

UNIVERSITE DE MONTREAL

SYSTEMES COMPLETS DE DEMANDE DE FACTEURS DE  
PRODUCTION PHYSIQUES ET FINANCIERS

PAR

MYRIAM PARE

DEPARTEMENT DE SCIENCES ECONOMIQUES

FACULTE DES ARTS ET DES SCIENCES

MEMOIRE PRESENTE A LA FACULTE DES ETUDES SUPERIEURES  
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE  
MAITRE ES SCIENCES (M.Sc.)

JUILLET 1983



## TABLE DES MATIERES

Sommaire .....	iv
Introduction .....	1
Chapitre Premier - Modèles théoriques .....	4
1.1. L'optimum temporaire du producteur .....	5
1.1.1. Le problème intertemporel .....	5
1.1.2. La maximisation myope de Malinvaud .....	6
1.1.3. Le problème temporaire .....	8
1.2. Le modèle direct .....	11
1.2.1. Système complet de demande de facteurs de production .....	11
1.2.1.1. Caractérisation du système .....	12
1.2.1.2. Propriétés théoriques .....	14
1.2.2. Paramétrisation et hypothèses stochastiques .....	15
1.3. Le modèle sous rationnement quantitatif .....	17
1.3.1. Système complet de demande de facteurs de production .....	18
1.3.1.1. Caractérisation du système .....	19
1.3.1.2. Propriétés théoriques .....	20
1.3.2. Paramétrisation et hypothèses stochastiques .....	20
1.4. Le modèle direct et le modèle sous rationnement quantitatif sans variable financière .....	22
1.4.1. Le modèle direct .....	22
1.4.2. Le modèle sous rationnement quantitatif .....	24
Chapitre II - Méthode d'estimation d'un système de demande .....	26
2.1. Moindres carrés généralisés contraints .....	27
2.1.1. Hypothèses sur les erreurs .....	27
2.1.2. Restrictions a priori .....	28
2.1.3. Contraintes de symétrie .....	30
2.1.4. Propriétés des estimations des moindres carrés généralisés contraints .....	30

Chapitre III - Tests de symétrie .....	33
3.1. Les tests $\chi^2$ .....	34
3.2. Les tests de Fisher .....	36
Chapitre IV - Analyse empirique .....	38
4.1. Bref survol de la littérature sur l'estimation de systèmes de demande de facteurs .....	39
4.2. Les données .....	42
4.3. Estimation du modèle simple (sans variable financière) .....	43
4.3.1. Le modèle direct .....	44
4.3.2. Le modèle sous rationnement quantitatif .....	46
4.4. Estimation du modèle incluant le secteur financier .....	49
4.4.1. Le modèle direct .....	50
4.4.2. Le modèle sous rationnement quantitatif .....	54
4.5. Estimations supplémentaires .....	57
Conclusion .....	59
Annexe des données .....	62
Remerciements .....	66
Bibliographie .....	68

## SOMMAIRE

L'objectif de ce travail consiste à introduire le secteur financier des entreprises dans un système complet de demande de facteurs de production. Le système intégré de demande d'investissement, de travail et d'actifs financiers est estimé par moindres carrés généralisés contraints sous des hypothèses de marché walrasien et non-walrasien. De par la spécification du modèle, nous obtenons une matrice qui met en évidence les relations de substitution-complémentarité entre les facteurs de production. Cette matrice est appelée la matrice de Slutsky. En général, il ressort une relation de substitution entre le capital et le travail. Par ailleurs, la propension marginale à investir dans la machinerie est toujours plus importante que la propension marginale à employer un travailleur. Enfin, lorsque les producteurs font face à des rationnements quantitatifs sur leurs offres de produit, il semble y avoir séparabilité entre les marchés financiers et les marchés des inputs.

INTRODUCTION

L'objet de ce mémoire est l'estimation de systèmes complets de demande de facteurs de production. La particularité de notre modèle réside dans l'introduction d'une variable financière qui représente la demande d'actifs financiers des entreprises privées et publiques. Cette variable financière traduit les contraintes de financement imposées aux entreprises par le milieu financier. Nos systèmes de demande de facteurs sont caractérisés par une structure locale de Slutsky, c'est-à-dire que la spécification de notre modèle nous procure un ensemble de propriétés fondamentales telles l'homogénéité, la symétrie, l'additivité et la négativité semi-définie. Pour l'estimation, nos modèles sont paramétrisés à la manière du modèle de Rotterdam ce qui nous permet d'imposer facilement la symétrie. La cohérence entre notre échantillon et la symétrie est évaluée à l'aide d'un test de Fisher.

L'estimation des systèmes de demande de facteurs physiques et financiers est faite sous deux types d'hypothèses de marché : walrasien (modèle direct) et non-walrasien (modèle sous rationnements quantitatifs). Dans ce dernier cas, on suppose que les producteurs sont rationnés dans leurs offres de produits voyant ainsi des variations non-désirées de leurs inventaires. De plus, sous l'hypothèse additionnelle de séparabilité entre les marchés financiers et les marchés des inputs, les modèles sont estimés sans la variable financière. Les méthodes d'estimation utilisées

sont les moindres carrés généralisés sous contraintes et les moindres carrés ordinaires sans contrainte. Des données canadiennes annuelles de 1951 à 1980 servent à l'estimation des systèmes de demande de facteurs sans la variable financière et de 1962 à 1980 pour les systèmes incluant le secteur financier. Les inputs "physiques" sont au nombre de quatre, soit le travail, l'investissement en construction non-résidentielle, l'investissement en machinerie et équipement et enfin les inventaires. Ces derniers sont exogènes dans le modèle sous rationnements quantitatifs, par conséquent les systèmes sont alors réduits d'une équation.

CHAPITRE PREMIER

Modèles théoriques



## 1.1. L'optimum temporaire du producteur

Au cours des années, l'analyse de l'optimum du producteur a été l'objet de nombreuses études. Plusieurs auteurs ont cherché à caractériser l'optimum du producteur à l'intérieur des différents états du marché et dans différents contextes. On remarque dans la littérature un intérêt grandissant pour l'étude de l'optimum dans un contexte dit "temporaire".

### 1.1.1. Le problème intertemporel

Le courant classique est celui de l'analyse intertemporelle. Le problème intertemporel du producteur néoclassique consiste à maximiser le profit total actualisé (1.1) sujet à une contrainte technologique représentée par une fonction de production intertemporelle (1.2).

$$(1.1) \quad \text{Max} \quad \sum_{t=0}^T \beta_t p'_t y_t$$

$$(1.2) \quad h(y_0, y_1, \dots, y_t, \dots, y_T) = 0^1$$

---

<sup>1</sup>En supposant les prix strictement positifs, l'optimum se situera sur la frontière, d'où l'égalité stricte.

où les  $\beta_t$  sont des facteurs d'escompte qui actualisent de la période  $t$  à la période  $0$ , les  $p'_t$  des vecteurs-lignes de prix et les  $y_t$  des vecteurs de production nette. La production nette est définie comme la différence entre output et input. Ainsi, dans le cadre d'analyse intertemporel, le producteur détermine au temps  $0$  sa production pour les  $T$  périodes d'existence de l'entreprise.

Pour qu'une telle théorie s'applique, on doit supposer, d'une part, qu'il existe des marchés à termes pour tous les biens et, d'autre part, que le producteur connaît tous les prix actualisés. Bien qu'il existe effectivement dans la réalité quelques marchés à terme, une généralisation de ceux-ci de même qu'une connaissance parfaite des prix futurs apparaissent comme étant fort peu réalistes en pratique. De plus, le modèle intertemporel n'est pas testable.

### 1.1.2. La maximisation myope de Malinvaud

Dans le modèle intertemporel, l'existence de marchés à terme justifie l'absence de marchés financiers. Toutefois, de façon à opérationnaliser le modèle, Malinvaud (1969) présente la théorie des décisions myopes et la transférabilité du capital. Le temps est maintenant vu comme une suite de dates  $t = 1, \dots, T$ , la période  $t$  étant l'intervalle de temps entre deux dates successives  $t$  et  $t+1$ . Les opérations de production sont représentées par  $T-1$  fonctions de production temporaires, c'est-à-dire propres à chaque période (1.4). Par conséquent, le problème du producteur devient :

$$(1.3) \quad \text{Max } \pi_t = p'_{t+1} b_{t+1} - \frac{\beta_t}{\beta_{t+1}} p'_t a_t$$

$$(1.4) \quad g_t(-a_t, b_{t+1}) = 0$$

où  $a_t$  représente le vecteur d'inputs<sup>1</sup> de la période  $t$  et  $b_{t+1}$  le vecteur des productions disponibles à la période  $t+1$ . On remarque ici le délai de production d'une période (on note par convention  $a_T = 0$  et  $b_0 = 0$ ). La version temporaire de Malinvaud suggère donc que l'entrepreneur "maximise successivement et indépendamment les profits  $\pi_t$  de chaque période en tenant compte pour chaque période uniquement de la contrainte de production propre à cette période"<sup>2</sup>.

La nature différente des approches intertemporelle et temporaire est maintenant évidente. Malgré cette dissemblance, l'équivalence entre les deux approches est possible sous les hypothèses suivantes : d'abord on doit supposer que le producteur, pour financer son délai de production, fait face à un marché parfait du capital financier; il est également nécessaire de faire l'hypothèse qu'à chaque date, le capital est librement transférable. C'est-à-dire que l'entreprise se liquide à la fin d'une période et reprend ses activités la période suivante. Ceci suppose alors des marchés parfaits pour les biens capitaux usagés. Enfin, de même que l'analyse intertemporelle présume la connaissance de tous les prix, l'approche temporaire propose qu'à chaque période  $t$ , les prix futurs  $p_{t+1}$  soient connus.

<sup>1</sup>Le lecteur désireux d'approfondir sur les composantes de cette fonction consultera Malinvaud (1969, 1982) "Leçons de théorie microéconomiques", chap. 10.

<sup>2</sup>Malinvaud, E. (1979), "Leçons de théorie microéconomiques", Dunod, p. 270.

Les modifications apportées dans la version temporaire de Malinvaud ont permis l'élaboration d'un modèle théorique où on peut à la fois faire intervenir le temps et les marchés au comptant pour tous les biens. De plus, l'introduction du secteur financier représente, pour le producteur, un arbitrage entre production actuelle et production future. Ainsi, l'entrepreneur peut décider d'acheter un actif financier au cours de la période  $t$  pour s'assurer d'un capital à la période  $t+1$ .

### 1.1.3. Le problème temporaire du producteur

La version temporaire de Malinvaud constitue un cadre d'analyse intéressant quoique certaines restrictions soient trop rigides pour recouvrir la réalité. De façon à assouplir l'hypothèse d'un marché parfait du capital financier, Bronsard et Salvas-Bronsard (1982) suggère d'introduire un budget de capital. Ce dernier a pour but de traduire l'incertitude des créanciers face aux activités futures de l'entreprise. Le budget de capital décrit donc le comportement du producteur confronté à un montant de capital financier limité. Aussi, au cours de la période  $t$ , le producteur dispose de liquidités et doit décider entre l'achat d'actifs financiers ( $A_{t+1}$ ) livrables à la période  $t+1$  et l'achat de facteurs de production ( $a_t$ ). Les liquidités ( $\alpha_t$ ) dont il dispose proviennent, d'une part, d'un montant fourni par les actionnaires, d'autre part, par une somme équivalente à ses placements (ou emprunts) antérieures qui sont disponibles (ou dus) à la date  $t$  et éventuellement d'une partie des recettes. La contrainte financière auquel fait face l'entreprise au temps  $t$  s'écrit :

$$(1.5) \quad r'_t a_t + \gamma_t A_{t+1} = \alpha_t$$

$r'_t$  représente le vecteur-ligne des prix des facteurs de production et  $\gamma_t$  le prix unitaire d'un actif financier ou encore le facteur d'escompte entre  $t+1$  et  $t$ . Notons que  $\gamma_t = \frac{1}{1 + \rho_t}$  et  $\rho_t$  est le taux d'intérêt qui prévaut de la date  $t$  à la date  $t+1$ .

De façon similaire, comme l'entreprise peut se refinancer à chaque période, la producteur doit planifier ses opérations financières futures. On peut actualiser le futur à la période  $t+1$ , alors les budgets de capitaux pour les périodes futures sont :

$$(1.6) \quad \tilde{r}' \tilde{a} - A_{t+1} = \tilde{\alpha}$$

où  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{r}$  et  $\tilde{\alpha}$  sont respectivement les inputs futurs, les prix futurs des inputs et les liquidités futures.

Le problème temporaire du producteur se résume au fait que le producteur doit, à la période  $t$ , prendre des décisions à la fois pour sa production au temps  $t$  et pour les périodes futures de l'entreprise. En d'autres mots, il décide des quantités optimales d'inputs, d'outputs et d'actifs financiers pour maximiser ses recettes attendues à la période  $t$ , de même qu'il planifie, pour toutes les périodes futures de l'entreprise, son ensemble d'inputs et son output optimal sur la base de ses anticipations (le problème reste donc temporaire). Le montant optimal de ses actifs financiers futurs est déterminé à chaque période future. Le problème du producteur est donc la maximisation du Lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \tilde{q}' \tilde{b} - \sum_{\tau=1}^{T-1} \lambda_{\tau} g_{\tau}(b_{\tau+1}, -a_{\tau}) \\ & - \mu(r'_t a_t + \gamma_t A_{t+1} - \alpha_t) \\ & - \nu(\tilde{r}' \tilde{a} - A_{t+1} - \tilde{\alpha}) \end{aligned}$$

où  $\tilde{q}$  est un vecteur des prix de vente futurs actualités à la date  $t+1$ ,  $\tilde{b}$  est un vecteur d'outputs futurs,  $\tilde{q}' \tilde{b}$  représente les recettes attendues pour l'horizon de l'entreprise et enfin  $\lambda_{\tau}$ ,  $\mu$  et  $\nu$  sont les multiplicateurs de Lagrange. Le producteur maximise donc la valeur actuelle de ses revenus attendus sous les contraintes des fonctions de production temporaires, du budget de capital présent et du budget de capital futur.

Considérant le problème de maximisation précédent, l'entrepreneur devra anticiper  $\tilde{q}$ ,  $\tilde{r}$  et  $\tilde{\alpha}$ . Pour prendre en compte ces anticipations, nous proposons une fonction d'anticipation dans laquelle apparaissent plusieurs arguments dont les prix passés. Le producteur base ses attentes face aux variables futures sur ces arguments. L'introduction des prix présents dans cette fonction est parfois contestée, car il est permis de croire que la structure de Slutsky peut s'en trouver modifiée. Toutefois, nous allons inclure les prix actuels et démontrer que sous certaines conditions la structure de Slutsky demeure inchangée.

Enfin, la solution du problème temporaire du producteur conduit à un système complet de demande de facteurs caractérisé par une structure locale de Slutsky. Sur ce sujet, nous reviendrons dans le chapitre suivant.

Le contexte temporaire fournit un cadre d'analyse intéressant pour l'étude de l'optimum du producteur. Il permet d'étendre l'approche néoclassique habituelle à un contexte plus général où interviennent les

décisions concernant plusieurs périodes ainsi qu'une variable représentant le côté financier de l'entreprise. En effet, l'originalité du modèle temporaire présenté par Bronsard et Salvas-Bronsard (1982) réside dans la spécification du secteur financier qui tient compte des contraintes imposées aux entreprises par le milieu financier. Une telle spécification permet une représentation plus fidèle de la réalité et n'est pas contradictoire avec le modèle usuel.

## 1.2. Le modèle direct (classique)

### 1.2.1. Système complet de demande de facteurs avec secteur financier

Nous avons jusqu'à maintenant énoncé le problème de l'optimum temporaire du producteur. La résolution du problème de maximisation, tel que décrit dans la section précédente, nous conduit à un système complet de demande de facteurs. Avant de caractériser ce système, nous devons définir davantage le contexte institutionnel dans lequel le producteur se situe. Un premier contexte, dit walrasien, décrit une économie où le producteur fait face à des prix donnés (il ne peut influencer les prix), et ceux-ci sont des prix d'équilibre. Le fait de poser les prix exogènes a l'avantage de permettre une utilisation directe des implications empiriques de la théorie de la demande sous forme de restrictions a priori<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Bronsard, C., Salvas-Bronsard, L., "Sur les différentes formes structurelles engendrées par la théorie de la demande et leur utilisation en économétrie", (1980), p. 4.

On peut penser que sur certains marchés, le producteur est rationné sur son offre de produit. Par conséquent, les prix prévalant sur ces marchés ne seront pas des prix d'équilibre walrasien, on parle alors d'un équilibre sous rationnements quantitatifs. Un tel environnement est dit non-walrasien. Ce deuxième contexte sera vu dans la section suivante.

Considérons le producteur dans un contexte walrasien. En différenciant partiellement le lagrangien qui définit l'optimum temporaire, nous obtenons les conditions du premier ordre desquelles nous pourrions dériver le système complet de demande de facteurs. Mais d'abord, posons que les fonctions de production temporaires sont deux fois continûment dérivables, fortement monotones et fortement quasi-convexes. On peut démontrer que, par le théorème d'existence des fonctions implicites, si la matrice des dérivées secondes du lagrangien par rapport aux variables dépendantes est de rang maximal, alors les fonctions de demandes temporaires existent et sont caractérisées par une structure locale de Slutsky<sup>1</sup>.

#### 1.2.1.1. Caractérisation du système

Sous les conditions précédentes, les fonctions de demande de facteurs s'écrivent :

$$(1.7) \quad a = f(r, \alpha_t, \sigma)$$

$$\text{où } a = [a_t \quad A_{t+1}] \quad , \quad r = [r_t \quad \gamma_t] \quad , \quad \sigma = [\tilde{q} \quad \tilde{r} \quad \tilde{\alpha}]$$

<sup>1</sup>La démonstration est reproduite dans Bronsard, C. et Salvas-Bronsard, L., "L'équilibre temporaire du producteur", (1982), Département de sciences économiques, Université de Montréal.



Ce système complet des demandes de facteurs financiers et non-financiers est caractérisé par une structure locale de Slutsky. La différentielle de (1) s'écrit :

$$(1.8) \quad da = K dr + k r' da + L d \sigma$$

où

$$(1.9) \quad K = K' \quad (\text{symétrie ou intégrabilité})$$

$$(1.10) \quad Kr = 0 \quad (\text{homogénéité})$$

$$(1.11) \quad \zeta' K \zeta < 0 \quad \text{pour tout } \zeta \neq \theta r, \quad \theta \in \mathbb{R} \quad \zeta \in \mathbb{R} \quad (\text{négativité})$$

$$(1.12) \quad r'k = 1 \quad (\text{additivité})$$

$$(1.13) \quad r'L = 0 \quad (\text{additivité})$$

On définit  $K$  comme étant la matrice des effets substitution-complémentarité de Slutsky,  $k$  est le vecteur des propensions marginales à investir dans les différents inputs et enfin  $L$  est la matrice de l'effet des prix et de la richesse anticipés sur les demandes d'inputs. On suppose que dans l'équation (1.8), les anticipations ne dépendent pas du prix courant des facteurs. Toutefois, on peut supposer que ceux-ci apparaissent comme argument dans la fonction d'anticipation. Il nous faut alors vérifier si la structure locale de Slutsky s'en trouve brouillée. Posons la fonction d'anticipation suivante :

$$(1.14) \quad \sigma = f(p)$$

où  $p$  contient plusieurs arguments dont les prix actuels. La différentielle de (1.14) s'écrit :

$$(1.15) \quad d\sigma = H dp \quad \text{et} \quad p = \begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix}$$

ou encore

$$(1.16) \quad d\sigma = H_1 dr + H_2 dz$$

On peut réécrire (1.8) en substituant (1.16) :

$$(1.17) \quad da = K dr + k r' da + L H_1 dr + L H_2 dz$$

$$(1.18) \quad da = (K + L H_1) dr + k' r da + L H_2 dz$$

Les propriétés théoriques seront conservées si :

$$(1.19) \quad K + L H_1 = (K + L H_1)' \quad \text{si} \quad L H_1 = L H_1' \quad (\text{symétrie})$$

$$(1.20) \quad \zeta' L H_1 \zeta < -\zeta' K \zeta \quad \text{pour tout} \quad \zeta \neq \theta r \quad (\text{négativité})$$

L'homogénéité et l'additivité restent inchangées par construction. Les conditions posées ici ne sont cependant pas vérifiables. Lors de l'estimation, nous serons à même de conclure sur le bien-fondé de ces conditions.

#### 1.2.1.2. Propriétés théoriques

C'est de la théorie néoclassique de la demande que l'on tire les propriétés fondamentales des systèmes de demande. Ces propriétés (symétrie, homogénéité, additivité et négativité semi-définie) sont couramment

appelées structure locale de Slutsky. Leur importance vient du fait qu'elles caractérisent le comportement du producteur faisant face à des prix et revenus donnés.

La symétrie nous dit que les dérivées des fonctions de demande satisfont aux conditions d'intégrabilité de Slutsky. Ceci nous assure d'avoir des effets substitution-complémentarité symétrique (ce qui témoigne d'un comportement rationnel de la part du producteur). Par la propriété d'homogénéité, on sait que les fonctions de demande sont homogènes de degré zéro en termes des prix et du revenu. La négativité nous assure que la matrice d'effets substitution est négative semi-définie et de rang  $n-1$ . Les éléments négatifs de la diagonale, qui sont en fait les effets-prix compensés des demandes, confirment la pente négative des fonctions de demande compensées. Enfin, tout dollar supplémentaire de revenu sera entièrement dépensé à l'achat de facteurs financiers ou non-financiers. Ceci est confirmé par la propriété d'additivité.

Ces propriétés seront très importantes lors de l'estimation des systèmes de demande de facteurs. Nous y reviendrons au chapitre II.

### 1.2.2. Hypothèses stochastiques et paramétrisation

Afin de rendre notre modèle théorique estimable, nous devons procéder à quelques ajustements. Dans un premier temps, il nous faut agréger notre modèle à l'ensemble des producteurs. La méthode d'agrégation que nous allons appliquer est analogue à celle que nous utilisons dans le

cas des consommateurs. Cette agrégation étant déjà fort connue, les résultats ne seront pas présentés ici. (On peut retrouver ces résultats dans Bronsard et Salvat-Bronsard (1977)). En second lieu, il nous faut paramétriser notre modèle. Nous allons nous inspirer de la paramétrisation développée par Barten (1967) et Theil (1965), c'est-à-dire la paramétrisation à la manière du modèle de Rotterdam.

Après la paramétrisation, les équations (1.8) à (1.13) deviennent :

$$(1.21) \quad \hat{r} da = B d \log r + b i' \hat{r} da + N dz + \alpha + \varepsilon$$

$$(1.22) \quad B = B' \quad (\text{symétrie})$$

$$(1.23) \quad B i = 0, \quad i' N = 0 \quad (\text{homogénéité})$$

$$(1.24) \quad i' b = 1 \quad (\text{additivité})$$

$$(1.25) \quad \zeta' B \zeta < 0 \text{ pour tout } \zeta \neq \theta r \text{ et } \theta \in \mathbb{R}, \quad \zeta \in \mathbb{R} \quad (\text{négativité})$$

$$(1.26) \quad i' \alpha = 0, \quad i' \varepsilon = 0$$

où

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r \end{bmatrix}, \quad B = \frac{\hat{r} K \hat{r}}{r' a}, \quad b = \hat{r} k, \quad d \log r = \check{r} dr$$

$\tilde{r}$  est une matrice diagonale dont les éléments non-nuls sont  $1/r$  et cette matrice est  $\tilde{r} i = 1/r$ .  $i'$  est un vecteur d'unités,  $z$  est un vecteur de variables qui influencent les anticipations,  $\alpha$  est un vecteur d'ordonnées à l'origine ou de constantes qui tiennent compte de l'effet des changements technologiques et enfin  $\epsilon$  est un vecteur d'erreurs aléatoires. Concernant les erreurs aléatoires, nous supposerons qu'elles ont une espérance mathématique nulle et qu'elles sont corrélées entre les équations d'une même période, mais non reliées d'une observation à l'autre.

Notons que  $B$  est la matrice d'effets substitution-complémentarité de Slutsky,  $b$  est le vecteur d'effets-richeesse et  $N$  est la matrice des coefficients associés aux variables retardées ( $z$ ). En effet, en pratique les anticipations ne sont pas observées. Nous ferons l'hypothèse que, parmi les variables devant être anticipées, certaines dépendent de leurs valeurs passées.

Le modèle direct sera estimé à partir des équations (1.15) à (1.20).

### 1.3. Le modèle sous rationnements quantitatifs

Nous avons vu dans le modèle direct que le producteur opère dans un contexte walrasien où les prix sont exogènes. On remarque, cependant, que quelques auteurs (Benassy (1976), Drèze (1977), Malinvaud (1976), Bronsard et Salvat-Bronsard (1979, 1980)) ont favorisé le développement d'un modèle où on tient compte à la fois des prix exogènes et d'une autre

contrainte institutionnelle qui est le rationnement quantitatif. La présence de tels rationnements place le producteur dans un contexte non-walrasien où les prix ayant cours sur les marchés ne représentent plus des prix d'équilibre "concurrentiel".

### 1.3.1. Système complet de demande de facteurs avec secteur financier

Considérons le cas où le producteur est rationné sur une partie des inputs utilisés dans le processus de production. On peut s'attendre à ce que les rationnements quantitatifs modifient les décisions de l'entrepreneur de sorte qu'il s'ajuste dans la demande des inputs non-rationnés. Ainsi, partitionnons le vecteur (a) des inputs financiers et non-financiers de la façon suivante :

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

où  $a_1$  est le vecteur des inputs non-rationnés;  
et  $a_2$  celui des inputs rationnés.

De même, le vecteur des prix correspondants sera partitionné comme suit :

$$r' = [r_1 \quad r_2]$$

### 1.3.1.1. Caractérisation du système

Sous les mêmes hypothèses et conditions d'équilibre du modèle direct, (sauf qu'elles ne s'appliquent plus qu'à  $a_1$ ) on dérive les fonctions de demande de facteurs dans le cas du modèle sous rationnements quantitatifs. La différentielle des fonctions temporaires de demande s'écrit alors :

$$(1.27) \quad da_1 = S_{11} dr_1 + S_{12} da_2 + s_1 r' da + M d\sigma$$

et les coefficients jouissent des propriétés :

$$(1.28) \quad S_{11} = S'_{11} \quad (\text{symétrie})$$

$$S'_{12} r_1 = -r_2 \quad (\text{homogénéité})$$

$$(1.29) \quad S_{11} r_1 = 0 \quad (\text{homogénéité})$$

$$(1.30) \quad \phi_1' S_{11} \phi_1 < 0 \quad \text{pour tout } \phi_1 \neq \lambda r_1, \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (\text{négativité})$$

$$(1.31) \quad r_1' s_1 = 1 \quad (\text{additivité})$$

$$(1.32) \quad r_1' M = 0 \quad (\text{additivité})$$

On définit  $S_{11}$  comme étant la matrice des effets de substitution contraints,  $S_{12}$  le vecteur des effets de débordement (effets des inputs rationnés sur la demande des autres facteurs),  $s_1$  est le vecteur des propensions marginales à dépenser sur les différents inputs et enfin  $M$  est la matrice des coefficients contraints associés aux anticipations.

### 1.3.1.2. Propriétés théoriques

Les coefficients du système de demande de facteurs sous rationnements quantitatifs possèdent des propriétés analogues à celles du modèle direct. Remarquons cependant que le ou les inputs rationnés sont maintenant exogènes (éq. 1.27). La quantité de ces inputs étant déterminée institutionnellement, le système de demande s'en trouve réduit d'autant d'équations que d'inputs rationnés. Par ailleurs, dans ce modèle, l'ensemble des coefficients, moins ceux associés aux inputs rationnés, est contraint de sommer à zéro. Le vecteur  $S_{12}$  des effets de débordement décrit le comportement adaptatif du producteur lorsqu'il subit des rationnements quantitatifs. De plus, les propensions marginales à dépenser seront également contraintes de sommer à 1. Enfin, les coefficients des variables retardées devront, tout comme ceux de la matrice  $S_{11}$ , sommer à zéro.

### 1.3.2. Hypothèses stochastiques et paramétrisation

De la même manière que nous avons traité le modèle direct, nous paramétrisons le système de demande de facteurs sous rationnements quantitatifs à la façon du modèle de Rotterdam. Les équations (1.27) à (1.32) deviennent :

$$(1.33) \quad \hat{r} da_1 = C_{11} d \log r_1 + C_{12} \hat{r}_2 da_2 + c_1 i' \hat{r} da + P dz + \delta + \eta$$

sujet à :



$$(1.34) \quad C_{11} = C'_{11}, \quad C'_{12} i_1 = -i_2 \quad (\text{symétrie})$$

$$(1.35) \quad C_{11} i_1 = 0, \quad i'_1 P = 0 \quad (\text{homogénéité})$$

$$(1.36) \quad \phi' C_{11} \phi < 0 \quad \text{pour tout } \phi \neq \lambda r \quad \text{et } \lambda \in \mathbb{R}, \quad \phi \in \mathbb{R} \quad (\text{négativité})$$

$$(1.37) \quad i'_1 c_1 = 1 \quad (\text{additivité})$$

$$(1.38) \quad i' \delta = 0, \quad i' \eta = 0$$

où

$$C_{11} = \frac{\hat{r}_1 S_{11} \hat{r}_1}{r'_1 a_1}, \quad c_1 = \hat{r}_1 s_1, \quad d \log r_1 = \check{r}_1 dr_1$$

$\check{r}_1$  est une matrice diagonale telle que  $\check{r}_1 i = \frac{1}{r_1}$  et  $i$  est un vecteur d'unités. Pour l'estimation, nous ajoutons un vecteur d'ordonnées à l'origine ( $\delta$ ) et un terme aléatoire ( $\eta$ ) qui tient compte des erreurs d'observation et d'approximation. On fait des hypothèses similaires à celles faites dans le cas du modèle direct pour ce qui est des erreurs aléatoires.

Définissons  $C_{11}$  comme étant la matrice des effets substitution contraints,  $C_{12}$  est le vecteur des effets de débordement,  $c_1$  est le vecteur d'effets de richesse contraints et enfin  $P$  est la matrice des coefficients contraints associés aux variables exogènes affectant les anticipations. Le modèle sous rationnements quantitatifs sera donc estimé par le système de demande de facteurs (1.33) sous les restrictions a priori (1.34) à (1.38).

#### 1.4. Systèmes de demande de facteurs sans variable financière

Lorsqu'on étudie le comportement du producteur dans ses demandes d'inputs, on peut faire l'hypothèse que les décisions concernant l'achat d'actifs financiers sont indépendantes de celles se rapportant aux facteurs de production physiques. On suppose ainsi la séparabilité entre les marchés financiers et les marchés des inputs. Nous allons ici nous attarder à l'étude des demandes de facteurs de production physiques.

##### 1.4.1. Le modèle direct

Bien que les entreprises possèdent toujours une demande de liquidités, nous allons supposer qu'elle est totalement indépendante des demandes pour les facteurs physiques (incluant le facteur travail). Aussi nous avons reformulé le modèle de façon telle qu'il conserve les mêmes propriétés théoriques tout en excluant la variable financière. Les entreprises opèrent dans un contexte walrasien et le problème temporaire du producteur consiste à maximiser les recettes attendues sujet aux fonctions de production temporaires, à une contrainte budgétaire présente et future, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
 L = \tilde{q} \tilde{b} - & \sum_{\tau=t}^{T-1} \lambda_{\tau} g_{\tau} (b_{\tau+1}, -a_{\tau}) \\
 & - \mu (r'_t a_t - \alpha_t) \\
 & - \nu (\tilde{r}' \tilde{a} - \tilde{\alpha})
 \end{aligned}$$

On remarquera que les liquidités de l'entreprise ( $\alpha$ ) sont constituées en partie d'un montant provenant des actifs financiers qui sont, ici, exogènes au modèle. Par ailleurs, nous ferons l'hypothèse que les valeurs futures des variables sont déterminées à partir d'anticipations ponctuelles, c'est-à-dire qu'elles sont évaluées à un moment donné et ne subiront aucun changement au cours des  $T$  périodes de production de l'entreprise.

$$d\sigma = 0$$

Les fonctions de production temporaires nous donnent, sous des conditions effectivement réalisées, les fonctions de demande des facteurs physiques. Ces dernières, une fois différenciées, s'écrivent :

$$(1.39) \quad da_t = H dr_t + h r_t' da_t$$

et sont caractérisées par les quatre propriétés théoriques habituelles :

$$(1.40) \quad H = H' , \quad Hr_t = 0 , \quad \xi'H\xi < 0 \quad \text{pour tout } \xi \neq \psi r_t , \quad \psi \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \xi \in \mathbb{R}$$

$$r_t' h = 1 .$$

Pour fins d'estimation, on ajoute un vecteur de constantes  $\beta$  qui tiennent compte de la possibilité d'une tendance (ordonnées à l'origine) et un terme aléatoire  $u_t$ . Après paramétrisation, le système devient :

$$(1.41) \quad \hat{r} da_t = D d \log r_t + d i' \hat{r} da_t + \beta + u_t$$

et il possède une structure locale de Slutsky :

$$(1.42) \quad D = D' , \quad D_i = 0 , \quad i'd = 1 , \quad i'\beta = 0 , \quad i'u_t = 0$$

Les équations (1.41) et (1.42) serviront à l'estimation du système de demande de facteurs physiques.

#### 1.4.2. Le modèle sous rationnements quantitatifs

Nous allons maintenant étudier les demandes de facteurs physiques des entreprises dans un environnement non-walrasien. Alors que les producteurs font face à des prix donnés sur les marchés pour les facteurs de production physique, ils se voient également contraints sur certains marchés. Aussi, le modèle sous rationnements quantitatifs va nous permettre d'analyser les conséquences, sur les demandes d'inputs, de ces contraintes institutionnelles.

Partant du problème temporaire du producteur, on peut dériver (admettant que les conditions décrites à la section 1.2. sont réalisées) le système de demande d'inputs lorsque les entreprises subissent des rationnements. Si on pose que les rationnements portent sur l'offre des produits, ceux-ci entraînent des variations de stocks non désirées. On exprime alors le vecteur d'inputs de la façon suivante :

$$a_t = \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}$$

où  $a_{2t}$  représente les inventaires de la période  $t$ . Les fonctions de demande sont :

$$(1.43) \quad a_{1t} = f(r_{1t}, a_{2t}, \alpha_t)$$

et le système réécrit sous forme de différentielle s'écrit :

$$(1.44) \quad da_{1t} = L_{11} dr_{1t} + L_{12} da_{2t} + \ell_1 r'_t da_t$$

et

$$(1.45) \quad L'_{11} = L'_{11}, \quad L'_{12} r_{1t} = -r_{2t}, \quad L_{11} r_{1t} = 0, \quad r'_{1t} \ell_1 = 1$$

Le système sera estimé sous la forme

$$(1.46) \quad \hat{r} da_{1t} = G_{11} d \log r_{1t} + G_{12} \hat{r}_{2t} da_{2t} + g_1 i' \hat{r}_t da_t + \lambda + v_t$$

$$(1.47) \quad G'_{11} = G'_{11}, \quad G'_{12} i_1 = -i_2, \quad G_{11} i'_1 = 0, \quad i'_1 g_1 = 1,$$

$$i'_1 \lambda = 0, \quad i'_1 v_t = 0$$

où  $\lambda$  est le vecteur d'ordonnées à l'origine et  $v_t$  le vecteur d'erreurs aléatoires.

Ceci complète la présentation des modèles théoriques auxquels nous allons nous attarder. Dans le chapitre suivant, nous allons discuter de la méthode à utiliser pour estimer un système de demande et des restrictions a priori à imposer aux équations.

## CHAPITRE II

### Méthode d'estimation d'un système de demande

## 2.1. Moindres carrés généralisés contraints

Les modèles théoriques exposés au chapitre précédent apparaissent comme un système complet de demande linéaire sous contraintes. Par ailleurs, les différentes équations contiennent les mêmes variables explicatives.

### 2.1.1. Hypothèses sur les erreurs

Si on ajoute que les erreurs aléatoires sont reliées entre les équations d'une même période, mais qu'elles sont indépendantes d'une observation à l'autre, la matrice de variances-covariances des erreurs pour une observation sera :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$$

où  $N$  est le nombre d'équations. On notera  $\Omega$  la matrice de variances-covariances des erreurs pour l'ensemble des périodes et

$$(2.1) \quad \Omega = \Sigma \otimes I$$

où  $I$  est une matrice identité de dimension  $(T \times T)$  et  $\Omega$  est positive

semi-définie. L'hypothèse précédente revient à supposer l'absence d'auto-corrélation et l'homoscédasticité. Enfin les variables explicatives seront supposées non stochastiques. Sous l'ensemble des conditions, chacun des modèles à équations multiples sera estimé par des moindres carrés généralisés (Zellner, 1962) sous contraintes linéaires.

Chacune des équations peut s'écrire sous la forme :

$$(2.2) \quad y_i = X \beta_i + \varepsilon_i \quad \text{où } i = 1, 2, \dots, N$$

(Tx1) (Tx(n+1)) ((n+1)x1) (Tx1)

ou encore

$$(2.3) \quad y = \hat{X} \beta + \varepsilon \quad \text{et} \quad E(\varepsilon) = 0, \quad V(\varepsilon) = \Sigma \otimes I = \Omega$$

et sera estimée sous certaines restrictions a priori.

### 2.1.2. Restrictions a priori

Nous avons, au chapitre II, parlé considérablement des propriétés théoriques qui entourent nos systèmes de demande de facteurs. Ces propriétés se présentent comme des restrictions a priori devant être incluses lors de l'estimation. Au niveau économétrique, les restrictions doivent être imposées au modèle et testées. Dans notre cas, la paramétrisation à la manière du modèle de Rotterdam facilite grandement l'imposition des restrictions. En effet, par construction, nous avons une variable explicative



qui est la somme des variables endogènes ( $i' \hat{r} da$ ). Cette particularité entraîne que la propriété d'additivité ( $i'b = 1$ ) est respectée automatiquement. La propriété de négativité, qui n'est pas linéaire, s'avère être une contrainte difficile à imposer économétriquement<sup>1</sup>. Aussi, nous n'allons pas imposer directement mais nous porterons une attention particulière aux résultats. Un signe négatif associé aux éléments de la diagonale de la matrice de Slutsky nous assure qu'une condition nécessaire est respectée (la condition nécessaire et suffisante sera vérifiée par le signe des mineurs principaux de la matrice en question). La symétrie est imposée aux systèmes de demande. Cette propriété se distingue par le fait qu'elle relie les coefficients des différentes équations, ce qui justifie l'utilisation des moindres carrés généralisés contraints. On peut noter qu'en imposant la symétrie, nous obtenons automatiquement l'homogénéité.

Nous sommes conscients que, lors de l'estimation, la matrice  $\Sigma$  sera singulière du fait que  $i'\varepsilon = 0$  (par la propriété d'additivité, les termes d'erreurs se compensent). Aussi, comme nous sommes intéressés à faire des tests, il nous faudra inverser  $\Sigma$ . Pour contrecarrer le problème, nous estimerons  $n-1$  équations<sup>2</sup> et par conséquent la matrice de variances-covariances des erreurs sera inversible. De plus, les propriétés d'homogénéité et de symétrie nous permettront de retrouver les coefficients de la  $n^{\text{ième}}$  équation.

<sup>1</sup>Barten, A. et Heyskens (1975) de même que Salvas-Bronsard, L., Leblanc, D. et Bronsard, C. (1977) suggèrent une procédure pour imposer la contrainte de négativité.

<sup>2</sup>On peut retrouver la démonstration de l'équivalence entre l'estimation du système au complet et celle de  $n-1$  équations dans Theil (1971), section 7.7 et dans Barten (1969).

### 2.1.3. Contraintes de symétrie

La contrainte de symétrie peut s'exprimer de la façon suivante :

$$(2.4) \quad R \beta = r$$

$$\left[ \frac{n(n-1)}{2} \times n(n+2) \right] [n(n+2) \times 1] = \left[ \frac{n(n-1)}{2} \times 1 \right]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ B_{11} \\ B_{12} \\ \vdots \\ B_{1N} \\ b_1 \\ \alpha_2 \\ B_{21} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 2.1.4. Propriétés des estimateurs des moindres carrés généralisés contraints

L'estimation des modèles par moindres carrés généralisés nous donne le meilleur estimateur linéaire centré, c'est-à-dire un estimateur

à variance minimale parmi tous les estimateurs linéaires non-biaisés (Theil (1971)).

$$(2.5) \quad \tilde{\beta} = \hat{\beta} + DR'(RDR')^{-1} (r - R\hat{\beta})$$

$$\text{où } \hat{\beta} = [I \otimes (X'X)^{-1} X']y$$

$$D = [\Sigma \otimes (X'X)^{-1}]$$

Notons que  $\hat{\beta}$  est l'estimateur des moindres carrés ordinaires<sup>1</sup> et D est la matrice de variances-covariances des paramètres. Cependant, la matrice  $\Sigma$  est inconnue, il nous faut donc la remplacer par un estimateur convergent. Nous avons choisi d'utiliser la matrice des variances-covariances des erreurs résultant des moindres carrés ordinaires appliqués à chaque équation, notée  $\hat{\Sigma}$ .

$$(2.6) \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{T-N} \begin{bmatrix} \hat{e}'_1 \\ \vdots \\ \hat{e}'_N \end{bmatrix} [\hat{e}_1 \dots \hat{e}_N]$$

La variance de  $\tilde{\beta}$  s'écrit :

$$(2.7) \quad V(\tilde{\beta}) = V(\hat{\beta}) - CR'(RCR')^{-1} RC$$

$$\text{où } C = [\hat{\Sigma} \otimes (X'X)^{-1}]$$

et  $CR'(RCR')^{-1} RC$  est une matrice positive définie.

---

<sup>1</sup>Il est question ici de l'estimateur des MCO appliqués à chaque équation sans tenir compte des contraintes. Aussi, dans notre cas, comme les variables explicatives sont les mêmes dans chaque équation, l'estimateur des MCO appliqués à chaque équation est équivalent à celui des MCG.

L'estimateur des moindres carrés généralisés contraints n'aura que des propriétés d'efficacité asymptotique pour deux raisons. D'une part, l'introduction des contraintes entraîne la perte de l'équivalence entre les MCO et les MCG et par conséquent des propriétés de petits échantillons et, d'autre part, l'utilisation d'un estimateur convergent de  $\Sigma$  ne nous donne que des propriétés asymptotiques. Ainsi,  $\tilde{\beta}$  est un estimateur centré, convergent et asymptotiquement efficace (Malinvaud (1978)).

Après l'application des moindres carrés généralisés, le processus d'estimation peut être poursuivi en itérant sur la matrice de variances-covariances des erreurs jusqu'à convergence. Cette procédure itérative revient à la méthode du maximum de vraisemblance. Cette façon de faire ne modifie aucunement les propriétés asymptotiques des estimateurs.

Avant de passer à l'analyse des résultats, il nous faut préciser comment les contraintes de symétrie imposées aux différents systèmes complets de demande seront testées sur la base de notre échantillon.

CHAPITRE III

Tests de symétrie

Des quatre propriétés théoriques qui découlent de nos systèmes de demande, seule la symétrie est directement imposée lors de l'estimation. Cependant, on retrouve dans la littérature des études où les auteurs ont porté une attention à l'estimation de système de demande sous la condition d'homogénéité uniquement ou en imposant deux ou trois propriétés à la fois (Barten (1969), Byron (1970)). Quoiqu'il en soit, l'introduction de telles contraintes nous oblige à évaluer le bien-fondé de leur présence dans le modèle. Il existe, à ce sujet, des tests qui évaluent la cohérence entre l'information a priori (provenant des propriétés théoriques) et l'information échantillonnale. Pour les contraintes linéaires, on utilise couramment les tests  $\chi^2$  (critère de Wald et le rapport de vraisemblance) et le test F.

### 3.1. Les tests $\chi^2$

Soit le modèle,

$$(3.1) \quad y = X \beta + \varepsilon$$

$$(3.2) \quad \text{sujet à} \quad R\beta = r$$

(qxnk) (nkx1) (qx1)

et q : nombre de contraintes;

n : nombre d'équations;

k : nombre de variables explicatives.

Une première série d'estimations par moindres carrés ordinaires appliqués à chaque équation sans contrainte, nous donne les résidus non-contraints :

$$(3.3) \quad \hat{e} = y - X \hat{\beta}$$

et la matrice de variances-covariances des erreurs de l'ensemble du système pour une observation est  $\hat{\Sigma}$ . De plus, l'application des moindres carrés généralisés contraints, suivie de la procédure itérative, génèrent les résidus contraints suivants :

$$(3.4) \quad \tilde{e} = y - X \tilde{\beta}$$

dont la matrice de variances-covariances est  $\tilde{\Sigma}$ .

Dans le test de Wald, l'évaluation de la compatibilité entre l'information a priori et l'échantillon est basée sur les estimateurs des paramètres non contraints (MCO). Le critère de Wald est exprimé de la façon suivante :

$$(3.5) \quad (R\hat{\beta} - r)' [RDR']^{-1} (R\hat{\beta} - r) \sim \chi^2 \quad \text{avec } q \text{ degrés de liberté,}$$

où  $D = [\Sigma \otimes (X'X)^{-1}]$ .

Plusieurs auteurs utilisent le test du rapport de vraisemblance. Il est asymptotiquement équivalent au test de Wald. Il suffit de faire le rapport des fonctions de vraisemblance contrainte et non contrainte :

$$(3.6) \quad \hat{L} = (2\pi)^{-NT} |\Omega|^{-1/2T} \exp(-1/2 \hat{e}' \Omega^{-1} \hat{e}) \quad (\text{non contrainte})$$

$$(3.7) \quad \tilde{L} = (2\pi)^{-NT} |\Omega|^{-1/2T} \exp(-1/2 \tilde{e}' \Omega^{-1} \tilde{e}) \quad (\text{contrainte})$$

où  $\Omega = \Sigma \otimes I$

$$(3.8) \quad \tilde{L}/\hat{L} = \exp(\tilde{e}' \Omega^{-1} \tilde{e} - \hat{e}' \Omega^{-1} \hat{e})$$

Comme  $\tilde{e}' \Omega^{-1} \tilde{e} = T \operatorname{tr} \Sigma^{-1} \tilde{\Sigma}^{-1}$ , on peut réécrire le rapport de vraisemblance comme suit :

$$(3.9) \quad T \operatorname{tr} \Sigma^{-1} (\tilde{\Sigma} - \hat{\Sigma}) \sim \chi^2 \quad \text{à } q \text{ degrés de liberté}$$

et T est le nombre d'observations.

### 3.2. Les tests de Fisher (test F)

On a souvent recours à la loi de distribution de Fisher pour l'évaluation de contraintes linéaires telles que la symétrie dans notre cas. Les tests F consistent à diviser l'expression (3.5) ou (3.9) par

$$(3.10) \quad \hat{e}' \Omega^{-1} \hat{e}$$

ou encore par

$$(3.11) \quad T \operatorname{tr} \Sigma^{-1} \hat{\Sigma}$$

qui est distribuée comme la loi du  $\chi^2$  avec  $(n-1) (T-k)$  degrés de liberté.

$$\tilde{e}' \Omega^{-1} \tilde{e} = \operatorname{tr} \Omega^{-1} \tilde{e}' \tilde{e} = \operatorname{tr} (\Sigma^{-1} \otimes I) \tilde{e}' \tilde{e} = T \operatorname{tr} \Sigma^{-1} \tilde{\Sigma} .$$

Réf. Byron, R.P. (1970).



Sachant que le rapport de deux lois  $\chi^2$  indépendantes nous donne la loi de Fisher, le test s'écrit de la façon suivante :

$$(3.12) \quad \frac{T \operatorname{tr} \Sigma^{-1}(\tilde{\Sigma} - \hat{\Sigma})/q}{T \operatorname{tr} \Sigma^{-1}/(n-1)(T-k)} \sim F \quad \text{à } q \text{ et } (n-1)(T-k) \text{ degrés de liberté.}$$

Toutefois, en pratique, la matrice  $\Sigma^{-1}$  est inconnue, on doit alors la remplacer par un estimateur convergent. Le choix de l'une ou l'autre des matrices,  $\hat{\Sigma}$  et  $\tilde{\Sigma}$ , n'est pas important puisque ce sont deux estimateurs convergents de  $\Sigma^{-1}$ . On remarquera cependant que l'utilisation d'un estimateur convergent signifie que le test n'a plus que des propriétés asymptotiques.

Lors de l'estimation par moindres carrés généralisés contraints, nous avons utilisé la matrice de variances-covariances des erreurs ( $\hat{\Sigma}$ ) résultant des moindres carrés ordinaires comme estimateur de  $\Sigma^{-1}$ . Nous avons ainsi obtenu la matrice  $\tilde{\Sigma}$  qui a servi d'estimateur de  $\Sigma^{-1}$  dans le processus itératif. Dans l'analyse empirique, la cohérence entre les observations et l'information a priori sera évaluée à l'aide du test F.

CHAPITRE IV

Analyse empirique

#### 4.1. Bref survol de la littérature sur l'estimation de systèmes de demande de facteurs

La construction de systèmes complets de demande de facteurs de production est relativement récente. C'est à Nadiri et Rosen (1969) qu'on doit le premier modèle complet de demande de facteurs. Ils intègrent l'investissement et l'emploi dans un modèle dynamique qui permet de voir les interactions entre les inputs. Ils sont conscients que l'output et les quantités d'input à utiliser sont déterminés de façon conjointe en fonction des anticipations sur le prix futur des biens. Toutefois, on sait que la fonction de production n'est pas en soi quelque chose d'observable. Etant donné les difficultés qu'entraînent la double-détermination, les auteurs simplifient le problème en spécifiant directement la fonction de production dans le modèle. Ainsi, le problème de la firme consiste à minimiser le coût total de long terme sujet à un niveau d'output optimal donné par une fonction de production du type Cobb-Douglas. Les fonctions de demande de facteurs de long terme qui résultent du problème de minimisation exhibent les relations d'ajustement entre le capital, le travail, le degré d'utilisation du capital et l'intensité d'utilisation du travail.

En 1970, Coen et Hickman ont proposé un modèle dynamique dans lequel ils étudient les ajustements simultanés sur le travail et le

capital. En se servant d'une fonction Cobb-Douglas, ils dérivent les fonctions de demande de facteurs. Une hypothèse de leur modèle stipule qu'au cours du processus d'ajustement, la production désirée est réalisée par le jeu des intensités d'utilisation des facteurs.

L'utilisation de type spécifique de fonction de production (Cobb-Douglas, CES) présente certains avantages. Par exemple, la forme log-linéaire de la fonction Cobb-Douglas permet une manipulation aisée. Cependant, "les inconvénients en sont bien connus. Cette forme n'a pas de justification simple ni d'interprétation intuitive, et de plus autorise une substitution de facteurs souvent jugée trop importante"<sup>1</sup>. Enfin, ces fonctions de production, de forme bien précise, ne représente pas de manière évidente la réalité.

Depuis quelques années, les auteurs cherchent à reproduire davantage le milieu économique dans lequel ils vivent. C'est ainsi qu'on assiste à une utilisation accrue des fonctions de production à générations de capital. Ces dernières permettent d'insérer dans le modèle l'information supplémentaire concernant les coefficients techniques. Selon les dispositions des entreprises, on choisit une fonction de production "putty-clay" (les producteurs ont le choix des coefficients techniques) ou "clay-clay" (les producteurs n'ont pas le choix des coefficients techniques).

---

<sup>1</sup>Malgrange, P. (1980), "Fonctions de production et de demande de facteurs : quelques contributions", Annales de l'I.N.S.E.E., p. 7.

La comparaison de nos résultats avec ceux des autres modèles sera difficile pour plusieurs raisons. D'abord, l'estimation de notre modèle se fait en différences finies ce qui nous évite de postuler une forme bien précise à la fonction de production. La spécification de notre modèle nous fournit un ensemble de propriétés théoriques. Une d'entre elles, la symétrie, est imposée aux différentes équations lors de l'estimation. On force ainsi les effets-prix compensés entre deux facteurs à être identiques. Toutefois, les coefficients en question peuvent être quelconques. Par contre, certains auteurs introduisent des contraintes (autres que la symétrie) sur les coefficients, les forçant, par le fait même, à prendre une valeur précise. Une autre distinction apparaît dans les variables de prix des facteurs. Nous utilisons le prix des différents inputs comme variables explicatives, alors que certaines études font appel aux prix relatifs des facteurs (Coen et Hickman (1970), Pouchain (1980) et Villa, Muet et Boutillier (1980)). Les effets-prix obtenus dans ces études ne sont pas comparables aux nôtres. D'autres travaux mettent l'accent sur le coût d'usage du capital (Villa, Muet et Boutillier (1980)). Cette variable étant constituée, entre autres, par le prix de l'équipement, le taux d'amortissement fiscal et économique, l'inflation anticipée et le taux d'intérêt, il est difficile de départager l'effet de chacune des composantes. Dans notre modèle, le taux d'intérêt apparaît à travers les activités financières des entreprises. Ainsi, l'effet des variables de prix et du taux d'intérêt sont dissociés et facilement interprétables.

#### 4.2. Les données

L'analyse économétrique porte sur l'estimation de deux modèles (avec ou sans variable financière) estimés sous deux types d'hypothèses de marché (walrasien et non-walrasien). Les quatre systèmes de demande de facteurs correspondants sont estimés à partir de données canadiennes annuelles. Les données concernant les facteurs de production proviennent essentiellement des "Comptes nationaux des revenus et des dépenses" publiés par Statistique Canada. Le côté financier des entreprises est représenté par une variable d'emprunt ou de prêt net tiré des "Comptes des flux financiers". Les données recueillies s'appliquent au secteur privé et aux entreprises publiques. Ainsi, les données sur l'emploi excluent le secteur gouvernemental. Il nous a fallu, à ce sujet, utiliser les "Statistiques fiscales" afin d'établir la part du secteur gouvernemental dans l'emploi total. Tous les détails concernant le calcul et la provenance des données, sont regroupés en annexe.

Enfin, pour l'estimation, les données sont exprimés en variations finies et per capita afin d'éliminer l'effet des variations démographiques. De plus, on notera que les indices de prix sont obtenus par le rapport des dépenses en dollars courants sur les dépenses en dollars constants (1971), sauf dans certains cas pour les prix associés aux variations de stocks.

#### 4.3. Estimation du modèle simple (sans variable financière)

Une première expérience nous amène à étudier les systèmes de demande dans un cadre relativement simple. Le modèle représente les décisions des producteurs concernant leurs demandes de facteurs physiques. On présuppose dans ce modèle que les producteurs ont des anticipations parfaites quant aux valeurs futures des variables (niveau de production, prix, revenus, etc.) et qu'il existe des marchés parfaits pour les biens capitaux usagés. De plus, nous faisons l'hypothèse que les décisions sur les actifs financiers sont indépendantes des décisions sur les biens physiques. Le système de demandes est constitué de quatre équations représentant les facteurs suivants : le travail (emploi), l'investissement en construction non-résidentielle (ICNR), l'investissement en machinerie et équipement (IME)<sup>1</sup> et la valeur de la variation matérielle des stocks (H).

Les coefficients seront évalués par rapport à leur écart-type sur la base d'une loi normale, car on sait qu'asymptotiquement la loi de Student revient à une loi normale. Le niveau de signification sera de 5%, mais dans certains cas, pour éviter de rejeter un coefficient alors qu'il est bon, on utilisera des niveaux de signification de 10 et 15%. L'estimation du modèle simple porte sur la période 1951 à 1980.

---

<sup>1</sup>Les deux sortes d'investissement dont il est question constituent, avec l'investissement en construction résidentielle, la formation brute de capital fixe (FBCF).

#### 4.3.1. Le modèle direct

Le modèle direct est composé des équations (1.43) et (1.44). Les estimés apparaissent dans le tableau 1. Une première remarque s'applique aux restrictions a priori. En effet, étant donné les fondements de nos modèles, les propriétés théoriques doivent être respectées sans quoi les coefficients estimés n'ont plus la même signification et leur interprétation devient difficile. Aussi sur la base du test F, on ne rejette pas la cohérence entre les observations et l'information a priori (à un niveau de signification de 5%, la valeur critique de la loi de Fisher avec 6 et 69 degrés de liberté est 2,23). De plus, les éléments sur la diagonale de la matrice de Slutsky sont soit négatifs ou non-significatifs ce qui nous assure que la condition nécessaire de la négativité est respectée. Une analyse du déterminant des mineurs principaux de cette matrice<sup>1</sup> montre que la condition nécessaire et suffisante à la négativité est réalisée à une condition près.

Deux facteurs sont substitués si l'effet-prix compensé de l'un sur la quantité de l'autre est positif (ils seront complémentaires autrement). Nos résultats démontrent que le travail et les variations de stocks sont complémentaires. Ainsi, par exemple, lors d'une augmentation du prix des inventaires, les producteurs choisissent de diminuer le nombre de travailleurs plutôt que leurs investissements. Maintenant, si on utilise un niveau de signification de 10% à 15%, on obtient respectivement que

<sup>1</sup>Pour que le troisième déterminant soit négatif, il suffirait, par exemple, que la relation entre le travail et l'investissement en machinerie soit de 0,17. Avec un écart-type de 0,13, la probabilité que le coefficient soit 0,17 ou 0,18 est à peu près la même. Aussi, nous ne rejetons pas la possibilité que le déterminant puisse être négatif.



Tableau 1

Modèle direct :  $\hat{r} da_t + D d \log r_t + d i' \hat{r} da_t + \beta + u_t$

$D = D'$  ,  $Di' = 0$  ,  $i'd = 1$  ,  $i'\beta = 0$  ,  $i'u_t = 0$

Données annuelles 1951-1980

	Travail	ICNR	IME	H	d	$\beta$	$R^2$
Travail	-0,20465 (0,28406)	0,05093 (0,17734)	0,18443 (0,13165)	-0,03072 (0,01374)	0,09469 (0,01315)	-0,01056 (0,01471)	0,855
ICNR	0,05093 (0,17734)	-0,15850 (0,13778)	0,09474 (0,08092)	0,01283 (0,01677)	0,40469 (0,01405)	0,00847 (0,01346)	0,981
IME	0,18443 (0,13165)	0,09474 (0,08092)	-0,28616 (0,07595)	0,00698 (0,01560)	0,48598 (0,01282)	-0,02191 (0,01191)	0,989
H	-0,03072 (0,01374)	0,01283 (0,01677)	0,00698 (0,01560)	0,01091 (0,02292)	0,01465 (0,01811)	0,02399 (0,01568)	0,258

F = 1,2210.

Les chiffres entre parenthèses sont les écarts-type.

l'investissement en machinerie et équipement est substitut au facteur travail et que les deux types d'investissement sont substitués entre eux. Comme on s'y attendait, nous obtenons la relation de substitution capital-travail. L'effet d'une augmentation du prix d'un de ces facteurs entraîne une plus grande utilisation de l'autre facteur. Les deux types d'investissement étant reliés à des projets différents, on comprend aisément qu'un accroissement du prix des machines, par exemple, déplace l'investissement vers les projets de rénovation ou d'agrandissement des bâtiments.

Le vecteur des propensions marginales à dépenser sur les différents inputs (d) nous renseigne sur la variation du montant réel consacré à chacun des inputs dans la dépense totale. Nos estimations révèlent que la propension marginale à investir en machinerie et équipement est la plus élevée (0,49). Elle est suivie de la propension marginale à investir en construction non-résidentielle (0,40) et de la propension marginale à employer un travailleur (0,09).

Les coefficients de corrélation ( $R^2$ ) sont très bons à l'exception de celui correspondant à l'équation des inventaires qui est plus faible. On peut expliquer ceci par la grande variabilité de la valeur matérielle des stocks dans le temps.

#### 4.3.2. Le modèle sous rationnement quantitatif

Partant du modèle simple, on ajoute aux conditions sus-mentionnées l'hypothèse de rationnement sur l'offre de produits des producteurs. Cette

limitation a pour conséquence une variation non-désirée des inventaires. Le système estimé correspond aux équations (1.46) et (1.47). Le tableau 2 nous fait part de l'effet du rationnement des inventaires sur la demande des autres inputs.

D'abord, la valeur du test F nous confirme la compatibilité entre la symétrie et les données utilisées ( $F_{3,46} = 2,81$ ). La propriété de négativité est confirmée par la condition nécessaire et suffisante, c'est-à-dire par l'étude du déterminant des mineurs principaux de la matrice de Slutsky. Comme prévu, une analyse des relations substitution-complémentarité révèle que le travail est substitut à la formation brute de capital fixe (à un niveau de 15% pour ICNR). Par ailleurs, les effets de débordement sont très significatifs. Ces effets nous disent dans quelle mesure le rationnement affecte les différentes demandes d'input. On remarque que l'effet des variations non-désirées des stocks influencent négativement les investissements. Ainsi une augmentation d'une unité des stocks diminuent les investissements dans une proportion de (0,65) et (0,62). Par contre, l'effet de débordement est positif dans le cas du travail (0,27). Ce résultat, quelque peu surprenant, peut signifier que la diminution des achats de machineries et d'équipements est compensée par une utilisation accrue des travailleurs dans le processus de production.

En regardant les propensions marginales à investir, on s'aperçoit qu'elles n'ont nullement été modifiées par le contexte institutionnel non-walrasien. Enfin les coefficients de corrélation sont tous très bons.

Tableau 2

Modèle sous rationnement quantitatif :  $\hat{r} da_{1t} = G_{11} d \log r_{1t} + G_{12} \hat{r}_{2t} da_{2t} + g_1 i' \hat{r}_t da_t + \lambda + v_t$

$$G_{11} = G_{11}' , G_{12}' i_1 = -i_2 , G_{11} i_1' = 0 , i_1' g_1 = 1 ,$$

$$i_1' \lambda = 0 , i_1' v_t = 0$$

Données annuelles 1951-1980

	Travail	ICNR	IME	Ef. de deb.	$g_1$	$\lambda$	$R^2$
Travail	-0,52112 (0,30473)	0,21298 (0,19152)	0,30814 (0,13870)	0,27461 (0,11598)	0,08153 (0,01370)	-0,00366 (0,01543)	0,851
ICNR	0,21298 (0,19152)	-0,23634 (0,14840)	0,02336 (0,08839)	-0,65227 (0,07085)	0,41937 (0,00834)	0,01654 (0,00958)	0,995
IME	0,30814 (0,13870)	0,02336 (0,08839)	-0,33150 (0,07688)	-0,62234 (0,05537)	0,49910 (0,00640)	-0,01288 (0,00711)	0,998

F = 0,57318.

#### 4.4. Estimation de systèmes de demande incluant le secteur financier

Depuis les premières estimations conjointes de demandes de facteurs, on a cherché à rendre les modèles plus réalistes et plus complets. Parmi les différents raffinements suggérés, on retrouve l'introduction d'une variable financière. Bronsard et Salvas-Bronsard (1982) proposent un modèle intéressant pour l'estimation de demande de facteurs physiques et financiers dans un contexte temporaire.

Les systèmes de demande étudiés dans cette section supposent effectivement que les demandes de facteurs physiques et financiers sont déterminées simultanément, elles sont donc interdépendantes. Aux quatre équations du modèle simple s'ajoutent les prêts ou emprunts nets des entreprises. Maintenant, si on suppose que les variables à anticiper dépendent de leurs valeurs passées, on introduit l'investissement retardé et les prix retardés. A cet effet, une sorte d'indice de prix moyen est constitué à partir des indices de prix associés à la formation brute de capital fixe et aux inventaires. L'investissement passé représente en quelque sorte une mesure de l'anticipation des dépenses futures de l'entreprise. La présence de l'investissement retardé peut être interprétée de deux façons : la première est expliquée ci-dessus et la seconde vient assouplir l'hypothèse qui dit que le producteur est indifférent de garder son équipement usagé ou de le vendre dans un premier temps pour le racheter dans un deuxième temps. Ainsi, on suppose que certaines entreprises sont incapables d'écouler leurs équipements à la fin d'une période. On admet alors

l'existence de marchés imparfaits pour les biens capitaux usagés. Les entreprises concernées doivent faire face à une forme de rationnement sur leurs investissements.

Les demandes de facteurs physiques et financiers sont estimées pour la période 1962-1980<sup>1</sup>. Pour les estimations du modèle incluant le secteur financier, nous utilisons un indice des prix de vente dans l'industrie au lieu des prix correspondants aux inventaires pour éliminer une trop grande variabilité de ceux-ci.

#### 4.4.1. Le modèle direct

Sous les conditions de marché précédentes, le modèle incluant quatre demandes de facteurs physiques et une demande d'actifs financiers est représenté par les équations (1.21) à (1.26). L'estimation par moindres carrés généralisés suivie d'une procédure itérative a donné les résultats présentés dans le tableau 3. Dans un premier temps, on remarque que la valeur du test F ne nous permet pas de rejeter l'hypothèse de cohérence entre l'information a priori et les observations ( $F_{10,32} = 2,14$ ). Une analyse de la matrice de Slutsky révèle que la négativité est respectée puisque, d'une part, les éléments de la diagonale sont négatifs ou non-significatifs et, d'autre part, le signe du déterminant des mineurs principaux alterne correctement. Par ailleurs, les actifs financiers et les inventaires sont substitués au travail alors que le secteur financier et les

<sup>1</sup>Les données sur les prêts ou emprunts nets des entreprises ne sont disponibles qu'à partir de 1962.

Tableau 3

Modèle direct :  $\hat{r} da = B d \log r + b i' \hat{r} da + N dz + \alpha + \varepsilon$

$B = B'$  ,  $Bi = 0$  ,  $i'N = 0$  ,  $i'b = 1$  ,  $i'\alpha = 0$  ,  $i'\varepsilon = 0$

Données annuelles 1962-1980

	Emprunt	Travail	ICNR	IME	H	b	$\alpha$	ICNR <sub>-1</sub>	IME <sub>-1</sub>	PRIX <sub>-1</sub>	R <sup>2</sup>
Emprunt	0,02390 (0,43515)	0,46817 (0,27975)	0,21310 (0,21215)	0,09759 (0,26183)	-0,80275 (0,39460)	0,18413 (0,09589)	-0,11500 (0,03120)	0,86793 (0,82895)	-1,12346 (0,69543)	-1,28789 (0,44892)	0,966
Travail	0,46817 (0,27957)	-2,10411 (0,31055)	0,02653 (0,20155)	-0,24707 (0,20608)	1,85649 (0,34618)	0,02318 (0,06872)	0,12205 (0,02446)	2,10870 (0,58785)	-1,93973 (0,50811)	0,61348 (0,33679)	0,965
INCR	0,21310 (0,21215)	0,02653 (0,20155)	-0,02393 (0,23808)	-0,01560 (0,17577)	-0,20010 (0,24287)	0,28221 (0,04806)	0,02144 (0,01629)	-0,73840 (0,39582)	1,00532 (0,33663)	0,38653 (0,23944)	0,999
IME	0,09759 (0,26183)	-0,24707 (0,20608)	-0,01560 (0,17577)	-0,10380 (0,21613)	0,26888 (0,31606)	0,26672 (0,06114)	0,02473 (0,02076)	-0,04521 (0,51927)	0,53809 (0,44689)	0,43049 (0,32130)	0,999
H	-0,80275 (0,39460)	1,85649 (0,34618)	-0,20010 (0,24287)	0,26888 (0,31606)	-1,12252 (0,73897)	0,24375 (0,15277)	-0,05322 (0,04001)	-2,19301 (1,33727)	1,51978 (1,17303)	-0,14262 (0,63168)	0,730

F = 1,0780.

inventaires sont complémentaires. On note ici que l'introduction du secteur financier modifie sensiblement les résultats. Dans un premier temps on constate que le travail et les actifs financiers sont substitués. Aussi, dans ce modèle, ce n'est plus le travail, mais le secteur financier qui est complémentaire aux inventaires. Dans un deuxième temps, contrairement au modèle simple, le travail est maintenant un input substitué aux stocks. En d'autres mots, dans un modèle où les décisions concernant les actifs financiers sont prises conjointement à celles des inputs physiques, le secteur financier apparaît comme un input flexible ou variable. Alors que dans le modèle simple le facteur travail était l'input "d'ajustement", ici il semble que les actifs financiers soient encore plus variables.

En admettant un niveau de signification de 15%, on constate que le travail et l'investissement en machinerie et équipement sont complémentaires. Ce résultat est contraire à ceux obtenus précédemment. La présence de variables d'anticipation situe le modèle dans un cadre de long terme. On peut penser que, lors d'une hausse du prix du travail, par exemple, dans l'ensemble les producteurs anticipent que le taux de salaire va continuer d'augmenter dans le futur et décident ainsi de diminuer l'investissement présent et éventuellement la production future. De plus, le vecteur (b) des propensions marginales à dépenser montre que l'investissement en construction (0,28), l'investissement en machine (0,26), les stocks (0,24) et les actifs financiers (0,18) ont une part marginale presque identique dans la dépense totale.



Dans un second temps, il apparaît que la présence des variables retardées est très significative, si on en juge par le rapport de la valeur des coefficients et de leur écart-type. La demande d'actifs financiers d'une période est influencée négativement par l'investissement en machinerie et les prix retardés. Par contre, cette même demande est affectée de manière positive par l'investissement passé en construction non-résidentielle (à un niveau de signification de 15%). La demande de travailleurs dépend des dépenses antérieures en construction et des prix de la période précédente, mais subit des effets négatifs des dépenses en machinerie effectuées dans le passé. Les décisions d'investissement (FBCF) de la période en cours sont influencées positivement par les prix et l'achat de machines de la période passée (à un niveau de 10% pour la relation entre la FBCF et les prix retardés et à 15% pour le lien entre les dépenses courantes et passées de machines). Cependant, on note que les dépenses en construction sont reliées négativement à celles de l'année précédente. Enfin, les variations des stocks actuelles sont affectées par les deux types d'investissement, mais de façon contraire (à un niveau de signification de 10% pour l'investissement en machinerie).

Le modèle, dont il a été question dans cette section, a servi à plusieurs autres expériences d'estimation. Celles-ci nous ont conduit, dans un premier temps, à introduire les dépenses publiques. Bien que le secteur gouvernemental ne soit pas considéré dans l'étude, ses activités influencent ou affectent les décisions des entreprises privées et publiques.

Les biens publics sont souvent reliés aux activités de production des entreprises (ex. : les routes peuvent représenter un input dans la fabrication d'un bien donné). Aussi, devrait-on voir une variable gouvernementale dans la fonction de production. Conséquemment, nous avons inclus les dépenses publiques comme variable explicative dans le modèle. Les résultats de cette estimation sont très semblables à ceux du tableau 3, mais les coefficients associés aux dépenses publiques ne sont pas significativement différents de zéro. Les mêmes remarques s'appliquent à l'estimation du modèle incluant les dépenses publiques retardées d'une période. Ainsi, il semble que, sur la période échantillonnale que nous avons utilisé, les activités du gouvernement n'ont pas influencé significativement les demandes agrégées de facteurs de production.

Une autre expérience fait intervenir, d'une part, les variables retardées de l'investissement pour exprimer un certain rationnement sur les décisions d'investissement et d'autre part la dépense totale (en variation) sur les inputs de la période précédente pour représenter les anticipations du budget futur. Enfin, les prix passés illustrent les anticipations des prix. Encore une fois, les résultats sont similaires aux précédents avec en plus l'information que la dépense totale passée affecte positivement la demande actuelle de travailleurs et de machines.

#### 4.4.2. Le modèle sous rationnement quantitatif

Comme pour le modèle simple, le système de demande de facteurs incluant une demande de liquidités est estimé sous les conditions de marché

non-walrasien. L'hypothèse additionnelle de rationnement sur les inventaires est ajoutée au modèle décrit à la section 4.4. Les résultats sont présentés au tableau 4.

Une première analyse nous permet de conclure que, pour la période d'estimation, la symétrie est cohérente avec les données ( $F_{6,24} = 2,51$ ). Les éléments de la diagonale de la matrice de Slutsky sont négatifs ou non-significatifs et une vérification du déterminant des mineurs principaux confirme la négativité semi-définie de cette matrice.

On remarque qu'on retrouve, dans ce modèle, la relation de substitution entre le capital et le travail. De plus, le rationnement sur les inventaires affecte principalement le travail (-0,62) et dans une proportion moindre les dépenses en machinerie (-0,28). La variation du montant réel consacré aux machines et aux bâtiments reste la plus élevée. Le quart de la dépense totale est utilisé pour l'emploi des travailleurs. Il ressort de cette première série de remarques que les coefficients des variables qui expliquent la demande d'actifs financiers ne sont pas significativement différents de zéro. Ces résultats suggèrent que, dans une économie où les producteurs doivent faire face à des rationnements sur leurs inventaires, les décisions concernant les actifs financiers des entreprises et les demandes d'inputs physiques sont indépendantes. Il y aurait donc séparabilité entre les marchés financiers et les marchés des inputs lorsque les producteurs subissent des rationnements dans leurs offres de produits.

Tableau 4

Modèle sous rationnements quantitatifs :  $\hat{r} da_1 = C_{11} d \log r_1 + C_{12} \hat{r}_2 da_2 + c_1 i' \hat{r} da + P dz + \delta + \eta$

$$C_{11} = C'_{11}, \quad C'_{12} i_1 = -i_2, \quad C_{11} i_1 = 0, \quad i'_1 P = 0,$$

$$i'_1 c_1 = 1, \quad i'_1 \delta = 0, \quad i'_1 \eta = 0$$

Données annuelles 1962-1980

	Emprunt	Travail	ICNR	IME	Ef. de deb.	$c_1$	$\delta$	ICNR <sub>-1</sub>	IME <sub>-1</sub>	PRIX <sub>-1</sub>	R <sup>2</sup>
Emprunt	0,10397 (0,57289)	-0,09749 (0,60623)	0,12013 (0,20599)	-0,12661 (0,18426)	-0,00440 (0,33011)	0,11051 (0,12598)	-0,08505 (0,05152)	1,35343 (1,31619)	-1,49594 (1,04798)	-0,93092 (0,62335)	0,947
Travail	-0,09749 (0,50623)	-0,52354 (0,57890)	0,22515 (0,25820)	0,40489 (0,17164)	-0,62195 (0,31840)	0,24505 (0,11960)	0,06273 (0,04925)	0,03291 (1,23027)	-0,39520 (0,99334)	0,03219 (0,57568)	0,929
ICNR	0,12013 (0,20599)	0,22515 (0,25820)	-0,22976 (0,21854)	-0,11552 (0,14108)	-0,09278 (0,12378)	0,29202 (0,05563)	0,01840 (0,1753)	-0,73260 (0,49410)	0,96366 (0,37894)	0,48080 (0,23031)	0,998
IME	-0,12661 (0,18426)	0,40489 (0,17164)	-0,11552 (0,14108)	-0,16276 (0,13717)	-0,28087 (0,09778)	0,35242 (0,04567)	0,00392 (0,01429)	-0,65374 (0,40706)	0,92849 (0,30857)	0,41793 (0,19433)	0,999

F = 1,1154.

Les variables qui représentent les anticipations affectent les demandes courantes d'inputs de la même manière que dans le modèle précédent sauf pour la demande de travailleurs. Celle-ci n'est plus influencée par les variables retardées. Il semble que le rationnement sur les stocks des entreprises force les producteurs à n'avoir qu'un horizon de court terme en ce qui concerne leur demande de travailleurs.

Tout comme pour le modèle sans rationnement quantitatif, d'autres expériences ont été faites. Les résultats de ces expériences ne sont pas très concluants. L'introduction des dépenses publiques présentes et passées connaît le même sort, c'est-à-dire qu'on obtient des coefficients semblables à ceux du modèle présenté dans le tableau 4 mais la présence des dépenses publiques n'est pas significative.

#### 4.5. Estimations supplémentaires

Conjointement aux estimations présentées, les mêmes expériences ont été effectuées en agrégeant les deux types d'investissement. Les systèmes de demande sont ainsi réduits d'une équation. Dans le cas du modèle sans rationnement quantitatif, peu de résultats sont différents. L'agrégation de l'investissement favorise la présence des dépenses publiques. On note que ces dernières affectent négativement les demandes courantes d'actifs financiers et de travailleurs et influencent de manière positive la demande des stocks. Enfin, il apparaît que l'investissement agrégé se comporte de façon analogue à l'investissement en machinerie et équipement.

L'estimation du modèle avec rationnements quantitatifs sur les stocks n'a pas fourni de résultats intéressants. Seule l'introduction des dépenses publiques retardées a permis le non-rejet de la propriété de négativité. Toutefois, un seul coefficient associé aux dépenses publiques est significativement différent de zéro (à un niveau de 15%). Il traduit l'effet négatif des dépenses en biens et services du gouvernement sur la demande courante d'actifs financiers.

CONCLUSION

Pour faire suite à un courant de plus en plus important sur l'estimation de demandes de facteurs, Bronsard et Salvas-Bronsard ont élaboré un modèle qui permet l'étude de l'interdépendance des facteurs dans un contexte temporaire. L'originalité du modèle réside dans l'introduction d'une variable financière intégrée à la demande des autres facteurs. La structure théorique de nos systèmes de demande de facteurs met en évidence les effets de substitution-complémentarité entre les inputs ainsi que la propension marginale de chaque facteur dans la dépense totale de l'entreprise.

Pour l'ensemble des systèmes de demande de facteurs estimés, les données sur les entreprises canadiennes confirment la cohérence de la symétrie dans les demandes de facteurs de production. L'estimation du modèle direct simple révèle comme prévu la relation de substitution entre le capital et le travail. De plus, il apparaît que, pour l'ensemble des producteurs, la propension marginale à investir en capital fixe est beaucoup plus importante que la propension marginale à employer un travailleur. La présence du secteur financier dans le système complet modifie sensiblement les résultats. Il semble que la demande d'actifs financiers se substitue à la demande de travailleurs comme input "d'ajustement". Dans un horizon de long terme, on remarque que la relation capital-travail n'est



plus la même. Le jeu des anticipations sur le prix futur de ces inputs change le comportement des producteurs.

Le modèle sous rationnements quantitatifs simple correspond tout à fait aux attentes. On retrouve à nouveau la substitution entre le capital et le travail. Le rationnement sur les inventaires affecte toutes les autres demandes de facteur de façon significative. L'estimation conjointe des demandes de facteurs physiques et financiers révèle que les décisions des producteurs concernant ces deux types d'investissement sont indépendantes. Ainsi dans une économie où les producteurs subissent des rationnements quantitatifs, il y a séparabilité entre les marchés financiers et les marchés des inputs.

Après toutes les estimations, les comparaisons entre le modèle direct et le modèle sous rationnements quantitatifs sont difficilement justifiables. Toutefois, on remarque que lorsque les producteurs font face à des rationnements, la présence de la variable financière n'est pas justifiée. A ce sujet, on peut ajouter qu'on ne peut être sûr que de tels rationnements existent effectivement.

SOURCE DE DONNEES

Pour l'estimation des systèmes de demande de facteurs de production, nous avons utilisé les données relatives aux entreprises privées et aux entreprises publiques. Notre échantillon est composé de données canadiennes annuelles de 1951-1980 pour l'estimation des systèmes sans la variable financière et de 1962-1980 pour celle incluant le secteur financier.

- Les dépenses d'investissement en construction non-résidentielle :

1) dollars courants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531, tableau 2, ligne 10.

1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201, tableau 2, ligne 10.

2) dollars constants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531, tableau 6, ligne 11.

1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201, tableau 6, ligne 11.

- Les dépenses d'investissement en machinerie et équipement :

1) dollars courants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531, tableau 2, ligne 11.

1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201, tableau 2, ligne 11.

2) dollars constants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531, tableau 6, ligne 12.

1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201, tableau 6, ligne 12.

- La valeur de la variation matérielle des stocks :

- 1) dollars courants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531,  
tableau 2, lignes 14 et 15.
- 1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201,  
tableau 2, lignes 14 et 15.
- 2) dollars constants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531,  
tableau 6, lignes 17 et 18.
- 1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-531,  
tableau 6, lignes 17 et 18.

- Rémunération des salariés :

- dollars courants 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531,  
tableau 8, lignes 1 et 5.
- 1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201,  
tableau 8, lignes 1 et 5.

- L'emploi a été calculée comme suit :

De façon à exclure le secteur gouvernemental, nous avons calculé un pourcentage représentant la part du secteur gouvernemental dans l'emploi total et ce à partir des statistiques fiscales. Ce pourcentage, a par la suite, été appliqué aux données sur l'emploi total provenant du Cat. 71-201 de Statistique Canada.

1) Emploi dans le secteur gouvernemental :

- Statistiques fiscales (Revenu Canada-Impôt)

Tableau 3 : ligne 3 (toutes les déclarations) pour les postes :

- . employés d'institutions;
- . instituteurs et professeurs;
- . employés du Gouvernement fédéral;
- . employés de gouvernements provinciaux;
- . employés de gouvernements municipaux.

2) Emploi total, Canada :

- 1951-1980 : Statistique Canada, Cat. 71-201, p. 52. Statistiques non désaisonnalisées moyennes annuelles.

- Variable financière :

- 1962-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-563.

Tableau 2.1 : Sociétés privées non financières.  
 Entreprises publiques non financières.  
 Numéro de catégorie 1900, prêt net ou  
 emprunt net.

- Population :

- 1951-1980 : Revue de la Banque du Canada.

Tableau 51.

- Taux d'intérêt :

- 1962-1980 : International Financial Statistics Canada. Rendements des obligations d'Etat (long terme).

- Indice des prix de vente dans l'industrie :

- 1962-1980 : Statistique Canada, Cat. 62-011.

Tableau 1 : Indice des prix de vente dans l'industrie :  
 industries manufacturières. Moyennes annuelles.

- Dépenses gouvernementales :

- 1951-1970 : Statistique Canada, Cat. 13-531.

Tableau 6 : ligne 2 (dollars constants).

- 1971-1980 : Statistique Canada, Cat. 13-201.

Tableau 6 : ligne 2 (dollars constants).

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier Madame Lise Salvas-Bronsard pour la direction de ce mémoire, ses nombreux conseils et son support financier. Je remercie également Monsieur Camille Bronsard pour son encouragement et ses remarques pertinentes, Monsieur Marcel Dagenais pour ses suggestions et Madame Suzanne Larouche-Sidoti pour la dactylographie de ce texte.

BIBLIOGRAPHIE



- BARTEN, A.P. (1969), "Maximum Likelihood Estimation of a Complete System of Demand Equations", European Economic Review, 1, pp. 7-73.
- BARTEN, A.P. and GEYSHENS, E. (1975), "The Negativity Condition in Consumer Demand", European Economic Review, 6, pp. 227-261.
- BENASSY, J.P. (1976), "Théorie du déséquilibre et fondements micro-économiques de la macro-économie", Revue Economique, 5, pp. 755-805.
- BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1979), "Sur l'estimation d'un système complet de demande sous rationnements quantitatifs", L'Actualité Economique, juillet-septembre, pp. 286-301.
- BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L., "Econométrie des fonctions de demande avec ou sans rationnement", Economie appliquée : Archives de l'I.S.M.E.A., Tome XXXIII, (1980), nos 3-4, pp. 767-785.
- BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1980), "Sur les différentes formes structurelles engendrées par la théorie de la demande et leur utilisation en économétrie : systèmes direct, réciproque, mixte et système avec rationnement quantitatif", Annales de l'I.N.S.E.E., no 40, pp. 3-30.
- BRONSARD, C. et SALVAS-BRONSARD, L. (1982), "L'équilibre temporaire du producteur", Cahier 8242, Département de sciences économiques, Université de Montréal, 37 p.
- BYRON, R.P. (1970), "The Restricted Aitken Estimation of Sets of Demand Relations", Econometrika, 38, pp. 816-830.
- COEN, R.M., HICKMAN, B.G. (1970), "Constrained Joint Estimation of Factor Demand of Production Functions", Review of Economics and Statistics, 52, pp. 287-300.
- DREZE, J.H. (1977), "Demand Theory Under Quantity Rationing : A Note", miméo, C.O.R.E.
- MALGRANGE, P. (1980), "Fonctions de production et de demande de facteurs : quelques contributions", Annales de l'I.N.S.E.E., nos 38-39, avril-septembre, pp. 5-15.

- MALINVAUD, E. (1979), Leçons de théorie microéconomique, Dunod, Paris, 4<sup>e</sup> édition, Chap. 10.
- MALINVAUD, E. (1976), The Theory of Unemployment Reconsidered, Yrjo Lectures at the University of Helsinki, Basil Blackwell, Oxford.
- MALINVAUD, E. (1978), Méthodes statistiques de l'économétrie, Dunod, Paris.
- NADIRI, M.I. and ROSEN, S. (1969), "Interrelated Factor Demand Functions", American Economic Review, Vol. 59, no 4, pp.
- POUCHAIN, M. (1980), "Estimations de demande de facteurs en termes d'ajustements croisés", Annales de l'I.N.S.E.E., nos 38-39, pp. 259-286.
- SALVAS-BRONSARD, L., LEBLANC, D., et BRONSARD, C. (1977), "Estimating Demand Equations : The Converse Approach", European Economic Review, 9, pp. 301-321.
- THEIL, H. (1971), Principes of Econometrics, Wiley-Hamilton, New York.
- VILLA, P., MUET, P.A. et BOUTILLIER, M. (1980), "Une estimation simultanée des demandes d'investissement et de travail", Annales de l'I.N.S.E.E., nos 38-39, pp. 237-258.
- ZELLNER, A. (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias", Journal of the American Statistical Association, 298, pp. 348-368.

