

Université de Montréal

**UNE APPROCHE ÉCONOMÉTRIQUE  
AU PROBLÈME DISTRIBUTION-AFFECTATION**

par

**Pedro Antonio Fernandez Galvan**

Département de Sciences Économiques

Faculté des Arts et des Sciences

Thèse présentés à la Faculté des Études Supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiae Doctor (Ph.D.)  
en sciences économiques

Février 1995

© Pedro Antonio Fernandez Galvan, 1995



Université de Montréal  
Faculté des Études Supérieures

Cette thèse intitulée:

**UNE APPROCHE ÉCONOMÉTRIQUE  
AU PROBLÈME DISTRIBUTION-AFFECTATION**

Présentée par  
Pedro Antonio Fernandez Galvan

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Marcel DAGENAIS	: président-rapporteur
Marc GAUDRY	: directeur de recherche
Richard LAFERRIÈRE	: codirecteur
Claude MONTMARQUETTE	: membre du jury
Ulrich BLUM	: examinateur externe

Thèse acceptée le: 24 mars 1995

## SOMMAIRE

Durant les dernières années, une large majorité de la recherche dans le domaine de la planification du transport s'est concentrée dans le développement de modèles de prévision. Dans ce même ordre d'idées le but de cette thèse est de développer un modèle économétrique qui permette l'analyse d'équilibres de court terme, et, plus fondamentalement, qui reconnaisse de manière explicite la simultanéité entre l'estimation de la demande et les conditions d'équilibre dans un réseau de transport.

Dans cette thèse, nous proposons une toute nouvelle approche au problème simultané distribution-affectation. Cette nouvelle approche consiste en fait à effectuer le processus inverse de ce qui est actuellement proposé de manière courante dans la littérature. En particulier, une des nouveautés de notre approche est qu'au lieu d'intégrer une fonction de demande déjà calibrée dans le processus d'affectation, nous intégrons le processus d'affectation dans l'estimation de la demande de transport par le biais d'une équation de demande non linéaire.

Le deuxième chapitre aborde la littérature traitant des modèles de demande de transport et les processus d'affectation. On y présente les différents aspects théoriques et empiriques des approches qui essaient d'exploiter l'interaction entre l'estimation de la demande de transport et le processus d'affectation, ainsi que la notation générale adoptée. De façon générale, la particularité commune de l'ensemble des modèles distribution-affectation consultés est qu'ils supposent tous des paramètres de la fonction de demande estimés à priori et ensuite utilisés lors de l'affectation à l'équilibre. De plus, dans le processus d'affectation des demandes dans le réseau, on ne considère généralement que le temps physique du déplacement comme variable de décision à l'équilibre, sans tenir compte du coût monétaire du déplacement. Dans cette thèse, nous montrons comment cette façon de procéder peut conduire à des graves problèmes d'erreur de mesure de variables explicatives caractérisant le réseau et conduire à des changements de signe des paramètres de l'équation de demande.

Dans le troisième chapitre on commence par présenter le modèle de demande de transport proposé. Pour tenir compte de la simultanéité entre l'estimation de la demande et les conditions d'équilibre dans le réseau nous proposons donc un système simultané. Ce système simultané peut être formulé sous forme d'une équation de demande non linéaire. La forme fonctionnelle de fonction de demande est telle que les conditions de congestion peuvent influencer les décisions de déplacement des individus. Le système simultané distribution-affectation étudié se caractérise notamment par un paramètre d'arbitrage entre le temps et le coût des déplacements qui doit être unique entre la fonction de demande estimée et la solution à l'équilibre du processus d'affectation. Pour estimer les paramètres de la fonction de demande nous proposons deux approches alternatives, soit la méthode itérative et l'approche fondée sur l'approximation linéaire du coût généralisé de se déplacer. Ces deux méthodes requièrent un certain niveau d'information concernant la valeur "optimale" du paramètre d'arbitrage entre le temps et le coût monétaire du déplacement. Cependant, malgré cette contrainte opérationnelle, les deux approches proposées nous semblent plus efficaces et appropriées que les approches utilisées en pratique. En effet, dans ces dernières, les auteurs estiment les paramètres de la fonction de demande comme s'ils étaient "exogènes" à la solution d'équilibre du processus d'affectation. De notre côté nous proposons deux approches

qui tiennent compte de manière réaliste de la simultanéité des deux étapes des systèmes distribution-affectation.

Afin d'étudier les propriétés des approches proposées, nous avons favorisé la méthode des expériences de Monte Carlo. Pour fins de comparaison nous avons défini en ce sens un modèle de référence où tous les paramètres de la fonction de demande sont supposés connus - ainsi que la valeur "optimale" du paramètre d'arbitrage - et deux autres approches qui fixent de façon arbitraire la valeur du paramètre d'arbitrage dans le processus d'affectation. Afin de comparer les performances des approches proposées selon différents niveaux de congestion dans le réseau, nous avons également défini deux types de réseaux de transport. Le premier réseau ne permet pas des liens communs entre des paires origine-destination distinctes. Le deuxième réseau permet l'utilisation de liens communs entre différentes paires origine-destination par les usagers du réseau. Les résultats numériques présentés dans les chapitres cinq et six viennent confirmer nos attentes quant aux performances statistiques des deux méthodes proposées. Nous constatons que non seulement les deux approches proposées sont statistiquement supérieures aux méthodes *ad hoc*, quelque type de réseau de transport que soit utilisé, mais qu'en plus ces dernières conduisent à des inversions des signes de certains des paramètres de la fonction de demande. La démonstration théorique de l'inversion des signes due à des erreurs de mesure des variables de type réseau est présentée en détail dans le chapitre six de cette thèse. Nous y montrons que le fait d'imposer une valeur arbitraire du paramètre d'arbitrage dans le système simultané distribution-affectation fait en sorte qu'on viole certaines des hypothèses usuelles concernant les erreurs de mesure, ceci ayant comme effet de biaiser les paramètres de la fonction de demande au point que le paramètre associé au temps du déplacement change de signe.

**Mots Clés:** Demande de transport; Distribution-Affectation; Valeur du temps; Système simultané; Équation non linéaire; Erreurs de mesure.

## REMERCIEMENTS

Cette thèse est le fruit d'un travail de longue haleine qui a semblé interminable par moments, mais qui a fini par aboutir. Plusieurs personnes ont contribué par leurs encouragements et conseils judicieux à l'aboutissement de cette recherche.

Je voudrais remercier particulièrement Monsieur Richard Laferrière pour ses conseils, ses encouragements et les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues tout au long de cette recherche. Je voudrais aussi remercier Monsieur Marc Gaudry pour ses nombreux commentaires et suggestions. Je tiens à remercier également Monsieur Marcel Dagenais pour les remarques et les commentaires fort bénéfiques concernant la dernière partie de cette thèse. Je remercie aussi les autres membres du jury, Messieurs Claude Montmarquette et Ulrich Blum pour les remarques et critiques formulées.

Je voudrais également remercier le Centre de Recherches sur les Transports de l'Université de Montréal, en particulier son programme d'action structurante.

Enfin, un grand merci à mes parents qui m'ont toujours encouragé à faire des études supérieures et surtout à ma femme qui plus que toute autre personne n'a cessé de m'encourager et de me supporter moralement pendant ces quatre dernières années.

## TABLE DES MATIÈRES

Table de matières .....	i
Liste des tableaux .....	iv
Liste des figures .....	v
<b>I-INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>II-REVUE DE LITTÉRATURE ET TERMINOLOGIE USUELLE .....</b>	<b>5</b>
2.1 La Demande de Transport .....	5
2.1.1 La forme fonctionnelle .....	6
2.1.2 Les variables explicatives .....	6
2.1.3 Choix de la séquence d'estimation .....	7
2.1.3.1 Plusieurs équations (Méthode Séquentielle) .....	7
2.1.3.2 Une seule équation (Méthode Directe) .....	9
2.2 Le Processus d'Affectation. ....	11
2.2.1 Notation générale .....	11
2.2.2 Courbes volume-délai .....	12
2.2.3 Courbes volume-délai généralisées .....	15
2.2.4 Les conditions d'équilibre dans un réseau .....	17
2.2.5 Affectation avec demande fixe .....	20
2.2.6 Affectation avec demande variable .....	24
<b>III-LE MODÈLE PROPOSÉ .....</b>	<b>31</b>
3.1 Le modèle de demande .....	31
3.2 Système simultané, une équation de demande non linéaire .....	40
3.3 Deux Estimateurs Proposés .....	45
3.3.1 Approche Itérative .....	45

3.3.1.1 Remarques concernant le processus itératif . . . . .	47
3.3.2 Approximation Linéaire . . . . .	48
3.3.2.1 Remarques concernant le processus basé sur l'approximation linéaire du coût généralisé . . . . .	55
<b>IV-EXPÉRIENCES DE MONTE CARLO . . . . .</b>	<b>57</b>
4.1 Estimateurs pour fin de comparaison . . . . .	57
4.2 Paramètres de l'hypothétique vraie fonction de demande . . . . .	63
4.3 Description détaillée des réseaux . . . . .	65
4.4 Critère d'arrêt des simulations de Monte Carlo . . . . .	69
4.5 Critères de comparaison et propriétés numériques préliminaires. . . . .	71
<b>V-ANALYSE DES RÉSULTATS . . . . .</b>	<b>74</b>
5.1 Un réseau de deux marchés sans interaction. . . . .	74
5.1.1 Processus VPTC et VPCG. . . . .	77
5.1.2 Processus MEPTC et MEPCG. . . . .	79
5.1.3 Processus MI et AL . . . . .	81
5.2 Un réseau de deux marchés avec interaction . . . . .	86
5.2.1 Resserrement des distributions des paramètres selon l'utilisation du lien commun. . . . .	87
5.2.2 Exemple d'utilisation en pourcentage du lien en commun . . . . .	94
5.2.3 Deux cas particuliers dans l'utilisation du lien en commun . . . . .	97
5.2.4 Analyse comparative des estimateurs proposés dans une situation de lien partagé . . . . .	98
5.2.4.1 Analyse comparative basée sur 100 simulations . . . . .	99
5.2.4.2 Propriétés asymptotiques dans le cadre d'une utilisation 50% du lien en commun . . . . .	102

**VI-DÉVELOPPEMENT THÉORIQUE ET INFÉRENCE STATISTIQUE****SUR LE PROBLÈME D'ERREUR DE MESURE DE****VARIABLES EXPLICATIVES ..... 113**

6.1 Erreurs de mesure, le cas usuel ..... 114

6.2 Erreurs de mesure, le cas général ..... 120

**VII-CONCLUSIONS ..... 137****ANNEXE A ..... A-1****ANNEXE B ..... B-1****ANNEXE C ..... C-1****BIBLIOGRAPHIE**

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 1</b> Courbes volume-délai . . . . .	14
<b>Figure 2</b> Réseau de transport simplifié . . . . .	19
<b>Figure 3</b> Équilibre dans le réseau. . . . .	19
<b>Figure 4</b> Utilisation des chemins selon $\theta$ . . . . .	35
<b>Figure 5</b> Utilisation des chemins selon $\theta$ . . . . .	35
<b>Figure 6</b> Relation simultanée distribution-affectation . . . . .	42
<b>Figure 7</b> Relation entre le coût généralisé $CG_{ij}$ et le paramètre $\theta$ . . . . .	52
<b>Figure 8</b> Description du réseau bi-marché. . . . .	67
<b>Figure 9</b> Description du réseau tri-marché . . . . .	68
<b>Figure 10</b> Structure de marchés indépendants . . . . .	74
<b>Figure 11</b> Distribution des paramètres du processus VPTC. . . . .	78
<b>Figure 12</b> Distribution des paramètres du processus VPCG. . . . .	79
<b>Figure 13</b> Distributions des paramètres du processus AL. . . . .	83
<b>Figure 14</b> Distribution des paramètres du processus MI. . . . .	84
<b>Figure 15</b> Utilisation à 0 pour-cent . . . . .	89
<b>Figure 16</b> Utilisation à 25 pour-cent . . . . .	89
<b>Figure 17</b> Utilisation à 50 pour-cent . . . . .	89
<b>Figure 18</b> Utilisation à 75 pour-cent . . . . .	89
<b>Figure 19</b> Distributions des paramètres obtenus avec le processus AL. . . . .	110
<b>Figure 20</b> Distributions des paramètres obtenus avec le processus MI. . . . .	111
<b>Figure 21</b> Distribution des erreurs de mesure du coût généralisé. . . . .	126
<b>Figure 22</b> Corrélation entre CG et erreur de mesure. . . . .	127
<b>Figure 23</b> Distribution des erreurs de mesure du temps de déplacement. . . . .	132
<b>Figure 24</b> Distribution des erreurs de mesure du coût monétaire du déplacement. . . . .	132
<b>Figure 25</b> Corrélation entre le temps de se déplacer et les erreurs de mesure. . . . .	133
<b>Figure 26</b> Corrélation entre le coût monétaire de se déplacer et les erreurs de mesure. . . . .	133

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau I</b>	10,000 Simulations: constante. ....	75
<b>Tableau II</b>	10,000 Simulations: temps du déplacement. ....	75
<b>Tableau III</b>	10,000 Simulations: coût monétaire du déplacement. ....	76
<b>Tableau IV</b>	10,000 Simulations: socio-économique. ....	76
<b>Tableau V</b>	10,000 Simulations: paramètre d'arbitrage. ....	77
<b>Tableau VI</b>	Construction des catégories des histogrammes. ....	90
<b>Tableau VII</b>	Liste des valeurs des bornes des histogrammes. ....	91
<b>Tableau VIII</b>	Résultats détaillés première simulation. Lien commun utilisé par 50% des usagers. ....	96
<b>Tableau IX</b>	5000 Simulations: constante. ....	103
<b>Tableau X</b>	5000 Simulations: temps du déplacement. ....	103
<b>Tableau XI</b>	5000 Simulations: coût monétaire du déplacement. ....	104
<b>Tableau XII</b>	5000 Simulations: socio-économique. ....	104
<b>Tableau XIII</b>	5000 Simulations: valeur du temps. ....	105

## I-INTRODUCTION

Durant les dernières années, une large majorité de la recherche dans le domaine de la planification du transport s'est concentrée dans le développement de modèles de prévision. Dans ce même ordre d'idées le but de cette thèse est de développer un modèle économétrique qui permette l'analyse d'équilibres de court terme, et, plus fondamentalement, qui reconnaisse de manière explicite la simultanéité entre l'estimation de la demande et les conditions d'équilibre dans un réseau de transport.

Dans le cadre d'études d'impact analysant l'effet de modifications apportées au réseau de transport, on utilise ab initio des modèles de demande qui permettent d'étudier l'utilisation globale du réseau, et des modèles d'affectation grâce auxquels on simule la répartition des déplacements entre les différents liens du réseau de transport. En règle générale, les modèles de demande décrivent le nombre de déplacements par unité de temps entre les différentes paires origine-destination tandis que les modèles d'affectation décrivent les chemins choisis ainsi que le nombre de personnes qui les parcourent.

Il est généralement reconnu qu'il existe une grande interdépendance entre les décisions du nombre de déplacements, du choix de la route, du mode utilisé, des fréquences disponibles et de l'origine et la destination de notre déplacement. Plusieurs méthodologies ont ainsi été proposées afin de modéliser cette **simultanéité** entre les processus génération-distribution-choix-du-mode et le processus d'affectation.

Ces méthodologies peuvent être regroupées à l'intérieur de deux grandes familles, la première et plus ancienne correspondant aux modèles séquentiels, et la deuxième, plus récente, correspondant aux processus combinés distribution-affectation, dont une des caractéristiques est que les paramètres de la fonction de demande sont donnés à priori.

Dans cette étude, une attention particulière sera portée à la partie génération-distribution ainsi qu'à la partie affectation. Dans l'étape génération-distribution, les demandes de transport sont supposées dépendre d'un certain nombre de variables socio-économiques telles le revenu et la population, pour ne nommer que les plus courantes, et des variables de réseaux, telles que le coût et temps de déplacement entre les points d'une paire origine-destination. Par ailleurs, c'est le processus d'affectation qui permet justement d'obtenir les variables de type réseau, nécessaires à l'estimation de la demande de transport. La méthodologie la plus courante afin d'obtenir ce type de variables, consiste à faire une affectation avec des données d'enquête concernant des déplacements observés sur un réseau donné. Ceci revient à distribuer les volumes de personnes qui se déplacent des origines vers les différentes destinations parmi les chemins définis du réseau. Il faut noter que la façon de partager ces volumes parmi les divers liens du réseau n'est pas arbitraire mais au contraire, suit des règles bien établies concernant le choix des liens optimaux au sens de Wardrop.

Une des caractéristiques principales des modèles combinés distribution-affectation usuels, consiste à supposer connus soit à priori, soit à partir d'un calibrage initial, les paramètres des variables explicatives, des fonctions de demande utilisées dans le processus d'affectation. Bien qu'avec les modèles combinés on vise des meilleures prévisions que celles des modèles séquentiels, en ce qui concerne les performances du réseau (attentes, temps, coûts), et en ce qui concerne le comportement de l'utilisateur (volumes de déplacements), il nous semble que l'on ne modélise pas de façon adéquate un aspect très important. A savoir, l'estimation des paramètres de la fonction de demande par paire origine-destination doit être cohérente avec les conditions d'équilibre dans le réseau en plus de reconnaître la simultanéité entre les processus de demande et d'affectation.

A notre connaissance, l'aspect simultané entre les modèles de demande et les modèles d'affectation dans l'estimation des paramètres de la fonction de demande n'a pas été

véritablement analysé jusqu'à aujourd'hui. De fait on peut se demander quels seraient les gains associés à la prise en considération des effets de simultanéité entre l'estimation de la demande de transport et les conditions d'équilibre dans le réseau. Est-ce que cette façon de procéder permet une meilleure évaluation des changements de la demande de déplacements?

Dans cette thèse, nous proposons une toute nouvelle approche au problème simultané distribution-affectation. Cette nouvelle approche consiste en fait à effectuer le processus inverse de ce qui est actuellement proposé de manière courante dans la littérature. En particulier, une des nouveautés du modèle proposé est qu'au lieu d'intégrer une fonction de demande déjà calibrée dans le processus d'affectation, nous intégrons le processus d'affectation dans l'estimation de la demande de transport. Nous obtenons ainsi une équation de demande non linéaire qui tient compte de la simultanéité entre l'estimation de la demande et le processus d'affectation. En effet il semblerait plus naturel d'introduire les conditions d'équilibre du réseau de transport dans l'estimation des paramètres de la fonction de demande.

Cette façon de procéder nous permettra dans un premier temps, d'étudier les avantages à reconnaître de manière explicite la simultanéité existant entre le choix d'effectuer un déplacement et les conditions du réseau de transport. Aussi, nous pourrons analyser comment cette simultanéité entre l'estimation des demandes de transport et l'équilibre dans le réseau, affecte les résultats obtenus par rapport à d'autres méthodologies utilisées en pratique.

Afin d'atteindre notre objectif, il nous faudra spécifier une fonction de demande de transport pour les déplacements des personnes, qui inclue, parmi d'autres variables explicatives, les attributs des chemins utilisés (longueur du lien, capacité, etc). En ce sens, nous favoriserons l'utilisation d'une fonction de coût généralisé, définie de façon telle que

l'interaction entre le modèle de demande et le modèle d'affectation soit possible. Ce type de fonction permettra de comparer les solutions que l'on obtient, lorsqu'on tient compte ou non de l'effet d'interaction entre l'estimation économétrique de la demande et le processus d'affectation.

Finalement, nous démontrerons également comment une mauvaise évaluation du temps de déplacement, due à une mauvaise modélisation du problème simultané, peut avoir des conséquences importantes lors de l'estimation de la demande. En particulier, on montrera que ce genre d'erreur de mesure posera des problèmes d'inversion de signe du paramètre associé à la variable mal mesurée.

## II-REVUE DE LITTÉRATURE ET TERMINOLOGIE USUELLE

Dans cette section seront présentés les différents aspects concernant les approches théoriques et empiriques qui essaient d'exploiter l'interaction entre l'estimation de la demande de transport et le processus d'affectation dans un réseau, notamment en ce qui concerne la manière usuelle par laquelle ces deux étapes sont intégrées.

### 2.1 La Demande de Transport

Dans la vaste littérature sur les transports, l'analyse de la demande est un sujet très important en raison de la place prépondérante qu'elle occupe dans les activités essentielles de la planification des transports. Les modèles de demande de transport de voyageurs sont habituellement développés à l'un ou l'autre des deux niveaux d'agrégation spatiale suivants:

- Le niveau agrégé, dans lequel le nombre total de déplacements entre les zones sont modélisés directement.
- Le niveau désagrégé, dans lequel les déplacements des individus sont modélisés directement (et l'agrégation des flots par origine-destination requise pour l'analyse des politiques de transport est générée en additionnant, de manière explicite ou implicite, tous les déplacements effectués entre les zones par ces mêmes individus).

Bien que les modèles plus récents soient au moins partiellement désagrégés, une grande partie des modèles urbains et interurbains de transport de voyageurs sont agrégés. Les modèles agrégés possèdent plusieurs avantages pratiques. Notamment, leurs besoins en données sont plus modestes si on les compare aux modèles désagrégés. Ils sont ainsi plus conformes à l'information qui s'avère souvent disponible. Par ailleurs ces modèles sont généralement plus faciles d'application puisque développés directement au niveau utilisé

pour la prise de décision et de gestion.

Dans cette thèse, nous étudions les volumes totaux de personnes qui se déplacent entre les différentes paires origine-destination ainsi que les facteurs explicatifs qui influencent le nombre de déplacements effectués. Nous nous situons donc dans un contexte d'analyse agrégé et nous parlerons de demande par marché, ou plus couramment, de demande de transport par paire origine-destination ( $g_{ij}$ ).

### **2.1.1 La forme fonctionnelle**

Une première question que l'on doit se poser lors de l'analyse de la demande de transport est de savoir quelle forme fonctionnelle utiliser pour représenter celle-ci? Comme montré dans Gaudry et Wills (1978), le choix de la forme fonctionnelle optimale a des conséquences importantes sur les estimations des paramètres des variables explicatives dans les modèles de demande de transport. Les auteurs montrent qu'une forme fonctionnelle incorrecte peut conduire à des élasticités erronées, et même à des problèmes de signe au niveau des paramètres estimés.

Nous ne prétendons pas faire une étude exhaustive sur la forme fonctionnelle de la demande, le sujet de la spécification de la demande étant un problème très complexe en soi. Soulignons seulement qu'il existe plusieurs types de formes fonctionnelles habituellement utilisées en pratique, dont les plus connues sont les formes linéaires, multiplicatives ou exponentielles avec une prépondérance évidente des formes linéaires.

### **2.1.2 Les variables explicatives**

Une fois défini le niveau d'agrégation de l'étude (agrégé versus désagrégé), et le type de forme fonctionnelle à utiliser, il reste à choisir les variables explicatives nécessaires à

l'estimation de la demande de transport.

Les fonctions de demande utilisées habituellement en transport, correspondent à des formulations intuitives et tiennent généralement compte de façon statique des niveaux de service des différents modes de transport. Afin d'estimer la demande de transport, dont les volumes évalués sont par la suite utilisés dans les modèles d'affectation, on utilise habituellement des formes fonctionnelles composées de variables explicatives de type "réseau" ( $R_{ij}$ ) et de type "socio-économique" ( $SE_{ij}$ ).

Les variables socio-économiques les plus souvent utilisées sont la population à l'origine et à la destination, le revenu du ménage, le nombre d'automobiles par ménage, l'emploi, le zonage résidentiel ou commercial, etc. De même, quelques variables de réseaux usuelles sont la distance parcourue, le temps du déplacement, le temps d'accès et amont et en aval du déplacement, le coût, la fréquence, etc. Il est clair que le choix des variables à utiliser dans la forme explicite de la fonction de demande dépend généralement de leur disponibilité ainsi que de leur fiabilité.

### **2.1.3 Choix de la séquence d'estimation**

Un autre point important dans l'analyse de la demande concerne le choix de la séquence d'estimation. Est-ce que l'on doit utiliser une seule équation ou plusieurs pour expliquer la demande de transport origine-destination ( $g_{ij}$ )? Dans les deux sous-sections subséquentes seront présentées les deux approches de base à l'analyse de la demande de transport, qui peuvent être appliquées tant au niveau individuel qu'au niveau agrégé.

#### **2.1.3.1 Plusieurs équations (Méthode Séquentielle)**

Comme son nom l'indique, ce type de modélisation du comportement de l'individu lorsqu'il

décide de voyager, consiste en une série de modèles à estimer de manière séquentielle. Ces modèles essaient de représenter de manière explicite le processus de choix auquel font face les individus, afin de pouvoir prévoir le nombre de déplacements effectués à un moment donné de la journée (période de pointe matinale), par paire origine-destination, mode et route. On retrouve au Canada un certain nombre d'institutions qui favorisent ou ont favorisé ce type d'approche. Par exemple, le modèle "*Greater Toronto Area*" (GTA) développé pour le Ministère des Transports de l'Ontario, dont la plus récente version date de 1991 (élaborée par le Groupe IBI). Dans le même ordre d'idées on peut également citer le modèle développé par le Consortium Dessau-LGL pour le Ministère des Transports du Québec, dans le cadre du projet intitulé "*Étude de l'Autoroute Métropolitaine dans un Horizon de Planification de 20 ans*", en 1992.

Généralement ce type de processus est constitué de quatre équations qui représentent les différentes étapes des décisions de l'individu (Génération, Distribution, Choix-de-Mode, Affectation). Bien entendu, puisque pour le moment nous sommes uniquement intéressés à l'aspect demande de transport, nous présenterons dans cette sous-section les trois premières étapes qui déterminent le nombre total de déplacements par paire origine-destination  $ij$ .

En un premier temps on définit un modèle de type **génération** qui explique le nombre de déplacements générés dans une zone ou attirés par une zone ( $g_i$  ou  $g_j$  respectivement). Ces déplacements sont expliqués à partir de certains facteurs socio-économiques tels que la population à l'origine et à la destination, la densité résidentielle, l'emploi. En pratique, on ne choisit de façon générale qu'un nombre limité de variables explicatives. Ainsi, dans le modèle GTA proposé par le Groupe IBI, on ne trouve comme variables explicatives dans la version finale du modèle, que la population et l'emploi.

Par la suite, on voudrait avoir un modèle qui décrive la façon dont les volumes de

déplacements générés ou attirés dans les différentes zones se distribuent entre les paires origine-destination. Pour cela nous avons besoin d'un modèle de **distribution** qui décrit comment les déplacements se répartissent entre les différentes paires origine-destination. En pratique, on utilise à cette étape des modèles de type gravitaire (avec ou sans contraintes de conservation des volumes). Ces modèles ont comme facteurs explicatifs le nombre de déplacements générés en **i**, destinés à **j**, la distance entre **i** et **j**, ou tout autre fonction d'impédance reflétant une résistance (coût) à se déplacer entre les paires origine-destination.

En dernier lieu, on est intéressé à savoir quels sont les modes que les individus vont choisir afin de se déplacer entre une paire origine-destination donnée  $g_{ij}^m$ . Pour ce faire on utilise des modèles de **choix de mode** qui visent à expliquer le choix d'un mode fait par les individus selon certains facteurs:

- **caractéristiques des individus:** la disponibilité d'une automobile, la détention d'un permis de conduire, la structure du ménage, ...
- **caractéristiques du déplacement:** le motif, le moment de la journée, ...
- **caractéristiques du mode:** le temps de déplacement, la fréquence, la tarification, le confort, la ponctualité.

Ces trois étapes constituent les éléments nécessaires à la détermination du nombre de déplacements par paire origine-destination. Il existe cependant un autre type d'approche pour modéliser les déplacements dans un marché. Cette approche alternative consiste en l'estimation d'une équation unique, équation qui incorpore les particularités des trois étapes du modèle séquentiel qui vient d'être présenté.

### 2.1.3.2 Une seule équation (Méthode Directe)

Dans cette approche on définit une fonction de demande qui relie le nombre de déplacements effectués par marché, aux facteurs socio-économiques caractérisant les voyageurs et aux variables décrivant les attributs du réseau et modes de transport. La forme générale de ce type de fonction pour un mode donné, est:

$$g_{ij} = g_{ij}(SE_{ij}, R_{ij}) \quad (1)$$

Ainsi, la demande de déplacements par marché dépend des caractéristiques socio-économiques des marchés et des caractéristiques du réseau. Pour une description plus détaillée de ces modèles directs voir par exemple Kraft et Wohl (1967), Domencich et Kraft (1968), Gaudry et Wills (1978), Dagenais et Gaudry (1986). Ce type d'approche uni-équation, au problème de l'estimation de la demande, est très connue dans la littérature, mais semble toujours poser certains problèmes.

En effet, dans plusieurs études utilisant l'approche directe, les auteurs rencontrent des problèmes de signe lors de l'estimation de leurs modèles; Algiers (1984), Dagenais et Gaudry (1986). Dans toutes ces études les auteurs doivent faire face à un problème d'inversion de signe au niveau des coefficients associés aux variables de type réseau. En particulier, dans Algiers (1984), l'auteur trouve que l'inversion de signe est associée aux coefficients des variables de temps de parcours, et le seul modèle qui semble donner des résultats satisfaisants dans son étude est celui qui utilise le coût généralisé du déplacement comme variable de type réseau. De même, dans Dagenais et Gaudry (1986), le problème de signe se situait au niveau du paramètre associé à la variable représentant le temps du déplacement.

On peut donc constater la sensibilité des paramètres associés aux variables caractérisant le réseau, lors de l'estimation de la demande de transport. Il est donc important, de bien s'assurer que la forme fonctionnelle soit appropriée au problème étudié et que les variables

explicatives utilisées soient correctement mesurées.

## **2.2 Le Processus d'Affectation.**

Il est clair que pour expliquer la demande de déplacements par origine-destination  $ij$ , quelle que soit l'approche adoptée (séquentielle versus directe) et le niveau d'agrégation pertinent, (désagrégé versus agrégé) on doit de toute évidence utiliser des variables caractérisant les conditions de déplacement dans le réseau. Il est donc important de bien comprendre comment ces variables sont obtenues ou dérivées.

Lors de la dernière étape du processus séquentiel classique, on procède habituellement à l'**affectation** des déplacements  $ij$  dans les différentes routes du réseau. C'est justement ce processus qui permet d'obtenir les variables réseaux, telles que les temps et les coûts des déplacements, en plus de décrire de quelle manière les demandes par marché se répartissent dans le système de transport. Puisque de façon générale, ces variables sont obtenues à partir d'affectations à l'équilibre, il nous semble important de présenter quelques notions qui aideront le lecteur à mieux comprendre le processus d'affectation des volumes de transport dans un réseau. Nous présenterons donc en quoi consiste une courbe volume-délai, comment sont constitués les divers chemins du réseau de transport (notion de réseau de transport) et selon quelle propriété les usagers se répartissent parmi l'ensemble de ces chemins (notion solution d'équilibre).

### **2.2.1 Notation générale**

Pour faciliter la compréhension des divers concepts mentionnés ci-dessus, nous devons introduire un peu de notation additionnelle, fréquemment utilisée dans l'ensemble des études abordant ce sujet.

Soit  $O_i$  le nombre total de déplacements ayant pour origine la zone  $i$  et  $D_j$  le nombre total de déplacements se terminant dans la zone  $j$ ,  $g_{ij}$  représente le nombre de personnes qui voyagent (demandes de transport) entre les zones  $i$ - $j$  et  $\mathbf{P}$  l'ensemble de toutes les paires origine-destination. A ces déplacements entre  $i$  et  $j$  sont associés des coûts généralisés de déplacement entre  $ij$ , notés  $u_{ij}$ . Le réseau de transport est habituellement représenté par un ensemble de noeuds et de liens ( $\mathbf{N}$  et  $\mathbf{A}$  respectivement), chaque lien  $\mathbf{a}$  pouvant être exprimé en termes d'une fonction volume-délai appropriée,  $s_a(v_a)$ , croissante et continue. À son état le plus simple, ces types de courbes, calibrées à partir de données recueillies sur le terrain, permettent d'obtenir les temps de déplacement sur une certaine route (ou lien), compte tenu du nombre de véhicules (ou personnes) circulant sur celle-ci. La variable  $v_a$  symbolisera, dans ce texte, le volume de personnes se déplaçant sur le lien  $\mathbf{a}$ . Par ailleurs, un chemin  $\mathbf{k}$  entre deux zones  $i$  et  $j$ , parmi l'ensemble des chemins entre cette paire origine-destination ( $\mathbf{K}_{ij}$ ), correspond à une suite de liens qui permettent à l'utilisateur de se rendre de la zone  $i$  à la zone  $j$ . De plus, nous noterons  $\mathbf{K}_{ij}^*$  ( $k^* \in \mathbf{K}_{ij}^*$ ) l'ensemble de chemins utilisés à l'équilibre du processus d'affectation pour les diverses paires origine-destination.

Le temps de déplacement entre les deux zones sera équivalent à la somme des temps de trajet sur l'ensemble de liens constituant le chemin. Notons que chaque origine-destination peut être desservie par un ou plusieurs chemins. Nous représenterons le nombre de personnes utilisant ces chemins par la variable  $h_{ij,k}$  et les coûts associés à ces déplacements sur le chemin  $\mathbf{k}$  seront représentés par la variable  $u_{ij,k}$ . Enfin le temps minimum pour se déplacer dans un chemin, de l'origine  $i$  à l'origine  $j$  est égal à  $u_{ij}^*$ .

### 2.2.2 Courbes volume-délai

Un réseau de transport est formé de liens, tous caractérisés par des fonctions qui déterminent leur état de congestion d'après certains attributs comme leur capacité sans

congestion, leur longueur, la vitesse autorisée, etc. Cette relation entre la capacité de la route et le temps de déplacement nous est donnée par des courbes volume-délai  $s_a(v)$  qui représentent le temps de déplacement sur les liens  $a$  compte tenu du volume de personnes,  $v$ , se déplaçant sur ce même lien. Soit  $t_0$  le temps de déplacement sur un lien lorsqu'il n'y a pas de congestion sur la route, et  $f()$ , une fonction qui mesure la congestion dans le lien d'après la capacité de la route et du volume de personnes qui y circulent. Alors, les courbes volume-délai peuvent être représentés par l'équation suivante.

$$s(v) = t_0 + f\left(\frac{v}{c}\right) \quad (2)$$

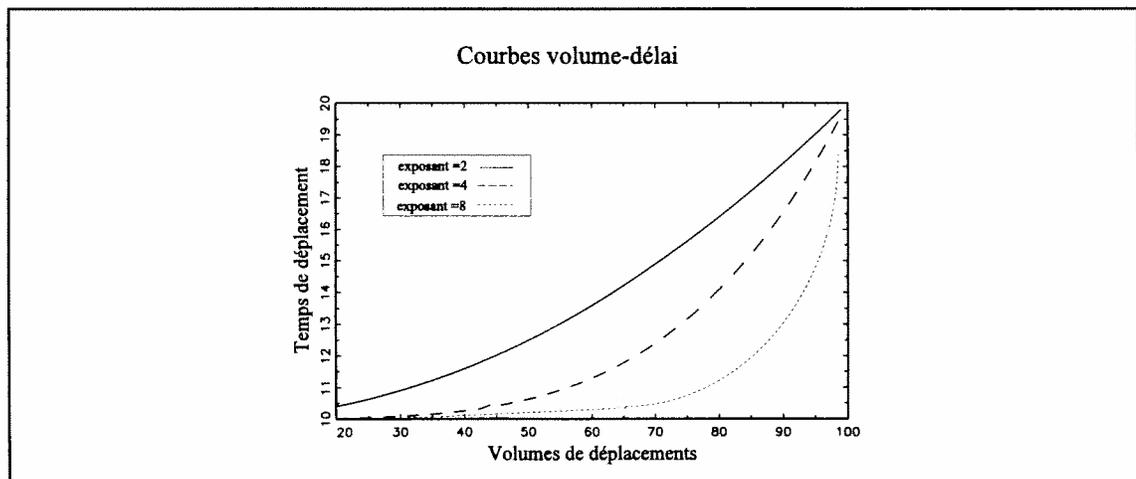
L'argument de la courbe volume-délai est le ratio  $v/c$  est, où  $c$  représente la capacité maximale du lien et  $v$  le volume de personnes qui se déplacent. A notre connaissance, dans le contexte des études de réseaux de transports on utilise de façon générale un seul type de fonction volume-délai pour un réseau donné, mais, on permet que les paramètres associés à ces courbes varient selon le lien. De cette façon on arrive à représenter plus adéquatement les divergences qui existent entre les différentes routes qui composent le réseau étudié.

L'idéal pour l'analyste serait de posséder un seul type de courbe volume-délai qui serait facilement transférable entre les différents réseaux de transport. Par contre, il semblerait qu'il y ait peu d'accord, entre les divers chercheurs dans le domaine, quant au genre de courbe qui serait convenable pour tous les types de réseaux. Dans à peu près chaque étude concernant un réseau de transport réel que nous avons pu étudier, on a utilisé un type particulier de courbe volume-délai, reflétant ainsi les particularités propres du réseau. Donc, la décision finale concernant la courbe volume-délai à utiliser revient au chercheur qui doit choisir parmi une grande variété de types de fonctions compte tenu des caractéristiques du réseau qu'il analyse. Certaines de ces courbes sont très classiques, comme les fonctions exponentielles proposées par Smock (1962) ou par Overgaard (1967) et, d'autre plus sophistiquées, Spiess (1989), comme des courbes coniques ou hyperboliques.

Les courbes volume-délai les plus utilisées dans la littérature concernant les problèmes de distribution-affectation sont les fonctions de type BPR (Bureau of Public Roads, 1964) et leur forme fonctionnelle générale est la suivante:

$$t^{BPR}(v) = t_0 \cdot \left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^\tau\right) \quad (3)$$

Ces fonctions se caractérisent par le fait que des valeurs plus élevées de  $\tau$  font en sorte que la courbure de la fonction volume-délai devient très abrupte à partir d'un certain volume. Puisque les fonctions de ce type représentent en quelque sorte la manière dont la congestion apparaît dans une route, une courbure excessive de la fonction volume-délai (pente positive abrupte), traduit le fait que les effets de la congestion peuvent apparaître plus soudainement si le nombre de personnes utilisant ce lien augmente légèrement. Nous pouvons voir dans la figure suivante comment le temps de déplacement varie selon la valeur du paramètre  $\tau$  (pour des valeurs égales à 2,4,8) et pour des volumes donnés de personnes qui se déplacent sur le lien étudié.



**Figure 1** Courbes volume-délai

La raison de la grande utilisation de ces fonctions de type BPR est sans doute la facilité d'interprétation de leur réaction à toute modification du nombre de personnes qui se

déplacent sur le lien. Par ailleurs elles possèdent une propriété considérée comme intéressante par les analystes de réseaux, à savoir: quelque-soit la valeur de  $\tau$ , si le volume de circulation est égal à la capacité du lien ( $v = c$ ), alors le temps de déplacement sera toujours égal au double du temps de déplacement lorsqu'il n'y a pas du tout de circulation, ou à  $2t_0$ .

### 2.2.3 Courbes volume-délai généralisées

Afin de bien reconnaître l'interaction entre le modèle de demande et le modèle d'affectation, et l'importance relative des coûts pécuniaires lorsqu'on effectue un déplacement, une fonction volume-délai plus générale que celle usuellement utilisé est préférable. Ainsi les fonctions de coût généralisé que nous utiliserons au cours de cette étude ont la forme structurelle suivante:

$$s_a = t_a(v_a) + \theta d_a \quad (4)$$

où

- $t_a(v_a)$** : Fonction dont l'argument est le volume de personnes se déplaçant sur le lien **a**. Cette fonction possède une forme, en grande partie similaire à celle des fonctions de type BPR présentées précédemment.
- $d_a$** : Coût fixe pour chaque lien **a**, (coût de l'essence, coût d'usure normale des véhicules pénalités de déplacement...).
- $\theta$** : Paramètre d'arbitrage associé à la variable  **$d_a$**  qui permet de traduire le coût monétaire du déplacement en temps de déplacement (=heures/\$).

Ce même genre de fonction volume-délai fut déjà utilisé par Babin, Florian et Spiess en 1981 pour modéliser l'importance du coût de l'essence dans le choix d'une route. En effet,

la particularité majeure de ce type de fonction de coût généralisé par rapport aux fonctions utilisées habituellement, est que l'on reconnaît de manière explicite l'existence d'un coût monétaire, autre que celui associé au temps du déplacement.

Grâce à cette nouvelle spécification du coût généralisé, on tient compte désormais, non seulement de l'aspect temps de déplacement, mesuré habituellement par la distance du lien et la vitesse de circulation autorisée sur celui-ci, mais aussi des coûts monétaires du voyage tels que les coûts d'essence ou les coûts associés à l'usure normale de l'automobile. Il est parfaitement concevable que lorsque le consommateur décide d'effectuer un déplacement pour un motif précis, à un moment donné de la journée, et qu'il choisit un chemin particulier, il établit en même temps un arbitrage entre le coût monétaire et le temps du voyage qui lui est favorable<sup>1</sup>.

Remarquons que c'est justement le paramètre  $\theta$  des fonctions volume-délai, représentant l'inverse de la valeur du temps (heures/\$), qui détermine comment cet arbitrage se fait. La manière usuelle d'évaluer le paramètre d'arbitrage consiste généralement à calibrer le paramètre  $\theta$  dans un processus séparé et indépendant de la demande de transport et du processus d'équilibre dans le réseau. Au contraire, nous proposons dans cette thèse une approche qui permettra d'estimer le paramètre d'arbitrage conjointement avec les paramètres des autres variables explicatives caractérisant la demande de transport.

Nous connaissons désormais les relations volume-temps qui caractérisent les liens, et par le fait même, les chemins d'un réseau. Nous connaissons également le type de variables explicatives pertinentes pour l'analyse de la demande de transport dans un contexte

---

<sup>1</sup> Afin d'obtenir à l'affectation une solution unique, en termes de volumes sur les liens du réseau, il est nécessaire que les courbes volume-délai généralisées soient convexes, monotones croissantes, de sorte que la fonction objective du processus d'affectation soit strictement convexe, ce qui est respecté par les courbes volume-délai généralisées utilisées.

distribution-affectation. Il nous reste donc à discuter du principe d'équilibre dans le système de transport et de déterminer comment sont obtenues les variables explicatives représentant les conditions du réseau de transport. En d'autres termes, quelle est la "règle" implicite suivie par les usagers, lorsqu'ils décident d'utiliser un chemin plutôt qu'un autre?

#### 2.2.4 Les conditions d'équilibre dans un réseau

Décrivons maintenant ce que l'on entend par conditions d'équilibre dans un réseau. Pour cela il faut commencer par se demander comment les usagers font leur choix parmi les différentes routes du réseau routier. C'est à dire, quels sont les facteurs qui font qu'un usager utilise un chemin donné et pas un autre pour se rendre de l'origine  $i$  à la destination  $j$ ?

On peut facilement concevoir que si chaque utilisateur du réseau peut choisir librement sa route pour se rendre de  $i$  à  $j$ , alors celui-ci voudra minimiser le coût de son déplacement compte tenu de la congestion résultant des décisions des autres voyageurs<sup>2</sup>. Dès lors, à l'équilibre, les volumes de déplacements seront tels que personne ne pourra diminuer ses coûts en changeant de route. Ce type d'équilibre est appelé dans la littérature "*optimum de l'usager*". Cette idée correspond au premier principe de Wardrop (principe descriptif) et fut formulée pour la première fois en 1952.

Une autre description de l'équilibre de l'usager, proche de la théorie des jeux, fut donnée par S.C. Dafermos en 1971.

"User optimizing flow pattern has the equilibrium property that no user has any incentive to make a unilateral decision to change his route. In other words, the user-optimizing flow pattern will be a local equilibrium point in the sense of Nash of the non cooperative game among the various users of

---

<sup>2</sup> Supposant, bien entendu, que le fait de conduire ne produit pas d'utilité en-soi

the network."

Ce type d'équilibre ne sera atteint que si les usagers choisissent leurs routes de manière indépendante, comme dans le cas des réseaux urbains de transport. La majorité des chercheurs en transport s'entendent pour dire que cette idée de minimisation des coûts de déplacements se rapproche assez bien de la réalité.

Pour fins d'illustration un exemple de réseau de transport simplifié ainsi que la situation d'équilibre des volumes de déplacements qui le caractérise seront présentés graphiquement. Pour ce faire, supposons une paire origine-destination  $(ij)$ , relié par deux liens numérotés 1 et 2, sur lesquels peuvent se déplacer  $v_1$  et  $v_2$  personnes. Supposons également que les fonctions représentant les caractéristiques de ces liens sont  $s_1(v_1)$  et  $s_2(v_2)$  respectivement. Puisque le réseau présenté ci-dessus est très simple (voir la figure 1), les usagers font face uniquement à deux chemins pour se rendre de  $i$  à  $j$ , chaque chemin correspondant à un des deux liens.

Traçons maintenant l'axe des  $x$  dans la figure 3 de sorte qu'il corresponde au nombre total de personnes qui se déplacent entre cette paire origine-destination  $ij$ . Comme l'on peut facilement constater, le point **A** dans la figure 3 correspond au point d'intersection des deux courbes volume-délai. Par le fait même, ce point correspond aussi au seul point qui minimise le coût de déplacement entre cette paire origine-destination, de sorte qu'aucun individu n'est incité à changer de chemin (équilibre au sens de Wardrop).

Une autre façon de voir que le point **A** constitue une situation d'équilibre dans le réseau est de constater qu'en ce point, l'aire sous les courbes volume-délai (coût moyen de se déplacer sur les deux liens) est minimisée. Il est aussi très facile de vérifier que cette propriété ne peut pas être vérifiée avec n'importe quel autre point sur les courbes volume-délai, tels que par exemple les points **B** ou **C**.

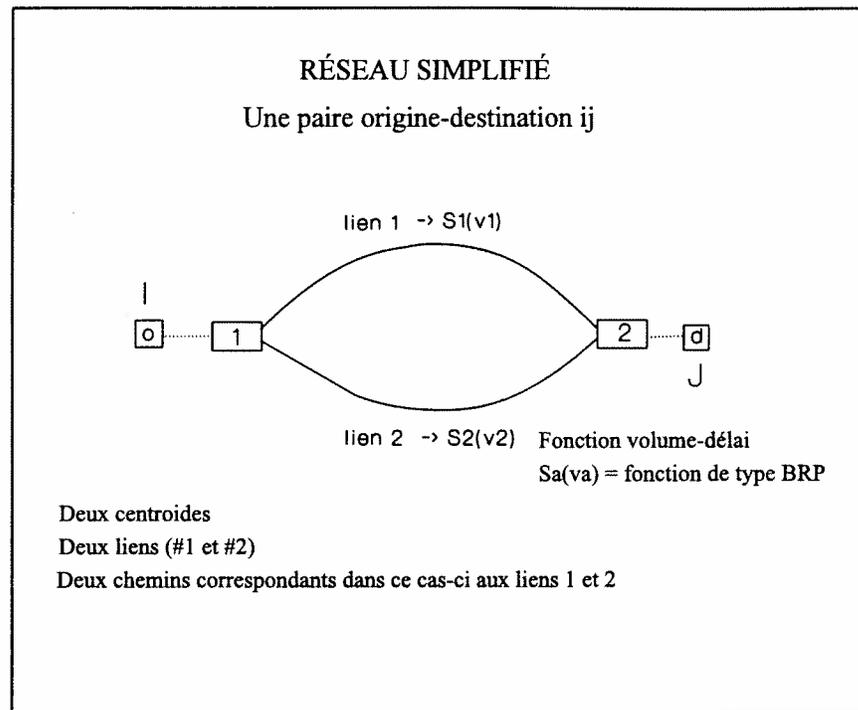


Figure 2: Réseau de transport simplifié

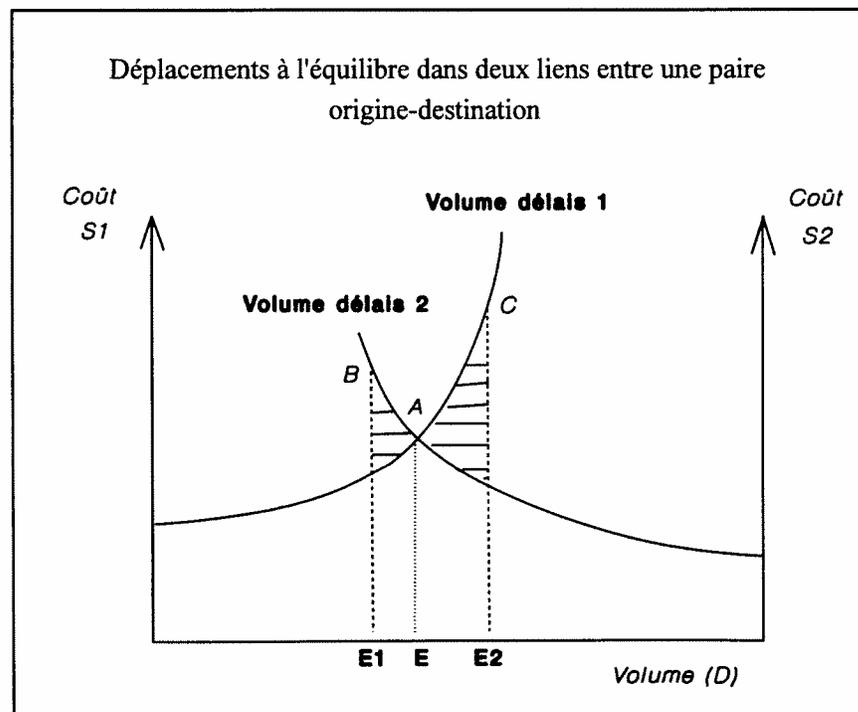


Figure 3: Equilibre dans le réseau.

Maintenant que nous avons défini toutes les composantes qui caractérisent un réseau de transport nous pouvons désormais continuer avec un survol des processus d'affectation usuellement présentés dans la littérature. Ces processus peuvent être regroupés en deux ensembles, soient l'affectation avec demande fixe et l'affectation avec demande variable.

### 2.2.5 Affectation avec demande fixe

Compte tenu d'une certaine classe de fonction volume-délai (supposons les de type BPR) le problème d'affectation à **demande fixe** revient à répartir les volumes totaux de personnes qui se déplacent entre l'ensemble des origines et destinations du réseau, selon le critère d'équilibre déjà défini (principe de Wardrop).

Définissons  $u_{ij}^*$  comme étant le coût minimum de se déplacer entre l'origine  $i$  et la destination  $j$  comme étant égal au coût minimum de se déplacer parmi les différents chemins  $k$  qui relient  $i$  et  $j$  ( $u_{ij}^* = \min_{k \in K_{ij}} s_k \forall ij$ ). Alors, le premier principe de Wardrop peut être représenté algébriquement par les deux équations suivantes.

$$(s_k - u_{ij}^*) \cdot h_{ij,k} = 0 \quad \forall i, j, k \quad (5a)$$

$$(s_k - u_{ij}^*) \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (5b)$$

Si  $(s_k - u_{ij}^*)$  est égal à zéro, alors le nombre de personnes utilisant le chemin  $k$  ( $h_{ij,k}$ ) peut être supérieur ou égal à zéro. Si  $(s_k - u_{ij}^*)$  est strictement supérieur à zéro, alors le nombre de personnes utilisant le chemin  $k$  de la paire origine-destination  $ij$  ( $h_{ij,k}$ ) doit être nécessairement égal à zéro. Également, d'après les équations 5a et 5b, les chemins utilisés pour chaque paire origine-destination seront ceux dont les coûts de déplacement sont

minimum. En effet, les coûts associés aux chemins qui ne sont pas utilisés à l'équilibre sont par définition supérieurs ou égaux au coût minimal  $u_{ij}^*$ .

Ces conditions d'équilibre représentées par les équations 5a et 5b peuvent être traduites, de manière équivalente, sous forme d'inégalités variationnelles, dont la forme serait:

$$(s_k - u_{ij}^*)(h_k - h_k^*) \geq 0, \quad k \in K_{ij}, ij \in P \quad (6)$$

Si on tient compte de la contrainte de conservation des volumes entre les origines et les destinations, que l'on traduit par  $\sum_{k \in K_{ij}} h_k = g_{ij}$  alors l'équation (6) devient,

$$\sum_P \sum_{k \in K_{ij}} s_k (h_k - h_k^*) \geq \sum_P u_{ij}^* (g_{ij} - g_{ij}^*) \quad (7)$$

Puisque l'on suppose que le nombre de personnes qui se déplacent entre les diverses origines et destinations du réseau est fixe, ce qui se traduit par  $g_{ij} - g_{ij}^* = 0$ , alors l'inégalité précédente devient

$$\sum_P \sum_{k \in K_{ij}} s_k (h_k - h_k^*) \geq 0 \quad (8)$$

Puisque  $v_a = \sum_{ij \in P} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{ak,ij} h_{k,ij}$  relation qui relie les volumes sur un lien  $a$  et les volumes sur les chemins  $k$ , et que le coût de se déplacer sur un chemin  $k$  est égal à la somme des coûts

des liens composant le chemin (  $s_k(v) = \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} s_a(v_a)$  ), alors l' équation (8) peut se réécrire de la façon suivante:

$$\sum_{a \in A} s_a(v_a)(v_a - v_a) \geq 0 \quad (9)$$

Si les fonctions volume-délai sont croissantes et deux fois différentiables, le problème représenté par l'inégalité précédente peut se formuler sous la forme d'un problème d'optimisation représenté par le problème de minimisation suivant,

$$\text{Min}_{v_a} \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} s_a(x) dx \quad (10)$$

sujet aux contraintes habituelles de conservation des volumes dans le réseau, de définition des volumes de personnes sur les liens et de positivité, représentées par les équations suivantes,

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K_i} h_{ij,k} &= g_{ij}, \quad ij \in P \\ v_a &= \sum_{ij \in P} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{ak,ij} h_{ij,k}, \quad a \in A \\ h_{ij,k} &\geq 0, \quad k \in K_{ij}, \quad ij \in P \\ v_a &\geq 0, \quad a \in A \end{aligned} \quad (11)$$

où le paramètre  $\delta_{ak}$  est égal à 1 si le lien  $a$  appartient au chemin  $k$  et égal à 0 sinon.

Cet ensemble d'équations correspond à un problème de programmation non-linéaire avec

une fonction objective convexe, deux types de contraintes linéaires et deux conditions de positivité. Les contraintes soulignent que le nombre de déplacements sur le lien  $a$  est égal à la somme des personnes de toutes les paires origine-destination  $ij$ , qui utilisent ce chemin. Il faut aussi que le nombre de déplacements sur tous les chemins de la paire origine-destination  $ij$  ( $h_{ij,k}$ ) soit égal au nombre total de déplacements entre cette même paire origine-destination ( $g_{ij}$ ). Enfin, il faut que les volumes sur les liens ( $v_a$ ) et sur les chemins ( $h_{ij,k}$ ) soient positifs ou nuls. Par ailleurs, il est important de noter que la convexité de la fonction objectif, qui représente le coût de se déplacer dans le réseau, implique l'unicité de la solution.

Donc les **volumes** sur les liens  $v_a$ , qui sont donnés par le nombre de personnes utilisant la route  $a$ , à l'équilibre, sont **uniques**. Dès lors, les coûts généralisés, de même que les temps ( $t_{ij}$ ) et coûts ( $d_{ij}$ ) des déplacements évalués à l'équilibre sont eux aussi uniques, bien que comme il le sera montré, mal mesurés lorsqu'on ne tient pas compte de la simultanéité entre l'estimation de la demande de la demande et les conditions d'équilibre du réseau.

Remarquons bien que dans ce type de processus d'affectation, on ne considère que le nombre de personnes qui voyagent entre  $i$  et  $j$ , sans tenir compte de la forme fonctionnelle de la demande de transport et encore moins des variables et des paramètres qui la caractérisent.

Un autre type de modèle utilisé dans la littérature s'appelle communément, modèle combiné distribution-affectation. Par ces modèles on essaie de modéliser l'interrelation généralement reconnue, entre la demande de transport et les conditions d'équilibre dans le réseau, mais encore d'une perspective axée sur l'affectation. Dans la section suivante nous présenterons les caractéristiques principales de ce type d'approche.

### 2.2.6 Affectation avec demande variable

Les modèles d'affectation avec demande variable, ou encore modèles combinés distribution-affectation (D-A), ont été étudiés pour la première fois, ou tout du moins on lui en attribue l'origine, par M. Beckmann, C. McGuire et C.B. Winston (1956). Leur modèle d'équilibre fut formulé sous forme d'un problème d'optimisation équivalent dont la solution est une solution d'équilibre du problème distribution-affectation. Si l'on suppose que les fonctions de demandes et les courbes volume-délai sont monotones, ce modèle est équivalent à un problème d'optimisation convexe dont la solution peut être trouvée à l'aide d'algorithmes convergents proposés dans la littérature par M. Florian et S. Nguyen (1974), ou encore S.P. Evans (1973,1976), par exemple.

A titre de référence, présentons brièvement la formulation de base du problème combiné distribution-affectation. Pour ce faire quelques articles qui reflètent bien les fondements de la recherche dans le domaine (voir M. Florian et al (1975), S.P. Evans (1976)), seront utilisés.

Supposons que les individus se distribuent dans le réseau suivant un processus qui peut être approximé par des fonctions de demande de type gravitaires. Comme il est généralement connu, le modèle gravitaire décrit le nombre de déplacements entre deux zones, par unité de temps d'après trois facteurs; un qui est associé à l'origine du déplacement, un deuxième à la destination et le dernier qui représente la distance entre les deux zones (en général une fonction croissante du temps de déplacement entre les deux zones).

Murchland J.D. (1966), fut le premier à proposer un problème d'optimisation, strictement convexe, dont la solution était équivalente à un modèle de distribution de type gravitaire. De même, M.J. Beckmann (1971) avait montré comment en partant d'un problème de maximisation de l'utilité des individus et sous certaines conditions particulières (fonctions

d'utilités logarithmiques et identiques pour tous les individus) on pouvait aboutir à des modèles de distribution de type gravitaire, caractérisés par des fonctions de coût exponentielles.

En fait, le principe des modèles combinés distribution-affectation consiste à faire en sorte que les **volumes** de demandes de transport et les conditions d'équilibre dans le réseau soient cohérents. Notons bien que l'on parle de cohérence au niveau des volumes de demande par marché et non pas de cohérence entre les paramètres de la fonction de demande et les conditions d'équilibre dans le réseau.

Afin d'illustrer le processus en question, le modèle de S.P. Evans (1976) sera brièvement présenté. L'auteur suppose comme fonction de distribution un modèle gravitaire doublement contraint et une fonction de coût exponentielle. La forme fonctionnelle de la fonction de demande de transport utilisé par Evans est par ailleurs égale à :

$$g_{ij} = r_i s_j \exp(-\hat{\alpha} u_{ij}^*) \quad (12)$$

Où les variables  $r_i$ ,  $s_j$  représentent certaines caractéristiques des zones  $i$  et  $j$  respectivement,  $u_{ij}^*$  est égal au coût généralisé minimum pour se déplacer entre  $i$  et  $j$ , et  $\alpha$  est un paramètre de calibration servant à l'ajustement du modèle pour tenir compte des contraintes de conservation des volumes de personnes se déplaçant entre  $i$  et  $j$ .

Le problème de distribution-affectation d'Evans revient donc à trouver  $v_a$ , et par le fait même,  $g_{ij}$  et  $h_{k,ij}$ , tels que les conditions suivantes soient satisfaites.

$$g_{ij} = r_i s_j \exp(-\hat{\alpha} u_{ij}^*) \quad (13 a)$$

$$\begin{aligned} \sum_j g_{ij} &= O_i, \quad \forall i \\ \sum_i g_{ij} &= D_j, \quad \forall j \end{aligned} \quad (13 \text{ b})$$

$$(u_{ij,k} - u_{ij}) \cdot h_{ij,k} = 0 \quad \forall i, j, k \quad (13 \text{ c})$$

$$(u_{ij,k} - u_{ij}) \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (13 \text{ d})$$

$$v_a = \sum_{ij} \sum_k \delta_{ak,ij} h_{ij,k}, \quad \forall a \quad (13 \text{ e})$$

$\delta_{ak} = 1$  si le lien  $a$  appartient au chemin

$\delta_{ak} = 0$  sinon

$$\sum_k h_{ij,k} = g_{ij}, \quad \forall (i,j) \quad (13 \text{ f})$$

$$h_{ij,k}, g_{ij} \geq 0 \quad (13 \text{ g})$$

Pour résoudre ce type de problème, on montre qu'il existe un sous-problème de minimisation équivalent tel que la solution de ce dernier satisfait les conditions d'équilibre du problème initial. Le sous-problème équivalent au problème combiné de distribution-affectation, utilisé par Evans, possède la forme suivante:

$$\min_{v_a} Z = \frac{1}{\hat{\alpha}} \sum_{ij} g_{ij} (\ln g_{ij} - 1) + \sum_a^A \int_0^{v_a} s(v) dv \quad (14 \text{ a})$$

sujet aux contraintes suivantes

$$\begin{aligned} \sum_j g_{ij} &= O_i, \quad \forall i \\ \sum_i g_{ij} &= D_j, \quad \forall j \end{aligned} \quad (14 \text{ b})$$

$$v_a = \sum_{ij} \sum_k \delta_{ak,ij} h_{ij,k}, \quad \forall a \quad (14 \text{ c})$$

$$\sum_k h_{ij,k} = g_{ij}, \quad \forall (ij) \quad (14 \text{ d})$$

où

$\alpha$  = paramètre déjà calibré et servant à la convergence du processus

et

$\delta_{ak} = 1$  si le lien  $a$  appartient au chemin  $k$

$\delta_{ak} = 0$  sinon

$$h_{ij,k}, g_{ij} \geq 0 \quad (14 \text{ e})$$

Mis à part les différentes méthodes disponibles pour résoudre ce genre de problème, on peut tout de suite constater une particularité importante, à savoir que de nouveau la résolution de ce problème se fait uniquement en fonction de volumes de déplacements  $v_a$ . En effet, bien que dans ce cas-ci on ne suppose pas les volumes de demande de transport  $ij$  fixes, on suppose quand même une calibration initiale de la fonction de demande. Ainsi les paramètres de la fonction de demande sont estimés de manière indépendante du processus combiné distribution-affectation, au lieu d'être estimés de manière simultanée avec les conditions d'équilibre du processus d'affectation. C'est le cas notamment du paramètre  $\alpha$  qui ne sert qu'à faciliter la convergence du processus.

Ainsi, les seules variables qui peuvent varier dans ces processus combinés D-A sont les volumes totaux de déplacements entre les divers liens et donc entre-les différents marchés. Cependant, il a été démontré empiriquement, dans l'article de C. Fisk et G. R. Brown (1975), que les paramètres de la fonction de demande sont sensibles aux perturbations dues aux changements dans les conditions d'équilibre du réseau. Il semble donc, qu'il serait préférable de permettre l'ajustement, non seulement des volumes de déplacements mais aussi des paramètres caractérisant l'attitude du consommateur vis à vis de sa perception de l'état du réseau.

Mentionnons en terminant deux articles récents, soient celui de T. H. Magnanti et K. N. Safwat (1988) et celui de You-Lian Chu (1990). Bien que les processus présentés dans ces deux articles sont relativement plus compliqués à calibrer en termes de fonction de demande (en particulier le modèle dogit de You-Lian Chu), on peut facilement remarquer que le principe de résolution utilisé est de façon générale, très similaire à ceux présentés dans les articles de S.P Evans (1976) ou M. Florian et S. Nguyen et J. Ferland (1975). Mais, plus important, les auteurs persistent à supposer que les paramètres associés aux différentes variables de la fonction de demande sont calibrés une fois, à l'extérieur du problème combiné distribution-affectation, donc indépendants de tout effet de simultanéité entre l'estimation de la demande et le processus d'affectation. Il est clair que l'ensemble des modèles combinés D-A mettent l'accent essentiellement sur la partie affectation puisque comme nous l'avons vu, la demande est toujours censée être calibré de manière indépendante.

De notre côté, nous proposons une nouvelle approche qui vise l'intégration explicite des deux étapes classiques décrites auparavant. Ainsi, cette nouvelle approche mise de l'avant est composé de deux équations, l'une décrivant la demande de transport et l'autre représentant le processus d'affectation. Cependant, à la différence du modèle séquentiel classique, nous proposons d'évaluer ces deux équations de manière simultanée. En effet,

lors de l'estimation de la demande, les paramètres associés aux facteurs explicatifs du nombre de déplacements seront évalués, y compris les facteurs réseau, compte tenu des conditions d'équilibre dans le réseau. Par la méthode proposée, nous voulons véritablement exploiter le caractère simultané du processus des choix de l'individu lorsqu'il se déplace.

Dans cette thèse, un modèle économétrique est donc présenté, où la demande de transport et les conditions d'équilibre sont cohérents entre eux, en incorporant les conditions d'équilibre dans le réseau lors de l'estimation de la demande de transport.

Mais qu'en est-il de l'évaluation des temps et coûts de déplacement lorsqu'on ne tient pas compte de la simultanéité entre l'estimation de la demande de transport et le processus d'affectation, même lorsqu'on utilise des courbes volume-délai généralisées?

Les variables caractérisant les conditions d'équilibre dans les réseaux de transport peuvent être obtenues selon différentes façons. Une de ces méthodes consiste à effectuer des affectations dans un réseau sans congestion, permettant d'évaluer les temps et coûts de déplacement minimum moyens à l'état initial du réseau. Une autre façon de procéder pour obtenir ces variables, employée régulièrement dans la littérature, consiste à effectuer des affectations en utilisant les volumes de déplacements pendant les périodes de pointe matinale ou du soir. L'analyse de la demande identifie généralement deux périodes dans une journée: la période de pointe et celle hors pointe. La période de pointe comprend les intervalles de 6h30 à 9h00 et de 15h00 à 18h00, le restant de la journée étant considéré comme période hors pointe. Pour des raisons de codification des modèles d'affectation existants, la modélisation de la demande pour la période de pointe se fait usuellement avec la partie avant midi et l'on suppose la pointe du soir proportionnelle. Ceci étant dit, cette deuxième approche permet quand même de tenir compte de façon plus réaliste des problèmes reliés aux contraintes de capacité que l'on observe fréquemment dans les réseaux routiers. En effet, le but de cette approche est de pouvoir associer un niveau de congestion

du réseau routier aux déplacements origine-destination pendant la période de pointe.

Mais dans tous les cas, les variables de temps et coût des déplacements sont toujours générées avec des valeurs *ad hoc* du paramètre d'arbitrage. De fait, dans les approches distribution-affectation combinées, on ne considère généralement que les temps de déplacement comme variable de décision, sans tenir compte des possibles coûts monétaires du voyage. Ce qui revient à postuler que le paramètre  $\theta$ , utilisé dans les courbes volume-délai définissant le réseau routier, est égal à zéro.

Le problème avec ce genre d'approche *ad hoc* est qu'elle implique des erreurs de mesure au niveau des variables de type réseau, avec des conséquences dramatiques lors de l'évaluation des paramètres de la fonction de demande. Il sera montré, lors de la présentation des résultats, comment ces erreurs de mesure des variables réseaux entraînent des estimateurs biaisés et même des inversions de signe. D'où le besoin de trouver une nouvelle méthodologie qui tienne compte de manière explicite, non seulement des coûts pécuniaires, mais aussi de la simultanéité entre la demande de transport et les conditions d'équilibre.

### III-LE MODÈLE PROPOSÉ

#### 3.1 Le modèle de demande

À notre connaissance les modèles actuels distribution-affectation ne tiennent pas véritablement compte, de manière adéquate, de la simultanéité qui existe entre la demande de transport et la répartition des déplacements dans un réseau de transport. Par l'intégration des conditions d'équilibre du réseau dans l'estimation économétrique de la demande de transport, nous proposons une nouvelle approche, qui prendra en considération cette simultanéité inhérente entre le nombre de déplacement et les caractéristiques des réseaux de transport à l'équilibre.

Pour ce faire, nous devons tout d'abord définir une fonction de demande de transport origine-destination telle qu'elle incorpore un certain nombre des caractéristiques du réseau étudié à l'équilibre. Cette fonction de demande doit être telle que les conditions de congestion qui pourraient prévaloir dans le réseau de transport aux heures de pointe par exemple puissent influencer les décisions de déplacements des individus.

Nous supposons donc une fonction de demande dont la forme générale est représentée par l'équation suivante,

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG_{ij} + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (15)$$

Les variables explicatives de cette équation de demande sont le coût généralisé du déplacement (**CG**) et une deuxième variable explicative (**X**) qui représente l'activité économique dans le marché  $ij$ . Le terme epsilon représente quant à lui l'erreur résiduelle du modèle.

Cette équation de demande devra être estimée tout en respectant les contraintes (16), (17) et (18), ci-dessous,

$$g_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} h_{ij,k} \quad (16)$$

$$h_{ij,k} = \sum_{a \in A} \delta_{ak} * v_a(\theta, \{g_{ij}\}) \quad (17)$$

$$CG_{ij,k} = \sum_{a \in A} \delta_{ak} * s_a(v_a(\theta, \{g_{ij}\})) \quad (18)$$

et en supposant les conditions d'équilibre dans un réseau habituelles. Ces conditions d'équilibre sont représentées par les deux équations suivantes,

$$(CG_{ij,k} - CG_{ij}^*) . h_{ij,k} = 0 \quad \forall i, j, k \quad (19 a)$$

$$(CG_{ij,k} - CG_{ij}^*) \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (19 b)$$

Les différentes variables et paramètres définissant le système analysé sont donc,

- $\delta_{ak}$  = 1 si le lien **a** appartient au chemin **k**
- $\delta_{ak}$  = 0 sinon
- $h_{ij,k}$  = Volume du chemin **k** pour la paire origine-destination **ij**,
- $v_a$  = Volume de personnes sur le lien **a**,
- $g_{ij}$  = Nombre de déplacements pour la paire origine-destination **ij**,
- $X_{ij}$  = Variables socio-économiques associées à la paire o-d **ij**,

$CG_{ij,k}$  = Coût généralisé du chemin  $k$  pour la paire origine-destination  $ij$ ,

$CG_{ij}^*$  = Coût généralisé minimum pour la paire origine-destination  $ij$ .

- L'équation (16) traduit la condition nécessaire de tout système d'affectation que la somme des voyageurs sur tous les chemins qui permettent de se rendre d'une origine  $i$  à une destination  $j$  soit égale à la demande totale de transport pour cette même paire  $ij$  ( $g_{ij}$ ).
- De même, l'équation (17) sous entend que le nombre de personnes utilisant le chemin  $k$  pour se rendre de l'origine  $i$  à la destination  $j$  ( $h_{ij,k}$ ) doit être égal à la somme des volumes sur les liens qui constituent ce même chemin  $k$ .
- L'équation (18) quand à elle décrit le fait que le coût généralisé d'un chemin ( $CG_{ij,k}$ ) est égal à la somme des temps de déplacement sur les liens  $a$ , ( $t_a(v_a)$ ) et des coûts monétaires associés à ces mêmes liens, ( $d_a$ ) qui composent le chemin  $k$  de la paire origine-destination  $ij$ .

Remarquons que la solution d'équilibre du processus d'affectation, de même que les liens  $a$  utilisés à l'équilibre, vont dépendre non seulement du vecteur de demandes de transport  $ij$ , mais aussi de la valeur du paramètre  $\theta$ .

Maintenant, si nous remplaçons la fonction représentée par  $s_a$  par sa formulation explicite, le coût généralisé entre  $i$  et  $j$  peut être réécrit comme suit,

$$CG_{ij,k} = \sum_{a \in A} \delta_{ak} * (t_a(v_a(\theta, \{g_{ij}\})) + \theta d_a) \quad (20)$$

La solution à l'équilibre vers laquelle le processus d'affectation converge est toujours unique en termes des volumes de personnes qui se déplacent sur chaque lien ( $v_a$ ) du réseau. Cela est vrai malgré le fait qu'à l'équilibre du processus d'affectation, il se peut qu'un, ou fort probablement plusieurs, chemins  $k$  du réseau soient simultanément utilisés pour se rendre d'une origine  $i$  à une destination  $j$  donnée.

Les deux figures suivantes illustrent les divers équilibres possibles d'utilisation des liens et chemins du réseau de transport dans le cadre d'un réseau simple composé uniquement de deux chemins et d'une seule origine-destination. Il est clair que la solution d'équilibre dépend du nombre de personnes qui se déplacent entre les origines et les destinations. Nous montrerons également que cette solution d'équilibre va aussi dépendre de la valeur supposée du paramètre d'arbitrage  $\theta$ .

Supposons que la demande entre  $i$  et  $j$  est égale à 160 personnes. Dans ce cas, le processus d'affectation produira deux équilibres dépendant de la valeur du paramètre  $\theta$ . Comme on peut voir dans la figure 4 où on suppose la valeur du paramètre  $\theta$  égale à 0, les 160 usagers qui se déplacent entre  $i$  et  $j$  utiliseront à l'équilibre le même chemin. Cependant si on suppose que le paramètre  $\theta$  est égal à 0.07 alors la solution du processus d'affectation donne un équilibre (voir figure 5) où les usagers utilisent les deux chemins disponibles (112 usagers dans un chemin et 48 usagers dans l'autre).

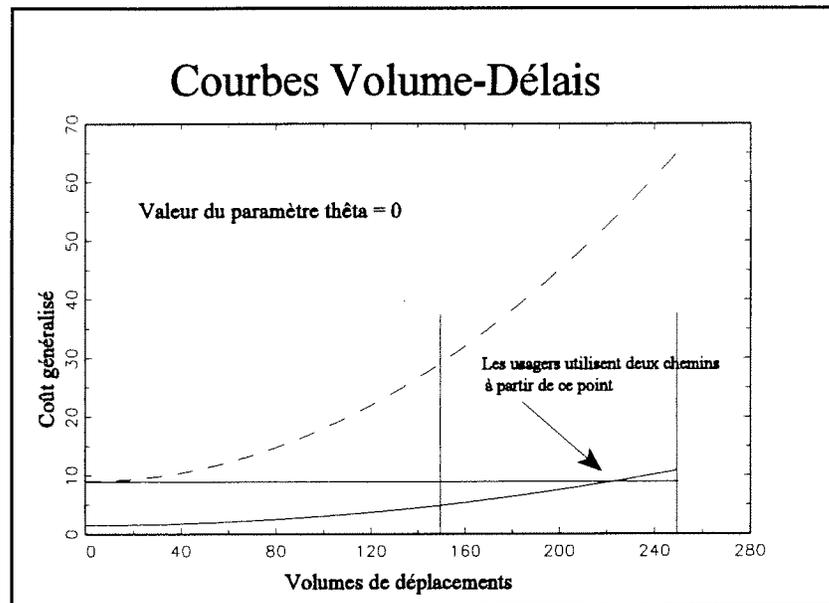


Figure 4 Utilisation des chemins selon  $\theta$  égal à 0.

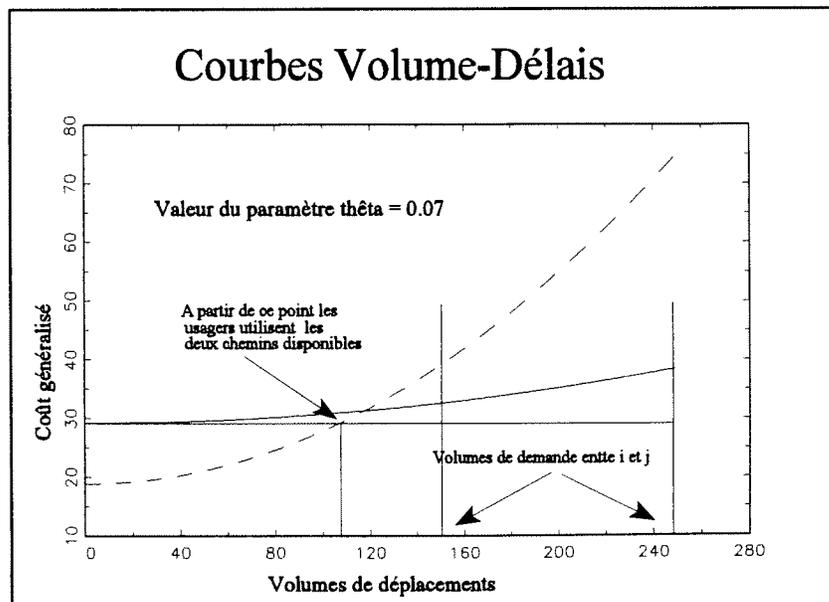


Figure 5 Utilisation des chemins selon  $\theta$  égal à 0.07.

À l'équilibre du processus d'affectation, plusieurs chemins peuvent être utilisés entre une

même paire  $ij$  donnée par les usagers du réseau de transport. Le coût minimum pour se déplacer entre cette paire  $ij$  est donc égal à la moyenne des coûts généralisés de chaque chemin utilisé entre  $i$  et  $j$ . Ainsi le coût généralisé de se déplacer **à l'équilibre** peut se réécrire comme suit,

$$CG_{ij}^* = \frac{1}{n} \sum_{k^* \in K_{ij}^*} s_{k^*} \quad k^* \in K_{ij}^* \quad (21)$$

où le coût de se déplacer dans chaque chemin est donné par l'équation suivante,

$$s_{k^*} = \sum_{a \in A} \delta_{ak^*} \cdot s_a^*(v_a^*(\theta, \{g_{ij}^*\})) \quad k^* \in K_{ij}^* \quad (22)$$

avec

- $k^*$  = Chemins utilisés à l'équilibre qui permettent de se rendre de  $i$  à  $j$ .
- $s_{k^*}$  = Coût de se déplacer dans le chemin  $k^*$ .
- $\delta_{ak^*}$  = 1 si le lien  $a$  appartient au chemin  $k^*$ .
- $\delta_{ak^*}$  = 0 sinon.

En effet, à l'équilibre du processus d'affectation, l'ensemble des chemins utilisés par des usagers pour se rendre d'une origine à une destination du réseau ont le même coût généralisé (coût généralisé à l'équilibre selon le premier principe de Wardrop).

On peut donc représenter le système d'équations à estimer par les deux équations suivantes,

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG_{ij}^* + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (23)$$

$$CG_{ij}^* = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{a \in A} \delta_{ak^*} \cdot (t_a^*(v_a^*(\theta, \{g_{ij}^*\})) + \theta d_a^*) \quad (24)$$

Comme on peut le constater, les variables qui caractérisent les conditions d'équilibre dans le réseau routier, soit  $t_a^*(v_a^*)$  et  $d_a^*$ , dépendent étroitement de la valeur prise par le paramètre d'arbitrage  $\theta$ .

Dans le système étudié dans cette thèse nous supposons un seul paramètre  $\theta$ , commun à la fonction de demande et au processus d'affectation. Cependant, nous sommes tout de même conscients que la valeur du temps associé au choix du nombre de déplacements, ainsi que celle associée au choix d'un chemin pour un motif donné, peuvent être différentes. En effet, il est connu que la valeur du temps associé par exemple, à un déplacement pour motif d'affaire est différente à la valeur du temps pour motif loisirs ou achats. De même, il est fort probable, que les valeurs du temps varient selon le marché  $ij$ , mettant ainsi en évidence les attributs caractérisant l'origine et la destination du déplacement. Suite aux faits mentionnés ci-dessus deux questions peuvent se poser:

- 1) Pourquoi utiliser une valeur du temps commune au processus d'estimation de la demande et au processus d'affectation?
- 2) Si l'on suppose une seule valeur du paramètre  $\theta$ , pourquoi ne pas continuer à utiliser le principe largement utilisé de valeurs *ad hoc*?

En réponse à la première question, on peut penser que bien que les valeurs du temps estimées dans la littérature pour divers motifs de déplacements sont différentes, il doit quand même exister un lien entre la valeur du temps lors du choix d'un chemin et lorsqu'on choisit le nombre de déplacements à effectuer.

Dans cette thèse, nous faisons donc l'hypothèse que les individus considèrent la même valeur du temps lorsqu'ils déterminent le nombre de déplacements à effectuer ainsi que les chemins à emprunter lors de leurs déplacements. Cette hypothèse nous permet d'établir le lien entre le processus d'estimation de la demande et le processus d'affectation et donc entre les variables de type réseau, les volumes de déplacements par marché et la valeur du temps. Il est important de noter que cette façon de procéder constitue un avancement important par rapport aux hypothèses usuelles.

Pour ce qui est de la deuxième question, il ne faut pas oublier le but principal de la thèse, soit de proposer une nouvelle approche qui tienne compte de la simultanéité entre les processus de demande et d'affectation. Pour cela, il est nécessaire que les variables réseaux soient cohérentes entre les deux processus. En pratique cette cohérence implicite introduite via le paramètre d'arbitrage commun aux deux équations du système devra toujours être vérifiée afin que le processus simultané soit convergent.

Il est évident que cette cohérence peut être obtenue de diverses façons. La plus simple étant de prendre par exemple une valeur du temps provenant d'une autre étude et d'obtenir par la suite les temps et coûts de transports afin de les utiliser lors de l'estimation de la demande.

Si l'on procède de la sorte, les temps et les coûts obtenus seront effectivement cohérents entre les deux processus. Néanmoins, il reste que ce type de procédé peut avoir des conséquences fâcheuses au niveau de l'estimation des paramètres de la fonction de demande. En effet, une valeur de  $\theta$  obtenue de la sorte peut, si elle a été mal dérivée, conduire à une mauvaise évaluation des variables réseaux, biaisant ainsi considérablement les paramètres de la fonction de demande. Il est donc important que la valeur du paramètre d'arbitrage soit déduite par le système étudié et non pas donnée de manière *ad hoc* ou obtenue d'une autre étude.

On démontre, dans la plupart des manuels d'économétrie, comment des erreurs de mesure des variables explicatives biaisent les paramètres de la fonction à estimer. En particulier, dans cette thèse, il sera démontré comment cette erreur de mesure peut sous certaines conditions, conduire à des inversions de signe des paramètres associés aux variables explicatives, notamment en ce qui concerne les variables caractérisant le réseau de transport à l'équilibre.

Dans le premier chapitre de cette thèse nous avons déjà sensibilisé le lecteur à la problématique de l'inversion du signe des paramètres de variables caractérisant le réseau, lors de modèles directs de demande de transport. Ce type de problème se pose généralement, lorsqu'on veut tenir compte des coûts de transport autres que ceux associés au temps du voyage, tels que les coûts de parking par exemple.

De façon générale, dans les études appliquées que nous avons pu consulter les analystes utilisent des valeurs du temps arbitraires ou calibrées dans d'autres études, introduisant ainsi la possibilité d'erreurs de mesure des variables réseau et donc des problèmes de biais lors de l'estimation de la demande.

L'approche que nous proposons se caractérise et se distingue des autres approches dans la littérature par le fait que le paramètre d'arbitrage entre le temps et l'argent sera estimé conjointement avec l'ensemble des paramètres de la fonction de demande. Ainsi la valeur du temps sera dérivée<sup>2</sup> directement du processus de demande, permettant au système de déterminer quelle est la valeur du temps qui caractérise l'ensemble des individus ainsi que le réseau étudié.

---

<sup>2</sup> Contrairement aux approches qui consistent à l'évaluer de manière indépendante, ou à l'emprunter à une autre étude.

La méthodologie adoptée impose donc de manière explicite que la valeur du temps soit cohérente avec les volumes de personnes qui se déplacent et avec les caractéristiques du réseau à l'équilibre et donc que la valeur du temps dérivée de la fonction de demande soit égale à la valeur du temps utilisée dans le processus d'affectation.

Nous proposons donc dans cette thèse d'étudier les gains associés à l'estimation d'une fonction de demande de transport origine-destination, tout en tenant compte du premier principe de Wardrop<sup>3</sup> de sorte que les variables  $t'_a(v_a)$  et  $d'_a$  soient conformes au paramètre  $\theta$  estimé.

### 3.2 Système simultané, une équation de demande non linéaire.

Le système d'équations que nous devons estimer est donc représenté par les deux équations suivantes:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG'_{ij} + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (25)$$

$$CG'_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{a \in A} \delta_{ak} \cdot (t'_a(v_a(\theta, \{g_{ij}\}))) + \theta d'_a \quad (26)$$

Dans ce système d'équations (25) et (26) nous pouvons constater que:

- (a) Les variables représentant le réseau de transport, dans ce cas-ci le coût généralisé (CG), permettent d'expliquer les variations de la demande de transport. En effet, une des variables explicatives de la demande  $ij$  est le coût généralisé de se déplacer

---

<sup>3</sup> Condition d'équilibre dans le réseau, qui se traduit par le fait que les chemins utilisés ( $\mathbf{h}_{ij,k} > 0$ ) à l'équilibre sont ceux caractérisés par un coût généralisé minimum ( $\mathbf{CG}_{ij}^*$ ).

entre  $i$  et  $j$ .

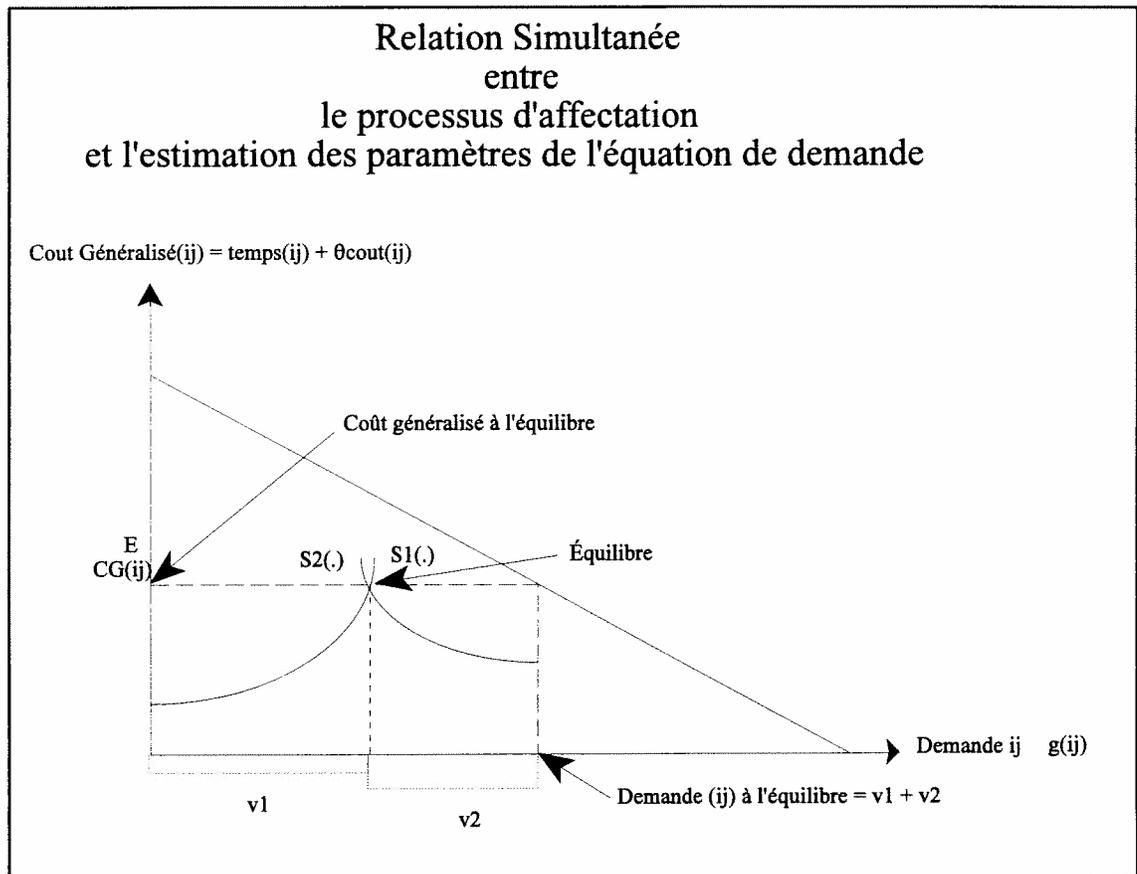
- (b) La demande de transport entre les diverses paires origine-destination affecte directement (par le biais du processus d'affectation) les temps et coûts des déplacements des usagers sur l'ensemble des liens du réseau.

Dans le modèle économétrique proposé on utilise les temps et les coûts obtenus à partir d'un processus d'affectation des déplacements entre  $i$  et  $j$ , pour estimer la demande de transport (les paramètres  $\beta, \theta$ ). En même temps, les demandes de transport estimées ainsi que la valeur du paramètre  $\theta$  représentant l'inverse de la valeur du temps permettent d'évaluer les temps et coûts de transport à l'équilibre.

Il est donc de notre avis que le modèle économétrique distribution-affectation étudié sous entend une structure simultanée. Si nous regroupons les deux équations en une seule équation de demande dont la structure devient fortement non linéaire, la notion de simultanéité entre l'estimation de la demande de transport et les conditions d'équilibre dans le réseau apparaît plus évidente: le vecteur de demandes  $\{g_{ij}\}$  influence la solution d'équilibre  $v_a^*$  du processus d'affectation et représente en même temps la variable exogène de la fonction de demande.

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{a \in A} \delta_{ak} \cdot (t_a(v_a^*(\theta, \{g_{ij}\})) + \theta a_k) \right) + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (29)$$

La figure numéro (6) présente une illustration simplifiée de la structure simultanée du système distribution-affectation que nous étudions dans cette thèse.



**Figure 6** Relation simultanée distribution-affectation.

Dans cette figure, les termes  $S_1(.)$  et  $S_2(.)$  représentent les fonctions de coût généralisé des deux chemins qui relient le marché ij. Chacune de ces deux fonctions est définie par une somme pondérée du temps de se déplacer entre i et j et du coût monétaire du déplacement. Ces coûts généralisés sont égaux à  $S_i(.) = t_i + \theta * d_i$ .

Par définition - voir l'équation (21) - le coût généralisé CG(ij) à l'équilibre est égal à  $\bar{t}_{ij} + \theta * \bar{d}_{ij}$ , soit le temps minimum moyen de se déplacer entre l'origine i et la destination j. Ce coût généralisé à l'équilibre correspond à un volume total de déplacements dans le marché ij égal à  $(v1 + v2)$ . Le terme v1 est égal au volume de personnes qui se déplacent à l'équilibre dans le premier chemin et v2 est égal au nombre de personnes qui se déplacent dans le deuxième chemin.

Le paramètre d'arbitrage estimé dans l'équation de demande est donné par le rapport des paramètres  $\hat{\beta}'_1/\hat{\beta}_1$  obtenus une fois les paramètres de l'équation (30) estimés.

$$g_{ij} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{t}_{ij} + \hat{\beta}'_1 \bar{d}_{ij} + \hat{\beta}_2 X_{ij} \quad (30)$$

En même temps, le même paramètre d'arbitrage influence la forme des courbes volume-délai et par le fait même le processus d'affectation et sa solution à l'équilibre.

Pour mieux comprendre l'idée de simultanéité du système distribution-affectation étudié, il nous semble pertinent de discuter brièvement de la structure générale de quelques systèmes d'équations simultanées classiques en économie. Le système simultané distribution-affectation étudié n'est pas un système d'équations simultanées classique au sens strict. Cependant les similitudes sont évidentes et ce bref exercice nous permettra de le situer par rapport à l'ensemble des modèles d'équations simultanées bien connus en économétrie et de comprendre le choix des approches d'estimations que nous proposons.

Le principe général d'une structure simultanée revient en fait à postuler que nous devons estimer un système d'équations composé de variables {A} directement influencées par des variations d'un certain nombre de variables {B} et qu'en même temps, certaines de ces variables {B} sont aussi influencées par les variations des variables {A}. Ceci a comme conséquence principale de compliquer la distinction entre les variables exogènes (ou explicatives) du système et les variables endogènes (ou expliquées) de ce même système.

L'ensemble des modèles d'équations simultanées peuvent à notre avis être regroupés en deux grandes familles différenciées essentiellement par la façon dont les termes d'erreur aléatoire sont explicités dans les équations du système à estimer:

- (a) Chaque équation du système comporte un terme d'erreur de manière explicite.

- (b) Un sous-ensemble des équations du système comporte un terme d'erreur de manière explicite.

Bien que le modèle que nous étudions s'apparente aux systèmes d'équations simultanées, il ne correspond pas exactement aux modèles classiques tel qu'on peut les trouver dans les manuels d'économétrie. La raison principale étant que la deuxième équation du système distribution-affectation, soit celle qui détermine le coût généralisé du déplacement, est en fait le résultat d'une procédure heuristique. Cette procédure heuristique détermine d'après les volumes totaux de personnes qui se déplacent entre les origines et les destinations du réseau de transport, comment les individus se distribuent dans les divers liens et chemins du réseau de sorte que le coût pour se déplacer à l'équilibre soit minimum.

Il est intéressant de noter que cette deuxième équation, tout comme l'équation du revenu dans le modèle Keynésien, ne comporte pas de terme d'erreur aléatoire de manière explicite. En fait, pour introduire un terme d'erreur dans cette deuxième équation il nous faudrait expliciter comment les valeurs de ces variables réseau sont obtenues, ce qui reviendrait à expliciter la procédure heuristique d'affectation. Ceci est bien entendu impossible puisque nous ne connaissons pas comment les volumes sur les divers liens du réseau seront influencés par des variations des volumes de personnes se déplaçant dans le réseau, surtout lorsque les chemins du réseau ont des liens en commun comme dans les réseaux réels.

Mais toutes ces remarques ne contredisent pas à notre avis la notion de simultanéité présente dans le système distribution-affectation étudié. En effet nous pouvons facilement constater dans l'équation (29) que le coût généralisé pour se déplacer (composé du temps et du coût monétaire moyen) est directement influencé par le nombre de personnes en mouvement dans l'ensemble des chemins du réseau de transport. De même, le nombre de personnes qui se déplacent par marché dépend étroitement des conditions du réseau et donc des temps et des coûts moyens des déplacements.

Afin d'estimer ce système simultané non linéaire, on propose deux types d'estimateurs qui seront présentés dans la section suivante.

### 3.3 Deux Estimateurs Proposés.

En particulier, deux méthodes d'estimation des paramètres du système simultané non linéaire seront évaluées dans ce texte. La première méthode proposée est une méthode *ad hoc* qui consiste à estimer les coefficients des deux équations de manière itérative. La deuxième méthode quand à elle implique l'utilisation d'un processus qui permet l'estimation des paramètres de l'équation de demande de transport via l'approximation linéaire des coûts généralisés de se déplacer par rapport à un vecteur de paramètres d'arbitrage (valeurs du temps). Ces deux approches sont présentées plus en détail dans les sections qui suivent.

#### 3.3.1 Approche Itérative

La première méthode proposée est très intuitive et consiste, comme déjà mentionné, en un processus qui relie itérativement les deux étapes du processus distribution-affectation. Cette méthode commence en se donnant une valeur initiale du paramètre  $\theta_t$  à la période  $t = 0$ .

Au point de départ, la valeur initiale du paramètre  $\theta$  va dépendre des hypothèses et connaissances de l'analyste concernant le réseau et les demandes de transport modélisés. Cette première affectation des demandes dans le réseau permet d'obtenir les temps et les coûts moyens des trajets à l'équilibre pour les divers marchés  $ij$ , soient  $\bar{t}_{ij}$ ,  $\bar{d}_{ij}$ .

À l'aide de ce premier ensemble de variables explicatives de type réseau, en plus des variables socio-économiques qui caractérisent les marchés  $ij$ , nous estimons les paramètres de la fonction de demande de transport représentée par l'équation (34).

Une fois les différents paramètres de la fonction de demande estimés, nous évaluons une nouvelle valeur du paramètre  $\theta$ , qui est cohérente avec les valeurs des coefficients de la demande de transport et avec les conditions d'équilibre initiales dans le réseau. Cette nouvelle valeur du paramètre d'arbitrage est égale au rapport des coefficients estimés du temps et du coût du déplacement  $\hat{\theta}_{t+1} = \hat{\beta}'_1 / \hat{\beta}_1$ .

Afin de déterminer si la nouvelle valeur du paramètre  $\theta$  est optimale, on évalue la différence entre la valeur du paramètre d'arbitrage au temps  $t$  et au temps  $t + 1$ , soit  $|\hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t+1}|$ . Si cette différence est inférieure à une certaine valeur  $\epsilon$  qui tend vers zéro, alors on arrête le processus itératif. Si au contraire la condition d'arrêt ci-dessus mentionné n'est pas vérifiée, alors nous recommençons le processus d'affectation en modifiant le paramètre d'arbitrage.

En effet, lors de la nouvelle itération au temps  $t + 1$ , nous utilisons comme valeur du paramètre d'arbitrage la valeur  $\hat{\theta}_{t+1}$ , déterminée à partir des premiers coefficients estimés de la fonction de demande. Évidemment, lors de cette nouvelle affectation on garde toujours le même vecteur de demandes  $ij$  utilisé lors de la première affectation et nous continuons ce procédé aussi longtemps que le critère d'arrêt n'est pas vérifié.

Nous remarquons que le principe du processus itératif se rapproche d'un modèle séquentiel, à une exception près qui nous semble cependant majeure: *le paramètre  $\theta$  qui détermine l'arbitrage entre le temps de déplacement et le coût monétaire, est estimé conjointement avec les autres paramètres de la fonction de demande  $ij$  en plus d'être utilisé dans le processus d'affectation des demandes  $ij$ .*

Ainsi, le processus itératif peut être résumé par les six étapes suivantes;

- 1- On se donne un paramètre  $\theta$  initial et un vecteur de demandes de transport par marché  $g_{ij}$ .
- 2- Affectation du vecteur de demandes  $g_{ij}$  compte tenu de la valeur du paramètre  $\theta$  et obtention des coûts généralisés  $CG_{ij}$  à l'équilibre. Ces coûts généralisés sont évalués à partir du temps et coût moyens à l'équilibre.
- 3- Estimation des coefficients de l'équation de demande de transport:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \bar{t}_{ij} + \beta_2 \bar{d}_{ij} + \beta_3 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (31)$$

- 4- Évaluation du nouveau paramètre d'arbitrage  $\theta = \beta_2 / \beta_1$ .
- 5- Évaluation du critère d'arrêt (variation en pourcentage du paramètre d'arbitrage  $\theta$ ) et si vérifié arrêt du processus itératif.
- 6- Sinon, mise à jour du paramètre  $\theta$  et on retourne à l'étape numéro 2.

### 3.3.1.1 Remarques concernant le processus itératif.

Puisque nous ne connaissons pas de méthode particulière pour choisir la valeur initiale du paramètre d'arbitrage, le choix de cette dernière devient arbitraire et comme mentionné basé uniquement sur les connaissances à priori de l'analyste. Ainsi, même si c'est le système qui doit déterminer la valeur optimale du paramètre d'arbitrage il requiert quand même que l'on possède à priori une idée raisonnable de la valeur du temps des usagers.

Le choix de cette valeur est très important dans le processus étudié et loin de pouvoir être totalement arbitraire. En effet, des essais numériques nous ont permis de constater qu'une

valeur initiale du paramètre d'arbitrage qui serait déraisonnable soulèverait des problèmes de cohérence entre les deux étapes du système. Dès lors, il est nécessaire de s'assurer que le choix intuitif de la valeur initiale du processus itératif ne crée pas de problème de convergence et n'affecte pas de manière importante la valeur finale des paramètres estimés de la fonction de demande de transport.

Comme nous l'avons mentionné au préalable, l'approche itérative est à toutes fins pratiques une approche heuristique dont nous ne pouvons démontrer la convergence vers une solution unique. Solution où non seulement les variables réseaux et les demandes  $ij$  sont cohérentes entre elles, mais aussi, où la valeur du paramètre d'arbitrage sera la même lors de l'estimation de la demande et lors du processus d'affectation - surtout si la valeur de départ et trop différente de la vraie valeur. Il est donc parfois nécessaire d'essayer plusieurs points de départ lorsqu'on utilise ce type d'approche.

Malgré ces points d'interrogation, il reste néanmoins que le processus itératif proposé semble être beaucoup plus approprié que simplement fixer la valeur du paramètre  $\theta$  arbitrairement une fois pour toutes, comme le montrera la section des résultats. Par cette approche itérative nous tenons compte de manière plus réaliste du lien évident qui existe entre la demande de transport correspondant aux divers marchés et les conditions d'équilibre dans le réseau de transport. Au contraire, n'utiliser qu'une seule valeur de  $\theta$ , fixée arbitrairement, et obtenir les variables réseaux dérivées de cette valeur, ne peut que conduire à des graves erreurs de mesure des variables réseaux avec les conséquences que l'on connaît lors de l'estimation des paramètres de la fonction de demande.

### **3.3.2 Approximation Linéaire**

Afin d'établir les fondements de la deuxième méthode d'estimation que nous proposons nous nous sommes inspirés de la littérature concernant les systèmes d'équations

simultanées. En effet, la deuxième approche que nous proposons est basée sur l'utilisation d'une approximation linéaire des coûts généralisés lors de l'estimation de la demande de transport.

Dans les manuels classiques d'économétrie, différentes méthodologies sont proposées pour résoudre des systèmes classiques d'équations simultanées.

- (a) Une première méthode proposée consiste dans l'utilisation de variables instrumentales (VI). Dans cette approche l'analyste doit choisir des variables explicatives indépendantes des erreurs aléatoires mais en même temps fortement corrélées avec la variable dépendante.
- (b) Une deuxième méthode consiste à utiliser la méthode des moindres carrés indirects (MCI). Cette approche revient en fait à estimer les paramètres de la forme réduite par les moindres carrés ordinaires et à évaluer par la suite les coefficients structurels, en utilisant une transformation appropriée des estimateurs de la forme réduite. Toutefois, cette méthode ne peut être utilisée que lorsque les équations sont exactement identifiées.
- (c) Enfin, une troisième méthode utilisée dans le cadre d'équations simultanées, correspond aux doubles moindres carrés (2MC). Cette méthode semble être la plus utilisée dans la littérature traitant du sujet puisqu'elle s'applique autant aux équations sur-identifiées qu'à celles exactement identifiées.

La deuxième approche que nous proposons est constituée essentiellement de deux étapes. Cette nouvelle approche semble se situer entre la méthode des variables instrumentales (VI) et les doubles moindres carrés (2MC), bien qu'elle ne corresponde de manière stricte ni à l'une ni à l'autre des deux méthodes.

L'idée d'utiliser une méthodologie qui se rapproche des méthodes adoptées dans le cadre des systèmes d'équations simultanées comme les doubles moindres carrés pour solutionner le système distribution-affectation étudié provient de la nécessité de se débarrasser de la corrélation qui existe entre les variables dérivées du réseau à l'équilibre et le terme aléatoire de l'équation de demande. Pour ce faire il faudrait, si on voulait appliquer de façon stricte la méthode des moindres carrés, que l'on régresse le coût généralisé  $CG_{ij}^*$  par rapport à toutes les variables exogènes du système simultané en plus d'une variable auxiliaire toujours égale à 1 pour tenir compte du terme constant. Nous aurions donc la relation suivante.

$$CG_{ij}^* = \hat{\pi}_0 + \hat{\pi}_s X_{ij,s} \quad s=1, \dots, S \quad (32)$$

où S représenterait le nombre total de variables exogènes du système simultané.

Une fois les paramètres de l'équation (32) estimés nous pouvons obtenir une série d'observations d'une nouvelle variable ( $CG_{ij}^*$ ) qui présente une corrélation moins prononcée avec les termes d'erreurs aléatoires, que la corrélation qui caractérisait la série de coûts généralisés initiale ( $CG_{ij}$ ).

Cependant, au lieu d'utiliser les variables explicatives exogènes du modèle afin d'évaluer un "proxy" du coût généralisé, nous proposons d'exploiter la relation qui existe entre les coûts généralisés pour se déplacer et le paramètre d'arbitrage  $\theta$ . En effet, les coûts généralisés pour se déplacer entre i et j sont toujours croissants<sup>4</sup> par rapport aux demandes

---

<sup>4</sup> La démonstration que le coût généralisé minimum à l'équilibre est réellement croissant par rapport à  $\theta$  et aux demandes  $g_{ij}$  se trouve dans l'annexe A.

totales  $g_{ij}$  ainsi que par rapport à la valeur du paramètre d'arbitrage. Cette relation entre les coûts généralisés et le paramètre d'arbitrage sera exploitée via l'approximation linéaire des coûts des déplacements par rapport à un intervalle de valeurs du paramètre  $\theta$ . A titre d'illustration, la figure suivante montre un exemple du type de relations qui relient les coûts généralisés et le paramètre  $\theta$ , dans le cas de cinq marchés fictifs  $ij$  distincts.

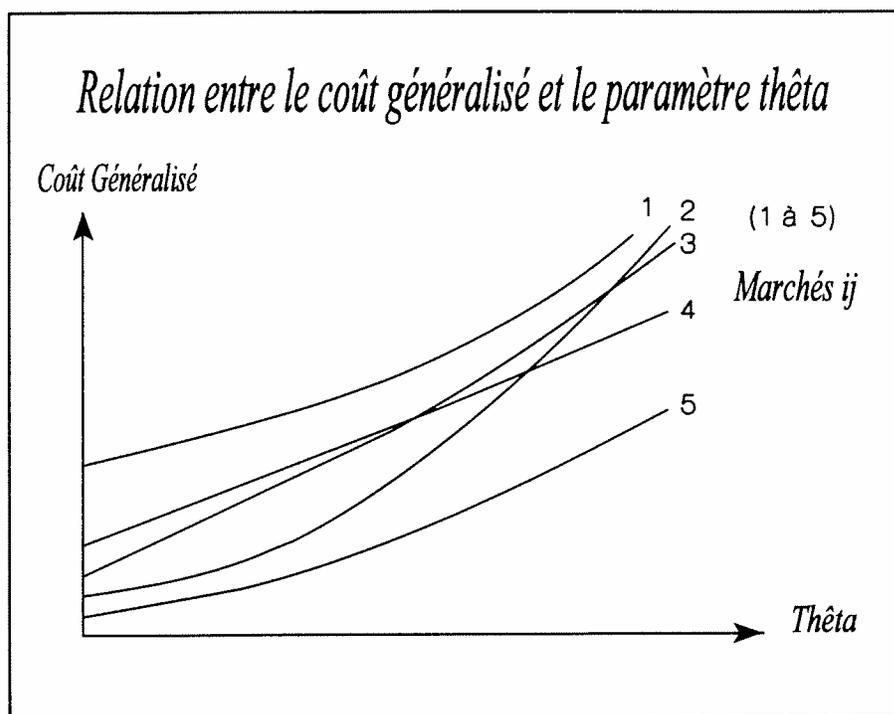


Figure 7 Relation entre le coût généralisé  $CG_{ij}$  et le paramètre  $\theta$ .

Supposons qu'une approximation linéaire traduise bien la relation qui existe entre les coûts généralisés de chaque marché et la valeur du paramètre d'arbitrage entre le temps et l'argent<sup>5</sup>. Dans ce cas l'estimateur basé sur l'approximation linéaire des coûts généralisés par marché revient à remplacer le terme  $CG_{ij}^*$  dans l'équation de demande par son approximation du premier ordre par rapport au paramètre d'arbitrage  $\theta$ . On remplace donc les variables  $CG_{ij}^*$  par les fonctions  $\gamma_{0,y} + \gamma_{1,y} * \theta + e_{ij}$ . L'équation de demande de transport à estimer devient donc:

<sup>5</sup> Le choix de la forme linéaire nous semble approprié, mais il serait intéressant de vérifier si des formes non linéaires permettent d'obtenir une meilleure approximation du coût généralisé.

$$\begin{aligned}
 g_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 CG_{ij}^* + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \\
 g_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 (\gamma_{0,ij} + \gamma_{1,ij} \theta + e_{ij}) + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \\
 g_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 \gamma_{0,ij} + \beta_1' \gamma_{1,ij} + \beta_2 X_{ij} + (\epsilon_{ij} + \beta_1 e_{ij}) \\
 g_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 \gamma_{0,ij} + \beta_1' \gamma_{1,ij} + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij}'
 \end{aligned} \tag{33}$$

La méthode adoptée afin d'obtenir les paramètres  $\gamma$  qui caractérisent le réseau, consiste en un premier temps à se définir un intervalle de valeurs du paramètre d'arbitrage, dans lequel on suppose que se situe la vraie valeur de  $\theta$ . Par la suite, pour chacune des valeurs de cet intervalle on affecte le vecteur de demandes  $ij$  dans le réseau de transport selon le premier principe de Wardrop. Cette affectation nous permettra à l'équilibre d'obtenir de façon unique une situation où aucun usager aura intérêt à changer de chemin, ainsi que les coûts généralisés moyens des déplacements correspondants. Une fois en possession des coûts généralisés pour chacun des marchés  $ij$  et pour chaque valeur de  $\theta$ , nous pourrions estimer l'équation suivante,

$$CG_{ij}^* = \gamma_{0,ij} + \gamma_{1,ij} \theta + e_{ij} \tag{34}$$

Notons bien que l'on approxime les coûts généralisés de chaque marché, un à la fois, puisqu'on peut s'attendre à ce que les paramètres résultant de l'approximation varient selon la paire  $ij$  considérée, reflétant ainsi les différences probables qui caractérisent les divers marchés. En effet, l'estimation de l'équation (34) nous permet d'obtenir les paramètres  $\hat{\gamma}_{0,ij}$ ,  $\hat{\gamma}_{1,ij}$  associés à chaque marché  $ij$ .

$$C\hat{G}_{ij}^* = \hat{\gamma}_{0,ij} + \hat{\gamma}_{1,ij} \theta \tag{35}$$

Les paramètres  $\hat{\gamma}_{0,ij}$ ,  $\hat{\gamma}_{1,ij}$  ainsi estimés seront par la suite utilisés en tant que variables

explicatives caractérisant les conditions du réseau de transport à l'équilibre, lors de l'estimation de la demande de transport par marché. En effet, nous estimons la fonction de demande de transport en remplaçant la variable représentant les coûts généralisés initiaux corrélés avec les termes d'erreur, par les deux paramètres estimés<sup>6</sup> de l'équation précédente. La fonction de demande de transport que nous estimons se réécrit donc comme suit,

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \hat{\gamma}_{0,ij} + \beta'_1 \hat{\gamma}_{1,ij} + \beta_2 X_{ij} + \epsilon'_{ij} \quad (36)$$

Les variables explicatives du modèle sont désormais la variable socio-économique  $X_{ij}$  ainsi que les paramètres estimés dans l'équation (35).

Bien que nous ne l'avons pas démontré de façon rigoureuse, les résultats numériques obtenus lors des simulations avec cette approche appuient l'hypothèse recherchée à l'effet que les variables  $\gamma_{ij}$  ne sont pas corrélées asymptotiquement avec le terme d'erreur  $\epsilon'_{ij}$ . Nous estimons ainsi la fonction de demande de transport (36) en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires.

Finalement, tout comme dans le cas du processus itératif, une fois les paramètres  $\beta_l$  de la fonction de demande estimés, nous pouvons évaluer le paramètre d'arbitrage optimal qui, comme dans le processus itératif, est aussi égal au rapport  $\hat{\beta}'_1/\hat{\beta}_1$ .

Le processus basé sur l'approximation linéaire des coûts généralisés par rapport au paramètre d'arbitrage  $\theta$ , peut être ainsi résumé par les cinq étapes suivantes:

---

<sup>6</sup> Estimés pour chaque marché  $ij$  analysé.

- 1- On se donne un vecteur de demandes de transport  $ij$
- 2- On affecte ces demandes en considérant une grille de valeurs de  $\theta$  (de  $\theta = \lim[1]$  à  $\theta = \lim[2]$ ), et on garde les coûts généralisés correspondants à chaque valeur de  $\theta$  utilisée.
- 3- On estime par la méthode des MCO l'équation  $CG_{ij} = \gamma_{0,ij} + \gamma_{1,ij} \theta + e_{ij}$
- 4- Estimation de la demande de transport en utilisant comme variables réseaux les paramètres gammas obtenus de la régression précédente:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \hat{\gamma}_{0,ij} + \beta_1' \hat{\gamma}_{1,ij} + \beta_2 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (37)$$

- 5- Évaluation de la valeur finale du paramètre d'arbitrage:  $\hat{\theta} = \hat{\beta}_1' / \hat{\beta}_1$ .

### 3.3.2.1 Remarques concernant le processus basé sur l'approximation linéaire du coût généralisé.

Il faut tout de même souligner que l'approximation linéaire soulève de toute évidence une question similaire au cas de l'approche itérative, à savoir quelles valeurs donner aux bornes de l'intervalle d'approximation (dénotées  $\lim[1]$  et  $\lim[2]$ ). Il est facilement vérifiable numériquement, qu'un raffinement de l'intervalle d'approximation se traduit par l'amélioration statistique des estimateurs des paramètres de la fonction de demande, en les rapprochant des valeurs qui caractérisent le vrai modèle. Il serait donc idéal de trouver un processus qui compte tenu des informations disponibles sur le réseau étudié, ainsi que sur les nombre de personnes qui se déplacent, nous permettrait de déterminer une valeur du temps moyenne autour de laquelle il faudrait approximer les coûts généralisés.

À défaut de trouver une meilleure méthode, ces bornes seront choisies de manière

arbitraire. Cependant afin de préserver la généralité de l'approche proposée, nous utiliserons un intervalle de valeurs assez large qui inclue la valeur du paramètre d'arbitrage caractérisant la situation où les coûts monétaires des déplacements ne sont pas pris en considération, soit  $\theta = 0$ .

Par l'utilisation d'un intervalle très large en termes de valeurs de  $\theta$ , nous introduisons dans le système de l'information erronée. Ceci nous permettra de vérifier dans quelle mesure l'approche basée sur l'approximation linéaire telle que proposée, domine les méthodologies usuelles et comment une telle approche réagit au problème d'erreur de mesure des variables explicatives.

Bien évidemment, on s'attend à ce que les résultats obtenus à partir des deux approches nouvellement proposées soient meilleurs<sup>7</sup> que ceux obtenus avec le type d'approche utilisé de façon usuelle<sup>8</sup>. Également, nous montrerons que l'approche basée sur l'approximation linéaire des coûts généralisés permet d'obtenir des résultats plus robustes que l'approche itérative.

---

<sup>7</sup> En termes d'écart quadratique moyen des paramètres.

<sup>8</sup> Notons que les approches usuelles (soient les approches que nous dénoterons MEPCG et MEPTC) seront présentées dans la section suivante.

#### IV-EXPÉRIENCES DE MONTE CARLO

Pour étudier les propriétés des estimateurs mis de l'avant, et afin de vérifier la validité de l'approche économétrique proposée au problème distribution-affectation, nous favorisons la méthode des expériences de Monte Carlo. Cette méthode se base sur l'utilisation de nombres aléatoires pour résoudre et étudier les propriétés de modèles nouvellement proposés. Même si les simulations numériques sont souvent perçues comme la méthode à prendre en dernier recours, il est indéniable qu'elles constituent un outil de travail largement utilisé dans le domaine de la recherche.

En règle générale, les nombres aléatoires utilisés dans les études de Monte Carlo sont des variables indépendantes, distribués dans un intervalle  $[0,1]$  et de moyenne nulle. Dans ce type d'expérimentation, on génère successivement un certain nombre de vecteurs d'erreurs aléatoires, différents à chaque expérience. Concrètement dans le cadre de cette étude ces vecteurs d'erreurs aléatoires vont nous permettre de simuler un le nombre correspondant de demandes origine-destination  $(ij)$  distinctes<sup>9</sup>. Le nombre de vecteurs de termes aléatoires est choisi de sorte que l'étude des propriétés asymptotiques des estimateurs proposés soit possible.

Par ce type d'expérimentation contrôlé nous pourrions comparer les résultats obtenus avec les deux processus proposés, aux résultats du supposé vrai modèle, ainsi qu'aux résultats que l'on obtient en utilisant des approches *ad hoc* sans interaction entre les étapes d'estimation de la demande et l'affectation à l'équilibre.

##### 4.1 Estimateurs pour fin de comparaison

---

<sup>9</sup> Le procédé utilisé permet de dédoubler le réseau étudié à volonté ne limitant pas l'expérimentation en termes d'observations.

Avant d'analyser les performances relatives des processus nouvellement proposés ainsi que celles des approches *ad hoc*, nous devons au préalable définir explicitement un modèle de référence (structure de référence), qui représentera le "vrai modèle". Dans ce modèle de référence nous allons supposer connus tous les facteurs explicatifs de la demande de transport ainsi que la valeur du paramètre d'arbitrage  $\theta$  qui caractérise l'ensemble des usagers du réseau.

En plus des "vrais modèles" nous introduirons également dans cette section deux approches additionnelles de type *ad hoc* représentatives des méthodes utilisées dans la pratique. Ces deux approches *ad hoc* vont nous permettre d'établir les avantages relatifs de notre méthodologie versus des processus qui ne considèrent pas l'aspect simultané de la demande de transport et de l'affectation.

Les deux spécifications *ad hoc* que nous proposons se caractérisent par le fait que la valeur du paramètre  $\theta$  est supposée égale à zéro. Par construction, cette hypothèse va impliquer que les affectations des demandes  $ij$  dans le réseau seront effectuées en supposant également une valeur nulle du paramètre d'arbitrage. Par le fait même il est tout à fait justifié de s'attendre à ce que les conditions du réseau à l'équilibre soient très différentes à celles qui prévalent lorsque la valeur du paramètre d'arbitrage est égale à sa vraie valeur et par conséquent que les variables réseaux soient mal mesurées.

En effet, si on se réfère à l'équation définissant la mesure du coût généralisé - soit l'équation (26) qui permet d'évaluer le critère d'équilibre dans le processus d'affectation dans le réseau de transport (premier principe de Wardrop 19a-19b) - on constate que supposer  $\theta$  égal à 0 modifie grandement la solution à l'équilibre. En effet, nous passons d'une solution d'équilibre qui dépend du temps et du coût monétaire du déplacement (vraie structure) à une solution d'équilibre qui dépend uniquement du temps pour se déplacer dans les liens du réseau de transport.

Pour fins de comparaison nous disposerons donc de deux types d'estimateurs ou modèles, soient,

- en premier lieu le supposé vrai modèle que nous appellerons **VPTC** (**Vrai Modèle Temps et Coût**),
- en second lieu le modèle *ad hoc* que nous appellerons **MEPTC** (**Meilleur Estimateur en Pratique Temps et Coût**), modèle qui suppose la distribution des individus dans le réseau en ne considérant comme critère d'équilibre que le temps moyen minimum du déplacement.

Ces deux modèles ont tous deux la particularité de traiter la variable temps du déplacement et la variable coût du déplacement en tant que deux variables explicatives séparées. Cependant, nous voulons également étudier comment l'utilisation usuelle d'une seule variable réseau qui représente le coût généralisé de se déplacer (impédance totale associée à chaque marché), influence l'estimation des paramètres sous les différentes hypothèses étudiées. Nous proposons donc deux autres spécifications de la demande de transport. Ces deux autres spécifications feront partie intégrante des modèles pour fins de comparaison et sont définies de la manière suivante,

- en premier lieu le supposé vrai modèle que nous appellerons **VPCG** (**Vrai Modèle Coût Généralisé**).
- en second lieu le modèle *ad hoc* que nous appellerons **MEPCG** (**Meilleur Estimateur en Pratique Coût Généralisé**), modèle qui suppose encore que l'affectation des individus dans le réseau se fait en ne considérant comme critère d'équilibre que le temps moyen minimum du déplacement.

Les processus d'affectation associés à ces deux modèles complémentaires seront donc

modifiés en conséquence pour qu'ils permettent d'obtenir le coût généralisé moyen de se déplacer entre  $i$  et  $j$ . Ce coût généralisé à l'équilibre sera par la suite utilisé comme seule variable explicative de type réseau dans la fonction de demande de transport à estimer respectivement.

Pour résumer les quatre estimateurs ou modèles utilisés pour fins de comparaisons nous présentons ci-dessous une brève description de chacun d'entre eux ainsi que les étapes de calculs et paramètres qu'ils impliquent.

### 1 - Estimateur VPCG

Étape 1- Affectation des demandes  $ij$  en supposant connue la vraie valeur du paramètre d'arbitrage  $\theta$  et des demandes de transport données. La distribution des demandes dans le réseau via le processus d'affectation nous permet d'obtenir les coûts généralisés  $CG_{ij}$  d'équilibre.

Étape 2- Estimation de l'équation de demande de transport correspondante, spécifiée comme suit:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG_{ij} + \beta_3 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad \theta = 0.07$$

### 2 - Estimateur MEPCG

Étape 1- Vecteur de demandes de transport  $ij$  données

Étape 2- Distribution des demandes dans le réseau, en supposant la

valeur du paramètre d'arbitrage fixé à zéro. Comme dans le cas de l'estimateur VPCG ceci nous permet d'obtenir des coûts généralisés  $CG_{ij}$  à l'équilibre tels qu'ils ne considèrent pas le coût pécuniaire du déplacement entre i et j.

Étape 3- Estimation de l'équation de demande de transport correspondante, spécifiée comme suit:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG'_{ij} + \beta_3 X'_{ij} + \epsilon'_{ij} \quad \theta = 0.0$$

### 3 - Estimateur VPTC

Étape 1- Affectation du vecteur de demandes de transport ij en considérant la vraie valeur du paramètre d'arbitrage. Ceci nous permet encore d'obtenir les temps de déplacement et coûts monétaires moyens à l'équilibre qui seront utilisés lors de l'estimation de la demande.

Étape 2- Estimation de la demande de transport correspondante, spécifiée comme suit:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \bar{t}_{ij} + \beta_2 \bar{d}_{ij} + \beta_3 X_{ij} + \epsilon_{ij} \quad \theta = 0.07$$

### 4 - Estimateur MEPTC

Étape 1- Vecteur de demandes de transport ij données.

Étape 2- Affectation de ce vecteur de demandes  $ij$  en supposant le paramètre d'arbitrage  $\theta$  égal à 0. Encore une fois ceci nous permet d'obtenir les temps et coûts moyens à l'équilibre qui seront utilisés lors de l'estimation de la demande.

Étape 3- Estimation de l'équation de demande de transport correspondante, spécifiée comme suit:

$$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \bar{t}'_{ij} + \beta_2 \bar{d}'_{ij} + \beta_3 X_{ij} + \epsilon'_{ij} \quad \theta = 0.0$$

Il est indiscutable que les deux modèles VPCG et VPTC seront statistiquement meilleurs que les deux approches *ad hoc* MEPCG et MEPTC respectives. Par construction, l'ajustement des modèles VPCG et VPTC, par rapport aux vrais paramètres, sera élevé.

Par ailleurs, en fixant arbitrairement la valeur du paramètre d'arbitrage à 0, nous introduisons dans le système d'affectation et de demande une importante erreur, qui se traduit dans une mauvaise évaluation des variables explicatives caractérisant les conditions d'équilibre dans le réseau de transport.

La littérature existante qui traite de la problématique des erreurs de mesure de variables explicatives montre bien que l'erreur de mesure d'une variable explicative incluse dans une fonction quelconque entraîne des problèmes de biais lors de l'estimation des paramètres de la fonction. Il est assez facile de démontrer que ce biais s'étend non seulement au paramètre associé à la variable (où variables) mal mesurée, mais aussi à la constante ainsi qu'aux paramètres associés aux autres variables explicatives, qui seraient elles, bien mesurées.

D'où deux questions importantes peuvent se poser. La première étant de savoir quelle sera

l'importance du biais dans ce type de processus simultané? Et, la deuxième, l'erreur de mesure des variables explicatives pouvant entraîner des sérieuses difficultés pour l'estimation des différents paramètres, est-ce-que les approches alternatives proposées corrigent ce type de problème?

Nous montrerons pour la première fois que l'utilisation de variables mal mesurées dans des approches où interviennent des étapes de distribution et d'affectation peuvent conduire à des problèmes d'inversion de signe des paramètres associés aux variables mal mesurées. Pour appuyer notre raisonnement, nous présenterons des exemples numériques montrant l'importance du biais sur les paramètres estimés. Nous montrerons également que les approches nouvellement proposées arrivent à contourner ce problème d'erreur de mesure et conduisent ainsi à l'estimation de paramètres convergents de l'équation de demande de transport.

Mais avant de passer au vif du sujet, soit l'analyse des résultats des approches proposées, nous allons présenter les caractéristiques physiques des deux réseaux utilisés dans l'analyse numérique des divers modèles ainsi que les formes analytiques des variables temps et coût utilisées évaluées lors des simulations.

#### **4.2 Paramètres de l'hypothétique vraie fonction de demande.**

Puisque nous voulons exploiter le principe des simulations de Monte Carlo comme moyen permettant l'analyse des deux approches nouvellement proposées, nous partons de l'hypothèse que nous connaissons les vraies valeurs des paramètres du modèle de demande de même que la valeur du paramètre d'arbitrage perçue par l'ensemble des usagers.

Nous supposons donc une fonction de demande dont la forme explicite est:

$$g_{ij} = 300 - 15 (t_{ij}(v) + 0.07 d_{ij}) + X_{ij} \quad (32)$$

Les variables composant cette équation ont déjà été définies.

Comme on peut le constater, la situation extrême mais usuelle qui consiste à fixer la valeur du paramètre d'arbitrage peut être facilement reproduite. Pour cela il suffit de fixer la valeur du paramètre  $\theta$  à 0 au lieu de 0.07 (voir les modèles MEPCG et MEPTC présentés ci dessus). Il apparaît encore plus clairement que dans ce cas, on ne tient pas compte des différents coûts monétaires que l'utilisateur peut encourir lors de son déplacement.

Les formes explicites du temps de déplacement et du coût monétaire dans chacun des liens du réseau adoptées sont les suivantes:

$$t_a(v_a) = dist_a \cdot t_0 \cdot (1 + \alpha \left( \frac{v_a(\theta)}{c} \right)^\gamma) \quad (33)$$

et

$$d_a = 15 \cdot dist_a + cstat_a$$

La variable **dist**, que l'on retrouve dans les deux équations ci-dessus, représente la longueur du lien **a**. Cette longueur est définie dans le programme d'affectation en kilomètres. De même, le paramètre associé à la distance dans l'équation du coût monétaire - **d<sub>a</sub>** - représente un coût d'usure d'une l'automobile par kilomètre parcouru. Nous supposons que ce coût d'usure est égal à 0.15\$ par kilomètre. Finalement, la variable **cstat** correspond au coût monétaire d'un parking dans une zone *i* ou dans une zone *j*. L'équation du coût généralisé qui est évaluée dans le processus d'affectation est donc représentée par l'équation numéro (34).

$$CG_{ijk} = \sum_{a \in A} \delta_{ak} \left( (dist \cdot t_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\frac{v_a}{c})^\gamma) + \theta \cdot (15 \cdot dist + cstat)) \right) \quad (34)$$

De telle sorte que l'hypothétique vraie fonction de demande est désormais représentée par l'équation suivante.

$$\beta_0 + \beta_1 \cdot \left( \sum_{a \in A} \delta_{ak} \left( (dist \cdot t_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\frac{v_a}{c})^\gamma) + \theta \cdot (15 \cdot dist + cstat)) \right) \right) + \beta_2 \cdot X_{ij} + e_{ij} \quad (35)$$

Pour compléter la description analytique de l'hypothétique vraie structure il ne nous reste plus que présenter les caractéristiques physiques des réseaux de transport utilisés lors des simulations.

### 4.3 Description détaillée des réseaux

Les approches méthodologiques étudiées dans cette thèse seront évaluées dans le contexte de deux types de réseaux. Les réseaux utilisés sont fictifs, simples dans leur conception mais qui par leur structure physique, permettent des nombreux ajustements au niveau du choix des chemins utilisés selon le degré de congestion dans les liens. Par le choix des paramètres associés aux courbes volume-délai utilisées et des volumes de demande se déplaçant entre les zones, nous pourrions contrôler les niveaux de congestion dans les divers liens du réseau.

Dans une perspective d'applicabilité de notre approche à des réseaux de transport réels, nous sommes intéressés de connaître les performances des approches nouvellement proposées dans des conditions où le réseau routier est congestionné (tel que perçu aux pointes du matin ou du soir). En ce sens, nous choisirons des paramètres, caractérisant la courbure des fonctions volume-délai, qui contribuent à l'apparition rapide de problèmes de congestion pour les volumes de demande que nous supposons se déplacent entre les

origines et les destinations desservies par le réseau routier.

Le premier réseau utilisé pour étudier le comportement des deux approches proposées n'implique aucune interaction entre les divers chemins et liens du réseau. Ce premier réseau est ainsi caractérisé par une seule paire origine-destination desservie par deux chemins, chacun d'entre eux composé d'un lien uni-directionnel. Dans le processus d'affectation, on ne considère donc qu'un seul volume de voyageurs à la fois (une seule demande  $ij$ ).

Le deuxième réseau est quant à lui composé de deux paires origine-destination chacune d'entre elles desservie par trois chemins distincts. La principale différence avec le premier réseau est qu'au moins l'un des trois chemins disponibles pour chaque paire origine-destination est constitué d'un lien qui peut aussi être utilisé par les usagers se déplaçant dans les autres marchés. Bien entendu cette caractéristique, beaucoup plus réaliste que supposer des paires origine-destination totalement indépendantes, nous permettra d'étudier les problèmes reliés à l'utilisation simultanée des liens du réseau routier lorsqu'en présence de congestion.

Pour fins d'illustration et afin de bien comprendre les particularités des réseaux utilisés lors des simulations d'affectation, nous présenterons ci-dessus les schémas des deux réseaux utilisés (soient les figures 8 et 9) ainsi que les caractéristiques des courbes volume-délai associées aux différents liens qui les composent.

#### **Composition du premier réseau:**

- . Deux centroïdes (sommets fictifs où on centralise les départs et arrivées des déplacements dans le réseau), deux noeuds, deux liens et deux chemins par paire origine-destination  $ij$ .
- . Les paramètres  $\alpha$ , associés à chacune des courbes volume-délai

caractérisant les performances de chacun des liens qu'elles représentent, sont fixés égaux à 1.

- Le paramètre  $\tau$  qui définit la courbure des courbes volume-délai est quant à lui fixé à la valeur 2.
- La distance  $d_a$  du premier lien est de un kilomètre tandis que la longueur du deuxième lien est égale à six kilomètres.
- Les capacités des routes (valeurs de la variable  $c$ ) sont égales à 100 véhicules par heure.
- Les coûts pécuniaires associés à chaque lien (parkings, ...) sont de 300 cents pour le premier lien et de 50 cents pour le deuxième lien.
- Enfin, les volumes des demandes "affectés" dans ce premier réseau varient entre 150 véhicules et 250 véhicules (selon le marché).

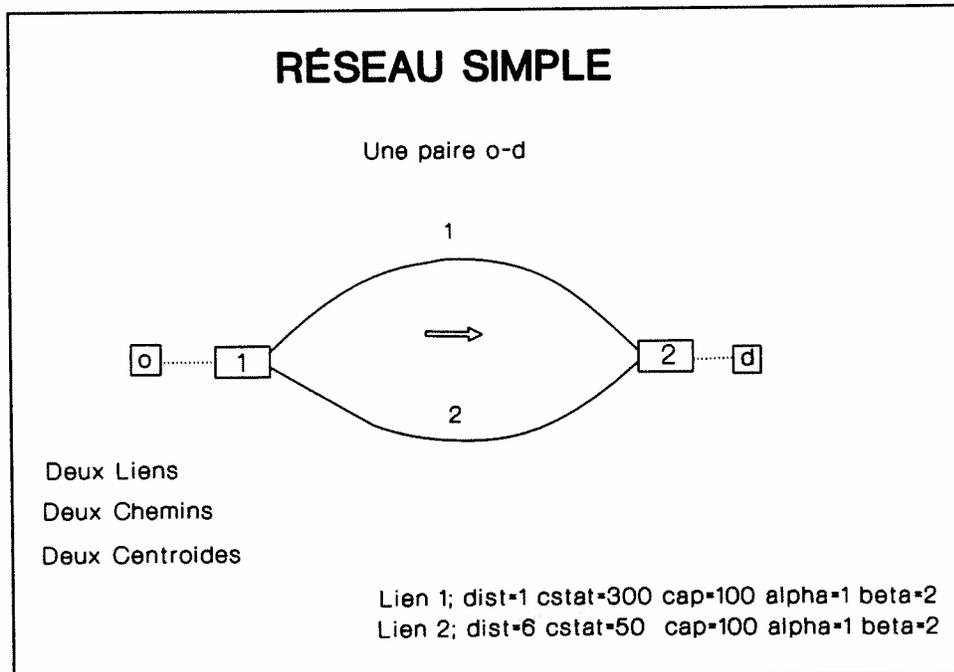
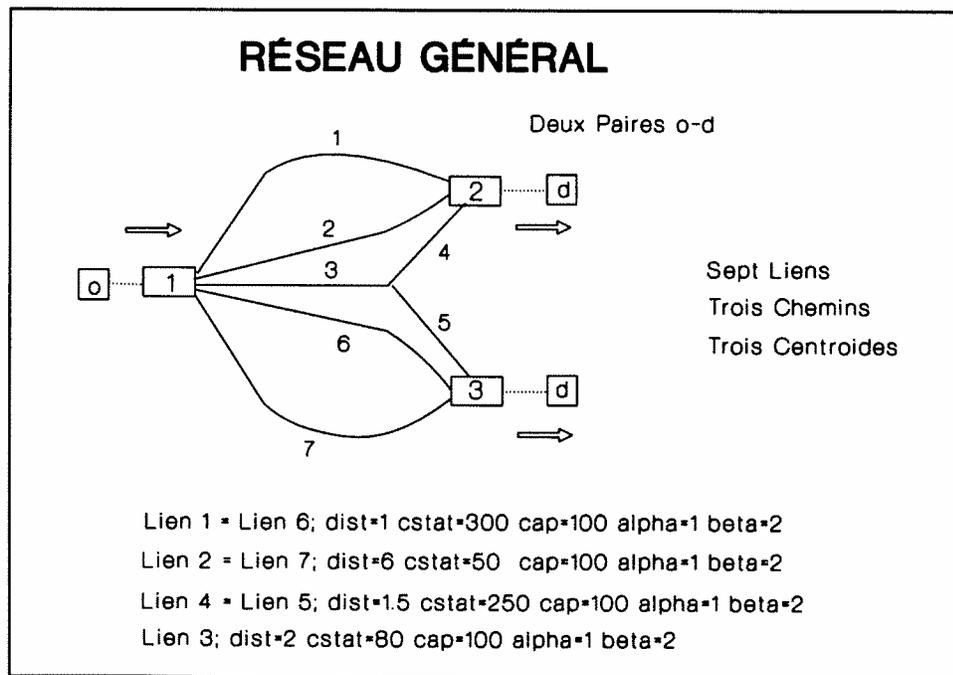


Figure 8: Description du réseau bi-marché.

**Composition du deuxième réseau:**

- . Trois centroïdes, trois noeuds, sept liens unidirectionnels et trois chemins par paire origine-destination.
- . Les valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\tau$  sont les mêmes que celles que l'on retrouve dans le premier réseau ci-dessus présenté.
- . Les distances  $d_a$  des liens sont égales à 1, 1.5, 2, 6 kilomètres respectivement.
- . Les coûts pécuniaires associés à chaque route (parkings, ...) sont de 300, 50, 250, 80 cents pour chacun des liens.
- . Enfin, les volumes des demandes varient encore entre 150 et 250 véhicules comme dans le cas du premier réseau.



**Figure 9** Description du réseau tri-marché

Il est facile de constater que le premier réseau représenté dans la figure numéro 8 est un cas particulier du deuxième réseau présenté dans la figure numéro 9. En effet, si on interdit le passage dans le lien numéro 3, pour des raisons de réfection de la route par exemple, les usagers feront face à deux réseaux parfaitement indépendants, sans aucune possibilité d'utilisation commune des divers liens du réseau. Il ne sera donc pas possible d'avoir des liens qui sont utilisés à la fois par des usagers du marché (1,2) et du marché (1,3).

#### 4.4 Critère d'arrêt des simulations de Monte Carlo.

Dans le cadre de nos expériences de Monte Carlo, il est indispensable d'établir un critère nous permettant de déterminer le nombre minimum de simulations requises afin de pouvoir analyser les propriétés asymptotiques des paramètres. En ce sens une première mesure considérée fut l'élasticité de l'écart quadratique moyen des divers paramètres de la fonction de demande par rapport au nombre de simulations effectuées. Cependant, dans le cas de simulations répétées et à cause de la définition même de l'élasticité, celle ci peut avoir tendance à fluctuer sans jamais converger vers une valeur finie. En effet, soit la définition suivante de l'élasticité de l'écart quadratique moyen par rapport au nombre d'expériences effectuées:

$$\epsilon_{EQM} = \frac{\Delta EQM / EQM}{\Delta n / n} \quad (37)$$

Où  $\Delta n = n_{t+1} - n_t$  et  $\Delta EQM = EQM_{t+1} - EQM_t$ . Ce que l'on désire trouver est la valeur de  $n$ , à partir de laquelle l'écart quadratique moyen des paramètres des processus proposés plus de manière significative.

Le numérateur de l'expression ci-dessus tend vers la valeur 0 lorsque  $n$  tend vers l'infini. De même, il est évident que plus le nombre d'expériences augmente plus le dénominateur aura lui aussi tendance à s'approcher de la valeur 0. Cependant pour que cette mesure d'élasticité de l'écart quadratique moyen tende vers 0, où toute autre valeur finie, deux conditions sont nécessaires

- 1.- Que  $\Delta EQM/EQM$  soit plus petit en valeur absolue que le dénominateur  $\Delta n/n$ .
- 2.- Que le numérateur tende vers une valeur constante.

En pratique il n'y a rien qui garantie que les variations des écarts quadratiques moyens évalués dans nos simulations vont remplir ces deux conditions. Nous avons donc opté pour une autre mesure, soit le numérateur de l'équation numéro (37).

En effet, le numérateur de l'équation (37) dépend à la fois des variations de l'écart quadratique moyen des paramètres ainsi que du nombre de simulations effectuées (via le choix du point d'évaluation de l'écart quadratique moyen). Ce nouveau critère d'arrêt nous semble une mesure satisfaisante pour les besoins de la présente étude.

Suite à des essais numériques nous avons évalué que cette mesure ne varie plus tellement lorsque nous dépassons les 5,000 simulations, et ce quelque soit le type de réseau analysé. Nous avons également constaté que le temps d'exécution des simulations est beaucoup plus long lorsqu'on analyse les performances des approches proposées avec un réseau de transport permettant des interactions entre les divers marchés du réseau. En conséquence nous avons décidé d'effectuer 10,000 simulations pour analyser les performances des approches proposées uniquement dans le cadre du réseau de transport qui ne permet pas d'interaction entre les marchés.

Comme échantillon statistique nous disposerons ainsi d'un ensemble de 10,000 expériences

de Monte Carlo en ce qui concerne le réseau sans interaction entre les marchés et de 5,000 expériences dans le cadre du réseau avec interaction. Comme ces simulations seront effectuées pour chacun des estimateurs étudiés, nous disposerons donc de 10,000 - 5,000 observations pour chacun des modèles présentés dans la section 4.1, soit les modèles VPTC, MEPTC, AL, MI, VPCG et MEPCG.

#### **4.5 Critères de comparaison et propriétés numériques préliminaires.**

Afin de comparer les différentes approches, nous utiliserons essentiellement trois mesures statistiques, soient,

- le biais des paramètres estimés de l'équation de demande,
- la variance des paramètres estimés,
- l'écart quadratique moyen (combinaison des deux mesures antérieures) des paramètres.

Mais avant de procéder à l'analyse détaillée des résultats, il nous semble intéressant de mentionner quelques propriétés numériques des réseaux utilisés. En particulier nous allons analyser les effets des caractéristiques physiques des réseaux de transport et des volumes de personnes qui se déplacent sur les valeurs des élasticités de la demande de transport par rapport au temps des déplacements. Nous voulons ainsi mettre en évidence les relations qui existent entre les volumes de la demande de transport et les conditions d'équilibre dans un réseau de transport.

Les valeurs des paramètres et des variables qui définissent les liens des deux réseaux, bien que fictives, ne sont pas totalement aléatoires. La raison à cela est que les valeurs de ces paramètres doivent être cohérentes non seulement avec les volumes de demandes affectés

dans le réseau<sup>10</sup>, mais aussi avec les valeurs de départ des paramètres associées à la fonction de demande.

Les paramètres du réseau ainsi que les valeurs initiales des coefficients de la fonction de demande<sup>11</sup> sont tels que dans le cas du réseau simple, l'élasticité temps varie entre -2.0 et -0.59 (selon la proportion du volume de personnes qui emprunte chacun des deux chemins disponibles). Ces valeurs des élasticités temps, assurent que le processus d'ajustement des demandes de transport par marché converge vers une solution initiale unique. De plus cette solution initiale est telle que les conditions d'équilibre sur le réseau et les volumes de demande de transport sont cohérents.

Nous avons effectué quelques essais numériques afin de nous faire une idée sur la sensibilité de l'élasticité temps aux différents facteurs caractérisant le réseau:

- Si on considère une demande par paire origine-destination  $ij$ , égale à **200** personnes (véhicules), et si on garde constants tous les autres paramètres caractérisant le réseau routier, on obtient un intervalle pour les élasticités temps égal à  $[-1.743 - 0.618]$  soit un **écart de 2.81 fois** entre les deux bornes de l'intervalle.
- Si le nombre de personnes atteint **250** (valeur maximale parmi les volumes de demande  $ij$  utilisés lors des expériences), cet intervalle devient  $[-2.00 - 0.596]$  (**écart de 3.35 fois**).
- Si la demande est de **150** personnes (valeur qui correspond au nombre minimal de personnes simulées) alors cet intervalle devient  $[-1.537 - 0.693]$  ce qui correspond à un **écart de 2.21 fois**.

---

<sup>10</sup> En effet, les nouvelles constructions ou les améliorations apportées aux routes existants dans le réseau routier sont effectués afin de répondre aux besoins des personnes qui les utilisent.

<sup>11</sup> Vraies valeurs des paramètres, sous-entendus dans les expériences de Monte Carlo.

Lorsque le volume de personnes qui se déplacent de  $i$  vers  $j$  diminue, réduisant ainsi la congestion dans le réseau, l'écart de l'intervalle des élasticités temps diminue lui aussi. On passe d'un rapport volume-écart de  $(150 - 2.21)$  à  $(250 - 3.35)$ .

De même, si l'on réduit les capacités des liens<sup>12</sup>, de telle sorte que pour des volumes donnés de personnes qui se déplacent, l'on aggrave les problèmes de congestion, alors les élasticités temps ont tendance à augmenter en valeur. De plus, l'écart entre les élasticités évaluées lorsque les individus optent soit pour le premier chemin (borne de droite) soit pour le deuxième (borne de gauche), tend lui aussi à augmenter. A l'inverse, si les capacités des liens sont augmentées, le phénomène inverse se produit, avec à la limite, l'élasticité temps évalué sous les deux conditions précédentes devenant égales.

Finalement une diminution de la valeur associé à la courbure des fonctions volume-délai (caractérisant la rapidité de l'apparition des problèmes de congestion dans le lien) entraîne une diminution de la valeur absolue de l'élasticité temps et de leur écarts (par rapport aux valeurs du taux de répartition). En particulier cet écart devient nul lorsque les paramètres  $\tau$  de répartition sont nuls. A l'inverse, lorsque les paramètres  $\tau$  augmentent, les élasticités temps augmentent elles aussi (l'écart tend à la limite vers 6 fois).

---

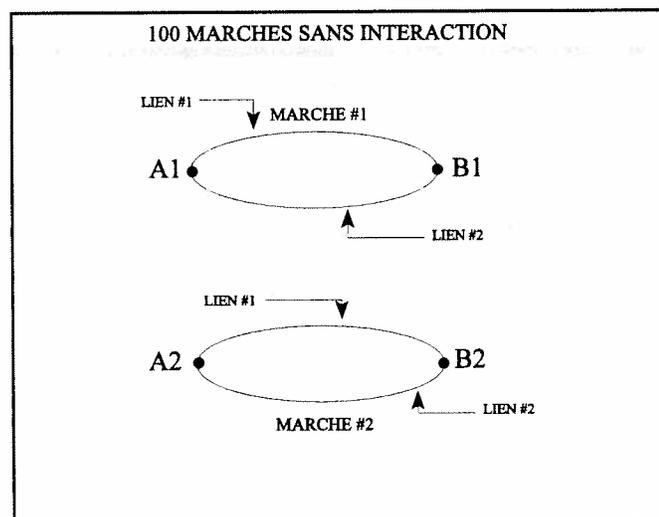
<sup>12</sup> Toutes choses étant égales par ailleurs.

## V-ANALYSE DES RÉSULTATS

### 5.1 Un réseau de deux marchés sans interaction.

Pour analyser les performances des modèles proposés nous avons donc effectué dans le cadre du réseau uni-marché une série de 10,000 simulations chacune d'elles étant composée d'un ensemble de 100 marchés ou paires origine-destination. Chaque marché origine-destination est à son tour constitué de deux centrides reliés par deux chemins distincts.

Nous avons aussi supposé que ces 100 marchés sont indépendants entre eux. Ainsi, il est important de bien noter que les marchés n'ont pas de lien commun entre eux, tel que représenté dans la figure suivante.



**Figure 10** Structure de marchés indépendants

Les performances relatives des divers estimateurs étudiés dans cette thèse sont résumées dans les tableaux numérotés de un à cinq suivants. Dans ces tableaux on présente deux mesures statistiques, soient, les valeurs moyennes de chacun des paramètres estimés ainsi que la valeur de l'écart quadratique moyen correspondante. Ces mesures statistiques ont

été évaluées en utilisant la totalité de l'échantillon disponible, soit les 10,000 observations obtenus à partir des simulations de Monte Carlo effectuées.

**Tableaux de Résultats (10,000 Simulations)**

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 300

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	284.76	419.33 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	281.78	516.31 VPTC
Approche Courante (CG)	54.36	60337.46 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	75.31	50488.66 MEPTC
Méthode Itérative	248.85	3296.3
Approximation Linéaire	253.30	3102.9

**Tableau I** 10,000 Simulations: constante.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -15

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-14.19	1.11 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-13.10	4.65 VPTC
Approche Courante (CG)	17.37	1048.40 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	15.33	920.37 MEPTC
Méthode Itérative	-8.77	53.59
Approximation Linéaire	-11.52	28.01

**Tableau II** 10,000 Simulations: temps du déplacement.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -1.05

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-0.99	0.0054 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-1.00	0.0041 VPTC
Approche Courante (Temps et Coût)	-0.05	1.0032 MEPTC
Méthode Itérative	-0.83	0.0585
Approximation Linéaire	-0.90	0.0334

**Tableau III** 10,000 Simulations: coût monétaire du déplacement.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 1

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	0.973	0.0014 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	0.955	0.0027 VPTC
Approche Courante (CG)	0.043	0.9146 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	0.079	0.8479 MEPTC
Méthode Itérative	0.847	0.0314
Approximation Linéaire	0.950	0.0106

**Tableau IV** 10,000 Simulations: socio-économique.

Un dernier tableau est nécessaire afin de montrer la précision relative avec laquelle les processus proposés (MI) et (AL) permettent d'estimer la valeur du temps perçue par les usagers. Dans ce dernier cas la seule analyse possible consiste à comparer les deux processus entre eux puisque dans les processus de référence, le paramètre en question est soit fixé à sa vraie valeur 0.07, soit fixé à 0 et non pas estimé.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 0.07

Estimateurs	Moyenne	EQM
Méthode Itérative	0.102095	0.001317
Approximation Linéaire	0.089745	0.076290

**Tableau V** 10,000 Simulations: paramètre d'arbitrage.

### 5.1.1 Processus VPTC et VPCG.

Comme on peut aisément constater, les paramètres associés aux processus VPCG et VPTC sont les moins biaisés et les plus centrés autour de leur moyenne, parmi l'ensemble des modèles analysés. Évidemment ceci est un résultat auquel on devait s'attendre à priori. En effet, dans les processus VPCG et VPTC nous sommes supposés posséder toute l'information concernant le modèle représentant la vraie demande de transport entre les paires  $ij$ , ainsi que la vraie valeur du temps prise en considération par les usagers du réseau routier. Il est donc tout à fait prévisible que les estimateurs VPTC et VPCG dominent statistiquement tous les autres processus étudiés.

Pour des raisons évidentes il n'est pas nécessaire de trop s'attarder sur les performances statistiques de ces deux estimateurs de référence. Il faut néanmoins mentionner que les écarts quadratiques moyens des paramètres associés à ces deux processus sont très faibles comparativement aux valeurs obtenues dans les autres processus étudiés (surtout en ce qui concerne les modèles MEPTC et MEPCG). En particulier, la valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre temps de déplacement du processus VPTC est:

- **198** fois plus petite que celle du processus utilisé en pratique (**MEPTC**).
- **11** fois plus petite que celle du processus itératif (**MI**).

- 6 fois plus petite que celle du processus basé sur l'approximation linéaire (AL).

De même, la valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre associé au coût pécuniaire du déplacement correspondant au processus VPTC est:

- 245 fois plus petite que celle du processus utilise en pratique (MEPTC).
- 14 fois plus petite que celle du processus itératif (MI).
- 8 fois plus petite que celle du processus basé sur l'approximation linéaire (AL).

Les distributions statistiques des paramètres estimés avec le processus VPTC qui sont présentées dans la figure 11 illustrent bien le fait que ce dernier reproduit relativement bien les paramètres du vrai modèle de demande.

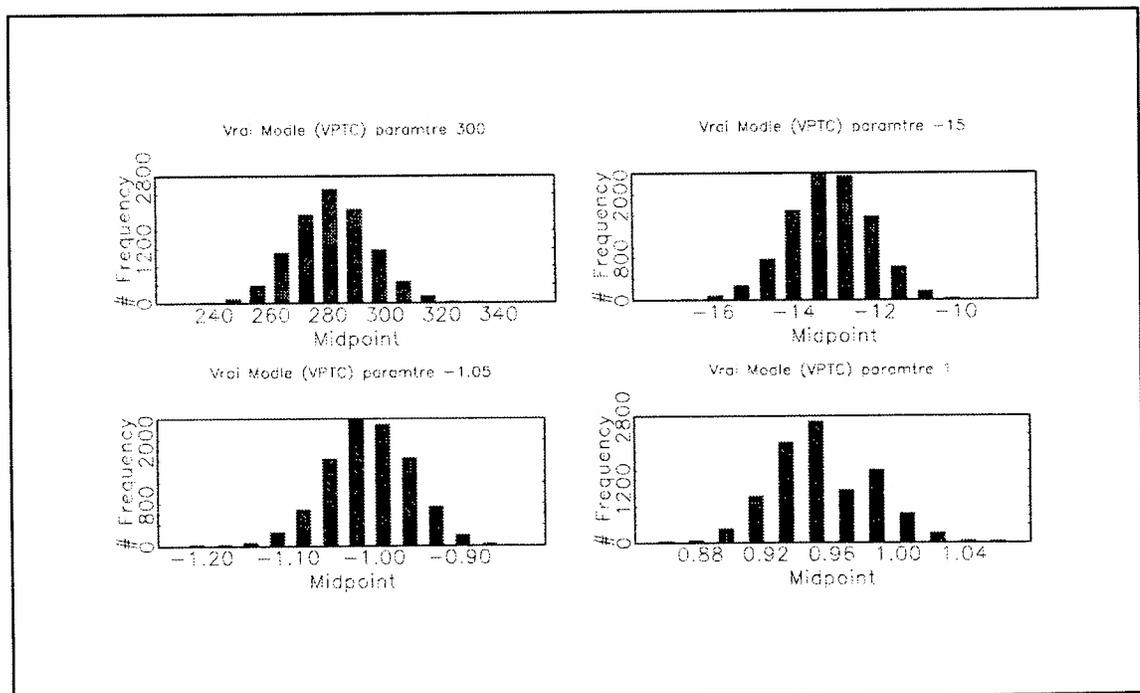
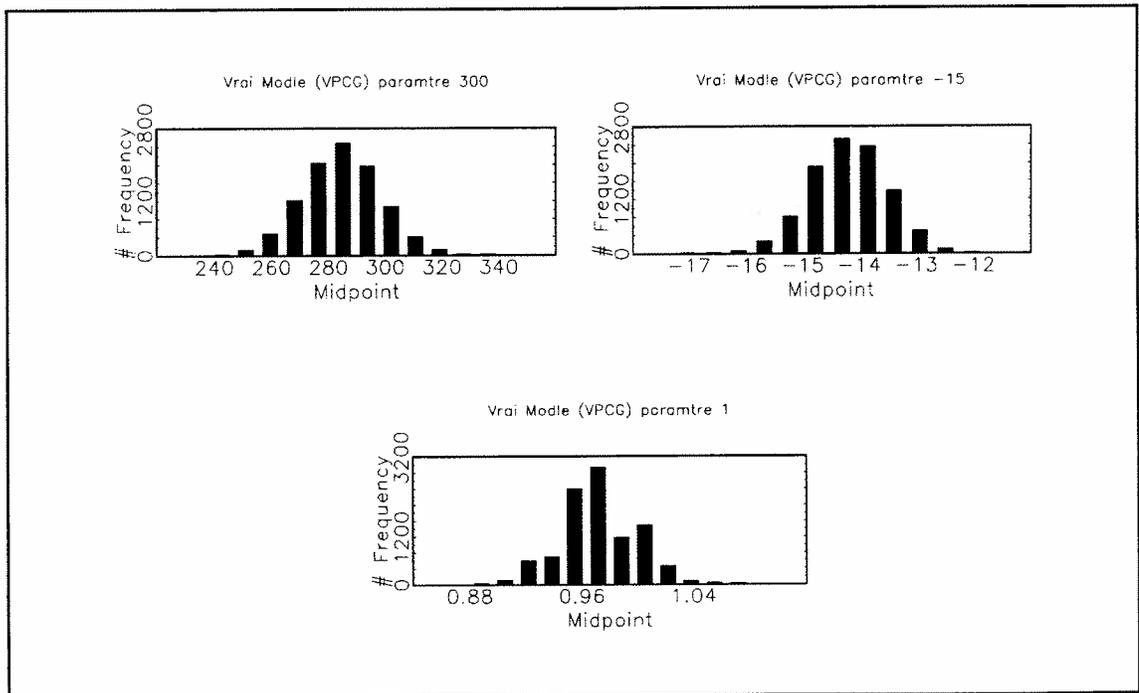


Figure 11 Distribution des paramètres du processus VPTC.

En effet, on obtient des distributions normales relativement serrées autour des valeurs

moyennes des paramètres estimés, et des supposées vraies valeurs des paramètres.

Les mêmes conclusions s'appliquent aussi bien dans le cas du processus VPCG. En particulier, la valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre associé au temps de déplacement est **944** fois plus petite que celle obtenu avec le processus MEPCG. Les distributions statistiques des paramètres estimés du processus VPCG (figure 12) illustrent aussi la bonne représentativité du processus par rapport au vrai modèle sous jacent. En effet, encore une fois nous obtenons des distributions normales très serrées autour des valeurs moyennes des paramètres estimés.



**Figure 12** Distribution des paramètres du processus VPCG.

### 5.1.2 Processus MEPTC et MEPCG.

Un résultat très intéressant obtenu dans de ces expériences de Monte Carlo, concerne la pauvre performance relative des processus de type déterministe (modèles *ad hoc*), où l'on

fixe de manière arbitraire la valeur du paramètre d'arbitrage à zéro.

En effet, nous avons supposé un cas qui peut sembler extrême, mais seulement en apparence puisqu'utilisé dans la littérature des modèles d'affectation. Ce cas consiste à postuler que les usagers ne tiennent pas compte du coût monétaire, mais uniquement du temps de leur déplacement. Dans cette situation, le coût généralisé utilisé dans les modèles d'affectation comme critère dans le choix des chemins qui seront utilisés à l'équilibre (chemins à coût généralisé minimum, premier principe de Wardrop) sera toujours égal au temps moyen du déplacement.

Lorsque l'on estime sous ces conditions les paramètres des deux processus déterministes, on constate que le paramètre associé au temps du déplacement dans la méthode MEPTC et le paramètre associé au coût généralisé dans la méthode MEPCG sont très biaisés. Ce biais est si important que les paramètres en question changent même de signe (voir le tableau II). En effet les valeurs moyennes estimées des paramètres sont 15.33 pour la variable temps du déplacement (méthode MEPTC) et 17.37 pour la variable coût généralisé (méthode MEPCG), au lieu de -15 qui correspond à la vraie valeur hypothétique.

De façon analogue, les autres paramètres de l'équation de demande sont aussi biaisés, soit -0.05 pour la variable coût pécuniaire (méthode MEPTC) au lieu de la vraie valeur -1.05 et 0.043 (méthode MEPCG) et 0.079 (méthode MEPTC) pour la variable socio-économique au lieu de la vraie valeur 1. Cependant, les signes associés à ces paramètres sont conformes à ceux attendus.

Par construction - voir la définition théorique des divers modèles - il est clair que l'inversion des signes ne peut pas être due à une mauvaise spécification de la fonction de demande de transport. En effet, la forme fonctionnelle de la demande de transport a été décidé à priori. En ce sens, nous pouvons être certains que la cause de cette inversion de

signe doit avoir une autre raison et nous démontrerons qu'elle est reliée à la mesure erronée des variables caractérisant les conditions d'équilibre dans le réseau routier. Effectivement, en postulant que le paramètre d'arbitrage est égal à zéro, nous influençons les conditions d'équilibre qui autrement auraient prévalu dans le réseau routier. Ce qui conduit à l'évaluation des variables de temps et de coût généralisé, très différentes de celles normalement attendues.

Nous démontrerons donc que l'erreur de mesure des variables explicatives caractérisant la situation d'équilibre dans le réseau routier, associé à un processus distribution-affectation, peuvent conduire à des inversions de signe lors de l'estimation de la fonction de demande de transport.

### 5.1.3 Processus MI et AL.

Il devient évident par les résultats présentés dans les tableaux précédents que l'approche basée sur l'approximation linéaire est plus efficace que l'approche itérative. De plus, les paramètres obtenus avec les deux approches nouvellement proposées possèdent le bon signe ainsi que des valeurs moyennes très proches des valeurs hypothétiques et de celles obtenues avec le modèle VPTC (contrairement au modèle déterministe MEPTC).

Les principaux résultats associés à ces deux méthodes nouvellement proposées sont:

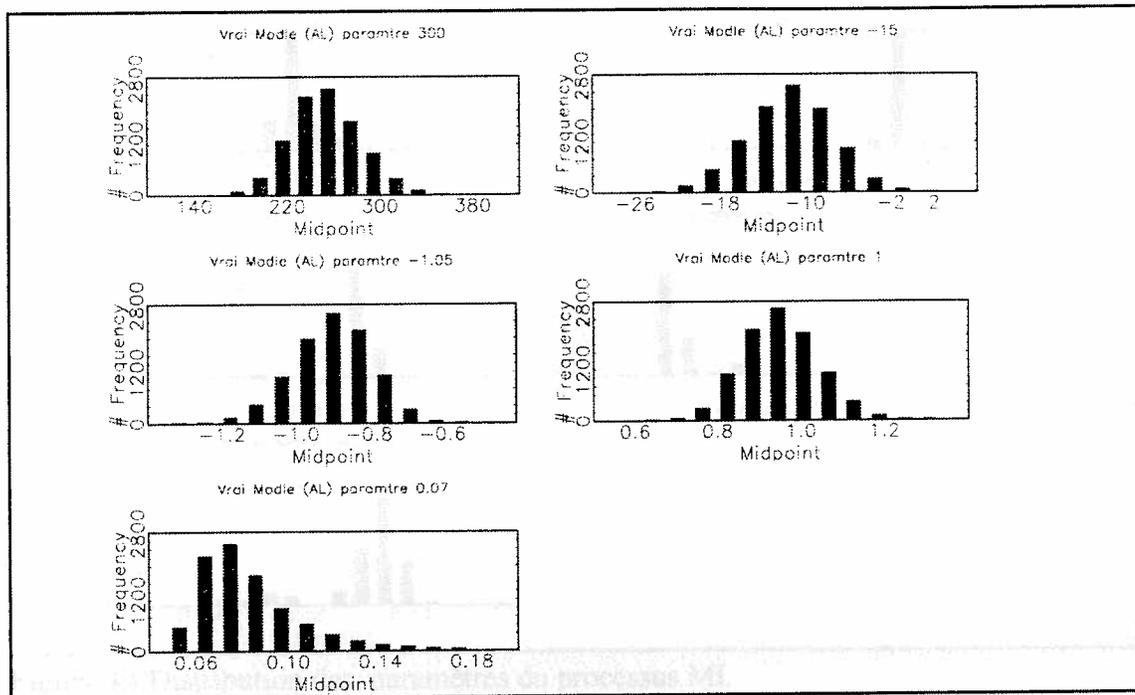
- (a) La valeur moyenne du paramètre associé au temps de déplacement est égale à 8.77 dans la méthode MI comparativement à **11.57** dans la méthode AL. Leurs écarts quadratiques moyens sont respectivement 53 et 28, soit à peu près **1.9** fois inférieur pour le processus AL.
- (b) La valeur moyenne du paramètre associé au coût pécuniaire du déplacement est

égale à **-0.83** dans le cas de l'approche MI comparativement à **-0.90** dans le cas de l'approche AL. Leurs écarts quadratiques moyens sont respectivement 0.058 et 0.033, soit **1.76** fois inférieur pour le processus AL.

- (c) La valeur du paramètre d'arbitrage obtenue en moyenne avec l'approche MI est égale à **0.102** comparativement à **0.089** dans la méthode basée sur l'approximation linéaire. Les écarts quadratiques moyens sont 0.01 et 0.076 respectivement (soit **7** fois supérieur pour le processus AL).

Ce dernier résultat semble à prime abord surprenant et quelque peu inattendu. Cependant, ce résultat doit être considéré avec précaution. En effet, la valeur de départ du paramètre d'arbitrage du processus itératif a été, par construction, supposé égale à la vraie valeur du temps théoriquement, perçue par les usagers du réseau. Ceci constitue de toute évidence un point de départ tout à fait exceptionnel. Il est fort probable que dans des applications réelles on soit incapable d'être aussi précis quant à la valeur de départ à utiliser.

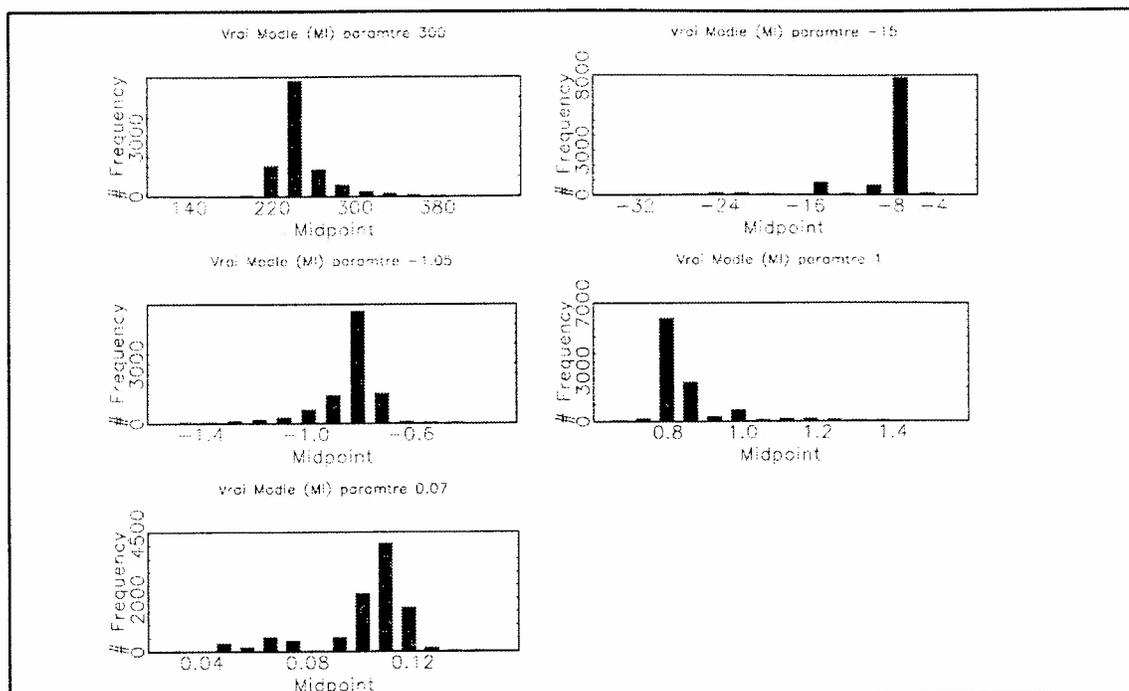
Nous avons vérifié numériquement l'effet du choix de la valeur de départ du paramètre d'arbitrage sur les performances relatives du processus itératif. Nous avons ainsi découvert que ce choix influence la valeur de convergence du processus itératif sans pour autant modifier le classement des estimateurs présentés dans les tableaux précédents. Par ailleurs, nous n'avons pu formuler une méthodologie qui nous permette déterminer de façon adéquate, une valeur de départ à donner au système. C'est pourquoi, nous nous sommes concentré sur le processus basé sur l'approximation linéaire qui est de toute évidence beaucoup plus souple quant au paramètre d'arbitrage. Pour toutes ces raisons nous avons préféré continuer à utiliser comme point de départ dans l'approche MI la valeur hypothétique 0.07 (approximativement 8\$/heure) et de comparer ces résultats "idéaux" avec ceux obtenus avec l'approche AL.



**Figure 13** Distributions des paramètres du processus AL.

Dans la figure numéro 13 sont présentés les distributions statistiques des paramètres estimés en utilisant l'approche basée sur l'approximation linéaire du coût généralisé de se déplacer. On constate que les distributions des paramètres du processus AL sont toutes très centrées autour des valeurs moyennes estimés soit 253, -11.8, -0.9, 0.95 et 0.09 respectivement (le biais des paramètres estimé est faible).

La distribution statistique associé au paramètre d'arbitrage montre la précision du processus dans l'évaluation de la valeur du temps. En particulier, le nombre de fois où le processus basé sur l'approximation linéaire des coûts généralisés s'est *trompé* dans l'évaluation de la valeur du paramètre d'arbitrage ( $\theta > 0.18$  ou  $\theta < 0.04$ ) est limité, soit 2.82% (282 fois sur 10,000 simulations).



**Figure 14** Distribution des paramètres du processus MI.

Enfin, dans la figure 14 sont présentées les distributions statistiques des paramètres obtenus à partir de la méthode itérative. Le nombre total d'observations utilisées afin de d'obtenir cette nouvelle série d'histogrammes est comme dans le cas précédent de 10,000.

De cette nouvelle série d'histogrammes deux résultats intéressants en ressortent.

- (1) Même si les distributions des paramètres ne sont pas normales, le biais relatif des paramètres estimés par la méthode itérative demeure toujours faible, surtout si on le compare aux méthodes déterministes (voir tableaux I à V).
- (2) Le paramètre d'arbitrage est beaucoup plus centré autour de sa valeur moyenne que dans le cas de l'approximation linéaire. Ce résultat, que nous avons déjà expliqué, se reflète de manière évidente dans la valeur de l'écart quadratique moyen associé à ce paramètre, soit 0.001 pour l'approche MI versus 0.076 pour le processus AL.

A la lumière de ces résultats nous pouvons affirmer que les deux approches nouvellement proposées (MI) et (AL) permettent d'estimer les paramètres de l'équation de demande de manière relativement précise. De plus, les résultats des simulations démontrent hors de tout doute que le processus basé sur l'approximation linéaire se rapproche le plus des résultats de la vraie structure du modèle de demande et du paramètre d'arbitrage.

Il est vrai que les deux processus MI et AL supposent une certaine connaissance intuitive de la vraie valeur du temps. En effet, le processus itératif requiert une valeur de départ du paramètre d'arbitrage dont l'écart par rapport à la vraie valeur du temps affecte évidemment les performances du dit processus. De même, le processus AL de toute évidence moins contraignant, requiert tout de même un intervalle de valeurs du paramètre  $\theta$  afin d'effectuer l'approximation linéaire des coûts généralisé de transport. Notons cependant que ces contraintes sont nécessaires si l'on veut tenir compte de manière adéquate de la relation simultanée qui lie l'estimation de la demande de transport et l'affectation dans le réseau. De plus il nous semble que ces deux types de contraintes sont surtout plus justifiables que supposer une valeur *ad hoc* fixe du paramètre d'arbitrage entre le temps et l'argent (dans le processus d'affectation) et procéder par la suite à l'estimation des autres paramètres de l'équation de demande.

Ceci complète l'analyse des résultats associés au réseau sans interaction entre les marchés. Bien que les résultats obtenus sont intéressants et très prometteurs du point de vue statistique il est peu probable que dans des applications réelles on rencontre ce type de structure de réseau sans interaction entre les marchés. C'est pourquoi il devient important d'analyser les performances des estimateurs proposés dans des conditions plus réalistes, soit avec un réseau de transport ou interviennent plusieurs marchés inter-reliés par des liens communs.

## 5.2 Un réseau de deux marchés avec interaction.

Dans cette section nous montrerons les points suivants:

- (a) Les résultats présentés dans la section précédente peuvent être généralisés à des situations où les réseaux et les échanges entre les marchés sont plus complexes.
- (b) L'utilisation de liens communs entre les marchés fait en sorte que les distributions statistiques des paramètres de l'équation de demande de transport sont plus centrées autour de leurs moyennes respectives que dans le cas où l'utilisation simultanée de certains liens par divers marchés est éliminée de façon arbitraire.
- (c) Le biais des paramètres relié à l'erreur de mesure des variables de type réseau varie d'importance selon le pourcentage d'utilisation du lien en commun par la demande totale.

Dans l'ensemble des scénarios analysés dans cette section, nous supposons une utilisation commune de certains liens du réseau par les usagers des marchés voisins. Également, tous les scénarios supposent aussi la présence de problèmes de congestions dans le réseau routier tel que vécu aux heures de pointe dans un réseau urbain.

Nous analyserons les effets de l'utilisation conjointe de liens du réseau routier, sur les distributions des paramètres estimés de la fonction de demande, et ce, pour chacun des estimateurs proposés. En particulier, nous examinerons le comportement statistique des estimateurs nouvellement proposés dans cette thèse lorsqu'en présence de cinq conditions distinctes d'utilisation du réseau routier. En effet, les réseaux auront comme unique

différence l'utilisation en pourcentage du lien partagé par les deux origine-destination. Ces réseaux routiers seront conçus de telle sorte que l'utilisation moyenne du lien en commun représente respectivement 0%, 25%, 50%, 75% et 100% de la demande de transport totale associée à l'ensemble des marchés desservis.

### **5.2.1 Resserrement des distributions des paramètres selon l'utilisation du lien commun.**

Afin d'illustrer le resserrement des distributions statistiques des paramètres estimés autour de leurs moyennes respectives, nous présentons dans un premier temps une comparaison graphique de ces distributions. Chacune des distributions a été obtenue en imposant un niveau différent d'utilisation des liens communs. Les observations utilisées dans cette première série de graphes représentent les résultats de cent simulations effectuées à l'aide de chacun des modèles et chaque niveau d'utilisation en pourcentage du lien partagé par les deux marchés.

Des essais numériques nous ont permis de conclure qu'utiliser un plus grand nombre de simulations ne change aucunement le sens général des résultats obtenus. Puisque le but de cet ensemble de figures est purement illustratif, et étant donné le temps relativement long d'exécution des programmes de simulation surtout de la partie associée au processus d'affectation, nous avons décidé de n'utiliser que le nombre minimal d'observations nécessaires.

De plus, pour ne pas alourdir inutilement le texte avec des résultats qui illustrent le même phénomène, nous présentons uniquement les distributions statistiques associées à l'approche basée sur l'approximation linéaire du coût généralisé de se déplacer. En effet, nous retrouvons le même type de comportement quelque soit le modèle analysé, dont le modèle basé sur la méthode itérative.

A l'intérieur de chaque figure, correspondant à chacun des niveaux d'utilisation en pourcentage des liens partagés par les deux marchés, nous constatons une série de quatre histogrammes distincts. Chaque histogramme, dont la présentation commence par celui de haut à gauche, présente la distribution statistique particulière à chacun des quatre paramètres estimés dans la fonction de demande de l'approche AL. La convention de lecture adoptée sera donc, le premier histogramme pour la constante (haut-gauche), le deuxième histogramme pour la variable temps (haut-droite), le troisième histogramme pour la variable coût monétaire (bas-gauche) et le quatrième histogramme pour la variable socio-économique (bas-droite).

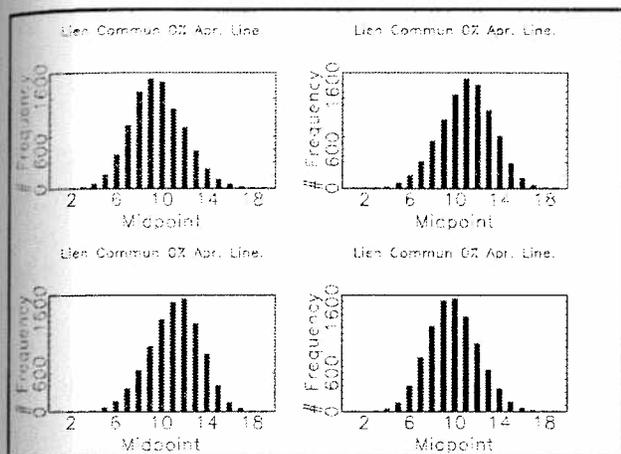


Figure 15 Utilisation à 0 pour-cent

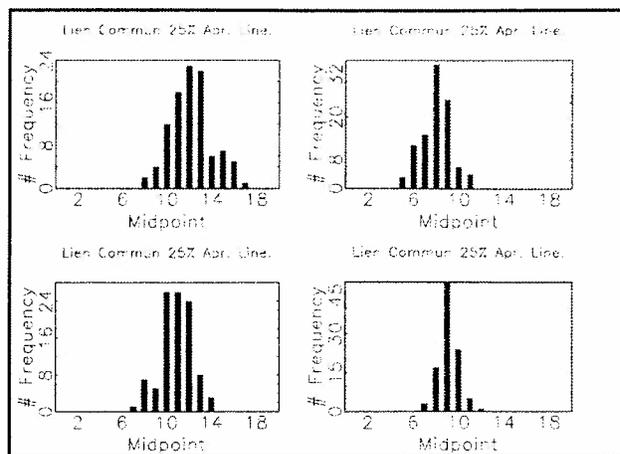


Figure 16 Utilisation à 25 pour-cent

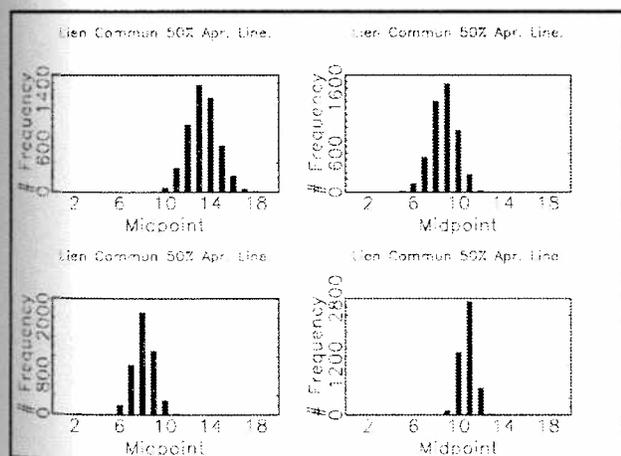


Figure 17 Utilisation à 50 pour-cent

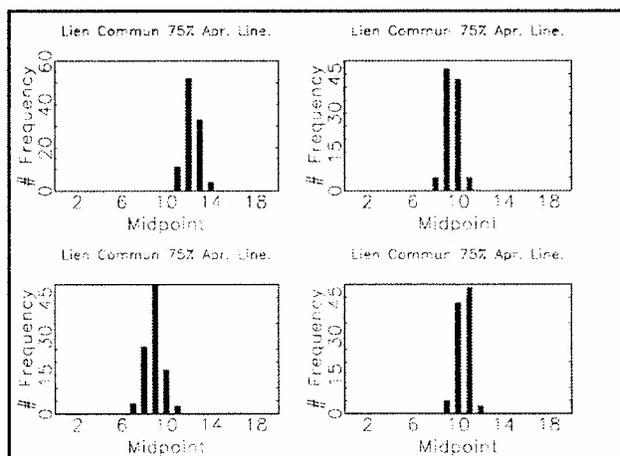


Figure 18 Utilisation à 75 pour-cent

Cependant, pour être capable d'interpréter convenablement ces distributions, il nous fallait déterminer une base commune d'intervalles où classes à l'ensemble des histogrammes selon le paramètre qu'ils représentent. Ainsi dans l'axe des abscisses de ces distributions statistiques nous retrouvons tout simplement une catégorisation artificielle dont le sens numérique est expliqué dans les deux tableaux qui suivent.

Les diverses classes ou intervalles, représentées dans les histogrammes par les valeurs 1 à 18 se lisent de la manière suivante:

ligne 1:	fréquence [1] =			x	$\leq b[1]$
ligne 2:	fréquence [2] =	b[1]	<	x	$\leq b[2]$
ligne 3:	fréquence [3] =	b[2]	<	x	$\leq b[3]$
.	.	.	.	.	.
ligne 18:	fréquence [18] =	b[17]	<	x	$\leq b[18]$

**Tableau VI** Construction des catégories des histogrammes.

où  $b[i]$  et  $b[i-1]$  avec  $i=2,\dots,18$  représentent la borne supérieure et la borne inférieure respectivement, de la  $i^{\text{ème}}$  catégorie (intervalle) de l'histogramme<sup>13</sup>. Par exemple, les valeurs associées au deuxième intervalle, dans le cas de la constante de régression sont  $b[1] = 142.02$  et  $b[2] = 161.03$ . Dans le tableau suivant nous retrouvons les valeurs numériques de chaque borne d'intervalle numéroté de 1 à 18 et ce pour chacun des paramètres analysés.

---

<sup>13</sup> Exception faite de la première catégorie qui regroupe toutes les valeurs en dessus de  $b[1]$ .

Ligne	Constante	Temps	Coût	Socio
1	148.02	-27.55	-1.35	0.61
2	161.03	-25.86	-1.30	0.65
3	174.04	-24.18	-1.26	0.69
4	187.05	-22.49	-1.21	0.73
5	200.06	-20.80	-1.16	0.77
6	213.07	-19.11	-1.12	0.81
7	226.08	-17.42	-1.07	0.85
8	239.09	-15.73	-1.02	0.89
9	252.10	-14.04	-0.98	0.93
10	265.11	-12.36	-0.93	0.97
11	278.12	-10.67	-0.88	1.01
12	291.13	-8.98	-0.84	1.06
13	304.14	-7.29	-0.79	1.10
14	317.15	-5.60	-0.74	1.14
15	330.16	-3.91	-0.70	1.18
16	343.17	-2.22	-0.65	1.22
17	356.18	-0.54	-0.60	1.26
18	369.19	1.15	-0.56	1.30

**Tableau VII** Liste des valeurs des bornes des histogrammes.

Le lecteur peut aisément remarquer en examinant attentivement l'axe des ordonnées des divers histogrammes, que ces derniers ne sont pas toujours construits avec le même nombre d'observations (sauf à l'intérieur d'un même ensemble). Bien que cela ne s'avère pas nécessaire, nous avons préféré utiliser des données additionnelles lorsque déjà disponibles. C'est le cas notamment du scénario où personne n'utilise le lien en commun et de celui où le chemin en commun est utilisé par 50% de la demande totale.

En effet, le scénario où personne n'utilise le lien partagé par les deux origine-destination du réseau bi-marché revient exactement à la situation où les usagers sont en présence de deux réseaux uni-marchés indépendants. Il est évident que dans ce cas, les observations obtenues dans le cadre du scénario uni-marché et dans le cadre du réseau bi-marché sont

égales. En ce sens, nous pouvons nous servir de l'ensemble des 10,000 observations déjà disponibles. En annexe nous présentons également les distributions statistiques obtenues avec 100 observations et avec l'ensemble des observations disponibles (10,000 et 5,000) lors de l'utilisation du lien commun par 0% et 50% de la demande totale.

Le deuxième scénario où nous avons utilisé plus de cent observations correspond au réseau défini tel que 50% de la demande totale utilise le lien en commun. Comme déjà mentionné, le temps d'exécution des programmes de simulation<sup>14</sup> est relativement long. Les délais requis afin d'exécuter le même nombre de simulations que dans le cas du réseau unimarché, pour chacun des scénarios étudiés, et uniquement pour fins d'illustration, nous ont donc semblé injustifiables. D'un autre côté, il était indispensable de choisir un scénario en particulier, afin d'analyser les propriétés asymptotiques des nouveaux estimateurs proposés, dans des conditions d'inter dépendance des marchés. Nous avons donc déterminé, en nous basant sur les cent premières simulations, que le scénario où 50% des usagers utilisent le lien en commun, était le plus intéressant à analyser d'un point de vue illustratif. Les autres situations n'étant que des simples situations alternatives sans intérêt additionnel particulier.

À cet effet, nous avons donc exécuté 5,000 simulations répondant aux conditions établies dans ce dernier scénario. Le choix maximal de 5,000 de simulations à exécuter à été établi d'après le même raisonnement statistique que celui présenté dans la section 5.1. En effet, après 5,000 simulations les mesures statistiques utilisées pour fins de comparaison, soit la moyenne, la variance et l'écart quadratique moyen, ne varient plus de manière significative.

Nous constatons donc un resserrement continu des distributions statistiques des paramètres à mesure que l'utilisation en pourcentage du lien partagé augmente. Pour comprendre ce

---

<sup>14</sup> Environ 2-3 minutes par simulation selon l'utilisation en pourcentage du lien en commun, comparativement à 30 secondes dans le cas du réseau unimarché.

phénomène, il faut à notre avis examiner les facteurs qui changent lorsque l'on passe d'un réseau simple-demande (un seul marché indépendant) à un réseau double-demande-interdépendant (deux marchés dépendants). En effet, le seul fait d'introduire plusieurs marchés parallèles non reliés par des liens communs ne modifie pas la distribution des paramètres de l'équation de demande. Cela étant vrai quelque soit le modèle utilisé (VPTC, MEPTC, MI et AL). Supposer des marchés parallèles revient en fait à traiter dans le processus d'affectation, chacune des paires origine-destination du réseau routier de manière indépendante, sans effet différent de ceux observés dans le cadre du réseau uni-marché.

Cependant, l'utilisation de liens communs à l'équilibre, constitue lui un changement majeur par rapport à la situation caractérisant le réseau simple. Du point de vue structurel, la situation sans lien partagé revient à postuler que chaque équation de demande  $ij$  est déterminée de manière indépendante (bien entendu en accord avec les conditions d'équilibre du réseau qui les dessert). Ainsi, à chaque marché nous pouvons associer un seul terme d'erreur. Au contraire, l'existence de liens partagés par plusieurs marchés implique que les termes d'erreurs associés à l'ensemble de ces marchés reliés par les liens communs, affectent de façon conjointe les diverses paires origine-destination du réseau routier.

De façon intuitive, on aurait pu s'attendre à ce que plus le réseau de transport auquel on fait face est complexe (en termes de l'utilisation de liens partagés et de la présence de congestion dans le réseau) moins les paramètres de l'équation de demande seront précis. Cependant, les résultats numériques nous montrent le contraire. Il semble donc que l'utilisation commune d'un certain nombre des liens du réseau se comporte comme une source additionnelle d'information (sur la géométrie et les contraintes de capacité du réseau) et influence à la baisse le biais des paramètres estimés de l'équation de demande de

transport<sup>15</sup>.

### 5.2.2 Exemple d'utilisation en pourcentage du lien en commun.

Afin de nous assurer que le lecteur comprend bien ce que l'on entend par pourcentage d'utilisation du lien partagé, nous allons présenter un exemple numérique. Les résultats présentés dans cet exemple proviennent de la première simulation lorsque le lien en commun aux deux marchés est utilisé par 50% de la demande totale.

Les usagers sont donc en présence d'un réseau routier qui relie deux marchés distincts. Chacun de ces deux marchés exploite trois chemins distincts dans le réseau, dont l'un d'entre eux est composé d'un lien partagé par les usagers des deux marchés. Au cours de la **première affectation** de cette **première simulation**, 202 personnes doivent se déplacer dans le premier marché et 210 se déplacent dans le deuxième marché, soit une demande totale de 412 personnes.

- Des 202 personnes qui se déplacent dans le premier marché, 127 personnes (63%) utilisent le premier et deuxième chemin du marché numéro 1 et 75 personnes (37%) le troisième chemin qui comprend le lien commun aux deux marchés.
- Des 210 personnes qui se déplacent dans le deuxième marché, 90 personnes (43%) utilisent le premier et le deuxième chemin du marché numéro 2 et 120 personnes (57%) utilisent le troisième chemin du marché numéro 2,

---

<sup>15</sup>

Approfondir d'avantage les raisons de ce résultat nous semblait sortir du cadre d'analyse de cette thèse. Néanmoins nous pensons que ceci constitue une question qu'il serait intéressant d'étudier au cours d'un autre projet de recherche.

chemin qui comprend le lien commun.

Ainsi 194 personnes sur 412 utilisent le lien commun, ce qui représente 47% de la demande totale. Pour compléter cet exemple nous présentons dans le tableau suivant les résultats détaillés de la première simulation en termes de pourcentages d'utilisation de chacun des chemins séparés et incluant le lien partagé, dans chacun des deux sous-réseaux routiers.

L'examen détaillé des résultats obtenus lors de la première simulation nous permet de constater que l'utilisation en pourcentage du lien commun varie grandement de réseau en réseau et entre les marchés. Nous pouvons donc confirmer que le processus d'affectation des usagers dans le réseau routier, basé sur le premier principe de Wardrop, ne suit pas un schéma uniforme et pré-établi mais qu'au contraire dépend des conditions physiques du réseau routier et des volumes de personnes qui s'y déplacent. En effet, l'utilisation du lien partagé par les deux marchés, par les usagers du premier marché, varie entre 0% et 63%. L'utilisation du même lien par les usagers du deuxième marché varie entre 47% et 100%. Ces deux résultats combinés nous donnent une utilisation du lien commun par la totalité des usagers qui varie entre 28% et 71%, soit 50% en moyenne pour l'ensemble de la simulation.

Ces valeurs qui apparaissent sont des pourcentages (50 réseaux Bi-marchés)					
Chemin 3 Chemin 3			Chemin 3 Chemin 3		
Marché 1	Marché 2	Lien Commun	Marché 1	Marché 2	Lien Commun
0.37	0.57	0.47	0.48	0.68	0.58
0.42	0.70	0.58	0.42	0.57	0.49
0.29	0.59	0.46	0.03	0.53	0.28
0.00	0.65	0.37	0.47	0.62	0.55
0.00	1.00	0.53	0.58	0.76	0.68
0.34	0.66	0.51	0.46	0.63	0.55
0.00	0.67	0.34	0.51	0.66	0.58
0.63	0.68	0.63	0.57	0.73	0.66
0.58	0.64	0.61	0.50	0.66	0.57
0.56	0.62	0.59	0.46	0.63	0.55
0.53	0.78	0.67	0.15	0.57	0.34
0.45	0.67	0.57	0.49	0.62	0.55
0.47	0.63	0.55	0.47	0.64	0.57
0.54	0.50	0.52	0.48	0.66	0.56
0.52	0.50	0.51	0.63	0.61	0.62
0.48	0.70	0.61	0.53	0.58	0.56
0.51	0.61	0.56	0.28	0.53	0.40
0.00	0.61	0.28	0.53	0.74	0.63
0.62	0.67	0.64	0.54	0.68	0.61
0.00	0.58	0.28	0.53	0.48	0.51
0.28	0.62	0.44	0.61	0.77	0.69
0.49	0.89	0.70	0.48	0.69	0.59
0.38	0.59	0.49	0.51	0.47	0.49
0.60	0.56	0.59	0.62	0.71	0.67
0.60	0.81	0.71	0.42	0.51	0.46

**Tableau VIII** Résultats détaillés première simulation. Lien commun utilisé par 50% des usagers.

### 5.2.3 Deux cas particuliers dans l'utilisation du lien en commun.

Dans le cadre de nos expérimentations nous permettant d'établir les effets de l'utilisation de liens partagés par les usagers du réseau routier sur les propriétés statistiques des estimateurs proposés, nous avons observé deux cas particuliers:

- Le premier cas correspond à la situation où le lien commun n'est pas utilisé à l'équilibre. Nous retrouvons donc la situation étudiée dans la section 5.1, situation caractérisée par des marchés séparés et indépendants. Les résultats statistiques et distributions des paramètres correspondent donc exactement à ceux déjà présentés dans la section 5.1.
  
- Le deuxième cas correspond à la situation où le lien partagé par les divers marchés est utilisé par la totalité des usagers se déplaçant dans le réseau de transport. Cette situation est équivalente à postuler que le choix du chemin utilisé par les individus à l'équilibre est déterminé à l'avance par une autorité centrale. Dans ce cas, la valeur du temps n'a plus aucune influence sur les temps et coûts monétaires des déplacements, ni donc sur le choix du chemin à utiliser à l'équilibre. Le choix du chemin à utiliser devient déterministe. Dans ces circonstances particulières, toutes les méthodes d'évaluation de l'équation de demande de transport<sup>16</sup> donneront les mêmes résultats. De fait les valeurs des paramètres estimés seront les mêmes quel que soit la procédure d'évaluation utilisée. En effet, plus l'on se rapproche d'une utilisation à 100% du lien en commun, plus on se rapproche d'une situation où les usagers sont en présence d'un seul chemin disponible. Dans quel cas, toute

---

<sup>16</sup> Qui utilisent le temps et/ou le coût moyen de se déplacer à l'équilibre comme variables explicatives de type réseau.

l'information concernant les attributs de ce chemin sont connus à l'équilibre, une fois que les volume de demande de transport de chaque marché sont connus.

Pour toutes ces raisons mentionnées ci-dessus, les scénarios que nous retenons pour une analyse comparative des résultats seront ceux dont 25%, 50% et 75% de la demande totale utilise le lien en commun.

#### **5.2.4 Analyse comparative des estimateurs proposés dans une situation de lien partagé.**

Nous procéderons en deux étapes pour analyser statistiquement le comportement des estimateurs proposés lorsqu'en présence d'un réseau où le lien partagé est utilisé à des degrés variables.

- 1.- D'abord, caractériser numériquement le comportement des estimateurs selon le pourcentage d'utilisation du lien en commun. Une première série de simulations, chacune d'elles composée par cent marchés, vont nous renseigner sur le comportement général de chacun des estimateurs étudiés, selon le niveau d'utilisation du lien en commun (25%, 50% et 75%). Compte tenu du nombre limité de simulations effectuées pour certains niveaux d'utilisation du lien en commun (soit à 25% et 75%), ces résultats statistiques ne doivent servir que comme indicateurs relatifs de performance, dans une perspective de classification générale des estimateurs analysés.
- 2.- Par la suite, nous analyserons les propriétés asymptotiques des estimateurs dans le cadre d'une utilisation à 50% du lien en commun par la demande totale. Pour ce faire nous utiliserons les résultats de 5,000 simulations effectuées. Nous serons alors en mesure de comparer statistiquement ces résultats à ceux obtenus en

supposant une utilisation nulle du lien en commun.

#### **5.2.4.1 Analyse comparative basée sur 100 simulations.**

Afin de faciliter les comparaisons entre les différents estimateurs, les mêmes critères que ceux utilisés dans la section 5.1 seront encore considérés soit la moyenne et l'écart quadratique moyen. Ces premiers résultats comparatifs nous donneront un aperçu d'ensemble des performances générales de chacun des estimateurs étudiés.

Les processus utilisant toute l'information disponible dominant comme attendu toutes les autres méthodes. En effet, et comme dans le cas du réseau à un seul marché, les processus VPTC et VPCG sont caractérisés par des écarts quadratiques moyens très faibles en comparaison au reste des estimateurs, et ce, quelque-soit le niveau d'utilisation du lien commun et quelque soit le paramètre considéré. Ainsi, et afin de simplifier l'analyse numérique, on ne présentera dans cette sous-section que des résultats associés aux deux processus usuels et aux deux méthodes alternatives proposées (bien que l'ensemble des résultats se trouvent dans l'annexe C).

En ce sens, et compte tenu du caractère général de ce premier ensemble de résultats, nous porterons notre attention uniquement sur les performances relatives des deux processus nouvellement proposés et des approches de type *ad hoc*. Par ailleurs, puisque c'est la problématique distribution-affectation qui nous préoccupe, on concentrera l'analyse sur les paramètres associés aux variables caractérisant le réseau de transport (temps et coût du déplacement).

**Paramètre associé au temps du déplacement.**

Utilisation du lien en commun	AL	MI	MEPTC	MEPCG
00%	-11.96 <sup>1</sup> (25.81) <sup>2</sup>	-8.57 (53.02)	15.33 (920.45)	17.37 (1048.26)
25%	-16.65 (7.32)	-14.79 (0.77)	2.45 (305.81)	15.71 (943.46)
50%	-15.64 (3.75)	-15.12 (3.96)	5.18 (409.00)	19.30 (1177.18)
75%	-14.34 (1.47)	-14.15 (5.64)	-5.49 (91.53)	1.71 (279.90)

(1) Valeur moyenne estimé des paramètres.

(2) Valeur de l'écart quadratique moyen.

**Paramètre associé au coût pécuniaire du déplacement.**

Utilisation du lien en commun	AL	MI	MEPTC	MEPCG
00%	-0.91 <sup>1</sup> (0.029) <sup>2</sup>	-0.82 (0.059)	-0.04 (1.002)	n/a
25%	-0.91 (0.022)	-1.03 (0.002)	-0.49 (0.305)	n/a
50%	-1.05 (0.001)	-1.04 (0.003)	-0.79 (0.067)	n/a
75%	-1.01 (0.002)	-1.02 (0.003)	-0.77 (0.080)	n/a

(1) Valeur moyenne estimé des paramètres.

(2) Valeur de l'écart quadratique moyen.

Les deux tableaux ci-dessus présentent les résultats obtenus avec cent simulations (par

modèle et par taux d'utilisation du lien partagé). Comme mesure de classification on présente la valeur moyenne du paramètre estimé ainsi que l'écart quadratique moyen correspondant. D'après ces deux mesures statistiques il appert de le processus basé sur l'approximation linéaire domine toutes les autres approches sauf dans le cas où le lien partagé est utilisé par 25% de la demande de transport des deux marchés combinés.

Dans ce dernier scénario, l'approche itérative MI semble dominer les autres approches:

- 1.- Dans le cas du paramètre associé au temps du déplacement nous observons un écart quadratique moyen de 0.77 comparativement à 7.3 pour la méthode AL, 943 pour l'approche MEPCG et 305 pour l'approche MEPTC.
- 2.- Dans le cas du paramètre associé au coût pécuniaire du déplacement, c'est la méthode itérative (MI) qui possède le plus petit biais et variance des trois approches comparées. On observe ainsi une valeur de l'écart quadratique moyen de la méthode itérative dix fois inférieure à celle obtenue à partir l'approche basée sur approximation linéaire (0.022) et 150 fois plus petite que celle obtenue avec l'approche MEPTC (0.305).

Il faut toutefois se rappeler que la méthode itérative requiert que l'on se donne une valeur du temps en tant que point de départ des itérations et que nous avons supposé celle-ci égale à la vraie valeur caractérisant les modèles VPCG et VPTC (soit 0.07). Cependant, tout comme lors de l'analyse du réseau sans lien partagé par les marchés, le choix d'une autre valeur de départ augmente le biais du paramètre estimé sans toutefois changer l'ordonnancement présenté ci-dessus par rapport aux méthodes de type *ad hoc* (soit MEPTC et MEPCG).

Les valeurs moyennes du paramètre associé au temps de déplacement, estimées avec le

processus MEPTC se situe entre -5.49 (utilisation à 75% du lien commun) et 15.91 (utilisation à 0% du lien en commun). Dans le cas du processus MEPCG, les valeurs moyennes se situent entre 1.71 et 19.30. Comme l'on devait s'y attendre, on constate un renversement du signe à mesure que l'on se rapproche de la situation où il ne reste plus qu'un lien disponible.

Par ailleurs, plus l'utilisation en pourcentage du lien commun s'accroît, plus la variance du paramètre obtenu avec le processus MI augmente en valeur. De sorte que les écarts quadratiques moyens de MI deviennent plus importants que les valeurs correspondantes de AL. Le processus AL se distingue des autres approches par des variances des paramètres plus stables quel que soient les niveaux d'utilisation du lien commun.

La classification entre les divers processus, déjà établie dans le contexte de marchés indépendants, semble également se maintenir dans le contexte de marchés reliés par des liens partagés à l'équilibre. De plus, les deux processus nouvellement proposés deviennent plus précis à mesure que l'utilisation du lien commun augmente.

#### **5.2.4.2 Propriétés asymptotiques dans le cadre d'une utilisation à 50% du lien en commun.**

Pour confirmer que les processus nouvellement proposés constituent une amélioration considérable par rapport aux approches *ad hoc* lorsqu'en présence de liens partagés, nous allons maintenant analyser leurs propriétés asymptotiques. Le lien partagé sera supposé être utilisé par 50% de la demande totale.

Les tableaux numérotés de (IX) à (XIII) résument les performances relatives des divers processus considérés. Pour fins de comparaison, on utilise à nouveau deux mesures statistiques, soient, les valeurs moyennes de chacun des paramètres estimés ainsi que la

valeur de l'écart quadratique moyen correspondant. L'ensemble de ces valeurs statistiques a été évalué en utilisant la totalité de l'échantillon disponible, soit 5,000 observations pour chacun des processus.

**Tableaux de Résultats (5,000 Simulations)**

**Utilisation du lien en commun par 50% de la demande totale**

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 300

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	299.18	28.07	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	299.83	30.82	VPTC
Approche Courante (CG)	0.74	89601.87	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	267.81	1342.99	MEPTC
Méthode Itérative	296.98	483.10	
Approximation Linéaire	307.25	386.41	

**Tableau IX** 5000 Simulations: constante.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -15

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	-14.91	0.17	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-15.04	0.33	VPTC
Approche Courante (CG)	19.26	1175.07	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	5.27	412.75	MEPTC
Méthode Itérative	-14.67	5.85	
Approximation Linéaire	-15.82	4.72	

**Tableau X** 5000 Simulations: temps du déplacement.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
 Vraie Valeur du paramètre = -1.05

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-1.04	0.0008 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-1.04	0.0009 VPTC
Approche Courante (Temps et Coût)	-0.78	0.0710 MEPTC
Méthode Itérative	-1.03	0.0031
Approximation Linéaire	-1.05	0.0021

**Tableau XI** 5000 Simulations: coût monétaire du déplacement.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
 Vraie Valeur du paramètre = 1

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	0.995	0.0006 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	0.996	0.0006 VPTC
Approche Courante (CG)	0.390	0.3715 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	0.637	0.1316 MEPTC
Méthode Itérative	0.994	0.0009
Approximation Linéaire	0.992	0.0007

**Tableau XII** 5000 Simulations: socio économique.

Comme dans le cas du réseau uni-marché, un dernier tableau est nécessaire afin de présenter la précision relative des deux processus nouvellement proposés à estimer la valeur du temps, perçue par les usagers.

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 0.07

Estimateurs	Moyenne	EQM
Méthode Itérative	0.073060	0.000215
Approximation Linéaire	0.067584	0.000048

---

**Tableau XIII** 5000 Simulations: valeur du temps.

### Résultats des processus VPTC et VPCG.

Comme attendu, les paramètres associés aux processus VPCG et VPTC sont encore les moins biaisés et les plus centrés autour de leur moyenne parmi l'ensemble des estimateurs analyses. De même les écarts quadratiques moyens des paramètres associés sont encore très faibles comparativement aux valeurs des autres processus étudiés, surtout par rapport aux méthodes *ad hoc* (MEPTC et MEPCG).

La valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre temps de déplacement du processus VPTC est:

- **1250** fois plus petite que celle du processus utilisé en pratique (**MEPTC**).
- **18** fois plus petite que celle du processus itératif (**MI**).
- **14** fois plus petite que celle du processus basé sur l'approximation linéaire (**AL**).

De même, la valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre coût monétaire de se déplacer obtenue à partir des résultats du processus VPTC est:

- **78** fois plus petite que celle du processus utilisé en pratique (**MEPTC**).

- **3.4** fois plus petite que celle du processus itératif (**MI**).
- **2.3** fois plus petite que celle du processus basé sur l'approximation linéaire (**AL**).

Les mêmes conclusions s'appliquent dans le cas des résultats obtenus avec le processus VPCG. En particulier, la valeur de l'écart quadratique moyen du paramètre associé au temps de déplacement est **6912** fois plus petite que celle du processus *ad hoc* correspondant (**MEPCG**).

#### **Résultats des processus MI et AL.**

Les paramètres obtenus avec les deux approches nouvellement proposées possèdent tous les bons signes ainsi que des valeurs moyennes extrêmement proches des vraies valeurs hypothétiques des paramètres. De plus, les quatre tableaux précédents montrent clairement que le processus basé sur l'approximation linéaire domine le processus itératif en termes d'écart quadratique moyen. Ceci malgré le fait que le processus AL est beaucoup moins contraignant que l'approche itérative en ce qui concerne la valeur de départ à donner au paramètre d'arbitrage.

Les principaux résultats évalués à partir des résultats de ces deux méthodes sont:

- (a) La valeur moyenne du paramètre associé au temps de déplacement est égale à **-14.67** dans la méthode MI comparativement à **-15.82** dans la méthode AL. Leurs écarts quadratiques moyens sont respectivement 5.85 et 4.72, soit à peu près **1.24** fois inférieur pour le processus AL.
- (b) La valeur moyenne du paramètre associé au coût pécuniaire est égale à **-1.03** dans la méthode itérative comparativement à **-1.05** dans la méthode AL. Leurs écarts

quadratiques moyens sont respectivement 0.0031 et 0.0021, soit **1.48** fois inférieur pour le processus AL.

- (c) La valeur associé au paramètre d'arbitrage est égale à **0.073** dans la méthode MI comparativement à **0.067** dans la méthode AL et leurs écarts quadratiques moyens sont égaux à 0.000215 et 0.000048 respectivement (soit **4.48** fois inférieur pour l'approche basée sur l'approximation linéaire).

Contrairement à la situation étudiée dans la section 5.1 où il n'existait aucun lien commun entre les origine-destination desservies par le réseau routier (voir tableau 5), ce dernier résultat répond plus à nos attentes et cela malgré les caractéristiques très avantageuses du processus itératif que nous avons présenté à maintes reprises.

Dans les deux tableaux suivant nous proposons de comparer les résultats obtenus avec les approches AL, MI, MEPTC et MEPCG avec deux types d'échantillons différents et pour deux niveaux d'utilisation du lien commun. Nous serons ainsi en mesure de comparer les valeurs moyennes des paramètres (temps et coût) estimés avec 100 et 10,000 observations lorsque le lien partagé n'est pas utilisé, et les valeurs des paramètres estimés avec 100 et 5,000 observations lorsque le lien partagé est utilisé par 50% des usagers.

Ces deux tableaux de résultats viennent confirmer que:

- (a) Les résultats obtenus avec uniquement 100 simulations peuvent être utilisés comme base de comparaison afin d'évaluer les performances relatives de chacun des modèles analysés dans ce texte.
- (b) Les deux estimateurs nouvellement proposés sont relativement stables et précis au

niveau de la valeur estimé des paramètres, par rapport aux valeurs hypothétiques simulées.

- (c) Les résultats obtenus avec les méthodes *ad hoc* sont très biaisés, au point de même changer de signe (voir utilisation du lien partagé par 0%, 25% et 50% des usagers).

**Paramètre associé au temps du déplacement.**

Utilisation du lien en commun	AL	MI	MEPTC	MEPCG
00% 100 Obs.	-11.96 <sup>1</sup> (25.81) <sup>2</sup>	-8.57 (53.02)	15.33 (920.45)	17.37 (1048.26)
00% 10,000 Obs.	-11.52 (28.01)	-8.77 (53.59)	15.33 (920.27)	17.37 (1048.40)
50% 100 Obs.	-15.64 (3.75)	-15.12 (3.96)	5.18 (409.00)	19.30 (1177.18)
50% 5,000 Obs.	-15.82 (4.72)	-14.67 (5.85)	5.27 (412.75)	19.26 (1175.07)

(1) Valeur moyenne estimé des paramètres.

(2) Valeur de l'écart quadratique moyen.

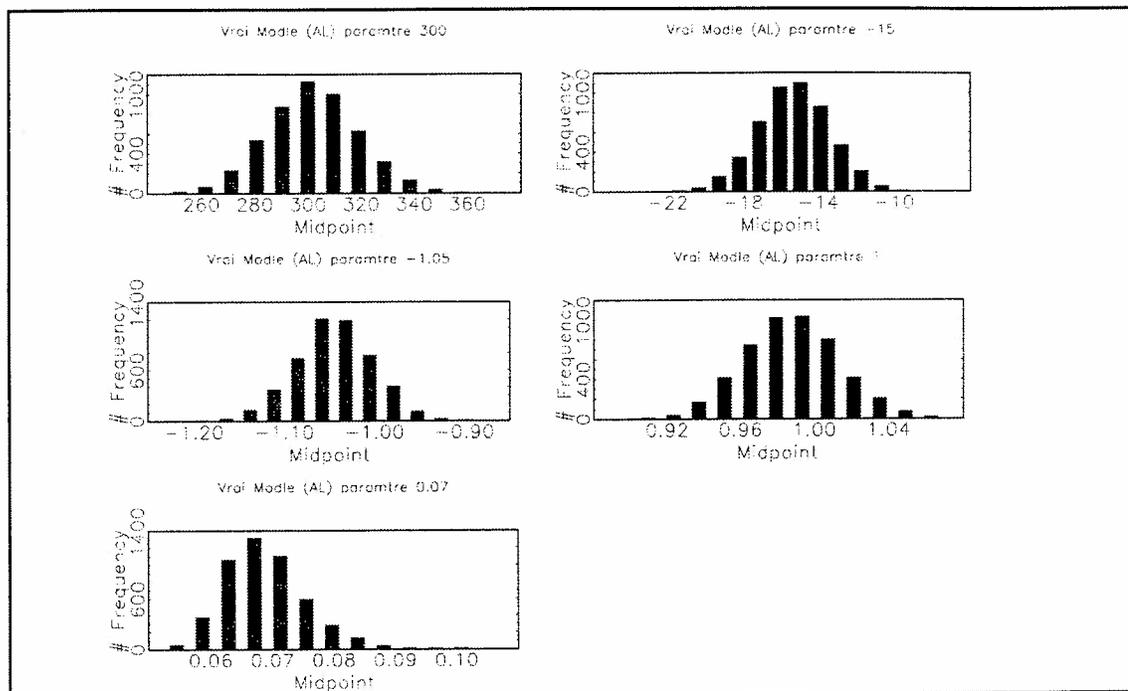
**Paramètre associé au coût pécuniaire du déplacement.**

Utilisation du lien en commun	AL	MI	MEPTC	MEPCG
00% 100 Obs.	-0.91 <sup>1</sup> (0.029) <sup>2</sup>	-0.82 (0.059)	-0.04 (1.002)	n/a
00% 10,000 Obs.	-0.90 (0.033)	-0.83 (0.058)	-0.05 (1.003)	n/a
50% 100 Obs.	-1.05 (0.002)	-1.04 (0.003)	-0.79 (0.067)	n/a
50% 5,000 Obs.	-1.05 (0.002)	-1.03 (0.003)	-0.79 (0.071)	n/a

(1) Valeur moyenne estimé des paramètres.

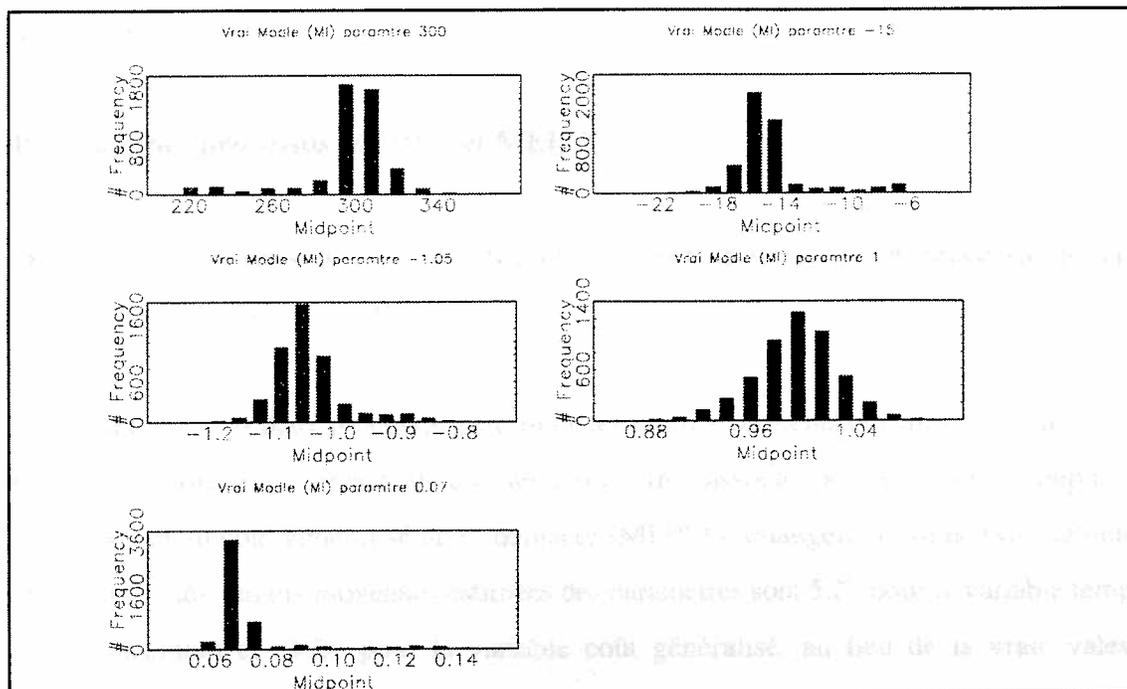
(2) Valeur de l'écart quadratique moyen.

Pour conclure la description des résultats obtenus à partir des deux processus nouvellement proposés nous présentons dans les deux figures suivantes les distributions statistiques des paramètres estimés.



**Figure 19** Distributions des paramètres obtenus avec le processus AL.

Les distributions des paramètres du processus AL sont toutes très centrées autour de la valeur moyenne du paramètre estimé comme dans le cas du réseau uni-marché. On constate aisément à partir de ces cinq distributions que le biais des paramètres estimés est très faible.



**Figure 20** Distributions des paramètres obtenus avec le processus MI.

Dans cette dernière figure sont présentées les distributions statistiques des paramètres obtenus à partir de la méthode itérative. Comme dans le cas précédent où nous considérons des marchés indépendants, les distributions des divers paramètres ne semblent pas avoir une forme statistique normale. Malgré cela, le biais relatif des paramètres estimés par la méthode itérative demeure toujours très faible surtout si on le compare à celui des deux approches déterministes.

A la lumière de tous ces résultats nous pouvons conclure que les deux processus proposés (Méthode Itérative et Approximation Linéaire) permettent d'estimer les paramètres de l'équation de demande de manière efficace. Les paramètres estimés avec ces deux approches sont convergents et robustes et de plus sont cohérents avec les conditions d'équilibre qui prévalent dans le réseau routier. Par ailleurs, les résultats des simulations démontrent hors de tout doute que le processus basé sur l'approximation linéaire se rapproche le plus des résultats de la vraie structure du modèle de demande et du paramètre

d'arbitrage.

### **Résultats des processus MEPTC et MEPCG.**

De nouveau nous pouvons conclure à la pauvre performance relative des processus de type déterministe MEPTC et MEPCG.

Les paramètres des deux processus déterministes estimés sont encore fortement biaisés. Ce biais est encore aussi important que les paramètres associés au temps de se déplacer (MEPTC) et au coût généralisé de se déplacer (MEPCG) changent de signe (voir tableau 10). En effet les valeurs moyennes estimées des paramètres sont 5.27 pour la variable temps du déplacement et 19.26 pour la variable coût généralisé, au lieu de la vraie valeur hypothétique -15.

De façon analogue, les autres paramètres de l'équation de demande sont aussi biaisés, -0.78 pour la variable coût pécuniaire (méthode MEPTC) au lieu de -1.05, 0.39 (méthode MEPCG) et 0.63 (méthode MEPTC) pour la variable socio-économique au lieu de 1. Nonobstant, les signes associés à ces paramètres sont conformes à ceux attendus.

Ces nouveaux résultats viennent appuyer notre raisonnement selon lequel la cause de l'inversion de signe doit être reliée à la mesure erronée des variables de type réseau. Dans le chapitre suivant il sera démontré comment il est possible que des erreurs de mesure, non seulement biaisent les paramètres de la fonction estimée, mais aussi peuvent provoquer des inversions de signe de certains des paramètres.

## VI-DÉVELOPPEMENT THÉORIQUE ET INFÉRENCE STATISTIQUE SUR LE PROBLÈME D'ERREUR DE MESURE DE VARIABLES EXPLICATIVES.

De manière générale, lorsqu'on doit tenir compte d'erreur de mesure de variables explicatives, on postule des hypothèses assez fortes concernant les caractéristiques de ces erreurs et des relations qui les lient aux vraies variables explicatives. Mais ces hypothèses sont rarement validées à partir des données empiriques utilisées lors de l'estimation des modèles économétriques.

Nombreux sont les auteurs ayant montré l'existence d'erreurs de mesure dans leurs données empiriques disponibles. Cash et Moss (1972) ont montré l'existence d'erreurs de mesure dans les rapports d'accident d'automobile et Bound et Krueger (1991) ont fait de même avec le rapport des gains annuels. Lorsqu'il a été possible d'évaluer les hypothèses usuelles concernant les erreurs de mesure avec les données empiriques disponibles, il a été montré que ces hypothèses sont souvent violées (Rodgers W.L. et Herzog 1987)

*When it has been possible to evaluate standard assumptions about measurement errors, it has been shown that the the usual hypothesis are often violated, and that these violations introduce biases into estimates of model parameters (Rodgers W.L. et al 1993 Journal of the American Statistical Association).*

Dans ce chapitre nous nous efforcerons de démontrer les effets des erreurs de mesure de variables explicatives, sur l'estimation des paramètres de l'équation de demande, dans une approche économétrique distribution-affectation. En particulier, nous démontrerons comment dans ce type d'approche, les erreurs de mesure caractérisant les conditions du réseau font changer de signe certains des paramètres de l'équation de demande de transport. A notre connaissance, personne n'à encore démontré que l'erreur de mesure de variables explicatives puisse influencer le signe des paramètres estimés.

### 6.1 Erreurs de mesure, le cas usuel.

Soit le vrai modèle  $y = \tilde{X}\beta + u$  où  $\tilde{X}$  correspond à la matrice des vrais variables mais non observées et soit  $X$  la matrice des variables observées où  $X = \tilde{X} + V$  ou  $V$  représente la matrice des erreurs de mesure ( $[X - \tilde{X}]$ ). Si par la suite on remplace les variables observées dans le vrai modèle nous obtenons  $y = X\beta + (u - V\beta)$ . L'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires est donc  $b = (X'X)^{-1}X'y$  qui est équivalent à  $b = \beta + (X'X)^{-1}X'(u - V\beta)$ . En termes de probabilité limite  $\text{plim}(b)$ , ceci va être égal à :

$$\text{plim}(b) = \beta + \text{plim}\left(\frac{1}{n}(X'X)^{-1}X'(u - V\beta)\right) \quad (36)$$

Si on développe la forme générale de la probabilité limite, n'excluant aucun des éléments qui la composent, nous obtenons l'égalité suivante.

$$\begin{aligned} \text{plim}(b) = \beta + & \left[ \text{plim}\left(\frac{1}{n}\tilde{X}'\tilde{X}\right) + \text{plim}\left(\frac{1}{n}V'V\right) + \text{plim}\left(\frac{1}{n}\tilde{X}'V\right) + \text{plim}\left(\frac{1}{n}V'\tilde{X}\right) \right]^{-1} \\ & * \left[ \text{plim}\left(\frac{1}{n}\tilde{X}'u\right) + \text{plim}\left(\frac{1}{n}V'u\right) - \text{plim}\left(\frac{1}{n}\tilde{X}'V\right)\beta - \text{plim}\left(\frac{1}{n}V'V\right)\beta \right] \end{aligned} \quad (37)$$

Afin de simplifier les notations, soient les définitions suivantes:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} \tilde{X}' \tilde{X} \right) \\
 \Omega &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} V' V \right) \\
 \Pi_1 &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} \tilde{X}' V \right) \\
 \Pi_2 &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} V' \tilde{X} \right) \\
 \Pi_3 &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} \tilde{X}' u \right) \\
 \Pi_4 &= \text{plim} \left( \frac{1}{n} V' u \right) \\
 \Pi_5 &= -\Pi_1 \beta \quad \Pi_6 = -\Omega \beta
 \end{aligned} \tag{38}$$

Suite à ces définitions, la probabilité limite du vecteur de paramètres  $b$  peut se réécrire sous une forme concentrée, soit,

$$\text{plim}(b) = \beta + [\Sigma + \Omega + \Pi_1 + \Pi_2]^{-1} * [\Pi_3 + \Pi_4 - \Pi_5 - \Pi_6] \tag{39}$$

Supposons les hypothèses usuelles suivantes, que nous appellerons **standards**, soit:

- (a) Les erreurs de mesure et les vraies variables explicatives ne sont pas corrélées.
- (b) Le bruit blanc (plus toute erreur de mesure de  $Y$ ) n'est pas corrélé à la limite avec les vraies variables explicatives et les erreurs de mesure.

Dans ce cas, on peut montrer que les estimés de tous les coefficients, y compris la constante, ainsi que ceux associés à des variables explicatives correctement mesurées,

seront biaisés, soit à la hausse soit à la baisse<sup>17</sup>. De même, on peut aussi démontrer, si l'on tient compte des hypothèses mentionnées ci-dessus, le biais généré par l'erreur de mesure sera donné approximativement par la variance de l'erreur et la variance de l'erreur de mesure. De plus, le sens du biais dépend des valeurs des paramètres. Mais, fait fort intéressant, nous pouvons aussi démontrer que si les hypothèses nommées standards sont vérifiées, alors il est tout à fait impossible d'obtenir des inversions du signe du paramètre associé à la variable mal mesurée.

En effet, si l'ensemble des hypothèses usuelles sont vérifiées, la probabilité limite des paramètres de l'équation à estimer sera donnée par la relation suivante:

$$\begin{aligned} \text{plim}(b) &= \beta + [\Sigma + \Omega]^{-1} * [- \Omega \beta] \\ \text{plim}(b) &= \beta - [\Sigma + \Omega]^{-1} * [\Omega \beta] \end{aligned} \tag{40}$$

Supposons un vecteur de variables explicatives  $X$ , composé d'une constante, d'une variable de type réseau, par exemple, le coût généralisé de se déplacer ( $X_{1ij}$ ) et d'une variable de type socio-économique ( $X_{2ij}$ ). La matrice des variables explicatives est donc  $X = [\text{constante } X_{1ij} X_{2ij}]$  et les paramètres associés à chacune de ces variables sont  $\beta = [\beta_0 \beta_1 \beta_2]$ . Supposons également que l'erreur de mesure se situe au niveau de l'évaluation du coût généralisé<sup>18</sup>.

La structure du vrai modèle à estimer est supposée être  $g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \tilde{X}_{1ij} + \beta_2 \tilde{X}_{2ij} + u_{ij}$  mais les variables explicatives observées en réalité sont supposé être telles que  $X_{1ij} = \tilde{X}_{1ij} + v_{1ij}$  et  $X_{2ij} = \tilde{X}_{2ij}$ .

<sup>17</sup> Voir Johnston "Méthodes économétriques"

<sup>18</sup> Évalué par exemple en supposant la valeur du paramètre  $\theta$  égale à 0, et donc, ne tenant compte que du temps de déplacement lors du processus d'affectation et des conditions d'équilibre dans le réseau.

Le modèle que l'on estime en pratique est donc égal à  $g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 X_{1ij} + \beta_2 \tilde{X}_{2ij} + \varepsilon_{ij}$  ce qui revient à estimer  $g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \tilde{X}_{1ij} + \beta_2 \tilde{X}_{2ij} + (\varepsilon_{ij} + \beta_1 v_{1ij})$  où  $(\varepsilon_{ij} + \beta_1 v_{1ij}) = u_{ij}$ .

Afin de simplifier la notation nous allons omettre à partir de maintenant les indices ij représentant les divers marchés (origine-destination). Soient  $\Sigma, \Omega$  les deux matrices suivantes:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_2 & \lambda_2 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \sigma_1 + \mu_1^2 \\ \lambda_2 &= cov_{12} + \mu_1 \mu_2 \\ \lambda_3 &= \sigma_2 + \mu_2^2 \\ \lambda_4 &= \sigma_{v1} + \mu_{v1}^2 \end{aligned}$$

Si on développe en détail le terme général de la probabilité limite de b, sous les hypothèses présentées ci-dessus (qui reviennent à supposer que  $\Pi_1=0$   $\Pi_2=0$   $\Pi_3=0$  et  $\Pi_4=0$ ), on trouve que le déterminant de  $[\Sigma + \Omega]^{-1}$  (que nous dénoterons DETS) sera égal à  $\sigma_2 (\sigma_1 + \sigma_{v1} + \mu_{v1}^2) - (cov_{12})^2$ , après les simplifications<sup>19</sup> qui s'imposent. De plus, puisque le terme  $\sigma_1 \sigma_2$  est supérieur ou égal à  $cov_{12}$  alors on peut affirmer que le déterminant de  $[\Sigma + \Omega]^{-1}$  ne sera jamais négatif.

<sup>19</sup> Notons que  $\sigma, \mu, cov$ , représentent l'écart-type, la moyenne et la covariance, respectivement.

Cette démonstration aurait peut être largement simplifiée. En effet, il suffit de constater que les matrices sigma et oméga sont toutes deux définies positives et que donc la matrice  $[\Sigma + \Omega]$  est elle aussi définie positive<sup>20</sup>. Dans ce cas on démontre que son déterminant sera aussi positif.

Mais pour fins de présentation et afin de faciliter la compréhension des résultats lorsque nous relâcherons les hypothèses usuelles, nous préférons continuer en montrant le détail de l'ensemble des opérations. Ainsi, l'inversion du terme  $[\Sigma + \Omega]$  nous donne:

$$[\Sigma + \Omega]^{-1} = \frac{1}{\det[\Sigma + \Omega]} \begin{bmatrix} \lambda_3(\lambda_1 + \lambda_4) - \lambda_2^2 & -(\mu_1\lambda_3 - \mu_2\lambda_2) & \mu_1\lambda_2 - \mu_2(\lambda_1 + \lambda_4) \\ -(\mu_1\lambda_3 - \mu_2\lambda_2) & \lambda_3 - \mu_2^2 & -(\lambda_2 - \mu_1\mu_2) \\ \mu_1\lambda_2 - \mu_2(\lambda_1 + \lambda_4) & -(\lambda_2 - \mu_1\mu_2) & \lambda_1 + \lambda_4 - \mu_1^2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

et puisque la matrice  $\Pi_6$  est égale à

$$\Pi_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_1\lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

alors, la probabilité limite des paramètres à estimer ( $plim(b)$ ) est égale à

$$plim(b) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma_2(\sigma_1 + \sigma_{v_1} + \mu_{v_1}^2) - cov_{12}^2} \begin{bmatrix} \beta_1(\mu_1\sigma_2\sigma_{v_1} + \mu_1\sigma_2\mu_{v_1}^2 - \sigma_{v_1}\mu_2cov_{12} - \mu_1\mu_2\mu_{v_1}^2cov_{12}) \\ \beta_1(\sigma_{v_1}\sigma_2 + \sigma_2\mu_{v_1}^2) \\ \beta_1(\sigma_{v_1}cov_{12} + \mu_{v_1}^2cov_{12}) \end{bmatrix} \quad (42)$$

<sup>20</sup> Balastra P. "Calcul Matriciel pour Économistes".

Plus particulièrement, si on analyse de plus près la probabilité limite du paramètre associé à la première variable explicative ( $b_1$ ), nous pouvons remarquer que le terme  $\sigma_2\sigma_{v_1} + \sigma_2\mu_{v_1}^2$  du numérateur sera toujours inférieur ou égal à la valeur du déterminant, soit  $\sigma_2\sigma_1 - cov_{12} + \sigma_2\mu_{v_1}^2 + \sigma_2\sigma_{v_1}$  et cela, quelque soit la valeur prise par  $\mu_{v_1}$  (qui de toute évidence peut être supposée égale à zéro sans que cela modifie l'ensemble du raisonnement).

Il est donc clair que le paramètre associé à la variable mal mesurée ne peut changer de signe uniquement à cause du biais d'erreur de mesure, en autant que les hypothèses standard soient vérifiées<sup>21</sup>.

Mais contrairement aux conclusions que l'on dérive du cas standard, l'ensemble des résultats numériques obtenus lors des simulations de Monte Carlo, montrent que les processus ad-hoc se caractérisent par l'inversion du signe du paramètre associé à la variable mesurée avec erreur. En particulier, dans le cas du modèle MEPCG, le coût généralisé de se déplacer possède le mauvais signe (une augmentation du coût généralisé de se déplacer provoque une augmentation des déplacements entre l'origine et la destination). Dans le modèle MEPTC, le temps du déplacement a aussi le mauvais signe (une augmentation du temps de déplacement entraîne une augmentation des déplacements origine-destination).

Il semblerait donc, que le fait d'imposer les hypothèses que nous appelons standards, font en sorte que l'on néglige certains effets propres à ce type de système simultané distribution-affectation. Et que si on tient compte de ces effets, alors il serait possible d'obtenir des inversions de signe des paramètres.

---

<sup>21</sup> J Johnson, Méthodes économétriques Tome 2 troisième édition pages 507-509

A la lumière de ces faits, il devient nécessaire de recommencer la démonstration concernant les erreurs de mesure. Mais cette fois-ci, nous ne poserons aucune hypothèse ex-ante sur les relations caractérisant les différentes composantes du système (soit les corrélations entre l'erreur aléatoire, l'erreur de mesure et les variables explicatives). Nous verrons ainsi, si dans ce cas bien précis il est possible ou non d'obtenir des inversions dans le signe des paramètres associés aux variables mal mesurées, qui dans notre étude correspondent aux variables caractérisant les conditions d'équilibre dans le réseau étudié.

### 6.2 Erreurs de mesure, le cas général.

Pour faciliter un peu plus la notation, nous allons omettre à partir de maintenant l'indice de l'erreur de mesure. En effet, nous ne considérons pour le moment que le cas où une seule variable explicative est mesurée avec erreur.

Pour cette nouvelle démonstration, nous avons besoin de définir cinq nouvelles matrices associées aux différents termes supposés égaux à zéro, dans le cadre des hypothèses **standards**. Plus précisément, ces matrices sont égales à;

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mu_v & 0 \\ 0 & \pi_1 & 0 \\ 0 & \pi_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \Pi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \mu_v & \pi_1 & \pi_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} \mu_w \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{bmatrix} \quad \Pi_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi_5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

enfin  $\Pi_5 = -\Pi_1 \beta$  et  $\Pi_6 = -\Omega \beta$

où les composantes des matrices sont explicitées ci-dessous.

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \text{COV}_{1v} + \mu_1\mu_v \\ \pi_2 &= \text{COV}_{2v} + \mu_2\mu_v \\ \pi_3 &= \text{COV}_{1u} + \mu_1\mu_u \\ \pi_4 &= \text{COV}_{2u} + \mu_2\mu_u \\ \pi_5 &= \text{COV}_{vu} + \mu_v\mu_u\end{aligned}$$

Puisque  $\text{plim}(b) = \beta + [\Sigma + \Omega + \Pi_1 + \Pi_2]^{-1} * [\Pi_3 + \Pi_4 - \Pi_5 - \Pi_6]$ , alors nous obtenons la relation suivante,

$$[\Sigma + \Omega + \Pi_1 + \Pi_2]^{-1} = \frac{1}{\det[\Sigma + \Omega + \Pi_1 + \Pi_2]} \begin{bmatrix} k_3k_5 - k_4^2 & -(k_1k_5 - k_2k_4) & k_1k_4 - k_2k_3 \\ -(k_1k_5 - k_2k_4) & k_5 - k_2^2 & -(k_4 - k_1k_2) \\ k_1k_4 - k_2k_3 & -(k_4 - k_1k_2) & k_3 - k_1^2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

où

$$\begin{aligned}k_1 &= \mu_1 + \mu_v \\ k_2 &= \mu_2 \\ k_3 &= \lambda_1 + \lambda_4 + \pi_1 + \pi_2 \\ k_4 &= \lambda_2 + \pi_2 \\ k_5 &= \lambda_3\end{aligned}$$

Pour fins de présentation nous appellerons DETG la matrice  $[\Sigma + \Omega + \Pi_1 + \Pi_2]$ . Le déterminant de DETG est égal à  $[k_3k_5 + 2(k_1k_2k_4) - (k_2^2k_3 + k_4^2 + k_1^2k_5)]$ . Après simplifications, ce terme est égal à  $\sigma_2(\sigma_1 + \sigma_v + 2\text{COV}_{1v}) - (\text{COV}_{12} + \text{COV}_{2v})^2$ .

Comme dans le cas usuel, la matrice  $[\Sigma + \Omega]$  est une matrice symétrique définie positive. De même la matrice  $[\Pi_1 + \Pi_2]$  est aussi symétrique et semi-définie positive. Donc la somme de

ces deux termes nous permet d'obtenir une matrice définie positive et donc son déterminant sera lui aussi positif.

Ainsi, nous pouvons constater que le signe du déterminant du terme DETG va dépendre largement de la covariance entre la variable explicative représentant le coût généralisé minimum de se déplacer (supposément mal mesurée), et les erreurs de mesure, ( $cov_{1v}$ ). En effet, si nous analysons en détail les diverses composantes du déterminant de DETG, nous remarquons que ( $\sigma_1\sigma_2 - cov_{12}^2$ ) est toujours positif ou nul, de même que pour le terme ( $\sigma_2\sigma_v - cov_{2v}^2$ ). Le signe du déterminant de DETG va dépendre du signe et de l'importance du terme 2 ( $\sigma_2 cov_{1v} - cov_{12} cov_{2v}$ ), et tout particulièrement, du signe de la covariance entre la variable mal mesurée et les erreurs de mesure.

Si nous poursuivons le développement de la probabilité limite telle que définie dans l'équation (39), nous obtenons le résultat suivant<sup>22</sup>.

$$[\Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 + \Pi_6] = \begin{bmatrix} -\beta_1\mu_v \\ cov_{vu} - \beta_1(cov_{1v} + \mu_1\mu_v + \sigma_v + \mu_v^2) \\ -\beta_1(cov_{2v} + \mu_2\mu_v) \end{bmatrix} \quad (44)$$

La probabilité limite des paramètres de l'équation de demande de transport devient.

---

<sup>22</sup> A condition que l'on suppose qu'il n'existe pas de corrélation entre les variables explicatives du modèle et les erreurs résiduelles et que la moyenne des erreurs résiduelles est égale à 0 ( $\mu_u = 0$ )

$$plim(b) = \beta + \frac{1}{\det[DETG]} \begin{bmatrix} -\beta_1 \mu_v (k_3 k_5 - k_4^2) - (\pi_5 - \beta_1 (\pi_1 + \lambda_4)) (k_1 k_5 - k_2 k_4) - \beta_1 \pi_2 (k_1 k_4 - k_2 k_3) \\ \beta_1 \mu_v (k_1 k_5 - k_2 k_4) + (\pi_5 - \beta_1 (\pi_1 + \lambda_4)) (k_5 - k_2^2) + \beta_1 \pi_2 (k_4 - k_1 k_2) \\ -\beta_1 \mu_v (k_1 k_4 - k_2 k_3) - (\pi_5 - \beta_1 (\pi_1 + \lambda_4)) (k_4 - k_1 k_2) - \beta_1 \pi_2 (k_3 - k_1^2) \end{bmatrix} \quad (45)$$

Les résultats des simulations du processus MEPCG montrent une inversion de signe du paramètre associé au coût généralisé de se déplacer. En ce sens, nous concentrons notre analyse sur le comportement statistique du deuxième terme de  $plim(b)$ , soit  $plim(b_1)$ .

$$plim(b_1) = \beta_1 + \frac{1}{\det[DETG]} \left[ \beta_1 (\mu_v k_1 k_5 - \mu_v k_2 k_4 + (\pi_1 + \lambda_4) (k_5 - k_2^2) + \pi_2 k_4 - \pi_2 k_1 k_2) + \pi_5 (k_5 - k_2^2) \right] \quad (46)$$

Si nous remplaçons les termes en  $k$  par les termes correspondants en  $\pi, \lambda$ , nous trouvons que la probabilité limite du paramètre  $b_1$  est égale à,

$$plim(b_1) = \beta_1 + \frac{1}{\det[DETG]} \left[ \beta_1 [\mu_v (\mu_1 + \mu_2) \lambda_3 - \mu_v \mu_2 (\lambda_2 + \pi_2) - (\pi_1 + \lambda_4) (\lambda_3 - \mu_2^2) + \pi_2 (\lambda_2 + \pi_2) - \pi_2 (\mu_1 + \mu_2) \mu_2] + \pi_5 (\lambda_3 - \mu_2^2) \right] \quad (47)$$

Finalement, si nous remplaçons les termes en  $\pi, \lambda$ , par les éléments correspondants en termes de covariances et variances, et suite à quelques simplifications additionnelles, nous obtenons la relation suivante,

$$plim(b_1) = \beta_1 + \frac{\beta_1 (cov_{2v} (cov_{12} + cov_{2v}) - \sigma_2 (\sigma_v + cov_{1v})) + cov_{vw} \sigma_2}{\sigma_2 (\sigma_1 + \sigma_v + 2cov_{1v}) - (cov_{12} + cov_{2v})^2} \quad (48)$$

Posons comme hypothèse que la covariance entre les erreurs de mesure et les erreurs résiduelles est nulle ( $cov_{vw} = 0$ ). Alors la probabilité limite du paramètre  $b_1$  devient,

$$plim(b_1) = \beta_1 + \beta_1 \frac{[cov_{2v}(cov_{12} + cov_{2v}) - \sigma_2(\sigma_v + cov_{1v})]}{-[cov_{2v}(cov_{12} + cov_{2v}) - \sigma_2(\sigma_v + cov_{1v})] + (\sigma_2\sigma_1 - cov_{12}^2) + (\sigma_2cov_{1v} - cov_{2v}cov_{12})} \quad (49)$$

Ce nouveau résultat nous permet de constater que le signe de la probabilité limite du paramètre  $\beta_1$  n'est plus évident à définir. Du point de vue strictement numérique, il appert tout à fait possible que la probabilité limite change de signe. Concrètement, le signe du paramètre associé au coût généralisé du modèle MEPCG va dépendre de l'importance et du **sens**, positif ou négatif, des corrélations entre les erreurs de mesure et les variables explicatives de l'équation à estimer.

Il est de notre avis que les hypothèses postulées usuellement dans la littérature concernant les erreurs de mesure des variables explicatives, ne peuvent pas s'appliquer au problème simultané distribution-affectation, tel que défini dans cette thèse. En effet, une particularité nouvelle, apporté par le processus simultané distribution-affectation, est que l'erreur de mesure est corrélée avec les vraies variables explicatives. En particulier, dans le cas qui nous concerne, la variable mesurant le temps à l'équilibre est corrélée négativement avec les erreurs de mesure dans le processus MEPTC (de même qu'avec le coût généralisé dans le modèle MEPCG). Par ailleurs, l'importance de cette erreur de mesure, dû essentiellement à une mauvaise spécification de la valeur du temps, dépend du nombre total de déplacements entre une origine et une destination.

L'ensemble des caractéristiques du processus simultané distribution-affectation introduisent

des corrélations non nulles entre les erreurs de mesure et les variables mal mesurées, ainsi que des moyennes des erreurs de mesure différentes de zéro. Par contre, c'est l'effet des corrélations non nulles entre les vraies variables explicatives et les erreurs de mesure qui est la cause principale du changement de signe des paramètres estimés. En effet, le fait d'obtenir des moyennes d'erreurs de mesure non nulles n'affecte que la constante de régression sans influencer le signe des paramètres estimés.

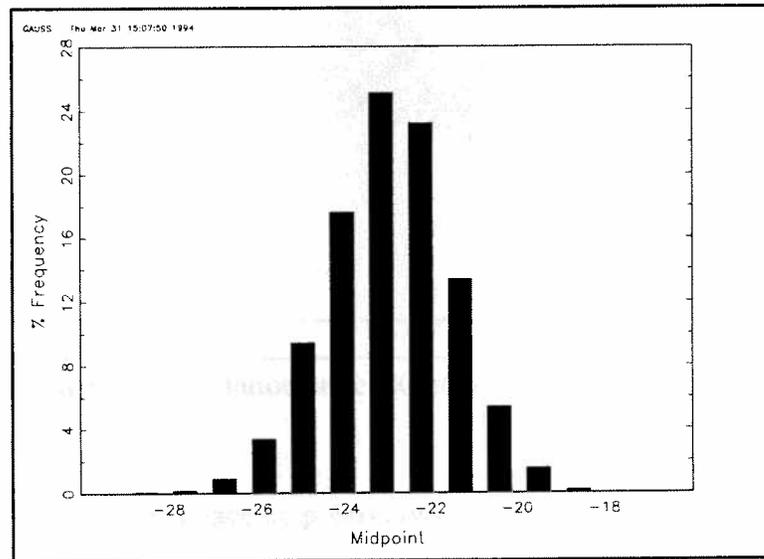
Le processus MEPCG, dont les propriétés structurelles ont été présentées en détail, se prête bien à l'analyse de l'effet des erreurs de mesure sur l'estimation des paramètres de l'équation de demande de transport. Le coût généralisé utilisé comme variable explicative dans l'équation de demande du processus MEPCG est obtenu en supposant, dans le processus d'affectation, une valeur du paramètre d'arbitrage égale à 0. Le coût généralisé utilisé dans le processus VPCG est quant à lui obtenu en supposant, dans le processus d'affectation, une valeur du paramètre d'arbitrage égale à 0.07<sup>23</sup>. L'erreur de mesure du coût généralisé est donc égale au coût généralisé du processus MEPCG moins le coût généralisé du processus VPCG.

Un exemple du type de distribution statistique caractérisant les erreurs de mesure du coût généralisé du processus MEPCG est présenté dans la figure suivante.

---

<sup>23</sup> Voir sections 4 et 5 pour les caractéristiques de ces deux modèles.

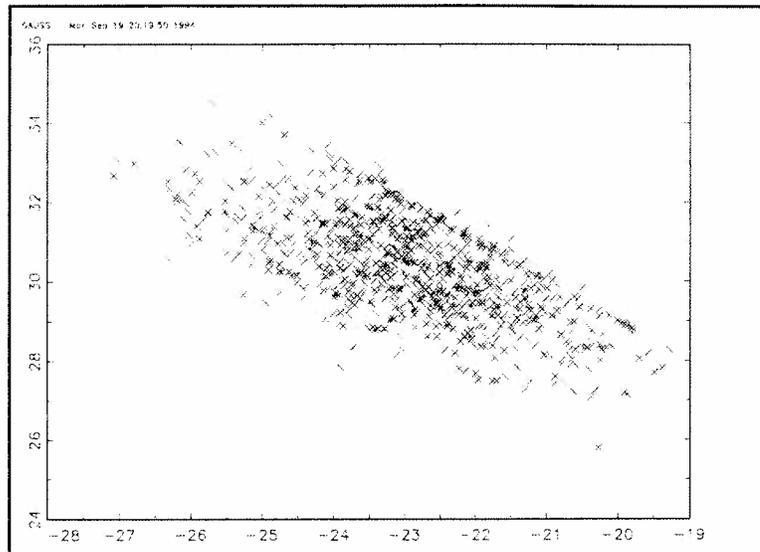
Dans l'axe des abscisses nous retrouvons les valeurs numériques des erreurs de mesure du coût généralisé en minutes. En moyenne, nous obtenons une erreur de 23 minutes entre le vraie coût généralisé évalué avec  $\theta$  égal à 0.07 et le coût généralisé évalué en supposant



**Figure 21** Distribution des erreurs de mesure du coût généralisé.

$\theta$  égal à 0. Cette distribution statistique, obtenu à partir d'un échantillon composé de 500 observations, semble illustrer une forme normale.

Maintenant, examinons graphiquement la corrélation qui existe entre le coût généralisé bien mesuré (que nous pouvons obtenir à partir du processus VPCG) et les erreurs de mesure telles qu'obtenues dans le modèle MEPCG. Le graphique de corrélation sera construit en utilisant les mêmes 500 observations que ci-dessus. Cependant, il est important de noter que le nombre d'observations n'influence en rien la forme générale du nuage de points.



**Figure 22** Corrélation entre CG et erreur de mesure.

Il est tout à fait clair que le nuage de points constitué des cinq-cent observations présente une forme à pente négative ce qui implique une corrélation négative, entre le coût généralisé de se déplacer à l'équilibre lorsque le paramètre d'arbitrage est égal à 0.07 et les erreurs de mesure, dont la valeur est égale à -0.64.

Afin de compléter l'ensemble des conclusions théoriques présentées précédemment, nous proposons un tableau récapitulatif des paramètres estimés,

- en estimant l'équation de demande de transport avec la méthode des moindres carrés ordinaires,
- en évaluant la probabilité limite des paramètres de l'équation de demande en supposant les hypothèses usuelles,
- en évaluant la probabilité limite des paramètres de l'équation de demande sans

imposer les hypothèses usuelles,

toujours en supposant la structure et les hypothèses du modèle MEPCG. Pour ce faire nous utiliserons successivement des échantillons composés de 100, 1000, 2000, ..., et 12,000 observations.

**MEPCG (Méthode pratique coût généralisé avec  $\theta=0$ )**

**Valeurs des vraies paramètres ( $\beta_0=300, \beta_1=-15, \beta_2=1$ )**

MCO			Plim standard			Plim général			Observations (n)
beta0	beta1	beta2	beta0	beta1	beta2	beta0	beta1	beta2	
54.15	17.29	0.046	20.97	-0.01	0.508	69.20	18.93	0.004	100
53.20	17.62	0.042	14.17	-0.02	0.523	60.38	18.55	0.003	500
54.70	17.70	0.035	15.73	-0.02	0.518	58.29	18.43	0.011	1000
55.17	17.70	0.034	19.73	-0.02	0.508	59.61	18.55	0.004	2000
56.42	17.82	0.028	22.19	-0.02	0.501	59.68	18.60	0.003	3000
55.75	17.83	0.030	20.84	-0.02	0.504	58.92	18.62	0.005	4000
55.72	17.82	0.030	19.71	-0.02	0.507	58.14	18.65	0.006	5000
55.62	17.86	0.029	19.83	-0.02	0.507	58.18	18.63	0.007	6000
55.33	17.89	0.030	19.83	-0.02	0.507	58.14	18.72	0.004	7000
55.71	17.90	0.028	20.75	-0.02	0.505	58.88	18.71	0.003	8000
55.88	17.90	0.028	21.91	-0.02	0.501	59.18	18.72	0.002	9000
55.89	17.88	0.028	22.53	-0.02	0.500	59.16	18.71	0.002	10000
55.64	17.91	0.028	21.79	-0.02	0.502	58.63	18.70	0.004	12000

Ce tableau de résultats nous permet de confirmer que les paramètres estimés avec la méthode des moindres carrés ordinaire sont robustes mais le signe du paramètre associé au coût généralisé est contraire à celui attendu. Cet ainsi que nous obtenons un signe positif

pour le paramètre  $\beta_1$  - voir deuxième colonne de MCO.

Les paramètres obtenus avec la formulation standard de la probabilité limite, telle qu'usuellement définie dans les manuels d'économétrie, sont aussi fortement biaisés. Par contre et comme on s'y attendait, tous les paramètres possèdent les bons signes. Par exemple, le coefficient associée au coût généralisé (voir cinquième colonne), est évalué en moyenne autour de la valeur -0.02 versus la vraie valeur théorique qui est égale comme on le sait à -15.

Ces résultats viennent confirmer notre première conclusion, à l'effet que les hypothèses usuelles concernant les erreurs de mesure rendent impossible les changement de signe des paramètres estimés. En effet, si l'on postule que les erreurs de mesure et les vraies variables explicatives ne sont pas corrélées entre elles, et que de plus, le bruit blanc n'est pas corrélé avec les vraies variables explicatives et les erreurs de mesure, alors, les paramètres estimés avec les MCO seront biaisés mais posséderont toujours les bons signes.

Pourtant, tout comme dans les résultats présentés lors des comparaisons des diverses approches utilisées pour résoudre le problème distribution-affectation, les simulations effectuées avec les MCO on obtient des valeurs estimées du paramètre associé au coût généralisé ( $\beta_1$ ) situées autour de 17.8. De façon similaire, le calcul de la probabilité limite à formulation générale nous permet elle aussi d'obtenir des valeurs du paramètre  $\beta_1$  positives dont la valeur moyenne se situe autour de 18.6.

Ce deuxième résultat vient ainsi confirmer notre deuxième conclusion, présentée dans la sous section 6.2. En effet, dans le processus simultané distribution-affectation, les erreurs de mesure des variables réseaux, introduites en fixant le paramètre d'arbitrage à une valeur *ad hoc* erronée, violent certaines des hypothèses ci-dessus mentionnées. En particulier, les

erreurs de mesure et les variables explicatives sont corrélées (négativement dans notre cas), ce qui conduit à des paramètres estimés qui sont biaisés et plus important, du mauvais signe.

Cependant, les paramètres obtenus en utilisant la notion de probabilité limite à formulation générale, ne sont pas tout à fait égaux à ceux obtenus avec les MCO, et ce, même lorsque l'échantillon utilisé est composé de 12,000 observations. Particulièrement, en ce qui concerne le paramètre associé au coût généralisé du processus MEPCG, nous observons un écart qui se situe autour de 4% (1.04 fois plus grand) de la valeur estimée avec les MCO. Dans le cas de la variable socio économique, cet écart grimpe à 83% (7 fois plus petit), comparativement à **1567%** (18 fois plus grand) dans le cas de la probabilité limite standard.

Nous soupçonnons que la différence observée entre les paramètres estimés avec les MCO et les paramètres évalués à partir de la probabilité limite à formulation générale doit être en partie reliée à la spécification de la fonction de demande à estimer dans le processus *ad hoc* MEPCG.

Dans la fonction de demande à estimer du processus MEPCG, on omet d'inclure de manière implicite le coût monétaire de se déplacer. Fixer la valeur du paramètre d'arbitrage à zéro dans l'étape d'affectation du processus MEPCG, implique que le coût généralisé<sup>24</sup> obtenu à l'équilibre, n'incorpore plus que le temps du déplacement. En effet, le fait de fixer la valeur du paramètre  $\theta$  à zéro, suppose en pratique postuler que le choix du chemin n'est déterminé que par le temps de se déplacer.

La fonction de demande du vrai processus VPCG utilisé comme référence est définie par

---

<sup>24</sup> Qui correspond également au critère d'affectation de la demande de transport dans les liens du réseau.

$g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 CG_{ij} + \beta_2 X_{ij} + u_{ij}$  où  $CG_{ij} = \bar{t}_{ij} + \theta \bar{c}_{ij}$  représente le coût généralisé<sup>25</sup> de se déplacer. Si l'on fixe la valeur du paramètre d'arbitrage ( $\theta$ ) à zéro, la fonction de demande que l'on estime en pratique est égale à  $g_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \tilde{CG}_{ij} + \beta_2 X_{ij} + \tilde{u}_{ij}$  où le coût généralisé est égal au temps du déplacement ( $\tilde{CG}_{ij} = \tilde{t}_{ij}$ ).

Dans ce cas, le coût généralisé ( $\tilde{CG}_{ij}$ ) ne correspond plus qu'au temps moyen de se déplacer entre i et j ( $\tilde{t}_{ij}$ ). Mais le temps moyen de se déplacer entre i et j ( $\tilde{t}_{ij}$ ) est mal mesuré par rapport à la vraie valeur ( $\bar{t}_{ij}$ ).

En effet, par les conditions d'équilibre du processus d'affectation, le choix des chemins utilisés par les usagers est conditionnel au coût généralisé de se déplacer dans les différents chemins du réseau. Par le fait même, les conditions d'utilisation du réseau de transport à l'équilibre ainsi que l'évaluation des variables de type réseau qui en découlent dépendent étroitement de la valeur du temps perçue par les usagers.

Puisque dans le cas pratique, le paramètre d'arbitrage a été arbitrairement fixé à une valeur bien différente de sa vraie valeur, non seulement les conditions d'équilibre qui prévaudront dans le réseau seront différentes de celles où la valeur du paramètre d'arbitrage est supposée égale à 0.07, mais de plus, nous introduisons de manière implicite une erreur de spécification dans notre système. D'où des problèmes de biais additionnel lors de l'estimation des paramètres de la fonction de demande. Néanmoins, ce biais de spécification n'affecte pas le signe des paramètres estimés et son importance est relativement faible par rapport au biais dû à l'erreur de mesure des variables explicatives.

---

<sup>25</sup> Où la variable  $CG_{ij}$  représente le coût généralisé de se déplacer de i à j et, est égal à la moyenne des temps de se déplacer entre i et j dans les divers chemins ( $\bar{t}_{ij}$ ), plus la moyenne des coûts monétaires de se déplacer entre i et j, ( $\bar{c}_{ij}$ ) pondéré par l'inverse de la valeur du temps ( $\theta$ ).

Finalement, un dernier modèle qui se prête aussi très bien à la vérification du rôle de l'erreur de mesure de variables explicatives sur le biais des paramètres estimés est celui caractérisant le processus MEPTC. L'équation de demande du processus MEPTC comporte de manière explicite le temps et coût moyen de se déplacer entre  $i$  et  $j$  en tant que variables explicatives. En effet, la spécification de l'équation de demande du processus MEPTC est identique à celle postulé dans le deuxième type de processus de référence, le processus VPTC.

Dans le cas du processus MEPTC, la matrice des variables explicatives de l'équation de demande est composée de trois variables explicatives,  $(\tilde{X}=[cts, \tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3])$ . Parmi ces trois variables explicatives, deux d'entre elles sont mesurées avec erreur,  $(V=[0, v_1, v_2, 0])$ , soit le temps et le coût monétaire de se déplacer.

A titre d'illustration, voici dans les deux figures suivantes, le type de distribution statistique qui caractérisent les erreurs de mesure du temps de déplacement et du coût monétaire de ce même déplacement.

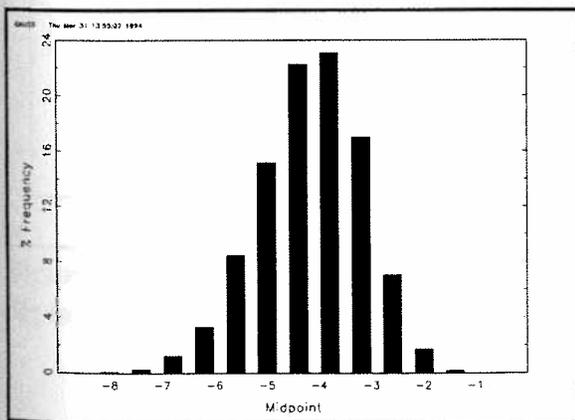


Figure 23 Distribution des erreurs de mesure du temps de déplacement.

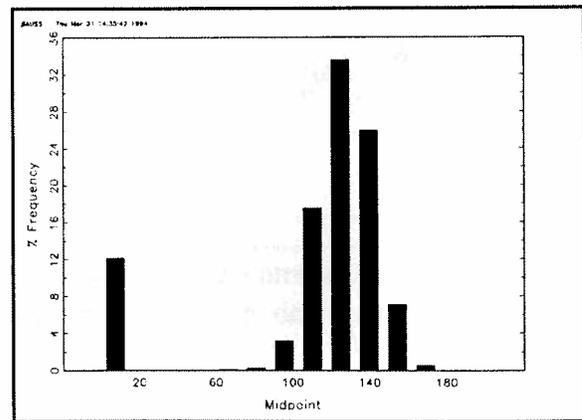
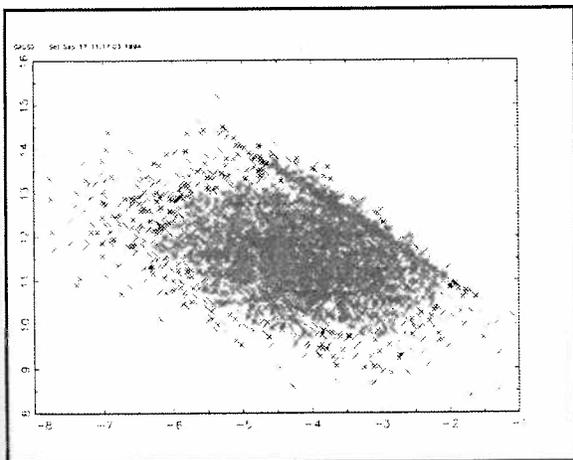


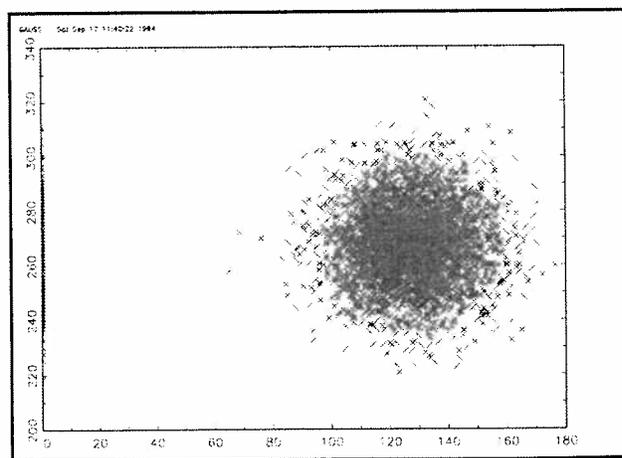
Figure 24 Distribution des erreurs de mesure du coût monétaire du déplacement.

Si on ne considère pas les observations à l'extrême gauche de la distribution du coût monétaire de se déplacer (figure numéro 24), ces deux distributions semblent avoir des formes normales. L'ensemble des observations, isolées du reste de la distribution du coût monétaire du déplacement, représentent le nombre de fois que ce dernier est mesuré sans erreur dans le processus MEPTC. En effet, pour certains niveaux de demande et structure du réseau (fonctions volume-délai), le choix des chemins utilisés à l'équilibre lorsque le paramètre d'arbitrage est égal à 0.07 sera le même que lorsqu'il sera égal à 0. Dans ce cas le choix des chemins à l'équilibre n'est pas influencé par la valeur du temps.

Examinons de nouveau le type et l'importance de la corrélation qui existe entre les variables caractérisant les conditions d'équilibre dans le réseau et les erreurs de mesure, dans le modèle MEPTC.



**Figure 25** Corrélation entre le temps de se déplacer et les erreurs de mesure.



**Figure 26** Corrélation entre le coût monétaire de se déplacer et les erreurs de mesure.

Ces deux figures ont été construites avec un échantillon de 3000 observations. De nouveau, la corrélation entre l'erreur de mesure et le temps du déplacement est de l'ordre de -0.65. Par

ailleurs la corrélation entre le coût monétaire et l'erreur de mesure est nulle. L'ensemble des points à droite de la figure 26 - erreur de mesure nulle - correspondent aux cas où la valeur du paramètre d'arbitrage n'influence pas le choix du chemin à l'équilibre.

De nouveau, afin d'appuyer les conclusions théoriques sur les erreurs de mesure de variables explicatives, nous proposons un deuxième tableau de résultats obtenus,

- en estimant l'équation de demande de transport avec la méthode des moindres carrés ordinaires,
- en évaluant la probabilité limite des paramètres de l'équation de demande sans imposer les hypothèses usuelles,

mais maintenant, en supposant la structure et les hypothèses du modèle MEPTC.

**MEPTC (Méthode pratique temps et coût du déplacement avec  $\theta=0$ )**

**Valeurs des vraies paramètres ( $\beta_0=300, \beta_1=-15, \beta_2=-1.05, \beta_3=1$ )**

MCO				Plim générale				Observations (n)
beta0	beta1	beta2	beta3	beta0	beta1	beta2	beta3	
70.86	15.47	-0.039	0.078	88.06	16.89	-0.044	0.007	100
74.19	16.14	-0.044	0.061	78.55	16.75	-0.046	0.039	1000
74.70	16.13	-0.046	0.061	80.30	16.86	-0.048	0.034	2000
75.45	16.18	-0.045	0.058	79.76	16.84	-0.048	0.035	3000
74.93	16.19	-0.045	0.059	79.12	16.86	-0.048	0.037	4000
74.75	16.21	-0.045	0.058	78.26	16.91	-0.048	0.037	5000
74.83	16.20	-0.046	0.059	78.46	16.84	-0.048	0.039	6000
75.10	16.18	-0.046	0.060	79.10	16.87	-0.049	0.038	7000
75.13	16.21	-0.046	0.059	79.42	16.87	-0.049	0.036	8000
75.14	16.21	-0.045	0.058	79.49	16.88	-0.048	0.036	9000
75.15	16.21	-0.045	0.058	79.57	16.89	-0.048	0.035	10000
75.12	16.22	-0.046	0.058	79.42	16.88	-0.048	0.035	11000
75.14	16.20	-0.046	0.059	79.22	16.85	-0.049	0.037	12000

Dans ce cas-ci, les résultats que l'on obtient en évaluant la probabilité limite à formulation générale se rapprochent beaucoup plus des valeurs des paramètres estimées avec la méthode du moindre carré ordinaire, que dans le cas du processus MEPCG.

Dans le cas du processus MEPTC, la méthode des moindres carrés ordinaires nous donne des valeurs estimées du paramètre beta1 (temps de se déplacer) situées autour de 16.2. L'évaluation de la probabilité limite complexe nous permet quant à elle d'obtenir des

valeurs de  $\beta_1$  situées autour de 16.8, soit un écart de 3% (1.03 fois plus grand). De même, le paramètre associé au coût de se déplacer est évalué en moyenne autour de -0.046 avec les moindres carrés ordinaires et autour de -0.048 avec la probabilité limite complexe, soit un écart de 4% (1.04 fois plus grand).

Encore ici, les valeurs des paramètres obtenus en utilisant la notion de probabilité limite complexe ne sont pas tout à fait égaux à ceux obtenus avec les moindres carrés ordinaires, indépendamment de la taille de l'échantillon utilisé. Cependant, ces résultats montrent encore clairement que, lorsque les hypothèses habituelles concernant les relations statistiques qui relient les variables explicatives, les erreurs de mesure et les erreurs résiduelles ne sont pas vérifiées, alors, il est possible d'obtenir des paramètres estimés dont le signe est inversé.

Nous pensons avoir donc démontré, théoriquement et numériquement, que les erreurs de mesure des variables explicatives peuvent influencer, sous certaines conditions, le signe des paramètres à estimer. Nous avons aussi montré que les modèles distribution-affectation de type *ad hoc* violent les hypothèses usuelles et peuvent conduire à des problèmes de signe des paramètres de l'équation de demande de transport.

## VII-CONCLUSIONS

L'objectif de cette thèse est de proposer une toute nouvelle approche au problème simultané distribution-affectation. Cette nouvelle approche consiste en fait à effectuer le processus inverse de ce qui est actuellement proposé de manière courante dans la littérature. La nouveauté principale de notre approche est qu'au lieu d'intégrer une fonction de demande déjà calibrée dans le processus d'affectation, nous intégrons le processus d'affectation dans l'estimation de la demande de transport par le biais d'une équation de demande non linéaire. Cette équation de demande non linéaire tient compte de manière explicite de la simultanéité entre l'estimation de la demande de transport et le processus d'affectation à l'équilibre.

Dans les chapitres 2 et 3 nous avons présenté les éléments qui constituent la structure générale des modèles distribution-affectation. A cette structure générale nous y avons apporté une modification importante. En effet, nous avons imposé une nouvelle contrainte au modèle classique, soit que le paramètre d'arbitrage évalué à partir de l'équation de demande soit le même que celui considéré dans le processus d'affectation.

Cette façon de procéder nous a permis d'étudier les avantages à reconnaître de manière explicite la simultanéité existant entre le choix d'effectuer un déplacement et les conditions du réseau de transport. Aussi, nous avons analysé comment cette simultanéité entre l'estimation des demandes de transport et la solution d'équilibre dans le réseau, affecte les résultats obtenus par rapport à d'autres méthodologies utilisées en pratique.

Nous avons montré à maintes reprises dans cette thèse - graphiquement et intuitivement - l'aspect simultané qui relie les étapes classiques d'estimation de la demande de transport et le processus d'affectation à l'équilibre. Mais plus important, nous avons également démontré que les méthodes classiques qui abordent la question, sans tenir compte de

l'aspect simultané du système, peuvent conduire à des graves problèmes d'erreur de mesure de variables explicatives.

Les résultats présentés dans la partie empirique de cette thèse - le chapitre 5 - montrent clairement que l'utilisation dans le processus d'affectation d'une valeur de du paramètre d'arbitrage entre le temps et le coût égale à zéro, se traduit dans le cas présent par l'inversion de signe du paramètre associé à la variable explicative caractérisant le temps du déplacement. Ainsi il peut être dangereux d'utiliser des valeurs du paramètre d'arbitrage ad-hoc et dériver par la suite les variables explicatives caractérisant les conditions d'équilibre dans réseau utilisées dans l'estimation de la demande de transport.

Ces résultats empiriques sont appuyés par une démonstration théorique dans le sixième chapitre de cette thèse. La raison principale de l'inversion des signes est clairement l'erreur de mesure des variables réseaux, mais plus important, le fait que les hypothèses usuelles concernant ces erreurs de mesure ne sont pas respectées dans le système simultané distribution-affectation. Nous pensons avoir donc démontré, théoriquement et numériquement, que les erreurs de mesure des variables explicatives peuvent influencer, sous certaines conditions, le signe des paramètres à estimer.

Pour éviter ce type de problèmes nous avons proposé deux nouvelles approche d'estimation, très différentes des approches habituellement adoptées dans la littérature des modèles distribution-affectation. Ces deux approches alternatives tiennent compte de la simultanéité entre les processus d'affectation et de distribution. La première méthode proposée consiste en un processus qui relie itérativement les deux étapes du processus distribution-affectation. La deuxième approche que nous proposons est basée sur l'utilisation d'une approximation linéaire des coûts généralisés lors de l'estimation de la demande de transport.

Les résultats empiriques présentés dans le cinquième chapitre montrent hors de tout doute que les deux approches sont plus efficaces que les méthodes *ad hoc* pour estimer les paramètres de l'équation de demande. De plus les paramètres estimés sont cohérents avec la solution à l'équilibre du processus d'affectation.

Les analyses des expériences de Monte Carlo nous montrent un net avantage de la méthode basée sur l'approximation linéaire du coût généralisé par rapport à la méthode itérative. Ce résultat est d'autant plus intéressant qu'il a été obtenu malgré le fait que la grille de valeurs du paramètre d'arbitrage inclue également la valeur zéro comme borne inférieure, introduisant ainsi des erreurs de mesure importantes des temps et coûts des déplacements et par le fait même du coût généralisé de se déplacer.

Cependant il reste encore des points qui peuvent être davantage explorés. Par exemple nous n'avons pas démontré la convergence du processus itératif d'où la nécessité d'essayer plusieurs points de départ lorsqu'on utilise ce type d'approche. Il serait donc intéressant de trouver des critères qui aideraient l'analyste à trouver une valeur de départ pour l'approche itérative. Dans le même ordre d'idée, il serait intéressant de trouver un processus qui compte tenu des informations disponibles permette de déduire une valeur du temps moyenne autour de laquelle il faudrait approximer les coûts généralisés. Finalement il serait intéressant d'appliquer ces approches à des réseaux réels ce qui constitue un projet de recherche en soi.

On peut donc constater que le champ de recherche concernant ce problème est encore vaste est loin d'être complètement résolu. Plusieurs questions qui peuvent constituer des projets de recherche futurs restent encore à explorer. Nous pensons cependant être parvenu à démontrer l'intérêt de considérer le problème distribution-affectation du point de vue de la demande de transport et d'utiliser les méthodes économétriques de résolution que nous

proposons. De plus nous pensons avoir apporté des éléments importants en ce qui concerne la problématique des erreurs de mesure et biais des paramètres qui contribuent significativement à une meilleure compréhension du problème.

## BIBLIOGRAPHIE

- Algers S.** (1984) "The Calibration and Application of Travel Demand Models in Sweden", in Florian M. ed., *Transportation Planning Models*, North-Holland, Amsterdam, pp.79-105.
- Amemiya T.** (1974) "The Nonlinear Two Stage Least Squares Estimates", Journal of Econometrics 2, pp. 105-110.
- Babin A., Florian M. and Spiess H.** (1981) "On Network Equilibrium with Generalized Cost Functions" Centre de recherches sur les transports, Université de Montréal.
- Balastra P.** (1972) "Calcul matriciel pour économistes" Éditions Castella, Albeuve, Suisse, chapitre VII, pp. 136-164.
- Beckman M.J., McGuire C.B. and Winsten C.B.** (1956) "Studies in the Economics of Transportation", Yale University Press, New Haven, Connecticut
- Branston D.** (1976) "Link Capacity Functions: A Review" Transportation Research Record, Vol. 10 pp. 223-236.
- Browden R, Turkinstrom** (1981) "A Comparative Study of Instrumental Variable Estimators for Non Linear Simultaneous Model", Journal of America Statistical Society, Vol. 76, pp. 985-996.
- Brundy I. M. and Jorgenson** (1971) "Efficient Estimation of Simultaneous Equation by Instrumental Variables", Review of Economics and Statistics, N. 53, pp. 207-224.
- Boyce D.E., Fisk C.S., Lee Y.J. & LeBlanc L.J.** (1983) "Procedures for the self consistent estimation of Network Equilibrium Travel Choice Model Parameters" Transportation Planning Group Department of Civil Engineering, Publication N. 21.
- Bound J. and Krueger A. B.** (1991) "The extend of Measurement Error in Longitudinal Earnings Data: Do Two Wrongs Make a Right?" Journal of Labor Economics, Vol. 9, pp. 1-24.
- Bureau of Public Roads** (1964) *Traffic Assignment Manual*. U.S. Dept. of Commerce, Urban Planning Division, Washington D.C.
- Cash W. S. and Moss A. J.** (1972) "Optimum Recall Period for Reposting Persons Injured in Motor Vehicle Accident" Vital and Health Statistics, Series 2, Report 6, Washington D.C.
- Consortium Dessau-LGL** (1992) "*Étude de l'Autoroute Métropolitaine dans un Horizon de Planification de 20 ans: Établissement des modèles explicatifs de génération, de distribution et de répartition modale*", développé pour le Ministère des Transports et la Communauté Urbaine de Montréal.
- Dafermos S.,** (1971) "An Extended Traffic Assignment Model with Application to Two Way Traffic" *Analytical Methodology and Optimal Control in Urban Traffic Networks* Vol. II.
- Dafermos S.,** (1980) "Traffic Equilibrium and Variational Inequalities" Transportation Science Vol. 14, pp. 42-54.
- Dagenais M., Gaudry M.** (1986) "Can Aggregate Direct Demand Model Work", Publication 442, Centre de recherches sur les transports. Université de Montréal.

- Domencich T., Kraft G. and Valette J. P.** (1968) "Estimation of urban passenger travel behavior: an economic demand model." Highway Research Record Vol. 238, pp. 64-78.
- Domencich T. and McFadden D.** (1975) "Urban Travel Demand: A Behavioral Analysis", North-Holland, Amsterdam.
- Evans S.P.** (1973) "A relationship between the gravity model for trip distribution and the transportation problem in linear programming." Transportation Research Vol. 5, pp. 39-61.
- Evans S.P.** (1976) "Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and Assignment" Transportation Research Vol. 10, pp. 37-57.
- Fisk C. and Brown R.** (1975) "The Role of Model Parameters in Trip Distribution Models" Transportation Research, Vol. 9, pp. 143-148.
- Florian M., Nguyen S. et Ferland J.** (1975) "On the Combined Distribution-Assignment of Traffic" Transportation Science Vol. 9, pp. 43-53.
- Florian M.** (1982) "An Introduction to Network Models used in Transportation Planning" Centre de recherches sur les transports. Publication 262 Août 1982.
- Florian M., Guelat J. et Spiess H.** (1987) "An Efficient Implementation of the Partan variant of the Linear Approximation Method for the Network Equilibrium Problem" Networks Vol. 17, pp. 319-339.
- Fomby T.B., Carter H.R. and Johnson S.R.** (1988) "Advanced Econometric Methods", Springer-Verlag, Caphitre 19.
- Frank M. and Wolfe P.** (1956) "An Algorithm for Quadratic Programming" Naval Research Logistic Quarterly, Vol. 3, pp. 95-110.
- Gaudry M. and Wills M. J.** (1978) "Estimating the Functional Form of Travel Demand Models", Transportation Research, Vol. 12, 4, pp. 257-289.
- Gaudry M.** (1979) "Six Notions of Equilibrium and their implications for Travel Modelling examined in an Aggregate Direct Demand Framework" in Hensher, D. and P. Stopher, Behavioural Travel Modelling, Crom Helm, chapitre 6, pp. 138-163.
- Hausman J.A.** (1978b) "Errors in variables in simultaneous equation models, Journal of Econometrics Vol. 5, pp. 389-401.
- Hausman J.A., Newey W.K., Powell J.L.** (1995) "Nonlinear errors in variables. Estimation of Some Engles curves", Journal of Econometrics Vol. 65, pp. 205-233.
- Johnston J.** (1990) "Méthodes Econométriques" Chapitre 11, Economica, Tome II, 3 édition, pp. 507-509, 1990.
- Kanafani A.** (1983) "Transportation Demand Analysis", McGraw-Hill Series in Transportation.
- Kraft G. and Wohl M.** (1967) "New Directions for Transportation Demand Analysis and Forecasting". Transportation Research, Vol. 1, pp. 205-230.
- Konign H.S.** (1962) "Identification and Estimation in a Simultaneous Equation Model with Errors in Variables", Econometrica, 30, pp. 79-87.

- Maddala G.S.** (1989) "Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics" Econometric Society Monographs.
- McFadden D.** (1981) "Econometric Model of Probabilities Choice" In Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications, MIT Press, Cambridge.
- Magnanti T. L. and Safwat K. N. A.** (1988) "A Combined Trip Generation, Trip Distribution, Modal Split and Trip Assignment Model" Transportation Science Vol. 18.
- Ministry of Transportation of Ontario** (1991) "Development of a Greater Toronto Area Travel Forecasting Model" IBI Group. December 1991.
- Murchland J. D.** (1966) "Some Remarks on the Gravity Model of Traffic Distribution, and an Equivalent Maximization Formulation."
- Nagurney A.** (1993) "Network Economics, A variational inequality approach" Advances in Computational Economics, Kluger Academic Publishers.
- Overgaard K. R.** (1967) "Urban transportation planning: traffic estimation". Traffic Quarterly, pp. 197-218.
- Roads and Transportation Association of Canada.** (1989) "Transportation Planning Models in Canada" Volumes 1 and 2, 1989.
- Rodger W., Herzog A.** (1987) "Covariances of Measurement Errors in Survey Responses" Journal of Official Statistics, Vol. 3, pp. 403-418.
- Smith M. J.** (1979) "Existence, Uniqueness, and Stability of Traffic Equilibria" Transportation Research, Vol. 13B, pp. 295-304.
- Smock R.J.** (1962) "An iterative assignment approach to capacity restraint on arterial networks". Highway Res. Board Bulletin 347, pp. 60-66.
- Spieß H.** (1989) "Conical Volume-Delay Functions" Centre de recherches sur les transports. Université de Montréal. Publication 628, Avril 1989.
- Wardrop J.D.** (1952) "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research" Proceeding, Institute of Civil Engineer II, pp. 325-378.
- Williard L. Rodgers, Charles Brown and Greg J. Duncan.** (1993) "Errors in Survey reports of Earnings, Hours Worked and Hourly Wages" Journal of the American Statistical Association, pp. 1208-1218, Décembre 1993.
- Wilson A.G.** (1970) "Advances and Problems in Distribution Modelling" Transportation Research, Vol. 4 pp. 1-18
- You-Lian Chu.** (1990) "Combined Trip Distribution and Assignment Model Incorporating Captive Travel Behavior" Transportation Research Record, Vol. 1285, pp. 70-77.
- You-Lian Chu.** (1993) "Simultaneous prediction of Trip Distribution and Assignment with Dogit Destination Demand Functions" University of Pennsylvania, Philadelphia PA 19104.

**Annexe A**

Démonstration de la monotonie croissante des coûts généralisés par rapport à  $\theta$  :

Soit  $v_a'(\theta')$  le volume d'équilibre correspondant au lien  $a$  auquel est associé un coût généralisé égal

$$\text{à } s_a = t_a(v_a'(\theta')) + \theta' \cdot d_a.$$

Le coût généralisé du chemin  $k$  pour la paire o-d  $ij$  est quand à lui égal à :

$$CG_{ij,k} = \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} \cdot (t_a(v_a(\theta, (g_{ij}))) + \theta d_a) \quad k \in K_{ij} \quad ij \in P \quad (1)$$

$\delta_{ak} = 1$  si le lien  $a$  appartient au chemin  $k$

$\delta_{ak} = 0$  sinon

$A$  = Ensemble des liens du réseau,

$P$  = Ensemble des paires origine destination  $ij$ .

Et le coût généralisé minimum, à l'équilibre, correspondant à la paire origine destination  $ij$  est égal à :

$$CG_{ij}^* = \min_{k \in K_{ij}} CG_{ij,k} \quad (2)$$

Par ailleurs nous savons que la demande de transport pour la paire o-d  $ij$  ( $g_{ij}$ ) est égale à

$$\sum_{a \in A} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{ak} \cdot v_a'(\theta^m) \quad \text{ce qui veut dire qu'autant } v_a'(\theta^1) \text{ que } v_a'(\theta^2) \text{ sont des solutions}$$

réalisables et disponibles à notre problème.

Puisque les deux solutions  $v_a^*(\theta^1)$  et  $v_a^*(\theta^2)$  sont disponibles alors ceci implique que la relation suivante est vérifiée.

$$\text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^2)) + \theta^1 d_a) \geq \text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^1)) + \theta^1 d_a) \quad (3)$$

et nécessairement nous avons

$$\text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^2)) + \theta^2 d_a) \geq \text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^1)) + \theta^1 d_a) \quad (4)$$

$$\text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^2))) \geq \text{Min}_{k \in K_y} \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} (t_a(v_a^*(\theta^1))) \quad (5)$$

et, si nous supposons que  $\theta^2 \geq \theta^1$ , alors

$$\sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} \theta^2 d_a \geq \sum_{a \in A} \delta_{ak,ij} \theta^1 d_a \quad (6)$$

ce qui revient à

$$(u_{ij}^*(\theta^1) - u_{ij}^*(\theta^2))(\theta^1 - \theta^2) \geq 0 \quad (7)$$

Ce qui prouve que les coûts généralisés de chaque marché ij sont une fonction croissante non seulement par rapport aux demandes ij mais aussi par rapport au paramètre  $\theta$ .

## Annexe B

Algorithme utilisé pour résoudre le problème d'affectation; méthode de Frank-Wolfe (F-W) et intégration de la variante Partan (PA).

L'idée de base de la méthode d'approximation linéaire de Frank-Wolfe est la suivante. Dans un premier temps, nous trouvons une solution initiale réalisable en effectuant une affectation de type tout ou rien, basée sur les temps de déplacement lorsqu'on n'a pas de circulation. Cette affectation initiale est utilisée pour calculer des temps de déplacements révisés et effectuer une nouvelle affectation. Par la suite les deux affectations sont combinées en utilisant un poids  $\lambda$  choisi de telle sorte que nous obtenions une nouvelle solution courante qui minimise la fonction objective du problème de programmation non-linéaire.

Le changement de la valeur de la fonction objective, ou du paramètre  $\lambda$  nous donne une mesure de la convergence de l'algorithme. Lorsque les changements de la fonction objective s'approchent de zéro, le  $\lambda$  fait de même.

La variante Partan de la méthode d'approximation linéaire alterne entre une itération standard de l'algorithme F-W avec une direction générée par les volumes à l'itération  $l$ ,  $v^l$  et ceux à l'itération  $l-2, v^{l-2}$ . Cet algorithme est composé des étapes suivantes:

Étape 0: (Initialisation)

Trouver une solution réalisable  $v^1$ . En règle générale on prend la solution tout-ou-rien qui est le résultat d'une affectation avec des volumes de déplacements nuls;  
 $l=1$ ; mettre  $f^0=v^1$

Étape 1: (Pas d'approximation linéaire)

Trouver  $f^l$ , solution du problème

$$\text{Min} \sum_{a \in A} s_a(v_a^l) \sum_{ij \in P} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{ak,ij} f_{k,ij}$$

s/c

$$\sum_{k \in K_{ij}} f_{k,ij} = g_{ij}, \quad ij \in P$$

$$f_{k,ij} \geq 0, \quad k \in K_{ij}, ij \in P$$

calculer  $d^l = (f^l - v^l)$  et appliquer le critère d'arrêt choisi.

Étape 2:      **(Trouver le pas optimal)**

Trouver  $\lambda$  qui solutionne

$$\text{Min} \sum_{0 \leq \lambda \leq 1} \sum_{a \in A} \int_0^{v_a^l + \lambda d_a^l} s_a(x) dx \quad (=S(v^l + \lambda d^l))$$

ce qui est équivalent à trouver  $\lambda$  qui solutionne

$$\sum_{a \in A} s_a(v_a^l + \lambda d_a^l) d_a^l = 0$$

et enfin mettre à jour les volumes

$$z^l = v^l + \lambda d^l$$

Étape 3:      **(Pas Partan)**

Si  $l=1$  alors  $v^{l+1} = z^l$ ,  $l=l+1$  et retourner à l'étape 1.

Sinon calculer  $d_p^l = (z^l - v^{l-1})$ .

Étape 4:      **(Trouver le pas Partan optimal)**

Trouver  $p_1$  étant la solution de

$$\underset{0 \leq p_i \leq p_i^{\max}}{\text{Min}} S(v^{l-1} + p d_p^l)$$

où  $p_i^{\max}$  est le pas maximal pour que cette direction-solution soit réalisable.  
Calculer  $v^{l+1} = v^{l-1} + p_i d_p^l$ , renouveler le compteur  $l=l+1$  et retourner à l'étape 1.

Annexe C

**Tableaux de Résultats (100 Simulations)**

**Utilisation du lien en commun par 25% de la demande totale**

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 300

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	294.14	106.31 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	296.22	105.83 VPTC
Approche Courante (CG)	-33.12	1109868.9 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	153.84	21555.32 MEPTC
Méthode Itérative	296.88	164.96
Approximation Linéaire	287.32	747.65

**Tableau I** 100 Simulations

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -15

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-14.59	0.38 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-14.75	0.45 VPTC
Approche Courante (CG)	15.71	943.46 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	2.45	305.81 MEPTC
Méthode Itérative	-14.79	0.77
Approximation Linéaire	-16.65	7.32

**Tableau II** 100 Simulations.

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
 Vraie Valeur du paramètre = -1.05

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-1.02	0.0019 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-1.02	0.0017 VPTC
Approche Courante (CG)	-0.49	0.3058 MEPCG
Méthode Itérative	-1.03	0.0023
Approximation Linéaire	-0.91	0.0022

---

**Tableau III** 100 Simulations.

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
 Vraie Valeur du paramètre = 1

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	0.983	0.0008 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	0.985	0.0008 VPTC
Approche Courante (CG)	0.456	0.2958 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	0.650	0.1227 MEPTC
Méthode Itérative	0.986	0.0009
Approximation Linéaire	0.921	0.0073

---

**Tableau IV** 100 Simulations.

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 0.07

Estimateurs	Moyenne	EQM
Méthode Itérative	0.069670	0.000003
Approximation Linéaire	0.055200	0.000246

---

**Tableau V** 100 Simulations.

**Tableaux de Résultats (100 Simulations)**

**Utilisation du lien en commun par 50% de la demande totale**

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 300

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	298.77	23.16	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	299.84	23.75	VPTC
Approche Courante (CG)	0.50	89737.44	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	269.76	1237.83	MEPTC
Méthode Itérative	300.93	318.01	
Approximation Linéaire	305.57	302.59	

---

**Tableau VI** 100 Simulations

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -15

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	-14.87	0.14	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-15.10	0.29	VPTC
Approche Courante (CG)	19.30	1177.18	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	5.18	409.00	MEPTC
Méthode Itérative	-15.12	3.96	
Approximation Linéaire	-15.64	3.75	

---

**Tableau VII** 100 Simulations.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -1.05

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-1.04	0.0007 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-1.03	0.0008 VPTC
Approche Courante (CG)	-0.79	0.0673 MEPCG
Méthode Itérative	-1.04	0.0022
Approximation Linéaire	-1.05	0.0017

**Tableau VIII** 100 Simulations.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 1

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	0.993	0.0006 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	0.994	0.0006 VPTC
Approche Courante (CG)	0.390	0.3714 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	0.640	0.1295 MEPTC
Méthode Itérative	0.995	0.0008
Approximation Linéaire	0.990	0.0007

**Tableau IX** 100 Simulations.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 0.07

Estimateurs	Moyenne	EQM
Méthode Itérative	0.070340	0.000090
Approximation Linéaire	0.067900	0.000047

**Tableau X** 100 Simulations.

**Tableaux de Résultats (100 Simulations)**

**Utilisation du lien en commun par 75% de la demande totale**

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 300

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	297.38	52.61	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	297.58	51.34	VPTC
Approche Courante (CG)	109.14	34439.07	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	332.62	1507.56	MEPTC
Méthode Itérative	292.58	353.36	
Approximation Linéaire	291.88	149.18	

**Tableau XI** 100 Simulations

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -15

Estimateurs	Moyenne	EQM	
Vrai Modèle (CG)	-14.80	0.45	VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-14.70	0.25	VPTC
Approche Courante (CG)	1.71	279.90	MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	-5.49	91.53	MEPTC
Méthode Itérative	-14.15	5.64	
Approximation Linéaire	-14.34	1.47	

**Tableau XII** 100 Simulations.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = -1.05

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	-1.04	0.0012 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	-1.04	0.0013 VPTC
Approche Courante (CG)	-0.77	0.0809 MEPCG
Méthode Itérative	-1.02	0.0032
Approximation Linéaire	-1.01	0.0023

**Tableau XIII** 100 Simulations.

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 1

Estimateurs	Moyenne	EQM
Vrai Modèle (CG)	0.993	0.0005 VPCG
Vrai Modèle (Temps et Coût)	0.992	0.0006 VPTC
Approche Courante (CG)	0.381	0.3824 MEPCG
Approche Courante (Temps et Coût)	0.616	0.3824 MEPTC
Méthode Itérative	0.985	0.0013
Approximation Linéaire	0.981	0.0009

**Tableau XIV** 100 Simulations.

---

Comparaison en termes de la Moyenne et de l'EQM  
Vraie Valeur du paramètre = 0.07

Estimateurs	Moyenne	EQM
Méthode Itérative	0.075268	0.000461
Approximation Linéaire	0.071078	0.000014

---

**Tableau XV** 100 Simulations.