Inférence statistique pour modèles de simulation et modèles calculables d'équilibre général: théorie et applications à un modèle de l'économie marocaine

par

Touhami Abdelkhalek

Département de sciences économiques
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures en vue de l'obtention du grade de

Philosophiæ Doctor (Ph.D.) en sciences économiques

Septembre, 1994

© Touhami Abdelkhalek, 1994

Université de Montréal Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Inférence statistique pour modèles de simulation et modèles calculables d'équilibre général: théorie et applications à un modèle de l'économie marocaine

présentée par Touhami Abdelkhalek

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

André Martens : président rapporteur

Jean-Marie Dufour : directeur de recherche

Eric Ghysels : membre du jury

Serge Tardif : représentant du doyen de la F.E.S.

Randall Wigle : examinateur externe, Wilfrid Laurier

University, Waterloo, Ontario

Thèse acceptée le: 18 novembre 1994.

SOMMAIRE

Les modèles calculables d'équilibre général (MCEG) sont devenus, au cours des dernières années, des outils importants d'analyse économique. Ils sont utilisés pour évaluer et quantifier les effets de diverses politiques de commerce extérieur, de taxation, d'intégration économique régionale et d'autres politiques. Plusieurs scénarios sont en général envisagés et simulés à l'aide de ces MCEG.

Dans cette thèse nous nous concentrons sur les problèmes que pose la sélection des valeurs des paramètres clés dans ces modèles. Ce sont généralement des élasticités dans les fonctions de comportement et sont à la base de ce qui est appelé "calibration". Les valeurs de ces paramètres influencent largement les résultats des modèles et des simulations. Les valeurs utilisées pour ces élasticités sont soit des estimations économétriques extraites d'autres études, soit des valeurs obtenues par comparaisons internationales, soit simplement des valeurs arbitraires qui ne reposent sur aucune observation des données de l'économie étudiée. Dans tous les cas, il y a une incertitude relative aux valeurs retenues. Cette incertitude justifie les questions qui se posent sur la fiabilité des résultats des MCEG et sur leur prise en considération dans un processus éventuel de prise de décision.

Dans le premier chapitre de cette thèse nous posons d'abord de façon formalisée le problème de la calibration dans les MCEG. Nous résumons ensuite les idées de base des méthodes essentiellement descriptives qui ont été proposées pour faire de l'inférence dans les MCEG. Ces méthodes sont les plus citées et parfois utilisées et disposent d'un certain fondement théorique ou se caractérisent par une portée pratique. Au chapitre 2 nous développons trois nouvelles méthodes pour tenir compte de cette incertitude. Ce sont des approches plus systématiques basées sur la notion classique de région de confiance. Elles permettent de construire des régions de confiance pour une ou plusieurs variables endogènes calculées par un MCEG non stochastique ou de façon plus générale, pour un modèle de simulation non stochastique. La première méthode se base sur la statistique de Wald et produit des régions de confiance asymptotiquement valables. La deuxième méthode est par

contre susceptible de produire des régions de confiace valides en échantillons finis. Elle suppose qu'une région de confiance pour les paramètres libres du modèle est disponible et permet de dériver des régions de confiance pour les variables d'intérêt en utilisant une méthode de projection. La troisième méthode est basée sur des simulations et sur la notion de tests randomisés.

Pour illustrer ces trois nouvelles méthodes inférentielles nous construisons au chapitre 3 un modèle simple ayant la structure standard des MCEG pour un seul pays représentant l'économie marocaine. Une simulation de référence y est aussi analysée. Au chapitre 4 nous illustrons la mise en application des trois méthodes proposées. Nous constatons qu'étant donnée l'incertitude sur les estimateurs des élasticités du commerce extérieur, les conclusions déduites à partir des résultats des estimations ponctuelles sont remises en cause et nuancées en regardant les intervalles de confiance pour certaines variables endogènes du modèle. Une attention particulière est portée à la mise en pratique numérique de chacune des trois méthodes dans un cadre général et dans le cas du modèle d'illustration. Au dernier chapitre nous examinons deux extensions de la problématique que pose la calibration dans les MCEG. Nous proposons deux méthodes statistiques pour construire des régions de confiance pour les paramètres non libres ou calibrés d'un MCEG. La première se base sur le même concept de projection utilisé au chapitre 2. La deuxième méthode consiste à perturber ou à prolonger de façon stochastique les équations qui s'utilisent dans les procédures de calibrations déterministes pour construire des régions de confiance pour les paramètres calibrés. Cette méthode se base sur des simulations et utilise le concept de fonction pivotale d'un paramètre.

Mots clés: modèles calculables d'équilibre général, analyse de sensibilité, calibration, régions de confiance, économie marocaine.

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire	i
Table des matières	iii
Liste des tableaux	vi
Liste des graphiques	viii
Dédicace	ix
Remerciements	x
Chapitre 1	
CALIBRATION ET ANALYSES DE SENSIBILITÉ DANS LES MCEG:	
POSITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LITTÉRATURE	01
1. Introduction	02
2. Formalisation du problème de la calibration dans les MCEG	04
3. L'approche de Pagan et Shannon: une approximation	11
3.1. L'approche de Pagan et Shannon	11
3.2. Les bornes sur les variables endogènes	16
3.3. La contribution individuelle des paramètres	17
4. L'analyse de sensibilité systématique conditionnelle	21
5. L'approche de Harrison et Vinod: un plan de sondage complètement	
randomisé	24
5.1. Les distributions a priori des estimateurs	24
5.2. Les valeurs "équiprobables" du paramètre	25
5.3. Le plan de sondage	27
6. Conclusion	32
Références bibliographiques	33

Chapitre 2

INFÉRENCE STATISTIQUE POUR LES MCEG:		
LE CADRE THÉORIQUE	36	
1. Introduction	37	
2. Régions de confiance de type Wald	38	
3. Régions de confiance induites par projection	42	
4. Régions de confiance basées sur des simulations	50	
5. Conclusion	58	
Références bibliographiques	60	
Annexes du chapitre 2	63	
Chapitre 3		
UN MCEG SIMPLIFIÉ DE L'ÉCONOMIE MAROCAINE:		
UNE SIMULATION DE BASE	75	
1. Introduction	76	
2. Un MCEG simplifié de l'économie marocaine	77	
3. La calibration déterministe du modèle	84	
4. Une simulation	91	
5. Conclusion	96	
Résérences bibliographiques	97	
Annexes du chapitre 3	100	

Chapitre 4

INFÉRENCE STATISTIQUE POUR LES MCEG: LES APPLICATIONS 112

1. Introduction	113
2. Régions de confiance de type Wald	114
3. Régions de confiance basées sur des projections	127
3.1. Cas d'une région de confiance rectangulaire	131
3.2. Cas d'une région de confiance ellipsoïdale	138
4. Régions de confiance basées sur des simulations	144
5. Conclusion	155
Références bibliographiques	157
Annexes du chapitre 4	160
Chapitre 5	
CALIBRATION ET RÉGIONS DE CONFIANCE DANS LES MCEO	G:
UNE EXTENSION	164
1. Introduction	165
2. Régions de confiance pour les paramètres de calibration	166
3. Cas des paramètres calibrés des fonctions CES et CET	171
4. Régions de confiance à partir d'équations perturbées	176
5. Traitement général de la construction des régions de confiance	
à partir d'équations perturbées	185
6. Conclusion	194
Références bibliographiques	195
Annexes du chapitre 5	198
CONCLUSION GÉNÉRALE	200
ANNEXES GÉNÉRALES	204

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre 2	2
------------	---

Tableau 1: Résultats du test de Wald	73
Tableau 2: Résultats des tests simulés	74
Chapitre 3	
Tableau 1: Résultats chiffrés de la simulation sur quelques variables endogènes d'intérêt	95
Tableau 2: Matrice de comptabilité sociale des symboles	101
Tableau 3: Matrice de comptabilité sociale agrégée de l'économie marocaine pour 1985 (millions de Dirhams)	104
Chapitre 4	
Tableau 1: Calcul des dérivées partielles des variables endogènes d'intérêt par rapport aux paramètres libres source d'incertitude	121
Tableau 2: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour les variables endogènes d'intérêt (Basés sur la statistique de Wald)	122
Tableau 3: Intervalles de confiance marginaux de niveau 97.5% pour les variables endogènes SG et IT (Basés sur la statistique de Wald)	125
Tableau 4: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour	

les variables endogènes d'intérêt (Cas des régions de confiance	
rectangulaires pour les paramètres)	137
Tableau 5: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour	
les variables endogènes d'intérêt (Cas des régions de confiance	
ellipsoïdales pour les paramètres)	143
Tableau 6: Valeurs critiques pour la construction de régions de confiance	
asymptotiques et randomisées de niveaux supérieurs ou égaux à 95% pour	
les six variables endogènes	152
Tableau 7: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour	
les variables endogènes d'intérêt (Basés sur des simulations)	153
Tableau 8: Intervalles de confiance marginaux de niveau 99.1675%	
pour les variables endogènes d'intérêt (Basés sur la statistique de Wald)	161
Annexes générales	
Tableau 1: Données de base et estimation des paramètres libres	207
Tableau 2: Ordre de la simulation, valeurs des paramètres simulés	
et valeurs critiques pour la construction des régions de confiance	
basées sur des simulations	232

viii

LISTE DES GRAPHIQUES

Graphique 1: Formes des régions de confiance simultanées	
pour VSG et VIT	162
Graphique 2: Formes des régions de confiance simultanées	
pour les deux paramètres libres (Ω et σ)	163

DÉDICACE

À ma mère et à mon père,

à ma femme et à mes enfants,

à tous mes frères et soeurs,

à tous mes chers.

REMERCIEMENTS

Cette page a été la plus difficile à rédiger dans cette thèse! Je dois des remerciements à plusieurs personnes. En premier lieu à mon directeur de recherche le professeur Jean-Marie Dufour qui a cru en moi dès mon premier jour au département. Son soutien à tous les niveaux, sa grande compétence en matière de recherche, son encadrement efficace, ses commentaires, ses conseils pertinents et son entière disponibilité m'ont infiniment marqué et ont largement orienté ce travail. En ce moment heureux et unique de ma vie je tiens à le remercier profondément en lui témoignant toute ma gratitude.

Je remercie tout particulièrement le professeur André Martens qui m'a toujours encouragé, son bureau m'a toujours été ouvert durant mon séjour au département.

Je remercie le professeur Bernard Decaluwé et son équipe du GREPE de l'Université Laval en particulier Marie-Claude Martin pour leurs conseils, commentaires et encouragements.

Je remercie le programme PARADI et sans aucune redondance ses deux responsables André Martens et Bernard Decaluwé pour le support financier qu'ils ont assuré à la rédaction de cette thèse. J'espère que ce travail est à la hauteur de leurs attentes.

Je remercie le professeur Randall Wigle d'avoir accepté de siéger dans le jury de cette thèse. Je le remercie aussi pour ses commentaires et encouragements.

Je remercie presque tous les professeurs du département de sciences économiques de l'Université de Montréal, en particulier Claude Montmarquette, Marcel Dagenais, Eric Ghysels, Pierre Perron, Jean Mercenier, François Vaillancourt et Jean-Louis Arcand pour leurs conseils.

Je remercie tous mes collègues étudiants au département avec lesquels j'ai eu des

discussions et débats fructueux dans une ambiance stimulante et agréable. Je remercie tout le personnel administratif du département et du CRDE et tout particulièrement Marie-Christine Thirion et Fethi Mili pour leur aide précieuse.

Je remercie tous mes anciens professeurs et collègues à l'INSEA de Rabat, la toile de fond de ce travail leur appartient. Une mention particulière va à mon collègue Abdelaziz Chaoubi avec qui j'ai vécu les bas et les hauts de mon séjour au Québec.

Je ne peux évidemment pas finir sans remercier ma femme Fatima-Zahra qui a été privée de plusieurs choses durant la rédaction de cette thèse. Elle a été particulièrement patiente, elle a souffert avec moi, elle a même donné naissance à quelqu'un qui m'est cher, mon fils Adam. Elle m'a été d'un support moral exemplaire, merci encore...

À vous tous merci.

Chapitre 1

CALIBRATION ET ANALYSES DE SENSIBILITÉ DANS LES MCEG: POSITION DU PROBLÈME ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

1. INTRODUCTION

Les modèles calculables d'équilibre général (MCEG) sont utilisés pour étudier ou simuler les effets de différentes politiques économiques dans les pays développés et dans les pays en développement. De tels modèles sont généralement fortement non linéaires et non stochastiques. Les résultats des simulations effectuées par ces modèles dépendent de plusieurs hypothèses. Certaines concernent les comportements des agents ou encore les spécifications de comportement. D'autres sont liées à ce qu'on appelle la "fermeture" du modèle ou au choix des variables "exogènes". La nature et la qualité des données utilisées conditionnent aussi dans une large mesure ces résultats, que ces données soient relatives à une année de base (année de référence de la matrice de comptabilité sociale) dans les modèles statiques, ou encore celles d'un équilibre stationnaire dans les modèles dynamiques. D'autres données, non moins cruciales, utilisées dans ces modèles sont les valeurs des paramètres dans les fonctions de comportement et qui sont à la base de la "calibration" du modèle. C'est la sélection de ces valeurs et l'incertitude qui lui est associée qui retiennent notre attention dans ce travail. Plus précisément nous nous intéressons aux méthodes statistiques et économétriques qui tiennent compte de l'incertitude liée à cette procédure de calibration.

Comme le souligne Wigle (1986), le problème du choix des valeurs des paramètres de ces modèles suscite une réaction naturelle de scepticisme chez ceux qui ont à construire, analyser ou utiliser des MCEG. Ces valeurs sont soit des estimations économétriques tirées d'autres études, soit des valeurs basées sur des comparaisons internationales, soit simplement des valeurs arbitraires qui ne reposent sur aucune observation des données de l'économie étudiée. Lorsque des valeurs pour ces élasticités sont disponibles dans la

littérature, elles sont souvent contradictoires et non cohérentes. Ces estimations sont générées à partir de classifications sectorielles différentes de celles utilisées dans les modèles, pour des périodes voire même pour des pays différents de ceux pour lesquels ces modèles sont construits. Ces paramètres comportent donc une large part d'incertitude qui se traduit directement sur les résultats des modèles et des simulations. Comme ces modèles ne sont presque jamais estimés par des méthodes économétriques, que ce soit équation par équation ou sous forme d'un système complet d'équations, aucun test face aux données n'est donc possible. Même si la spécification générale du modèle n'est pas remise en cause, la crédibilité des solutions est affectée par l'incertitude sur le vecteur de paramètres retenu. Les approches proposées jusqu'à présent dans la littérature [Pagan et Shannon (1985), Harrison (1986), Bernheim, Scholz et Shoven (1989), Harrison et Vinod (1992), Wigle (1991), Harrison, Jones, Kimbell et Wigle (1993)...] tentent de trouver une méthode statistique satisfaisante pour traduire l'incertitude sur les paramètres en une incertitude sur les résultats des simulations, c'est-à-dire faire une inférence statistique sur les variables endogènes. Dans toutes ces approches le problème de la calibration en soit n'a jamais été bien formalisé, en tout cas pas comme nous le faisons ici. Cette méthode, largement utilisée dans les MCEG, est beaucoup moins exigeante que les méthodes économétriques d'estimation, que ça soit au niveau des données ou encore au niveau des procédures numériques qu'elle nécessite. Le seul travail théorique de référence sur les spécifications numériques et en particulier sur la calibration dans les MCEG est celui de Mansur et Whalley (1984). Ce même travail a été par ailleurs commenté et complété par Lau.1 Cependant, dans la littérature sur les modèles macro-économiques fondés sur le concept de cycle économique réel, Gregory et Smith (1990, 1991, 1993), Canova (1992) ainsi que

¹ Voir Lau L.J., commentaire à Mansur et Whalley (1984) pp:127-135.

Canova, Finn et Pagan (1992) ont proposé des approches d'estimation des paramètres de calibration. Ces méthodes sont parfois liées à la méthode des moments généralisés. Dans ce chapitre nous posons d'abord de façon formalisée le problème de la calibration dans les MCEG (section 2). Dans les autres sections nous discutons successivement les fondements théoriques des méthodes les plus citées et parfois utilisées pour tenir compte de l'incertitude relative à la calibration dans les MCEG.

2. FORMALISATION DU PROBLÈME DE LA CALIBRATION DANS LES MCEG

Depuis le travail de Mansur et Whalley (1984) et même avant, les modélisateurs en équilibre général ont eu recours à des procédures de calibration. Ce sont des approches non stochastiques qui nécessitent généralement beaucoup moins de temps et d'effort que les estimations économétriques. Ces procédures nécessitent d'une part une matrice de comptabilité sociale complète et aussi récente que possible, ou encore des informations statistiques équivalentes, et d'autre part une revue de la littérature afin d'obtenir les valeurs des paramètres dits clés ou libres du modèle, à défaut d'estimations économétriques. Les autres paramètres dits de calibration sont alors déduits de la matrice de comptabilité sociale et des valeurs fixées des paramètres libres.

De façon formalisée la structure générale d'un MCEG sous forme numérique peut être représentée par une fonction M telle que

$$Y = M(X, \beta, \gamma) \tag{2.1}$$

où Y est un vecteur de dimension m de variables endogènes, M est une fonction habituellement non linéaire, qui peut être analytiquement compliquée mais calculable, X est

un vecteur de variables exogènes ou de politiques économiques, β est un vecteur de dimension p de paramètres libres, γ est un vecteur de dimension k de paramètres de calibration.

Du point de vue statistique les vecteurs des paramètres β et γ ne sont pas fondamentalement différents. Ils jouent cependant des rôles tout à fait distincts dans ces modèles. Alors que les composantes du vecteur β sont en général synonymes d'élasticités dans les fonctions de comportement du modèle (utilité-demande, production-offre, importation, exportation, etc...), celles du vecteur γ sont généralement des paramètres d'échelle ou des parts dans ces mêmes fonctions de comportement. Dans les MCEG, la calibration consiste à déterminer le vecteur de paramètres γ de façon à reproduire exactement les données d'une année de base particulière, étant donné une estimation ponctuelle du vecteur β des paramètres libres du modèle. Il n'est donc pas surprenant que le choix de ces paramètres libres introduits dans cette étape influence largement les résultats des simulations. De façon formalisée, la procédure de calibration consiste à déterminer le vecteur γ en résolvant le système

$$Y_0 = M(X_0, \beta, \gamma) \tag{2.2}$$

ξ

où Y_0 et X_0 sont respectivement les vecteurs des variables endogènes et exogènes pour l'année de base. Si on suppose que cette solution est unique, on peut écrire:

$$\gamma = H(Y_0, X_0, \beta) = h(\beta)$$
 (2.3)

Lorsqu'une estimation β du vecteur β des paramètres libres du modèle est disponible, le vecteur γ est alors estimé en remplaçant β par son estimation dans (2.2) et (2.3). Cependant

le vecteur de calibration γ est généralement constitué de deux sous-vecteurs de paramètres. Le premier sous-vecteur γ_1 ne dépend pas de β . Il n'est donc fonction que de X_0 et de Y_0 c'est-à-dire:

$$\gamma_1 = h_1(Y_0, X_0) . {(2.4)}$$

Le second sous-vecteur γ_2 est par contre fonction à la fois de β , de X_0 et de Y_0 , c'est-à-dire:

$$\gamma_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta) . {(2.5)}$$

Par ailleurs comme le vecteur X des variables exogènes est supposé connu et comme la nature déterministe du modèle n'est pas remise en question, on peut alors simplifier les notations et écrire à nouveau le modèle sous forme compacte:

$$Y = g(\beta) . (2.6)$$

Cette formalisation et ces précisions concernant les paramètres de calibration s'avéreront très utiles dans les développements théoriques et même indispensables pour les conduites numériques de certaines approches présentées dans les chapitres qui suivront.

À partir de cette structure générale on s'intéresse aux effets d'une ou plusieurs politiques économiques qui modifient les composantes du vecteur X_0 . Les solutions du modèle M, simulées sur la base des différentes valeurs du vecteur des variables exogènes X, sont comparées et intégrées dans un processus de prise de décision. Toutes ces solutions sont fonctions de l'estimation ponctuelle utilisée pour le vecteur β des élasticités. Théoriquement ce vecteur doit être estimé de façon économétrique et une matrice de

covariance de l'estimateur de β est rapportée. Ce n'est malheureusement pas le cas dans les études qui utilisent des MCEG, où aucune mesure d'incertitude n'est habituellement rapportée et seules deux ou trois combinaisons arbitraires d'estimations de paramètres sont essayées dans le cadre d'analyses de sensibilité limitées. Toute l'information contenue dans la matrice de covariance des estimateurs des paramètres est tout simplement ignorée. Mansur et Whalley (1984, p.100), entre autres, soulignent le caractère crucial de cette étape lors d'une modélisation. Ils précisent: "The choice of elasticity values critically affects results obtained with these models", et ajoutent (p.103) "The set of elasticity values used are critical parameters in determining the general equilibrium impacts of policy changes generated by these models". Shoven et Whalley (1984), dans l'un des articles qui font la synthèse des principaux travaux réalisés avant cette date, reconnaissent l'importance capitale de la sélection de ces paramètres dans la détermination des résultats des simulations de politiques économiques ainsi que les difficultés rencontrées par les modélisateurs lors de l'étape de la calibration. Ils indiquent que la méthode généralement utilisée est basée sur un choix arbitraire d'une estimation ponctuelle autour de laquelle une analyse de sensibilité peut être effectuée. Ils écrivent en particulier: "The procedure generally employed is to choose a central case specification, around which sensitivity analysis can be performed", (Shoven et Whalley, 1984, p.1030-1031)

Les difficultés de la calibration des MCEG ne sont pas directement abordées par les différentes méthodes d'analyse de sensibilité. Ces méthodes ne s'intéressent qu'aux estimations (et donc estimateurs) du vecteur β non pas aux estimations de γ . Remarquons que dans les MCEG la dimension du vecteur conjoint (β, γ) peut être grande et son estimation économétrique est généralement très coûteuse, sinon impossible. En effet le nombre de paramètres d'un MCEG augmente rapidement avec le nombre de secteurs et de

consommateurs considéré. Les données statistiques pour des niveaux poussés de désagrégation ne sont pas disponibles. Le nombre de paramètres à estimer peut à l'occasion dépasser le nombre des données disponibles. La calibration est alors considérée comme une sorte d'estimation du vecteur γ . Il est clair que cette procédure d'estimation est ponctuelle et qu'elle ne prend pas en considération l'incertitude relative à l'estimation du vecteur des paramètres libres β , ni d'ailleurs celle associée à la matrice de comptabilité sociale de l'année de base.

Les diverses solutions proposées pour tenir compte de l'incertitude sur les paramètres libres dans les MCEG sont essentiellement descriptives. Les cinq principales méthodes rapportées dans la littérature économique et très brièvement décrites ci-dessous et décrites en détail dans des sections plus bas sont: l'analyse de sensibilité limitée (ASL), l'approche de Pagan et Shannon (PS), l'analyse de sensibilité systématique conditionnelle (ASSC), l'analyse de sensibilité systématique inconditionnelle (ASSI) et l'approche de Harrison et Vinod (HV).

1- L'analyse de sensibilité limitée (ASL) est rapportée par Bernheim, Scholz et Shoven (1989) et par Wigle (1991). Elle est largement utilisée dans les premières applications de modélisation et recommandée même par Shoven et Whalley (1984). C'est une procédure plutôt ad-hoc, empruntée à la recherche opérationnelle, où on cherche à évaluer l'incertitude des résultats en utilisant quelques combinaisons particulières des paramètres du modèle. Cette méthode, à cause des biais de sélection des valeurs des paramètres, demeure très insatisfaisante pour résumer et évaluer la sensibilité des résultats des modèles.

ĺ

- 2- L'approche de Pagan et Shannon (PS) (1985) qui a été adoptée par Bernheim, Scholz et Shoven (1989) et par Wigle (1991), est fondée sur une approximation linéaire des modèles non-linéaires et fait intervenir les dérivées premières et secondes des variables endogènes par rapport aux paramètres source de l'incertitude.
- 3- L'analyse de sensibilité systématique conditionnelle (ASSC), proposée par Harrison et Kimbell (1985) et par Harrison (1986) a été adoptée dans d'autres études et en particulier par Harrison, Jones, Kimbell et Wigle (1993). Cette approche prend en considération les solutions du modèle qui correspondent à des perturbations unilatérales d'un seul paramètre à la fois à partir d'une estimation ponctuelle donnée.
- 4- L'analyse de sensibilité systématique inconditionnelle (ASSI) est une approche qui prend en considération toutes les combinaisons possibles des paramètres. Elle conduit donc l'inférence statistique sur toutes les solutions du modèle. Cette méthode est rapportée par Bernheim, Scholz et Shoven (1989), Harrison et Vinod (1992) et par Harrison. Jones. Kimbell et Wigle (1993).
- 5- L'approche de Harrison et Vinod (HV) (1992) se base quant à elle sur des distributions a priori des estimateurs des paramètres, sur une "discrétisation" appropriée du domaine de chaque paramètre et sur un plan de sondage ou d'échantillonnage particulier pour sélectionner les combinaisons de solutions à retenir dans une inférence statistique.

Dans les sections qui suivent nous présentons avec plus de détail les trois méthodes de base à savoir l'approche de Pagan et Shannon PS (1985), puis l'ASSC en précisant ses liens avec l'ASL d'une part et avec l'ASSI d'autre part, et enfin nous discutons l'approche

de Harrison et Vinod HV (1992).

3. L'APPROCHE DE PAGAN ET SHANNON: UNE APPROXIMATION

Dans cette section nous présentons le fondement théorique de cette approche tel que décrit dans le texte de base de Pagan et Shannon (1985). Nous précisons aussi les étapes de sa conduite pratique ainsi que les extensions qui lui sont liées pour déterminer soit des bornes sur les variables endogènes soit la contribution à la sensibilité agrégée de chacun des paramètres source de l'incertitude.

3.1. L'approche de Pagan-Shannon

Dans cette approche, où on se sert de la forme compacte (2.6) du modèle, on suppose que le vecteur β est estimé de façon convergente par β sur la base de T observations tel que:

$$\sqrt{T}(\hat{\beta} - \beta) \rightarrow N(0, \Sigma)$$
 (3.1)

Par ailleurs, on suppose que g admet des dérivées premières et secondes ce qui permet d'effectuer un développement de Taylor au voisinage de β et ceci pour chaque variable endogène Y_i (i = 1, ..., m) du modèle:

$$Y_{i} = g_{i}(\beta) = g_{i}(\beta) + \left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta}(\beta)\right)'(\beta - \beta) + \frac{1}{2}(\beta - \beta)'\left(\frac{\partial^{2}g_{i}}{\partial \beta \partial \beta'}(\beta)\right)(\beta - \beta) + O_{p}(T^{-3/2})$$
(3.2)

ou encore

$$Y_{i} = g_{i}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) + \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{k}} (\hat{\boldsymbol{\beta}}) \right) \sqrt{T} (\beta_{k} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{k}) + \frac{1}{(2T)} \sum_{k=1}^{p} \sum_{h=1}^{p} \sqrt{T} (\beta_{k} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{k}) \sqrt{T} (\beta_{h} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{h}) \left(\frac{\partial^{2} g_{i}}{\partial \beta_{k} \partial \beta_{h}} (\hat{\boldsymbol{\beta}}) \right) + O_{p}(T^{-3/2}) .$$

$$(3.3)$$

Si on fait abstraction de l'incertitude sur les paramètres, c'est la solution $g_i(\beta)$ qui représente la solution du modèle pour la variable endogène Y_i (i=1,...,m). Dans le cas où l'incertitude sur les paramètres est considérée, la solution dépendra alors de l'ordre du développement que l'on retiendra. Si seuls les deux premiers termes du développement de Taylor sont conservés on déduit alors qu'asymptotiquement:

$$E(Y_i) = g_i(\beta) , \qquad (3.4)$$

et

$$V(Y_i) = \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta}(\beta)\right)^{\prime} V\left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta}(\beta)\right) = D_1^{\prime} V D_1$$
(3.5)

où V est la matrice de covariance de $(\beta - \beta)$ et $D_1 = \frac{\partial g_i}{\partial \beta}(\beta)$. Si on conserve les trois termes du développement de Taylor on obtient alors asymptotiquement:

$$E(Y_i) = g_i(\hat{\beta}) + \frac{1}{2} tr(D_2 V)$$
(3.6)

et

$$V(Y_i) = D_1^{\prime} V D_1 \tag{3.7}$$

où $D_2 = \frac{\partial^2 g_i}{\partial \beta \partial \beta'}(\beta)$ et $tr(D_2 V)$ représente la trace de la matrice $D_2 V$. Comme le terme $tr(D_2 V)/2$ peut être non négligeable dans les petits échantillons, c'est généralement la

deuxième approximation qui doit être retenue, et elle donne des résultats différents de $g_i(\beta)$. Lorsque la matrice V est diagonale, les calculs sont simplifiés au prix d'une surestimation ou d'une sous-estimation, selon le signe de la différence entre $E(Y_i)$ et $g_i(\beta)$. Mais lorsque les estimateurs des paramètres β_k (k=1,...,p) sont indépendants, comme ce que d'autres méthodes d'analyse de sensibilité que nous présenterons supposent, alors V est effectivement diagonale.

La conduite de l'approche PS sur les MCEG se fait de façon numérique. L'approche proposée n'étant guère illustrée dans le texte de base de Pagan et Shannon (1985), c'est dans ceux de Bernheim, Scholz et Shoven (1989), Harrison (1989) et de Wigle (1991) que de véritables illustrations sont présentées. Dans un premier temps, on calcule la solution de base $g(\beta)$, puis la solution relative à la politique économique étudiée est simulée toujours sur la base de l'estimation ponctuelle β . Ensuite chaque paramètre β_k k=1,...,p est légèrement perturbé de son estimation ponctuelle. La solution du modèle, fonction de la nouvelle estimation où un paramètre a été perturbé, est alors calculée. La différence entre les deux dernières solutions donne la valeur numérique de $\frac{\partial g_i}{\partial \beta_k}(\beta)$ (k=1,...,p). L'algorithme de cette approche peut être décrit comme suit:

- (1) Prendre connaissance de l'estimation ponctuelle β du vecteur β et de la matrice de covariance V;
- (2) résoudre le modèle avec cette estimation ponctuelle et le calibrer de façon à reproduire l'année de base telle que décrit dans (2.2) et (2.3), c'est-à-dire:

$$\hat{\gamma}_0 = H(Y_0, X_0, \beta) \quad , \tag{3.8}$$

$$Y_0 = M(X_0, \beta, \hat{\gamma}_0) \quad ; \tag{3.9}$$

(3) calculer le nouvel équilibre sous la politique économique envisagée:

$$Y_1 = M(X_1, \beta, \hat{\gamma}_0) \quad ; \tag{3.10}$$

- (4) modifier β en β_k^* où la composante k a été perturbée;
- (5) recalibrer le modèle sur la base de β_k^{\bullet} de façon à avoir:

$$\gamma_0^* = H(Y_0, X_0, \beta_k^*), \tag{3.11}$$

$$Y_0 = M(X_0, \beta_k^*, \gamma_0^*)$$
; (3.12)

(6) calculer le nouvel équilibre relatif à la politique économique envisagée:

$$Y_1^* = M(X_1, \beta_k^*, \gamma_0^*) \quad ; \tag{3.13}$$

- (7) déduire la différence entre les deux vecteurs d'équilibres Y_i et Y_i^* où la *ième* composante représente la valeur numérique de $\frac{\partial g_i}{\partial \beta_k}(\beta)$, i=1,...,m, où β_k est la *kième* composante de β ;
- (8) changer k et aller à l'étape (4), jusqu'à ce que toutes les composantes de β soient perturbées;
- (9) construire les scalaires $D_{I}VD_{I}$.

Les dérivées secondes sont éventuellement calculées de la même façon que les premières dérivées en procédant à de nouvelles variations des paramètres source d'incertitude.

Outre le cas d'illustration très simple présenté dans Pagan et Shannon (1985), l'approche PS a été utilisée par Bernheim, Scholz et Shoven (1989), Harrison (1989) et Wigle (1991) dans des modèles plus grands et ayant des structures économiques plus intéressantes. En effet dans Bernheim, Scholz et Shoven (1989), cette méthode est utilisée pour évaluer l'effet du passage à une taxe à la consommation dans un modèle développé par Ballard, Fullerton, Shoven et Whalley (1985). Si on note par $\psi(\beta)$ la fonction qui représente l'effet d'une politique économique sur les variables endogènes du modèle, on peut alors écrire

$$\psi(\beta) = Y_1 - Y_0 = M(X_1, \beta, \gamma) - M(X_0, \beta, \gamma)$$
 (3.14)

et on cherche à mesurer l'incertitude sur $\psi(\beta)$ attribuable à l'incertitude sur l'estimateur β de β . Sous les mêmes hypothèses que dans l'approche PS concernant la distribution asymptotique de β , on montre que:

$$\sqrt{T}(\psi(\beta) - \psi(\beta)) \to N(0, \psi_{\beta}' \Sigma \psi_{\beta}) , \qquad (3.15)$$

où l'élément courant (i,k) de ψ_{β} représente la dérivée de la *ième* composante de ψ par rapport à la *kième* composante de β , évaluée au point β . Cette matrice est aussi calculée numériquement selon les mêmes étapes décrites plus haut. Une approximation de Taylor au voisinage de β de la fonction ψ est alors effectuée:

$$\psi(\beta) = \psi(\beta) + \frac{1}{(\sqrt{T})} \sum_{k=1}^{p} \sqrt{T} (\beta_{k} - \beta_{k}) \psi_{k}(\beta) + \frac{1}{(2T)} \sum_{k=1}^{p} \sum_{h=1}^{p} \sqrt{T} (\beta_{k} - \beta_{k}) \sqrt{T} (\beta_{h} - \beta_{h}) \psi_{kh}(\beta) + O_{p}(T^{-3/2})$$
(3.16)

où $\psi_{\textbf{k}}$ et $\psi_{\textbf{kh}}$ sont respectivement les dérivées première par rapport à $\beta_{\textbf{k}}$ et seconde par

rapport à β_k puis β_h de ψ . Les étapes du calcul numérique sont les mêmes que celles présentées plus haut pour la méthode PS. Sous l'hypothèse d'indépendance entres les estimateurs β_k (k=1,...,p) on déduit alors l'espérance mathématique et la variance de $\psi(\beta)$.

Dans l'exemple traité par Bernheim, Scholz et Shoven (1989), on rapporte que le calcul des équilibres du modèle sous les perturbations des paramètres ne nécessite pas beaucoup de temps machine. Ces équilibres sont déduits avec des valeurs initiales empruntées à l'équilibre calculé avec l'estimation ponctuelle de base ce qui fait converger rapidement l'algorithme de résolution. Il a été aussi remarqué qu'il n'y avait pas de différences significatives entre les résultats d'une approximation du premier et de second ordre dans l'exemple qu'ils ont traité. Wigle (1991), qui a utilisé l'approche PS sur un modèle non linéaire de commerce international, conclut que cette méthode est appropriée pour le modèle étudié et qu'elle ne nécessite pas plus de temps comparativement aux autres méthodes d'analyses de sensibilité.

3.2. Les bornes sur les variables endogènes

Pour diverses raisons il est parfois très utile de connaître les bornes inférieures ou/et supérieures de certaines variables endogènes d'un MCEG. Un résultat qui nous semble intéressant mais non exploité dans cette littérature est annexé à l'analyse PS. En effet sous les hypothèses de base de cette section, on cherche à trouver la valeur du paramètre β qui maximise (ou minimise) une certaine variable endogène compte tenu de la distribution asymptotique de β et d'une région de confiance de niveau I - α du paramètre β , c'est-à-dire une région qui respecte l'inégalité suivante:

$$(\beta - \beta)' V^{-1}(\beta - \beta) \le \chi_{\rho}^{2}(\alpha) . \tag{3.17}$$

Ce problème se résout par les méthodes standards d'optimisation en utilisant la fonction de Lagrange:

$$\mathcal{Q} = g_i(\beta) + \frac{\lambda}{2}((\beta - \beta)'V^{-1}(\beta - \beta) - \chi_p^2(\alpha)) . \tag{3.18}$$

Une fois ce problème résolu, on obtient deux solutions:

$$\beta_{i}^{\bullet} = \beta \pm \left(\frac{\chi_{p}^{2}(\alpha)}{c}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} V(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta})$$
(3.19)

où $c = (\frac{\partial g_i}{\partial \beta})' V(\frac{\partial g_i}{\partial \beta})$. Les deux valeurs extrêmes de la variable endogène Y_i sont alors obtenues en résolvant le modèle avec les valeurs β^*_i . Remarquons que seules les dérivées premières de g_i sont utilisées. Nous reprenons, dans un cadre théoriquement plus élaboré, quelques éléments de cette section pour développer d'autres méthodes d'inférence dans les MCEG.

Par ailleurs, à côté d'une analyse de sensibilité générale des MCEG, Pagan et Shannon (1985) proposent quelques mesures de sensibilité individuelle et une décomposition de la sensibilité globale entre les paramètres. Ces mesures ne sont cependant pas faciles à appliquer.

3.3. La contribution individuelle des paramètres

L'analyse de sensibilité agrégée est certainement utile dans les MCEG, elle ne

permet cependant pas de préciser lesquels des paramètres ou quelles combinaisons de paramètres sont les sources principales de la sensibilité. Une décomposition selon la contribution individuelle à la sensibilité entre les paramètres sujets à de l'incertitude est alors désirable. C'est ce que Pagan et Shannon (1985) ont proposé comme prolongement de leur méthode d'analyse de sensibilité agrégée. Nous résumons ici cette approche.

Si on suppose que la matrice de covariance V de l'estimateur de β est diagonale, autrement dit, si les estimateurs composante par composante sont non corrélés (ou plus fort encore indépendants), on peut montrer que:

$$E(Y_i) = g_i(\beta) + \frac{1}{2} tr(D_2 V) = g_i(\beta) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial^2 g_i}{\partial \beta_k^2}(\beta) v_{kk}$$
, (3.20)

où v_{kk} représente le *kième* élément diagonale de la matrice V. Dans ce cas on peut définir la contribution individuelle de la composante β_j à l'écart observé et calculé entre $E(Y_i)$ et $\varrho_i(\hat{\beta})$ de la façon suivante:

$$\phi_{j} = \frac{\frac{\partial^{2} g_{i}}{\partial \beta_{j}^{2}}(\beta) v_{jj}}{\sum_{k=1}^{p} \frac{\partial^{2} g_{i}}{\partial \beta_{k}^{2}}(\beta) v_{kk}} , \qquad (3.21)$$

 ϕ_j représente donc la fraction de l'écart global attribuable à la composante β_j (j=1,...,p). Une approche similaire peut être appliquée à la variance de Y_i . Cette décomposition n'a été possible que puisque la matrice V est supposée diagonale. Dans les autres cas la répartition des écarts n'est pas évidente. Si par contre la matrice V est diagonale par blocs par exemple, une mesure des contributions des combinaisons de paramètres est possible. Par ailleurs, comme on suppose que la fonction g possède des dérivées premières par rapport aux

paramètres, on peut écrire en utilisant le théorème de la valeur intermédiaire:

$$Y_{i} = g_{i}(\beta) + \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{k}} (\beta^{*}) \right) \sqrt{T} (\beta_{k} - \beta_{k})$$
 (3.22)

où β^* est telle que $\beta^* = \lambda \beta + (1 - \lambda)\beta$ avec $0 \le \lambda \le 1$. On peut alors définir les deux variations proportionnelles suivantes:

$$\overline{g}_{i}(\beta) = \frac{(g_{i}(\beta) - g_{i}(\beta))}{g_{i}(\beta)} , \overline{\beta}_{k} = \frac{(\beta_{k} - \beta_{k})}{\beta_{k}} , \qquad (3.23)$$

ce qui permet de déduire à partir de (3.22):

$$\frac{g_i(\beta) - g_i(\beta)}{g_i(\beta)} = \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_k}(\beta^*)\right)(\beta_k - \beta_k)\left(\frac{1}{g_i(\beta)}\right)$$
(3.24)

que l'on peut écrire autrement, moyennant les notations ci dessus:

$$\overline{g}_i(\beta) = \sum_{k=1}^p S^*(g_i(\beta), \beta_k) \overline{\beta}_k$$
 (3.25)

οù

$$S^{\bullet}(g_{i}(\beta), \beta_{k}) = \frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{k}}(\beta^{\bullet}) \frac{\beta_{k}}{g_{i}(\beta)} . \tag{3.26}$$

Dans cette écriture S^{\bullet} représente une mesure de sensibilité. C'est une "S-élasticité" et non pas une élasticité sauf si $\beta = \beta^{\bullet}$. Cette relation permet donc de décomposer la variation de $g_i(\beta)$ entre les différents paramètres β_k k=1,...,p. Remarquons aussi que cette expression est une égalité et non une approximation. Lorsque les variations proportionnelles

des composantes de β sont égales ($\overline{\beta}_k$ = constante, $\forall k = 1, ..., p$) alors une mesure de la contribution individuelle de chaque paramètre est donnée directement par S^* . Dans le cas inverse, c'est une "S-élasticité" pondérée que l'on peut utiliser. Bien que ces mesures de sensibilité individuelles soient exactes, elles ne sont jamais mesurées dans la pratique puisque β^* est inconnu. Une approximation peut être effectuée en prenant β au lieu de β^* dans l'évaluation de $\frac{\partial g_i}{\partial \beta_k}(\beta^*)$. Cette approximation est exacte lorsque $g_i(\beta)$ est linéaire en β . Lorsque ce n'est pas le cas, Pagan et Shannon (1985) proposent des approximations d'ordres supérieurs.

L'approche PS ici décrite a le mérite d'être la première méthode plus ou moins formalisée qui permet de tenir compte de l'incertitude sur les paramètres dans les MCEG. Sa conduite est assez claire et, selon Wigle (1991), ne prend pas plus de temps que d'autres méthodes d'analyse de sensibilité. Elle comporte aussi certaines limites tant au niveau théorique que pratique. En effet, elle se base sur l'existence d'estimateurs convergents asymptotiquement normaux des paramètres du MCEG, ce qui est généralement loin d'être évident. Cette limite est d'ailleurs reconnue par ceux qui l'ont adoptée, en particulier Bernheim, Scholz et Shoven (1989). Même lorsque cette première hypothèse est admise, il reste que la matrice de covariance en petits échantillons, et donc asymptotique aussi, sont construites à partir de données arbitraires, ce qui affecte les résultats. Par ailleurs, la méthode PS est une approximation, la qualité des résultats dépend largement de la nature du modèle et peut conduire à de très pauvres approximations. Harrison (1989) a montré par un exemple que les écarts entre les résultats des approximations du premier et du second ordre peuvent être importants. Si, pour remédier à cette situation, l'ordre supérieur dans le développement de Taylor est considéré, le gain en terme de temps disparaît et la méthode devient moins intéressante. D'un point de vue pratique, lorsque les paramètres sont

perturbés de leur estimation ponctuelle, la variation à considérer est tout à fait arbitraire. Si les perturbations sont petites, on conserve la qualité de l'approximation mais on ne couvre pas les domaines de variation des élasticités ou des paramètres en question. La méthode suggère a priori les mêmes perturbations relatives pour tous les paramètres alors que leurs écarts type sont généralement suffisamment différents.

4. L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ SYSTÉMATIQUE CONDITIONNELLE

Lorsque le problème de l'analyse de sensibilité des résultats des MCEG s'est posé, et peut-être même avant dans d'autres contextes, des solutions ad-hoc ont été appliquées. Il s'agit en général de ce que Wigle (1991) a par la suite qualifiée d'analyse de sensibilité limitée (ASL). Dans cette approche les modélisateurs ou les chercheurs ne rapportent que les résultats relatifs à quelques combinaisons de paramètres, choisies de façon purement arbitraire. Rapidement, l'ASL s'est avérée limitative et d'autres méthodes plus systématiques ont été explorées.

Dans l'analyse de sensibilité systématique conditionnelle (ASSC) décrite par Bernheim, Scholz et Shoven (1989), Harrison et Vinod (1992) et par Harrison, Jones, Kimbell et Wigle (1993), on considère dans un premier temps la solution du modèle qui correspond à l'estimation ponctuelle du paramètre β , soit $g(\beta)$. Une hypothèse est ensuite faite quant aux autres valeurs discrètes que chaque composante du vecteur β peut prendre. Ces valeurs sont en général fixées par les modélisateurs de façon aussi arbitraire que dans l'ASL. Une fois ces p ensembles (dimension de β) définis, et à partir de l'estimation ponctuelle de base β retenue pour β les valeurs des composantes sont modifiées, une à une de façon unilatérale. La solution du modèle qui correspond à chaque combinaison des

paramètres est alors calculée. Une inférence statistique est finalement conduite sur l'ensemble des solutions ainsi obtenues.

En termes de dénombrement, si le vecteur β est de dimension p, et si chacune de ses composantes prend par exemple le même nombre de valeurs (k-1), autre que celle contenue dans l'estimation ponctuelle β , le nombre de solutions N retenues par l'ASSC est alors N = 1 + (k-1)p. Selon le niveau de désagrégation et la grandeur du modèle, la conduite d'une ASSC peut nécessiter un très grand nombre de résolutions et donc beaucoup de temps machine. L'ASSC présente plusieurs autres inconvénients, le plus sérieux est sans aucun doute le fait qu'elle ignore complètement les interactions des perturbations simultanées des paramètres. Il y a donc au fond une hypothèse implicite qui suppose que les effets des perturbations conjointes sur les variables endogènes du modèle sont inférieurs aux effets des perturbations unilatérales, ce qui n'est pas toujours évident. Remarquons qu'en effet, dans le cadre de cette analyse de sensibilité il se peut que deux variations égales et dans les mêmes sens de deux paramètres différents, exécutées en deux temps. donnent des variations sur une variable endogène, solution du modèle, égales en valeur absolue mais de signes opposés. Une variation simultanée des deux paramètres dans le même sens n'aurait par contre aucun effet sur le résultat, alors qu'une variation, simultanée aussi, mais dans des sens opposés donnerait un grand effet sur la variable endogène en question. En outre, comme la conduite de l'ASSC considère de façon arbitraire le domaine de chaque paramètre, deux chercheurs différents peuvent sélectionner un nombre différent de valeurs pour chaque paramètre et surtout des valeurs différentes selon le niveau de leur connaissance de l'économie étudiée et les données dont ils disposent. Certains lecteurs rejettent d'emblée les résultats des simulations des MCEG rien qu'en regardant les valeurs retenues par certains modélisateurs.

Pour remédier en partie à certains de ces problèmes, une analyse dite semiconditionnelle rapportée par Harrison, Jones, Kimbell et Wigle (1993) peut être conduite.

Cette méthode consiste à "partitionner" le vecteur β des élasticités en plusieurs sous-blocs
économiquement significatifs (blocs des élasticités du commerce extérieur, de la production,
de la demande intérieure...etc), puis faire une analyse conditionnelle d'un bloc par rapport
aux autres blocs, et inconditionnelle dans chacun des blocs retenus. La seule justification
avancée de cette variante de l'ASSC est qu'elle permet de retenir les seules combinaisons
où les paramètres dits "critiques" pour une simulation donnée ont été tous perturbés. Il est
cependant évident que cette approche souffre de tous les défauts de l'ASSC car elle est
généralement aussi coûteuse et arbitraire que l'ASSC et reste biaisée pour certaines solutions
du modèle.

Une autre approche, très liée à l'ASSC a été proposée. Il s'agit de l'analyse de sensibilité systématique inconditionnelle (ASSI). Cette méthode se base sur les mêmes hypothèses que l'ASSC concernant le nombre de valeurs retenues de même que les valeurs elles-mêmes pour chaque composante du vecteur β . Par contre dans ce cas le modèle est résolu pour toutes les combinaisons possibles des paramètres. Si par exemple le vecteur β est de dimension p et si chaque composante est supposée prendre k valeurs, le nombre nécessaire de solutions est alors $N = k^p$.

L'ASSI est certainement plus complète que l'ASSC. Elle est exhaustive pour les combinaisons des paramètres arbitrairement retenues. Elle ne résout cependant aucun des autres problèmes de l'ASSC et son application est très coûteuse. À titre d'exemple, pour un modèle où la dimension du vecteur des paramètres β est 10, ce qui est possible dans les MCEG, et où chaque composante peut prendre 5 valeurs qui sont par exemple: l'estimation

ponctuelle du paramètre, l'estimation ponctuelle plus ou moins une fois l'écart type estimé, et enfin cette estimation plus ou moins deux fois l'écart type estimé, le nombre de solutions à considérer est donc $5^{10} = 9.765.625$. C'est essentiellement pour cette raison que l'ASSI a été abandonnée pour une méthode qui lui est liée dans une certaine mesure. Il s'agit de l'approche de Harrison et Vinod (1992) qui se base sur un plan de sondage complètement randomisé.

5. L'APPROCHE DE HARRISON ET VINOD: UN PLAN DE SONDAGE COMPLÈTEMENT RANDOMISÉ

Cette méthode se base sur les mêmes fondements que l'ASSI concernant le nombre et les valeurs retenus pour chaque composante du vecteur β. Elle considère l'ensemble des combinaisons des paramètres sujets à de l'incertitude pour estimer la moyenne de la distribution empirique des solutions d'un MCEG. L'ensemble des solutions considérées constitue la population et la base de sondage pour l'échantillonnage. L'estimateur construit pour cette moyenne est non biaisé et convergent. Selon la marge d'erreur que le modélisateur peut tolérer, cette méthode réduit le temps machine d'une analyse de sensibilité. L'approche HV est réalisée en quatre étapes.

5.1. Les distributions a priori des estimateurs

Dans cette approche on suppose que le modélisateur est capable de spécifier une distribution a priori de l'estimateur de chaque paramètre sujet à de l'incertitude. Si cette distribution est dégénérée le paramètre en question ne sera pas perturbé dans l'analyse de sensibilité. En principe n'importe quelle distribution a priori peut être retenue. Cependant,

et compte tenu de l'information dont dispose le modélisateur, une des trois distributions populaires suivantes peut être appropriée selon le paramètre en question. Ainsi la distribution uniforme peut être utilisée lorsque seul le domaine de variation du paramètre est connu, c'est généralement le cas de plusieurs élasticités dans les MCEG. On suppose par ailleurs que cette distribution uniforme est symétrique par rapport à l'estimation ponctuelle du paramètre. Si par contre des estimations des paramètres proviennent d'études économétriques et qu'elles sont accompagnées des écarts type estimés ou des valeurs "t" calculées et des nombres de degrés de liberté correspondants, alors l'utilisation d'une loi normale ou d'une loi de Student comme distribution a priori de l'estimateur du paramètre peut être plus appropriée. Il faut préciser que la méthode HV peut être utilisée avec n'importe quelle distribution a priori des estimateurs des paramètres. Les trois distributions ici avancées ne sont que des exemples.

5.2. Les valeurs "équiprobables" du paramètre

Étant donné la distribution a priori de l'estimateur β_i de la *ième* composante du vecteur β , l'approche HV considère un certain nombre de valeurs dites équiprobables pour cette composante. Ces valeurs sont déduites à partir d'une partition du domaine retenu pour l'estimateur du paramètre β_i . Cette partition consiste en K_i sous-intervalles ayant la même surface sous la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de l'estimateur β_i . Ainsi, si par exemple $K_i = 2$ et si la distribution est symétrique par rapport à l'estimation ponctuelle du paramètre, alors les deux sous-intervalles sont délimités par les deux sous-domaines à droite et à gauche de l'estimation ponctuelle avec une probabilité de 0.5 chacun. Si $K_i = 3$, les trois intervalles seront ceux délimités par les bornes α_1 et α_2 telles que:

Ł

$$P[\hat{\boldsymbol{\beta}}_i \le \alpha_1] = P[\alpha_1 \le \hat{\boldsymbol{\beta}}_i \le \alpha_2] = P[\hat{\boldsymbol{\beta}}_i \ge \alpha_2] = \frac{1}{3}. \tag{5.1}$$

Les valeurs α_1 et α_2 sont déduites à partir de calculs directs, de tables statistiques ou de logiciels appropriés sur la base des distributions données a priori des estimateurs des paramètres. Il est évident que lorsque la distribution n'est pas uniforme, les longueurs des sous-intervalles sont différentes. C'est ainsi que les intervalles sous une loi normale ou une loi de Student sont plus courts au voisinage de l'estimation ponctuelle et plus longs dans les queues de la distribution.

Une fois cette partition du domaine en sous-intervalles effectuée, il reste à sélectionner les valeurs respectives qui représentent ces intervalles. Pour des distributions a priori uniformes, les valeurs moyennes des deux bornes des sous-domaines sont naturellement retenues. Pour les autres distributions non uniformes, des calculs moins évidents sont à effectuer. En effet sous ces lois ces valeurs ne sont pas données par les simples moyennes arithmétiques des deux bornes des intervalles. Soit par exemple le cas où $K_i = 3$ et où le domaine de l'estimateur du paramètre β_i est noté $D_{\beta_i} = [\underline{\beta_i}, \overline{\beta_i}]$ on a alors par définition de α_i et α_2 et d'après (5.1):

$$P[\hat{\boldsymbol{\beta}}_i \leq \alpha_1] = P[\alpha_1 \leq \hat{\boldsymbol{\beta}}_i \leq \alpha_2] = P[\hat{\boldsymbol{\beta}}_i \geq \alpha_2] = \frac{1}{3} . \tag{5.2}$$

On définit par ailleurs α_{II} la valeur qui représente l'intervalle $[\underline{\beta}_i, \alpha_1]$, α_{I2} la valeur qui représente l'intervalle $[\alpha_1, \alpha_2]$ et α_{22} la valeur qui représente l'intervalle $[\alpha_2, \overline{\beta}_i]$ telles que:

$$P[\hat{\beta}_i \le \alpha_{11}] = (\frac{1}{2})(\frac{1}{K_i}) = \frac{1}{6}$$
, (5.3)

$$P[\alpha_1 \le \beta_i \le \alpha_{12}] = (\frac{1}{2})(\frac{1}{K_i}) = \frac{1}{6}$$
, (5.4)

$$P[\alpha_2 \le \hat{\beta}_i \le \alpha_{22}] = (\frac{1}{2})(\frac{1}{K_i}) = \frac{1}{6}$$
 (5.5)

Dans le cas de distributions symétriques, α_{12} correspond par construction à l'estimation ponctuelle de β_i . Les valeurs dites "équiprobables" retenues pour le paramètre β_i sont alors: α_{11} , α_{12} et α_{22} .

Harrison et Vinod, qui proposent cette méthode reconnaissent que lorsque $K_i > 2$, ces calculs deviennent ennuyeux et ils proposent des tables pour construire ces intervalles pour des valeurs de K comprises entre 2 et 10 et pour des degrés de libertés de 1 à 30 pour des distributions de Student. Il faut signaler cependant que plusieurs logiciels et programmes informatiques donnent toutes les valeurs pertinentes à la conduite d'une telle méthode.

5.3. Le plan de sondage

Dans le modèle de base sous forme compacte $Y = g(\beta)$, on suppose que n paramètres parmi les p qui constituent le vecteur β sont sujets à de l'incertitude et seront donc perturbés dans une analyse de sensibilité. On suppose que chaque composante β_i i = 1, ..., n prend K valeurs équiprobables telles que construites à la section 2 ci-dessus.

Le modélisateur cherche à estimer la moyenne de la population constituée par toutes

les solutions du MCEG relatives à une politique économique donnée sous toutes les combinaisons possibles des paramètres. Comme pour l'ASSI, le nombre de combinaisons à considérer est K^n (K^p si toutes les composantes de β sont sujettes à de l'incertitude). La fonction g, non linéaire reliant l'ensemble de ces combinaisons avec celui des vecteurs des variables endogènes est complexe, calculable et n'est pas source d'incertitude. L'approche HV suppose que chaque solution du modèle a la même probabilité de réalisation que la configuration de paramètres qui lui est associée. Il s'agit d'une probabilité conjointe des n (ou p) composantes. Sous l'hypothèse d'indépendance des distributions des estimateurs, cette probabilité n'est autre que le produit des probabilités marginales. Comme par construction, les K valeurs retenues pour chacun des paramètres sont équiprobables, chaque configuration de paramètres et donc chaque solution du modèle dans la population considérée a une probabilité de réalisation égale à $\frac{1}{K^n}$, ce qui donne la distribution des solutions du MCEG.

Pour faire le parallélisme avec l'ASSI, on remarquera que celle-ci consiste à résoudre le modèle K^n fois et à prendre directement le vecteur moyen \overline{Y} des variables endogènes. L'approche HV considère par contre \overline{Y} comme paramètre de la population et cherche à l'estimer par un échantillonnage. Cette approche permet aussi de faire de l'inférence sur d'autres paramètres d'intérêt. Comme l'ASSI ne peut pas être conduite dans la pratique à cause du nombre généralement élevé de solutions, la méthode HV est une nette amélioration dans la conduite de l'analyse de sensibilité. L'approche HV, dite aussi "Plan factoriel complètement randomisé (PFCR)" prend donc en considération les K^n combinaisons des paramètres dans un plan d'échantillonnage qui peut être soit un sondage aléatoire simple, soit un sondage stratifié, soit tout autre plan de sondage approprié selon l'information disponible. Dans le cas stratifié, qui nécessite de l'information sur les strates considérées,

on obtient un estimateur sans biais et de variance minimale pour la moyenne des solutions \overline{Y} . Dans le plan de sondage aléatoire simple, proposé par Harrison et Vinod, un échantillon de taille S est tiré au hasard à partir de la population de toutes les combinaisons (solutions) possibles avec une probabilité $\frac{1}{K^n}$, la même pour chaque combinaison (solution). Le tirage peut s'effectuer avec ou sans remise.

Compte tenu des propriétés statistiques des estimateurs d'un sondage aléatoire simple, l'approche HV donne un estimateur sans biais, noté \overline{y} du paramètre d'intérêt \overline{Y} . En effet si le tirage est sans remise, on a alors:

$$\bar{y} = (\frac{1}{S}) \sum_{i=1}^{S} y_i$$
 (5.6)

ou encore

$$\overline{y} = (\frac{1}{S}) \sum_{i=1}^{K^*} y_i I_{i \in E}$$
 (5.7)

où \overline{y} est la moyenne de l'échantillon, S la taille de l'échantillon, y_i la solution du modèle relative à la *ième* combinaison de paramètres, K^n la taille de la population, I une variable indicatrice et E l'ensemble des combinaisons retenues ou l'ensemble échantillon. Il est alors facile de voir que:

$$E(\bar{y}) = (\frac{1}{S}) \sum_{i=1}^{K^*} y_i \ E(I_{i \in E}) = (\frac{1}{S}) \sum_{i=1}^{K^*} y_i \ (\frac{S}{K^n}) = \bar{Y}$$
 (5.8)

l'estimateur \overline{y} de \overline{Y} est donc sans biais. On montre par ailleurs que 2

² Voir par exemple Gourieroux (1980).

$$V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2 (K^n - S)}{S (K^n - 1)}$$
 (5.9)

où σ^2 représente la vraie variance des solutions du modèle dans toute la population que l'on peut aussi estimer, et $\frac{K^n - S}{K^n - 1}$ est le facteur de correction pour les populations finies. Si le tirage est effectué avec remise on a toujours $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ mais $V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{S}$. Par le théorème central limite, on montre aussi que l'estimateur \bar{y} est un estimateur convergent du paramètre \bar{Y} . Si la nature du modèle et l'équipement informatique disponible le permettent, la sélection d'un échantillon de taille suffisamment grande conduit à des estimateurs assez précis de \bar{Y} et à la construction d'intervalles de confiance pour les variables endogènes d'intérêt du modèle.

L'approche HV améliore nettement l'ASSC grâce aux propriétés statistiques de ses estimateurs. Elle peut être améliorée davantage sur le plan pratique. Si par exemple, pour la simulation d'une politique économique donnée, certains paramètres semblent beaucoup plus influents, un sondage stratifié ou peut-être à probabilités inégales peut être retenu. L'estimateur correspondant doit être déduit comme précisé par la théorie des sondages dans les plans d'extrapolation pour assurer à l'estimateur les propriétés statistiques requises.

La méthode HV a aussi des limites. Nous avons remarqué qu'elle suppose que le modélisateur dispose d'une distribution a priori des estimateurs de tous les paramètres du modèle sujets à de l'incertitude. Cette hypothèse semble être assez forte dans le contexte des MCEG. Par ailleurs le nombre de sous-intervalles à retenir dans la partition du domaine de l'estimateur de chaque paramètre et donc le nombre de valeurs équiprobables à considérer est tout à fait arbitraire. L'hypothèse d'indépendance entre les estimateurs des

différents paramètres, qui sont des élasticités dans les MCEG, semble difficile à justifier sur le plan théorique. L'étape de construction des valeurs "équiprobables" n'est d'ailleurs pas nécessaire si des a priori sont suffisants pour délimiter les domaines et/ou les distributions des estimateurs, ces mêmes a priori peuvent fixer directement les valeurs des paramètres à retenir. En plus de ces remarques sur sa conduite pratique, l'approche HV pose un problème au niveau de son fondement théorique. En effet, le fait de considérer l'estimation de \overline{Y} , le vecteur moyen des variables endogènes déduites à partir d'un certain nombre de combinaisons de paramètres, déplace le problème de base qui est celui de faire une inférence et une analyse de sensibilité sur $Y = g(\beta)$ et non pas sur le vecteur \overline{Y} .

6. CONCLUSION

Il est maintenant admis que l'un des aspects qui suscite le plus de scepticisme sur les résultats des MCEG est celui du choix des élasticités et la calibration qui lui correspond. Pour corriger ce fait un ensemble de mesures d'incertitude a été proposé. Chaque méthode se base sur des hypothèses plus ou moins acceptables compte tenu de l'information disponible sur les paramètres source de l'incertitude. La comparaison entre ces diverses approches repose sur l'acceptation de ces hypothèses, sur le niveau d'application et le temps d'exécution de l'une ou l'autre de ces méthodes. Dans cette revue nous présentons les méthodes qui sont soit utilisées soit qui reviennent le plus dans cette littérature. Nous analysons en détail leurs fondements théoriques et nous mettons en évidence leurs portées pratiques ainsi que leurs limites. Nous esquissons aussi des voies d'approfondissement et de recherche pour améliorer la conduite des analyses de sensibilité dans les MCEG. Dans les chapitres qui suivent nous développons de nouvelles méthodes d'inférence statistique dans ces MCEG. Les applications de ces méthodes seront aussi illustrées sur un modèle simplifié de l'économie marocaine.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(Chapitre 1)

Abdelkhalek, T., (1993), "Modèles de Simulation et Modèles Calculables d'Équilibre Général: Mesures d'Incertitude et Inférencee Statistique", *Proposition de sujet de thèse de Ph.D.*. Université de Montréal.

Ballard, C.L., Fullerton, D., Shoven, J.B., and Walley, J., (1985), "Tax Policy Evaluation with a Numerical General Equilibrium Model", University of Chicago Press, Chicago.

Bernheim, B.D., Scholz, J.K., And Shoven, J.B., (1989), "Consumption Taxation in a General Equilibrium Model: How Reliable are Simulation Results?", *Document de travail*, Department of Economics, Stanford University.

Brooke, A., Kendrick, D., and Meeraus, A., (1988), GAMS: A User's Guide, Palo Alto: The Scientific Press Redwood City, CA.

Canova, F., (1992), "Statistical Inference in Calibrated Models", Document de travail, European University Institute.

Canova, F., Finn, M., and Pagan, A. R., (1992), "Evaluating a Real Business Cycle Models" in Hargraves C. (ed.) Nonstationary time series analyses and co-integration. Oxford University Press (à paraître).

Gourieroux, C., (1980), "Théorie des Sondages" Economica.

Gourieroux, C., et Monfort, A., (1989), Statistique et Modèles économétriques Volumes 1 et 2. Economica, Paris.

Gregory, A. W., and Smith, G. W., (1990), "Calibration as Estimation", Econometric

Reviews 9, 57-89.

Gregory, A. W., and Smith, G. W., (1991), "Calibration as Testing: Inference in Simulated Macroeconomic Models" *Journal of Business and Economic Statistics* 9, 297-303.

Gregory, A. W., and Smith, G. W., (1993), "Statistical Aspects of Calibration in Macroeconomics" in Maddala, G.S., Rao, C.R., and Vinod, H.D., (ed.), *Handbook of Statistics*, Volume 11, Elsevier Science Publishers B.V.

Harrison, G.W., and Kimbell, L.J., (1985), "Economic Interdependance in the Pacific Basin: A General Approch", in J. Piggot and J. Whalley, editors, *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis*, Cambridge University Press.

Harrison, G.W., (1986), "A General Equilibrium Analysis of tarrif Reduction", in T.N. Srinivasan and J. Whalley, editors, *General Equilibrium Trade Policy Modelling MIT Press*.

Harrison, G.W., (1989), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: A Comparison of Methodologies". *Document de travail*. Department of Economics. University of New Mexico.

Harrison, G.W., and Vinod, H.D., (1992), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: Completly Randomized Factorial Sampling Designs", *Review of Economics and Statistics*, 79:357-362.

Harrison, G.W., Jones, R., Kimbell, L.J., and Wigle, R., (1993), "How Robust Is Applied General Equilibrium Analysis?", *Journal of Policy Modeling*, 15(1):99-115.

Kehoe, T.J., (1983), "Regularity and Index Theory for Economies with Smooth Production Technologies", *Econometrica*, 51(4):895-919.

Mansur, A., and Whalley, J., (1984), "Numerical Specification of Applied General Equlibrium Models: Estimation, Calibration, and Data", In Scarf, H.E., Shoven, J.B. (eds.) Applied general equilibrium analysis, Cambridge University Press.

Pagan. A.R., and Shannon, J.H., (1985), "Sensitivity Analysis for Linearised Computable General Equilibrium Models", in J. Piggot and J. Whalley, editors, *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis*, Cambridge University Press.

Pagan, A.R., and Shannon, J.H., (1987), "How Reliable Are ORANI Conclusions?", Economic Record 33-45.

Shoven, J.B., and Whalley, J., (1984), "Applied General Equilibrium Models of Taxation and International trade: an Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature* 22:1007-1051.

Wigle, R., (1991), "The Pagan-Shannon Approximation: Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes", *Empirical Economics*, 16(1):35-49.

Wigle, R., (1986), "Summary of the Panel and Floor Discussion", in T.N. Srinivansan and J. Whalley eds., General Equilibrium Trade Policy Modelling, Cambridge, M.I.T. Press, p:323-354.

Chapitre 2

INFÉRENCE STATISTIQUE POUR LES MCEG: LE CADRE THÉORIQUE

1. INTRODUCTION

Les modèles calculables d'équilibre général (MCEG) sont généralement fortement non linéaires et non stochastiques. Sous forme numérique la structure générale de ce type de modèle peut être représentée par une fonction M telle que

$$Y = M(X, \beta, \gamma) \tag{1.1}$$

où Y est un vecteur de dimension m de variables endogènes, X est un vecteur de variables exogènes ou de politiques économiques, β est un vecteur de dimension p de paramètres libres appartenant à un sous-ensemble Ω de \mathbb{R}^p et γ est un vecteur de dimension k de paramètres de calibration. Comme le vecteur X des variables exogènes est supposé connu et comme ce qui nous intéresse généralement c'est le vecteur Y des variables endogènes, on peut alors écrire le modèle sous la forme compacte suivante:

$$Y = M(X, \beta, \gamma) = g(\beta) . \tag{1.2}$$

Même si la spécification du modèle qui détermine g n'est pas remise en cause, la crédibilité des solutions du modèle est affectée par l'incertitude sur le vecteur des paramètres libres β. Dans ce chapitre, nous proposons des approches systématiques basées sur la notion classique de région de confiance pour traduire cette incertitude sur les variables endogènes des MCEG. Nous développons trois méthodes pour construire des régions de confiance pour une ou plusieurs variables endogènes calculées par un MCEG non stochastique ou, de façon plus générale, par un modèle de simulation non stochastique. La première méthode (section 2) est une extension de l'approche proposée par Pagan et Shannon (1985). Elle se base sur la statistique de Wald et suppose qu'un estimateur

endogènes.

En effet, si on note $C_i(\alpha_i)$ i=1,...,m, la région de confiance individuelle ou marginale de niveau I - α_i asymptotiquement valable pour la *ième* variable endogène $Y_i = g_i(\beta)$ du modèle, on peut alors écrire:

$$C_{i}(\alpha_{i}) = \{ Y_{i}: T [g_{i}(\hat{\beta}_{T}) - Y_{i}]' \hat{\alpha}_{T}^{-1} [g_{i}(\hat{\beta}_{T}) - Y_{i}] \le \chi_{\alpha}^{2}(1) \}$$
 (2.8)

où $P[\chi^2(1) \ge \chi^2_{\alpha_i}(1)] = \alpha_i$, et α_i^{-1} est l'inverse de l'élément pertinent de la diagonale de la matrice $\hat{\Omega}_r$. On a aiors

$$P[g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] = 1 - \alpha_i, \quad i = 1, ..., m.$$
 (2.9)

Les parties $C_i(\alpha_i)$ i=1,...,m, qui sont des régions de confiance individuelles ou marginales sont aléatoires et le lien stochastique entre elles est en général inconnu et difficile à établir. On cherche à les combiner en construisant une région de confiance simultanée de type Boole-Bonferroni pour les m variables endogènes. En effet par définition on peut écrire:

$$P[g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i), i = 1, ..., m] = P[\bigcap_{i=1}^m g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)].$$
 (2.10)

En utilisant les inégalités usuelles de Boole-Bonferroni il est facile de montrer que

$$1 - \sum_{i=1}^{m} P[g_i(\beta) \notin C_i(\alpha_i)] \le P[\bigcap_{i=1}^{m} g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] \le \min_{1 \le i \le m} P[g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)], \quad (2.11)$$

c'est-à-dire

$$1 - \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \le P[\bigcap_{i=1}^{m} g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] \le \min_{1 \le i \le m} (1 - \alpha_i) . \tag{2.12}$$

Si les régions de confiance marginales $C_i(\alpha_i)$ sont de même niveau 1 - α_i , ce qui est généralement le cas dans la pratique, alors on déduit

$$1 - m\alpha_1 \le P[\bigcap_{i=1}^{m} g_i(\theta) \in C_i(\alpha_i)] \le 1 - \alpha_1 . \tag{2.13}$$

Autrement dit la région de confiance simultanée de ce type est de niveau supérieur ou égal à $(I - m\alpha_I)$:

$$P[\bigcap_{i=1}^{m} g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] \ge 1 - m\alpha_1 . \tag{2.14}$$

Si la région de confiance simultanée doit avoir un niveau supérieur ou égal à 1 - α fixé a priori, il suffit alors de construire des régions de confiance marginales avec des niveaux 1 - α , tels que

$$1 - \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1 - \alpha . {(2.15)}$$

Si en outre les régions marginales sont de même niveau $I - \alpha_I$ alors on déduit facilement que $\alpha_i = \alpha_1 = \frac{\alpha}{m}$, i=1,...,m. Cette procédure de construction de régions de confiance de type Boole-Bonferroni peut être utilisée pour un nombre quelconque k de variables endogènes $(k \le m)$, et pour tout nombre de paramètres p strictement positif.

Le principal avantage des régions de confiance ici développées et représentées par les ensembles (2.7) et (2.8) c'est leur simplicité. Elles supposent cependant à travers la

statistique de Wald que la fonction $g(\beta)$ peut être raisonnablement approchée de façon linéaire, et que la distribution de $\sqrt{T}(\beta_T - \beta)$ est approximativement normale. Ce sont les mêmes limites que dans l'approche de Pagan et Shannon (1985).

3. RÉGIONS DE CONFIANCE INDUITES PAR PROJECTION

Supposons maintenant que nous possédions une région de confiance C de niveau I - α pour le paramètre β . En d'autres termes C est un sous-ensemble de \mathbf{R}^p tel que

$$P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha \tag{3.1}$$

avec $0 \le \alpha < 1$. La région C pourra être ici interprétée de deux manières différentes. Premièrement, on pourra supposer que C est une région de confiance échantillonnale basée sur des études statistiques antérieures et des observations passées, c'est-à-dire que C = C(Y) est un sous-ensemble aléatoire de \mathbf{R}^p obtenu à partir d'un échantillon y, tel que la probabilité pour que le vecteur fixe β soit contenu dans C(Y) est plus grande ou égale à $1 - \alpha$. Deuxièmement, dans d'autres cas, on pourra considérer que le paramètre β lui-même est aléatoire et que $\beta \in C$ est une région de confiance bayesienne pour β . Les arguments développés ci-dessous seront applicables selon les circonstances, suivant l'une ou l'autre de ces interprétations.

Dénotons par g(C) l'ensemble image de C par la fonction g:

$$g(C) = \{ Y \in \mathbb{R}^m : Y = g(\beta_0) \text{ pour un } \beta_0 \in C \}$$
 (3.2)

Il est clair que l'on a l'implication

$$\beta \in C \implies g(\beta) \in g(C) \tag{3.3}$$

et donc

$$P[g(\beta) \in g(C)] \ge P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha . \tag{3.4}$$

Ceci veut dire que g(C) est une région de confiance pour $g(\beta)$ avec un niveau supérieur ou égal à $I - \alpha$. En particulier, lorsque C est une région de confiance échantillonnale pour β , ceci veut dire que

$$P[g(\beta) \in g(C)] \ge P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha , \quad \forall \quad \beta \in \Omega . \tag{3.5}$$

Comme la fonction g est habituellement non linéaire, l'ensemble g(C) peut ne pas être facile à déterminer ou à visualiser. Ce n'est généralement ni un intervalle ni une ellipse. Il est alors intéressant de simplifier sa structure. Pour ce faire, écrivons

$$g(\beta) = [g_1(\beta), g_2(\beta), ..., g_m(\beta)]'$$
 (3.6)

et

$$g_i(C) = \{ Y_i \in \mathbb{R} : Y_i = g_i(\beta_0) \text{ pour un } \beta_0 \in C \}, i = 1, ..., m .$$
 (3.7)

Il est alors clair que

$$g(\beta) \in g(C) \Rightarrow g_i(\beta) \in g_i(C), \text{ pour } i = 1, ..., m$$
 (3.8)

et par (3.4) on a:

⁴ Voir Rao (1973, section 7b.3, page 473).

$$P[g_i(\beta) \in g_i(C), i = 1, ..., m] \ge 1 - \alpha$$
 (3.9)

et

$$P[g_i(\beta) \in g_i(C)] \ge 1 - \alpha , \quad i = 1, ..., m$$
 (3.10)

L'inégalité (3.9) signifie que les ensembles $g_i(C)$, i = 1, ..., m, constituent des régions de confiance simultanées de niveau I - α pour les composantes individuelles du vecteur des variables endogènes Y, alors que (3.10) donne des régions de confiance marginales de niveau I - α pour chaque composante de Y. S Ces régions de confiance marginales $g_i(C)$ sont des sous-ensembles de la droite réelle R, plus simples à appréhender que les régions multidimensionnelles g(C). Elles ne prennent cependant pas, en général, la forme d'intervalles sauf si on introduit d'autres hypothèses sur l'ensemble C et sur la fonction g.

Pour obtenir des régions de confiance qui ont la forme d'intervalles, nous allons considérer les points $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ définis comme suit:

$$g_i^{z}(C) = \inf \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, i = 1, ..., m$$
 (3.11)

$$g_i^U(C) = \sup \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, i = 1, ..., m,$$
 (3.12)

où $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ peuvent prendre des valeurs sur la droite réelle étendue $\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$. On a alors pour tout $\beta \in C$:

$$g_i(\beta) \in g_i(C), i = 1, ..., m \implies g_i^L(C) \le g_i(\beta) \le g_i^U(C), i = 1, ..., m$$
 (3.13)

⁵ Pour plus de discussion sur les régions de confiance simultanées et les régions de confiance marginales, voir Miller (1981).

d'où

$$P[g_i^L(C) \le g_i(\beta) \le g_i^U(C), i=1, ..., m] \ge P[g_i(\beta) \in g_i(C), i=1, ..., m] \ge 1 - \alpha$$
 (3.14)

Les intervalles $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$, i = 1, ..., m, sont donc des intervalles de confiance simultanés pour $Y_i = g_i(\beta)$, i = 1, ..., m. Il est alors clair aussi que

$$P[g_i^L(C) \le g_i(\beta) \le g_i^U(C)] \ge 1 - \alpha , \quad i = 1, ..., m .$$
 (3.15)

Il faut noter ici deux points importants. D'une part l'intervalle $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$ est en général plus grand que $g_i(C)$, c'est-à-dire

$$g_i(C) \subseteq [g_i^L(C), g_i^U(C)]$$
 (3.16)

D'autre part cet intervalle n'est pas nécessairement borné, c'est-à-dire qu'on peut avoir $g_i^L(C) = -\infty$ ou $g_i^U(C) = +\infty$. Il serait alors intéressant de déterminer des conditions sous lesquelles on aura $g_i(C) = [g_i^L(C), g_i^U(C)]$, où l'intervalle $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$ sera fermé borné. Nous établissons de telles conditions dans les trois propositions des paragraphes qui suivent.

Si on suppose que la fonction g est continue, ce que Pagan et Shannon (1985), Wigle (1991) et Bernheim, Scholz et Shoven (1989) font, et si la région de confiance C est compacte et/ou connexe dans \mathbb{R}^p , des résultats intéressants sont alors établis. En effet, si en plus de l'hypothèse de continuité de g, on suppose que la région de confiance C pour β est compacte, c'est-à-dire fermée et bornée dans \mathbb{R}^p , alors la région de confiance g(C) de $g(\beta)$ est aussi compacte, c'est-à-dire fermée et bornée dans \mathbb{R}^n . De même, chaque fonction g_i est

⁶ Voir aussi Kehoe (1983) pour les conditions portant sur les fonctions de comportements dans un MCEG pour que g(.) soit continue.

bornée dans C et atteint les bornes à des points dans C. Dans ce cas il existe deux valeurs β_i^L et β_i^U dans R telles que

$$g_i(\beta_i^L) = g_i^L(C) = \inf \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, i = 1, ..., m$$
 (3.17)

$$g_i(\beta_i^U) = g_i^U(C) = \sup \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, i = 1, ..., m .$$
 (3.18)

On peut alors résumer ce résultat dans la proposition suivante.

<u>Proposition 1:</u> Si la fonction g(.) est continue et si la région de confiance C est compacte dans \mathbb{R}^n , alors la région de confiance simultanée g(C) dans \mathbb{R}^n ainsi que chacune des régions univariées $g_i(C)$, i = 1, ..., m, dans \mathbb{R} sont compactes.

Les preuves des propositions sont données dans l'annexe. Les deux bornes $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ permettent alors de construire des régions de confiance sous forme d'intervalles pour chaque variable endogène du modèle lorsque la région C est compacte et g est continue. Cependant, lorsque l'hypothèse de connexité de C est faite d'autres raffinements sont possibles.

En effet si, en plus de l'hypothèse de continuité de g, on suppose que la région de confiance C de β est connexe, c'est-à-dire qu'elle ne peut pas se représenter comme la réunion de deux sous-ensembles ouverts disjoints et non vides de \mathbb{R}^p , alors la région de confiance g(C) de $g(\beta)$ est aussi connexe dans \mathbb{R}^m . Elle peut avoir la forme d'une ellipse en particulier. De même, la région de confiance marginale $g_i(C)$, i=1,...,m est connexe dans \mathbb{R} . Or on sait qu'une partie connexe de \mathbb{R} ne peut être qu'un intervalle. Ainsi sous ces

deux hypothèses les valeurs de toutes les variables endogènes du modèle sont contenues dans des intervalles de la forme:

$$(-\infty, g_i^{\ U}(C)), (-\infty, g_i^{\ U}(C)], (g_i^{\ L}(C), \infty), [g_i^{\ L}(C), \infty), (-\infty, \infty), (-\infty, \infty), (3.19)$$

$$(g_i^{\ L}(C), g_i^{\ U}(C)), [g_i^{\ L}(C), g_i^{\ U}(C)), (g_i^{\ L}(C), g_i^{\ U}(C)], [g_i^{\ L}(C), g_i^{\ U}(C)].$$

Là encore on peut résumer ce résultat dans la proposition suivante:

<u>Proposition 2:</u> Si la fonction g(.) est continue et si la région de confiance C est connexe dans \mathbb{R}^p , alors la région de confiance simultanée g(C) dans \mathbb{R}^m ainsi que chacune des régions univariées $g_i(C)$, i = 1, ..., m, dans \mathbb{R} sont connexes, de plus les régions $g_i(C)$, i = 1, ..., m, sont des intervalles dans \mathbb{R}

Finalement, si en plus de l'hypothèse de continuité de g, la région C est continue dans \mathbf{R}^p , c'est-à-dire à la fois compacte et connexe alors la proposition suivante permet d'établir les conditions sous lesquelles on aura $g_i(C) = [g_i^L(C), g_i^U(C)]$:

<u>Proposition 3:</u> Si la fonction g(.) est continue et si la région C est continue dans \mathbb{R}^p , alors chacune des régions univariées $g_i(C)$, i = 1, ..., m, dans \mathbb{R} et continue et est nécessairement de la forme

$$[g_i^L(C), g_i^U(C)]$$
 (3.20)

 $où g_i^L > -\infty et g_i^U < +\infty.$

Pour illustrer comment ces intervalles $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$, i = 1, ..., m, sont construits dans la pratique, on considère le cas spécial rapporté par Pagan et Shannon (1985) où la

région de confiance C spécifiée pour le vecteur de paramètre β est une ellipse, c'est-à-dire:

$$C = \{ \beta_0 \in \mathbb{R}^p : (\hat{\beta} - \beta_0)' A (\hat{\beta} - \beta_0) \le c(\alpha) \}$$
(3.21)

où β est une estimation de β et A est l'inverse d'une estimation de sa matrice de covariance. Ou encore, suivant une interprétation bayesienne, β est la moyenne a priori (ou a posteriori) de β et A est l'inverse de la matrice de covariance a priori (ou a posteriori) de β . La région de confiance C est dans ce cas à la fois compacte et connexe. Comme par hypothèse g est considérée différentiable, donc continue de \mathbf{R}^p dans \mathbf{R}^m , les régions de confiance définies par (3.2) et (3.7) sont alors nécessairement compactes et connexes d'après les propositions 1 et 2 ci-dessus. En particulier, les régions de confiance marginales des variables endogènes du modèle, qui sont des parties de \mathbf{R} sont des intervalles fermés, bornés et connexes.

Dans ce cas les bornes inférieures et supérieures $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ de ces intervalles sont obtenues respectivement en minimisant et en maximisant $g_i(\beta)$ sur l'ensemble C. Comme $g(\beta)$ est supposée être suffisamment régulière, $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ sont obtenues par la méthode standard qui utilise le Lagrangien:

$$\mathcal{L} = g_i(\beta_0) + \frac{\lambda}{2} \left[(\beta - \beta_0)' A (\beta - \beta_0) - c(\alpha) \right]$$
 (3.22)

Les valeurs de β_0 qui minimisent et maximisent $g_i(\beta_0)$ sous la restriction $\beta \in C$ doivent satisfaire:

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \beta_0} = \frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} - \lambda A(\hat{\beta} - \beta_0) = 0 , \qquad (3.23)$$

$$(\hat{\beta} - \beta_o)'A(\hat{\beta} - \beta_o) = c(\alpha) . \tag{3.24}$$

Si on suppose que A est non singulière on déduit de (3.23):

$$(\beta - \beta_0) = \lambda^{-1} A^{-1} (\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0})$$
 (3.25)

et par (3.24),

$$\lambda^{-2} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0}\right)' A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0}\right) = c(\alpha)$$
 (3.26)

et

$$\lambda = \pm \left(\frac{(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0})' A^{-1} (\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0})}{c(\alpha)} \right)^{(\frac{1}{2})} . \tag{3.27}$$

Les valeurs de β_0 qui donnent $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$, notées β_i^L et β_i^U , sont donc des solutions de l'équation:

$$\beta_{i}^{(L)(U)} = \beta \pm \left(\frac{\left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{0}}\right)' A^{-1} \left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{0}}\right)}{c(\alpha)} \right)^{\left(-\frac{1}{2}\right)} A^{-1} \left(\frac{\partial g_{i}}{\partial \beta_{0}}\right) . \tag{3.28}$$

Il faut noter que ces valeurs (β_i^L et β_i^U) ont été obtenues par Pagan et Shannon (1985), mais ces derniers n'ont pas donné une interprétation d'intervalle de confiance à l'ensemble $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$.

Cette méthode de construction d'intervalles de confiance pour les variables

endogènes d'un MCEG basée sur des projections est valable en échantillons finis contrairement à la première qui est une méthode asymptotique. Dans son fondement théorique elle n'utilise aucune approximation linéaire du modèle. Elle est beaucoup moins exigeante de point de vue information. Les procédures numériques qu'elle nécessite sont assez faciles à mettre en place et dépendent non pas du nombre de paramètres libres p mais du nombre de variables qui intéressent le modélisateur. Des précisions sur sa conduite pratique seront données et illustrées au chapitre 4 de ce travail.

4. RÉGIONS DE CONFIANCE BASÉES SUR DES SIMULATIONS

Dans cette section, nous considérons à nouveau le même cas que Pagan et Shannon (1985) et donc les mêmes hypothèses que la section 2. On suppose que le modélisateur dispose d'un estimateur β_T de β , basé sur un échantillon de taille T tel que la distribution asymptotique de β_T est normale:

$$\sqrt{T}(\beta_{\tau} - \beta) \xrightarrow{r \to \infty} N[0, V(\beta)] \tag{4.1}$$

avec $\det[V(\beta)] \neq 0$. On suppose en outre qu'un estimateur convergent $\hat{V} = \hat{V}_T(\beta_T)$ de $V(\beta)$ est disponible:

$$\underset{T \to \infty}{\text{plim}} \hat{V}_{T}(\hat{\beta}_{T}) = V(\beta) \quad . \tag{4.2}$$

Sous des hypothèses usuelles de régularité, on a alors:

$$\sqrt{T}[g(\hat{\boldsymbol{\beta}}_T) - g(\boldsymbol{\beta})] \xrightarrow{T \to 0} N[0, G(\boldsymbol{\beta})V(\boldsymbol{\beta})G(\boldsymbol{\beta})']$$
(4.3)

où $G(\beta)$ est une matrice de dimension (m, p):

$$G(\beta) = \frac{\partial g}{\partial \beta'}(\beta) \quad . \tag{4.4}$$

Si on suppose que

$$\operatorname{rang}[G(\beta)] = m , \qquad (4.5)$$

alors

$$W_{T}(Y) = T[g(\boldsymbol{\beta}_{T}) - Y]' \hat{\Omega}_{T}^{-1}[g(\boldsymbol{\beta}_{T}) - Y]$$
(4.6)

où $\hat{\Omega}_T = G(\beta_T)\hat{V}_T(\beta_T)G(\beta_T)'$, est asymptotiquement distribuée comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$ lorsque $Y = g(\beta)$.

Pour prendre en considération la non-linéarité de la fonction g, on peut considérer une stratégie inférentielle basée sur des simulations. À partir de (4.1), on peut écrire

$$\sqrt{T}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\tau} - \boldsymbol{\beta}) \# V(\boldsymbol{\beta})^{\frac{1}{2}} U \tag{4.7}$$

où $U \sim N[0, I_p]$ et le signe # signifie que la différence entre les deux termes est un infiniment petit en probabilité par rapport à chacun de ces termes, c'est-à-dire

$$\lim_{T \to \infty} \left[\sqrt{T} (\beta_T - \beta) - V(\beta)^{\frac{1}{2}} U \right] = 0$$
(4.8)

et donc

$$\lim_{T \to \infty} [\sqrt{T} (\hat{\beta}_T - \beta) - \hat{V}_T (\hat{\beta}_T)^{\frac{1}{2}} U] = 0 .$$
 (4.9)

Si β était connu, on pourrait simuler la distribution de β_T , et de là celles de $g(\beta_T)$ puis $W_T(Y)$, en générant N répliques indépendantes et identiquement distribuées de la variable aléatoire

$$\beta_T(\beta, U) = \beta + \frac{1}{\sqrt{T}}V(\beta)^{\frac{1}{2}}U$$
 (4.10)

où $U - N[0, I_p]$. Dans la mesure où l'approximation normale de la distribution $\sqrt{T}(\hat{\beta}_T - \beta)$ est fiable, il est raisonnable de supposer qu'une telle simulation permettra de mieux approcher les distributions des variables $g(\hat{\beta}_T)$ et $W_T(Y)$, car cette simulation tiendra compte de façon plus complète de la forme de la fonction non-linéaire g au lieu de se limiter à une approximation linéaire comme dans la section 2. Toutefois la variable β_T n'est pas simulable car β et $V(\beta)$ sont inconnus. Nous suggérons donc de remplacer β et $V(\beta)$ par leurs estimations β_T et $\hat{V}_T = \hat{V}_T(\hat{\beta}_T)$ et de simuler à la place la variable

$$\beta_T^*(\beta_T, U) = \beta_T + \frac{1}{\sqrt{T}} \hat{V}_T(\beta_T)^{\frac{1}{2}} U$$
 (4.11)

où β_T et $\hat{V}_T(\beta_T)$ sont fixés pour les fins de simulation et U est généré indépendamment de β_T et $\hat{V}_T(\beta_T)$. De là on peut calculer pour chaque réplique de U la variable

$$W_{T}^{*}(U; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U)) - g(\beta_{T})]'\Omega_{T}^{*-1}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U)) - g(\beta_{T})]$$
(4.12)

où $\Omega_T^* = G(\beta_T^*) \hat{V}_T(\beta_T^*) G(\beta_T^*)'$, ou encore de façon asymptotiquement équivalente:

$$Z_{\tau}^{\bullet}(U; \, \boldsymbol{\beta}_{\tau}) = T[g(\boldsymbol{\beta}_{\tau}^{\bullet}(\boldsymbol{\beta}_{\tau}U)) - g(\boldsymbol{\beta}_{\tau})]'\hat{\Omega}_{\tau}^{-1}[g(\boldsymbol{\beta}_{\tau}^{\bullet}(\boldsymbol{\beta}_{\tau}U)) - g(\boldsymbol{\beta}_{\tau})]$$
(4.13)

où $\hat{\Omega}_T = G(\hat{\beta}_T)\hat{V}_T(\hat{\beta}_T)G(\hat{\beta}_T)'$. Les deux statistiques définies dans (4.12) et (4.13) sont toutes

les deux asymptotiquement distribuées comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$.

<u>Proposition 4:</u> Soit U_i , i=1,...,N des répliques indépendantes et identiquement distribuées de $U\sim N(0,I_p)$. Pour β_T et $\hat{V}_T=\hat{V}_T(\beta_T)$ donnés, lorsque $Y=g(\beta)$ et lorsque l'hypothèse énoncée dans (4.5) est vérifiée, les statistiques

$$W_{i,T}(U_i; \beta_T) = T[g(\beta_T^*(\beta_T U_i)) - g(\beta_T)]' \Omega_T^{-1}[g(\beta_T^*(\beta_T U_i)) - g(\beta_T)], \tag{4.14}$$

i=I, ..., N où $\Omega_T^*=G(\beta_T^*)\hat{V}_T(\beta_T^*)G(\beta_T^*)'$ et $W_T(Y)$, sont asymptotiquement indépendantes et identiquement distribuées comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$. Il en est de même pour les statistiques

$$Z_{iT}^{*}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U_{i})) - g(\beta_{T})]'\hat{\Omega}_{T}^{-1}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U_{i})) - g(\beta_{T})], \tag{4.15}$$

$$i = 1, ..., N \circ \hat{u} \hat{\Omega}_T = G(\hat{\beta}_T) \hat{V}_T(\hat{\beta}_T) G(\hat{\beta}_T)', \text{ et } W_T(Y).$$

Des régions de confiance asymptotiquement valides peuvent alors être construites pour le vecteur des variables endogènes $Y = g(\beta)$. En effet comme la distribution asymptotique commune est $\chi^2(m)$, qui est une variable aléatoire continue, une approche basée sur le concept de test randomisé analogue à celle décrite par Dufour et Hallin (1987), et par Dufour et Kiviet (1992) (lemme 2) peut être utilisée.

<u>Lemme:</u> (Dufour et Kiviet 1992, p:5): Soit Z_j , j=1,...,N, et Z_* des variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) selon une distribution continue. Soit R_j le rang de Z_j lorsque $Z_1,...,Z_N$ sont rangés par ordre non décroissant j=1,...,N. Soit M_N le nombre de valeurs parmi $Z_1,...,Z_N$

strictement supérieures à Z_n et \overline{M}_N le nombre de valeurs parmi Z_1 , ..., Z_N strictement inférieures à Z_n c'est-à-dire:

$$R_{j} = \sum_{i=1}^{N} s(Z_{j} - Z_{i}), \quad M_{N} = N - \sum_{i=1}^{N} s(Z_{*} - Z_{i}), \quad \overline{M}_{N} = N - \sum_{i=1}^{N} s(Z_{i} - Z_{*}) \quad (4.16)$$

 $où s(x) = 1 \text{ si } x \ge 0, \text{ et } s(x) = 0 \text{ si } x < 0. \text{ Alors pour } j = 1, ..., N,$

$$P\left[\frac{R_{j}}{N} \le x\right] = 0 \qquad , \qquad \text{si } x < 0$$

$$= \frac{I(x \ N)}{N} \qquad , \qquad \text{si } 0 \le x \le 1$$

$$= 1 \qquad , \qquad \text{si } x > 1 \ , \qquad (4.17)$$

$$P[\frac{R_{j}}{N} \ge x] = 1 , \quad \text{si } x \le 0$$

$$= \frac{I((1-x)N) + 1}{N} , \quad \text{si } 0 < x \le 1$$

$$= 0 , \quad \text{si } x > 1 ,$$
(4.18)

et

$$P[\frac{M_N}{N} \le x] = P[\overline{M}_N \ge 1 - x] = 0 , \quad \text{si } x < 0$$

$$= \frac{I(x \ N) + 1}{N + 1} , \quad \text{si } 0 \le x \le 1$$

$$= 1 , \quad \text{si } x > 1$$
(4.19)

où I(x) est la partie entière de x.

Ce lemme dont la démonstration est reprise en annexe peut être utilisé sur l'un ou l'autre des deux échantillons aléatoires des variables $W_{i,T}^*(U_i, \beta_T)$ ou $Z_{i,T}^*(U_i, \beta_T)$ car les résultats sont asymptotiquement équivalents pour ces dernières. Comme ce qui nous

intéresse c'est de construire des régions de confiance nous devons "inverser" les procédures de tests pour les adapter à la construction des régions de confiance.

Soit Z_I , ..., Z_N les N répliques de la statistique $W_{i,T}(U_i, \beta_T)$ ou $Z_{i,T}(U_i, \beta_T)$. Ces N répliques sont asymptotiquement indépendantes et identiquement distribuées comme la statistique $W_T(Y)$ lorsque $Y = g(\beta)$. Soit $0 < \alpha < I$, en choisissant $c_I(\alpha)$ un nombre réel positif tel que

$$I[c_1(\alpha) \ N] \ge (1 - \alpha) \ N \ , \tag{4.20}$$

la région $\frac{R_j}{N} \le c_1(\alpha)$ est alors interprétée comme une région de confiance modifiée de niveau supérieur ou égal à I - α pour le vecteur $Y = g(\beta)$. À partir de (4.17), il est facile de voir que le point critique $c_1(\alpha)$ tel que

$$c_1(\alpha) = 1 - \frac{I(N \alpha)}{N} \tag{4.21}$$

donne une région de confiance de niveau supérieur ou égal à I - α . En effet il est facile de vérifier que

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_1(\alpha)] = P[\frac{R_j}{N} \le 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N}] = 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N} \ge 1 - \alpha \ . \tag{4.22}$$

Si en particulier $N \alpha$ est un nombre entier alors $c_i(\alpha) = 1 - \alpha$ et

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_1(\alpha)] = P[\frac{R_j}{N} \le 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N}] = 1 - \alpha \ . \tag{4.23}$$

Des résultats similaires peuvent être déduits à partir des expressions (4.18) et (4.19). En effet avec $0 < \alpha < 1$, et en choisissant $c_2(\alpha)$ un nombre réel positif tel que

$$I[(1 - c_2(\alpha)) \ N] + 1 \le \alpha \ N \ ,$$
 (4.24)

la région $\frac{R_j}{N} \ge c_2(\alpha)$ est alors interprétée comme une région critique modifiée de niveau inférieur ou égal à α pour tester l'hypothèse nulle H_0 : $Y = g(\beta)$. À partir de (4.18), il est aussi clair que le point critique $c_2(\alpha)$ tel que

$$c_2(\alpha) = 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N} + \frac{1}{N}$$
 (4.25)

donne un test de taille, $\frac{I(N \ \alpha)}{N}$ et on a:

$$\alpha - \frac{1}{N} \le P\left[\frac{R_j}{N} \ge c_2(\alpha)\right] \le \alpha . \tag{4.26}$$

Si en particulier $N \propto \text{est un nombre entier}$, on déduit

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_2(\alpha)] = \alpha \tag{4.27}$$

avec $c_2(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{N}$. Par ailleurs pour utiliser l'expression (4.19), avec $0 < \alpha < 1$ et en choisissant $c_3(\alpha)$ un nombre réel positif tel que

$$\frac{I[c_3(\alpha) \ N] + 1}{N + 1} \le \alpha , \qquad (4.28)$$

la région $\frac{M_N}{N} \le c_3(\alpha)$ ou encore $\frac{\overline{M}_N}{N} \ge 1 - c_3(\alpha)$ sont alors des régions critiques modifiées de niveau inférieur ou égal à α pour tester l'hypothèse nulle H_o : $Y = g(\beta)$. Il est aussi clair que le point critique $c_3(\alpha)$ tel que

$$c_3(\alpha) = \frac{I(N \ \alpha)}{N} + \frac{\alpha}{N} - \frac{1}{N}$$
 (4.29)

donne un test de taille $\frac{I[I(N \alpha) + (\alpha - 1)] + 1}{N + 1}$ et on a:

$$\alpha - \frac{2}{N+1} < P[\frac{M_N}{N} \le c_3(\alpha)] \le \alpha$$
 (4.30)

Si en particulier $N \alpha$ est un nombre entier, on déduit $c_3(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha}{N} - \frac{1}{N}$.

Les régions de confiance (ou régions critiques) déduites à partir de ces trois expressions sont équivalentes. Par ailleurs, comme la fonction partie entière I(.) est discrète, plusieurs valeurs de $c(\alpha)$ peuvent donner la même région critique. En effet pour $c_2(\alpha)$ par exemple, tous les points tels que $\frac{I[(1-c_3(\alpha))N]+1}{N}=\alpha \text{ correspondent à un test de la même taille et donnent une même région critique. Il faut noter aussi que les régions de confiance (et les régions critiques) déduites à partir du test randomisé <math display="block">\frac{R_j}{N} \geq c_2(\alpha) \text{ et celles déduites du test non randomisé } W_T(Y) \geq c(\alpha) \text{ où } P[W_T(Y) \geq c(\alpha)] = \alpha \text{ ne sont pas équivalentes. Cependant, comme le rapportent Dufour et Kiviet (1992), lorsque <math>N \rightarrow \infty$ et sous de faibles conditions de régularité les deux tests (et donc les régions critiques correspondantes) deviennent équivalents. Nous donnons en annexe les résultats d'une étude pilote qui comparent les performances des tests randomisés et asymptotiques basés sur la statistique de Wald. Nous utiliserons ces procédures pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG.

Notons enfin que l'approche qui consiste à simuler la distribution asymptotique de $\beta_{\scriptscriptstyle T}$ a déjà été considérée par Fair (1980, 1984) afin de calculer la moyenne et la variance

de la solution d'un modèle macro-économique non-linéaire. Ce dernier n'a toutefois pas étudié le développement de régions de confiance ni, bien sûr, exploité de concept de test de Monte Carlo.

5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, à partir de la problématique de base que pose l'incertitude sur les paramètres libres d'un MCEG, nous développons trois méthodes économétriques qui permettent de mesurer l'incertitude induite sur les variables endogènes d'un tel modèle ou de tout modèle déterministe de simulation. L'outil privilégié est celui des régions de confiance. La première méthode se base sur la statistique de Wald, d'usage courant en économétrie, est facile à rendre opérationnelle dans un MCEG lorsque des estimateurs des paramètres libres sont disponibles et proviennent d'études économétriques. Cette méthode donne des régions de confiance asymptotiquement valables lorsque l'approximation linéaire peut être retenue. La seconde méthode, beaucoup moins exigeante de point de vue information, ne nécessite aucune approximation linéaire du modèle. Sous de faibles hypothèses de régularité des régions de confiance des paramètres libres et des formes fonctionnelles des relations du modèle, cette méthode permet d'obtenir des régions de confiance sous forme d'intervalles pour chacune des variables endogènes d'un MCEG. La troisième méthode se base sur des techniques de simulation pour mieux approcher les nonlinéarités qui ne sont pas prises en considération par la méthode basée sur la statistique de Wald. C'est une méthode asymptotique qui utilise les techniques des tests randomisés pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG. Toutes ces méthodes développées sur le plan théoriques sont applicables. Leurs conduites pratiques seront illustrées sur un modèle simplifié de l'économie marocaine. Les algorithmes

numériques associés seront discutés dans le chapitre 4 de ce travail.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(Chapitre 2)

Abdelkhalek, T., (1993), "Modèles de Simulation et Modèles Calculables d'Équilibre Général: Mesures d'Incertitude et Inférence Statistique", Proposition de sujet de thèse de Ph.D. Université de Montréal.

Bernheim, B.D., Scholz, J.K., And Shoven, J.B., (1989), "Consumption Taxation in a General Equilibrium Model: How Reliable are Simulation Results?", *Document de travail*, Department of Economics, Stanford University.

Choquet, G., (1973), Cours d'Analyse, tome II: Topologie, Deuxième édition, Masson et Cie Editeurs, Paris.

Dufour, J.-M., et Hallin M., (1987), "Tests non paramétriques optimaux pour le modèle autorégressif d'ordre un", Annales d'Economie et de Statistique 6-7, 411-434.

Dufour, J.-M., and Kiviet, J.F., (1992), "Exact Tests For Structural Change In First-order Dynamic Models". *Document de travail*, Département de sciences économiques et C.R.D.E., Université de Montréal.

Fair, R. C., (1980), "Estimating the Uncertainty of Policy Effects in Nonlinear Models", Econometrica, 48 (6):1381-1391.

Fair, R. C., (1984), Specification, Estimation, and Analysis of Macroeconometric Models Harvard University Press

Gourieroux, C., et Monfort, A., (1989), Statistique et Modèles Econométriques, volumes 1 et 2, Economica, Paris.

Hájek, J., and Sidák, Z., (1967), Theory of Rank Tests, Academic Press, New York.

Harrison, G.W., and Kimbell, L.J., (1985), "Economic Interdependance in the Pacific Basin: A General Approch", in J. Piggot and J. Whalley, editors, *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis* (Cambridge, UK: Cambridge University Press).

Harrison, G.W., (1986), "A General Equilibrium Analysis of Tarrif Reduction", in T.N. Srinivasan and J. Whalley, editors, *General Equilibrium Trade Policy Modelling* (Cambridge, MA: MIT Press).

Harrison, G.W., (1989), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: A Comparison of Methodologies", *Document de travail*, Department of Economics, University of New Mexico.

Harrison, G.W., and Vinod, H.D., (1992), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: Completly Randomized Factorial Sampling Designs", *Review of Economics and Statistics*, 79:357-362.

Harrison, G.W., Jones, R., Kimbell, L.J., and Wigle, R., (1993), "How Robust Is Applied General Equilibrium Analysis?", *Journal of Policy Modeling*, 15(1):99-115.

Kehoe, T.J., (1983), "Regularity and Index Theory for Economies with Smooth Production Technologies", *Econometrica*, 51(4):895-919.

Miller, R.G., (1981), Simultaneous Statistical Inference, Second edition, Springer-Verlag, New York.

Pagan, A.R., and Shannon, J.H., (1985), "Sensitivity Analysis for Linearised Computable General Equilibrium Models", in Piggott, J. and Whalley, J. (eds.), New Developments in Applied General Equilibrium Analysis (New York: Cambridge University Press, 1985)

(New Dimensions in Applied General Equilibrium Analysis, Cambridge University Press, 104-118, London).

Pagan, A.R., and Shannon, J.H., (1987), "How Reliable Are ORANI Conclusions?", *Economic Record 33-45*.

Rao, C.R., (1973), Linear Statistical Inference and Its Applications, Second edition, John Wiley and Sons, New York.

Royden, H.L., (1968), Real Analysis, Second edition, Macmillan, New York.

Rudin, W., (1976), *Principles of Mathematical Analysis*, Third edition, McGraw-Hill, New York.

Wallace, H.A., (1973), *Introduction à la Topoloogie Algébrique*, (Traduction française de J.-L.Verley), Gauthier-Villars, Paris.

White, H., (1984), Asymptotic Theory for Econometricians, Academic Press, New York.

Wigle, R., (1991), "The Pagan-Shannon Approximation: Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes", *Empirical Economics*, 16(1):35-49.

Wilansky, A., (1970) "Topology for Analysis", Ginn and Company, Walthman.

ANNEXES DU CHAPITRE 2

PREUVES DES PROPOSITIONS ET DU LEMME

Preuve de la proposition 1

Par hypothèse la fonction g est définie et continue de $C \subset \mathbb{R}^p$ vers $g(C) \subset \mathbb{R}^m$ et C est compacte. Par conséquent, de tout recouvrement ouvert de C, on peut extraire un sous-recouvrement fini.

Soit $\{V_{\alpha}\}_{\alpha\in I}$ un recouvrement de g(C) par des ouverts de g(C). Comme g est continue, $\{g^{-1}(\{V_{\alpha}\})\}_{\alpha\in I}$ est un recouvrement ouvert de C. Et comme C est compacte, on peut extraire un recouvrement fini noté J de C, tel que: $J\subseteq I$ et $C\subset \bigcup_{\alpha\in J}g^{-1}(V_{\alpha})$. Et comme $g[g^{-1}(V_{\alpha})]\subseteq V_{\alpha}$ alors $g(C)\subset \bigcup_{\alpha\in J}V_{\alpha}$. Donc $\{V_{\alpha}\}_{\alpha\in I}$ est un recouvrement fini de g(C), c'est-à-dire que g(C) est compacte. La démonstration pour les régions de confiance marginales est similaire en remplaçant \mathbf{R}^m par \mathbf{R} et g(.) par $g_{g(.)}$. C.Q.F.D.

Preuve de la proposition 2

Par hypothèse g est définie et continue de $C \subset \mathbb{R}^p$ vers $g(C) \subset \mathbb{R}^m$, et C est connexe. Supposons que l'ensemble g(C) ne soit pas connexe. Ceci implique qu'il existe deux ensembles ouverts non-vides O_1 et O_2 dans \mathbb{R}^m tels que:⁷

i)
$$g(C) \cap O_1 \neq \emptyset$$
, $g(C) \cap O_2 \neq \emptyset$;

ii) $g(C) \subseteq O_1 \cup O_2$;

$$iii) \ g(C) \cap O_1 \cap O_2 = \emptyset \ .$$

⁷ Pour les éléments de cette preuve voir Royden (1967, page 152).

Comme la fonction g est continue, il s'ensuit que $g^{-1}(O_1)$ et $g^{-1}(O_2)$ sont deux ensembles ouverts dans \mathbb{R}^p . De plus, on a les propriétés suivantes:

$$i)\ g(C) \cap O_1 \neq \emptyset \Rightarrow \exists\ y \in {\it I\!\!R}^m \ {\rm tel\ que}\ y \in g(C) \cap O_1 \Rightarrow \exists\ \beta \in {\it I\!\!R}^p \ {\rm tel\ que}$$

$$\beta \in C \cap g^{-1}(O_1) \Rightarrow C \cap g^{-1}(O_1) \neq \emptyset$$

et de la même façon $C \cap g^{-1}(O_2) \neq \emptyset$;

ii)
$$C \subseteq g^{-1}[g(C)] \subseteq g^{-1}(O_1 \cup O_2) = g^{-1}(O_1) \cup g^{-1}(O_2);$$

iii)
$$C \cap g^{-1}(O_1) \cap g^{-1}(O_2) = g^{-1}(C \cap O_1 \cap O_2) = g^{-1}(\emptyset) = \emptyset.$$

Conséquemment, l'ensemble C n'est pas connexe contrairement à l'hypothèse de la proposition. La démonstration pour les régions de confiance marginales $g_i(C)$, i = 1, ..., m, se fait de façon analogue. C.Q.F.D.

Preuve de la proposition 3

Par hypothèse g est définie et continue de $C \subset \mathbb{R}^p$ vers $g(C) \subset \mathbb{R}^m$ et C est continue c'est-à-dire compacte et connexe. Par les propositions 1 et 2, l'image $g_i(C)$ de la région de confiance continue C est continue dans \mathbb{R} . Or les seuls sous-ensembles connexes et compacts de \mathbb{R} sont les intervalles de la forme $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$, où $g_i^L(C) > -\infty$ et $g_i^U(C) < +\infty$. C.Q.F.D.

Preuve de la proposition 4

Par définition de β_T^* on a

$$\beta_T^* = \beta_T^*(\beta_T, U) = \beta_T + \frac{1}{\sqrt{T}}\hat{V}_T(\beta_T)^{\frac{1}{2}}U$$
 (A.1)

où plim $\hat{V}_T(\hat{\beta}_T) = V(\beta)$ et $V^{\frac{1}{2}}U \sim N[0, V]$. Comme g est différentiable, on obtient par le théorème de la valeur intermédiaire:

$$g(\beta_{\tau}^{*}) = g(\hat{\beta}_{\tau}) + G(\overline{\beta}_{\tau})(\beta_{\tau}^{*} - \overline{\beta}_{\tau})$$
(A.2)

où
$$\overline{\beta}_T = \lambda_T \beta_T^* + (1 - \lambda_T) \beta_T$$
, $0 \le \lambda_T \le I$ et $G(\overline{\beta}_T) = \frac{\partial g}{\partial \beta'} (\overline{\beta}_T)$. On peut alors écrire
$$\sqrt{T} (g(\beta_T^*) - g(\beta_T)) = \sqrt{T} G(\overline{\beta}_T) (\beta_T^* - \beta_T)$$
 (A.3)

d'où

$$\sqrt{T}(g(\boldsymbol{\beta}_T^*) - g(\boldsymbol{\beta}_T)) = \sqrt{T}G(\overline{\boldsymbol{\beta}}_T)[\boldsymbol{\beta}_T + \frac{1}{\sqrt{T}}\hat{V}_T(\boldsymbol{\beta}_T)^{\frac{1}{2}}U - \boldsymbol{\beta}_T)]$$
 (A.4)

ou encore

$$\sqrt{T}(g(\beta_T^*) - g(\hat{\beta}_T)) = G(\bar{\beta}_T)\hat{V}_T(\hat{\beta}_T)^{\frac{1}{2}}U. \tag{A.5}$$

Comme β_T et donc β_T^* convergent vers β , $\overline{\beta}_T$ converge aussi vers β . Par conséquent

$$\sqrt{T}(g(\beta_T^*) - g(\beta_T)) \xrightarrow[T \to \infty]{} N(0, G(\beta)V(\beta)G(\beta)')$$
(A.6)

et les deux statistiques

$$W_{T}^{\bullet}(U; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}U)) - g(\beta_{T})]'\Omega_{T}^{\bullet - 1}[g(\beta_{T}(\beta_{T}U)) - g(\beta_{T})]$$
(A.7)

et

$$Z_T^{\bullet}(U; \beta_T) = T[g(\beta_T^{\bullet}(\beta_T U)) - g(\beta_T)]' \hat{\Omega}_T^{-1}[g(\beta_T^{\bullet}(\beta_T U)) - g(\beta_T)]$$
(A.8)

où $\Omega_T^* = G(\beta_T^*) \hat{V}_T(\beta_T^*) G(\beta_T^*)'$, et $\hat{\Omega}_T = G(\beta_T) \hat{V}_T(\beta_T) G(\beta_T)'$, sont asymptotiquement distribuées comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$. Comme par ailleurs, à partir de (A.1) on peut écrire

$$\beta_{iT}^* = \beta_{iT}^*(\beta_T, U_i) = \beta_T + \frac{1}{\sqrt{T}} \hat{V}_T(\beta_T)^{\frac{1}{2}} U_i$$
 (A.9)

pour i = I, ..., N, on a aussi

$$\sqrt{T}(\beta_{iT}^* - \beta_T) \# V(\beta)^{\frac{1}{2}} U_i \xrightarrow{T \to \infty} V[0, V(\beta)]$$
(A.10)

où les statistiques U_1 , U_2 , ..., U_N sont indépendantes et identiquement distribuées et le signe # signifie que la différence entre les deux termes est un infiniment petit en probabilité par rapport à chacun de ces termes. Par ailleurs

$$\sqrt{T}(\hat{\beta}_T - \beta) \# V(\beta)^{\frac{1}{2}} U \xrightarrow[T \to \infty]{} V[0, V(\beta)]$$
 (A.11)

Les statistiques

$$\sqrt{T}(g(\beta_{iT}^{\bullet}) - g(\beta_{T})) \# G(\beta)V(\beta)^{\frac{1}{2}}U_{i}$$
(A.12)

pour i = 1, ..., N, et

$$\sqrt{T}(g(\hat{\boldsymbol{\beta}}_T) - Y) \# G(\beta)V(\beta)^{\frac{1}{2}}U$$
 (A.13)

sont donc asymptotiquement indépendantes et identiquement distribuées. Par conséquent, comme plim $\Omega_T^r = \text{plim } \hat{\Omega}_T = G(\beta)V(\beta)G(\beta)'$, les statistiques

$$W_{iT}^{*}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]'\Omega_{T}^{*-1}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]$$
(A.14)

i = I, ..., N, et

$$W_{T}(Y) = T[g(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{T}) - Y]'\hat{\Omega}_{T}^{-1}[g(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{T}) - Y]$$
(A.15)

sont asymptotiquement indépendantes et identiquement distribuées comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$. Il en est de même pour les statistiques

$$Z_{iT}^{*}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]'\hat{\Omega}_{T}^{-1}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]$$
(A.16)

 $i = I, ..., N \text{ et } W_T(Y). \text{ C.Q.F.D.}$

Preuve du lemme (Dufour et Kiviet 1992)

Comme les variables aléatoires Z_1 , ..., Z_N sont indépendantes et identiquement distribuées selon une distribution continue, le vecteur des rangs $(R_1, R_2, ..., R_N)$ 'est, avec probabilité 1, une permutation des entiers I, I, ..., I, et chaque permutation a la même probabilité $\frac{1}{N!}$ (voir Hájek et Sidak (1967, section 2.3)). Par conséquent,

$$P[R_j = i] = \frac{1}{N}$$
 , $i = 1, 2, ..., N$ (A.17)

et

$$P[\frac{R_j}{N} \le x] = \frac{I(xN)}{N} , 0 \le x \le 1$$
 (A.18)

d'où on voit facilement que (4.17) est réalisée, et

$$P\left[\frac{R_{j}}{N} < x\right] = \frac{I(x \ N) - 1}{N} \quad , \quad \text{si} \quad x \ N \in \mathbb{N}$$

$$= \frac{I(x \ N)}{N} \quad , \quad \text{sinon} \quad . \tag{A.19}$$

Comme pour tout nombre réel z on a:

$$I(N-z) = N-z , \text{ si } z \text{ est entier},$$

$$= N-I(z)-1 , \text{ sinon },$$
(A.20)

on a alors, pour $0 \le x \le 1$,

$$P[\frac{R_{j}}{N} \ge x] = 1 - P[\frac{R_{j}}{N} < x] = \frac{(N - I(x | N) + 1)}{N}, \quad \text{si } x | N \in \mathbb{N}$$

$$= \frac{(N - I(x | N))}{N}, \quad \text{sinon},$$
(A.21)

donc

$$P[\frac{R_j}{N} \ge x] = \frac{I((1-x)N)+1)}{N}, \quad \text{si } 0 < x \le 1$$

$$= 1, \quad \text{si } x = 0,$$
(A.22)

d'où l'expression (4.18). Finalement, pour obtenir (4.19) on pose par définition $Z_{N+1} = Z_{\bullet}$, et soit

$$\tilde{R}_{N+1} = \sum_{i=1}^{N+1} s(Z_{\bullet} - Z_i)$$
 (A.23)

le rang de Z_* lorsque Z_I , ..., Z_N , Z_{N+1} sont rangées par ordre non décroissant. Comme $\tilde{R}_{N+1} = N + 1 - M_N$ et $\tilde{M}_N = \tilde{R}_{N+1} - 1 = N - M_N$ avec probabilité 1, on a alors

$$P[\frac{\overline{M}_{N}}{N} \ge 1 - x] = P[\frac{M_{N}}{N} \le x]$$

$$= P[\overline{R}_{N+1} \ge N + 1 - x N] = P\left[\frac{\overline{R}_{N+1}}{N+1} \ge 1 - \frac{x N}{N+1}\right],$$
(A.24)

d'où en utilisant (4.18) et en remplaçant N par N+1:

$$P[\frac{M_N}{N} \le x] = P[\overline{M}_N \ge 1 - x] = 0 , \quad \text{si } x < 0$$

$$= \frac{I(x \ N) + 1}{N + 1} , \quad \text{si } 0 \le x \le 1$$

$$= 1 , \quad \text{si } x > 1 ,$$
(A.25)

et donc (4.19) est établie. C.Q.F.D.

ÉTUDE PILOTE POUR COMPARER LE TEST DE WALD ET LE TEST RANDOMISÉ

Cette étude pilote est conduite sur un exemple où la fonction choisie est une fonction puissance du paramètre $g(\beta) = \beta^3$. L'hypothèse nulle que nous retenons est H_0 : $g(\beta) = 27$, c'est-à-dire $\beta = 3$. On suppose alors qu'un estimateur β de β est tel que $\sqrt{T}(\beta - 3) \rightarrow N[0, \sigma^2]$ ou $\beta \rightarrow N[3, (\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^2]$. La statistique de Wald $W_T(Y)$ associée à cette hypothèse est donc donnée par

$$W_{T}(Y) = \frac{(\beta^{3} - 27)^{2}}{9\beta^{4}(\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^{2}}.$$
 (A.26)

Dans cette étude pilote nous supposons que $\frac{\sigma}{\sqrt{T}}$ = 1 et nous générons 100 valeurs de β selon une loi N[3, 1], c'est-à-dire qu'on se place sous l'hypothèse nulle H_o . Nous calculons alors la statistique de Wald $W_T(Y)$ est nous effectuons le test au niveau 0.05. Pour calculer la puissance du test nous refaisons plusieurs fois la même chose avec 100 valeurs de β générées selon plusieurs alternatives différentes. Il s'agit des alternatives selon lesquelles β est simulée selon une loi N[1, 1], N[2, 1], N[5, 1], N[10, 1], N[12, 1], N[13, 1] et N[15, 1]. Les tests sous les alternatives sont conduits avec et sans correction du niveau obtenu sous l'hypothèse nulle. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 1 cidessous.

Pour conduire des tests randomisés, nous simulons dans ce cas deux variables aléatoires pour construire les statistiques de tests. Il s'agit de

$$\beta_{\bullet} = \beta + \frac{1}{\sqrt{T}} \sigma U \tag{A.27}$$

$$\beta \dots = 3 + \frac{1}{\sqrt{T}} \sigma U \tag{A.28}$$

où $U \sim N[0, 1]$. Nous simulons ensuite les quatre variables aléatoires suivantes:

$$W_{1T}(U,\beta) = \frac{(\beta_{*}^{3} - \beta^{3})^{2}}{9\beta_{*}^{4}(\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^{2}}$$
(A.29)

qui est la statistique qui nous intéresse et les trois autres statistiques suivantes à titre de comparaisons:

$$W_{2T}(U,\beta) = \frac{(\beta^{3} - 27)^{2}}{9\beta^{4}(\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^{2}}$$
(A.30)

$$W_{3T}(U,\beta) = \frac{(\beta_{**}^{3} - \beta^{3})^{2}}{9\beta_{**}^{4}(\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^{2}}$$
(A.31)

$$W_{4T}(U,\beta) = \frac{(\beta_{**}^3 - 27)^2}{9\beta_{**}^4(\frac{\sigma}{\sqrt{T}})^2}$$
 (A.32)

Pour chaque β parmi les 100 du cas sous l'hypothèse nulle et de deux cas sous des alternatives (N[1, 1], N[10, 1]), nous associons 99 valeurs simulées de β , et de β , à partir desquelles 99 statistiques $W_{1T}(U,\beta)$, $W_{2T}(U,\beta)$, $W_{3T}(U,\beta)$ et $W_{4T}(U,\beta)$ sont calculées. Dans chaque cas l'observation numéro 100 est donnée par la statistique de Wald qui correspond

au β de base. Les tests sont alors conduits au niveau 0.05 selon la méthode Dufour et Kiviet (1992). Les résultats des tests simulés sont donnés dans le tableau 2 ci-dessous.

Tableau 1: Résultats du test de Wald

Variable simulée pour β	Nombre de rejets (sans correction du niveau)	Nombre de rejets (avec correction du niveau)
N[3, 1]	11	05
N[1, 1]	86	74
N[2, 1]	33	26
N[5, 1]	05	00
N[10, 1]	100	38
N[12, 1]	100	85
N[13, 1]	100	98
N[15, 1]	100	100

Tableau 2: Résultats des tests simulés

Statistiques	Nombre de rejets	Nombre de rejets	Nombre de rejets	
calculées	sous H_o : $N[3, 1]$	sous H_1 : $N[1, 1]$	sous <i>H₁: N[10, 1]</i>	
$W_{1T}(U, \beta)$	02	32	97	
$W_{2T}(U, \beta)$	00	05	00	
$W_{3T}(U, \beta)$	12	86	00	
$W_{4T}(U, \beta)$	06	65	13	

Chapitre 3 UN MCEG SIMPLIFIÉ DE L'ÉCONOMIE MAROCAINE: UNE SIMULATION DE BASE

1. INTRODUCTION

Pour illustrer les nouvelles méthodes inférentielles proposées au chapitre 2, nous construisons dans ce chapitre un modèle simple ayant la structure standard des MCEG pour un seul pays représentant l'économie marocaine. Ce modèle s'inspire de ceux construits par Devarajan, Lewis et Robinson (1990), de Melo et Robinson (1989) et Martin, Souissi et Decaluwé (1993). Bien que simplifié, ce modèle permet d'illustrer les méthodes statistiques et économétriques proposées pour tenir compte de l'incertitude relative au choix des paramètres libres et à la calibration qui lui est associée. Il permet par ailleurs de rejoindre les principales explications des modèles multisectoriel plus complexes. Son importance pour nos illustrations vient du rôle capital que jouent les élasticités du commerce extérieur dans ce type de modèle. Ces élasticités, qui sont les paramètres libres de ce modèle sont estimées de façon économétrique. Une matrice de comptabilité sociale de 1985 de l'économie marocaine nous servira de base pour calibrer ce modèle. Une simulation d'illustration mais intéressante en elle même sera analysée. Elle consiste à faire augmenter de 25% les transferts des travailleurs marocains à l'étranger, source importante de devises pour ce pays.

Dans la section 2 nous présentons en détail la structure du modèle, en particulier les comportements des agents et les formes fonctionnelles retenues. Nous discutons la calibration déterministe du modèle dans la section 3 et nous mettons en lumière en particulier le rôle crucial des élasticités du commerce extérieur dans ce type de modèle. Nous présentons ensuite la simulation de référence dans la section 4. Une brève conclusion est donnée dans la section 5.

2. UN MCEG SIMPLIFIÉ DE L'ÉCONOMIE MAROCAINE

Le modèle que nous développons ici est à la fois simple et standard. En effet, comme l'objectif est l'illustration de procédures économétriques, nous avons retenu la structure la plus simplifiée qui met en évidence de façon claire la portée et les étapes des méthodes proposées. Nous croyons cependant que toutes ces approches s'appliquent dans des modèles plus complexes. C'est un modèle du type "1-2-3" qui représente l'économie d'un seul pays, le Maroc dans notre cas, à deux secteurs et trois biens. La structure de ce modèle s'inspire en particulier des travaux de Devarajan, Lewis et Robinson (1990), ainsi que de Melo et Robinson (1989). Les deux secteurs produisent deux biens. Le premier bien EX est destiné à l'exportation et n'est donc pas commercialisé sur le marché local. Le second bien D est par contre produit localement et vendu sur le marché local. Le troisième bien M est importé, il n'est pas produit dans le pays. L'hypothèse courante de "petit pays" sur le marché mondial est retenue pour le cas du Maroc. Ses exportations et ses importations se font donc à des prix donnés et fixes. Cette hypothèse fait des prix à l'exportation et à l'importation des fonctions linéaires des prix internationaux. Au niveau des agents économiques nous retenons, en sus des producteurs de biens, une seule catégorie de ménages, un gouvernement central et le reste du monde. Chacun de ces agents a des revenus et des dépenses repris en détail dans une matrice de comptabilité sociale (MCS) simplifiée (tableaux 2 et 3 en annexe).

Rappelons ici qu'une MCS est un tableau carré qui retrace tous les flux comptables de l'économie. De façon générale un compte est attribué à chaque facteur, agent, branche et produit. Les recettes de chaque compte sont enregistrées en ligne alors que les dépenses le sont en colonne. Chaque cellule représente donc la dépense du compte en colonne et la

recette du compte en ligne. De cette façon la cohérence comptable assure l'égalité des ressources et des emplois pour chaque compte dans une MCS.

Le gouvernement prélève des impôts directs et indirects ainsi que des droits de douanes. Il consomme et réalise des opérations de transferts avec les autres agents. Son épargne (ou son déficit) s'ajoute (ou se retranche) à (ou de) celles des ménages et des entreprises pour constituer l'épargne nationale qui finance partiellement le volume de l'investissement. Les ménages, dans cette modélisation statique sont supposés épargner une proportion fixe de leur revenu disponible. Le déficit de la balance courante est l'épargne du reste du monde qui complète l'épargne nationale pour financer l'investissement total ou encore l'accumulation. Comme le modèle est statique cetté accumulation n'augmente pas la capacité de production de la période en cours qui n'est déterminée que par les dotations initiales des deux facteurs. Dans le cas spécial du Maroc les transferts entre le reste du monde et les autres agents, les ménages en particulier, sont très importants. Ces transferts constituent l'une des principales sources de devises du pays. Il n'y a ni monnaie ni autres actifs financiers dans ce modèle. Deux facteurs de production primaires sont considérés, le travail et le capital. La fonction de production est une technologie à deux paliers. Dans le premier on suppose une complémentarité parfaite (une fonction Leontief) entre la consommation intermédiaire et la valeur ajoutée. Dans le deuxième palier, une fonction de production à élasticité de substitution unitaire (Cobb-Douglas) entre les deux facteurs travail et capital est spécifiée. Par ailleurs les marchés sont supposés concurrentiels et les facteurs, qui sont internationalement immobiles, sont donc rémunérés selon leurs productivités marginales. La masse salariale totale revient aux ménages alors que le rendement du capital est partagé, dans des proportions fixes, entre les ménages, les entreprises et le reste du monde.

Du côté du commerce extérieur et de sa modélisation, nous utilisons les nouvelles formulations de la théorie de la différenciation des produits du côté des exportations et des importations telle que détaillée dans de Melo et Robinson (1989). Il est évident que la modélisation retenue pour les exportations et les importations affecte largement les résultats des simulations de politiques économiques surtout lorsque celles-ci sont directement reliées au commerce extérieur. Selon cette théorie, contrairement à la théorie classique qui suppose une parfaite substituabilité entre les biens produits localement et les produits importés, une substituabilité imparfaite entre ces biens est postulée. Cette formulation est généralement connue sous l'hypothèse d'Armington. Ainsi le bien composite Q, consommé sur le marché local est une fonction à élasticité de substitution constante (CES) entre M et D. Le problème décisionnel du consommateur consiste à choisir la combinaison des quantités M et D qui minimise une dépense globale étant donné les deux prix correspondants p_M et p_D et le niveau Q. La formulation d'Armington de cette fonction CES est donnée par

$$Q = B \left(\delta M^{-\rho} + (1 - \delta) D^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}. \tag{2.1}$$

Pour avoir une interprétation plus directe on pose $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$ c'est-à-dire $\rho = \frac{1-\sigma}{\sigma}$. L'équation (2.1) devient alors

$$Q = B \left(\delta M^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} + (1 - \delta) D^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma - 1}}, \tag{2.2}$$

où B est une constante de définition des unités de mesure ou de dimension, δ est une pondération ou un paramètre de proportionnalité et σ est une élasticité de substitution constante entre les biens importés et les biens domestiques. Dans notre terminologie, compte tenu des procédures de calibration déterministe de ce type de fonctions dans les MCEG que nous reprenons ci- dessous, B et δ sont des paramètres de calibration alors que σ (ou ρ) est

un paramètre libre estimé ou emprunté à l'extérieur du modèle, indépendamment des données de l'année de référence de la MCS.

La condition de premier ordre relative à ce problème est donnée par l'égalité du rapport des prix des deux types de biens et le taux marginal de substitution entre produits importés et produits domestiques. Autrement dit

$$\frac{p_D}{p_M} = \frac{1 - \delta}{\delta} \left(\frac{D}{M}\right)^{-\rho - 1}, \tag{2.3}$$

ou encore

1

$$\frac{M}{D} = \left(\frac{\delta p_D}{(1-\delta) p_M}\right)^{\frac{1}{p+1}} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{\sigma} \left(\frac{p_D}{p_M}\right)^{\sigma}.$$
 (2.4)

Dans ce contexte de modélisation en équilibre général les deux prix p_M et p_D sont endogènes. Le prix p_C du bien composite auquel ils sont reliés par la relation (2.5), qui est aussi une équation du modèle, est endogène:

$$p_C Q = p_M M + p_D D (2.5)$$

avec

$$p_{M} = pwm (1 + tm) E \tag{2.6}$$

où pwm est le prix international des importations, tm le taux des droits de douanes à l'importation et E le taux de change nominal que l'on peut fixer dans certaines formulations de ce modèle.

Les exportations sont modélisées de façon comparable. Là encore et contrairement à la théorie classique qui suppose qu'une petite économie, comme celle du Maroc, fait face à une demande d'exportations élastique étant donné le prix international, nous supposons une différenciation de produits et de marchés. Cette hypothèse n'affecte évidemment pas l'hypothèse de "price-taker". Elle permet cependant une souplesse dans les comportements des producteurs nationaux. En effet avec cette hypothèse on suppose que ces derniers orientent leur offre, notée XX, vers le marché intérieur ou vers le marché d'exportation selon le rapport des prix. Comme il y a une différence de qualité éventuelle entre les produits vendus localement et les produits exportés, une fonction à élasticité de transformation constante (CET) entre ces deux produits est spécifiée. Remarquons qu'une hypothèse implicite est faite à ce niveau, elle suppose que toutes les exportations proviennent de la production locale et non pas du bien composite. Autrement dit, le contenu direct en importation des exportations est considéré nul, mais le contenu indirect à travers les consommations intermédiaires n'est pas nul. Les producteurs cherchent alors à maximiser leurs revenus étant donné la contrainte technologique représentée par la fonction de transformation. Ils maximisent

$$p XX = p_D D + p_E EX (2.7)$$

étant donné

$$XX = B_E \left(\gamma \ EX^{\psi} + (1 - \gamma) \ D^{\psi} \right)^{\frac{1}{\psi}}. \tag{2.8}$$

Dans ce contexte de modélisation en équilibre général, les prix des exportations p_E et celui des produits domestiques p_D sont endogènes au modèle. Le prix p du bien offert auquel ils sont reliés par la relation (2.7) est aussi endogène. Le prix des exportations p_E , évalué en

monnaie nationale est défini par

$$p_E = \frac{pwe\ E}{(1+te)}\ , \tag{2.9}$$

où pwe est le prix international des exportations, E le taux de change nominal et te le taux des droits de douanes à l'exportation.

Là encore pour avoir une interprétation plus directe on pose $\Omega = \frac{1}{\psi - 1}$ c'est-à-dire $\psi = \frac{1 + \Omega}{\Omega}$. Comme avant, B_E est une constante de définition des unités de mesure ou de dimension, γ est une pondération ou un paramètre de proportionnalité et Ω est une élasticité de transformation constante entre les biens exportés et les biens domestiques. B_E et γ sont des paramètres de calibration alors que Ω (ou ψ) est un paramètre libre estimé ou emprunté à l'extérieur du modèle, indépendamment des données de l'année de référence de la MCS.

La condition de premier ordre du problème des producteurs est donnée par l'égalité du rapport des prix des deux types de biens et le taux marginal de transformation entre les produits exportés et les produits vendus localement. Autrement dit

$$\frac{p_D}{p_E} = \left(\frac{1 - \gamma}{\gamma}\right) \left(\frac{D}{EX}\right)^{(\psi - 1)}, \qquad (2.10)$$

ou encore

$$\frac{EX}{D} = \left(\frac{(1 - \gamma) p_E}{\gamma p_D}\right)^{\Omega} = \left(\frac{1 - \gamma}{\gamma}\right)^{\Omega} \left(\frac{p_E}{p_D}\right)^{\Omega}.$$
 (2.11)

Cette façon de modéliser le commerce extérieur, étudiée en détail par de Melo et

Robinson (1989) et par Devarajan, Lewis et Robinsoon (1990) est largement utilisée dans les MCEG.⁸ Elle semble plus réaliste que la formulation classique de la parfaite substituabilité entre les biens. Les deux fonctions retenues CES et CET sont assez faciles à manipuler lors des dérivations analytiques et des calibrations des paramètres, bien qu'elles nécessitent un paramètre libre. Ce sont des fonctions homogènes de degré un par rapport à leurs arguments respectifs. Avec une hypothèse de plein emploi des facteurs, la CET définit une courbe de possibilité de production concave entre les exportations et les ventes sur le marché local.

Les équations (2.1), (2.4), (2.5), (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) et (2.11) font toutes partie de notre modèle entièrement présenté en annexe. Il y a globalement 30 équations dont une redondante pour la loi de Walras, 42 variables, 2 paramètres libres, 10 paramètres de calibration et 5 paramètres de politiques économiques de taxation. Pour pouvoir résoudre ce modèle on doit rendre exogènes 13 variables parmi les 42. Nous fixons alors de façon naturelle les deux prix mondiaux des importations et des exportations à cause de l'hypothèse de petit pays. On fixe par ailleurs les valeurs de tous les transferts entre les agents. Certains parmi eux peuvent certainement faire l'objet d'une modélisation appropriée dans le cadre d'une problématique spécifiée et précise. Un choc exogène sur le plus intéressant de ces transferts sera simulé à la section 4. La dépense du gouvernement en valeur est aussi exogène. Pour la fermeture interne du modèle, nous fixons le volume du capital et de la main d'oeuvre. Cette fermeture est dite classique dans les MCEG, contrairement aux fermetures dites Keynésienne, Kaldorienne ou à la Johansen. Pour la fermeture externe, dans cette version du modèle, le taux de change nominal est endogène alors que le solde

⁸ Pour une revue des études en équilibre général qui ont utilisé ces formulations voir Decaluwé et Martens (1988).

de la balance courante est exogène. À titre de comparaison, dans une autre version de ce modèle que nous ne présentons pas ici, c'est l'inverse qui est retenu. Le prix numéraire du modèle est le prix du bien composite p_C Remarquons enfin que le choix de fermeture de ces modèles reste arbitraire, il est aussi une grande de source d'incertitude sur les résultats des simulations, il s'agit dans le fond d'un choix entre modèles que nous comptons traiter dans des travaux futurs.

3. LA CALIBRATION DÉTERMINISTE DU MODÈLE

Pour calibrer le modèle dans le sens défini à la section 2 du chapitre 1, il faut dans une première étape retenir une année de référence et construire la matrice de comptabilité sociale qui lui est associée. Ce premier travail, qui est a priori une lourde tâche a été simplifiée par l'utilisation de la matrice construite pour l'économie marocaine de 1985 (GREI 1992). Cette matrice, fortement désagrégée (102 comptes) a été construite à partir des résultats de la dernière enquête de consommation et dépenses des ménages (1984-85) et de plusieurs autres données statistiques publiées par les divers services de l'administration marocaine. Comme aucune problématique économique spécifique n'est considérée dans ce travail, autre l'illustration de procédures économétriques, nous avons agrégé cette matrice pour la rendre compatible avec le modèle sur lequel nous voulons conduire nos applications. Une matrice de 10 comptes est donc confectionnée et nous sert comme base de calibration du modèle.9

Dans une seconde étape nous procédons justement à la calibration déterministe des

⁹ Cette matrice est reproduite en annexe sous deux formes, en symboles et en chiffres.

paramètres non libres du modèle. Ces paramètres sont généralement de deux types dans les MCEG. Comme nous l'avons précisé au chapitre 1, il y a des paramètres qui peuvent être déduits seulement à partir des données de la matrice de comptabilité sociale et il y a ceux qui nécessitent en plus la connaissance d'au moins un paramètre libre. Nous illustrons ici les procédures de calibration pour les uns et les autres sur les fonctions de comportements usuelles que nous avons retenues dans notre modèle simplifié.

Les paramètres non libres qui n'utilisent que les données d'une année de référence apparaissent généralement dans une ou plusieurs équations sous des formes linéaires. L'exemple d'illustration que nous présentons ici est celui de la calibration des paramètres de la fonction de production de type Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants pour les deux facteurs travail et capital. Comme la fonction de production est supposée être à deux paliers, la production dont il s'agit est plutôt une valeur ajoutée. Cette modélisation de la production, et ces formes de fonctions sont fréquemment utilisées dans les MCEG pour la simplicité relative de leurs expressions, des dérivations qu'elles impliquent et surtout puisque elles sont faciles à calibrer.

La forme générale de ce type de fonctions de production dans le cas de plusieurs catégories du facteur travail et un seul facteur capital par secteur est donnée par

$$VA_{i} = A_{i} \left(\prod_{l} L_{i,l}^{\alpha_{l}} \right) K_{i}^{(1-\sum \alpha_{l})}$$
(3.1)

où VA_i est la valeur ajoutée du secteur i, A_i est un paramètre d'échelle, $L_{i,l}$ est la quantité du facteur travail de type l utilisée dans le secteur i, K_i est la quantité du facteur capital utilisée dans le secteur i, $\alpha_{i,l}$ l'élasticité de la production au facteur travail de type l dans

le secteur *i*. Toute la procédure de calibration que nous illustrons peut être faite sur cette fonction de production. Cependant comme notre modèle ne distingue ni plusieurs secteurs ni plusieurs facteurs travail, et pour alléger les notations nous ignorons l'indice *i* et nous considérons un seul marché du travail. La fonction de production (3.1) devient beaucoup plus simple et prend la forme suivante:

$$VA = A L^{\alpha} K^{(1-\alpha)} \tag{3.2}$$

Dans les MCEG standards des hypothèses sur les structures des marchés sont faites. Ces hypothèses permettent de rendre compte du comportement des agents et en particulier celui des entreprises dans chaque secteur d'activité, ce qui permet de déduire les demandes de facteurs à partir des programmes de maximisation des profits. Comme dans ce travail notre souci est économétrique et non de modélisation, nous supposerons que le secteur en question est en concurrence parfaite. La condition de premier ordre associée au problème de maximisation de profits des producteurs est donnée par:

$$p_{VA} VA \alpha = w L \tag{3.3}$$

où p_{VA} est le prix de la valeur ajoutée, w est le taux de salaire du facteur travail considéré. Pour calibrer les paramètres de ce type de fonctions, les modélisateurs n'ont besoin que des données d'une année de base contenues dans la matrice de comptabilité sociale de référence. Aucune information sur des paramètres libres n'est donc nécessaire. Les données de l'année de référence dont il s'agit sont $p_{VA}VA$ qui représente la valeur ajoutée en valeur et wL qui est la masse salariale totale correspondante. L'équation (3.3) donne alors, à cause de la nature déterministe du modèle, une estimation unique de α basée sur une seule observation, celle de l'année de base:

$$\alpha = \frac{w_0 L_0}{p_{0_{y_0}} V A_0} . {3.4}$$

À partir de cette estimation de α et de l'équation (3.2), une estimation du coefficient d'échelle A de la fonction de production est alors déduite:¹⁰

$$A = \frac{VA_0}{L_0^{\alpha} K_0^{(1-\alpha)}}$$
 (3.5)

Étant donné les hypothèses précisées plus haut, il est clair que cette procédure de calibration peut être conduite pour des fonctions de production de ce type en présence de plusieurs secteurs ou plusieurs facteurs de production. Pour cet exemple et pour d'autres similaires, la procédure de calibration déterministe est presque toujours la même, elle donne une estimation ponctuelle basée sur une seule observation. Cependant au chapitre 5 de ce travail nous proposons une approche stochastique complémentaire qui permet de construire des régions de confiance pour les paramètres calibrés comme α et A de la fonction (3.2). Le cas déterministe se trouve être un cas particulier de cette approche basée sur des simulations.

Pour illustrer la calibration des paramètres qui dépendent à la fois des données de l'année de base et d'un paramètre libre, nous présentons le cas de la modélisation des importations à *la Armington* considérée dans notre modèle et présentée plus haut. Pour calibrer les paramètres des fonctions de ce type, les modélisateurs se donnent par différents moyens (estimations, revues de littérature, comparaisons internationales ou fixations

Une hypothèse implicite est faite à ce niveau. Le prix de la valeur ajoutée de l'année de base est un indice égal à un, ce qui permet de donner au volume VA_0 la valeur $p_{0VA}VA_0$.

arbitraires) une valeur pour le paramètre libre qui est l'élasticité de substitution σ dans ce cas. Cette valeur est fondamentale et est à la première étape de ce processus de calibration. À partir de la condition de premier ordre (2.4) et des données de l'année de base pour Q_o . M_o et D_o et d'une hypothèse sur la normalisation des prix de cette même année, on déduit:¹¹

$$\left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) \left(\frac{p_{0_D}}{p_{0_M}}\right),$$
(3.6)

d'où une estimation unique pour δ donnée par

$$\delta = \frac{\left(\frac{p_{0_M}}{p_{0_D}}\right) \left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{1 + \left(\frac{p_{0_M}}{p_{0_D}}\right) \left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} = h_1(\sigma).$$
(3.7)

Dans cette procédure, qui ne peut être conduite que dans cet ordre, il reste à calibrer le paramètre d'échelle B. À partir de l'équation (2.2), des données de l'année de base et de l'estimation ponctuelle retenue pour le paramètre libre σ et de celle ici déduite pour δ on a:

$$B = \frac{Q_0}{\left[\delta M_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) D_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}} = h_2(\sigma) . \tag{3.8}$$

Dans les équations (3.7) et (3.8), le rôle crucial du paramètre libre dans la

¹¹ Une hypothèse relative aux prix de l'année de référence est généralement faite dans les MCEG. Tous les prix, sauf ceux qui prennent compte de taxes ou de subventions, sont normalisés à un (des indices) pour l'année de base.

détermination des valeurs des autres paramètres apparaît de façon claire. Dans le cas ici traité par exemple, comme de façon générale $D_o > M_o$ h_1 est alors une fonction croissante de σ . Lorsque l'élasticité de substitution σ est faible, ce qui est le cas pour les pays en développement comme le Maroc, δ tend vers zéro et des problèmes numériques de résolution du modèle peuvent apparaître. D'autres détails sur ces procédures et sur une approche qui permet de construire des régions de confiance pour les paramètres calibrés comme δ et B à partir d'une région de confiance pour le paramètre libre σ sont donnés au chapitre 5. Dans ces méthodes on se donne non pas une estimation ponctuelle du paramètre libre mais plutôt une estimation ensembliste, ce qui est plus général. Tous les cas similaires où un paramètre libre apparaît sont calibrés de la même façon, c'est le cas des fonctions CES et CET largement utilisées dans les MCEG.

Les deux élasticités du commerce extérieur σ et Ω , nécessaires à la calibration de notre modèle, ont été estimées pour l'économie marocaine. En effet une première recherche dans la littérature montre un manque de travaux économétriques sur le commerce extérieur marocain. À l'exception du travail de Khan (1975), repris par Stern, Francis et Schumacker (1976), qui estime non pas les élasticités de substitution et de transformation comme celles que notre modèle fait apparaître, aucune autre estimation de ces deux paramètres n'est disponible. Les estimations qui ressortent du travail de Khan (1975) pour la période 1951-69 sont relatives aux élasticités des importations et des exportations par rapport aux rapports des prix. Ces élasticités, qui sont certes reliées aux élasticités de substitution et de transformation, sont faibles et statistiquement nulles pour le cas du Maroc pour la période étudiée.

Pour le besoin de notre modèle nous avons regroupé les données nécessaires à

l'estimation simultanée de ces deux paramètres. La période pour laquelle nous avons des données homogènes s'étale de 1962 à 1992.12 Une analyse économétrique pour le changement structurel dans les deux équations (2.4) et (2.10) où une variable d'activité économique a été ajoutée à chacune d'elles nous a amené à découper cette période en deux sous périodes qui donnent des résultats cohérents. Sans vouloir rentrer dans les détails de l'estimation de ces élasticités, puisque ce n'est pas l'objet de ce travail, précisons que du fait que les deux équations de régression qui expliquent les deux rapports $\frac{E}{D}$, $\frac{D}{M}$ sont généralement affectées par des perturbations aléatoires corrélées, le système a été estimé par la procédure des régressions empilées (Seemingly Unrelated Regressions Equations SURE) et ceci pour différentes périodes. Il est en effet économiquement admis que les chocs qui affectent les exportations et leurs déterminants affectent les importations et inversement, d'où la corrélation des erreurs. A priori les estimateurs des deux élasticités ne seraient donc pas indépendants. La contrainte implicite ou explicite de la balance courante dans les MCEG ou dans d'autres modèles macro-économiques est d'ailleurs une autre justification à cette éventuelle corrélation des erreurs. Un test pour la corrélation contemporaine entre les erreurs associées aux deux équations estimées pour la période considérée (1964-1972) rejette d'ailleurs l'hypothèse de l'absence de cette corrélation entre les erreurs. Les résultats que nous obtenons montrent que dans presque tous les cas les estimations des deux élasticités sont faibles et statistiquement nulles. L'estimation simultanée des deux élasticités du commerce extérieur Ω et σ par la méthode SURE produit en particulier un estimateur de la matrice de covariance des deux estimateurs. Cet estimateur est nécessaire à la conduite des analyses de sensibilité des résultats du modèle par les méthodes que nous proposons dans ce travail. Par souci de simplification nous ne reproduisons ici que les résultats



¹² Toutes les données utilisées sont tirées de la publication du FMI "Statistiques financières internationales", janvier 1994 et de l'annuaire de 1992.

nécessaires à la résolution du modèle et à la conduite des procédures décrites au chapitre 2. Les estimations obtenues pour les deux élasticités et pour la matrice de covariance correspondante sont:¹³

$$\begin{pmatrix} \hat{\Omega}_T \\ \hat{\sigma}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.392957 \\ 1.432371 \end{pmatrix} ,$$
(3.9)

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix}. \tag{3.10}$$

Compte tenu des estimations de ces deux paramètres libres le modèle est écrit pour la résolution numérique qui donne, lorsque celui-ci est correctement spécifié, d'une part la valeur de tous les paramètres non libres et d'autre part la solution du modèle pour l'année de référence qui servira comme base à la comparaison après la simulation d'intérêt à effectuer. 14

4. UNE SIMULATION

De façon générale, tout MCEG est construit pour étudier et simuler les conséquences d'une ou plusieurs politiques économiques ou de tout changement dans l'environnement externe du modèle. Le choc est introduit en modifiant les valeurs de l'une ou de plusieurs variables exogènes. Une fois le changement fait, le modèle est résolu pour un nouvel équilibre. Dans notre cas, pour l'illustration mais aussi pour l'intérêt de l'exercice pour le

¹³ Les données de base et les détails sont reproduits en annexes générales.

¹⁴ La résolution numérique du modèle est faite par le logiciel GAMS-MINOS.

cas du Maroc, nous considérons un choc qui consiste en un accroissement de 25% des transferts du reste du monde aux ménages. Ces transferts, constitués essentiellement des rapatriements de fonds effectués par les travailleurs marocains à l'étranger, sont une source importante de devises au pays. En effet ils procurent au pays plus de devises que les exportations du phosphate brut et le tourisme. Ils contribuent, du moins a priori, aux corrections des déséquilibres externes de l'économie marocaine. Ces transferts de revenus ont d'ailleurs pris de l'ampleur à partir du début des années 80 du fait de l'augmentation des flux de retour ou en préparation de celui-ci, et aussi comme réaction aux diverses politiques incitatives mises en place par les pouvoirs publics.¹⁵ Comme ces transferts s'opèrent par plusieurs canaux, ils sont statistiquement assez mal saisis. Ils passent soit par des circuits officiels ou encore sous forme de liquidités lors des vacances ou enfin par le biais de compensations entre compatriotes ou même sous forme d'achats de biens matériels importés. Seule la première composante de ce flux est comptabilisée par l'appareil statistique dans les balances de paiements. Cependant, l'observation de l'évolution dans le temps de cette composante montre une progression régulière, le taux de croissance annuel moyen était de 22% entre 1970 et 1990.16 Cette évolution semble confirmer une réaction positive de ces transferts aux diverses mesures incitatives mises en place dans ce sens par les pouvoirs publics. Ainsi, à cause de leur importance, l'étude de l'impact économique de ces rapatriements sur les équilibres de l'économie marocaine nous semble pertinente. Notre cadre de modélisation en équilibre général, bien qu'il n'ait ici qu'une portée d'illustration de méthodes économétriques, répond à certaines questions dans ce sens. Les effets directs de ces transferts se traduisent sur le revenu, la consommation et l'épargne des ménages, et

¹⁵ Entre janvier 1982 et juillet 1992, Cherkaoui (1992) recense pas moins de 10 mesures incitatives directement en faveur des travailleurs marocains à l'étranger qui effectuent des transferts de devises.

¹⁶ Voir à ce sujet la lettre du Centre Marocain de Conjoncture (1991)

indirectement sur les recettes du gouvernement et sur l'investissement total. Toutes ces grandeurs, et d'autres réagissent donc au choc exogène que nous simulons. Les investissements que ces transferts permettent de financer ne sont pas nécessairement les plus rentables au niveau de l'économie dans son ensemble. En effet il semble que les principales utilisations de ces fonds se retrouvent dans l'immobilier, la construction et quelques petits commerces. Par cette simulation nous ne prétendons pas présenter une analyse complète des effets de ces transferts.

L'analyse des résultats numériques de la simulation, résumés dans le tableau (5.1) ci-dessous, montre qu'effectivement cet afflux supplémentaire de devises augmente le revenu des ménages, leur épargne, leur consommation et donc toute la demande, qu'elle soit pour le bien composite ou pour le bien domestique. Comme la structure du modèle et en particulier sa fermeture, ne permettent pas une augmentation de l'offre (ni de la valeur ajoutée ni des consommations intermédiaires), le prix des produits domestiques augmente entraînant ainsi une demande accrue des produits importés, à cause de la substituabilité bien que faible entre ces produits. Une autre composante qui appuie cette tendance vient du fait que cet afflux de devises fait diminuer le taux de change nominal c'est-à-dire une appréciation de la monnaie nationale. Le taux de change nominal est, rappelons-le, endogène dans la version retenue du modèle. Cette surévaluation entraîne un recul des exportations et une augmentation des importations qui se font avec des prix internationaux inchangés. Comme en valeur les importations augmentent plus que la baisse des exportations, et comme les taux de droits de douanes sont supérieurs pour les importations, les recettes du gouvernement augmentent. Par ailleurs, avec une augmentation du revenu des ménages, les taxes directes augmentent, l'épargne du gouvernement suit, ou plus exactement, son déficit diminue. Le solde de la balance courante, qui est aussi l'épargne du reste du monde étant exogène il est maintenu fixe dans cette version du modèle. Toutes les épargnes augmentent ou demeurent constantes. L'investissement total, sous la fermeture classique retenue, suit et exerce une pression supplémentaire sur la demande interne et sur les importations. Toutes ces tendances sont des symptômes de ce qui est dit le "syndrome Hollandais" ou "the Duch disease".

Tableau 1: Résultats chiffrés de la simulation sur quelques variables endogènes d'intérêt.

Variables ¹	Valeur de base	Valeur après Variation de la variable		la variable
	MCS 1985	la simulation ²	en valeur	en %
VA	116858.000	116858.000	0.0000	0.0000
CI	121584.800	121584.800	0.0000	0.0000
X	238442.800	238442.800	0.0000	0.0000
p_D	1.000	1.00602	0.00602	0.60200
Рc	1.000	1.000	0.0000	0.0000
Рм	1.21134	1.18247	-0.02887	-2.38331
p_E	0.98966	0.96607	-0.02359	-2.38365
E	1.000	0.97617	-0.02383	-2.38300
СМ	83829.100	85948.75722	2119.65722	2.52855
IT	35122.800	35666.55332	543.75332	1.54815
M	42806.000	44761.86308	1955.86308	4.56913
EX	32198.000	31867.92374	-330.07626	-1.02515
D	209847.000	210168.7960	321.79600	0.15335
Q	261699.700	264363.111	2663.41100	1.01774
YM	102093.100	104674.571	2581.47100	2.52855
YG	23402.700	23709.12414	306.42414	1.30935
TAXM	9046.700	9234.58631	187.88631	2.07685
TAXE	333.000	321.73096	-11.26904	-3.38410
SM	14116.000	14472.92953	356.92953	2.52855
SG	-4677.600	-4371.17586	306.42414	6.55088

¹ Toutes les variables du modèle sont définies en annexe.

² Augmentation de 25% des transferts du reste du monde aux ménages.

5. CONCLUSION

Les réactions observées des variables endogènes du modèle, surtout les importations, les exportations et la demande intérieure du bien domestique dépendent bien entendu des niveaux de substituabilité entre ces biens reflétés par les deux élasticités Ω et σ. En effet plus ces élasticités sont faibles plus des chocs comme celui que nous simulons ici ou d'autres sur les termes de l'échange produisent de grands effets et inversement. Les résultats de la simulation ici présentés et discutés sont relatifs à l'observation d'une valeur ponctuelle du vecteur des variables endogènes, celle qui découle de la résolution du modèle étant donné les estimations des deux élasticités et la nouvelle valeur d'une variable exogène. Toute analyse sérieuse doit questionner la robustesse de ces conclusions compte tenu au moins de l'incertitude sur les estimations utilisées. Les méthodes descriptives rapportées et décrites au chapitre 1 conduisent des analyses de sensibilité sur les solutions des variables endogènes en spécifiant des domaines de variation discrets pour chacune des deux élasticités. Les méthodes que nous développons sont plutôt probabilistes, elles permettent de construire des régions de confiance pour des variables endogènes prises individuellement ou simultanément. Ces régions donnent une idée de l'impact de l'incertitude sur ces paramètres, qui se trouve statistiquement résumée dans la matrice de covariance des deux estimateurs, sur les variables endogènes du modèle. La construction de telles régions de confiance pour certaines variables d'intérêt de ce modèle standard de l'économie marocaine fait l'objet du chapitre 4 de ce travail.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(Chapitre 3)

Brooke, A., Kendrick, D., and Meeraus, A., (1988), GAMS: A User's Guide, Palo Alto: The Scientific Press Redwood City, CA.

Centre Marocain de Conjoncture, (1991), "Les transferts des TME: tendances et comportements", lettre du CMC n°7/8, octobre-novembre.

Cherkaoui, M., (1992), "Inventaire des mesures de politique économique prises au Maroc de janvier 1982 à juillet 1992", monographie 2 du GREI Rabat.

Condon, T., Dahl, H., Devarajan, S., (1987), "Implementing a computable general equilibrium model on Gams, The Cameroon Model", Development Research Department, *Economics and Research Staff*, World Bank.

Decaluwé, B., et Martens, A., (1988), "CGE Modeling and Developing Economics: A Concise Empirical Survey of 73 Applications to 26 Countries", *Journal of Policy Modeling* 10(4), 529-568.

de Melo, J., and Robinson, S., (1989), "Product Differentiation and General Equilibrium Models of Small Economies", *Journal of International Economics* 27:47-67.

de Melo, J., and Robinson, S., (1992), "Productivity and externalities: models of export-led growth", The journal of International Trade & Economic Development, 1 (1).

Devarajan, S., Lewis, J.D., and Robinson, S., (1990), "Policy Lesson from Trade-Focused Two Sector Models", *Journal of Policy Modeling* 12:4, 625-657

Fomby, T.B., Carter Hill, R., and Johnson, S.R., (1984), Advanced Econometric Methods,

Springer-Verlag, New York.

Fond Monétaire International, (1992), (1994), Statistiques Financières Internationales (Annuaire).

Gouriéroux, C., et Monfort, A., (1989), Statistique et Modèles économétriques Volumes 1 et 2, Economica, Paris.

GREI, (1992), "La matrice de comptabilité sociale du Maroc de 1985", monographie 1, Centre d'études stratégiques, Faculté des sciences juridiques, économiques et sociales, Université Mohammed V, Rabat.

Khan, M.S., (1975), "Import and Export Demand in Developing Countries", *IMF Staff papers*, volume 21:678-693, Washington D.C., International Monetary Fund.

Martin, M.-C., Souissi, M., et Decaluwé, B., (1993), "Les modèles calculales d'équilibre général: les aspects réels", École PARADI de Modélisation de politiques économiques de développement, volume 2, GREPE, Université Laval et CRDE, Iniversité de Montréal.

Mansur, A., and Whalley, J., (1984), "Numerical Specification of Applied General Equlibrium Models: Estimation, Calibration, and Data", In Scarf, H.E., Shoven, J.B., (eds.) Applied general equilibrium analysis, Cambridge University Press.

Reinert, K.A., and Roland-Holst, D.W., (1992), "Armington Elasticities for United States Manifacturing Sectors", *Journal of Policy Modeling* 14(5):631-639.

Shoven, J.B., and Whalley, J., (1984), "Applied General Equilibrium Models of Taxation and International trade: an Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature* 22:1007-1051.

Stern, R.M., Francis, J., and Schumacker B., (1976), Price Elasticities in International Trade: An Annotated Bibliography, For the Trade Policy Centre, London, Macmillan.

ANNEXES DU CHAPITRE 3

Tableau 2: Matrice de comptabilité sociale des symboles 17

	Facteurs	eurs		Agents	nts		Branche	Marchés	hés	Accumu.	Total
	,	2	3	4	5	9	7	8	6	10	11
1. Travail							W				W
2. Capital							RK				RK
3. Ménages	W	KM			ТСМ	TRM					YM
4. Entreprises		KE			TGE						YE
5. État			WДI	IDE		TRG	11	TM	TE		SZ
6. R. du Monde		KR		TER	TGR			М			YR
7. Branche								а	EX		XX
8. Marché int.			2		9		CI			IT	XX
9. Marché ext.						ET					ET
10. Accumulation			ЖS	SE	SG	BOC					ST
11. Total	W	RK	YM	YE	YG	YR	XX	VX	ET	IT	
			T								

17 La forme de cette matrice s'inspire des matrices de comptabilité sociale construites pour les Écoles PARADI par Martin, Souissi et Decaluwé (1993).

Légende de la matrice de comptabilité sociale des symboles

W: Masse salariale totale

RK: Revenu total du capital

KM: Revenu du capital allant aux ménages

TGM: Transferts du gouvernement aux ménages

TRM: Transferts du reste du monde aux ménages

KE: Revenu du capital allant aux entreprises

TGE: Transferts du gouvernement aux entreprises

IDM: Impôts sur le revenu des ménages

IDE: Impôts sur le revenu des entreprises

TRG: Transferts du reste du monde au gouvernement

II: Impôts indirects

TM: Droits de douanes à l'importation

TE: Droits de douanes à l'exportation

KR: Revenu du capital allant au reste du monde

TER: Transferts des entreprises au reste du monde

TGR: Transferts du gouvernement au reste du monde

M: Importations (évaluées en Dh)

D: Production domestique offerte sur le marché local

EX: Exportations au prix international (évaluées en Dh)

C: Consommation des ménages

G: Consommation du gouvernement

CI: Total des consommations intermédiaires

IT: Investissement total

ET: Exportations au prix domestique

SM: Épargne des ménages

SE : Épargne des entreprises

SG: Épargne du gouvernement

BOC: Solde de la balance courante ou épargne du reste du monde

ST: Épargne totale

YM: Revenu des ménages

YE: Revenu des entreprises

YG: Revenu du gouvernement

YR: Revenu du reste du monde

XX: Offre totale en valeur (taxes incluses)

VX: Demande totale en valeur

ST: Épargne totale

Tableau 3: Matrice de comptabilité sociale agrégée de l'économie marocaine pour 1985 (millions de dirhams) 18

Total	Total	66887.2	49970.8	102093.1	23899.4	23402.7	50504	241712	261699.7	32198	35122.8	
Accumu.	Accumu.								35122.8			35122.8
Marchés	Mar.ext.					333		31865				32198
Mar	Mar.int.					9046.7	42806	209847				261699.7
Branche	Branche	66887.2	49970.8	,		3269.2			121584.8			241712
	RDM			9932.2		323.8				32198	8050	50504
ıts	État			238.8	1047.5		5631		21163		-4677.6	23402.7
Agents	Entrep.	,,,,,			·	6282	-17				17634.4	23899.4
	Ménages					4148			83829.1		14116	102093.1
eurs	Capital			25034.9	22851.9		2084					49970.8
Facteurs	Travail			66887.2								66887.2
		-	2	3	4	5	9	7	8	6	10	11

¹⁸ Cette matrice de comptabilité sociale est une version agrégée que nous avons construit à partir de la matrice de comptabilité sociale du Maroc de 1985 du GREI (1992)

Les équations du modèle

$$VA = A L_d^{\alpha} K^{(1-\alpha)}$$
 (E.1)

$$X(1-\nu) = VA \tag{E.2}$$

$$CI = v X$$
 (E.3)

$$XX = (1+tx)X \tag{E.4}$$

$$L_d w = \alpha p_{VA} VA \tag{E.5}$$

$$YM = (w L_d) + (E*TRM) + TGM + (\lambda_m RK)$$
 (E.6)

$$RK = p_{v_A} VA - w L_d \tag{E.7}$$

$$YDM = YM(1-tvm) (E.8)$$

$$SM = psm \ YDM \tag{E.9}$$

$$YE = \lambda_{\epsilon} RK + TGE \tag{E.10}$$

$$SE = YE(1-tye) - TER (E.11)$$

$$YG = (tym \ YM) + (tye \ YE) + (E*TRG) + TAXX + TAXM + TAXE$$
 (E.12)

$$TAXX = tx \ p \ X \tag{E.13}$$

$$TAXM = tm \ E \ pwm \ M$$
 (E.14)

$$TAXE = te \ p_E \ EX \tag{E.15}$$

$$SG = YG - (TGM + TGE + G + TGR)$$
 (E.16)

$$CM = (1 - psm)YDM (E.17)$$

$$IT = SE + SM + SG + E*BC$$
 (E.18)

$$p XX = p_D D + p_E EX (E.19)$$

$$p_{VA} = p XX - TAXX - p_C CI$$
 (E.20)

$$p_{M} = pwm (1 + tm) E \tag{E.21}$$

$$p_E (1 + te) = pwe E \tag{E.22}$$

$$p_C Q = p_D D + p_M M ag{E.23}$$

$$XX = B_E \left(\gamma EX^{\Psi} + (1 - \gamma) D^{\Psi} \right)^{\frac{1}{\Psi}}$$
 (E.24)

$$EX = \left(\frac{p_E}{p_D}\right)^{\Omega} \left(\frac{1 - \gamma}{\gamma}\right)^{\Omega} D \tag{E.25}$$

$$Q = B \left[\delta \ M^{-\rho} + (1 - \delta) \ D^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}$$
 (E.26)

$$M = \left[\frac{\delta}{1 - \delta}\right]^{\sigma} \left[\frac{p_D}{p_M}\right]^{\sigma} D \tag{E.27}$$

$$BC = pwm M + \frac{1}{E} (TER + TGR + (1 - \lambda_e - \lambda_m) RK) - (TRM + TRG + pwe EXE.28)$$

$$p_C Q = CM + p_C CI + IT + G \tag{E.29}$$

$$L_s = L_d \tag{E.30}$$

Définitions des variables et des paramètres du modèle

Les variables

- La production

VA Valeur ajoutée en volume

CI Consommation intermédiaire en volume

X Volume de la production

XX Offre globale (taxes ou subventions incluses)

- Les facteurs de production

K Stock de capital (exo)

 L_s Offre de travail (exo)

 L_d Demande de travail

- Les prix

w Taux de salaire

 p_{VA} Prix à la valeur ajoutée

p Prix à la production

 p_D Prix des produits domestiques

 p_C Prix du bien composite (num)

 p_{M} Prix intérieur du bien importé

pwm Prix international des importations en devises (exo)

 p_E Prix intérieur des exportations

pwe Prix international des exportations en devises (exo)

E Taux de change nominal

- Composantes de la demande

CM Consommation des ménages en valeur

IT Investissement total en valeur

G Consommation du gouvernement en valeur (exo)

M Importations de biens en volume

EX Exportations de biens en volume

D Demande intérieure du bien domestique en volume

O Demande de biens composites en volume

- Les revenus, taxes, transferts et épargnes

YM Revenu des ménages

YDM Revenu disponible des ménages

YE Revenu total des entreprises

YG Revenu du gouvernement

RK Revenu total du capital

TAXX Taxes indirectes à la production

TAXM Taxes sur les importations

TAXE Taxes sur les exportations

TGE Transferts du gouvernement aux entreprises (exo)

TGR Transferts du gouvernement au reste du monde (exo)

TGM Transferts du gouvernement aux ménages (exo)

TRG Transferts en devises du reste du monde au gouvernement (exo)

TRM Transferts en devises du reste du monde aux ménages (exo)

TER Transferts des entreprises au reste du monde (exo)

SM Épargne des ménages

SE Épargne des entreprises

SG Épargne du gouvernement

BC Balance courante (exo)

(exo): La variable est exogène dans le modèle

(num): Le numéraire du modèle

Les paramètres

- Les paramètres libres
- Ω Élasticité de transformation constante dans la CET avec $Ω = \frac{1}{\psi 1}$ σ Élasticité de substitution constante dans la fonction Armington avec
- Les paramètres calibrés
- v Coefficient technique de production
- α Élasticité dans la fonction de production Cobb-Douglas
- A Coefficient d'échelle dans la fonction de production Cobb-Douglas
- pms Propension marginale à épargner des ménages
- λ_m Proportion du revenu du capital allant aux ménages
- λ_z Proportion du revenu du capital allant aux entreprises
- γ Paramètre de proportionnalité dans la CET
- B_F Coefficient d'échelle dans la CET
- δ Paramètre de proportionnalité dans la fonction Armington
- B Coefficient d'échelle dans la fonction Armington
- Les paramètres de politiques économiques (calibrés)
- tx Taux d'imposition à la production
- tym Taux d'imposition sur le revenu des ménages
- tye Taux d'imposition sur le revenu des entreprises
- te Taux des droits de douanes à l'exportation

tm Taux des droits de douanes à l'importation

Chapitre 4

INFÉRENCE STATISTIQUE POUR LES MCEG: LES APPLICATIONS

1. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est d'illustrer la mise en application des trois approches proposées au chapitre 2 pour construire des régions de confiance pour certaines variables endogènes d'intérêt dans un MCEG. Le modèle et la simulation qui seront utilisés sont ceux développés et discutés au chapitre 3. Nous verrons qu'étant donné l'incertitude sur les estimateurs des élasticités du commerce extérieur, même avec un modèle et une simulation standards, les conclusions déduites à partir des résultats des estimations ponctuelles sont remises en cause et nuancées en regardant les intervalles de confiance pour certaines variables endogènes.

Comme pour le cadre théorique, la première méthode considérée et illustrée à la section 2 est celle basée sur la statistique de Wald. La deuxième approche illustrée à la section 3 est celle qui suppose qu'une région de confiance pour les paramètres sujets à de l'incertitude dans le modèle est disponible. Elle permet de dériver des régions de confiance pour les variables endogènes en utilisant une méthode de projection. La section 4 présente les résultats de la méthode basée sur des simulations et sur les tests randomisés.

Dans chaque cas nous rappelons d'abord, lorsque nous le jugeons utile, certaines parties du cadre théorique de l'approche illustrée. Nous présentons ensuite la mise en pratique numérique de chaque méthode dans un cadre général et dans le cas du modèle d'illustration retenu. Les résultats des différentes méthodes sont commentés et comparés.

2. RÉGIONS DE CONFIANCE DE TYPE WALD

L'approche que nous illustrons dans cette section est celle qui se base sur la statistique de Wald. À partir de la structure générale d'un MCEG déterministe on cherche à tenir compte de l'incertitude sur l'estimation du vecteur β des paramètres libres. Dans notre cas ce vecteur est de dimension 2 et contient les deux élasticités du commerce extérieur Ω et σ . Pour fixer les idées nous reprenons l'écriture du modèle sous forme compacte telle que construite au chapitre 1, c'est-à-dire:

$$Y = g(\beta) \tag{2.1}$$

où $\beta = \begin{pmatrix} \Omega \\ \sigma \end{pmatrix}$. Nous considérons un estimateur β_T de β basé sur un échantillon de taille T tel que la distribution asymptotique de β_T est normale:

$$\sqrt{T}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_T - \boldsymbol{\beta}) \xrightarrow[T \to \infty]{} N[0, V(\boldsymbol{\beta})] .$$
(2.2)

Comme dans notre cas le vecteur de paramètres β est estimé par des méthodes économétriques usuelles cette exigence est satisfaite. En effet sous les hypothèses standards relatives aux modèles à régressions empilées (SURE) l'estimateur β_T de β a une distribution asymptotiquement normale. On suppose par ailleurs qu'un estimateur convergent $\hat{V}_T = \hat{V}_T(\hat{\beta}_T)$ de $V(\beta)$ est disponible:

$$\lim_{T \to \infty} \hat{V}_T(\hat{\beta}_T) = V(\beta) . \qquad (2.3)$$

Dans le cas de nos deux élasticités, un estimateur convergent de la matrice de covariance

¹⁹ Voir par exemple Fomby, Carter Hill et Johnson (1984, pages 155-167).

asymptotique est donné par:

$$\hat{V}_{\tau} = T \hat{\Sigma} \tag{2.4}$$

où $\hat{\Sigma}$ est l'estimateur de la matrice de covariance des estimateurs en échantillon fini. Rappelons aussi que les estimations obtenues pour nos deux élasticités et pour la matrice de covariance correspondante sont:

$$\beta_T = \begin{pmatrix} \hat{\Omega}_T \\ \hat{\sigma}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.392957 \\ 1.432371 \end{pmatrix} , \qquad (2.5)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{V}_T = \begin{pmatrix} 1.667727 & -0.153864 \\ -0.153864 & 0.217017 \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

Remarquons que les diverses méthodes descriptives d'analyse de sensibilité dans les MCEG que nous avons présentées au chapitre 1 supposent une indépendance entre les estimateurs de tous les paramètres libres. Une telle hypothèse donnerait des matrices de covariance diagonales et simplifierait les calculs. Nous ne faisons pas cette hypothèse ici.

Sous des hypothèses usuelles de régularité, satisfaites dans notre MCEG simple et standard, on a:

$$\sqrt{T}[g(\beta_T) - g(\beta)] \xrightarrow[T \to \infty]{} N[0, G(\beta)V(\beta)G(\beta)']$$
(2.7)

où $G(\beta)$ est la matrice Jacobienne de dimension (m, p), m étant le nombre de variables endogènes et p le nombre de paramètres libres sujets à de l'incertitude (2 dans notre cas):

$$G(\beta) = \frac{\partial g}{\partial \beta'}(\beta)$$
 (2.8)

Si on suppose que

$$\operatorname{rang} \left[G(\beta) \right] = m , \qquad (2.9)$$

alors on sait que

$$W_{T}(g(\beta)) = T [g(\beta_{T}) - g(\beta)]' \hat{\Omega}_{T}^{-1} [g(\beta_{T}) - g(\beta)]$$
 (2.10)

où $\hat{\Omega}_T = G(\beta_T)\hat{V}_T(\beta_T)G(\beta_T)'$, est asymptotiquement distribuée comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$ lorsque $Y = g(\beta)$.²⁰

De façon générale la matrice $G(\beta_T)$ des dérivées partielles ne peut être évaluée que de façon numérique dans les MCEG. En effet outre la première résolution qui réplique l'année de base moyennant l'estimation de β et les valeurs initiales des variables exogènes, une deuxième résolution pour la simulation de la politique économique étudiée est effectuée avec la même estimation de β en introduisant la modification appropriée des variables exogènes. La solution du modèle, après ces modifications est conservée car elle peut éventuellement être utilisée pour l'évaluation de la matrice $G(\beta_T)$ dans le cas des perturbations non symétriques. En effet l'approximation des dérivées partielles qui composent cette matrice peut être faite en prenant des perturbations soit symétriques soit non symétriques autour de chacun des paramètres sujets à de l'incertitude selon la dimension du vecteur β et le temps machine de résolution du modèle. Dans le cas des

²⁰ Voir Gourieroux et Monfort (1989, R.245 page 556, volume 2).

perturbations symétriques le modèle doit être résolu 2p fois, en plus des deux résolutions de base, alors qu'il ne l'est que p fois pour des perturbations non symétriques. Le gain de précision entre les deux méthodes d'approximation dépend de la concavité de la fonction g(.), donc de la non-linéarité du modèle étudié par rapport aux paramètres. Cependant dans les deux cas, les perturbations considérées sur les deux paramètres doivent être très petites et faites sur un paramètre à la fois. Dans chaque cas le modèle est résolu avec un nouveau vecteur de paramètres et les mêmes valeurs pour les variables exogènes. Les différences entre les deux solutions dans le cas des perturbations symétriques, ou encore la différence entre une solution avec une perturbation non symétrique et la solution de base de la simulation sont utilisées pour approcher les dérivées partielles. De façon plus formelle l'algorithme que nous utilisons et qui permet de construire la matrice $G(\beta_T)$ dans le cas des perturbations symétriques se présente comme suit:

(1) Résoudre le modèle avec l'estimation β_T du vecteur β et le calibrer de façon à répliquer l'année de base telle que décrit dans les équations (2.2) et (2.3) du chapitre 1; (2) calculer le nouvel équilibre relatif à la politique économique envisagée:

$$Y = g(\hat{\beta}_T) \tag{2.11}$$

où Y est le vecteur des variables endogènes, solution du modèle, déduit avec le nouveau vecteur X_I des variables exogènes;

(3) modifier la composante β_T^k de β_T en $(\beta_T^k + h)$ puis en $(\beta_T^k - h)$ où h est petit. Dans notre cas nous prenons $h = \frac{\beta_T^k}{1000}$;

(4) résoudre deux fois le modèle avec de nouvelles composantes pour β_T et avec la politique économique envisagée. Les paramètres calibrés qui sont fonctions des paramètres libres sont bien entendu modifiés après chaque perturbation d'un paramètre libre;

(5) déduire l'approximation des dérivées partielles par rapport à la kième composante de β de la façon suivante:

$$\frac{\partial g}{\partial \beta_{h}'}(\beta_{T}) = \frac{g(\beta_{T}^{1}, ..., \beta_{T}^{k} + h, ..., \beta_{T}^{p}) - g(\beta_{T}^{1}, ..., \beta_{T}^{k} - h, ..., \beta_{T}^{p})}{2h}; \qquad (2.12)$$

(6) changer k en passant à une autre composante de β_T et aller à l'étape (3) jusqu'à ce que toutes les composantes sujettes à de l'incertitude soient perturbées.

Cet algorithme permet de construire la matrice $G(\beta_T)$ pour n'importe quelles valeurs de p et de m. Comme \hat{V}_T est connu, on calcule facilement la matrice carrée $\hat{\Omega}_T$. Cependant, à cause de la condition de rang (2.9), qui peut ne pas être satisfaite lorsque m > p c'est-à-dire lorsque lorsqu'il y a plus de variables endogènes que de paramètres sujets à de l'incertitude dans le modèle, des régions de confiance simultanées de type ellipsoïdale ne peuvent être construites que pour un nombre de variables endogènes au plus égal au nombre de paramètres sujets à de l'incertitude. Dans notre cas avec p=2, des régions de confiance simultanées pour des paires de variables endogènes, en plus des régions de confiances marginales ou individuelles pour chaque variable endogène, peuvent être construites. En effet lorsque la matrice $\hat{\Omega}_T$ ou la sous-matrice associée aux variables d'intérêt est inversible alors on voit facilement à partir de (2.10) que l'ensemble

$$C(\alpha) = \{g(\beta): W_{\tau}(g(\beta)) \le \chi_{\alpha}^{2}(m)\} = \{g(\beta): T[g(\beta_{\tau}) - g(\beta)]' \hat{\Omega}_{\tau}^{-1}[g(\beta_{\tau}) - g(\beta)] \le \chi_{\alpha}^{2}(m)\} (2.13)$$

où $P[\chi^2(m) \ge \chi^2_{\alpha}(m)] = \alpha$, est une région de confiance de niveau I - α asymptotiquement valable pour le vecteur $g(\beta)$. Selon la valeur de m l'ensemble $C(\alpha)$ peut être un intervalle, un ellipsoïde ou un hyperellipsoïde. À partir des intervalles de confiance pour chaque

variable endogène des régions de confiance rectangulaires pour plusieurs variables peuvent être construites même lorsque m > p. En effet si on note $C_i(\alpha_i)$ i = 1, ..., m, la région de confiance individuelle ou marginale de niveau $1 - \alpha_i$ asymptotiquement valable pour la *ième* variable endogène $Y_i = g_i(\beta)$ du modèle, on peut alors écrire:

$$C_{i}(\alpha_{i}) = \{ Y_{i}: T [g_{i}(\beta_{T}) - Y_{i}]' \hat{\alpha}_{T}^{-1} [g_{i}(\beta_{T}) - Y_{i}] \le \chi_{\alpha_{i}}^{2}(1) \}$$
 (2.14)

(

où $P[\chi^2(1) \ge \chi^2_{\alpha_i}(1)] = \alpha_i$, et α_i^{-1} est l'inverse de l'élément pertinent de la diagonale de la matrice $\hat{\Omega}_T$. On a alors

$$P[g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] = 1 - \alpha_i , \quad i = 1, ..., m .$$
 (2.15)

En plus, comme nous l'avons montré au chapitre 2 on a:

$$1 - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i} \leq P[\bigcap_{i=1}^{m} g_{i}(\beta) \in C_{i}(\alpha_{i})] \leq \min_{1 \leq i \leq m} (1 - \alpha_{i}) . \tag{2.16}$$

Si les régions de confiance marginales $C_i(\alpha_i)$ sont de même niveau I - α_I , ce que nous ferons ici, alors on déduit

$$1 - m\alpha_1 \le P[\bigcap_{i=1}^{m} g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)] \le 1 - \alpha_1 . \tag{2.17}$$

Autrement dit, la région de confiance simultanée de ce type est de niveau supérieur ou égal à $(1 - m \alpha_i)$:

$$P[\bigcap_{i=1}^{m} g_{i}(\beta) \in C_{i}(\alpha_{i})] \geq 1 - m\alpha_{1} . \qquad (2.18)$$

Cette procédure de construction de régions de confiance de type Boole-Bonferroni peut être

utilisée pour un nombre quelconque k de variables endogènes, $k \le p$, et pour tout nombre de paramètres p strictement positif.

Nous appliquons cette procédure de construction de régions de confiance pour mesurer l'incertitude induite sur les résultats de la simulation discutée à la section 4 du chapitre 3. L'approche peut porter sur n'importe quelles variables endogènes du modèle. Cependant, comme nous l'avons précisé, étant donné le nombre de paramètres libres qui n'est que de deux, les régions de confiance simultanées de type ellipsoïdale ne peuvent être construites que pour deux variables à la fois. Pour l'intérêt particulier qu'elles présentent dans la simulation effectuée, nous nous concentrons sur six variables. Il s'agit des exportations EX, des importations M, de l'épargne du gouvernement SG, de l'investissement total IT, de la demande intérieure du bien domestique D et du taux de change nominal E.

Le tableau 1 ci-dessous donne le calcul des dérivées partielles des six variables endogènes par rapport aux deux paramètres libres, source d'incertitude dans ce modèle. Ces dérivées sont calculées selon l'algorithme décrit plus haut en considérant des perturbations symétriques des paramètres.

Tableau 1: Calcul des dérivées partielles des variables endogènes d'intérêt par rapport aux paramètres libres source d'incertitude. 1

Variables	Valeurs de base MSC 1985	Valeurs après	Dérivées partielles par rapport à Ω	Dérivées partielles par rapport à o
EX	32198.00	31867.92374	-704.70814873	175.60394618
М	42806.00	44761.86308	-625.08111575	282.41984793
SG	-4677.60	-4371.17586	-55.51498001	168.39212746
IT	35122.80	35666.55332	-13.84375390	224.97662966
D	209847.00	210168.7960	688.37048328	-168.60157041
E	1.00	0.97617	0.01272404	0.01047215

¹ Calculées comme indiqué dans l'algorithme du texte, ce sont les deux colonnes de la matrice Jacobienne G.

À l'aide des résultats de ce tableau on peut construire des intervalles de confiance marginaux pour les variables endogènes d'intérêt retenues. Le tableau 2 cidessous donne ces intervalles de niveau 95% pour la valeur de la variable après simulation, pour la valeur de la différence et pour la différence en pourcentage.

² Augmentation de 25% des transferts du reste du monde aux ménages.

Tableau 2: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour les variables endogènes d'intérêt.¹
(Basés sur la statistique de Wald).

Varia- bles	Intervalle de pour la valeur		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985						
			Différence	en valeur	Différen	ce en %			
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.			
EX	31257.500	32478.347	-940.4999	280.3474	-2.9210	0.8707			
М	44206.248	45317.478	1400.2481	2511.4780	3.2711	5.8671			
SG	-4448.946	-4293.405	228.6535	384.1947	4.8883	8.2135			
IT	35594.208	35738.899	471.4077	616.0989	1.3422	1.7541			
D	209572.824	210764.768	-274.1761	917.7681	-0.1307	0.4374			
E	0.9657824	0.9865576	-0.0342176	-0.0134424	-3.4218	-1.3442			

¹ Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation ($\alpha = 0.05$, $\chi^2_{\alpha}(1) = 3.84146$).

L'analyse des intervalles de confiance obtenus montre que certaines conclusions tirées à partir des résultats ponctuels de la simulation sont assez robustes. En effet l'augmentation des importations, de l'épargne publique (ou encore la réduction du déficit

1

public), de l'investissement total et l'appréciation du taux de change nominal résistent à l'incertitude sur les estimations des deux élasticités du commerce extérieur marocain. Il faut toutefois remarquer que certains intervalles sont plutôt larges ce qui signifie que les variables en question ne sont pas insensibles à ces deux paramètres. Les intervalles de confiance pour les taux de variation des importations et de l'épargne publique en particulier illustrent clairement ce fait. Par contre les affirmations sur la baisse des exportations et sur l'augmentation de la demande intérieure du bien domestique doivent être nuancées. Une mauvaise estimation de l'une ou l'autre des deux élasticités risque de changer qualitativement la conclusion ce qui montre le niveau de sensibilité élevé de ces deux variables par rapport à ces deux paramètres libres sous le choc simulé. L'hypothèse d'une variation nulle, suite à la variation des transferts du reste du monde aux ménages, pour ces deux variables ne peut pas être statistiquement rejetée à cause de l'incertitude sur l'estimation des deux élasticités.

Les tableaux 1 et 2 n'illustrent que la construction d'intervalles de confiance pour des variables prises individuellement. L'approche que nous proposons peut, dans le cas de ce modèle, produire des régions de confiance simultanées pour un couple de variables endogènes d'intérêt. Ces régions moins usuelles, ont la même interprétation qu'un intervalle de confiance dans le cas unidimensionnel. Elles sont certes moins faciles à visualiser et à construire. Nous illustrons ce type de régions pour les *variations* des deux variables épargne publique *SG* et investissement total *IT*. La procédure de construction de ces régions est la même que dans le cas unidimensionnel. La fonction pivotale (2.10), qui est dans ce cas une forme quadratique des variations inconnues des deux variables *SG* et *IT* notées *VSG* et *VIT* respectivement, se présente comme suit

$$W_{9} \begin{pmatrix} VSG \\ VIT \end{pmatrix} = \\ 9(306.4214 - VSG, 543.7533 - VIT)' \begin{pmatrix} 14170.2330 & 1783.6237 \\ 1783.6237 & 12262.2479 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 306.4214 - VSG \\ 543.7533 - VIT \end{pmatrix}.$$
(2.19)

La partie de R² définie par

$$W_{9} \begin{pmatrix} VSG \\ VIT \end{pmatrix} \le 5.99146 \tag{2.20}$$

est une région de confiance simultanée de niveau 95% pour les variations des deux variables endogènes SG et IT de notre modèle. Graphiquement cette région de confiance est une ellipse sur le plan.²¹ Son centre a comme coordonnées les estimations ponctuelles des variations, elle montre de façon nette la corrélation positive assez forte entre les estimateurs des deux variations, étant donnée l'incertitude sur les deux élasticités, ce qui est conforme à la logique du modèle et à sa fermeture classique. Si on s'intéresse par ailleurs à des régions de confiance rectangulaires, plus simples à visualiser, on peut en illustrer la construction par celle qui a le même niveau que celle de type ellipsoïdale et qui correspond aux deux variations VSG et VIT. Comme le niveau recherché pour la région conjointe est 95% et si, pour simplifier, on considère un niveau égal pour les intervalles de confiance marginaux pour les deux variations, celui-ci est nécessairement 97.5%. Le tableau 3 donne ces intervalles de confiance marginaux, ils s'étalent de 217.460 à 395.388 pour VSG et de 460.995 à 626.511 pour VIT (en 10⁶ DH). La région de confiance de type Boole-Bonferroni de niveau 95% n'est autre que le rectangle associé à ces deux intervalles, elle est aussi illustrée en annexe sur le même graphique que la région ellipsoïdale. Le centre des deux régions est le même.

²¹ La forme de cette région de confiance est représentée en annexe.

Tableau 3: Intervalles de confiance marginaux de niveau 97.5% pour les variables endogènes SG et IT.¹
(Basés sur la statistique de Wald).

Varia- bles	Intervalle de		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985					
			Différence	en valeur	Différenc	ce en %		
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.		
SG	-4460.140 -4282.212		217.4604	395.3879	4.6490	8.4528		
IT	35583.795	35749.311	460.9954	626.5112	1.3125	1.7838		

Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation. Les régions de confiance simultanées rectangulaires de niveau 95% pour les deux variables se déduisent immédiatement ($\alpha = 0.025$, $\chi^2_{\alpha}(1) = 5.0268$).

Comme les régions de confiance de type Boole-Bonferroni peuvent être construites pour n'importe quel nombre de variables endogènes, nous donnons au tableau 8 en annexe les intervalles de confiance marginaux de niveau égal à (99.166%) pour les six variables endogènes retenues dans cette analyse. Elles permettent de caractériser la région de confiance rectangulaire simultanée de niveau 95% pour les six variables. Cette région qui est une partie de \mathbb{R}^6 ne peut évidemment pas être représentée graphiquement.

À notre connaissance, l'approche ici décrite est la première méthode probabiliste

formalisée qui permet de tenir compte de l'incertitude sur les paramètres libres pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG. Elle permet de tester des hypothèses statistiques relatives à une ou plusieurs variables endogènes ou des fonctions de celles-ci, suite à un choc exogène dans un tel modèle. Sa conduite est assez claire et prend beaucoup moins de temps que les autres méthodes essentiellement descriptives d'analyse de sensibilité dans ces modèles. Elle a cependant des limites théoriques et pratiques évidentes. En effet, tout comme l'approche de Pagan et Shannon (1985), elle se base sur l'existence d'estimateurs convergents asymptotiquement normaux pour les paramètres libres du modèle et des matrices de covariance asymptotiques associées. Cette existence et ces propriétés ne sont généralement pas faciles à satisfaire dans le contexte des MCEG multisectoriel de grande dimension. Les régions de confiance obtenues ne sont valables qu'asymptotiquement. Par ailleurs comme théoriquement la statistique de Wald, base de cette approche est construite sur une approximation linéaire du modèle par rapport aux paramètres, il est clair que la qualité de l'approximation dépend de la nature du modèle et du niveau de sa non-linéarité par rapport aux paramètres libres et aux paramètres calibrés qui leurs sont liés. Cette méthode peut donc conduire, dans certains cas, à de très pauvres approximations. Du point de vue pratique, comme il n'existe pas de méthode générale pour évaluer la matrice des dérivées partielles nécessaire à la conduite de la procédure, les perturbations des paramètres peuvent être arbitraires et l'une ou l'autre des deux approximations symétrique ou asymétrique peuvent être utilisées. Pour toutes ces raisons nous proposons deux autres méthodes pour construire des régions de confiance qui tiennent compte de ces remarques. La première méthode est valable en échantillon fini. Elle suppose qu'une région de confiance pour les paramètres libres est disponible. Elle utilise des projections d'ensembles pour déduire des régions de confiance pour les variables d'intérêt. La seconde se base sur des techniques statistiques de simulations pour corriger les

approximations linéaires rencontrées dans la première méthode ici illustrée. Cette approche asymptotiquement valable donne théoriquement des résultats plus précis.

3. RÉGIONS DE CONFIANCE BASÉES SUR DES PROJECTIONS

La méthode que nous illustrons dans cette section est, contrairement à la première, valable en échantillon fini pourvu que la région de confiance pour β le soit aussi. Au niveau théorique elle ne suppose aucune approximation linéaire du modèle. Ces deux caractéristiques font que les régions de confiance obtenues par cette méthode sont plus précises. Nous rappelons ici de façon brève certains éléments de son fondement théorique. Nous discuterons de façon générale les conséquences numériques qu'elle implique en liaison avec le modèle de l'illustration puis nous l'appliquerons aux résultats de la simulation sur les mêmes variables que pour l'approche basée sur la statistique de Wald ce qui permet des comparaisons numériques directes.

Bien que le problème traité, à savoir l'incertitude sur les paramètres libres du modèle, soit le même pour les deux méthodes, les formulations de base sont différentes. Ces différences proviennent aussi bien du cadre théorique que des stratégies numériques utilisées. Pour mettre en évidence certaines de ces différences nous reprenons la structure générale d'un MCEG telle que nous l'avons développée au chapitre 1. Sous forme numérique cette structure peut être représentée par une fonction M telle que

$$Y = M(X, \beta, \gamma) \tag{3.1}$$

où Y est un vecteur de dimension m de variables endogènes, M est une fonction habituellement non-linéaire, qui peut être analytiquement compliquée mais calculable, X est

un vecteur de variables exogènes ou de politiques économiques, β est un vecteur de dimension p de paramètres libres sujets à de l'incertitude, γ est un vecteur de dimension k de paramètres de calibration. La procédure de calibration consiste à déterminer le vecteur γ en résolvant le système

$$Y_0 = M(X_0, \beta, \gamma) \tag{3.2}$$

où Y_0 et X_0 sont respectivement les vecteurs des variables endogènes et exogènes pour l'année de base. Si on suppose que cette solution est unique, on peut écrire:

$$\gamma = H(Y_0, X_0, \beta) = h(\beta)$$
 (3.3)

Lorsqu'une estimation β du vecteur β des paramètres libres du modèle est disponible, le vecteur γ est alors estimé en remplaçant β par son estimation dans (3.2) et (3.3). Le vecteur de calibration γ est cependant constitué de deux sous-vecteurs de paramètres. Le premier sous-vecteur γ_1 ne dépend pas de β . Il n'est donc fonction que de X_0 et de Y_0 c'est-à-dire:

$$\gamma_1 = h_1(Y_0, X_0) . (3.4)$$

Le second sous-vecteur γ_2 est par contre fonction à la fois de β , de X_0 et de Y_0 , c'est-à-dire:

$$\gamma_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta) . (3.5)$$

Pour le cas du modèle simple de l'économie marocaine le vecteur des paramètres libres β est composé des deux élasticités du commerce extérieur Ω et σ . Le sous-vecteur γ_1 contient les quatre paramètres B_E , B, γ et δ , alors que le sous-vecteur γ_2 contient tous les autres paramètres calibrés du modèle.

Dans cette méthode, tout comme dans celle basée sur la statistique de Wald, on ne tient pas compte de l'incertitude éventuelle sur les données de l'année de base. Par ailleurs le vecteur X des variables exogènes est supposé être connu et la nature déterministe du modèle n'est pas remise en question. On peut à nouveau simplifier les notations et écrire le modèle sous forme compacte:

$$Y = g(\beta) . (3.6)$$

(

Ici, contrairement à la méthode basée sur la statistique de Wald où on suppose qu'on dispose d'un estimateur convergent du vecteur β et de l'estimateur convergent de sa matrice de covariance, nous supposons que nous possédons une région de confiance C de niveau $I - \alpha$ pour le vecteur des paramètres libres β . En d'autres termes, C est un sous-ensemble de \mathbf{R}^p tel que

$$P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha \tag{3.7}$$

avec $0 \le \alpha < 1$. Dans notre cas, comme le vecteur β est estimé par des méthodes économétriques usuelles c'est une région de confiance échantillonnale qui sera construite avec la possibilité de la tronquer pour tenir compte d'une information a priori ou d'une théorie économique.

Si on note par g(C) l'ensemble image de la région C par la fonction g qui représente numériquement le modèle, on a vu au chapitre 2 que l'on a:

$$P[g(\beta) \in g(C)] \ge P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha. \tag{3.8}$$

Ceci veut dire que g(C) est une région de confiance pour $g(\beta)$ avec un niveau supérieur ou

égal à I - α . Si en outre on note par $g_i(C)$ l'ensemble image de la région C par la fonction g_i qui représente numériquement la solution du modèle pour la variable endogène i, i = 1, ..., m, on avait aussi montré les deux résultats suivants:

$$P[g_i(\beta) \in g_i(C), i = 1, ..., m] \ge 1 - \alpha$$
 (3.9)

et

$$P[g_i(\beta) \in g_i(C)] \ge 1 - \alpha , \quad i = 1, ..., m.$$
 (3.10)

L'inégalité (3.9) signifie que les ensembles $g_i(C)$, i=1,...,m, constituent des régions de confiance simultanées de niveau I - α pour les composantes individuelles du vecteur des variables endogènes $Y=g(\beta)$, alors que l'inégalité (3.10) donne des régions de confiance marginales de niveau I - α pour chacune des m variables endogènes composantes du vecteur $Y=g(\beta)$. Ces régions de confiance marginales $g_i(C)$ sont bien entendu des sousensembles de la droite réelle \mathbb{R} . Elles sont donc plus simple à appréhender que les régions multidimensionnelle g(C), elles ne prennent cependant pas, en général, la forme d'intervalles sauf si on introduit d'autres hypothèses sur l'ensemble C et sur la forme de la fonction g(.). Dans notre cas, étant donné la structure standard du modèle et les régions de confiance C que nous considérerons les régions de confiance qui seront construites seront des intervalles en vertu des propositions démontrées au chapitre 2.

Cette approche de construction de régions de confiance est utilisée pour mesurer l'incertitude des résultats de la simulation conduite sur le modèle simplifié de l'économie marocaine. L'estimation simultanée par la méthode SURE des deux élasticités du commerce extérieur Ω et σ qui constituent le vecteur β produit aussi, comme nous l'avons précisé plus

haut, un estimateur de la matrice de covariance des deux estimateurs:

$$\beta_T = \begin{pmatrix} \hat{\Omega}_T \\ \hat{\sigma}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.392957 \\ 1.432371 \end{pmatrix} , \qquad (3.11)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix}. \tag{3.12}$$

Il est alors possible de construire une région de confiance C de niveau I - α pour le vecteur β . La région de confiance C peut être rectangulaire si on ignore la covariance entre les estimateurs des deux élasticités du commerce extérieur. L'intérêt de ce type de régions c'est qu'il est le plus susceptible d'être rencontré dans la pratique des MCEG où les paramètres libres ne sont pas estimés simultanément et aucune estimation de la matrice de covariance n'est disponible. Dans notre cas la région de confiance C peut être ellipsoïdale en construisant une région de confiance simultanée pour Ω et σ qui tient compte de la matrice de covariance estimée. Nous présentons ici les résultats des deux méthodes pour l'illustration et pour la comparaison. Dans les deux cas la région de confiance C pour β est de niveau 95%.

3.1. Cas d'une région de confiance rectangulaire

Pour construire une région de confiance simultanée rectangulaire C de niveau I - α pour Ω et σ , il faut construire des régions de confiance marginales C_{Ω} et C_{σ} de niveaux respectifs I - α_I et I - α_2 tels que $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. Pour simplifier la présentation nous prenons $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$. Comme nous voulons que la région C soit de niveau 95%, les régions C_{Ω} et

 C_{σ} sont alors de niveau 97.5%. En se basant sur la statistique de Student on déduit les deux intervalles de confiance suivants:

$$C_{\Omega} = \left[\hat{\Omega} - t_c \, s_{\Omega} \,, \, \hat{\Omega} + t_c \, s_{\Omega} \right] \tag{3.13}$$

$$C_{\sigma} = \left[\hat{\sigma} - t_c \, s_{\dot{\sigma}} \, , \, \hat{\sigma} + t_c \, s_{\dot{\sigma}} \, \right] \tag{3.14}$$

où t_c est la valeur critique telle que $P[t(3) > t_c] = P[t(3) < -t_c] = 0.0125$ ou encore $t_c = 4.17654$, s_{Ω} et s_{σ} sont les estimateurs des écarts types des estimateurs des deux paramètres Ω et σ . Comme les deux intervalles de confiance ici construits peuvent couvrir de faibles valeurs de Ω et σ et en particulier des valeurs négatives, et compte tenu de la théorie économique du commerce extérieur base de notre modèle et de la faiblesse des estimations ponctuelles des deux élasticités, nous pouvons tronquer à gauche l'un ou l'autre de ces deux intervalles de confiance sans affecter son niveau.

Dans un cadre général il est facile de montrer que si on tronque une région de confiance C de niveau I - α pour un paramètre β à cause d'une information a priori ou d'une théorie économique, le niveau de C tronquée est toujours égal à I - α . En effet si

$$\begin{cases} P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha , \\ \beta \in A \end{cases} \tag{3.15}$$

où A est un ensemble non aléatoire de valeurs admissibles pour β qui représente l'information a priori dont on dispose, il est alors facile de déduire par un argument logique que

$$\beta \in C \Leftrightarrow \beta \in C \cap A \tag{3.16}$$

et donc

$$P[\beta \in C] = P[\beta \in C \cap A] \ge 1 - \alpha . \tag{3.17}$$

En observant les intervalles de confiance calculés selon (3.13) et (3.14), nous remarquons que celui relatif à Ω couvre des valeurs négatives, nous le tronquons alors à partir de l'estimation ponctuelle de Ω , celui relatif à σ est retenu sans modification. Les deux intervalles calculés et utilisés numériquement sont alors:

$$0.392957 \le \Omega \le 2.190883$$
, $0.783817 \le \sigma \le 2.080925$. (3.18)

Le rectangle qui découle de (3.13) et (3.14) représente la région de confiance C de niveau 95% pour le vecteur β . Tronquée, elle est numériquement délimitée par le rectangle défini par (3.18). La région de confiance ainsi définie est une partie continue (compacte et connexe) de \mathbb{R}^2 . En appliquant la procédure décrite plus haut sur les résultats des simulations du modèle simplifié que nous avons construit nous obtenons alors un intervalle de confiance pour chaque variable endogène d'intérêt. Ces intervalles de confiance sont de niveau supérieur ou égal à 95%.

Bien que l'approche théorique base de cette méthode soit assez claire, la procédure numérique qui lui est associée dans le cas d'un MCEG l'est moins. Nous formalisons cette procédure compte tenu des problèmes que pose la partie "calibration" qui doit être conservée dans les problèmes d'optimisation (tantôt de minimisation tantôt de maximisation), pour chacune des variables d'intérêt que cette approche implique. Typiquement la résolution numérique d'un MCEG se fait en deux étapes. La première consiste à "calibrer" le modèle en déterminant les valeurs des paramètres non libres qui

permettent de reproduire les données de l'année de base étant donné une estimation du vecteur des paramètres libres et les valeurs des variables endogènes et exogènes pour cette même année de base. La seconde étape consiste à résoudre le modèle pour les variables endogènes sous la politique économique envisagée, étant donné les valeurs de tous les paramètres connues à l'issue de la première étape. De façon générale aucun critère n'est optimisé et la procédure numérique consiste à résoudre un système non linéaire. Formalisé, ce problème se présente de la façon suivante:

Étape 1:

$$\hat{\gamma}_1 = h_1(Y_0, X_0) ,
\hat{\gamma}_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta) .$$
(3.19)

Étape 2:

$$Y = M(X_1, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \hat{\beta}) ,$$

$$Max k ,$$
(3.20)

pour β , X_0 , X_1 et Y_0 donnés et k est une constante quelconque.

Pour mettre en place numériquement la procédure de construction des régions de confiance par projection la structure de ce programme est modifiée. D'une part les paramètres libres et les paramètres calibrés qui leurs sont associés (β, γ_2) deviennent des "variables" endogènes tout comme les autres variables endogènes du modèle proprement dites. D'autre part la calibration pour l'année de base doit être respectée par les valeurs solutions (β^*, γ^*_2) de ces mêmes paramètres/variables (β, γ_2) dans chaque cas d'optimisation d'une variable endogène composante du vecteur $Y = g(\beta)$. De façon formalisée, pour les mêmes valeurs X_0, X_1 et Y_0 qu'avant, et pour la région de confiance de niveau I - α calculée

pour β, éventuellement spécifiée par des inégalités ce programme s'écrit comme suit:

Étape 1:

$$\hat{\gamma}_1 = h_1(Y_0, X_0) , \qquad (3.21)$$

Étape 2:

$$\begin{array}{l} \gamma_2 = h_2(Y_0, \ X_0, \ \beta) \ , \\ Y = M(X_1, \ \hat{\gamma}_1, \ \gamma_2, \ \beta) \ , \\ \beta \in C \cap A \ , \\ \mathrm{Opt} \ Y_i = g_i(\beta) \ , \end{array} \tag{3.22} \\ \end{array}$$

pour i = 1, ..., m, et où "Opt" est une maximisation ou une minimisation.

Le programme ici décrit et qui est généralement fortement non-linéaire, doit être résolu 2m fois pour déterminer les bornes inférieures et supérieures des intervalles de confiance de chaque variable endogène d'intérêt. Une initialisation bien étudiée du système facilite généralement la résolution numérique de tels programmes. Les valeurs des estimations ponctuelles pour les variables et les paramètres/variables constituent de bonnes valeurs initiales pour l'algorithme de résolution.

Dans le cas de notre modèle, l'étape I de cet algorithme révisé détermine, à partir des données de la matrice de comptabilité sociale de base les valeurs des 11 paramètres calibrés qui ne dépendent pas des 2 paramètres libres. Puis étant donné la simulation étudiée, l'étape 2 est écrite en spécifiant comme variables supplémentaires les paramètres libres Ω et σ et les 4 paramètres qui leurs sont associés à savoir γ , δ , B et B_E et en intégrant au système qui identifie le modèle les 4 équations de calibration de ces paramètres (déduites

au chapitre 3). Les 4 inégalités qui délimitent la région de confiance rectangulaire telles que précisées dans (3.18) sont aussi ajoutées au système d'équations du modèle. Le problème d'optimisation est alors résolu 12 fois en minimisant et en maximisant chacune des 6 variables d'intérêt. On remarquera que le nombre de fois où le modèle est résolu dépend du nombre m de variables d'intérêt pour lesquelles nous voulons construire des régions de confiance et non pas du nombre de paramètres p sujets à de l'incertitude comme c'est le cas pour la méthode basée sur la statistique de Wald. Selon les valeurs de m et de p on peut, dans certains cas, choisir soit l'une soit l'autre des deux méthodes proposées compte tenu du coût, de la complexité du modèle et du temps machine de sa résolution.

L'approche ici illustrée peut bien sûr porter sur n'importe quelles variables endogènes du modèle. Des régions de confiance simultanées de type Boole-Bonferroni peuvent aussi être construites pour deux ou plusieurs variables à la fois. Pour l'intérêt particulier qu'elles présentent dans la simulation effectuée, nous nous concentrons sur les mêmes six variables étudiées sous la méthode basée sur la statistique de Wald. Ceci permet de faire par ailleurs des comparaisons directes entre ces deux méthodes. Les variables dont il s'agit sont les exportations EX, les importations M, l'épargne du gouvernement SG, l'investissement total IT, la demande intérieure du bien domestique D et le taux de change nominal E. Le tableau 4 ci-dessous résume les résultats de l'application sur ces variables.

Tableau 4: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour les variables endogènes d'intérêt.

(Cas des régions de confiance rectangulaires pour les paramètres).

Varia- bles	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	
EX	30872.551	31952.624	-1325.4491	-245.3758	-4.1166	-0.7621	
М	43819.864	44897.845	1013.8640	2091.8453	2.3685	4.8868	
SG	-4536.939	-4289.774	140.6605	387.8261	3.0071	8.2911	
ΙΤ	35444.738	35775.223	321.9384	652.4229	0.9166	1.8575	
D	210087.143	211144.495	240.1427	1297.4949	0.1144	0.6183	
E	0.9637299	0.9883770	-0.0362701	-0.0116230	-3.6270	-1.1623	

¹ Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation.

L'analyse des intervalles de confiance obtenus montre ici aussi que les conclusions tirées à partir des résultats ponctuels de la simulation sont assez robustes. En effet toutes les tendances révélées par les estimations ponctuelles sont confirmées par les

intervalles de confiance construits. L'ampleur du choc sur les transferts du reste du monde au ménages semble être suffisamment grand que les signes des variations des variables sont robustes face à l'incertitude sur les deux élasticités du commerce extérieur. L'étendue de ces intervalles montre par contre une sensibilité quantitative assez élevée des résultats par rapport à ces deux paramètres. Les intervalles de confiance obtenus sont dans l'ensemble comparables à ceux obtenus par la méthode basée sur la statistique de Wald. Certains sont même plus courts et plus précis étant donné que les niveaux sont les mêmes. Il faut rappeler que cette méthode n'impose pas la connaissance de la matrice de covariance des estimateurs des paramètres libres. Une région de confiance rectangulaire au sens classique ou bayesien est suffisante pour construire ces intervalles de confiance. Cette approche est donc moins exigeante de point de vue information, plus précise en échantillons finis et dans les cas de grande non-linéarité. Elle est par contre relativement plus coûteuse du point de vue numérique. L'une ou l'autre de ces deux approches, selon les circonstances, peut et doit être conduite dans n'importe quel MCEG, pour n'importe quel paramètre libre et pour n'importe quelles variables pour construire des régions de confiance ce qui augmenterait la crédibilité des résultats de tels modèles. Ces régions de confiance permettent aussi de relativiser et de nuancer les conclusions qui découlent d'une simulation de politique économique ou de tout changement exogène dans l'environnement du modèle.

3.2. Cas d'une région de confiance ellipsoïdale

Dans cette sous-section nous reprenons la même démarche qu'avant avec une région de confiance ellipsoïdale pour les paramètres sujets à de l'incertitude. On notera toujours C cette région de niveau 95% pour Ω et σ . Contrairement au cas précédent, cette région de confiance prend en considération la corrélation entre les estimateurs des deux paramètres.

La forme quadratique base de cette région de confiance fait intervenir la matrice de covariance estimée des deux estimateurs. En effet sous les hypothèses de base du modèle de régression SURE avec erreurs normales sous lequel nous avons estimé nos deux élasticités, il est facile de montrer que:

$$Q = \frac{(\hat{\beta} - \beta)' \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\beta} - \beta)}{p} - F(p, T - K)$$
(3.23)

où β est l'estimateur de $\beta = \begin{pmatrix} \Omega \\ \sigma \end{pmatrix}$, $\hat{\Sigma}$ est l'estimateur de la matrice de covariance de β , p est le nombre de paramètres sujets à de l'incertitude qui constituent β (p = 2 dans notre cas) et F(p, T-K) désigne la statistique de Fisher de nombre de degrés de liberté p et T-K (T-K=3 dans notre cas). Comme nous cherchons à construire une région de confiance C de niveau 95%, la valeur critique F_c associée est donc donnée par

$$P[Q \le F_c] = 0.95. (3.24)$$

Compte tenu des valeurs de p, K et T, on déduit $F_c = 9.55213$. Ainsi l'ellipse centrée sur β et définie par

$$Q = \frac{(\hat{\beta} - \beta)' \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\beta} - \beta)}{p} \le F_c \tag{3.25}$$

est une région de confiance simultanée de niveau 95% pour le vecteur β . Autrement dit, la région C est la partie aléatoire de \mathbb{R}^2 définie par

$$C = \{ \beta \in \mathbb{R}^2 : \frac{(\beta - \beta)' \hat{\Sigma}^{-1} (\beta - \beta)}{p} \le F_c \}. \tag{3.26}$$

De façon numérique cette région est caractérisée par l'inégalité (3.27) suivante:

$$(0.392957 - \Omega, 1.432371 - \sigma) \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0.392957 - \Omega \\ 1.432371 - \sigma \end{pmatrix} \leq 19.10426.$$

Cette ellipse est représentée graphiquement en annexe de ce chapitre. Une fois de plus, comme la région de confiance C peut couvrir de faibles valeurs de Ω et σ et en particulier des valeurs négatives, et compte tenu de la théorie économique du commerce extérieur base de notre modèle et de la faiblesse des estimations ponctuelles des deux élasticités, nous pouvons tronquer cette région de confiance pour ne retenir que les valeurs économiquement (et numériquement) admissibles sans changer son niveau. Nous éliminons alors toutes les valeurs inférieures à 0.392957 qui est l'estimation ponctuelle de Ω et toutes celles inférieures à 0.4 pour σ . La région de confiance numériquement retenue est alors délimitée par les inégalités suivantes:

$$\begin{cases} (0.392957 - \Omega, 1.432371 - \sigma) \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0.392957 - \Omega \\ 1.432371 - \sigma \end{pmatrix} \le 19.10426 ,\\ \sigma \ge 0.4 . \end{cases}$$
(3.28)

Cette région est aussi une partie continue (compacte et connexe) de \mathbb{R}^2 . En appliquant la procédure théorique décrite plus haut sur les résultats des simulations du modèle simplifié que nous avons construit nous obtenons alors un intervalle de confiance pour chaque variable endogène d'intérêt. Ces intervalles de confiance sont aussi de niveau supérieur ou égal à 95%.

La procédure numérique associée dans le cas d'un MCEG n'est pas très différente

du cas où la région de confiance C est rectangulaire. Ici aussi la partie "calibration" doit être conservée dans les problèmes d'optimisation (tantôt de minimisation tantôt de maximisation) pour chacune des variables d'intérêt que cette approche implique. Pour mettre en place numériquement la procédure de construction des régions de confiance par projection la structure du programme est modifiée comme pour le cas où C est rectangulaire. Ici aussi les paramètres libres et les paramètres calibrés qui leurs sont associés (β, γ_2) deviennent des "variables" endogènes tout comme les autres variables endogènes du modèle proprement dites. La calibration pour l'année de base doit aussi être respectée par les valeurs solutions (β^*, γ^*_2) de ces mêmes paramètres/variables (β, γ_2) , dans chaque cas d'optimisation d'une variable endogène composante du vecteur $Y = g(\beta)$. De façon formalisée, pour les mêmes valeurs X_0 , X_1 et Y_0 qu'avant, et pour la région de confiance de niveau $I - \alpha$ calculée pour β , spécifiée par une forme quadratique et éventuellement par d'autres inégalités, ce programme s'écrit alors comme suit:

Étape 1:

$$\hat{\gamma}_1 = h_1(Y_0, X_0) , \qquad (3.29)$$

Étape 2:

$$\begin{array}{l} \gamma_2 = h_2(Y_0, \ X_0, \ \beta) \ , \\ Y = M(X_1, \ \gamma_1, \ \gamma_2, \ \beta) \ , \\ \beta \in C \cap A \ , \\ \mathrm{Opt} \ Y_i = g_i(\beta) \ , \end{array} \tag{3.30}$$

pour i = 1,..., m, et où "Opt" est une maximisation ou une minimisation.

Dans le cas de notre modèle, tout comme dans le premier cas, l'étape 2 est écrite

en spécifiant comme variables supplémentaires les paramètres libres Ω et σ et les 4 paramètres qui leurs sont associés à savoir γ , δ , B et B_E et en intégrant au système qui identifie le modèle les 4 équations de calibration de ces paramètres. La forme quadratique et les 2 inégalités qui délimitent la région de confiance, qui n'est plus rectangulaire, telles que précisées dans (3.28) sont aussi ajoutées au système d'équations du modèle. Le problème d'optimisation est alors résolu 12 fois en minimisant et en maximisant chacune des 6 variables d'intérêt. Le nombre de fois où le modèle est résolu est le même que dans le cas où la région de confiance de base a une forme rectangulaire.

L'approche ici illustrée peut bien sûr porter sur n'importe quelles variables endogènes du modèle. Des régions de confiance simultanées de type Boole-Bonferroni peuvent aussi être construites pour deux ou plusieurs variables à la fois. Nous l'appliquons ici pour les six mêmes variables qu'avant. Les intervalles de confiance obtenus dans ce cas et qui sont reproduits au tableau 5 sont dans l'ensemble comparables à ceux produits dans le cas où la région de confiance de base pour les paramètres est de type rectangulaire. Trois parmi les six intervalles sont plus précis mais montrent la sensibilité des résultats par rapport à l'incertitude associée aux deux élasticités. La prise en considération de la covariance estimée des estimateurs des deux paramètres, qui est assez faible dans ce cas, n'a pas beaucoup changé les résultats.

Tableau 5: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour les variables endogènes d'intérêt.¹

(Cas des régions de confiance ellipsoïdale pour les paramètres).

Varia- bles	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	
EX	31038.150	31953.359	-1159.8504	-244.6407	-3.6022	-0.7598	
М	43987.574	44899.021	1181.5741	2093.0206	2.7603	4.8895	
SG	-4539.901	-4289.066	137.6987	388.5342	2.9438	8.3063	
ΙΤ	35440.769	35776.167	317.9686	653.3675	0.9053	1.8602	
D	210086.431	210982.907	239.4312	1135.9071	0.1141	0.5413	
E	0.9635073	0.9863748	-0.0364927	-0.0136252	-3.6493	-1.3625	

¹ Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation.

L'utilisation de cette procédure, avec des régions de confiance sous forme ellipsoïdale nécessite la connaissance d'une estimation de la matrice de covariance des estimateurs des paramètres sujets à de l'incertitude. Une telle région de confiance rend

mieux compte des liaisons entre les estimateurs des paramètres et conduirait théoriquement à des résultats plus précis. Cette approche est donc aussi exigeante de point de vue information que la méthode basée sur la statistique de Wald, mais encore plus exigeante que celle basée sur une région de confiance de type rectangulaire. Elle est par ailleurs numériquement plus coûteuse que la première méthode et autant que la seconde.

4. RÉGIONS DE CONFIANCE BASÉES SUR DES SIMULATIONS

Dans cette section nous illustrons la mise en pratique de la troisième méthode proposée pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG. Cette méthode se base sur des simulations et sur "l'inversion" de tests randomisés pour construire des régions de confiance asymptotiquement valables. Comme pour les deux autres méthodes, nous rappelons, lorsque nous le jugeons utile, certains éléments théoriques de cette approche. Nous précisons sa mise en pratique numérique dans un cadre général et dans le cas du modèle d'illustration développé au chapitre 3.

Comme pour la première méthode qui se base sur la statistique de Wald, dans cette approche nous considérons un estimateur β_T de β basé sur un échantillon de taille T tel que la distribution asymptotique de β_T est normale. On suppose par ailleurs qu'un estimateur convergent $\hat{V}_T = \hat{V}_T(\beta_T)$ de $V(\beta)$ est disponible. Dans le cas de nos deux élasticités du commerce extérieur marocain on a:

$$\beta_T = \begin{pmatrix} \hat{\Omega}_T \\ \hat{\sigma}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.392957 \\ 1.432371 \end{pmatrix} , \qquad (4.1)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.185303 & -0.017096 \\ -0.017096 & 0.024113 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{V}_{T} = \begin{pmatrix} 1.667727 & -0.153864 \\ -0.153864 & 0.217017 \end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

Ici non plus nous ne supposons pas d'indépendance entre les estimateurs des paramètres libres du modèle. Sous des hypothèses usuelles de régularité, satisfaites dans notre MCEG simple et standard, on a:

$$\sqrt{T}[g(\hat{\boldsymbol{\beta}}_T) - g(\boldsymbol{\beta})] \xrightarrow[T \to]{} N[0, G(\boldsymbol{\beta})V(\boldsymbol{\beta})G(\boldsymbol{\beta})']$$
(4.3)

où $G(\beta)$ est la matrice Jacobienne de dimension (m, p), m étant le nombre de variables endogènes et p le nombre de paramètres libres sujets à de l'incertitude (2 dans notre cas):

$$G(\beta) = \frac{\partial g}{\partial \beta'}(\beta) . \tag{4.4}$$

Si on suppose que

$$\operatorname{rang} [G(\beta)] = m , \qquad (4.5)$$

alors on sait que

$$W_{\tau}(g(\beta)) = T \left[g(\hat{\beta}_{\tau}) - g(\beta) \right]' \hat{\Omega}^{-1} \left[g(\hat{\beta}_{\tau}) - g(\beta) \right]$$

$$\tag{4.6}$$

où $\hat{\Omega}_T = G(\hat{\beta}_T) \hat{V}_T(\hat{\beta}_T) G(\hat{\beta}_T)'$, est asymptotiquement distribuée comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$ lorsque $Y = g(\hat{\beta})$.

La stratégie inférentielle proposée dans cette nouvelle approche consiste à simuler N fois la variable aléatoire

$$\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{j}) = \beta_{T} + \frac{1}{\sqrt{T}} \hat{V}_{T}(\beta_{T})^{\frac{1}{2}} U_{j}, j = 1, ..., N$$
(4.7)

où β_T et $\hat{V}_T(\beta_T)$ sont fixés pour les fins de simulation et les variables U_j , j=1,...,N sont générées indépendamment de β_T et $\hat{V}_T(\beta_T)$. De là on peut calculer pour chaque réplique U_j , j=1,...,N la variable

$$W_{T}^{*}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U_{i})) - g(\beta_{T})]'\Omega_{jT}^{*^{-1}}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}U_{i})) - g(\beta_{T})]$$
(4.8)

où $\Omega_{jT}^* = G(\beta_{jT}^*) \hat{V}_T(\beta_{jT}^*) G(\beta_{jT}^*)'$, ou encore de façon asymtotiquement équivalente:

$$Z_{T}^{\bullet}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]' \hat{\Omega}_{T}^{-1}[g(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]$$
(4.9)

- où $\hat{\Omega}_T = G(\hat{\beta}_T)\hat{V}_T(\hat{\beta}_T)G(\hat{\beta}_T)'$. Les deux statistiques définies dans (4.8) et (4.9) sont toutes les deux asymptotiquement distribuées comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$. Pratiquement ces étapes sont effectuées selon l'algorithme suivant:
- (1) Prendre connaissance de β_{τ} et de $\hat{\Sigma}$;
- (2) calibrer le modèle sous β_{τ} et le résoudre pour la politique économique envisagée:

$$Y = g(\hat{\beta}_T) ; (4.10)$$

- (3) calculer $\hat{V}_T = T \hat{\Sigma}$ et $\hat{V}_T^{(\frac{1}{2})}$;
- (4) simuler N fois le vecteur U où $U \sim N[0, I_p]$. Dans notre cas p = 2, et dans ce cadre d'illustration nous avons pris N = 100;
- (5) pour β_T et $\hat{V}_T^{(\frac{1}{2})}$ données et fixes, calculer les N valeurs du vecteur $\beta_T^*(\beta_T, U_j)$ j = 1, ..., N selon l'expression (4.7);
- (6) imposer des contraintes d'admissibilité économiques et/ou numériques aux composantes du vecteur $\beta_T^*(\hat{\beta}_T, U_j)$ j = I, ..., N. Dans notre cas, comme pour la méthode basée sur des

projections nous imposons que Ω soit supérieure à l'estimation ponctuelle 0.392957 et que σ^* soit supérieure à 0.4. Toute valeur inférieure à ces deux bornes est ramenée à l'une ou l'autre de ces deux valeurs;

(7) recalibrer le modèle pour chaque valeur du vecteur $\beta_T^*(\beta_T, U_j)$ j = 1, ..., N déduite après l'étape (6) et le résoudre sous la politique économique étudiée:

$$Y^{j} = g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{j})) \quad j = 1, ..., N$$
(4.11)

où Y^j est le nouveau vecteur des variables endogènes du modèle;

(8) calculer, selon l'algorithme décrit dans l'illustration de la méthode basée sur la statistique de Wald, les matrices $\Omega_T^* = G(\beta_{jT}^*)\hat{V}_T(\beta_{jT}^*)G(\beta_{jT}^*)'$ et $\hat{\Omega}_T^* = G(\hat{\beta}_T)\hat{V}_T(\hat{\beta}_T)G(\hat{\beta}_T)'$; (9) pour les combinaisons de variables où la condition de rang (4.5) est respectée, et étant donnée la solution du modèle sous la politique économique envisagée calculée en (2), et les matrices calculées en (8), calculer les statistiques:

$$W_{T}^{*}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]'\Omega_{T}^{*}^{-1}[g(\beta_{T}^{*}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]$$
(4.12)

$$Z_{T}^{\bullet}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]'\hat{\Omega}_{T}^{\bullet i}[g(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g(\beta_{T})]. \tag{4.13}$$

Dans notre cas, comme on dispose déjà de la matrice $\hat{\Omega}_T = G(\hat{\beta}_T)\hat{V}_T(\hat{\beta}_T)G(\hat{\beta}_T)'$ et à cause du temps de calcul relativement grand nécessaire au calcul des N matrices $\Omega_T^* = G(\hat{\beta}_{jT}^*)\hat{V}_T(\hat{\beta}_{jT}^*)G(\hat{\beta}_{jT}^*)'$ j = 1, ..., N, ce sont plutôt les statistiques $Z_T^*(U_j; \hat{\beta}_T)$ qui sont calculées avec les 100 valeurs simulées de $\beta_T^*(\hat{\beta}_T, U_j)$ j = 1, ..., N. Les résultats sont asymptotiquement équivalents comme nous l'avons montré au chapitre 2. Dans le cas unidimensionnel la statistique $Z_T^*(U_j; \hat{\beta}_T)$ j = 1, ..., N prend la forme particulière suivante pour la *ième* variable endogène $Y_i = g_i(\hat{\beta})$, i = 1, ..., m:

$$Z_{T}^{\bullet}(U_{i}; \beta_{T}) = T[g_{i}(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g_{i}(\beta_{T})]' \hat{\omega}_{iT}^{-1}[g_{i}(\beta_{T}^{\bullet}(\beta_{T}, U_{i})) - g_{i}(\beta_{T})]$$
(4.14)

où $\hat{\Omega}_{T}^{-1}$ est l'inverse de l'élément pertinent de la diagonale de la matrice $\hat{\Omega}_{T}$.

Comme pour les autres méthodes, on s'intéresse ici aussi aux six mêmes variables endogènes d'intérêt à savoir les exportations EX, les importations M, l'épargne du gouvernement SG, l'investissement total IT, la demande intérieure du bien domestique D et le taux de change nominal E. Une fois la construction d'un intervalle de confiance illustrée celle d'une région de confiance pour 2 variables endogènes semble immédiate à partir de ce que nous avons déjà présenté à la section 2 de ce chapitre.

Si on cherche à construire des régions de confiance d'un niveau I - α , $0 < \alpha < 1$ pour une variable endogène (ou pour une combinaison de variables endogènes) après la simulation, on peut alors utiliser le lemme 2 de Dufour et Kiviet (1992) sous l'une ou l'autre des expressions de tests développées au chapitre 2^{22} . En effet en classant par ordre non décroissant les N valeurs de la statistique $Z_T^*(U_j; \beta_T)$ j=1,...,N pour la variable endogène (ou la combinaison de variables) en question et en fixant la valeur de α il est facile de voir à partir de l'expression (4.17) du chapitre 2 que le point critique $c_I(\alpha)$ tel que

$$c_1(\alpha) = 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N} \tag{4.15}$$

donne une région de confiance de niveau supérieur ou égal à I - α . Il est aussi facile de vérifier que

²² Nous utilisons les mêmes définitions et notations que celles de la section 4 du chapitre 2.

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_1(\alpha)] = P[\frac{R_j}{N} \le 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N}] = 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N} \ge 1 - \alpha \ . \tag{4.16}$$

Si en particulier $N \alpha$ est un nombre entier alors $c_1(\alpha) = 1 - \alpha$ et

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_1(\alpha)] = P[\frac{R_j}{N} \le 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N}] = 1 - \alpha \ . \tag{4.17}$$

Pour N=100 et $\alpha=5\%$ le rang qui donne le point critique correspondant à une région de confiance de niveau exactement égal à 95% est le rang 95. Celui qui donne des régions de confiance ayant un niveau supérieur ou égal à 95% est le rang 96. C'est ce dernier que nous utilisons pour construire des intervalles de confiance pour les six variables retenues.

Des résultats similaires peuvent être déduits à partir des expressions (4.18) et (4.19) du chapitre 2. En effet avec $0 < \alpha < 1$, et en choisissant $c_2(\alpha)$ un nombre réel positif tel que

$$I[(1 - c_2(\alpha)) \ N] + 1 \le \alpha \ N \ , \tag{4.18}$$

la région $\frac{R_i}{N} \ge c_2(\alpha)$ est alors interprétée comme une région critique modifiée de niveau inférieur ou égal à α pour tester par exemple l'hypothèse nulle H_0 : $Y_i = g_i(\beta)$. À partir de l'expression (4.18) du chapitre 2, il est aussi clair que le point critique $c_2(\alpha)$ tel que

$$c_2(\alpha) = 1 - \frac{I(N \ \alpha)}{N} + \frac{1}{N}$$
 (4.19)

donne un test de taille $\frac{I(N \ \alpha)}{N}$ et on a:

$$\alpha - \frac{1}{N} \le P[\frac{R_j}{N} \ge c_2(\alpha)] \le \alpha . \tag{4.20}$$

Si en particulier $N \alpha$ est un nombre entier on déduit

$$P[\frac{R_j}{N} \le c_2(\alpha)] = \alpha \tag{4.21}$$

avec $c_2(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{N}$. Une région de confiance de niveau l - α se déduit en prenant le complémentaire de cette région critique. Pour N = 100 et $\alpha = 5\%$ le rang qui donne le point critique correspondant à une région de confiance de niveau supérieur ou égal à 95% est le rang 96. Pour utiliser l'expression (4.19) du chapitre 2, avec $0 < \alpha < l$ et en choisissant $c_3(\alpha)$ un nombre réel positif tel que

$$\frac{I[c_3(\alpha) \ N] + 1}{N + 1} \le \alpha , \qquad (4.22)$$

la région $\frac{M_N}{N} \le c_3(\alpha)$ ou encore $\frac{\overline{M}_N}{N} \ge 1 - c_3(\alpha)$ sont alors interprétées comme des régions critiques modifiées de niveau inférieur ou égal à α pour tester l'hypothèse nulle H_0 : $Y_i = g_i(\beta)$. Il est aussi clair que le point critique $c_3(\alpha)$ tel que

$$c_3(\alpha) = \frac{I(N \ \alpha)}{N} + \frac{\alpha}{N} - \frac{1}{N}$$
 (4.23)

donne un test de taille $\frac{I[I(N \alpha) + (\alpha - 1)] + 1}{N + 1}$ et on a:

$$\alpha - \frac{2}{N+1} < P[\frac{M_N}{N} \le c_3(\alpha)] \le \alpha$$
 (4.24)

Si en particulier N α est un nombre entier alors $c_3(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha}{N} - \frac{1}{N}$. Là encore une région de confiance de niveau I - α se déduit en prenant le complémentaire de la région critique de ce test. Pour N = 100 et $\alpha = 5\%$ le rang qui donne le point critique

correspondant à une région de confiance de niveau supérieur ou égal à 95% est aussi le rang 96.

De façon pratique, lorsque les N valeurs de la statistique $Z_T^*(U_j; \beta_T)$ j=1,...,N sont classées par ordre non décroissant la valeur Z_c^i qui occupe le rang critique servira de point critique dans la construction de la région de confiance pour la variable endogène i, i=1,...,m. Autrement dit, l'ensemble

$$C_{i}(\alpha) = \{ Y_{i}: T [g_{i}(\beta_{T}) - Y_{i}]' \hat{\omega}_{iT}^{-1} [g_{i}(\beta_{T}) - Y_{i}] \leq Z_{c}^{i} \}$$
 (4.25)

est une région de confiance de niveau supérieur ou égal à I - α pour la variable endogène $Y_i = g_i(\beta)$.

Comme pour les autres méthodes, l'approche ici illustrée peut bien sûr s'appliquer pour n'importe quelles variables endogènes du modèle. Des régions de confiance simultanées de type Boole-Bonferroni peuvent aussi être construites pour deux ou plusieurs variables à la fois. Des régions de type ellipsoïdal ne peuvent cependant être construites que pour 2 variables endogènes à la fois comme pour la méthode basée sur la statistique de Wald. Appliquée aux six variables d'intérêt retenues, cette approche donne les résultats résumés dans les tableaux 6 et 7 ci-dessous.

Tableau 6: Valeurs critiques pour la construction de régions de confiance asymptotiques et randomisées de niveaux supérieurs ou égaux à 95% pour les six variables endogènes.

Variables	Valeurs de base MSC 1985	Valeurs après	Valeurs critiques asymptotiques	Valeurs critiques
EX	32198.00	31867.92374	3.84146	1.58291
М	42806.00	44761.86308	3.84146	1.54043
SG	-4677;60	-4371.17586	3.84146	3.17866
ΙΤ	35122.80	35666.55332	3.84146	3.38282
D	209847.00	210168.7960	3.84146	1.59605
E	1.00	0.97617	3.84146	1.18018

Augmentation de 25% des transferts du reste du monde aux ménages.

² Calculées comme indiqué dans l'algorithme du texte. Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation.

Tableau 7: Intervalles de confiance marginaux de niveau 95% pour les variables endogènes d'intérêt.¹
(Basés sur des simulations).

Varia- bles	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	
EX	31476.081	32259.766	-721.9185	61.7660	-2.2421	0.1918	
М	44410.022	45113.704	1604.0218	2307.7043	3.7472	5.3911	
SG	-4441.920	-4300.432	235.6802	377.1681	5.0385	8.0633	
IT	35598.664	35734.443	475.8637	611.6429	1.3549	1.7414	
D	209784.646	210552.946	-62.3541	705.9461	-0.0297	0.3364	
E	0.9704124	0.9819276	-0.0295876	-0.0180724	-2.9587	-1.8072	

¹ Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation.

Les intervalles de confiance construits par cette méthode pour les six variables sont comparables avec ceux construits par les autres méthodes. Ils montrent la sensibilité de ces variables par rapport à l'incertitude relative aux deux élasticités, paramètres libres

du modèle. Comme pour les résultats obtenus en utilisant la statistique de Wald, les affirmations sur la baisse des exportations et sur l'augmentation de la demande intérieure du bien domestique sont remises en cause. Tous les intervalles de confiance construits avec cette méthode sont plus courts que ceux construits par les autres méthodes. Il faut cependant reconnaître que le nombre de simulations (N=100) n'est peut-être pas suffisant pour permettre une comparaison et une conclusion claires. La conduite pratique de cette méthode dans les MCEG est certes plus compliquée que la conduite des deux autres méthodes. Elle est aussi exigeante que la méthode basée sur la statistique de Wald de point de vue informations mais elle est beaucoup plus coûteuse en temps machine. Les régions de confiance construites par cette méthode sont asymptotiquement valables, tout comme celles construites en utilisant la statistique de Wald mais permettent de mieux tenir compte de la non-linéarité du modèle.

5. CONCLUSION

Les modèles calculables d'équilibre général sont devenus dans les dernières années des outils incontournables d'analyses économiques. Cependant le choix des valeurs de certains paramètres clés nécessaires à la résolution de ces modèles laisse beaucoup de scepticisme et conduit au doute dans les résultats de ces modèles et des simulations effectuées. À travers un modèle standard de l'économie marocaine nous avons illustré trois procédures économétriques claires, applicables et plus ou moins simples pour tenir compte de l'incertitude sur les paramètres libres de ces modèles. Nous montrons en particulier que les conclusions déduites à partir de résultats ponctuels sur les réactions de certaines variables endogènes après un choc exogène doivent être nuancées. Des intervalles de confiance, ou des régions de confiance permettent de rendre compte sur la robustesse des conclusions et sur la sensibilité de ces variables par rapport aux paramètres libres. La première méthode est simple et peut être utilisée, malgré certaines faiblesses, dans tous les MCEG. Les régions de confiance qu'elle produit sont asymptotiquement valables. La deuxième méthode est par contre valable en échantillons finis et n'utilise aucune approximation linéaire de ces modèles qui sont généralement non-linéaires. Nous montrons comment des intervalles de confiance peuvent être construits théoriquement et numériquement. Cette méthode est assez simple. Elle est peu exigeante de point de vue informations statistiques et conduite numérique dans au moins une de ses deux versions. Elle peut être utilisée dans tout MCEG. La troisième méthode est plus exigeante de point de vue numérique que les deux autres. Elle exploite des stratégies inférentielles basées sur des simulations et sur la notion de tests randomisés pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG. En utilisant l'une ou l'autre de ces trois méthodes, les résultats ponctuels d'une simulation dans un MCEG doivent être accompagnés, au moins pour quelques variables

d'intérêt, d'intervalles de confiance ce qui augmente à notre sens la fiabilité des résultats de ces modèles.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(Chapitre 4)

Abdelkhalek, T., (1993), "Modèles de Simulation et Modèles Calculables d'Équilibre Général: Mesures d'Incertitude et Inférence Statistique", *Proposition de sujet de thèse de Ph.D.*, Université de Montréal.

Bernheim, B.D., Scholz, J.K., And Shoven, J.B., (1989), "Consumption Taxation in a General Equilibrium Model: How Reliable are Simulation Results?", *Document de travail*, Departement of Economics, Stanford University.

Brooke, A., Kendrick, D., and Meeraus, A., (1988), GAMS: A User's Guide, Palo Alto: The Scientific Press Redwood City, CA.

Condon, T., Dahl, H., Devarajan, S., (1987), "Implementing a computable general equilibrium model on Gams, The Cameroon Model", Development Research Department, Economics and Research Staff, World Bank.

Conte, S.D., de Boor, C., (1980), Elementary Numerical Analysis, An Algorithmic Approch Third Edition, Mac-Graw-Hill.

Dufour, J.-M., and Kiviet, J.F., (1992), "Exact Tests For Structural Change In First-order Dynamic Models", *Document de travail*, Département de sciences économiques et C.R.D.E., Université de Montréal.

Fair, R. C., (1980), "Estimating the Uncertainty of Policy Effects in Nonlinear Models", *Econometrica*, 48 (6):1381-1391.

Fair, R. C., (1984), Specification, Estimation, and Analysis of Macroeconometric Models

Harvard University Press

Fomby, T.B., Carter Hill, R., and Johnson, S.R., (1984), Advanced Econometric Methods, Springer-Verlag, New York.

Gourieroux, C., et Monfort, A., (1989), Statistique et Modèles économétriques Volumes 1 et 2, Economica, Paris.

Kehoe, T.J., (1983), "Regularity and Index Theory for Economies with Smooth Production Technologies", *Econometrica*, 51(4):895-919.

Khan, M.S., (1975), "Import and Export Demand in Developing Countries", *IMF Staff* papers, volume 21:678-693, Washington D.C., International Monetary Fund.

Martin, M.-C., Souissi, M., et Decaluwé, B., (1993), "Les modèles calculales d'équilibre général: les aspects réels", École PARADI de Modélisation de politiques économiques de développement, volume 2, GREPE, Université Laval et CRDE, Iniversité de Montréal.

Mansur, A., and Whalley, J., (1984), "Numerical Specification of Applied General Equlibrium Models: Estimation, Calibration, and Data", In Scarf, H.E., Shoven, J.B. (eds.) Applied general equilibrium analysis, Cambridge University Press.

Miller, R.G., (1981), Simultaneous Statistical Inference, Second edition, Springer-Verlag, New York.

Pagan. A.R., and Shannon, J.H., (1985), "Sensitivity Analysis for Linearised Computable General Equilibrium Models", in J. Piggot and J. Whalley, editors, *New Developpements in Applied General Equilibrium Analysis*, Cambridge University Press.

Rao, C.R., (1973), Linear Statistical Inference and Its Applications, Second edition, John

Wiley and Sons, New York.

Reinert, K.A., and Roland-Holst, D.W., (1992), "Armington Elasticities for United States Manifacturing Sectors", *Journal of Policy Modeling* 14(5):631-639.

Shoven, J.B., and Whalley, J., (1984), "Applied General Equilibrium Models of Taxation and International trade: an Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature* 22:1007-1051.

Stern, R.M., Francis, J., and Schumacker, B., (1976), *Price Elasticities in International Trade: An Annotated Bibliography*, For the Trade Policy Centre, London, Macmillan.

Wigle, R., (1991), "The Pagan-Shannon Approximation: Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes", *Empirical economics*, 16(1):35-49.

Wigle, R., (1986), "Summary of the Panel and Floor Discussion", in T.N. Srinivansan and J. Whalley eds., General Equilibrium Trade Policy Modelling, Cambridge, M.I.T. Press, p:323-354.

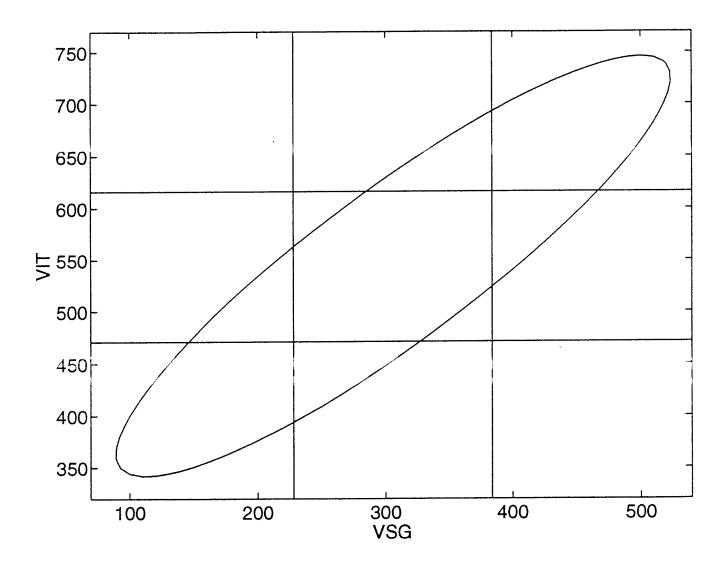
ANNEXES DU CHAPITRE 4

Tableau 8: Intervalles de confiance marginaux de niveau 99.167% pour les variables endogènes d'intérêt.¹ (Basés sur la statistique de Wald).

Varia- bles	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de base MCS 1985				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	borne inf.	borne sup.	
EX	31045.910	32689.937	-1152.0898	491.9373	-3.5781	1.5278	
М	44013.656	45510.070	1207.6565	2704.0697	2.8212	6.3170	
SG	-4475.904	-4266.448	201.6961	411.1522	4.3120	8.7898	
ГТ	35569.131	35763.976	446.3308	641.1759	1.2707	1.8255	
D	209366.243	210971.349	-480.7566	1124.3486	-0.2291	0.5358	
E	0.9621817	0.9901583	-0.0378183	-0.0098417	-3.7818	-0.9842	

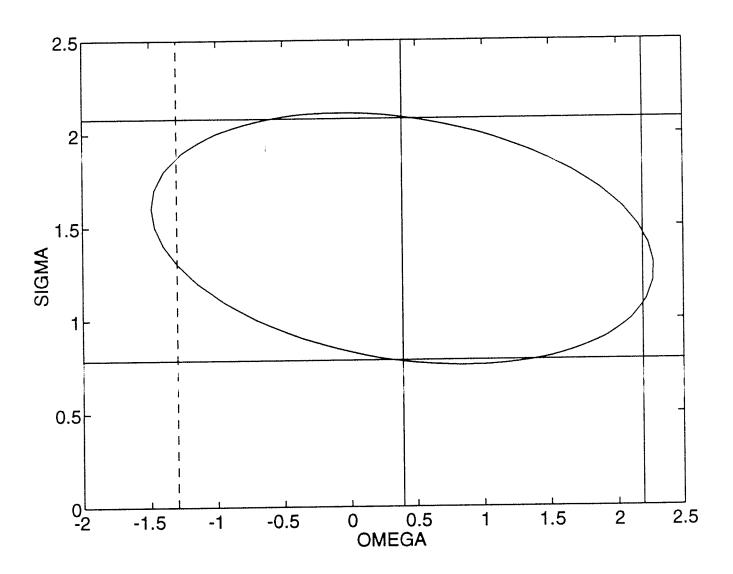
Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation. La région de confiance simultanée rectangulaire de niveau 95% pour les six variables se déduit immédiatement ($\alpha = 0.00833$, $\chi^2_{\alpha}(1) = 6.96613$).

Graphique 1: Formes des régions de confiance simultanées pour VSG et VIT²³



²³ Les deux régions de confiance ellipsoïdale et rectangulaire ici représentées sont de niveau 95%.

Graphique 2: Formes des régions de confiance simultanées pour les deux paramètres libres $(\Omega$ et $\sigma)^{24}$



²⁴ Les deux régions de confiance ellipsoïdale et rectangulaire ici représentées sont de niveau 95%.

Chapitre 5 CALIBRATION ET RÉGIONS DE CONFIANCE DANS LES MCEG: UNE EXTENSION

1. INTRODUCTION

Dans toutes les procédures de calibration des modèles calculables d'équilibre général, telles que nous les avons présentées dans les chapitres précédents et telles qu'elles sont pratiquées dans la littérature sur les MCEG, le cadre déterministe de ces modèles n'a presque jamais été remis en cause. L'analyse et l'étude des paramètres non libres ou calibrés n'ont donc jamais été à l'ordre du jour de cette littérature. Dans ce chapitre nous posons le problème de ces paramètres sous les deux formes sous lesquelles ils apparaissent généralement dans les MCEG. La première forme c'est celle où ces paramètres calibrés sont fonction des paramètres libres et des données d'une période de référence, la deuxième est celle où ils ne sont fonction que de ces dernières données. En s'inspirant du travail que nous avons fait pour les variables endogènes au chapitre 2, nous développons deux méthodes statistiques pour construire des régions de confiance pour les paramètres de calibration. La première (section 2) est basée sur le même concept de projection utilisé au chapitre 2. Elle permet de tenir compte de l'incertitude associée aux paramètres calibrés en leur construisant des régions de confiance à partir de celles des paramètres libres. Jumelée avec la deuxième méthodes décrite au chapitre 2 elle permet de tenir compte de l'incertitude relative à tous les paramètres (libres et calibrés) sur les variables endogènes du modèle. Nous présentons (section 3) une illustration de cette approche sur la calibration des paramètres des fonctions à élasticité de substitution ou de transformation constante (la fonction d'Armington) d'usage fréquent dans les MCEG. La deuxième méthode (section 4) consiste à perturber ou à prolonger de façon stochastique les équations qui s'utilisent dans les procédures de calibration déterministe pour construire des régions de confiance pour les paramètres calibrés. Cette méthode se base sur des simulations et utilise le concept classique de fonction pivotale d'un paramètre. L'exemple que nous présentons pour illustrer cette

méthode est celui des paramètres des fonctions de production Cobb-Douglas. Nous proposons à la section 5 un traitement général de cette calibration à partir d'équations perturbées.

2. RÉGIONS DE CONFIANCE POUR LES PARAMÈTRES DE CALIBRATION

Pour poser le problème des paramètres de calibration dans les MCEG d'un point de vue théorique, nous reprenons quelques éléments de la formalisation de base que nous avons développée au chapitre 1. Nous savons que la structure générale d'un MCEG sous forme numérique peut être représentée par une fonction M telle que

$$Y = M(X, \beta, \gamma) \tag{2.1}$$

où Y est un vecteur de dimension m de variables endogènes, M est une fonction habituellement non-linéaire, qui peut être analytiquement compliquée mais calculable, X est un vecteur de variables exogènes ou de politiques économiques. β est un vecteur de dimension p de paramètres libres, γ est un vecteur de dimension k de paramètres de calibration. La procédure de calibration consiste à déterminer le vecteur γ en résolvant le système

$$Y_0 = M(X_0, \beta, \gamma) \tag{2.2}$$

où Y_0 et X_0 sont respectivement les vecteurs des variables endogènes et exogènes pour l'année de base. Si on suppose que cette solution est unique, on peut écrire:

$$\gamma = H(Y_0, X_0, \beta) = h(\beta).$$
 (2.3)

Lorsqu'une estimation β du vecteur β des paramètres libres du modèle est disponible, le vecteur γ est alors estimé en remplaçant β par son estimation dans (2.2) et (2.3). Cependant le vecteur de calibration γ est généralement constitué de deux sous-vecteurs de paramètres. Le premier sous-vecteur γ_I , de dimension k_I ne dépend pas de β . Il n'est donc fonction que de X_0 et de Y_0 c'est-à-dire:

$$\gamma_1 = h_1(Y_0, X_0) . {(2.4)}$$

Le second sous-vecteur γ_2 de dimension $k_2 = k - k_1$ est par contre fonction à la fois de β de X_0 et de Y_0 , c'est-à-dire:

$$\gamma_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta) . {(2.5)}$$

Dans cette section nous développons une approche qui permet de tenir compte de l'incertitude associée au sous-vecteur des paramètres calibrés γ_2 en lui construisant une région de confiance à partir de celle du vecteur des paramètres libres β . Comme dans la section 3 du chapitre 2, dans l'optique de la statistique classique on suppose que l'on dispose d'une région de confiance C de niveau I - α pour le vecteur β . Autrement dit,

$$P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha$$
, $\forall \beta \in \Omega$ (2.6)

avec $0 \le \alpha < 1$. La région C est ici une partie aléatoire de \mathbb{R}^p qui peut être discrète, compacte, connexe ou continue. À partir de la procédure de calibration décrite par (2.2), (2.3) et surtout par (2.5), et étant donné Y_0 et X_0 qu'on ignore ici tout en épargnant les notations on peut écrire:

$$\beta \in C \Rightarrow \gamma_2 = h_2(\beta) \in h_2(C) \tag{2.7}$$

où $h_2(C)$ est par définition l'ensemble image de C par la fonction de calibration h_2 définie par (2.5). Il est alors clair que l'on a:

$$P[\gamma_2 \in h_2(C)] \ge P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha . \tag{2.8}$$

La partie $h_2(C)$ ainsi obtenue est une partie aléatoire de \mathbf{R}^{k_1} . Elle contient la vraie valeur γ_2 avec une probabilité supérieure ou égale à I - α , indépendamment de β . La région $h_2(C)$ est alors une région de confiance par excès ou conservatrice de niveau I - α pour le paramètre γ_2 . ²⁵

Comme la fonction de calibration h_2 n'est généralement pas linéaire en β , la forme de la région $h_2(C)$ n'est pas facile à visualiser et n'a généralement pas la forme d'une ellipse. Cependant comme nous l'avons montré au chapitre 2, des formes beaucoup plus simples peuvent être déduites moyennant de faibles hypothèses sur la fonction h_2 et sur la région de confiance C de β . En particulier, si h_2 est continue et C est compacte dans \mathbb{R}^p , la région de confiance $h_2(C)$ pour γ_2 est aussi compacte dans \mathbb{R}^k , et les régions de confiance univariées relatives à chaque composante de γ_2 sont compactes dans \mathbb{R} . Si h_2 est continue et si C est connexe dans \mathbb{R}^p , la région de confiance $h_2(C)$ pour γ_2 est aussi connexe dans \mathbb{R}^k , et les régions de confiances relatives à chaque composante de γ_2 sont connexes dans \mathbb{R}^k , et les régions de confiance $h_2(C)$ pour γ_2 est aussi continue dans \mathbb{R}^p , la région de confiance $h_2(C)$ pour γ_2 est aussi continue dans \mathbb{R}^p , la région de confiance $h_2(C)$ pour γ_2 est aussi continue dans \mathbb{R}^k , et les régions de confiance univariées sont continues dans \mathbb{R}^p c'est-à-dire qu'elles sont de la forme $[\gamma_{2i}^L, \gamma_{2i}^U]$ i = I, ..., k_2 , où $\gamma_{2i}^L > -\infty$ et $\gamma_{2i}^U < +\infty$ sont respectivement des bornes inférieures et supérieures qui peuvent être déduites par des méthodes d'optimisation numériques standards.

²⁵ Voir Gourieroux et Monfort (1989, pages 243-250, volume 2).

À partir des deux régions de confiance C et $h_2(C)$ pour β et γ_2 respectivement, on peut alors utiliser les autres résultats développés au chapitre 2 et relatifs à l'inférence sur le vecteur Y des variables endogènes du modèle. En effet si on pose $\theta = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma_2 \end{pmatrix}$ où $\theta \in \mathbf{R}^{(p+k_p)}$ c'est-à-dire que θ est un vecteur de paramètres à $p + k_2$ composantes qui contient à la fois les élasticités composantes de β , et les paramètres de calibration qui dépendent de ces paramètres libres composantes de γ_2 , alors la solution du modèle (2.1) peut être écrite sous la forme suivante:

$$Y = M(X, \theta, \gamma_1) . (2.9)$$

Comme ce qui intéresse généralement les modélisateurs c'est le vecteur des variables endogènes $Y = M(X, \theta, \gamma_I)$ et non pas le vecteur des paramètres lui-même, et comme d'une part les valeurs des variables exogènes X sont connues et d'autre part le caractère déterministe du modèle n'est pas remis en cause dans cette section, on peut simplifier la notation en écrivant:

$$Y = g(\mathbf{\theta}) \ . \tag{2.10}$$

Ainsi pour conduire une inférence sur le vecteur des variables endogènes Y, on considère la région de confiance D pour θ telle que:

$$D = \{ \theta \in \mathbf{R}^{(p+k_2)} : \beta \in C \text{ et } \gamma_2 \in h_2(C) \} . \tag{2.11}$$

Cette région est exacte si la région C est exacte, et elle est conservatrice si la région C est conservatrice. En effet comme la région $h_2(C)$ est conservatrice et les deux événements $[\beta \in C]$ et $[\gamma_2 \in h_2(C)]$ ne sont pas indépendants, la région de confiance D pour θ dépend de la taille de la région de confiance qui a le niveau le plus faible. La proposition suivante

précise cette remarque.

<u>Proposition 1:</u> Si la région de confiance C de β est de niveau 1 - α , alors

- (i) la région de confiance induite $h_2(C)$ est une région de confiance de niveau I α pour γ_2 ;
- (ii) la région de confiance D pour $\theta = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma_2 \end{pmatrix}$ est de niveau $I \alpha$.

Preuve:

Supposons que C est de niveau $I - \alpha$, c'est-à-dire

$$P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha \tag{2.12}$$

avec $0 \le \alpha < 1$. On a par définition

$$h_2(C) = \{ \gamma_2 \in \mathbb{R}^{k_2} : \gamma_2 = h_2(\beta_0) \text{ pour } \beta_0 \in C \}$$
 (2.13)

d'où

$$\beta \in C \Rightarrow \gamma_2 \in h_2(C) \tag{2.14}$$

et

$$P[\gamma, \in h_2(C)] \ge P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha . \tag{2.15}$$

Donc $h_2(C)$ est une région de confiance de niveau 1 - α pour γ_2 . Par ailleurs, en tenant compte de (2.14), on a

$$P[\theta \in D] = P[\beta \in C \text{ et } \gamma_2 \in h_2(C)] = P[\beta \in C] \ge 1 - \alpha$$
 (2.16)

ce qui signifie que la région D est de niveau $1 - \alpha$. C.Q.F.D.

À partir de ces résultats, la construction de régions de confiance pour les variables endogènes des MCEG peut être conduite en tenant compte des régions de confiance des deux vecteurs de paramètres β et γ_2 (libres et calibrés dépendant des libres), ou simplement à partir de celle du vecteur β des paramètres libres, ayant évacué les paramètres calibrés qui dépendent des paramètres libres tout en prenant en considération l'incertitude qui leur est associée. Ce résultat permet de simplifier largement les procédures numériques surtout lorsque la dimension du vecteur γ_2 est grande. Nous illustrons cette procédure et la construction de ces régions de confiance sur un exemple à la section qui suit.

3. CAS DES PARAMÈTRES CALIBRÉS DES FONCTIONS CES ET CET

Pour illustrer l'approche proposée ici, nous présentons un cadre d'illustration mais intéressant en lui-même. On considère le cas d'une fonction d'importation à la Armington d'usage courant dans les MCEG. Une telle formulation générale, avec des interprétations légèrement différentes est utilisée pour modéliser les productions sectorielles, les exportations, les compositions de portefeuilles dans des modèles avec flux financiers etc....C'est dire que l'exemple ici traité couvre un grand nombre de cas de calibration en présence de paramètres libres ou élasticités dans les MCEG. Cette fonction est homogène de degré un pour ses arguments dont le nombre dépend du cadre modélisé (inputs ou facteurs de production, origines des produits importés ou marchés pour les produits exportés, ou encore titres financiers substituables). Dans notre exemple d'illustration, nous considérons le cas que nous avons retenu et développé au chapitre 3 à savoir celui où le consommateur tire une utilité en consommant un bien dit composite noté Q. Ce bien est

composé de biens importés M et de biens produits localement ou domestiques D. Dans ce cas le problème décisionnel du consommateur consiste à choisir la combinaison des quantités M et D qui minimise une dépense globale étant donné les deux prix p_M et p_D et le niveau Q. La formulation d'Armington de cette fonction CES est donnée par

$$Q = B \left(\delta M^{-\rho} + (1 - \delta) D^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}. \tag{3.1}$$

Pour avoir une interprétation directe on pose $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$ c'est-à-dire $\rho = \frac{1-\sigma}{\sigma}$ et (3.1) devient alors

$$Q = B \left(\delta M^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} + (1 - \delta) D^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma - 1}}, \tag{3.2}$$

où B est une constante de définition des unités de mesure ou de dimension, δ est une pondération ou un paramètre de proportionnalité et σ est une élasticité de substitution (constante) entre les biens importés et les biens domestiques. Dans notre terminologie, compte tenu des procédures de calibration déterministe de ce type de fonctions dans les MCEG que nous reprenons ci-dessous, B et δ sont des paramètres de calibration alors que σ (ou ρ) est un paramètre libre estimé ou emprunté à l'extérieur du modèle, indépendamment des données de l'année de référence.

La condition de premier ordre du problème du consommateur est donnée par l'égalité du rapport des prix des deux types de biens et le taux marginal de substitution entre produits importés et produits domestiques. Autrement dit

$$\frac{P_D}{P_M} = \left(\frac{1 - \delta}{\delta}\right) \left(\frac{D}{M}\right)^{-\rho - 1},\tag{3.3}$$

ou encore

$$\frac{M}{D} = \left(\frac{\delta P_D}{(1-\delta) P_M}\right)^{\frac{1}{\rho+1}} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{\sigma} \left(\frac{P_D}{P_M}\right)^{\sigma}.$$
 (3.4)

Pour calibrer les paramètres des fonctions de ce type dans les MCEG, les modélisateurs se donnent par différents moyens (estimations, revues de littérature, comparaisons internationales ou fixations arbitraires) une valeur pour le paramètre libre qui est l'élasticité de substitution σ dans ce cas. Cette valeur est fondamentale et est à la première étape de ce processus de calibration. À partir de la condition de premier ordre (3.4) et des données de l'année de base pour Q_o , M_o et D_o et d'une hypothèse sur la normalisation des prix de cette même année on déduit:²⁶

$$\left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) \left(\frac{P_{0_D}}{P_{0_M}}\right),$$
(3.5)

d'où une estimation unique pour δ donnée par

$$\delta = \frac{\left(\frac{P_{0_M}}{P_{0_D}}\right) \left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{1 + \left(\frac{P_{0_M}}{P_{0_D}}\right) \left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} = h_{21}(\sigma) . \tag{3.6}$$

Dans cette procédure, qui ne peut être conduite que dans cet ordre, il reste à calibrer le paramètre d'échelle B. À partir de (3.2), des données de l'année de base, de l'estimation

²⁶ Une hypothèse relative aux prix de l'année de référence est généralement faite dans les MCEG. Tous les prix, sauf ceux qui prennent compte de taxes ou de subventions, sont normalisés à un (des indices) pour l'année de base.

ponctuelle retenue pour le paramètre libre σ et de celle ici déduite pour δ on a:

$$B = \frac{Q_0}{\left(\delta M_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) D_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}} = h_{22}(\sigma) . \tag{3.7}$$

Les deux équations (3.6) et (3.7) montrent le rôle crucial du paramètre libre dans la détermination des valeurs des autres paramètres. À partir de cette approche de calibration déterministe, nous cherchons à construire des régions de confiance pour les deux paramètres calibrés δ et B, à partir d'une région de confiance pour le paramètre libre σ . Pour ce faire on se donne non pas une estimation ponctuelle δ de σ mais plutôt une estimation ensembliste, ce qui est plus général. De façon concrète, la région de confiance C pour σ dont il s'agit peut être interprétée de deux façons différentes. Premièrement, on pourra supposer que C est une région de confiance échantillonnale basée sur des études statistiques antérieures et des observations passées comme ce que nous avons construit au chapitre 4. Deuxièmement, dans d'autres cas, on pourra considérer que le paramètre σ lui-même est aléatoire et que la région C est une région de confiance Bayesienne pour σ . Les arguments que nous développons ici seront applicables selon les circonstances, suivant l'une ou l'autre de ces deux interprétations.

À partir de l'expression (3.6), qui définit une fonction continue d'une région de confiance C pour σ , qui est une partie de \mathbf{R} vers une partie $h_{2l}(C) \subset \mathbf{R}$, nous illustrons de façon analytique la construction de ce qui devient une région de confiance pour δ . Pour simplifier les notations on pose:

$$N(\sigma) = \left(\frac{P_{0_{M}}}{P_{0_{D}}}\right) \left(\frac{M_{0}}{D_{0}}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{P_{0_{M}}}{P_{0_{D}}}\right) e^{-\frac{1}{\sigma} \ln \left(\frac{M_{0}}{D_{0}}\right)}, \tag{3.8}$$

d'où

$$\delta = h_{21}(\sigma) = \frac{N(\sigma)}{1 + N(\sigma)}. \tag{3.9}$$

Il s'agit à présent d'étudier le comportement de la fonction h_{21} en particulier dans la région de confiance C. En effet à partir de (3.9), on déduit que

$$\frac{d\delta}{d\sigma} = \frac{N'(\sigma)(1+N(\sigma))-N'(\sigma)N(\sigma)}{(1+N(\sigma))^2} = \frac{N'(\sigma)}{(1+N(\sigma))^2} , \qquad (3.10)$$

οù

$$N'(\sigma) = \frac{dN}{d\sigma} = \left(\frac{P_{0_M}}{P_{0_D}}\right) \left(-\frac{1}{\sigma^2} \ln \left(\frac{M_0}{D_0}\right)\right) \left(\left(\frac{M_0}{D_0}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\right). \tag{3.11}$$

Il est alors clair que le signe de $\frac{d\delta}{d\sigma}$ est le même que celui de $\frac{dN}{d\sigma}$, c'est-à-dire que

signe
$$\frac{d\delta}{d\sigma}$$
 = signe $\frac{dN}{d\sigma}$ = signe $\left[-\ln\left(\frac{M_0}{D_0}\right)\right]$ = signe $\left[\ln\left(\frac{D_0}{M_0}\right)\right]$. (3.12)

Si $D_0 > M_0$ alors $\frac{d\delta}{d\sigma} > 0$ et si $D_0 < M_0$ alors $\frac{d\delta}{d\sigma} < 0$. Ce résultat, que nous n'avons jamais rencontré dans la littérature sur les MCEG est assez surprenant. Il peut avoir des interprétations économiques intéressantes selon les contextes modélisés. Pour ce qui nous intéresse ici, il ressort dans les deux cas que la fonction h_{21} est strictement monotone. Si on suppose que la région de confiance C pour σ est de la forme $[\underline{\sigma}, \overline{\sigma}]$ et est de niveau $1 - \alpha$, comme la fonction h_{21} est continue et monotone alors l'un des deux intervalles

 $[h_{21}(\underline{\sigma}), h_{21}(\overline{\sigma})]$ et $[h_{21}(\overline{\sigma}), h_{21}(\underline{\sigma})]$, selon le cas, est nécessairement un intervalle de confiance de niveau I - α pour δ . ²⁷ Autrement dit, l'une ou l'autre des deux implications suivantes se trouve nécessairement réalisée

$$P[\sigma \in [\underline{\sigma}, \overline{\sigma}]] \ge 1 - \alpha \Rightarrow P[\delta \in [h_{21}(\underline{\sigma}), h_{21}(\overline{\sigma})]] \ge 1 - \alpha , \qquad (3.13)$$

$$P[\sigma \in [\underline{\sigma}, \overline{\sigma}]] \ge 1 - \alpha \Rightarrow P[\delta \in [h_{21}(\overline{\sigma}), h_{21}(\underline{\sigma})]] \ge 1 - \alpha. \tag{3.14}$$

Outre le paramètre de proportionnalité δ , un travail similaire peut être fait pour le paramètre d'échelle B. Ce travail est analytiquement moins facile que celui fait pour δ mais reste numériquement faisable.

Comme la procédure de calibration est habituellement conduite en cascade dans un ordre précis et d'après la proposition 1, tenir compte de l'incertitude sur les paramètres calibrés qui dépendent des paramètres libres revient à bien spécifier des régions de confiance pour les paramètres libres du modèle. Cependant, dans les cas où des paramètres calibrés ne sont pas fonction de paramètres libres d'autres approches pour leur construire des régions de confiance doivent être analysées. C'est l'objet des sections suivantes de ce chapitre.

4. RÉGIONS DE CONFIANCE À PARTIR D'ÉQUATIONS PERTURBÉES

Dans cette section nous ébauchons une approche de construction de régions de confiance pour les paramètres calibrés du modèle qui dépasse le cadre déterministe des

²⁷ Pour avoir une idée de la longueur de l'intervalle de confiance C pour σ, une étude de Reinert et Roland-Holst (1992) pour 163 secteurs de l'économie américaine montre que cette élasticité serait située entre 0.14 et 3.49.

MCEG. Cette méthode introduit des aléas, et donc de l'incertitude, dans toutes ou certaines équations du modèle qui sont utilisées lors de la calibration déterministe pour construire des régions de confiance simulées pour les paramètres non libres.

Avant de généraliser l'approche proposée, nous présentons ici aussi un cadre d'illustration simple. On considère le cas d'un MCEG où la fonction de production sectorielle est une fonction de type Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants pour les facteurs travail et capital. Plus précisément nous utilisons la formulation utilisée au chapitre 3. Comme des matières premières sont nécessaires dans le processus de production, alors la production dont il s'agit est plutôt une valeur ajoutée. Cette modélisation et ces formes de fonctions sont fréquemment utilisées dans les MCEG pour la simplicité de leurs expressions, des dérivations qu'elles impliquent et surtout pour la facilité des procédures de calibration associées à leurs paramètres. La forme générale de ce type de fonctions de production dans le cas de plusieurs catégories du facteur travail et un seul facteur capital par secteur est donnée par

$$X_{i} = A_{i} \left(\prod_{l} L_{i,l}^{\delta_{i,l}} \right) K_{i}^{(1 - \sum \delta_{i,l})}$$

$$(4.1)$$

où X_i est la production (ou la valeur ajoutée) du secteur i, A_i est un paramètre d'échelle, $L_{i,l}$ est la quantité du facteur travail de type l utilisée dans le secteur i, K_i est la quantité du facteur capital utilisée dans le secteur i, $\delta_{i,l}$ l'élasticité de la production au facteur travail de type l dans le secteur i. Tout le raisonnement qui va suivre peut être fait sur cette fonction de production. Cependant pour alléger les notations nous ignorons l'indice i qui représente le secteur et nous considérons un seul marché du travail. Ainsi la fonction de production (4.1) devient beaucoup plus simple et prend la forme suivante:

$$X = A L^{\delta} K^{(1-\delta)} \tag{4.2}$$

Dans les MCEG standards, on utilise des hypothèses sur les structures des marchés. Ces hypothèses permettent de rendre compte du comportement des agents et en particulier des entreprises dans chaque secteur d'activité, ce qui permet de déduire les demandes de facteurs à partir des programmes de maximisation des profits. Comme dans ce chapitre notre souci est économétrique et non de modélisation, nous supposerons que le secteur en question est en concurrence parraite. La condition de premier ordre associée à ce problème est donnée par:

$$PX\delta = wL (4.3)$$

où P est le prix du bien X (ou le prix de la valeur ajoutée), w est le taux de salaire du facteur travail considéré. Pour la calibration des paramètres de ce type de fonctions, les modélisateurs n'ont besoin que des données d'une année de base contenues dans une matrice de comptabilité sociale de référence. Aucune information sur des paramètres libres n'est donc nécessaire. Les données de l'année de référence dont il s'agit sont PX qui représente la production (ou la valeur ajoutée) en valeur dans le secteur et wL qui est la masse salariale correspondante. L'équation (4.3) donne alors une estimation unique de δ , basée sur une seule observation (celle de l'année de base) à cause de la nature déterministe du modèle:

$$\delta = \frac{w_0 L_0}{P_0 X_0} . {4.4}$$

À partir de cette estimation de δ et de l'équation (4.2), une estimation du coefficient

d'échelle A de la fonction de production est alors déduite:28

$$A = \frac{X_0}{L_0^{\delta} K_0^{(1-\delta)}} \quad . \tag{4.5}$$

Étant donné les hypothèses précisées plus haut, il est clair que cette procédure de calibration peut se faire pour des fonctions de production de ce type pour tous les secteurs et pour tous les facteurs de production. Pour cet exemple et pour d'autres similaires, nous proposons une approche stochastique complémentaire qui permet de construire des régions de confiance pour les paramètres δ et A de la fonction (4.2). Le cas déterministe se trouve être un cas particulier de cette approche basée sur des simulations. L'idée d'introduire des perturbations aléatoires dans certaines équations du modèle (celles qui sont utilisées dans une calibration déterministe) que nous proposons ici n'est pas entièrement nouvelle. Mansur et Whalley (1984) ont proposé des formes stochastiques des MCEG qui permettent d'estimer les paramètres de ces modèles. Ils ont aussi fait ressortir pourquoi les méthodes d'estimation économétriques usuelles ne sont pas généralement utilisées dans ce type de modèles. Les perturbations qu'ils ont considérées sont soit multiplicatives soit additives selon la forme et le contexte de l'équation du modèle. Des hypothèses sur les distributions des perturbations introduites sont faites pour estimer les paramètres du modèle. Ici nous introduisons de la même façon des perturbations mais nous n'allons pas dans le sens de l'estimation ponctuelle des paramètres. Pour justifier encore plus l'introduction de ces aléas on peut avancer, comme le fait Lau (dans son commentaire à Mansur et Whalley (1984)), au moins deux raisons. D'une part personne ne peut prétendre, même dans un contexte d'équilibre général, que le modèle retrace tous les effets possibles sur les variables

²⁸ Une hypothèse implicite est faite à ce niveau. Le prix de de la valeur ajoutée de l'année de base est un indice égal à un, ce qui permet de donner au volume X_0 la valeur P_0X_0

endogènes, les perturbations aléatoires représentent alors les effets de ces facteurs omis par la modélisation. D'autre part, les variables endogènes tout comme les variables exogènes sont généralement mesurées avec des erreurs surtout pour les pays en développement pour lesquels plusieurs MCEG sont construits. Introduire ces perturbations c'est reconnaître dans un certain sens l'existence de ces erreurs de mesures. Dans le cas d'illustration que nous traitons ici on suppose que la fonction de production (4.2) et la condition de premier ordre qui lui est associée sont stochastiques, de la façon suivante:

$$X = A L^{\delta} K^{(1-\delta)} e^{u} (4.6)$$

$$P X \delta = w L e^{\gamma} \tag{4.7}$$

où (u, v) est un vecteur de variables aléatoires, de distribution quelconque connue et simulable. Sur les données d'une année de base, ces deux équations donnent alors

$$X_0 = A L_0^{\delta} K_0^{(1-\delta)} e^{u_0}, \qquad (4.8)$$

$$P_{0} X_{0} \delta = w_{0} L_{0} e^{v_{0}}$$
 (4.9)

où A et δ sont les deux paramètres inconnus. On déduit

$$\delta = \frac{w_0 L_0}{P_0 X_0} e^{v_0}, \qquad (4.10)$$

$$A = \frac{X_0}{L_0^{\delta} K_0^{(1-\delta)} e^{u_0}} . {(4.11)}$$

Les équations du cadre déterministe de la calibration déduites dans (4.4) et (4.5) ne tiennent

plus. Elles ne sont vérifiées que lorsque les erreurs u et v sont nulles. Ces deux équations donnent dans ce contexte stochastique des estimateurs de δ et A. Ainsi par définition on a

$$\hat{\delta}_0 = \frac{w_0 L_0}{P_0 X_0} , \qquad (4.12)$$

indépendamment de A, et pour toute valeur de δ on pose comme dans (4.5)

$$A_0 = A_0(\delta) = \frac{X_0}{L_0^{\delta} K_0^{(1-\delta)}} . {(4.13)}$$

En particulier pour δ_0 on obtient l'estimateur de A suivant:

$$\hat{A}_0 = \hat{A}_0(\hat{\delta}_0) = \frac{X_0}{L_0^{\hat{\delta}_0} K_0^{(1-\hat{\delta}_0)}} . \tag{4.14}$$

Entre les équations (4.11) et (4.14) on obtient

$$\frac{\hat{A}_0}{A} = \frac{L_0^{\delta} K_0^{(1-\delta)} e^{u_0}}{L_0^{\delta_0} K_0^{(1-\delta_0)}}$$
(4.15)

c'est-à-dire

$$\frac{\hat{A}_0}{A} = L_0^{(\delta - \delta_0)} K_0^{(\delta_0 - \delta)} e^{u_0} , \qquad (4.16)$$

ou encore

$$\frac{\hat{A_0}}{A} = \left(\frac{K_0}{L_0}\right)^{(\delta_0 - \delta)} e^{u_0}, \qquad (4.17)$$

qui donne sous forme logarithmique

$$\ln(\hat{A}_0) - \ln(A) = (\delta_0 - \delta) \ln(\frac{K_0}{L_0}) + u_0$$
 (4.18)

Par ailleurs, à partir des équations (4.10) et (4.12) on déduit

$$\frac{\delta_0}{\delta} = \frac{1}{e^{\nu_0}} \quad , \tag{4.19}$$

ou encore

$$\ln(\delta_0) - \ln(\delta) = -\nu_0. \tag{4.20}$$

À partir de l'une ou l'autre des deux équations (4.19) et (4.20) on s'aperçoit que $\frac{\delta_0}{\delta}$ ou encore $(\ln(\delta_0) - \ln(\delta))$ sont des fonctions pivotales pour le paramètre δ . Rappelons ici qu'une fonction pivotale pour le paramètre δ par exemple, est toute fonction aléatoire Z définie sur l'ensemble des observations et du domaine du paramètre δ et à valeurs réelles telle que la loi de Z ne dépend pas du paramètre δ bien que celui-ci soit un argument de la fonction Z. ²⁹ La fonction pivotale n'est pas une statistique puisqu'elle dépend du paramètre inconnu. Lorsque l'on dispose d'une fonction pivotale que l'on peut inverser pour isoler le paramètre d'intérêt, des régions de confiance pour ce paramètre sont immédiatement déduites. C'est cette procédure que nous utiliserons ici. Étant donnée une distribution (quelconque mais connue) du vecteur aléatoire (u_0, v_0) , des régions de confiance simulées peuvent être construites pour les paramètres δ et A ou pour des fonctions de ces paramètres. Remarquons ici qu'il n'est pas nécessaire que le vecteur (u_0, v_0) ait une loi normale, contrairement à ce que Mansur et Whalley (1984) imposent. Il n'est pas non plus

²⁹ Voir Gourieroux et Monfort (1989, page 244, volume 2).

nécessaire que u_0 et v_0 soient indépendantes. Cependant si ces hypothèses sont faites des simplifications importantes apparaissent. Dans le cas d'illustration que nous traitons ici on remarque que $\frac{\delta_0}{\delta}$ ne dépend que de v_0 et pas de u_0 , et on peut écrire

$$P\left[\frac{\delta_0}{\delta} \ge c_{\alpha}\right] = P\left[\frac{1}{e^{\nu_0}} \ge c_{\alpha}\right] = \alpha \tag{4.21}$$

où α est un niveau fixé a priori pour que la région de confiance pour δ soit de niveau I - α et c_{α} est la valeur critique correspondante que l'on peut déduire à partir de la distribution théorique ou simulée de v_0 . On a alors, par construction

$$P[\frac{\delta_0}{\delta} \le c_{\alpha}] = 1 - \alpha \tag{4.22}$$

et

$$\Gamma_{\delta} = \{\delta \in \mathbf{R} : \frac{\delta_0}{\delta} \le c_{\alpha}\} = \{\delta \in \mathbf{R} : \delta \ge \frac{w_0 L_0}{P_0 X_0} \frac{1}{c_{\alpha}}\}$$

$$\tag{4.23}$$

est une région de confiance de niveau I - α pour le paramètre δ .

Par une démarche similaire on cherche à construire une région de confiance pour le paramètre A. Si on suppose que δ est connu dans un premier temps et que le paramètre inconnu est le paramètre d'échelle A alors à partir de (4.11) et (4.13) on peut déduire

$$\frac{A_0}{A} = e^{u_0} \,, \tag{4.24}$$

ce qui donne comme avant une fonction pivotale pour A, et permet de construire une région de confiance pour ce paramètre. Cependant, comme δ est généralement inconnu, cette

procédure ne peut pas être utilisée. Les deux équations (4.17) et (4.18) ne peuvent pas fournir une fonction pivotale pour A. En effet même en utilisant (4.18) et (4.19) pour évacuer δ , l'expression qui en résulte suivante

$$\ln(\hat{A}_0) - \ln(A) + \delta_0 (e^{v_0} - 1) \ln(\frac{K_0}{L_0}) = u_0$$
 (4.25)

ne donne pas une fonction pivotale pour A. Pour δ inconnu il n'est donc pas possible de construire une région de confiance marginale pour A. Cependant si on considère le paramètre bi-dimensionnel (A, δ) il est alors possible de trouver une fonction pivotale bi-dimensionnelle pour ce paramètre. En effet à partir des équations (4.18) et (4.20) on peut écrire

$$W = \begin{pmatrix} \ln(\hat{A}_0) - \ln(A) + (\delta - \delta_0) \ln(\frac{K_0}{L_0}) \\ \ln(\delta) - \ln(\delta_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix}.$$
 (4.26)

Comme la loi du vecteur (u_0, v_0) est fixe et connue par hypothèse, on a bien une fonction pivotale pour le couple $(\ln (A), \delta)$. La matrice de covariance notée $\hat{\Omega}$ de ce vecteur étant connue ou estimée, on peut calculer la statistique T suivante:

$$T(u_0, v_0) = W'\hat{\Omega}^{-1}W. (4.27)$$

Si une hypothèse de normalité est faite sur la loi du vecteur (u_0, v_0) ou encore que u_0 et v_0 sont indépendantes, des simplifications s'opèrent au niveau du calcul de la statistique T. À partir de (4.27) on peut déduire

$$P[T(u_0, v_0) \le c_n] = P[W'\hat{\Omega}^{-1}W \le c_n] = 1 - \alpha$$
, (4.28)

où α est un niveau fixé a priori pour que la région de confiance simultanée pour δ et ln(A) soit de niveau I - α , c_{α} est la valeur critique correspondante que l'on peut déduire à partir de la distribution éventuellement simulée de la statistique T. Finalement cette région de confiance est définie par

$$\Gamma_{(\delta, A)} = \{ (\delta, A) \in \mathbb{R}^2 : W' \hat{\Omega}^1 W \le c_{\alpha} \}.$$
 (4.29)

La procédure ici présentée pour le cas d'une fonction de production de type Cobb-Douglas couvre un bon nombre de cas utilisés dans les MCEG. Les cas similaires peuvent être traités de la même façon. Avec des régions de confiance pour tous les paramètres du modèle construites comme illustré dans ces deux sections, la construction de régions de confiance pour les variables endogènes du modèle peut se faire par les méthodes décrites au chapitre 2. Une généralisation de cette approche est présentée dans la section suivante.

5. TRAITEMENT GÉNÉRAL DE LA CONSTRUCTION DE RÉGIONS DE CONFIANCE À PARTIR D'ÉQUATIONS PERTURBÉES

Dans cette section, nous généralisons cette approche basée sur des simulations pour construire des régions de confiance compatibles avec une calibration déterministe de base, pour tous les paramètres non libres d'un MCEG. Nous reprenons les trois premières équations de la structure de base du problème présentée à la section 1 de ce chapitre à savoir:

$$Y = M(X, \beta, \gamma) , \qquad (5.1)$$

$$Y_0 = M(X_0, \beta, \gamma) , \qquad (5.2)$$

$$\gamma = H(Y_0, X_0, \beta) = h(\beta)$$
 (5.3)

Dans un premier temps on suppose qu'il n'y a pas de paramètres libres dans le modèle, c'est-à-dire que les valeurs de tous les paramètres peuvent être déduites à partir des données d'une année de référence (celle de la matrice de comptabilité sociale par exemple). Nous reviendrons dans un second lieu sur le cas où des paramètres libres apparaissent dans le modèle. Les équations (5.1), (5.2) et (5.3) sont alors simplifiées et deviennent respectivement

$$Y = M(X, \gamma) , \qquad (5.4)$$

$$Y_0 = M(X_0, \gamma) , \qquad (5.5)$$

$$\gamma = H(Y_2, X_2) . \tag{5.6}$$

Dans les procédures de calibration des MCEG, contrairement à ce que l'écriture générale présentée ici suggère, seules certaines équations du modèle sont habituellement utilisées. Ce sont en général les équations qui spécifient les comportements des agents, les conditions de premier ordre qui leurs sont associées et parfois certaines conditions d'équilibre. Les autres conditions d'équilibre, les identités comptables et les équations de définitions en particulier, ne sont pas utilisées dans la calibration. Par ce fait, et comme c'est l'aspect économétrique de la calibration qui nous intéresse, on peut réécrire le soussystème, disons de calibration, de la façon suivante:

$$Y^{s} = S(X^{s}, \gamma) , \qquad (5.7)$$

$$\gamma = H_c(Y_0^s, X_0^s) = H(Y_0, X_0) . \tag{5.8}$$

Ici Y_0 et X_0 représentent respectivement les sous-vecteurs des variables endogènes et exogènes du modèle utilisés lors de la calibration. Jusqu'ici seul le cadre déterministe des MCEG est utilisé. Le prolongement stochastique que nous proposons consiste à associer au système d'équations (5.7) des termes d'erreurs aléatoires soit de façon additive (cas des fonctions de demande) soit de façon multiplicative (cas des fonctions de production ou de fonctions similaires) comme le proposent Mansur et Whalley (1984). Supposons maintenant que la relation (5.7) soit perturbée par un vecteur d'erreurs additives U: ³⁰

$$Y^{s} = S(X^{s}, \gamma) + U \tag{5.9}$$

où U est un vecteur aléatoire de même dimension que Y^s , de distribution quelconque connue et simulable. En particulier U peut ne pas avoir une loi normale. Sans perte de généralité, U est d'espérance nulle (c'est une erreur) et de matrice de covariance connue ou estimée notée $\hat{\Sigma}$. Il est donc clair que le contexte déterministe est ici dépassé, on conserve cependant la démarche de la calibration. À l'instar de (5.5), mais avec un terme aléatoire on peut alors écrire

$$Y_0^s = S(X_0^s, \gamma) + U {(5.10)}$$

³⁰ Perturber (5.7) de façon multiplicative n'affecte pas les résultats de l'approche (voir l'annexe de ce chapitre).

³¹ U peut contenir des variables dégénérées en 0 si des équations utilisées dans la calibration déterministe ne peuvent pas être perturbées par des erreurs aléatoires.

où Y_0^s et X_0^s sont respectivement les vecteurs des variables endogènes et exogènes de l'année de base utilisés dans la calibration. Alors comme pour la calibration déterministe on déduit

$$\gamma = H_s(Y_0^s - U, X_0^s) . ag{5.11}$$

Et par conséquent (5.8) ne tient plus, elle n'est vérifiée que lorsque U est un vecteur nul. La fonction $H_s(Y_0^s, X_0^s)$ donne dans ce contexte stochastique un estimateur $\hat{\gamma}_0$ de γ .

$$\hat{\gamma}_0 = H_s(Y_0^s, X_0^s) . {(5.12)}$$

Ainsi par définition de cet estimateur, (5.7) s'écrit:

$$Y_0^s = S(X_0^s, \hat{\gamma}_0) . {(5.13)}$$

L'objectif de cette étape dans la procédure que nous proposons est de déduire à partir de (5.10) et (5.13) des relations soit vectorielles soit scalaires (éventuellement moyennant des transformations algébriques appropriées qui peuvent s'imposer pour certaines structures d'équations) qui permettent d'isoler soit des composantes du vecteur U soit le vecteur U dans son ensemble, (on peut aussi obtenir des transformations algébriques du vecteur U ou de ses composantes). Comme la distribution de U est connue, ces transformations nous permettent d'obtenir une fonction pivotale pour γ . En effet entre (5.10) et (5.13) on déduit facilement la relation vectorielle suivante

$$W(X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma) = S(X_0^s, \hat{\gamma}_0) - S(X_0^s, \gamma) = U.$$
 (5.14)

Comme par hypothèse la distribution de U est connue et fixe, le côté gauche de l'expression (5.14) définit une fonction pivotale pour le paramètre γ . Remarquons par ailleurs que dans

un système de calibration comme celui définit par (5.7) et (5.8) le nombre de paramètres non libres contenus dans γ (k dans notre présentation) est toujours égal au nombre d'équations. Autrement dit, k est la dimension commune de γ , Y^s et U. Lau dans son commentaire à Mansur et Whalley (1984) fait une remarque similaire. Comme $\hat{\Sigma}$, la matrice de covariance de U, est connue, on peut alors simuler la statistique T(U) suivante

$$T(U) = W(X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma)' \hat{\Sigma}^{-1} W(X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma) = U' \hat{\Sigma}^{-1} U.$$
 (5.15)

Si une hypothèse de normalité est faite sur la loi du vecteur U ou encore si les composantes de U sont indépendantes, des simplifications s'opèrent au niveau du calcul de la statistique T et on déduit

$$P[T(U) \le c_{\alpha}] = P[W'\hat{\Sigma}^{-1}W \le c_{\alpha}] = 1 - \alpha ,$$
 (5.16)

où α est un niveau fixé a priori pour que la région de confiance simultanée pour γ soit de niveau I - α , c_{α} est la valeur critique correspondante que l'on peut déduire à partir de la distribution éventuellement simulée de T(U). Finalement la région de confiance pour γ est définie par

$$\Gamma_{\gamma} = \{ \gamma \in \mathbb{R}^k : W' \hat{\Sigma}^{-1} W \le c_{\alpha} \} . \tag{5.17}$$

Si des transformations font en sorte que (5.14) prend une forme particulière, une généralisation permet de montrer que la construction d'une région de confiance pour γ reste possible. En effet si au lieu de (5.14) on a la relation plus générale suivante

$$W(Y_0^s, X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma) = F(U)$$
 (5.18)

où F est ici une fonction de \mathbb{R}^k (k étant la dimension du vecteur des paramètres de

calibration γ) à valeurs dans \mathbb{R}^k . Comme U est un vecteur aléatoire de distribution quelconque connue et simulable F(U) le sera aussi. On note par $\hat{\Omega}$ la matrice carrée d'ordre k, estimateur de la matrice de covariance de F(U). Analytiquement cette matrice est donnée par $\hat{\Omega}(U) = f(U) \hat{\Sigma}(U) f(U)'$, où $f(U) = \frac{\partial F}{\partial U'}(U)$. Cependant comme l'approche ici proposée est basée sur des simulations $\hat{\Omega}$ est obtenue par un calcul direct sur les valeurs du vecteur F(U) générées à partir des simulations du vecteur U.

Proposition 2:

Si Ω est l'estimateur de la matrice de covariance du vecteur F(U), alors le sous-ensemble Γ_{γ} de \mathbf{R}^k défini par

$$\Gamma_{\gamma} = \{ \gamma \in \mathbb{R}^{k} : W(Y_{0}^{s}, X_{0}^{s}, \hat{\gamma}_{0}, \gamma)' \hat{\Omega}^{-1} W(Y_{0}^{s}, X_{0}^{s}, \hat{\gamma}_{0}, \gamma) \leq c_{\alpha} \}$$
 (5.19)

est une région de confiance simultanée de niveau l - α pour le vecteur de paramètres de calibration γ .

Preuve:

À partir de (5.18) on a $W(Y_0^s, X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma) = F(U)$. Comme $\hat{\Omega}$ est la matrice de covariance de F(U), elle est carrée d'ordre k et on a

$$T(U) = W(Y_0^s, X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma)' \hat{\Omega}^{-1} W(Y_0^s, X_0^s, \hat{\gamma}_0, \gamma) = F(U)' \hat{\Omega}^{-1} F(U) . \tag{5.20}$$

Donc

 $^{^{32}}$ Le fait d'introduire la matrice de covariances de F(U) n'est pas nécessaire, des résultats similaires peuvent être obtenus en prenant juste la matrice unité.

 $P[T(U) \le c_{\alpha}] = P[W'\hat{\Omega}^{-1}W \le c_{\alpha}] = P[F(U)'\hat{\Omega}^{-1}F(U) \le c_{\alpha}] = 1 - \alpha$ (5.21) où α est un niveau fixé a priori pour que la région de confiance soit de niveau I - α . Ainsi la région Γ_{γ} définie dans la proposition est bien une région de confiance de niveau I - α pour le vecteur de calibration γ . C.Q.F.D.

Dans la pratique, la région de confiance Γ_{γ} est construite par simulation puisque la distribution de la statistique T(U) peut être compliquée à établir mais simulable. Avec N répliques du vecteur U on calcule éventuellement la matrice Ω et N répliques de la statistique T. Pour un niveau α fixé a priori on déduit alors le seuil c_{α} . Comme γ_0 est calculé sur une calibration déterministe la région Γ_{γ} se trouve entièrement spécifiée. La région de confiance Γ_{γ} ici construite, est tout ce qui est nécessaire à la conduite d'une inférence statistique sur les variables endogènes du modèle par des méthodes de projection telles que nous les avons illustrées aux chapitres 3 et 4.

Jusqu'ici le modèle est supposé ne contenir que des paramètres de calibration et pas de paramètres libres. À présent on doit anaiyser le comportement de ce prolongement stochastique dans le cas où les deux incertitudes, intrinsèque à travers le modèle et extrinsèque à travers les paramètres libres, sont prises en considération simultanément.

Dans le cas de cette double incertitude il s'agit de combiner une information a priori sur les paramètres libres avec les distributions des aléas associés au modèle pour construire des régions de confiance pour les paramètres non libres ou calibrés. Si on peut conditionner sur une estimation ponctuelle des paramètres libres on se retrouve dans le cas que nous avons traité plus haut dans cette section puisque ce conditionnement évacue l'incertitude extrinsèque. Cependant si les deux incertitudes sont conjointement prises en considération

l'approche proposée pour le cas où ces paramètres libres n'apparaissent pas change mais n'est pas fondamentalement modifiée. En effet à côté des équations utilisées dans la calibration déterministe, et qui se trouvent ici perturbées soit de façon additive soit de façon multiplicative, on se donne non pas une estimation ponctuelle du vecteur des paramètres libres ni une région de confiance pour ce vecteur mais plutôt un estimateur dont la distribution est connue a priori. Cette nouvelle hypothèse est fréquemment utilisée dans les analyses de sensibilité des MCEG. Harrison et Vinod (1992) par exemple, dans leur proposition d'analyse de sensibilité dite Plan de sondage complètement randomisé, supposent que le modélisateur est capable de spécifier une distribution a priori de l'estimateur de chaque paramètre libre sujet à de l'incertitude. Nous supposons ici la même chose. En principe, dans notre proposition, n'importe quelle distribution a priori peut être spécifiée, il suffît que cette distribution soit simulable. Cependant, et compte tenu de l'information dont dispose le modélisateur, une des trois distributions usuelles suivantes peut être retenue selon le paramètre en question. Ainsi une distribution uniforme peut être utilisée lorsque seul le domaine de variation du paramètre est connu, c'est généralement le cas de plusieurs élasticités des MCEG. Si par contre les estimations des paramètres proviennent d'études économétriques et qu'elles sont accompagnées des écarts types estimés ou des valeurs "t" calculées et des nombres de degrés de liberté correspondants, alors l'utilisation d'une loi normale ou d'une loi de Student comme distribution a priori de l'estimateur du paramètre est plus appropriée. Il faut cependant préciser que notre proposition reste valable avec n'importe quelle distribution (simulable) a priori des paramètres. Les trois distributions ici avancées ne sont que des exemples. À partir de cette structure il faut chercher à isoler une fonction pivotale pour les paramètres calibrés du modèle qui dépendent des paramètres libres. La loi de cette fonction pivotale qui ne dépend pas des paramètres calibrés du modèle, doit être induite de la distribution des aléas du

modèle source de l'incertitude intrinsèque d'une part, et de la distribution de l'estimateur fixée a priori du vecteur des paramètres libres source de l'incertitude extrinsèque d'autre part.

Par exemple pour le cas de la fonction à élasticité de substitution/transformation constante, comme la fonction d'Armington que nous avons traité à la section 3 de ce chapitre, on suppose que cette fonction et la condition de premier ordre qui lui est associée sont affectées de deux erreurs multiplicatives de la façon suivante:

$$Q = B \left(\delta M^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} + (1 - \delta) D^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma - 1}} e^{u}, \qquad (5.22)$$

$$\frac{M}{D} = \left(\frac{\delta}{1 - \delta}\right)^{\sigma} \left(\frac{P_D}{P_M}\right)^{\sigma} e^{\nu} \tag{5.23}$$

où u et v sont des variables aléatoires. Le vecteur (u, v) peut ne pas avoir une loi normale, et il n'est pas nécessaire que u et v soient indépendants. Par ailleurs on se donne aussi une distribution a priori de l'estimateur σ du paramètre libre σ . Si pour diverses raisons on peut soupçonner une non indépendance entre la distribution de cet estimateur et le vecteur (u, v), la distribution conjointe du vecteur (σ, u, v) doit être considérée, sa matrice de covariance doit être estimée pour effectuer des simulations. La tâche qui reste et qui ne semble pas analytiquement facile consiste à trouver une fonction pivotale pour σ et σ . La distribution de cette fonction pivotale sera liée à celle du vecteur (σ, u, v) .

6. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons développé deux méthodes statistiques pour construire des régions de confiance pour les paramètres de calibration d'un MCEG. La première est basée sur un concept de projection qui permet d'évacuer, tout en prenant en considération l'incertitude associée aux paramètres calibrés qui sont fonction des paramètres libres du modèle. Elle permet de simplifier grandement la construction des régions de confiance pour les variables endogènes du modèle. Cette approche a été illustrée sur l'exemple des fonctions à élasticité de substitution ou transformation constante, (la fonction d'Armington) d'usage fréquent dans les MCEG. La deuxième méthode consiste à perturber ou à prolonger de façon stochastique les équations qui s'utilisent dans la calibration déterministe pour construire des régions de confiance à partir de simulations pour les paramètres calibrés. Cette méthode utilise le concept classique de fonction pivotale d'un paramètre. La démarche générale de cette approche permet de traiter plusieurs cas que l'on utilise habituellement dans les MCEG. L'exemple que nous avons choisi pour illustrer cette méthode est celui des paramètres des fonctions de production Cobb-Douglas. Ces deux nouvelles méthodes d'inférence statistique dans les MCEG permettent de résoudre, en partie, l'un des problèmes économétriques sérieux de ces modèles. Utilisées avec une des méthodes décrites au chapitre 2 elles permettent de cerner le problème de l'incertitude relative à la calibration dans les MCEG.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(Chapitre 5)

Abdelkhalek, T., (1993), "Modèles de Simulation et Modèles Calculables d'Équilibre Général: Mesures d'Incertitude et Inférencce Statistique", *Proposition de sujet de thèse de Ph.D.*, Université de Montréal.

Bernheim, B.D., Scholz, J.K., And Shoven, J.B., (1989), "Consumption Taxation in a General Equilibrium Model: How Reliable are Simulation Results?", *Document de travail*, Departement of Economics, Stanford University.

Brooke, A., Kendrick, D., and Meeraus, A., (1988), GAMS: A User's Guide, Palo Alto: The Scientific Press Redwood City, CA.

Choquet, G., (1973), Cours d'Analyse, Tome II: Topologie, Deuxième édition, Masson et Cie Éditeurs, Paris.

Condon, T., Dahl, H., Devarajan, S., (1987), "Implementing a computable general equilibrium model on GAMS, The Cameroon Model", Development Research Department, Economics and Research Staff, World Bank.

de Melo, J., and Robinson, S., (1989), "Product Differentiation and General Equilibrium Models of Small Economies", *Journal of International Economics* 27:47-67.

Devarajan, S., Lewis, J.D., and Robinson, S., (1990), "Policy Lesson from Trade-Focused Two Sector Models", *Journal of Policy Modelling* 12:4, 625-657.

Gourieroux, C., et Monfort, A., (1989), Statistique et Modèles économétriques Volumes 1 et 2, Economica, Paris.

Harrison, G.W., (1989), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: A Comparison of Methodologies", *Document de travail*, Department of Economics, University of New Mexico.

Harrison, G.W., and Vinod, H.D., (1992), "The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models: Completly Randomized Factorial Sampling Designs", *Review of Economics and Statistics*, 79:357-362.

Harrison, G.W., Jones, R., Kimbell, L.J., and Wigle, R., (1993), "How Robust Is Applied General Equilibrium Analysis?", *Journal of Policy Modeling*, 15(1):99-115.

Kehoe, T.J., (183), "Regularity and Index Theory for Economies with Smooth Production Technologies", *Econometrica*, 51(4):895-919.

Martin, M.-C., Souissi, M., et Decaluwé, B., (1993), "Les modèles calculales d'équilibre général: les aspects réels", École PARADI de Modélisation de politiques économiques de développement, volume 2, GREPE, Université Laval et CRDE, Iniversité de Montréal.

Mansur, A., and Whalley, J., (1984), "Numerical Specification of Applied General Equilibrium Models: Estimation, Calibration, and Data", In Scarf, H.E., Shoven, J.B. (eds.) Applied general equilibrium analysis, Cambridge University Press.

Miller, R.G., (1981), Simultaneous Statistical Inference, Second edition, Springer-Verlag, New York.

Pagan, A.R., and Shannon, J.H., (1985), "Sensitivity Analysis for Linearised Computable General Equilibrium Models", in J. Piggot and J. Whalley, editors, *New Developpements in Applied General Equilibrium Analysis*, Cambridge University Press.

Rao, C.R., (1973), Linear Statistical Inference and Its Applications, Second edition, John

Wiley and Sons, New York.

Reinert, K.A., and Roland-Holst, D.W., (1992), "Armington Elasticities for United States Manufacturing Sectors", *Journal of Policy Modeling* 14(5):631-639.

Shoven, J.B., and Whalley, J., (1984), "Applied General Equilibrium Models of Taxation and International trade: an Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature* 22:1007-1051.

Wigle, R., (1991), "The Pagan-Shannon Approximation: Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes", *Empirical economics*, 16(1):35-49.

Wigle, R., (1986), "Summary of the Panel and Floor Discussion", in T.N. Srinivansan and J. Whalley eds., General Equilibrium Trade Policy Modeling, Cambridge, M.I.T. Press, p:323-354.

ANNEXES DU CHAPITRE 5

CAS DES PERTURBATIONS MULTIPLICATIVES

Habituellement en économie, les équations qui sont affectées par des aléas multiplicatifs le sont pour assurer une condition de non négativité à des variables endogènes. Nous utiliserons ce constat dans cette preuve. On Suppose alors que la relation (5.7) est perturbée par des erreurs multiplicatives de la façon suivante:

$$Y^{s} = US(X^{s}, \gamma) \tag{A.1}$$

ou encore

$$Y^{s'} = S(X^s, \gamma)'U' \tag{A.2}$$

où U est une matrice carrée diagonale de même dimension que le nombre de composantes de Y. La distribution des composantes de U est quelconque connue et simulable, elle peut ne pas être une loi normale. Sans perte de généralité, les composantes de U sont d'espérance unitaire, (ce sont des erreurs) et de matrice de covariance connue ou estimée notée $\hat{\Sigma}$. Compte tenu de la remarque faite sur la non négativité des variables et donc des aléas associés aux équations, (A.1) peut être écrite sous la forme suivante

$$Ln(Y_i^s) = Ln(u_i) + Ln(S_i(X^s, \gamma)) \quad i = 1, ..., k$$
 (A.3)

Avec cette écriture, si des équations sont à la base perturbées de façon additive la transformation logarithmique n'aura pas lieu. Avec des changements de variables appropriés on peut se ramener au cas des perturbations additives traité dans le texte.

³³ U peut contenir des variables dégénérées en 1 si des équations utilisées dans la calibration déterministe ne peuvent pas être perturbées par des erreurs aléatoires.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les modèles calculables d'équilibre général sont devenus dans les dernières années des outils incontournables d'analyse économique. Cependant le choix des valeurs de certains paramètres clés nécessaires à la résolution de ces modèles suscite beaucoup de scepticisme sur les résultats de ces modèles et des simulations effectuées. Dans cette thèse à partir de la problématique de base que pose l'incertitude sur les paramètres libres d'un MCEG, nous avons développé trois méthodes économétriques qui permettent de mesurer l'incertitude induite sur les variables endogènes dans un tel modèle. L'outil privilégié est celui des régions de confiance. La première méthode se base sur la statistique de Wald, d'usage courant en économétrie. Elle est facile à rendre opérationnelle dans un MCEG lorsque des estimateurs des paramètres libres sont disponibles et proviennent d'études économétriques. Cette méthode donne des régions de confiance asymptotiquement valables lorsque l'approximation linéaire peut être retenue. La seconde méthode, beaucoup moins exigeante de point de vue information est valable en échantillons finis et ne nécessite aucune approximation linéaire du modèle. Sous de faibles hypothèses de régularité des régions de confiance des paramètres libres et des formes fonctionnelles des relations du modèle, cette méthode permet d'obtenir des régions de confiance sous forme d'intervalles pour chacune des variables endogènes d'un MCEG. La troisième méthode se base sur des techniques de simulation pour mieux approcher les non-linéarités qui ne sont pas prises en considération par la méthode basée sur la statistique de Wald. C'est une méthode asymptotique qui utilise les techniques des tests randomisés pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG. À notre connaissance, ces approches sont les premières méthodes probabilistes formalisées qui permettent de tenir compte de l'incertitude sur les paramètres libres pour construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG.

À travers un modèle standard de l'économie marocaine, nous avons illustré la mise en application de ces trois procédures économétriques. Nous montrons clairement qu'elles sont applicables de façon plus ou moins simple pour tenir compte de l'incertitude sur les paramètres libres de ces modèles. Nous montrons en particulier que les conclusions déduites à partir de résultats ponctuels sur les réactions de certaines variables endogènes après un choc exogène doivent être nuancées. Des intervalles de confiance, ou des régions de confiance permettent de rendre compte de la robustesse des conclusions et de la sensibilité de ces variables par rapport aux paramètres libres. En utilisant l'une ou l'autre de ces trois méthodes, les résultats ponctuels d'une simulation dans un MCEG peuvent être accompagnés d'intervalles de confiance, au moins pour quelques variables endogènes d'intérêt ce qui augmente à notre sens la fiabilité des résultats de ces modèles.

À côté de ces trois méthodes qui permettent de construire des régions de confiance pour les variables endogènes d'un MCEG et en utilisant parfois les mêmes outils théoriques, nous avons développé deux méthodes statistiques pour construire des régions de confiance pour les paramètres de calibration d'un tel modèle. La première est basée sur un concept de projection qui permet d'évacuer, tout en prenant en considération l'incertitude associée aux paramètres calibrés qui sont fonction des paramètres libres du modèle. Elle permet de simplifier grandement la construction des régions de confiance pour les variables endogènes du modèle. La deuxième méthode consiste à perturber ou à prolonger de façon stochastique les équations qui s'utilisent dans la calibration déterministe pour construire des régions de confiance à partir de simulations pour les paramètres calibrés. Cette méthode utilise le concept classique de fonction pivotale d'un paramètre. La démarche générale de cette approche permet de traiter plusieurs cas que l'on utilise habituellement dans les MCEG. Ces deux nouvelles méthodes d'inférence statistique permettent de résoudre, au moins en partie,

l'un des problèmes économétriques sérieux dans ces modèles.

Nous comptons, après cette thèse qui constitue pour nous un début, approfondir ces recherches au moins dans trois directions. La première a une portée plutôt numérique et consiste à automatiser nos trois approches en développant des algorithmes que tout modélisateur peut utiliser selon la complexité de son modèle et l'information statistique dont il dispose. Ces algorithmes doivent être les plus souples possibles et traduits dans le langage des logiciels les plus utilisés par les modélisateurs en équilibre général (GAMS-MINOS par exemple). La deuxième direction de recherche que nous comptons explorer cherchera à lier la construction de régions de confiance pour des variables endogènes d'un MCEG et le problème de fermeture dans ces modèles qui est dans le fond un problème de choix de spécifications. Nous essayerons d'exploiter la théorie de combinaison de tests pour lier ces deux problèmes et construire des régions de confiance pour des variables endogènes d'un MCEG. La troisième voie de recherche reprendra en profondeur le prolongement stochastique introduit au chapitre 5 de cette thèse. Nous le développerons davantage pour les MCEG et nous essayerons de généraliser tous nos résultats à travers la méthodologie ici développée pour des modèles macro-économiques comme ceux du cycle économique réel où des procédures de calibration sont aussi pratiquées.

ANNEXES GÉNÉRALES

ANNEXE SUR L'ESTIMATION DES DEUX ÉLASTICITÉS DU COMMERCE EXTÉRIEUR MAROCAIN

Pour estimer les deux paramètres libres Ω et σ nous avons retenu les deux équations d'intérêt suivantes:

$$\ln\left(\frac{M}{D}\right) = \alpha_0 + \sigma \ln\left(\frac{P_D}{P_M}\right) + \alpha_1 \ln\left(PIB\right) + u_1 \tag{A.1}$$

$$\ln\left(\frac{E}{D}\right) = \gamma_0 + \Omega \ln\left(\frac{P_E}{P_D}\right) + \gamma_1 \ln\left(PIBW\right) + u_2 \tag{A.2}$$

οù

M: Indice des volumes des importations, ligne 73 des S.F.I. (base 100 en 1985).

D: Indice des volumes de la consommation domestique (base 100 en 1985).

 P_D : Indice des prix de gros, ligne 63 des S.F.I. (base 100 en 1985).

 $P_{\rm M}$: Indice des valeurs unitaire des importations, ligne 75 des S.F.I. (base 100 en 1985).

PIB: Produit intérieur brut en milliards de dirhams constants de 1985, ligne 99b des S.F.I.

E: Indice des volumes des exportations, ligne 72 des S.F.I. (base 100 en 1985).

 P_E : Indice des valeurs unitaire des exportations, ligne 74d des S.F.I. (base 100 en 1985).

PIBW: Indice du PIB pour les pays industrialisés, ligne 110 des S.F.I. (base 100 en 1985).

Toutes les données de base utilisées sont tirées de la publication du FMI "Statistiques financières internationales", de janvier 1994 et de l'annuaire du même titre de 1992. Certaines variables pertinentes ont été aussi générées à partir de ces données de base.

Les paramètres de (A.1) et (A.2) ont été estimés équation par équation puis dans un système complet (SURE) en utilisant le logiciel Micro TSP (version 6.0) et ceci pour plusieurs périodes. Les données et les résultats des estimations sont reproduits dans les pages suivantes. La période qui nous a donné les résultats cohérents que nous avons retenus s'étale de 1962 à 1972. Les variables utilisées sont définies comme suit:

 $LRMD = ln(M/D), \ LRED = ln(E/D), \ \ LRPDM = ln(P_D/P_M), \ LRPED = ln(P_E/P_D),$ $LPIB = ln(PIB), \ LPIBW = ln(PIBW).$

Tableau 1: Données de base de l'estimation des paramètres libre du modèle.

· =======				=========	=========
obs	EX	M	D	PIB	PIBW
1962	0.348000	22.00000	45.66557	.======== NA	45.50000
1963	0.384000	22.00000	49.58480	NA	47.60000
1964	0.434000	20.00000	48.78654	50.84000	50.50000
1965	0.429000	18.00000	49.50117	51.80000	53.00000
1966	0.428000	22.00000	47.23151	51.08000	55.90000
1967	0.424000	25.00000	49.16121	54.39000	57.80000
1968	0.450000	27.00000	61.18780	61.14000	60.60000
1969	0.485000	27.00000	71.92546	61.67000	63.70000
1970	0.488000	32.00000	72.79279	64.75000	65.60000
1971	0.502000	31.00000	77.53037	68.52000	67.80000
1972	0.642000	29.00000	79.54096	69.96000	71.20000
1973	84.00000	33.00000	67.57206	72.64000	75.40000
1974	80.00000	41.00000	67.76992	83.02000	76.00000
1975	62.00000	51.00000	75.20528	86.45000	75.90000
1976	70.00000	57.00000	84.78389	92.52000	79.40000
1977	78.00000	91.00000	91.98401	98.52000	82.20000
1978	65.00000	94.00000	93.91641	101.8400	85.50000
1979	81.00000	99.00000	97.16093	106.4700	88.50000
1980	82.00000	93.00000	105.0448	110.1400	89.30000
1981	85.00000	98.00000	92.67487	107.0900	90.50000
1982	85.00000	109.0000	99.87802	117.3900	90.30000
1983	94.00000	93.00000	98.11744	116.7400	92.60000
1984	99.00000	103.0000	95.58676	121.8100	96.80000
1985	100.0000	100.0000	100.0000	129.5100	100.0000
1986	104.0000	99.00000	114.0020	140.3600	102.7000
1987	111.0000	109.0000	113.4291	136.6800	106.0000
1988	129.0000	118.0000	124.3187	150.9200	110.6000
1989	127.0000	127.0000	130.5896	154.6500	114.1000
1990	142.0000	140.0000	134.7501	160.4000	116.7000
1991	151.0000	159.0000	143.8850	168.6700	117.5000
1992	3.984000	174.0000	NA	NA	NA

======			
obs	PE	PM	PD
=======		==========	
1962	33.50000	33.80000	19.40000
1963	36.30000	34.30000	20.00000
1964	36.50000	38.40000	21.10000
1965	39.30000	42.40000	22.20000
1966 1967	39.90000 39.60000	37.60000 35.40000	22.60000 23.30000
1968	38.20000	34.60000	21.30000
1969	37.40000	35.90000	21.60000
1970	37.70000	36.70000	23.30000
1971	38.80000	38.70000	24.30000
1972	42.60000	45.80000	24.80000
1973	51.60000	57.40000	29.10000
1974	100.1000	78.50000	35.80000
1975	116.2000	85.20000	37.20000
1976	83.40000	77.20000	38.80000
1977	77.10000	59.40000	44.30000
1978	88.50000	72.00000	48.30000
1979	111.6000	101.2000	52.30000
1980	138.0000	124.5000	56.80000
1981	125.9000	120.9000	66.80000
1982	112.8000	107.9000	74.80000
1983	101.7000	104.9000	80.30000
1984	101.9000	102.8000	91.30000
1985	100.0000	100.0000	100.0000
1986	108.6000	98.80000	107.8000
1987	117.0000	105.4000	108.9000
1988	130.4000	109.8000	113.5000
1989	121.2000	117.9000	117.9000
1990	137.9000	134.7000	123.2000
1991	131.1000	130.3000	131.1000
1992	128.2000	115.3000	134.8000

LS // Dependent Variable is LRMD Date: 8-27-1994 / Time: 16:46 SMPL range: 1962 - 1992

Number of observations: 28

VARIABLE COEFFICIENT STD. ERROR T-STAT. 2-TAIL SIG. C -4.7526879 0.5886681 -8.0736289 0.000 LRPDM -0.1274462 0.1587241 -0.8029417 0.430 LPIB 0.9638786 0.1199169 8.0378869 0.000 ====================================		===========			=========
LRPDM -0.1274462 0.1587241 -0.8029417 0.430 LPIB 0.9638786 0.1199169 8.0378869 0.000 R-squared 0.804451 Mean of dependent var -0.331975 Adjusted R-squared 0.788807 S.D. of dependent var 0.382882 S.E. of regression 0.175956 Sum of squared resid 0.774016 Durbin-Watson stat 0.829003 F-statistic 51.42264	VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
Adjusted R-squared 0.788807 S.D. of dependent var 0.382882 S.E. of regression 0.175956 Sum of squared resid 0.774016 Durbin-Watson stat 0.829003 F-statistic 51.42264	LRPDM	-0.1274462	0.1587241	-0.8029417	0.430
	Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s	red 0.7888 ion 0.1759 tat 0.8290	07 S.D. of 56 Sum of 03 F-stati	dependent var squared resid	0.382882

LS // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 16:46 SMPL range: 1962 - 1992

Number of observations: 30

		=		========
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPED LPIBW	0.9229335 -0.2019324 -0.2011900	0.4549038 0.0902200 0.0988069	2.0288542 -2.2382211 -2.0361932	0.052 0.034 0.052
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	ion 0.1253	22 S.D. of 99 Sum of 04 F-stati	dependent var dependent var squared resid	

LS // Dependent Variable is LRMD Date: 8-27-1994 / Time: 16:48 SMPL range: 1962 - 1972 Number of observations: 9

C 1.8068160 0.7172042 2.5192492 0.045 LRPDM 1.2637173 0.2652855 4.7636119 0.003 LPIB -0.4781583 0.1649479 -2.8988447 0.027 ===================================					
LRPDM 1.2637173 0.2652855 4.7636119 0.003 LPIB -0.4781583 0.1649479 -2.8988447 0.027 ====================================	VARIABLE C	OEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
Adjusted R-squared 0.751043 S.D. of dependent var 0.115908	LRPDM 1	.2637173	0.2652855	4.7636119	0.003
	Adjusted R-squared S.E. of regression Durbin-Watson stat	0.751043 0.057833 2.500993	3 S.D. of 3 Sum of 3 F-stati	dependent var squared resid	

LS // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 16:48 SMPL range: 1962 - 1972 Number of observations: 11

=======================================				
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPED LPIBW	1.5410606 0.6913866 -0.4782318	1.0832466 0.7416708 0.1984479	1.4226313 0.9322014 -2.4098610	0.193 0.379 0.043
R-squared Adjusted R-squar S.E. of regressi Durbin-Watson st Log likelihood	lon 0.0768	26 S.D. 08 Sum o 66 F-sta	of dependent var of dependent var f squared resid tistic	

LS // Dependent Variable is LRMD Date: 8-27-1994 / Time: 16:48 SMPL range: 1964 - 1982

Number of observations: 19

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPDM LPIB	-5.3602330 0.4591066 1.1844498	0.6064335 0.2630187 0.1383410	-8.8389459 1.7455284 8.5618153	0.000 0.100 0.000
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	ion 0.168	618 S.D. o 084 Sum of 883 F-stat	f dependent var f dependent var squared resid istic	

LS // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 16:48 SMPL range: 1964 - 1982 Number of observations: 19

Number of obser	vacions. 19			
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPED LPIBW	1.9466393 0.1062114 -0.4908198	0.7439002 0.1782940 0.1807458	2.6168017 0.5957097 -2.7155253	0.019 0.560 0.015
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	ion 0.137	444 S.D. of 682 Sum of 362 F-stati	dependent var dependent var squared resid	

LS // Dependent Variable is LRMD Date: 8-27-1994 / Time: 16:50 SMPL range: 1973 - 1991 Number of observations: 19

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT. 2	2-TAIL SIG.
C LRPDM LPIB	-4.0308428 -0.0990106 0.8184390	1.5351024 0.2208277 0.3095951	-2.6257811 -0.4483613 2.6435782	0.018 0.660 0.018
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	ion 0.1623	65 S.D. of 14 Sum of 87 F-stati	dependent var dependent var squared resid stic	-0.109265 0.225930 0.421532 9.437290

LS // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 16:50 SMPL range: 1973 - 1991 Number of observations: 19

				=========
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPED LPIBW	1.3247658 -0.2292371 -0.2848579	2.0512982 0.1712674 0.4384883	0.6458182 -1.3384749 -0.6496363	0.528 0.199 0.525
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	o.142	042 S.D. 564 Sum o 376 F-sta	of dependent var of dependent var f squared resid tistic	

LS // Dependent Variable is LRMD Date: 8-27-1994 / Time: 16:49 SMPL range: 1975 - 1991

Number of observations: 17

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPDM LPIB	-1.4370005 0.0647532 0.2929270	1.4980108 0.1902280 0.3024520	-0.9592725 0.3403981 0.9685074	0.354 0.739 0.349
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	sion 0.1315	72 S.D. of 34 Sum of 63 F-stat	f dependent var f dependent var squared resid istic	

LS // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 16:49 SMPL range: 1975 - 1991

Number of observations: 17

				=======
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C LRPED LPIBW	-1.8199417 -0.1317897 0.3893897	1.2772592 0.1010310 0.2728251	-1.4248805 -1.3044482 1.4272503	0.176 0.213 0.175
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s Log likelihood	ion 0.0757	71 S.D. of 30 Sum of 85 F-stati	dependent var dependent var squared resid stic	

SYS - SUR // Dependent Variable is LRED

Date: 8-27-1994 / Time: 15:37 SMPL range: 1962 - 1992 Number of observations: 28 System: SUR - Equation 1 of 2

LRED = C(1) + C(2) * LRPED + C(3) * LPIBW

============				
	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C(1) C(2) C(3)	0.8913256 -0.1934595 -0.1949735	0.5327341 0.0911315 0.1154773	1.6731152 -2.1228597 -1.6884137	0.107 0.044 0.104
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regress: Durbin-Watson st	ion 0.1302	66 S.D. o 89 Sum of	f dependent var f dependent var squared resid istic	

SYS - SUR // Dependent Variable is LRMD

Date: 8-27-1994 / Time: 15:37 SMPL range: 1962 - 1992 Number of observations: 28 System: SUR - Equation 2 of 2

LRMD = C(4) + C(5) * LRPDM + C(6) * LPIB

·	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C (4) C (5) C (6)	-4.7656511 -0.1345543 0.9661165	0.5555977 0.1496835 0.1131954	-8.5775219 -0.8989251 8.5349481	0.000 0.377 0.000
R-squared Adjusted R-squar S.E. of regressi Durbin-Watson st	lon 0.17596	38 S.D. of 54 Sum of	dependent var dependent var squared resid stic	

	=======================================		===============
	Covariance	e Matrix	
C(1), C(1)	0.283806	C(1), C(2)	-0.029760
C(1),C(3)	-0.061329	C(1), C(4)	-0.047648
C(1),C(5)	-0.007751	C(1), C(6)	0.009805
C(2),C(2)	0.008305	C(2), C(3)	0.005900
C(2), C(4)	0.005723	C(2), C(5)	0.002141
C(2),C(6)	-0.001075	C(3), C(3)	0.013335
C(3), C(4)	0.010213	C(3), C(5)	0.001539
C(3),C(6)	-0.002118	C(4), C(4)	0.308689
C(4),C(5)	0.060344	C(4), C(6)	-0.062592
C(5),C(5)	0.022405	C(5),C(6)	-0.011351
C(6),C(6)	0.012813		

SYS - SUR
Date: 8-27-1994 / Time: 15:39
SMPL range: 1962 - 1992
Number of observations: 28
System: SUR - 2 Equations

System	n: SUR - 2 Eq	uations 					
				icients			
	0.891326 -0.134554		-0.193459 0.966117	C(3)	-0.194974	C (4)	-4.765651
			Residual Cov				
		1,2	-0.003496	2,2	0.027646		
Residual Correlation Matrix							
1,1	1.000000	1,2	-0.170786	2,2	1.000000		

SYS - SUR // Dependent Variable is LRED

Date: 8-27-1994 / Time: 15:24 SMPL range: 1962 - 1972 Number of observations: 9 System: SUR - Equation 1 of 2

LRED = C(1) + C(2) * LRPED + C(3) * LPIBW

=======================================				
	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
		=========		
C(1)	3.0009693	0.8614768	3.4835175	0.013
C(2)	0.3929571	0.4304688	0.7665063	0.472
C(3)	-0.7837092	0.1820929	-4.3038980	0.005
				========
R-squared	0.7389	82 Mean o	f dependent var	-0.034482
Adjusted R-squar			f dependent var	
S.E. of regress:			squared resid	0.030354
Durbin-Watson st				8.493444

SYS - SUR // Dependent Variable is LRMD

Date: 8-27-1994 / Time: 15:24

SMPL range: 1962 - 1972 Number of observations: 9 System: SUR - Equation 2 of 2

LRMD = C(4) + C(5) * LRPDM + C(6) * LPIB

				========
	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C (4) C (5) C (6)	1.8108409 1.4323715 -0.4575413	0.5329217 0.1552850 0.1272489	3.3979492 9.2241448 -3.5956400	0.015 0.000 0.011
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regress: Durbin-Watson st	ion 0.0601	59 S.D. 0 09 Sum o	of dependent var of dependent var f squared resid tistic	

=======================================	=======================================		
	Covariance	e Matrix	
C(1), C(1)	0.742142	C(1), C(2)	-0.221326
C(1),C(3)	-0.151897	C(1), C(4)	0.243891
C(1), C(5)	0.011255	C(1), C(6)	-0.058337
C(2),C(2)	0.185303	C(2), C(3)	0.029673
C(2), C(4)	-0.003293	C(2), C(5)	-0.017096
C(2),C(6)	-0.001382	C(3),C(3)	0.033158
C(3), C(4)	,-0.059006	C(3), C(5)	-0.000502
C(3),C(6)	0.014411	C(4), C(4)	0.284006
C(4), C(5)	0.020382	C(4), C(6)	-0.067002
C(5), C(5)	0.024113	C(5), C(6)	-0.001911
C(6),C(6)	0.016192		

SYS - SUR

Date: 8-27-1994 / Time: 15:33 SMPL range: 1962 - 1972

SMPL range: 1962 - 1972 Number of observations: 9 System: SUR - 2 Equations

system:		uations					
			Coeff	icients			
C(1) C(5)	3.000969 1.432371	0 (/	0.392957 -0.457541	C(3)	-0.783709	C(4)	1.810841
			Residual Cov	ariance	Matrix		
1,1	0.003373	1,2	0.002319	2,2	0.002409		
	Residual Correlation Matrix						
1,1	1.000000	1,2 ======	0.813708	2 , 2	1.000000		

SYS - SUR // Dependent Variable is LRED

Date: 8-27-1994 / Time: 15:35 SMPL range: 1964 - 1982 Number of observations: 19 System: SUR - Equation 1 of 2

LRED = C(1) + C(2) * LRPED + C(3) * LPIBW

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C(1) C(2) C(3)	1.9058945 0.0878781 -0.4785164	0.6824410 0.1633333 0.1657869	2.7927610 0.5380295 -2.8863349	0.013 0.598 0.011
R-squared Adjusted R-squar S.E. of regressi Durbin-Watson st	ion 0.1377	70 S.D. of 34 Sum of	f dependent var f dependent var squared resid istic	

SYS - SUR // Dependent Variable is LRMD

Date: 8-27-1994 / Time: 15:36 SMPL range: 1964 - 1982 Number of observations: 19 System: SUR - Equation 2 of 2

LRMD = C(4) + C(5) * LRPDM + C(6) * LPIB

	COEFFICIENT	STD. ERROF	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C (4) C (5) C (6)	-5.3673783 0.4869896 1.1897443	0.5564083 0.2409481 0.1269206	-9.6464733 2.0211393 9.3739256	0.000 0.060 0.000
R-squared Adjusted R-squar S.E. of regressi Durbin-Watson st	on 0.1681	67 S.D. 47 Sum o	of dependent var of dependent var f squared resid tistic	

	=======================================	=========	===============
	Covarianc	e Matrix	
	=======================================	=======================================	
C(1), C(1)	0.465726	C(1), C(2)	0.019343
C(1),C(3)	-0.111828	C(1), C(4)	0.034722
C(1),C(5)	-0.002007	C(1), C(6)	-0.008246
C(2),C(2)	0.026678	C(2), C(3)	-0.008544
C(2),C(4)	-0.001391	C(2),C(5)	-0.003121
C(2),C(6)	-8.75E-05	C(3),C(3)	0.027485
C(3),C(4)	-0.007902	C(3),C(5)	0.000940
C(3),C(6)	0.001945	C(4), C(4)	0.309590
C(4),C(5)	0.021189	C(4), C(6)	-0.068326
C(5),C(5)	0.058056	C(5),C(6)	0.002708
C(6),C(6)	0.016109		
		==========	

SYS - SUR
Date: 8-27-1994 / Time: 15:36
SMPL range: 1964 - 1982
Number of observations: 19

System	: SUR - 2 Eq	uations						
	Coefficients							
, ,			0.087878 1.189744	C(3)	-0.478516	C(4)	-5.367378	
			Residual Cov					
1,1	0.015975	1,2	0.002205	2,2	0.023809			
Residual Correlation Matrix								
1,1	1.000000	1,2	0.113062	2,2	1.000000			

SYS - SUR // Dependent Variable is LRED

Date: 8-27-1994 / Time: 15:20 SMPL range: 1973 - 1991 Number of observations: 19 System: SUR - Equation 1 of 2

LRED = C(1) + C(2) * LRPED + C(3) * LPIBW

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C(1) C(2) C(3)	1.5428942 -0.2478324 -0.3312153	1.8067970 0.1491386 0.3865011	0.8539389 -1.6617586 -0.8569583	0.406 0.116 0.404
R-squared Adjusted R-squar S.E. of regressi Durbin-Watson st	ion 0.1426	95 S.D. of 19 Sum of	dependent var dependent var squared resid stic	

SYS - SUR // Dependent Variable is LRMD

Date: 8-27-1994 / Time: 15:20 SMPL range: 1973 - 1991 Number of observations: 19 System: SUR - Equation 2 of 2

LRMD = C(4) + C(5) * LRPDM + C(6) * LPIB

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C (4) C (5) C (6)	-3.8296030 -0.0968389 0.7762339	1.3501899 0.1923099 0.2725585	-2.8363440 -0.5035565 2.8479533	0.012 0.621 0.012
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regressions of Durbin-Watson st	lon 0.1626	34 S.D. 17 Sum o	of dependent var of dependent var f squared resid tistic	

		=======================================	
	Covarianc	e Matrix	
C(1), C(1)	3.264515	C(1),C(2)	-0.229951
C(1), C(3)	-0.698109	C(1), C(4)	-1.323864
C(1),C(5)	-0.152983	C(1), C(6)	0.267695
C(2), C(2)	0.022242	C(2), C(3)	0.048623
C(2), C(4)	0.093003	C(2), C(5)	0.015175
C(2),C(6)	-0.018501	C(3), C(3)	0.149383
C(3), C(4)	0.283075	C(3),C(5)	0.032313
C(3),C(6)	-0.057295	C(4), C(4)	1.823013
C(4), C(5)	0.221861	C(4), C(6)	-0.367764
C(5), C(5)	0.036983	C(5), C(6)	-0.044080
C(6),C(6)	0.074288		

SYS - SUR

Date: 8-27-1994 / Time: 15:21 SMPL range: 1973 - 1991 Number of observations: 19

	r of observat m: SUR - 2 Eq		9		==================================		
====:			Coeff	icients			
C(1) C(5)		- 1 ,	-0.247832 0.776234	C(3)	-0.331215	C(4)	-3.829603 ========
======	_ = = = = = = = = = = = = = = = = = = =	:=====:	Residual Cov	ariance	Matrix		
1,1	0.017129	1,2	-0.011718	2,2	0.022269	======	=========
=====	=======================================	: = = = = = = :	Residual Cor	relation	n Matrix	======	=======================================
1,1	1.000000	1,2	-0.599980 ========	2,2	1.000000		

SYS - SUR // Dependent Variable is LRED Date: 8-27-1994 / Time: 15:22

SMPL range: 1975 - 1991 Number of observations: 17 System: SUR - Equation 1 of 2

LRED = C(1) + C(2) * LRPED + C(3) * LPIBW

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C(1) C(2) C(3)	-1.7669583 -0.1372536 0.3782251	1.1570020 0.0914888 0.2471437	-1.5271868 -1.5002226 1.5303852	0.149 0.156 0.148
R-squared Adjusted R-squa S.E. of regress Durbin-Watson s	ion 0.0757	36 S.D. of 38 Sum of s	dependent var dependent var squared resid stic	

SYS - SUR // Dependent Variable is LRMD

Date: 8-27-1994 / Time: 15:22 SMPL range: 1975 - 1991 Number of observations: 17 System: SUR - Equation 2 of 2 LRMD = C(4) + C(5) * LRPDM + C(6) * LPIB

	COEFFICIENT	STD.	ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C(4) C(5) C(6)	-1.4700134 0.0581766 0.2994105	0.17	70965 22598 40102	-1.0832047 0.3377258 1.0926984	0.297 0.741 0.293
R-squared Adjusted R-squares.E. of regression burbin-Watson st	on 0.1315	91 40	S.D. of	dependent var dependent var squared resid stic	

UNE VERSION NUMÉRIQUE ABRÉGÉE DU MODÈLE (RÉSOLU PAR GAMS-MINOS)

* FICHIER DE CALIBRATION

SCALAR

* LES PARAMETRES LIBRES

OMEGAC

/0.392957/

SIGMAC

/1.432371/

* NOUVEAUX PARAMETRES POUR CALCULER LA FORME QUADRATIQUE QUI DEFINIT LA REGION DE CONFIANCE:POUR OMEGA ET SIGMA

W11 /2.88713576/ W12 /2.04696524/ W22 /22.186991/

* VALEUR CRITIQUE DE LA DISTRIBUTION DE FISHER F(2,3) POUR ALPHA = 5%

FC /9.55213/

* LES DONNEES DE BASE TIREES DE LA MATRICE DE COMPTABILITE SOCIALE AGREGEE DE 1985 (GREI)

XSO /238442.8/ LDO /66887.2/ LSO /66887.2/ RKO /49970.8/ KO /49970.8/

CMO /83829.1/ GO /21163/ QO /261699.7/ DO /209847/ PDO / 1.0 /

TAXXO /3269.2/ TAXMO /9046.7/ TAXEO /333/ MO /42806/ EXO /32198/

PWMO / 1.0/ PWEO / 1.0/ PO / 1.0/ WO / 1.0/ TGEO /1047.5/

TRGO /323.8/ TRMO /9932.2/ TERO /-17/ TGMO /238.8/ TGRO /5631/

EO /1/ RKMO /25034.9/ RKEO /22851.9/ YEO /23899.4/ YMO /102093.1/

YGO /23402.7/ TAXYMO /4148/ TAXYEO /6282/ CIO /121584.8/ PCO /1/

* CALIBRATION DETERMINISTE DES PARAMETRES NON LIBRES DU MODELE

OMEGA = OMEGA(1.001); *OMEGA = OMEGA*(0.999);

SIGMA = SIGMA(1.001); *SIGMA = SIGMA*(0.999);

VAO = LDO+RKO; YDMO = YMO-TAXYMO; SMO = YDMO-CMO;

PMS = SMO/YDMO; LEMPDAKM = RKMO/RKO; LEMPDAKE = RKEO/RKO;

TYM = TAXYMO/YMO; TYE = TAXYEO/YEO; TX = TAXXO/XSO;

TM = TAXMO/MO; TE = TAXEO/(EXO-TAXEO); XXSO = XSO*(1+TX);

```
V = CIO/XSO; PVAO = (PO*XXSO-TAXXO-CIO)/VAO;
ALPHA = (WO*LDO)/(PVAO*VAO);
     = VAO/((LDO**\Lambda LPHA)*(KO**(1-\Lambda LPHA)));
SEO = YEO-TERO-(TYE*YEO);
SGO = YGO-(TGMO+TGEO+GO+TGRO);
PEO = PWEO*EO/(1+TE); DRO = TRMO+TRGO+PWEO*EXO;
YRO = PWMO*MO+((1/EO)*TERO)+((1/EO)*TGRO)
+((1/EO)*(1-LEMPDAKE-LEMPDAKM)*RKO);
BCO = YRO-DRO; ITO = SMO+SEO+SGO+EO*BCO; PMO = PWMO*(1+TM)*EO;
* PHI = (1+OMEGA)/OMEGA; * GAMMA = 1/(1+(PDO/PEO)*(EXO/DO)**(PIII-1));
* BX = XXSO/(GAMMA*EXO**PHI+(1-GAMMA)*DO**PHI)**(1/PHI);
* RHO = (1-SIGMA)/SIGMA; * PASS = (PMO/PDO)*(MO/DO)**(1/SIGMA);
* DELTA = PASS/(1+PASS);
* BM = OO/(DELTA*MO**(-RHO)+(1-DELTA)*DO**(-RHO))**(-1/RHO);
* LES EQUATIONS DU MODELE
* UOMEGEQ.. OMEGA =L= 2.190827162; LOMEGEQ.. OMEGA =G= 0.392957;
             SIGMA =L= 2.080925014; * LSIGEQ.. SIGMA =G= 0.783816986;
* USIGEO..
 LSIGEEO..
             SIGMA =G=0.4:
* LES NOUVELLES EQUATIONS QUI REMPLACENT LA CALIBRATION ET CONSERVENT LES
RELATIONS ENTRE LES PARAMETRES LIBRES ET CEUX QUI LEURS SONT ASSOCIES
BXEO..
          XXSO = E = BX*(GAMMA*EXO**((1+OMEGA)/OMEGA)
         +(1-GAMMA)*DO**((1+OMEGA)/OMEGA))**(OMEGA/(1+OMEGA));
GAMMAEQ.. EXO =E=(((PEO/PDO)**OMEGA)*((1-GAMMA)/GAMMA)**OMEGA)*DO;
          OO = E = BM*(DELTA*MO**(-((1-SIGMA)/SIGMA)))
BMEO..
        +(1-DELTA)*DO**(-((1-SIGMA)/SIGMA)))**(SIGMA/(SIGMA-1));
                                                                           *DO:
DELTAEQ..
          MO = E = (((DELTA/(1-DELTA))**(SIGMA))*((PDO/PMO) ** SIGMA))
```

* FORME QUADRATIQUE (ELLIPSE)

* ELLEQ.. W11*((OMEGAC -OMEGA)**2) + W22*((SIGMAC - SIGMA)**2)+W12*(OMEGAC - OMEGA) *(SIGMAC - SIGMA) =L= FC;

ELLEQ.. W11*((OMEGAC -OMEGA)* (OMEGAC -OMEGA)) + W22*((SIGMAC-SIGMA)*(SIGMAC

- SIGMA))+ W12*(OMEGAC - OMEGA)*(SIGMAC -SIGMA) =L= FC;

* EQUATIONS DU MODELE DE BASE

VALAJEQ.. VA = E = A*((LD**ALPHA)*(K**(1-ALPHA)));

PRODEQ.. XS*(1-V) = E = VA;

CIEO.. CI = E = V * XS;

OFFREEQ.. XXS =E=(1+TX)*XS;

DEMDLEQ.. LD*W =E= PVA*ALPHA*VA;

REVMEQ.. YM = E = W*LD + E*TRM + TGM + LEMPDAKM*RK;

REVKEQ.. RK =E= PVA*VA-W*LD;

REVDMEQ.. YDM =E= YM*(1-TYM);

EPARMEQ.. SM = E = PMS*YDM;

REVEEQ.. YE =E= LEMPDAKE*RK+TGE;

EPAREEQ.. SE =E= YE*(1-TYE)-TER;

REVGEQ.. YG = E = (TYM*YM) + (TYE*YE) + E*TRG + TAXX + TAXM + TAXE;

TAXEXEQ.. TAXX =E=TX*P*XS;

TAXEMEQ.. TAXM =E= TM*PWM*E*M;

TAXEEEQ.. TAXE =E= TE*PE*EX;

EPARGEQ.. SG = E = YG - (TGM + TGE + G + TGR);

CONTMEQ.. CM = E = (1-PMS)*YDM;

FININVEEQ.. IT =E= SE+SM+SG+E*BC;

PRIXXEQ.. P*XXS = E = PD*D + PE*EX;

PVALAJEQ.. PVA*VA = E = (P*XXS-TAXX-CI*PC);

PRIXMEQ.. PM =E=PWM*(1+TM)*E;

PRIXEEQ.. PE*(1+TE) = E = PWE*E;

PRIXCEQ.. PC*Q = E = PD*D+PM*M;

CETEQ.. XXS =E= BX*(GAMMA*EX**((1+OMEGA)/OMEGA) + (1-GAMMA)*

 $D^{**}((1+OMEGA)/OMEGA))^{**}(OMEGA/(1+OMEGA));$

EXPORTEQ.. EX =E= (((PE/PD)**OMEGA)*((1-GAMMA)/GAMMA)**OMEGA)*D;

ARMINGEQ.. Q = E = BM*(DELTA*M**(-((1-SIGMA)/SIGMA)))

+(1-DELTA)*D**(-((1-SIGMA)/SIGMA)))**(SIGMA/(SIGMA-1));

 $IMPORTEQ.. \qquad M = E = (((DELTA/(1-DELTA)))**(SIGMA))*((PD/PM)**SIGMA))*D;$

BCEO.. BC =E= PWM*M+((1/E)*TER)+((1/E)*TGR)+((1/E)*

(1-LEMPDAKM-LEMPDAKE)*RK)-(TRM+TRG+PWE*EX);

EQUILLEQ.. LS =E= LD;

- * OBJEQ.. OBJET =E=2;
- * POUR LA LOI DE WALRAS ON IGNORE L'EQUATION SUIVANTE
- * ABSDOMEQ.. PC*Q =E= CM+PC*CI+IT+G;
- * FERMETURE OU BOUCLAGE DU MODELE (CHOIX DES VARIABLES EXOGENES)

LS.FX = LSO; K.FX = KO; TGE.FX = TGEO; TRG.FX = TRGO; TRM.FX = (1.25)*TRMO; TER.FX =

TERO; PWM.FX = PWMO; PWE.FX = PWEO; G.FX = GO;

TGR.FX = TGRO; TGM.FX = TGMO; PC.FX = 1; BC.FX = BCO; * E.FX = EO;

* DEFINITION DU MODELE ET DES EQUATIONS A INCLURE (TOUTES)

MODEL MAROC /ALL/;

- * COMMANDE DE RESOLUTION ET SELECTION DU MODULE NON LINEAIRE DE RESOLUTION
- * LE MODELE EST APPELE "MAROC"
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING OBJET USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING EX USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING EX USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING M USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING M USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING SG USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING SG USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING IT USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING IT USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING D USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING D USING NLP;
- * SOLVE MAROC MINIMIZING E USING NLP;
- * SOLVE MAROC MAXIMAZING E USING NLP;

DISPLAY

EX.L, M.L, SG.L, IT.L, D.L, E.L, OMEGA.L, SIGMA.L, DELTA.L, GAMMA.L, BX.L, BM.L, VA.L, CI.L, XS.L, PD.L, PC.L, PM.L, PE.L, E.L, CM.L, Q.L, YM.L, YG.L, TAXM.L, TAXE.L, SM.L, SE.L, BC.L, W.L, PVA.L, PWM.L, PWE.L, XXS.L, K.L, LS.L, LD.L, G.L, YDM.L, YE.L, YG.L, RK.L, TGE.L, TRG.L, TRM.L, TER.L, TGR.L, TGM.L, TAXX.L;

LES PROGRAMMES DE CONSTRUCTION DES RÉGIONS DE CONFIANCE (PROGRAMMES SOUMIS À MATLAB)

```
* RÉGIONS DE CONFIANCE POUR LES PARAMÈTRES LIBRES: OMEGA ET SIGMA
%OMEGA = x, SIGMA = y
x = -2:0.05:2.5;
y = 0: 0.1:2.5;
w22 = 44.37398232;
w12 = 4.0939304908;
w11 = 5.7742715211;
vcy = 1.432371;
vcx = 0.392957;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z1 = w11 * (vcx - X).^2;
Z2 = w22 * (vcy - Y).^2;
Z3 = 2 * (w12 * (vcx - X).* (vcy - Y));
R = Z1 + Z2 + Z3;
Z = R / 2;
mesh(X,Y,Z)
v = [9.55, 9.55]
contour(X,Y,Z,v)
contour(Z,10, -15:0.1:15, -15:0.1:15)
title ('Formes des regions de confiance simultanees pour les parametres libres')
xlabel(' OMEGA')
ylabel('SIGMA')
```

```
* RÉGIONS DE CONFIANCE POUR LES VARIATIONS DES VARIABLES SG IT
x = 70:10:540;
y = 320:10:770;
w22 = 0.4060
w12 = -0.3376
w11 = 0.3513
vcy = 543.75332
vcx = 306.4214
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z1 = w11 * (vcx - X).^2;
Z2 = w22 * (vcy - Y).^2;
Z3 = 2 * (w12 * (vcx - X).* (vcy - Y));
R = Z1 + Z2 + Z3;
Z = 9 * R;
mesh(X,Y,Z)
v = [30000, 30000]
contour(X,Y,Z,v)
contour(Z,50,70:10:540,320:10:770)
title ('Formes des regions de confiance simultanees')
xlabel('VSG')
ylabel('VIT')
```

LE PROGRAMME DE SIMULATION ET DE CONSTRUCTION DU VECTEUR DES PARAMÈTRES POUR LA MÉTHODE BASÉE SUR DES SIMULATIONS (PROGRAMME SOUMIS À MATLAB)

```
%SIMULATION DE BASE POUR LE VECTEUR DES PARAMETRES
TC = [0.392957; 1.432371]
SIGC = [0.185303 - 0.017096; -0.017096 0.024113]
% T la taille de l'echantillon
T = 9
% VT la matrice de covariances asymptotique
VT = T * SIGC
% SQVT la racine carree de VT
SQVT = VT^{(1/2)}
% U matrice de deux vecteurs normaux independants
U = randn(100,2);
% B vecteur de nombres 1
B = ones(100,1);
% MTC matrice de deux vecteurs comme TC
MTC = [B*0.392957, B*1.432371];
% TU transpose de U
TU = U';
% Calcul
H = SQVT * TU (:,1:100);
% Calcul
M = H * (1/sqrt(T));
% TM transposee de M
TM = M';
TS = MTC + TM
for i = 1 : 100
```

for j = 1 : 2

```
if \ TS(i,j) < 0.392957; \\ TS(i,j) = 0.392957; \\ else \ TS(i,j) = TS(i,j); \\ end \\ end \\ end \\ TS
```

Tableau 2: Ordre de la simulation, valeurs des paramètres simulés et valeurs critiques pour la construction des régions de confiance basées sur des simulations.¹

Variable (V)	Ordre de la simulation	Valeur de Ω*	Valeur de σ'	Valeur de Z _c	Valeur de (V)
EX	40	1.0821	1.3894	1.58291	31476.0809
М	40	1.0821	1.3894	1.54043	44410.0213
SG	42	0.5684	1.1114	3.17866	-4441.9198
IT	27	0.4879	1.812	3.38282	35734.4430
D	40	1.0821	1.3894	1.59605	210552.9
Е	30	0.393	1.0647	1.18018	0.97041

¹ Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondis sont faits pour la présentation.



ì		
		, ,