOVE FILES ARE INTENDED FOR USE AS FOLLOWS --

|        |                                |              |
|--------|--------------------------------|--------------|
| TAPE8  | SCRATCH FILE (RECORD LENGTH 8) |              |
| TAPE9  | MPS FILE                       |              |
| TAPE10 | OLD BASIS FILE                 |              |
| TAPE11 | NEW BASIS FILE                 |              |
| TAPE12 | BACKUP BASIS FILE              |              |
| TAPE13 | INSERT FILE                    | OR LOAD FILE |
| TAPE14 | PUNCH FILE                     | OR DUMP FILE |
| TAPE15 | SOLUTION FILE                  |              |

```

*****
*
*                               M I N O S
*
*       A MODULAR IN-CORE NONLINEAR OPTIMIZATION SYSTEM
*
*               VERSION 4.0   MARCH 30, 1981
*
*-----*
* MINOS IS DISTRIBUTED BY THE SYSTEMS OPTIMIZATION LABORATORY,
* DEPT OF OPERATIONS RESEARCH, STANFORD UNIVERSITY, CALIFORNIA.
* A LICENSE AGREEMENT MUST BE ENTERED INTO. THE PROGRAM IS
* SUBJECT TO COPYRIGHT RESTRICTIONS AND SHOULD NOT BE REPRODUCED
* IN ANY FORM WITHOUT WRITTEN PERMISSION FROM SOL.
*
*****

```

CONTENTS  
=====

MACHINE-DEPENDENT ROUTINES  
-----

```

MAIN
GO
FOFEN
MINOS

CALCFG
CALCON

HASH
INITLZ
SPECS

```

THE VERSIONS GIVEN BELOW ARE FOR THE  
+ CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS

PORTABLE ROUTINES  
-----

```

ADDCOL
ALAX
BTRANL

STATE
TRNSVL
INPACV

```

\*\*\*\*\*

PRINCIPAL AUTHORS

=====

BRUCE A. MURTAGH  
DEPARTMENT OF INFORMATION SCIENCE,  
VICTORIA UNIVERSITY OF WELLINGTON,  
WELLINGTON, NEW ZEALAND (1973-75)

DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING  
UNIVERSITY OF NEW SOUTH WALES  
KENSINGTON, N. S. W. 2033, AUSTRALIA (1976- )

MICHAEL A. SAUNDERS  
APPLIED MATHEMATICS DIVISION, D. S. I. R., (1973-74,  
WELLINGTON, NEW ZEALAND 1977-78)

DEPARTMENT OF OPERATIONS RESEARCH,  
STANFORD UNIVERSITY, (1975-76,  
STANFORD, CALIFORNIA 94305 1979- )

OTHER AUTHORS OF CODE

=====

|                        |              |                                       |
|------------------------|--------------|---------------------------------------|
| R. P. BRENT            | HASH         | - FOR FAST INPUT OF DATA              |
| I. S. DUFF, J. K. REID | TRNSVL       | - SPARSE MATRIX TRANSVERSAL           |
|                        | BUMPS        | - SPARSE MATRIX BLOCK-TRIANGULAR FORM |
| P. E. GILL, W. MURRAY, | M. H. WRIGHT |                                       |
|                        | GETPTC       | - STEP-LENGTH ROUTINE FOR LINESEARCH  |
| K. J. MORRIS           | MPS          | - INPUT FOR MPS/360 DATA              |
| J. A. TOMLIN           | CHUZR        | - P. HARRIS + D. C. RARICK RATIO TEST |

\*\*\*\*\*

THE MAIN PROGRAM FOLLOWS.  
IT JUST PROVIDES THE NECESSARY CORE.

```
COMMON//Z
REAL      Z(10000)
DATA     NWCORE/10000/

CALL LIRDON
CALL CREMPS
CALL GO( Z,NWCORE )
STOP
END OF MAIN
END
SUBROUTINE GO( Z,NWCORE )
IMPLICIT REAL (C-G,D-Z)
REAL      Z(NWCORE)
```

-----  
GO CALLS MINOS ONCE FOR EACH PROBLEM FOUND IN THE SPECS FILE.  
IT TERMINATES WHEN IERROR RETURNS A NEGATIVE VALUE, WHICH  
NORMALLY MEANS THAT ALL OF THE SPECS FILE HAS BEEN PROCESSED.  
-----

DEFINE GLOBAL FILES (READER, PRINTER, ETC.)

CALL FOPEN( 1 )

SET COUNTER FOR NO. OF CALLS TO MINOS.  
SAY IF SUBROUTINE SOLN SHOULD BE ENTERED AT THE END OF EACH CALL.

NCALLS = 0  
IPSOLN = 1

```

=====
SOLVE PROBLEMS ONE AT A TIME
=====
NCALLS = NCALLS + 1
100 CALL SECOND(TINIT)
    CALL MINOS( Z, NWCORE, NCALLS, IPSOLN,
1          IERROR, NROWS, NCOLS, NTOTL, LXS, LXL, LPI, LHS,
2          LNAME1, LNAME2, LFREE )

    CALL SECOND(TFIN)
    TFIN=TFIN-TINIT
    PRINT*, "FIN DE MINOS", " ~ ", TFIN, " SECS"
    IF (IERROR.GE.0) GO TO 100
=====

RETURN
END OF GO
END
SUBROUTINE FOPEN( MODE )
COMMON /FILES / IBACK, IDUMP, ILOAD, IMPS, INEWB, INSRT,
1          IOLDB, IPNCH, ISCR, ISOLN, ISPECS
COMMON /IOCOMM/ IREAD, IPRINT

FOPEN IS A MACHINE-DEPENDENT ROUTINE FOR DEFINING VARIOUS FILES.
SOME SYSTEMS (E.G. IBM) OPEN FILES AUTOMATICALLY.
OTHER SYSTEMS (E.G. DEC 20) REQUIRE EXPLICIT OPEN STATEMENTS.
CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS

MODE 1 -- DEFINE GLOBAL FILES.
THESE REMAIN THE SAME THROUGHOUT THE RUN.
MINOS NORMALLY REWINDS FILES AFTER USING THEM, BUT NOT IF
THEIR UNIT NUMBERS ARE THE SAME AS IREAD OR IPRINT.

IREAD = NORMAL CARD INPUT STREAM (MUST BE POSITIVE).
IPRINT = NORMAL PRINTER OUTPUT STREAM (MUST BE POSITIVE).
ISCR = SCRATCH FILE (MUST HAVE RECORD LENGTH 8).
ISPECS = SPECS FILE, CONTAINING ONE OR MORE PROBLEM SPECS.

IF (MODE .NE. 1) GO TO 200
IREAD = 5
IPRINT = 6
ISCR = 8
ISPECS = IREAD
OPEN( UNIT=IREAD, ... )
OPEN( UNIT=IPRINT, ... )
OPEN( UNIT=ISCR, ... )
IF (ISPECS .NE. IREAD) OPEN( UNIT=ISPECS, ... )
RETURN

MODE 2 -- DEFINE FILES MENTIONED IN THE SPECS FILE JUST READ.
200 IF (IMPS .LE. 0) IMPS = IREAD
IF (IMPS .NE. IREAD) OPEN( UNIT=IMPS, ... )
IF (IBACK .GT. 0) OPEN( UNIT=IBACK, ... )
IF (IDUMP .GT. 0) OPEN( UNIT=IDUMP, ... )
IF (ILOAD .GT. 0) OPEN( UNIT=ILOAD, ... )
IF (INEWB .GT. 0) OPEN( UNIT=INEWB, ... )
IF (INSRT .GT. 0) OPEN( UNIT=INSRT, ... )
IF (IOLDB .GT. 0) OPEN( UNIT=IOLDB, ... )
IF (IPNCH .GT. 0) OPEN( UNIT=IPNCH, ... )
IF (ISOLN .GT. 0) OPEN( UNIT=ISOLN, ... )
RETURN

END OF FOPEN
END
SUBROUTINE MINOS( Z, NWCORE, NCALLS, IPSOLN,
1          IERROR, NROWS, NCOLS, NTOTL, LXS, LXL, LPI, LHS,
2          LNAME1, LNAME2, LFREE )
IMPLICIT REAL (C-G, O-Z)
REAL Z(NWCORE)
-----

```

## ALL COMMON BLOCKS ARE LISTED HERE FOR REFERENCE

```

LOGICAL      CONV, RESTRT
COMMON      /ALCOM1/  PENPAR, ROWTOL, NCOM, NDEN, NLAG, NMAJOR, NMINOR
COMMON      /ALCOM2/  RADIUS, KFK, KFO, KRH, KRM, KXL, KXO, KOK, KFW, KGW, NJAC
COMMON      /BCCOM /  TOLSWP, NBUMP, NSPIKE, MSPK
COMMON      /CGCOM /  CGBETA, ITNCG, MSGCG, MODCG, RESTRT
COMMON      /CONVCM/  ETASH, ETARG, CONV(4), LVLTOL, NXTPHS, NFAIL
COMMON      /CORE /   KZ1, KZ2, KZ3
COMMON      /CYCLCM/  CNVTOL, IERRO, IFREE, MAXCY, NEPHNT, NPHANT, NPRINT
COMMON      /DJCOM /  TOLDJ1, TOLDJ2, TOLDJ3, TOLDJ
COMMON      /EPSCOM/  EPS, EPSO, EPS1, EPS2, EPS3, EPS4, EPS5, PLINFY
COMMON      /FILES /  IBACK, IDUMP, ILOAD, IMPS, INEWB, INSRT,
1             IOLDB, IPNCH, ISCR, ISOLN, ISPECS
COMMON      /FRECS /  KCHK, KINV, KSAV, KLOO, I1FREQ, I2FREQ
COMMON      /FXCOM /  FX, FXNONL, SINF, WTOBJ, MINIMZ, NINF, IOBJ, NPROB
COMMON      /FXCOM2/  NNCON, NNJAC, NNOBJ, NFCON, NFOBJ
COMMON      /INTCOM/  ITN, ITNLIM, NPHS, KMODLU, KMODPI
COMMON      /INVCOM/  INVRG, INVITN, INVMOD, NBELEM, KHL, KDL, KHU, KDU, KFF
COMMON      /IOCOMM/  IREAD, IPRINT
COMMON      /ITNLOG/  DJG, THETA, PIVOT, COND, NONOPT, JP, JQ, KADD, KSUB
COMMON      /ITNLG2/  IHEAD, JG1, JG2, JR1, JR2
COMMON      /LPCOM /  KRHS, NS1, MAXR, IERR, IDEBUG, LPRINT
COMMON      /LUFIL/  IMBED, NETAL, NETAR, NETAU, KL, KU, LBGN, JLBGN
COMMON      /MPSCOM/  AIJTOL, BSTRUC(2), MINMAX, MLST, MER,
1             NAME(2), MOBJ(2), MRHS(2), MRNG(2), MBND(2)
COMMON      /PARMCM/  DPARM(9), IPARM(9)
COMMON      /PRCCOM/  NPARPR, NPROC, JPROC, KPROC, MREJ, NREJ, JREJ(20)
COMMON      /PRCCM2/  NMULPR, NEWSB
COMMON      /ROTOLS/  XTOL(3), FTOL(3), QTOL(3), PINORM, RONORM, TOLRG
COMMON      /SOLNCM/  KSOLN, MSOLN, NSTAT1, NSTAT2
COMMON      /TOLS /  TOLX, TOLPIV, TRPIV1, TRPIV2, TOLROW, ROWERR, XNORM
COMMON      /VERICM/  DIFINT, JVERIF(4), LDERIV, LVERIF
COMMON      /WORDSZ/  NWORDR, NWORDI, NWORDH

```

-----  
INPUT PARAMETERS

```

Z           ARRAY USED FOR ALL WORKING STORAGE.

NWCORE      NO. OF WORDS OF CORE AVAILABLE (LENGTH OF ARRAY Z).

NCALLS      THE NO. OF TIMES THIS SUBROUTINE HAS BEEN CALLED.
            IT ALLOWS SPECS TO PRINT AN ERROR MESSAGE IF IT
            FINDS ZERO PROBLEMS IN THE SPECS FILE.

IPSO LN     = 0 IF DRIVER SHOULD SOLVE THE PROBLEM BUT NOT PRINT
            THE SOLUTION (E.G. IF THE USER WISHES TO DO SOME
            COMPUTATION ON THE SOLUTION AND RE-ENTER MINOS).
            = 1 IF DRIVER SHOULD SOLVE THE PROBLEM AND THEN PRINT
            THE SOLUTION USING SUBROUTINE SOLN (UNLESS THE
            SPECS FILE REQUESTS OTHERWISE).
            = 2 IF DRIVER SHOULD DO NOTHING OTHER THAN PRINT
            THE SOLUTION USING SUBROUTINE SOLN. THIS VALUE
            MUST NOT BE SUPPLIED TO DRIVER EXCEPT FOLLOWING
            AN ENTRY WITH IPSO LN = 0 OR 1.

```

-----  
OUTPUT PARAMETERS

```

IERROR      = -1 IF EOF OCCURS ON FILE ISPECS,
            = 0 IF OPTIMAL SOLUTION WAS FOUND,
            = 1 IF PROBLEM WAS INFEASIBLE,
            = 2 IF PROBLEM WAS UNBOUNDED,
            = 3 IF ITERATION LIMIT WAS EXCEEDED,
            = 4 IF ITNS WERE TERMINATED BY SOME OTHER ERROR CONDN
            (SEE MINOS SYSTEM MANUAL),
            = 30 IF INSUFFICIENT CORE DURING INPUT OF MPS DATA,
            = 40 IF SOME OTHER FATAL ERROR OCCURRED DURING MPS INPUT.

NROWS       NO. OF ROWS IN LP-TYPE CONSTRAINT MATRIX.

NCLS        NO. OF COLS IN LP-TYPE CONSTRAINT MATRIX,
            NOT COUNTING THE RHS OR SLACKS.

```



NTOTL            THE VALUE     $NCOLS + 1 + NROWS$ .  
                  THIS IS THE TOTAL NUMBER OF VARIABLES, COUNTING  
                  STRUCTURAL VARIABLES, THE RHS, AND THE SLACKS.

LXS             ADDRESS IN ARRAY Z OF AN ARRAY XS(\*)  
                  CONTAINING THE FINAL VALUES OF THE STRUCTURAL  
                  VARIABLES XS(J), J = 1, ..., NCOLS.

LXL             ADDRESS IN ARRAY Z OF AN ARRAY XL(\*)  
                  CONTAINING THE FINAL VALUES OF THE LOGICAL (SLACK)  
                  VARIABLES XL(I), I = 1, ..., NROWS.

LPI             ADDRESS IN ARRAY Z OF AN ARRAY PI(\*)  
                  CONTAINING THE FINAL VALUES OF THE DUAL  
                  VARIABLES PI(I), I = 1, ..., NROWS.

LHS             ADDRESS IN ARRAY Z OF AN INTEGER ARRAY HS(\*)  
                  (INTEGER\*2 ON IBM 370) SPECIFYING THE STATE OF ALL  
                  VARIABLES XS, RHS, XL.  
                  THE LENGTH OF HS(\*) IS  $NTOTL = NCOLS + 1 + NROWS$ ,  
                  AND THE VARIABLES ARE ORDERED IN HS(\*) AS FOLLOWS.

|  |   |             |     |          |   |
|--|---|-------------|-----|----------|---|
|  | ( | STRUCTURALS | RHS | LOGICALS | ) |
|  |   |             |     |          |   |
|  |   | NCOLS       | 1   | NROWS    |   |

HS(J)    =    0 IF VARIABLE J IS NONBASIC AT ITS LOWER BOUND,  
              =    1 IF VARIABLE J IS NONBASIC AT ITS UPPER BOUND,  
              =    2 IF VARIABLE J IS SUPERBASIC,  
              =    3 IF VARIABLE J IS BASIC.

LNAME1,  
 LNAME2        ADDRESSES IN ARRAY Z OF TWO INTEGER ARRAYS  
                  NAME1(\*), NAME2(\*) OF LENGTH NTOTL, CONTAINING  
                  THE LEFT AND RIGHT HALVES OF THE NAMES OF ALL  
                  VARIABLES.  
                  FOR EXAMPLE, THE NAME OF THE J-TH STRUCTURAL  
                  VARIABLE XS(J) IS IN NAME1(J), NAME2(J)  
                  IN 2A4 FORMAT.  
                  SIMILARLY, THE NAME OF THE I-TH LOGICAL XL(I)  
                  IS IN NAME1(K), NAME2(K), WHERE  $K = NCOLS + 1 + I$ .

LFREE         ADDRESS IN ARRAY Z OF THE FIRST FREE LOCATION IN Z.  
                  WORDS Z(LFREE), ..., Z(NWCORE) ARE NOT USED  
                  BY XS, XL, PI, HS, NAME1 OR NAME2, AND HENCE  
                  MAY BE USEFUL AS WORKSPACE.

---

MAXZ = NWCORE  
 IERR = 0  
 NROWS = 0  
 NCOLS = 0  
 CALL INITLZ( IVERSN )

READ PROBLEM SPECIFICATIONS FROM FILE ISPECS  
 AND OUTPUT IN SPECIAL FORMAT TO FILE ISCR

CALL SPECS( Z, NCALLS, ISPECS, ISCR, IVERSN, NSPEC )  
 IF (NSPEC.LT.0) IERR = -1  
 IF (IERR.NE.0) GO TO 900

RE-READ SPECS FROM FILE ISCR  
 AND THEN DEFINE FILES NEEDED FOR THIS PROBLEM

LENCOM = -1  
 CALL SPECS2( NSPEC, MROWS, MCOLS, MELMS, LENCOM, MAXS, NN )  
 CALL FOPEN( 2 )

-----  
 FOR SOME INSTALLATIONS, THIS IS AN APPROPRIATE PLACE TO INCREASE THE SIZE OF THE WORKSPACE ARRAY Z, TO ALLOW SOLUTION OF ARBITRARILY LARGE PROBLEMS WITHOUT RECOMPILING THE MAIN PROGRAM (IN WHICH Z IS ORIGINALLY DECLARED).

NORMALLY Z WILL HAVE TO BE IN BLANK COMMON IF IT IS TO BE EXPANDED. THE DEFAULT SIZE NWCORE SHOULD BE LARGE ENOUGH TO SOLVE REASONABLY BIG PROBLEMS WITHOUT CHANGE (E. G. 25000).

AT THIS STAGE, SPECS AND SPECS2 HAVE READ THE SPECS FILE, SO WE NOW HAVE AN IDEA OF HOW LARGE THE FORTHCOMING PROBLEM WILL BE. (MROWS, MCOLS AND MELMS ARE UPPER BOUNDS ON THE NUMBER OF ROWS, COLUMNS AND NONZERO ELEMENTS IN THE PROBLEM. CONCEIVABLY THESE VALUES COULD BE USED TO ESTIMATE MAXZ, THE REQUIRED LENGTH OF Z.)

TO KEEP THINGS SIMPLE, WE ALSO ALLOW THE USER TO ESTIMATE ACTUAL CORE REQUIREMENTS BY MEANS OF A CARD IN THE SPECS FILE THAT LOOKS SOMETHING LIKE THE FOLLOWING.

```

    LENGTH OF COMMON      50000 WORDS
OR   LENGTH OF WORKSPACE 50000

```

(ONLY LEN AND THE NUMBER ARE SIGNIFICANT).

IF A CARD OF THIS FORM WAS INCLUDED, THE CORRESPONDING VALUE WILL BE STORED IN THE INTEGER VARIABLE LENCOM. OTHERWISE, LENCOM WILL STILL CONTAIN THE VALUE IT WAS GIVEN ABOVE PRIOR TO THE CALL TO SPECS2 (TYPICALLY -1).

SUGGESTION -- IMMEDIATELY AFTER THESE COMMENTS, INSERT SOME CODE OF THE FOLLOWING GENERAL FORM.

```

    NEXTRA = LENCOM - MAXZ
    IF (NEXTRA .LE. 0) GO TO 200
    LENOLD = MAXZ
    LENNEW = MAXZ + NEXTRA
    CALL COMMON-MEMORY-MANAGER( LENOLD, NEXTRA, LENNEW )
    MAXZ = LENNEW
  200 CONTINUE

```

-----  
 READ MPS DATA FROM FILE IMPS

```

CALL MPSIN( Z, MAXZ, MROWS, MCOLS, MELMS,
1  M, M2, MN, MNN, N, NE, NP1, NR, NN, NNO, MAXS, NS,
2  KHR, KKA, KHA, KAX, KBL, KBU, KHB, KXN,
3  KHS, KPL, KPU, KPF,
4  KNL, KNU, KRX, KCX, KXX, KPI,
5  KGR, KYX, KY1, KG1, KGA, KGB,
6  LXS, LXL, LNAME1, LNAME2, LFREE )

```

```

REWIND ISCR
IF (IMPS.NE.IREAD) REWIND IMPS
IF (M.LE.0) IERR = 40
IF (IERR.NE.0) GO TO 900
NROWS = M
NCOLS = N-M-1
NTOTL = N
LPI = KPI
LHS = KHS

```

-----  
 THE MPS FILE HAS BEEN READ AND MOST ARRAYS HAVE BEEN ALLOCATED. DRIVER MAY NOW BE CALLED ONE OR MORE TIMES. THE FIRST CALL TO DRIVER MUST HAVE NCYCLE = 1. SUBSEQUENT CALLS WITH NCYCLE = 2 OR MORE WILL RESULT IN A SO-CALLED FLYING START. IN SUCH CASES, DRIVER WILL RETAIN THE CURRENT BASIS, THE LAGRANGE-MULTIPLIER ESTIMATES, AND THE REDUCED-HESSIAN APPROXIMATION. THIS FACILITATES THE SOLUTION OF A SEQUENCE OF RELATED PROBLEMS.  
 -----

```
DO 800 NCYCLE = 1, MAXCY
```

```

1 CALL DRIVER( Z, MAXZ, IPSOLN, NCYCLE,
2 M, MZ, MN, MNN, N, NE, NP1, NR, NN, NNO, MAXS, NS,
3 Z(KHR), Z(KKA), Z(KHA), Z(KAX), Z(KBL), Z(KBU), Z(KHB), Z(KXN),
4 Z(KHS), Z(KPL), Z(KPU), Z(KPF),
5 Z(KNL), Z(KNU), Z(KRX), Z(KCX), Z(KXX), Z(KPI),
6 Z(KGR), Z(KYX), Z(KY1), Z(KG1), Z(KGA), Z(KGB),
LXS, LXL, LNAME1, LNAME2, LFREE )
```

```
800 CONTINUE
```

```

900 REWIND ISCR
IERROR = IERR
RETURN
END OF MINOS
END
SUBROUTINE CALCFG(MODE, N, X, F, G, NSTATE, NPROB)
DIMENSION X(N), G(N)
F = 0.
DO 50 J=1, N
XJ = X(J)
F = F + XJ*XJ
G(J) = XJ
50 CONTINUE
F = .5*F
RETURN
END
SUBROUTINE CALCON( MODE, M, N, NJAC, X, F, G, NSTATE, NPROB )
IMPLICIT REAL (A-H, O-Z)
REAL X(N), F(M), G(NJAC)
COMMON /IOCOMM/ IREAD, IPRINT

DUMMY CONSTRAINT FUNCTION ROUTINE

WRITE(IPRINT, 1000)
MODE = -1
RETURN
```

```

FORMAT(/ 43H XXX SUBROUTINE CALCON HAS NOT BEEN LOADED.)
END OF CALCON
END
```

```

1000 SUBROUTINE HASH( LEN, NEN, NCOLL,
1 KEY1, KEY2, MODE, KEYTAB, NAME1, NAME2, KA, FOUND )
INTEGER KEYTAB(LEN), NAME1(NEN), NAME2(NEN)
LOGICAL FOUND
```

```

ROUTINE TO LOOK UP AND/OR INSERT INTEGER KEYS IN A TABLE.
REFERENCE R. P. BRENT, CACM 16,2 (FEB 1973), PP. 105-109.
SIMPLIFIED FOR THE CASE WHERE NO ENTRIES ARE DELETED.
MODIFIED TO HASH TWO 4-CHAR IDENTIFIERS AS THOUGH THEY WERE
ONE 8-CHAR IDENTIFIER.
KEYTAB IS USED AS AN INDEX INTO A CONSECUTIVE LIST OF UNIQUE
IDENTIFIERS (NAME1 AND NAME2) WHICH ARE USED TO TEST FOR MATCH.
```

```
LEN2 = LEN-2
```

```
IC = -1
```

```
COMPUTE ADDRESS OF FIRST PROBE (IR) AND INCREMENT (IG).
```

```

*****
NOTE -- THE NEXT STATEMENTS ARE MACHINE DEPENDENT. THE AIM
IS TO PRODUCE A VALID POSITIVE INTEGER KEY OUT OF THE
TWO WORDS KEY1 AND KEY2. THE LATTER CONTAIN FOUR
CHARACTERS LEFT-JUSTIFIED (READ UNDER A4 FORMAT). THESE
MAY TURN ON THE SIGN BIT (E.G. IBM 360/370) OR GIVE A
NON-ZERO FLOATING POINT EXPONENT (E.G. BURROUGHS B6700).
*****
```

```

CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS
PERFORM A RIGHT SHIFT TO CLEAR THE SIGN AND EXPONENT FIELDS
```

```
DECODE( 4, 11, KEY1 ) K1
```

```
DECODE( 4, 11, KEY2 ) K2
```

```
11 FORMAT(R4)
```

```

      IQ = MOD(KEY, LEN2) + 1
      IR = MOD(KEY, LEN) + 1
      KA = IR
20  LOOK IN THE TABLE.
      KT = KEYTAB(KA)
      CHECK FOR AN EMPTY SPACE OR A MATCH.
      IF (KT.EQ.0) GO TO 30
      IF (KEY1.EQ.NAME1(KT) .AND. KEY2.EQ.NAME2(KT)) GO TO 60
      IC = IC + 1
      NCOLL = NCOLL+1
      COMPUTE ADDRESS OF NEXT PROBE.
      KA = KA + IQ
      IF (KA.GT.LEN) KA = KA - LEN
      SEE IF WHOLE TABLE HAS BEEN SEARCHED.
      IF (KA.NE.IR) GO TO 20
      THE KEY IS NOT IN THE TABLE.
30  FOUND = .FALSE.
      RETURN WITH KA = 0 UNLESS AN ENTRY HAS TO BE MADE.
      IF ((MODE.EQ.2) .AND. (IC.LE.LEN2)) GO TO 70
      KA = 0
      RETURN

60  FOUND = .TRUE.
      RETURN

      LOOK FOR THE BEST WAY TO MAKE AN ENTRY.
70  IF (IC.LE.0) RETURN
      IA = KA
      IS = 0
      COMPUTE THE MAXIMUM LENGTH TO SEARCH ALONG CURRENT CHAIN.
80  IX = IC - IS
      KT = KEYTAB(IR)
      COMPUTE INCREMENT JQ FOR CURRENT CHAIN.
      *****
      NOTE -- THE NEXT STATEMENTS ARE MACHINE DEPENDENT. THE SAME
      TRANSFORMATION AS DISCUSSED IN THE NOTE ABOVE SHOULD BE
      APPLIED TO NAME1(KT) AND NAME2(KT) .
      *****
      CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS
      DECODE( 4, 11, NAME1(KT) ) K1
      DECODE( 4, 11, NAME2(KT) ) K2
      KEY = IABS(K1 - K2)

      JQ = MOD(KEY, LEN2) + 1
      JR = IR
      LOOK ALONG THE CHAIN.
90  JR = JR + JQ
      IF (JR.GT.LEN) JR = JR - LEN
      CHECK FOR A HOLE.
      IF (KEYTAB(JR).EQ.0) GO TO 100
      IX = IX - 1
      IF (IX.GT.0) GO TO 90
      GO TO 110
      SAVE LOCATION OF HOLE.
100 IA = JR
      KA = IR
      IC = IC - IX
      MOVE DOWN TO THE NEXT CHAIN.
      IS = IS + 1
110 IR = IR + IQ
      IF (IR.GT.LEN) IR = IR - LEN
      GO BACK IF A BETTER HOLE MIGHT STILL BE FOUND.
      IF (IC.GT.IS) GO TO 80
      IF NECESSARY MOVE AN OLD ENTRY.
      IF (IA.NE.KA) KEYTAB(IA) = KEYTAB(KA)
      RETURN
      END OF HASH
      END
      SUBROUTINE INITLZ( IVERSN )
      IMPLICIT REAL (C-G, D-Z)
      COMMON /DJCOM / TOLDJ1, TOLDJ2, TOLDJ3, TOLDJ
      COMMON /EPSCOM/ EPS, EPS0, EPS1, EPS2, EPS3, EPS4, EPS5, PLINFY
      COMMON /RGTOLS/ XTOL(3), FTOL(3), GTOL(3), PINORM, RGNORM, TOLRG
      COMMON /TOLS / TOLX, TOLPIV, TRPIV1, TRPIV2, TOLROW, ROWERR, XNORM
      COMMON /WORDSZ/ NWORDR, NWORDI, NWORDH

```

THE FOLLOWING 4 NUMBERS ARE MACHINE-DEPENDENT --

EPS = FLOATING-POINT PRECISION (E.G.  $2.0^{**(-47)}$  FOR CDC)  
 NWORDR = NO. OF REALS PER WORD (VARS STARTING WITH A-B)  
 NWORDI = NO. OF INTEGERS PER WORD (VARS STARTING WITH I-N)  
 NWORDH = NO. OF HALF INTEGERS PER WORD (VARS STARTING WITH H )  
 WHERE WORD MEANS SPACE USED BY VARS STARTING WITH C-G, O-Z.

· CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS

IVERSN = 400381  
 EPS =  $2.0^{**(-47)}$   
 NWORDR = 1  
 NWORDI = 1  
 NWORDH = 1

USE EPS TO SET OTHER MACHINE PRECISION CONSTANTS

EPS0 =  $EPS^{**(4.0/5)}$   
 EPS1 =  $EPS^{**(2.0/3)}$   
 EPS2 =  $EPS^{**(1.0/2)}$   
 EPS3 =  $EPS^{**(1.0/3)}$   
 EPS4 =  $EPS^{**(1.0/4)}$   
 EPS5 =  $EPS^{**(1.0/5)}$   
 PLINFY =  $1.0E+20$

SET TOLERANCES

C3 =  $1.0E-3$   
 C4 =  $1.0E-4$   
 C5 =  $1.0E-5$   
 C6 =  $1.0E-6$   
 C7 =  $1.0E-7$   
 IF (C3 .LT. EPS4) C3 = EPS4  
 IF (C4 .LT. EPS3) C4 = EPS3  
 IF (C5 .LT. EPS2) C5 = EPS2  
 IF (C6 .LT. EPS2) C6 = EPS2  
 IF (C7 .LT. EPS2) C7 = EPS2  
 TOLX = C5  
 TOLPIV = EPS2  
 TRPIV1 = 0.0001  
 TRPIV2 = 0.1  
 TOLROW = C4  
 TOLDJ1 = C6  
 TOLDJ2 = 1.0  
 TOLDJ3 = C6  
 XTOL(2) = 0.1  
 XTOL(3) = TOLX  
 FTOL(2) = XTOL(2)\*0.1  
 FTOL(3) = XTOL(3)\*\*2  
 QTOL(2) = C4  
 QTOL(3) = C7

RETURN

END OF INITLZ

END

SUBROUTINE SPECS( L, NCALLS, ISPECS, ISCR, IVERS, NSPEC )

COMMON /IOCOMM/ IREAD, IPRINT

INTEGER L(80), LINE(8), LDIGIT(12), LNUM(16), MNTHS(12)

LOGICAL POINT

DATA MNTHS /3HJAN, 3HFEB, 3HMAR, 3HAPR, 3HMAY, 3HJUN,

1 DATA 3HJUL, 3HAUG, 3HSEP, 3HOCT, 3HNOV, 3HDEC/

DATA LDIGIT/1H0, 1H1, 1H2, 1H3, 1H4, 1H5, 1H6, 1H7, 1H8, 1H9, 1H+, 1H-/

DATA LB, LD, LE, LG, LN, LR, LU /1HB, 1HD, 1HE, 1HG, 1HN, 1HR, 1HU/

DATA LBLA, LEGU, LPOI, LCOM /1H , 1H=, 1H. , 1H\*/

FOR EACH CARD OF PROBLEM SPECIFICATIONS, EXTRACT EITHER  
 (3-CHAR KEY + 8-CHAR ID) OR (3-CHAR KEY + 8-DIGIT NUMBER)  
 AND OUTPUT TO SCRATCH FILE ISCR.

ON SOME MACHINES THE CHARACTER COMPARISONS MAY NOT  
 BEHAVE AS INTENDED. E.G. ON THE BURROUGHS B6700,  
 USE .IS. IN PLACE OF .EQ.

```

NSPEC = 0
NLIST = 0
DO 10 J=1,10
    LNUM(J) = LBLA
    L(J+70) = LBLA
10 CONTINUE

LOOK FOR BEGIN OR ENDRUN.
NOTE -- THE TEST FOR END-OF-FILE IS MACHINE DEPENDENT.
IF THE SPECS FILE ENDS WITH AN ENDRUN CARD, THERE IS
NO NEED TO TEST FOR END-OF-FILE ON THE READ STATEMENT.
----+ CDC 6000/7000 SERIES AND THEIR CYBER COUNTERPARTS

50 READ(ISPECS, 1010) (L(J), J=1,72), LINE
IF (EOF(ISPECS)) 900,51,900
51 NLIST = NLIST+1
DO 60 J=1,70
    IF (L(J).EQ.LB) GO TO 70
    IF (L(J).EQ.LE) GO TO 75
60 CONTINUE
GO TO 50
70 IF (L(J+1).EQ.LE .AND. L(J+2).EQ.LG) GO TO 80
GO TO 78

75 IF (L(J+1).EQ.LN .AND. L(J+2).EQ.LD .AND.
1   L(J+3).EQ.LR .AND. L(J+4).EQ.LU .AND. L(J+5).EQ.LN) GO TO 900
78 IF (NLIST.EQ.1) WRITE(IPRINT, 2000) (L(J), J=1,72), LINE
GO TO 50

BEGIN FOUND -- OUTPUT HEADING

80 IDATE = MOD(IVERSN,10000)
VERSN = (IVERSN-IDATE)/100000.0
MONTH = IDATE/100
IYEAR = 1900+MOD(IDATE,100)
WRITE(IPRINT, 1000) VERSN,MNTHS(MONTH),IYEAR
WRITE(IPRINT, 1005)
WRITE(IPRINT, 1020) LINE, (L(J), J=1,72)

PROCESS REMAINING CARDS

100 CONTINUE
NLIST = NLIST+1
READ(ISPECS, 1010) (L(J), J=1,72), LINE
IF (NLIST.LE.100) WRITE(IPRINT, 1020) LINE, (L(J), J=1,72)

SCAN TO FIRST NON BLANK

DO 110 J=1,68
    IF (L(J).EQ.LBLA) GO TO 110
GO TO 120
110 CONTINUE
GO TO 100

TEST FOR END

120 IF (L(J).EQ.LCOM) GO TO 100
IF (L(J).EQ.LE .AND. L(J+1).EQ.LN .AND. L(J+2).EQ.LD) GO TO 960
JKEY = J
JID = 73
JNUM = 8
POINT = .FALSE.

SCAN TO BLANK OR EQUAL

125 J1 = J+1
DO 130 J=J1,71
    IF (L(J).EQ.LBLA .OR. L(J).EQ.LEQU) GO TO 140
130 CONTINUE
GO TO 300

SKIP BLANKS AND EQUALS

140 J1 = J+1
DO 150 J=J1,72
    IF (L(J).EQ.LBLA .OR. L(J).EQ.LEQU) GO TO 150
GO TO 160

```

```

150 CONTINUE
    GO TO 300

    IS IT A DIGIT?

160 LJ = L(J)
    IF (LJ.EQ.LCOM) GO TO 300
    DO 170 I=1,12
        IF (LJ.EQ.LDIGIT(I)) GO TO 180
170 CONTINUE

    NO - ASSUME IT IS AN ID

    IF (JID.EQ.73) JID = J
    GO TO 125

    YES - LOAD UP TO 8 DIGITS

180 LNUM(9) = L(J)
    DO 200 K=1,7
        LJ = L(J+K)
        IF (LJ.EQ.LBLA) GO TO 210
        DO 190 I=1,12
            IF (LJ.EQ.LDIGIT(I)) GO TO 195
190 CONTINUE
        IF (LJ.EQ.LPOI .OR. LJ.EQ.LE .OR. LJ.EQ.LD) GO TO 194
        GO TO 210
194 POINT = .TRUE.
195 LNUM(K+9) = LJ
200 CONTINUE
    K = 8
210 JNUM = 8+K

    OUTPUT TO SCRATCH DISK

300 LKEY = JKEY+2
    LID = JID +7
    INUM = JNUM-7
    NSPEC = NSPEC+1
    WRITE(ISCR, 1030) (L(J), J=JKEY, LKEY), (LNUM(J), J=1, 5),
1(L(J), J=JID, LID)
    IF (.NOT. POINT)
1WRITE(ISCR, 1030) (LNUM(J), J=INUM, JNUM), (LNUM(J), J=1, 8)
    IF (POINT)
1WRITE(ISCR, 1030) (LNUM(J), J=1, 8), (LNUM(J), J=INUM, JNUM)
    GO TO 100

    END

900 NSPEC = -1
    IF (NCALLS.EQ.1) WRITE(IPRINT, 3000) ISPECS
    WRITE(IPRINT, 4000)
    RETURN

960 IF (NSPEC.LE.0) RETURN
    END FILE ISCR
    REWIND ISCR
    RETURN

1000 FORMAT(1H1 //
1 15X, 27HM I N O S --- VERSION, F5.1, 4X, A3, I6/
2 15X, 9H= = = =)
1005 FORMAT(// 11H SPECS FILE / 11H -----)
1010 FORMAT(80A1)
1020 FORMAT(1X, 8A1, 3X, 72A1)
1030 FORMAT(8A1 / 8A1)
2000 FORMAT(1H1 /
1 / 53H XXX POSSIBLE ERROR WHILE LOOKING FOR THE SPECS FILE.
2 / 56H XXX THE FIRST RECORD SHOULD CONTAIN BEGIN OR ENDRUN.
3 / 53H XXX THE FIRST RECORD ACTUALLY READ WAS AS FOLLOWS...
4 / 1X, 80A1)
3000 FORMAT(1H1 /
1 / 54H XXX INPUT ERROR. MINDS ENCOUNTERED END-OF-FILE OR AN
2 / 52H XXX ENDRUN CARD BEFORE FINDING A SPECS FILE ON UNIT, I5)
4000 FORMAT(/ 7H ENDRUN)
    END OF SPECS
    END

```

2. Sous routines de Minos



```

SUBROUTINE LIRDON
IMPLICIT INTEGER (A-W)
COMMON /DONPRO/ XG(4,5), XDT(4,2), XBIG(4), XBSDT(4), XBIV(4)
+ , XBSV(4), XNA(7)
DO 10 I=1,4
READ(1,1000)XG(I,5), (XG(I,J), J=1,4)
10 CONTINUE
DO 20 I=1,4
READ(1,1000)(XDT(I,J), J=1,2)
20 CONTINUE
DO 30 I=1,4
READ(1,1000)XBIG(I)
30 CONTINUE
DO 40 I=1,4
READ(1,1000)XBSDT(I)
40 CONTINUE
DO 50 I=1,4
READ(1,1000)XBIV(I), XBSV(I)
50 CONTINUE
READ(1,1000)XNA
RETURN
1000 FORMAT(7F10.0)
END
*****
SUBROUTINE CREMPS
IMPLICIT INTEGER (A-W)
COMMON /DONPRO/ XG(4,5), XDT(4,2), XBIG(4), XBSDT(4), XBIV(4)
+ , XBSV(4), XNA(7)
REWIND 9
WRITE(9,1000)
WRITE(9,1100)
DO 20 I=1,4
20 WRITE(9,1200)I
DO 30 I=1,4
30 WRITE(9,1250)I
WRITE(9,1280)
WRITE(9,1300)
DO 50 J=1,4
DO 50 I=J,4
WRITE(9,1400)J, I, XG(I, J)
50 CONTINUE
WRITE(9,1500)
DO 100 I=1,4
XC=XBSDT(I)+XDT(I,1)
WRITE(9,1600)I, XC
100 CONTINUE
DO 150 I=1,4
XC=XBIG(I)-XG(I,5)
WRITE(9,1650)I, XC
150 CONTINUE
WRITE(9,1700)
DO 170 I=1,4
WRITE(9,1800)I, XBIV(I), I, XBSV(I)
170 CONTINUE
WRITE(9,2100)
REWIND 9
RETURN
1000 FORMAT("NAME", 10X, "ECONOMIE")
1100 FORMAT("ROWS")
1200 FORMAT(" L CONTDI", I1)
1250 FORMAT(" C CONTG", I1)
1280 FORMAT(" N OBJ")

```

```

1300 FORMAT("COLUMNS")
1400 FORMAT(4X,"X",I1,8X,"CONTG",I1,4X,F12.5)
1500 FORMAT("RHS")
1600 FORMAT(4X,"MDROIT",4X,"CONTD",I1,3X,F12.5)
1650 FORMAT(4X,"MDROIT",4X,"CONTG",I1,4X,F12.5)
1700 FORMAT("BOUNDS")
1800 FORMAT(" LO BORNES",4X,"X",I1,8X,F12.5,/,
+      " UP BORNES",4X,"X",I1,8X,F12.5)
2100 FORMAT("ENDATA")
      END
*****
      SUBROUTINE CALCFG(MODE,N,X,F,G,NSTATE,NPROB)
      IMPLICIT INTEGER(A-W)
      REAL X(N),G(N),F
      COMMON /DONPRO/ XG(4,5),XDT(4,2),XBIG(4),XBSDT(4),XBIV(4)
+      ,XBSV(4),XNA(7)
      DO 50 J=1,3
      G(J)=0
      DO 20 I=J,3
      XGN=-XNA(I)*XG(I,J)
      IF(XGN.EQ.0)GO TO 20
      XGD=XG(I,5)
      DO 10 K=1,4
10  XGD=XGD+XG(I,K)*X(K)
      XGD=XGD*XGD
      XG=XGN/XGD
      G(J)=G(J)+XG
20  CONTINUE
      IF(XNA(J+3).EQ.0)GO TO 50
      XGS=XDT(J,2)-X(J)*X(J)
      XG=2.0*XDT(J,1)*X(J)/(XNA(J+3)*XGS*XGS)
      G(J)=G(J)+XG
50  CONTINUE
      IF(XNA(7).NE.0)GO TO 60
      G(4)=0
      GO TO 70
60  XGS=XDT(4,2)-X(4)*X(4)
      G(4)=2.0*XDT(4,1)*X(4)/(XNA(7)*XGS*XGS)
70  F=0
      DO 100 I=1,3
      IF(XNA(I).EQ.0)GO TO 100
      XF=XG(I,5)
      DO 80 J=1,4
      XF=XF+XG(I,J)*X(J)
80  CONTINUE
      F=F+XNA(I)/XF
100 CONTINUE
      DO 150 I=1,4
      IFN=I+3
      IF(XNA(IFN).EQ.0)GO TO 150
      XF=XDT(I,2)-X(I)*X(I)
      IF(XF.EQ.0)GO TO 500
      XF=XDT(I,1)/XF-XDT(I,1)
      F=F+XF/XNA(IFN)
150 CONTINUE
      RETURN
500 PRINT*, " IMPOSSIBLE D'EVALUER F",I+3,"(",X(I),")"
      STOP
      END
*****
      SUBROUTINE CALCON(MODE,M,N,NJAC,X,F,G,NSTATE,NPROB)
      IMPLICIT INTEGER(A-W)
      REAL X(N),F(M),G(M,N)
      COMMON /DONPRO/ XG(4,5),XDT(4,2),XBIG(4),XBSDT(4),XBIV(4)
+      ,XBSV(4),XNA(7)
      DO 10 I=1,M
      DO 10 J=1,N
      G(I,J)=0
10  CONTINUE
      DO 50 I=1,M
      XF=XDT(I,2)-X(I)*X(I)
      IF(XF.EQ.0)GO TO 500
      XG=XF*XF
      G(I,I)=2.0*XDT(I,1)*X(I)/XG
      F(I)=XDT(I,1)/XF
50  CONTINUE
      RETURN
500 PRINT*, " IMPOSSIBLE D'EVALUER F",I+3,"(",X(I),")"
      STOP
      END

```

### 3. Programme d'appel de Minos

```

10=ECONO, CM150000, T63.
20=*CODE
30=MONTE, GROUPE2.
40=ATTACH, C, COMBINE, SN=GROUPE2, ID=U000149.
41=LIB, L, TAPE1, N=DONECO.
50=LIB, L, LQO, N=ECONLQO, F=C.
60=LIB, L, LQO, N=PPLQO, F=C.
70=RT, C.
80=ATTACH, A, SUPERMACRO, SN=GROUPE2, ID=U000149.
90=LIB, L, LQO, N=BMINLQO, F=A.
100=RT, A.
101=REWIND, TAPE1.
110=LQO.
150=*WEOR
160=BEGIN      PROBLEME D'ECONOMIE
170=      MINIMIZE
180=      OBJECTIVE =          OBJ
190=      NONLINEAR CONSTRAINTS 4
200=      ROWS                  10
210=      COLUMNS              5
220=      ELEMENTS              200
230=      ITERATIONS            250
240=      MPS FILE              9
250=      SOLUTION              YES
260=      JACOBIAN =           DENSE
270=      PROBLEM NO.          1
280=      NONLINEAR JACOBIAN VARIABLES 4
290=      NONLINEAR OBJECTIV VARIABLES 4
300=      SUPERBASICS LIMIT    4
310=      HESSIAN DIMENSION    4
320=      REDUCED GRADIENT TOL 0.5
330=      VERIFY
340=END

```

#### 4. Dérivées partielles et différentielles totales

Derivées partielles et différentielles totales

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_1} = 2.0 \right\} dF_1 = 2.0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial F_2}{\partial x_1} = 1.25 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_2} = 2.82 \end{array} \right\} dF_2 = 4.07$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial F_3}{\partial x_1} = 0.5 \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_2} = 1.31 \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_3} = 6.0 \end{array} \right\} dF_3 = 7.81$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial x_1} = \frac{2.25 x_1}{(1.01 - x_1^2)^2}$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial x_2} = \frac{1.00 x_2}{(1.16 - x_2^2)^2}$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial x_3} = \frac{3.6 x_3}{(1.09 - x_3^2)^2}$$

$$\frac{\partial F_7}{\partial x_4} = \frac{2.03 x_4}{(1.04 - x_4^2)^2}$$

## BIBLIOGRAPHIE

- . Allen, R.G.D., Mathematical Analysis for Economists, London, the Mac Millan Press, 1976, 548 p.
- . Beaumont, W.J., Oates, W.E., The Theory of Environmental Policy; Externalities, public outlays and the quality of Life, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1975, 272 p.
- . Coase, R.H., "The Problem of Social Cost", Journal of Law and Economics, no 3, 1960, pp. 1-44.
- . Cohon, J.L., "Applications of Multiple Objectives to Water Resources Problems", in M. Zeleny, Multiple Criteria Decision Making: Kyoto 1975, New York, Springer-Verlag, 1976, pp. 255-270.
- . Dagenais, D.L., Introduction de variables qualitatives dans un calcul de rentabilité sociale, Thèse de Ph.D., Université de Montréal, septembre 1974.
- . Dales, J., Pollution: Property and Prices, Toronto, University of Toronto Press, 1968, 111 p.
- . Desaignes, B. et Toutain, J.-C., Gérer l'Environnement, Paris, Economica, 1978, 324 p.
- . Dewees, D.N., Evaluation of policies for Regulating Environmental Pollution, Conseil économique du Canada, Coll. Working Paper, no 4, septembre 1980.
- . Dewees, D.N., Everson, D.K. et Sims, W.A., Economic Analysis of Environmental Policies, Toronto, Ontario, Economic Council, 1975, 175 p.
- . Ferguson, C.E. et Gould, J.P., Microeconomic Theory, Homewood Irwin Series, 1975, 542 p.

- . Freeman III, A.M., Haveman, R.H. et Kneese, A.V., The Economics of Environmental Policy, New York, John Willy and Sons, 1973, 184 p.
- . Groupe interministériel d'évolution de l'environnement, Méthodologie et théorie économique de l'environnement, Paris, coll. "Environnement", 1975.
- . Henderson, J.M. et Quandt, R.E., Microeconomic Formulation mathématique élémentaire, Paris, Dunod, 1972, 408 p.
- . Hirschleifer, J., Price Theory and Applications, Second Edition, New Jersey, Prentice-Hall, 1980.
- . Hwang, C.L. et Masud, A.S.M., Multiple Objective Decision Making, Methods and Applications, New York, Springer Verlag, 1979, 351 p.
- . Johnson, E.L., "A study in the economics of water quality management", in Water Resources Research, vol. 3, no 2, (2nd quarter), 1967.
- . Joubert, G., Les implications du programme d'assainissement de l'eau, Montréal, Association Québécoise des Techniques de l'Eau, mai 1980.
- . Kneese, A.V., Economics and the Environment, New York, Penguin Books, 1977, 286 p.
- . Kneese, A.,V. et B.T. Bower, Managing Water Quality: Economics, Technology Institutions. Baltimore, Johns Hopkins University Press, 1968.
- . Layard, P.R.G. and Walters, A.A. Microeconomic Theory, Montreal, McGraw Hill, 1978, 498 p.



- . Laffont, Jean-Jacques, Théorie des incitations un exemple introductif. Dijon, Université de Dijon, Institut de mathématiques économiques, février 1980.
- . Levy-Lambert, H. et Dupuy, J.-P., Les Choix Economiques dans l'Entreprise et dans l'Administration, tome I, Paris Paris et Montréal, Dunod, coll. "Finance et Economie Appliquée", vol. 43, 1975, 261 p.
- . Levy-Lambert, H. et Dupuy, J.-P., Les Choix Economiques dans l'Entreprise et dans l'Administration, tome II, Paris et Montréal, Dunod, coll. "Finance et Economie Appliquée", vol. 44, 1975, 398 p.
- . Malinvaud, L. Leçons de théories microéconomiques, Paris, Dunod, 1969.
- . Maskin, Eric. Voting for public alternatives: Some notes on majority rule. Dept. of economics, Massachussets Institute of Technology, No 229, February 1979.
- . Monarchi, E.D., C. Kiesel and L. Duckstein. "Interactive multiobjective Programming in Water Ressources: A Case Study", Water Resources Research, Vol. 9, No 4, 1973.
- . Monarchi, D.E., J.E. Weber et L. Duckstein, "An Interactive Multiple Objective Decision-Making Aid Using Nonlinear Goal Programming" in M. Zeleny, Multiple Criteria Decision Making: Kyoto 1975, New York, Springer-Verlag, 1976, pp. 235-253.
- . Muntagh, B.A. et Saunders, M.A.. Minos Uses Guide Report, SOL, No 77-9, Department of Operation Research, Stanford University, California 1977.
- . Rogel, J.-P., Un paradis de la Pollution, Sillery, Quebec Science, 1980, 275 p.

- . Streeter, H. et C.P. Phelps. "A study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River. Illinois Factors Concerned in the Phenomenon of Oxydation and Aeration", Public Health Service Bulletin, vol. 146, 1925.
  
- . Varian, H.R., Microeconomic Analysis, New York, Horton and Cie, 1978, 284 p.
  
- . Viner, J., "Cost Curves and Supply Curves", in Zert. Nationalökonomie, Readings in Price Theory, vol. 3, New York, 1953.

