UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDES SUR LA THÉORIE DE LA PRODUCTION AVEC APPLICATIONS À L'INDUSTRIE DU TRANSPORT PAR CAMION

PAR

ROBERT GAGNÉ

DÉPARTEMENT DE SCIENCES ÉCONOMIQUES

FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES

THÈSE PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ DES ÉTUDES SUPÉRIEURES
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
EN SCIENCES ÉCONOMIQUES

MAI, 1989

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée :

"Études sur la théorie de la production avec applications à l'industrie du transport par camion"

présentée par:

Robert Gagné

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Marcel Boyer	:	président-rapporteur
Georges Dionne	:	directeur de recherche
Nicole Fortin	:	membre du jury
Charles Blackorby	:	examinateur externe

Thèse acceptée le : 1er décembre 1989

SOMMAIRE

Cette thèse est divisée en quatre études, toutes reliées au thème de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises. La première étude présente de manière détaillée la méthodologie généralement employée pour l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. Également, une section de cette étude est consacrée à l'utilisation de cette méthodologie pour l'analyse des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation.

La deuxième étude traite de l'interprétation de certaines mesures d'élasticités des coûts totaux en fonction de la mesure de production employée lors de l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, dans cette étude, nous montrons que l'effet de certaines variables sur les coûts totaux peut différer selon que le niveau de production est évalué par le nombre d'expéditions effectuées par l'entreprise ou le nombre de tonnes-kilomètres transportées par cette dernière.

Dans la troisième étude, nous développons un nouveau test d'agrégation des mesures de la production pouvant être appliqué à des entreprises en situation de concurrence ou de monopole. Le développement d'un nouveau test était nécessaire puisque les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production.

Enfin, dans la quatrième étude, nous présentons une application de ce test à des entreprises canadiennes de transport par camion. Le test a été effectué sous l'hypothèse de concurrence. Les résultats montrent que l'emploi d'un agrégat non cohérent des mesures de la production peut mener à l'introduction de biais importants lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises.

TABLE DES MATIÈRES

Page

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

REMERCIEMENTS

Plusieurs personnes ont, à une étape ou une autre, contribué à la réalisation de cette thèse. Ces personnes sont trop nombreuses pour que je puisse toutes les nommer ici. Cependant, je tiens à remercier de façon toute particulière les personnes et organismes suivants :

- Georges Dionne, mon directeur de thèse, pour ses conseils judicieux (de toute nature), son intuition, sa très grande disponibilité et son soutien financier;

- Charles Vanasse, pour avoir partagé avec moi ses connaissances statistiques et informatiques;

- Le Centre de recherche sur les transports de l'Université de Montréal pour le soutien financier et l'hébergement;

- Lucie L'Heureux et Carole Laflamme, du Centre de recherche sur les transports, pour leur habileté à déchiffrer ma calligraphie et la transformer en un texte présentable;

- Le fonds F.C.A.R. et Transports Canada pour leur aide financière;

- Statistique Canada pour m'avoir fourni des données confidentielles sur l'industrie du transport par camion; et

- Martine Trudeau pour sa patience.

À mes parents.

INTRODUCTION

En 1937, Wassily Leontief écrivait : "On a si souvent réduit l'intérêt prêté aux problèmes méthodologiques à un signe de frustration théorique que ce sujet a pratiquement disparu du domaine de la discussion économique"[1]. Fort heureusement, l'intérêt porté par les économistes aux problèmes méthodologiques s'est considérablement accru depuis cette époque. L'importance de la méthodologie ne fait, aujourd'hui, aucun doute. Cette dernière agit à titre de pont entre la recherche théorique et la recherche empirique. Dans ce contexte, il est primordial de développer des méthodologies générant des résultats influencés uniquement par les observations empiriques et les concepts théoriques.

Notre thèse s'intéresse essentiellement à des questions d'ordre méthodologique. En effet, depuis une quinzaine d'années, de nombreuses études portant sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises ont été réalisées. Ces études, pour une bonne part, s'intéressaient aux industries du transport, notamment le transport par camion. Leur réalisation a été rendue possible grâce surtout à une plus grande disponibilité des données statistiques et au progrès technologique des ordinateurs qui arrivent maintenant à traiter des modèles économétriques de très grande taille.

La méthodologie généralement employée lors de la réalisation de ces études repose sur l'estimation économétrique d'approximations des fonctions de coût des entreprises. Cette thèse examine de plus près cette méthodologie, en décèle certaines lacunes et propose des méthodes pour les corriger

---

[1] Extrait d'un article paru dans The Quarterly Journal of Economics 51(26), février 1937, intitulé: "Implicit Theorizing: A Methodological Criticism of the Neo-Cambridge School"1. Traduction française tirée de : Essais d'économique, Calmann-Lévy, 1974, p. 67.

et ce, en mettant l'accent sur les problèmes particuliers que soulèvent l'utilisation de celle-ci pour l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, nous tentons d'apporter des améliorations à la méthodologie existante. Ces améliorations sont, à notre avis, fort importantes puisqu'elles assurent une plus grande indépendance entre les résultats obtenus et la méthodologie employée.

Afin de mener à bien ce projet, nous avons divisé notre thèse en quatre études, évidemment toutes reliées au thème de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises. La première étude présente de manière détaillée la méthodologie généralement employée pour l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. Également, une section de cette étude est consacrée à l'utilisation de cette méthodologie pour l'analyse des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation.

La deuxième étude traite de l'interprétation de certaines mesures d'élasticités des coûts totaux en fonction de la mesure de production employée lors de l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, dans cette étude, nous montrons que l'effet de certaines variables sur les coûts totaux peut différer selon que le niveau de production est évalué par le nombre d'expéditions effectuées par l'entreprise ou le nombre de tonnes-kilomètres transportées par cette dernière.

Dans la troisième étude, nous développons un nouveau test d'agrégation des mesures de la production pouvant être appliqué à des entreprises en situation de concurrence ou de monopole. Le développement d'un nouveau test était nécessaire puisque les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production.

Enfin, dans la quatrième étude, nous présentons une application de ce test à des entreprises canadiennes de transport par camion. Le test a été effectué sous l'hypothèse de concurrence. Les résultats montrent que l'emploi d'un agrégat non cohérent des mesures de la production peut mener à l'introduction de biais importants lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises.

ÉTUDE 1

RÉGLEMENTATION ET TECHNOLOGIE DANS L'INDUSTRIE DU TRANSPORT PAR CAMION : UNE PRÉSENTATION DE LA MÉTHODOLOGIE

INTRODUCTION

Le projet de déréglementation de l'industrie du transport par camion aux États-Unis a amené la publication d'un nombre important d'études analysant les effets de la réglementation dans l'industrie et aussi les effets possibles d'une déréglementation de cette dernière. Ces études, pour la plupart, tentaient de répondre à l'une des trois questions suivantes : 1) quelle est la structure industrielle qui émergera suite à la déréglementation? 2) quels sont les effets de la réglementation sur le progrès technique dans l'industrie? 3) à qui bénéficie la réglementation? Un survol complet de cette littérature permet de réaliser que pour répondre à ces questions, les chercheurs ont tous utilisés la même méthodologie, soit l'analyse de la structure de la technologie via l'estimation d'une fonction de coût[1]. Dans cette étude, nous présentons une synthèse de cette méthodologie, depuis les fondements théoriques jusqu'à l'application empirique. Ainsi, partant du théorème de la dualité, nous introduisons une fonction de coût multi-produit avec des mesures de qualités associées à chacune des mesures de production. L'introduction des mesures de qualités se fait par le biais de fonctions hédoniques qui ont pour rôle d'agréger les mesures de production et leurs qualités. Par la suite, nous présentons l'approximation translogarithmique de cette fonction de coût et montrons comment elle peut être utilisée pour l'analyse des rendements d'échelles, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation dans un contexte où la production est multiple.

Cette étude se veut une référence pour tous ceux qui désirent entreprendre une analyse de la technologie de l'industrie du transport par camion ou celle d'autres industries. Il peut aussi s'avérer fort utile à ceux qui ont des recommandations à faire ou des décisions à prendre au sujet de la déréglementation des transports au Canada. En effet, une

---

1 Pour une revue des modèles dans l'industrie du transport aérien, voir Dionne et Gagné (1988).

bonne compréhension de la méthodologie permet d'en mieux saisir les limites et les lacunes et, par conséquent, les limites et lacunes des résultats obtenus de celle-ci.

1. UNE PREMIÈRE APPROCHE À L'ANALYSE DE LA TECHNOLOGIE

L'étude des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation suppose généralement l'estimation de la structure de la technologie des entreprises formant l'industrie[1]. L'estimation économétrique d'une fonction de production représentant les combinaisons d'intrants techniquement possibles et efficaces pour la production d'une variété de biens (ou services) semble, a priori, une méthode valable d'analyse de la structure de la technologie. Cependant, deux difficultés majeures viennent invalider cette méthode.

La première difficulté concerne la mesure de production dans l'industrie du transport par camion. Théoriquement, un bien est défini à partir de sa nature, de ses qualités, du moment où il est disponible et de l'endroit où il est disponible. Ainsi, pour une entreprise de transport par camion, le transport d'ordinateurs entre Montréal et Québec constitue un type de production différent du transport de plaques d'acier entre Montréal et Toronto. Les entreprises de transport par camion produisent donc une variété imposante de services. Pour tenir compte de cette diversité, il faut estimer une fonction de production possédant autant de mesures de production que ce que la firme produit effectivement. Or, outre le peu de degrés de liberté que laisse l'estimation d'une telle fonction, les données disponibles limitent considérablement les choix des mesures de production.

Une solution à ce problème consiste à utiliser des mesures agrégées de la production[2]. Cependant, deux mesures de production agrégées et en

---

[1] Par une approche paramétrique. Varian (1984) propose une méthode d'analyse de la structure de la technologie ne requérant pas d'hypothèse sur la forme paramétrique de la technologie employée par les firmes.

[2] En admettant que l'agrégation soit possible au plan fonctionnel, i.e. que des agrégats "cohérents" existent.

apparence équivalentes peuvent représenter des productions effectives de nature fort différentes nécessitant des combinaisons spécifiques d'intrants dans chaque cas. Par exemple, une entreprise effectuant dix expéditions de dix tonnes sur une distance de un kilomètre a une production totale de cent tonnes-kilomètres, alors qu'une autre effectuant une seule expédition d'une tonne sur cent kilomètres a aussi une production totale mesurée de cent tonnes-kilomètres, bien qu'en fait la nature de sa production soit fort différente. Les mesures agrégées de la production doivent donc tenir compte des qualités inhérentes de chaque type de service que produit l'entreprise (distance moyenne, poids moyen, types de biens transportés, etc.).

Afin de tenir compte des difficultés d'agrégation propres aux transports et en particulier au transport par camion, Spady et Friedlaender (1978) proposent d'utiliser une fonction hédonique ayant pour rôle d'agréger les mesures de production et leurs qualités. Ainsi, en supposant qu'une entreprise utilise M intrants (x_m) pour la production de K extrants (y_k) suivant la fonction de transformation

$$f(y_1, \ldots, y_K; x_1, \ldots, x_M) < 0 , \qquad (1.1)$$

les différentes mesures de production sont agrégées en un vecteur de mesures hédoniques de la production $\Psi' = (\Psi_1, \ldots, \Psi_N)$ à l'aide des fonctions hédoniques suivantes :

$$\Psi_n = \Phi_n(Y_n, q_n), \qquad n = 1, \ldots, N \qquad (1.2)$$

où Y_n est un agrégat obtenu à partir d'un sous-ensemble des mesures "effectives" (y_k) de la production;[1]

$q_n' = [q_1^n, q_2^n, \ldots, q_R^n]$ représente le vecteur des qualités associées à l'extrant agrégé Y_n (chaque Y_n possède R qualités associées).

---

[1] Les K mesures effectives de production sont agrégées en N mesures hédoniques.

L'agrégation des mesures effectives de la production en mesures hédoniques est cohérente si et seulement si la fonction

$$F(\Psi_1, \ldots, \Psi_N; x_1, \ldots, x_M) \leq 0 \qquad (1.3)$$

est identique à la fonction 1.1.

Règle générale, on suppose que les fonctions hédoniques Φ_n possèdent les trois propriétés suivantes :

i) $\Phi_n(0, q_n) = 0$ et $\Phi_n(Y_n, q_n) > 0$ pour $Y_n > 0$ et $q_n > 0$;

ii) $\Phi_n(Y_n, q_n)$ est une fonction homogène de degré un en Y_n pour un vecteur q_n donné;

iii) $\Phi(Y_n, q_n)$ est une fonction monotone non-décroissante par rapport à q_n.

La propriété (i) signifie que la mesure hédonique de la production est nulle (positive) lorsque la mesure effective de la production est nulle (positive). La propriété (ii) implique qu'en doublant les mesures effectives de la production, on double aussi les mesures hédoniques. Toutefois, le fait de doubler les qualités associées n'implique pas que la mesure hédonique de la production double. Enfin, la propriété (iii) signifie qu'à production effective donnée, une augmentation des qualités ne peut entraîner une baisse de la mesure hédonique de la production.

Une fois résolu le problème d'agrégation des mesures de production un autre problème demeure : l'estimation économétrique de la fonction de production. L'estimation de la fonction de production implique l'ajout d'un terme d'erreur aléatoire à la fonction 1.3 si bien que cette dernière se récrit maintenant

$$F(\Psi_1, \ldots, \Psi_N; x_1, \ldots, x_M) + e = 0 , \qquad (1.4)$$

où e est un terme d'erreur aléatoire de moyenne nulle et de variance finie.

De manière générale, si les variables x_m (intrants) sont non corrélées avec le terme d'erreur aléatoire, l'estimation de 1.4 par la méthode des moindres carrés ordinaires donnera des estimations non-biaisées des paramètres de la fonction. Cependant, il y a peu de chances que cela soit le cas. En effet, le terme d'erreur aléatoire représente l'effet cumulé de toutes les variables n'apparaissant pas dans la fonction 1.4 et déterminant le niveau de production. Ainsi, si le directeur de l'entreprise observe certaines variables qui influencent son choix d'intrants, mais que ces variables ne sont pas observées par les analystes estimant la fonction de production, il y a de fortes raisons de douter de l'indépendance entre le terme d'erreur aléatoire et les variables explicatives (x_m). Par exemple, lorsque le directeur observe un changement dans la qualité d'un intrant, ce dernier modifie la composition des intrants en fonction de la variation de qualité de celui-ci. L'effet sur le niveau de production du changement dans la qualité d'un des intrants (changement qui n'est pas observé) est contenu dans le terme d'erreur aléatoire et le choix des intrants est en partie dû lui aussi à ce changement, si bien qu'il y a corrélation entre le terme d'erreur et les variables explicatives (x_m), corrélation qui a pour effet de biaiser les résultats obtenus (Varian, 1984, chap. 4).

Tout porte à croire qu'en pratique, le directeur d'une entreprise de transport par camion observe certaines variables influençant le choix des intrants et que ces variables ne sont pas observables par les analystes. Dans ces conditions, l'estimation directe d'une fonction de production peut mener à des conclusions erronées. Pour contrer cette difficulté, nous appliquons le principe de la dualité existant entre la fonction de production et la fonction de coût. Cette façon de procéder nous permettra d'inférer sans biais la structure de la technologie.

2. L'APPROCHE DUALE À L'ANALYSE DE LA TECHNOLOGIE

Le théorème de la dualité, tel qu'énoncé par Shephard (1953) puis repris par Diewert (1974, 1982) et McFadden (1978), montre, sous certaines hypothèses, la correspondance entre la fonction de transformation et la fonction de coût. Autrement dit, toute l'information pertinente concernant la technologie contenue dans la fonction de transformation est aussi contenue dans la fonction de coût. Par ailleurs, en supposant que les prix des intrants sont déterminés de manière concurrentielle, ceux-ci sont par conséquent indépendants du terme d'erreur aléatoire; l'hypothèse d'indépendance, nécessaire aussi à l'estimation de la fonction de coût, est donc davantage susceptible d'être respectée. Pour établir la dualité entre la fonction de coût et la fonction de transformation, il est nécessaire d'employer plusieurs hypothèses et concepts mathématiques. Le lecteur intéressé par cet aspect peut consulter Nadiri (1982), Diewert (1982) ou McFadden (1978); ici nous ne ferons qu'exposer les résultats du théorème de la dualité.

2.1 La fonction de coût : définitions et propriétés

Lorsque la fonction de transformation satisfait certaines conditions de régularité[1] alors correspond à cette dernière une fonction de coût nous donnant le coût minimum de produire Ψ lorsque les prix des intrants sont w étant donné la contrainte technologique F, soit[2] :

1
i) F est continue en (Ψ,x);
ii) F est au moins deux fois continûment différentiable par rapport à (Ψ,x);
iii) F est non décroissante en Ψ et non croissante en x;
iv) F est convexe en (Ψ,x) (cette hypothèse nous assure de la convexité de $V(\Psi)$, $V(\Psi)=\{x:F(\Psi,x) < 0\}$);
v) $F(\Psi,0) > 0$, si au moins un des éléments de Ψ est strictement positif.

2 $C(\Psi, w)$ est une fonction de coût de long terme. Nous ne considérons pas la fonction de coût de court terme, puisqu'une des caractéristiques des entreprises de transport par camion est de pouvoir ajuster rapidement la capacité de production aux fluctuations de la demande. Nous supposons donc que les quantités employées d'intrants sont toujours celles qui minimisent les coûts totaux de produire Ψ.

$$C(\Psi,\ w) = \min_{x}\{w'x\ :\ F(\Psi,\ x) < 0\} \qquad (2.1)$$

où

$w' = (w_1,\ \ldots,\ w_M)$ est le vecteur de prix des intrants;

$x' = (x_1,\ \ldots,\ x_M)$ et $\Psi' = (\Psi_1,\ \ldots,\ \Psi_N)$ sont définis comme précédemment.

La fonction de coût 2.1 possède, sous l'hypothèse de régularité de la fonction de transformation, les propriétés suivantes (Diewert, 1982) :

Propriété 1

C est une fonction non négative :

$$C(\Psi,\ w) > 0 \qquad \text{pour} \quad w_m > 0,\ \ m=1,\ \ldots,\ M.$$

Propriété 2

C est une fonction homogène de degré 1 en w :

$$C(\Psi,\ \lambda w) = \lambda\ C(\Psi,\ w) \ \text{pour} \ \ w_m > 0,\ \ m=1,\ \ldots,\ M \text{ et } \lambda > 0.$$

Propriété 3

C est une fonction non décroissante par rapport à chacun des éléments de w :

$$C(\Psi,\ w_1) > C(\Psi,\ w_0) \ \ \text{pour} \ w_1 \gg w_0.$$

Propriété 4

C est une fonction concave en w :

$$C(\Psi,\ \alpha w_0 + (1-\alpha) w_1) > \alpha C(\Psi,\ w_0) + (1-\alpha)\ C(\Psi,\ w_1)$$

$$\text{pour } w_0,\ w_1 \gg 0 \text{ et } 0 < \alpha < 1.$$

Propriété 5

C est une fonction continue par rapport à chacun des éléments de w pour $w_m > 0,\ \ m=1,\ \ldots,\ M$.

Propriété 6

C est une fonction non décroissante par rapport à chacun des éléments de Ψ pour un vecteur w donné :

$$C(\Psi_1, w) \geq C(\Psi_0, w) \quad \text{pour } \Psi_1 \gg \Psi_0 \ .$$

Propriété 7

C est une fonction continue par rapport à chacun des éléments de Ψ pour $\Psi_n > 0$, n=1, ..., N.

La fonction de coût étant duale à la fonction de production, on doit alors pouvoir retrouver cette dernière à partir de la fonction de coût. Formellement :

$$\tilde{F}(\Psi, x) = \max_{\Psi}\{\Psi : w'x \geq C(\Psi, w)\} \text{ pour tout } w_m > 0, \quad m=1, \ldots, M \ . \quad (2.2)$$

Encore ici, sous certaines hypothèses de régularité de la fonction de production, Diewert (1982) démontre que les fonctions F et $\tilde{F}$ coïncident. Il y a donc une correspondance unique entre les fonctions de coût et de production et toute l'information pertinente concernant la technologie peut être obtenue avec l'une ou l'autre des fonctions, d'où la dualité.

À toute fonction de coût possédant les propriétés 1 à 7 et différentiable par rapport à chacun des éléments de w est associé un vecteur de fonctions de demandes conditionnelles d'intrants (lemme de Shephard (1953)), soit :

$$x_m(\Psi^*, w^*) = \partial C(\Psi^*, w^*)/\partial w_m, \quad m=1, \ldots, M \ , \qquad (2.3)$$

où $x_m(\Psi^*, w^*)$ est la demande de l'intrant m qui minimise les coûts de produire Ψ^* lorsque les prix des intrants sont w^* ($w_m^* > 0$, m=1, ..., M). D'un point de vue économétrique, ce résultat est très utile. En effet, il permet d'associer à toute forme fonctionnelle différentiable d'une fonction de coût possédant les propriétés 1 à 7 les fonctions de demandes d'intrants et ce, même si la fonction de transformation sous-jacente F est inconnue.

Certaines propriétés de la fonction de coût impliquent des propriétés particulières pour les fonctions de demandes conditionnelles d'intrants telles que définies par 2.3. Supposons que la fonction $C(\Psi, w)$ est au moins deux fois continûment différentiable par rapport à Ψ et w. Par le lemme de Shephard, on sait que les fonctions de demandes d'intrants ($x_m(\Psi, w)$, $m=1, \ldots, M$) existent au point (Ψ^*, w^*) et sont données par les dérivées premières de la fonction de coût. Ainsi, l'hypothèse que $C(\Psi, w)$ soit au moins deux fois continûment différentiable implique que les fonctions $x_m(\Psi, w)$, $m=1, \ldots, M$, existent et sont au moins une fois continûment différentiables au point (Ψ^*, w^*).

À partir des dérivées premières des fonctions $x_m(\Psi, w)$, $m=1,\ldots,M$, on peut former la matrice des derivées secondes de la fonction de coût par rapport à w, soit :

$$[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s] = [\partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m \, \partial w_s], \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \,. \end{matrix} \qquad (2.4)$$

L'hypothèse que $C(\Psi, w)$ est deux fois continûment différentiable implique, par le théorème de Young, que la matrice 2.4 est symétrique, si bien que :

$$[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s] = [\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s]' = [\partial x_s(\Psi, w)/\partial w_m], \qquad (2.5)$$

$$\begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \,. \end{matrix}$$

De plus, comme $C(\Psi, w)$ est concave en w alors la matrice hessienne de $C(\Psi, w)$ est une matrice négative semi-définie, donc :

$$z'[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s]z \leq 0, \text{ pour tout } z(Mx1), \quad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \,. \end{matrix} \qquad (2.6)$$

En particulier, si $z=e_m$, e_m étant le $m^{\text{ième}}$ vecteur unitaire, alors :

$$\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_m \leq 0, \quad m=1,\ldots,M. \qquad (2.7)$$

La relation 2.7 signifie que la fonction de demande du $m^{\text{ième}}$ intrant est non croissante par rapport au prix de cet intrant. Par ailleurs, comme $C(\Psi, w)$ est homogène de degré un en w, alors $C(\Psi, \lambda w) = \lambda C(\Psi, w)$ pour $\lambda > 0$. Prenant la dérivée partielle de cette dernière égalité par rapport à w_m nous obtenons :

$$\partial C(\Psi, \lambda w)/\partial \lambda w_m = \partial C(\Psi, w)/\partial w_m, \quad m=1,\ldots,M. \qquad (2.8)$$

Prenant maintenant la dérivée de 2.8 par rapport à λ, nous obtenons (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{s=1}^{M} w_s(\partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m\, \partial w_s) = 0, \quad m=1,\ldots,M. \qquad (2.9)$$

Par 2.4, nous pouvons récrire 2.9 de la façon suivante :

$$\sum_{s=1}^{M} w_s(\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s) = 0, \qquad m=1,\ldots,M. \qquad (2.10)$$

Cette dernière relation implique, avec une inégalité stricte à la relation 2.7 pour au moins un intrant, qu'au moins deux intrants sont substituts dans le processus de production (i.e. tous les intrants ne peuvent être complémentaires).

En dérivant partiellement $C(\Psi, \lambda w) = \lambda C(\Psi, w)$ par rapport à Ψ_n, puis par rapport à λ, on obtient (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial^2 C(\Psi, w)/\partial \Psi_n\, \partial w_m) = \partial C(\Psi, w)/\partial \Psi_n, \quad m=1,\ldots,M\ . \qquad (2.11)$$

Puisque

$$\begin{aligned}\partial^2 C(\Psi, w)/\partial \Psi_n\, \partial w_m &= \partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m\, \partial \Psi_n \\ &= \partial[\partial C(\Psi, w)/\partial w_m]/\partial \Psi_n \\ &= \partial x_m(\Psi, w)/\partial \Psi_n,\end{aligned}$$

alors

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial^2 C(\Psi, w)/\partial\Psi_n \,\partial w_m) = \sum_{m=1}^{M} w_m(\partial x_m(\Psi, w)/\partial\Psi_n) \qquad (2.12)$$

$$= \partial C(\Psi, w)/\partial\Psi_n > 0, \; n=1,\ldots,N.$$

L'inégalité 2.12 découle de la propriété 6 de la fonction de coût et signifie que les changements dans les demandes d'intrants induits par une augmentation de la production ne peuvent être tous négatifs; autrement dit les intrants ne peuvent être tous inférieurs.

Enfin, l'homogénéité de degré un implique par le théorème d'Euler la relation suivante (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial C(\Psi, w)/\partial w_m) = C(\Psi, w). \qquad (2.13)$$

2.2 L'approximation translogarithmique d'une fonction de coût

La section précédente nous renseigne sur la nature de la fonction de coût, sur les arguments qu'elle contient et sur les propriétés qu'elle possède mais ne nous dit rien sur la forme fonctionnelle de celle-ci. Aux fins de l'estimation économétrique d'une telle fonction, Christensen, Jorgensen et Lau (1973) proposent d'approximer le logarithme de la fonction par une expansion en séries de Taylor autour d'un point. Ce genre d'approximation permet de tester plusieurs hypothèses concernant la nature de la technologie. Ainsi, une telle approximation permet divers tests concernant l'homothéticité de la technologie, admet tous les types de rendements d'échelles de même que des élasticités de substitution variables entre les intrants. Elle permet aussi l'analyse de la technologie dans le cas d'une production de plusieurs extrants[1]. Enfin, la plupart des analyses empiriques de la structure des coûts des entreprises de transport ont été réalisées à l'aide d'une approximation translogarithmique.

Intéressons-nous pour le moment à une fonction quelconque $g(z)$, $z = z_1, \ldots, z_i, \ldots, z_I$.

---

[1] Ce qui n'est pas le cas pour la plupart des appproximations développées à ce jour.

On a bien sûr que :

$$g(z) = g(e^{\ell n z_1}, \ldots, e^{\ell n z_I}). \tag{2.14}$$

Prenant la transformation logarithmique de (2.14) on obtient :

$$\begin{aligned} \ell n g(z) &= \ell n g(e^{\ell n z_1}, \ldots, e^{\ell n z_I}) \qquad (2.15) \\ &= h(\ell n z_1, \ldots, \ell n z_I) \\ &= h(\ell n z). \end{aligned}$$

Étant donné 2.15, l'approximation translogarithmique de $\ell ng(z)$ correspond à l'expansion en séries de Taylor de la fonction h autour d'un point quelconque z_0, soit :

$$\begin{aligned} \ell n g(z) = h(\ell n z\ ) \approx \bar{h}(\ell n z) &= \bar{h}(\ell n z_0) + \sum_{i=1}^{I} \bar{h}_i(\ell n z_0)(\ell n z_i - \ell n z_{io}) \qquad (2.16) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} \bar{h}_{ij}(\ell n z_0)(\ell n z_i - \ell n z_{io})(\ell n z_j - \ell n z_{jo}) \\ &+ \text{termes d'ordres plus élevés } (\approx 0)\ . \end{aligned}$$

où $\bar{h}(\ell n z_0)$ représente la valeur de la fonction au point z_0;

$\bar{h}_i(\ell n z_0)$ et $\bar{h}_{ij}(\ell n z_0)$ représentent respectivement les dérivées première et seconde de la fonction h évaluées au point z_0.

On suppose les termes d'ordre supérieur à 2 comme étant très petits ou nuls[1] si bien qu'on approxime $h(\ell nz)$ par $\bar{h}(\ell nz)$, d'où l'approximation translogarithmique de $\ell ng(z)$. Dans la plupart des cas, on choisit la moyenne arithmétique des variables comme point autour duquel on approxime la fonction $\ell ng(z)$.

Une fonction $\bar{h}(\ell nz)$ représente une approximation valable de second ordre d'une fonction $h(\ell nz)$ si la valeur de $\bar{h}(\ell nz)$, son gradient et la

---

[1] Ceux-ci correspondent aux dérivées d'ordre supérieur à 2 de la fonction.

hessienne de celle-ci, évalués au point z_0, égalent la valeur, le gradient et la hessienne de $h(\ell n z)$ évalués à ce même point, soit :

$$\begin{aligned} \bar{h}(\ell n z_0) &= h(\ell n z_0) \\ \bar{h}_i(\ell n z_0) &= h_i(\ell n z_0), \quad i=1,\ldots,n \\ \bar{h}_{ij}(\ell n z_0) &= h_{ij}(\ell n z_0), \quad i,j=1,\ldots,n\ . \end{aligned} \tag{2.17}$$

De plus, $\bar{h}(\ell n z)$ constitue une forme fonctionnelle dite "flexible" de la fonction $h(\ell n z)$ si elle contient un nombre suffisant de paramètres libres pour que la valeur de la fonction, le gradient et la hessienne puissent être quelconques, soit $1+I+I^2$ paramètres libres.

Retournons maintenant à la fonction de coût définie en 2.1. Comme $\Psi_n = \Phi_n(Y_n, q_n)$, on peut substituer cette expression dans $C(\Psi, w)$:

$$\begin{aligned} C(\Psi, w) &= C(\Psi_1,\ldots,\Psi_N, w_1,\ldots,w_M) \\ &= C(\Phi_1(Y_1, q_1),\ldots, \Phi_N(Y_N, q_N), w_1,\ldots,w_M) \\ &= \tilde{C}(Y_1,\ldots,Y_N, q_1,\ldots,q_N, w_1,\ldots,w_M)\ . \end{aligned} \tag{2.18}$$

Le logarithme de la fonction $\tilde{C}$ est alors approximé par une expansion en séries de Taylor du type 2.16. Cependant, étant donné la nature multi-produit de $\tilde{C}$, une telle approximation est inutilisable lorsqu'au moins une des mesures de la production (y_n) est nulle. De plus, à une mesure de production (y_n) nulle sont associées des mesures de qualité qui sont aussi nulles. Alors, plutôt que d'utiliser le logarithme des variables y et q, Caves, Christensen et Tretheway (1980) proposent d'appliquer une transformation Box-Cox sur ces dernières.[1] Compte tenu de ces corrections, correspond au logarithme de la fonction $\tilde{C}$, l'approximation translogarithmique

[1] La transformation Box-Cox de la variable X est donnée par $(X^\Theta-1)/\Theta$ et est définie pour X=0 lorsque $\Theta > 0$. De plus, $\lim_{\Theta\to 0} (X^\Theta-1)/\Theta = \ell n X$.

hybride suivante :

$$
\begin{aligned}
\ell n\tilde{C}(Y, q, w) \simeq\ & \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} + \sum_{m=1}^{M} \beta_m \, \ell n(w_m/\bar{w}_m) \\
& + \sum_{u=1}^{U} \tau_u \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \frac{\left((Y_t/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{M} E_{ms} \, \ell n(w_m/\bar{w}_m) \, \ell n(w_s/\bar{w}_s) \\
& + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{U} \sum_{v=1}^{U} H_{uv} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \frac{\left((q_v/\bar{q}_v)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \\
& + \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} B_{nm} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \ell n(w_m/\bar{w}_m) \qquad\qquad (2.19) \\
& + \sum_{n=1}^{N} \sum_{u=1}^{U} C_{nu} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \\
& + \sum_{m=1}^{M} \sum_{u=1}^{U} F_{mu} \, \ell n(w_m/\bar{w}_m) \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2}
\end{aligned}
$$

avec $q_u = q_r^n$, $u=1,\ldots,U$, $U=NR$

$n=1,\ldots,N$

$r=1,\ldots,R$

et $\Theta_1 > 0$, $\Theta_2 > 0$.

Cette fonction constitue une approximation translogarithmique de la fonction de coût multi-produit $\tilde{C}$. En outre, elle admet que certaines mesures de production et de qualité soient nulles.

Pour assurer l'homogénéité de degré 1 de $\tilde{C}$ on impose, au moment de l'estimation, les conditions nécessaires et suffisantes suivantes à 2.19:

$$\sum_{m=1}^{M} \beta_m = 1$$

$$\sum_{m=1}^{M} E_{ms} = 0, \quad s=1,\ldots,M \tag{2.20}$$

$$\sum_{m=1}^{M} B_{nm} = 0, \quad n=1,\ldots,N$$

$$\sum_{m=1}^{M} F_{mu} = 0, \quad u=1,\ldots,U \; .$$

De plus, on a par le théorème de Young que :

$$A_{nt} = A_{tn}$$

$$E_{ms} = E_{sm} \tag{2.21}$$

$$H_{uv} = H_{vu}$$

À partir des dérivées premières de 2.19 on obtient, par le lemme de Shephard, les fonctions de parts d'intrants. Ainsi, sachant que

$$\partial \tilde{C}(Y,\, q,\, w)/\partial w_m = x_m(Y,\, q,\, w) \qquad , \quad m=1,\ldots,M\ , \qquad (2.22)$$

alors,

$$\frac{\partial \ell n \tilde{C}(Y,\, q,\, w)}{\partial \ell n w_m} = \frac{\partial \tilde{C}(Y,\, q,\, w)}{\partial w_m}\, \frac{w_m}{\tilde{C}} = \frac{x_m\, w_m}{\tilde{C}}\ , \quad m=1,\ldots,M\ . \qquad (2.23)$$

En appliquant la relation 2.23 à la fonction de coût 2.19, on obtient les fonctions de part d'intrants correspondantes, soit :

$$\frac{x_m\, w_m}{\tilde{C}} = \beta_m + \sum_{s=1}^{M} E_{ms}\ \ell n\ (w_s/\bar{w}_s) + \sum_{n=1}^{N} B_{nm} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \qquad (2.24)$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} F_{mu} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2}\ , \qquad m=1,\ldots,M\ .$$

2.3 <u>Estimation économétrique d'une fonction de coût</u>

Les paramètres d'une fonction de coût telle que définie par 2.19, 2.20 et 2.21 peuvent être obtenus par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cependant, l'estimation de la seule fonction de coût néglige l'information contenue dans les fonctions de parts d'intrants. Pour cette raison, Christensen et Greene (1976) proposent d'estimer conjointement la fonction de coût et les fonctions de part d'intrants associées par une méthode due à Zellner (1962). Le fait de considérer les fonctions de part d'intrants permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté puisque les paramètres des fonctions de part sont un sous-ensemble des paramètres de la fonction de coût.

Afin de procéder à l'estimation des fonctions de coût et de parts d'intrants, on ajoute à chaque équation un terme d'erreur aléatoire. La méthode de Zellner tient compte de la corrélation entre les termes d'erreurs aléatoires d'une même observation (entreprise). Toutefois, comme la somme des parts est toujours égale à un, la somme des termes d'erreurs aléatoires des fonctions de parts est égale à zéro, ce qui rend la matrice variance-covariance des erreurs singulière. Pour contourner cette difficulté, Barten (1969) propose de laisser tomber une des fonctions de parts et démontre que les résultats obtenus sont invariants de la part qu'on laisse tomber, tant et aussi longtemps que les résultats correspondent à ceux obtenus par une méthode de maximum de vraisemblance. Par ailleurs, Kmenta et Gilbert (1968) ont démontré que la méthode itérative de Zellner donne des résultats correspondant à un maximum de vraisemblance. Ainsi, l'estimation de 2.19 conjointement avec 2.24 par la méthode itérative de Zellner et ce, en laissant tomber une des fonctions de parts, constitue une procédure valable qui considère toute l'information disponible.

On a vu à la section 2.1 que la fonction de coût possède de nombreuses propriétés qu'on peut soit tester soit imposer. Parmi ces dernières, soulignons que les conditions 2.20 et 2.21 imposées à la fonction de coût assurent la propriété 2 (homogénéité de degré 1 en w). Les propriétés 1, 3 et 6 peuvent difficilement être imposées avant l'estimation mais peuvent faire l'objet de tests une fois les résultats obtenus. Par exemple, la propriété 3 est vérifiée si les parts d'intrants calculées sont positives pour toutes les entreprises composant l'échantillon. L'observation des propriétés 5 et 7 est assurée étant donné la forme fonctionnelle de la fonction estimée (translogarithmique). Enfin, la concavité en w de la fonction de coût peut être imposée à cette dernière (Jorgensen et Fraumeni (1981)). Toutefois, les résultats obtenus sont très sensibles à la manière dont cette contrainte est imposée. Par exemple, la méthode adoptée par Jorgenson et Fraumeni peut mener à des mesures inacceptables d'élasticités de substitution et d'élasticités-prix des intrants (Diewert et Wales (1987)). De plus, peu importe la méthode employée, l'imposition ex-ante de la concavité se fait au détriment de la flexibilité. Pour toutes ces raisons, il apparaît préférable de vérifier ex-post si l'approximation de la fonction de coût est concave en w.

À une fonction de coût au moins deux fois continûment différentiable et concave en w, correspond une matrice de dérivées secondes par rapport à chacun des éléments de w qui est négative semi-définie. Étant donné que la fonction 2.19 est une approximation du logarithme de la fonction de coût $\tilde{C}$, on doit pouvoir retrouver à partir de la matrice des dérivées secondes de $\ell n\tilde{C}(Y, q, w)$ la matrice des dérivées secondes de $\tilde{C}(Y, q, w)$. Ainsi, en définissant $\tilde{C}_m = \partial\tilde{C}(Y, q, w)/\partial w_m$ et $\tilde{C}_{ms} = \partial^2\tilde{C}(Y, q, w)/\partial w_m\, \partial w_s$, on a la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell n w_m\, \partial \ell n w_s} = \frac{\delta_{ms}\, w_m\, \tilde{C}_m}{\tilde{C}} - \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_m\, \tilde{C}_s}{(\tilde{C})^2} + \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_{ms}}{\tilde{C}}, \quad \begin{matrix} m=1,\dots,M \\ s=1,\dots,M \end{matrix} \qquad (2.25)$$

avec $\delta_{ms} = 1$ si m=s et $\delta_{ms} = 0$ si $m \neq s$.

Si bien que

$$\tilde{C}_{ms} = \left[\frac{\partial^2 \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell n w_m\, \partial \ell n w_s} + \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_m\, \tilde{C}_s}{(\tilde{C})^2} - \frac{\delta_{ms}\, w_m\, \tilde{C}_m}{\tilde{C}}\right] \frac{\tilde{C}}{w_m\, w_s}$$

$$\begin{matrix} m=1,\dots,M \\ s=1,\dots,M \end{matrix} \qquad (2.26)$$

$$\text{avec} \quad \tilde{C}_m = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell n w_m}\, \frac{\tilde{C}}{w_m}, \quad \tilde{C}_s = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell n w_s}\, \frac{\tilde{C}}{w_s} .$$

La fonction de coût est globalement concave lorsque la matrice $\tilde{C}_{ms}$ est négative semi-définie pour toutes les observations composant l'échantillon. Cependant, il peut arriver que cette propriété ne soit pas vérifiée pour certaines observations. Les résultats obtenus peuvent néanmoins être considérés comme valables (Wales (1977)).

3. L'ANALYSE DE LA RÉGLEMENTATION : TROIS APPLICATIONS À PARTIR DE LA FONCTION DE COUT TRANSLOGARITHMIQUE

3.1 Rendements d'échelle

Le type de rendements d'échelle présent dans l'industrie du transport par camion est une donnée fondamentale pour l'analyse de la réglementation de cette industrie. Lorsqu'on considère une déréglementation partielle ou totale de l'industrie du transport par camion, la question qui soulève le plus de discussions concerne la structure industrielle qui émergera suite à la déréglementation. La présence de rendements constants ou décroissants permet d'anticiper une concentration industrielle plus faible une fois l'industrie déréglementée. Par contre, des rendements d'échelle croissants laissent anticiper une concentration accrue de l'industrie une fois cette dernière soumise aux lois de la libre concurrence. L'analyse des rendements d'échelle revêt donc une importance particulière.

Les résultats obtenus de l'estimation d'une fonction de coût et des fonctions de parts d'intrants qui y sont associées permettent l'analyse en profondeur des rendements d'échelle. En général, les rendements d'échelle sont définis à partir de l'élasticité du coût total par rapport à la production :

$$\varepsilon_{cy} = \partial \ell n\tilde{C}(y,\ q,\ w)/\partial \ell ny\ . \tag{3.1}$$

Ceux-ci sont donnés par :

$$S = \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/(y^* \partial\tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial y)$$

$$= \frac{1}{(y^* \, \partial\tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial y)/\tilde{C}(y^*, q^*, w^*)} \qquad (3.2)$$

$$= \frac{1}{\partial \ell n\tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial \ell n y}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon^*_{cy}}$$

où ε^*_{cy} représente l'élasticité de $\tilde{C}$ par rapport à y au point (y^*, q^*, w^*), y étant ici un scalaire.

Ainsi, les rendements d'échelle sont croissants, constants ou décroissants selon que S est plus grand, égal ou plus petit que 1. La définition 3.2 est opérationnelle dans la mesure où la technologie employée engendre la production d'un seul bien ou service. Lorsque la technologie est multi-produit, une définition alternative des rendements d'échelle est employée (Baumol, Panzar et Willig (1982)), soit :

$$S'(Y^*,w^*,q^*) = \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)/\sum_{n=1}^{N} Y^*_n \, (\partial\tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)/\partial Y_n) \ . \qquad (3.3)$$

Comme $$\frac{\partial\tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)}{\partial Y_n} = \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*) \frac{\partial \ell n\tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)}{\partial Y_n} \ , \qquad (3.4)$$

alors, on peut récrire 3.3 comme suit :

$$S' = 1 \,/ \sum_{n=1}^{N} Y^*_n \, (\partial \ell n\tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)/\partial Y_n) \ . \qquad (3.5)$$

Pour la fonction de coût translogarithmique 2.19, la mesure des rendements d'échelle est donnée par :

$$S' = 1 \Bigg/ \left[\sum_{n=1}^{N} (Y_n^*/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} \left(\alpha_n + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((Y_t^*/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} + \sum_{m=1}^{M} B_{nm} \, \ell n(w_m^*/\bar{w}_m) + \sum_{u=1}^{U} C_{nu} \frac{\left((q_u^*/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \right) \right] . \tag{3.6}$$

Ici encore, la technologie est caractérisée par des rendements d'échelle croissants, constants ou décroissants selon que S' est plus grand, égal ou inférieur à un.

La présence de termes en Y, w et q dans l'équation 3.6 signifie qu'il est impossible de caractériser globalement[1] les rendements d'échelle, puisque ces derniers varient en fonction du niveau de production, des prix des intrants et des mesures de qualités de la production. Par exemple, les paramètres α_n caractérisent les rendements d'échelle pour une entreprise moyenne, mais ces paramètres ne constituent pas une mesure adéquate des rendements d'échelle pour des entreprises loin de la moyenne.

Pour pallier à cette difficulté, il est plus facile d'analyser les rendements d'échelle à l'aide de la fonction de coût moyen. Ainsi, pour une technologie d'un seul produit, la fonction de coût moyen est donnée par :

$$CM(y, q, w) = \tilde{C}(y, q, w)/y \tag{3.7}$$

qu'on peut récrire

$$\ell nCM(y, q, w) = \ell n\tilde{C}(y, q, w) - \ell ny . \tag{3.8}$$

L'élasticité du coût moyen par rapport à la production au point (y*, q*, w*) correspond à :

---

1 i.e. peu importe les valeurs prises par Y, w et q.

$$\varepsilon^{*}_{CM,y} = \frac{\partial \ell n CM(y^*, q^*, w^*)}{\partial \ell n y} = \frac{\partial \ell n \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)}{\partial \ell n y} - 1$$

$$= \varepsilon^{*}_{cy} - 1 \ . \qquad (3.9)$$

Les rendements sont croissants, constants ou décroissants selon que $\varepsilon^{*}_{CM,y}$ est plus petit, égal ou plus grand que zéro. Autrement dit, lorsque la pente de la fonction de coût moyen est négative (nulle ou positive) on est en présence de rendements d'échelle croissants (constants ou décroissants).

Lorsque la technologie est multi-produit, la fonction de coût moyen 3.7 est inopérante. En effet, l'utilisation au dénominateur d'une mesure agrégée de la production peut entraîner l'addition de quantités difficilement comparables. Par exemple, dans le domaine du transport par camion, il n'est pas concevable d'additionner ensemble le nombre de tonnes-kilomètres transportées de courrier et de machinerie lourde. Pour cette raison, un concept alternatif de coûts moyens a été suggéré par Baumol, Panzar et Willig (1982) : le coût moyen de rayon ("ray average cost"). Pour introduire ce concept, il faut d'abord définir un vecteur de production composite soit $Y^o = (Y^o_1, Y^o_2, \ldots, Y^o_N)$.[1] La fonction de coût moyen de rayon est alors donnée par :

$$CMR(\lambda Y^o, q, w) = \tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)/\lambda, \ \lambda > 0 \ . \qquad (3.10)$$

Cette fonction définit les coûts moyens le long d'un rayon pour lequel les proportions de chaque produit sont constantes à l'intérieur de la production totale. Évidemment, lorsque $\lambda=1$, $CMR(\lambda Y^o, q, w)=\tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)$. À titre d'exemple, la figure 1 ci-dessous illustre, pour une technologie de deux produits (Y_1 et Y_2), la fonction de coût moyen de rayon (CMR) et la fonction de coût total et ce, le long d'un rayon (OR) pour lequel chaque produit est en proportion fixe.

---

[1] Le choix du vecteur de production composite est arbitraire.

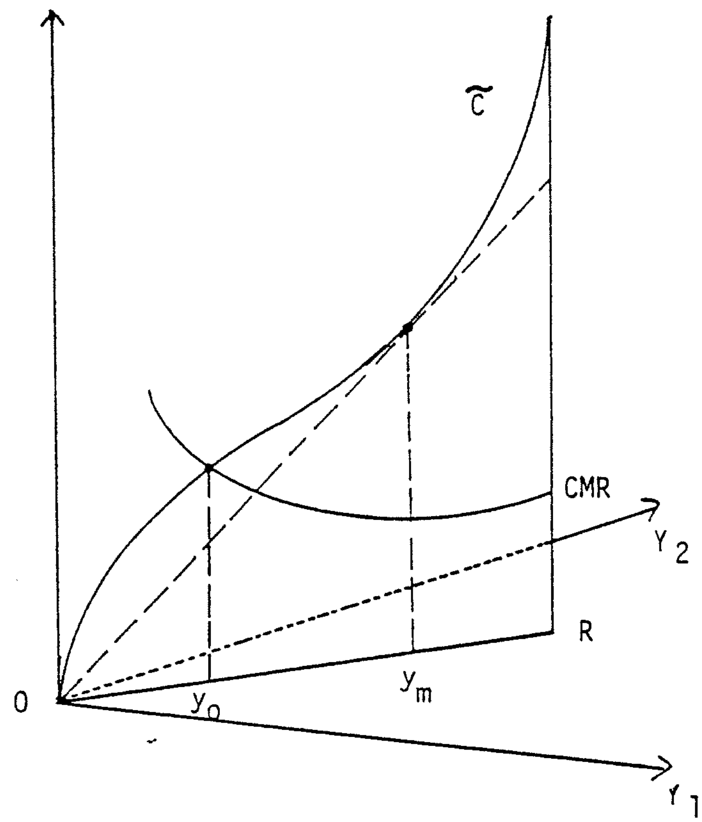

Figure 1 : Fonctions de coût moyen de rayon (CMR) et de coût total ($\tilde{C}$) le long d'un rayon (OR) pour lequel chaque produit est en proportion fixe.

Tout comme dans le cas de la production d'un seul produit, on peut relier à la fonction de coût moyen de rayon la mesure des économies d'échelle. D'abord, en transformant sous forme logarithmique 3.10 on obtient :

$$\ell n CMR(\lambda Y^o, q, w) = \ell n \tilde{C}(\lambda Y^o, q, w) - \ell n\lambda \ . \qquad (3.11)$$

Prenant la dérivée partielle de 3.11 par rapport à $\ell n\lambda$ on obtient l'élasticité du coût moyen de rayon par rapport à λ, soit :

$$\varepsilon_{CMR,\lambda} = \frac{\partial \ell n \tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)}{\partial \ \ell n\lambda} - 1 = \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{\partial \ell n \tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)}{\partial \lambda Y_n^o} \frac{\partial \lambda Y_n^o}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \ell n\lambda}\right] - 1 \ . \qquad (3.12)$$

L'élasticité du coût moyen de rayon par rapport à λ évaluée au point ($\lambda^* Y^0$, q^*, w^*) est donc égale à :

$$\varepsilon^*_{CMR,\lambda} = \left[\sum_{n=1}^{N} \lambda^* \, Y_n^0 \, (\partial \ell n \tilde{C}(\lambda^* Y^0, q^*, w^*)/\partial \lambda Y_n^0) \right] - 1 \qquad (3.13)$$

Tout comme précédemment, selon que $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ soit négatif, nul ou positif, les rendements d'échelle sont croissants, constants ou décroissants.

Pour la fonction de coût translogarithmique hybride 2.19, $\varepsilon_{CMR,\lambda}$ est donnée (pour $Y_n^* = \lambda^* Y_n^0$, $q_u^* = \bar{q}_u$ et $w_m^* = \bar{w}_m$) par :

$$\varepsilon^*_{CMR,\lambda} = \left[\sum_{n=1}^{N} (\lambda^* Y_n^0/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} \left(\alpha_n + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((\lambda^* Y_t^0/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1}\right) \right] - 1 \qquad (3.14)$$

La fonction de coût moyen de rayon épouse une forme en U si pour des petites valeurs de λY^0 la valeur de $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ est négative avec dans ce cas $S > 1$ et pour des plus grandes valeurs de λY^0, $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ prend une valeur positive ou nulle ($S < 1$).

3.2 Bénéficiaires de la réglementation

Le but avoué de la réglementation économique de plusieurs industries par les gouvernements est de protéger les intérêts des consommateurs. Cependant, certains auteurs, dont Stigler (1971) et Peltzman (1976), soutiennent que la réglementation économique est souvent mise en place à la suite de pressions par certains groupes si bien qu'elle servira surtout les intérêts de ces groupes. Ainsi, lorsqu'un gouvernement décide de réglementer une activité économique où les consommateurs ont peu ou pas de pouvoir en tant que groupe, alors la réglementation risque de bénéficier à un autre groupe que ces derniers.

En général, on distingue parmi trois grands groupes les bénéficiaires potentiels de la réglementation : les détenteurs de facteurs de productions (intrants), les propriétaires d'entreprises et les consommateurs. Plusieurs études démontrent que les tarifs dans l'industrie du transport par camion sont plus élevés qu'ils ne le seraient sans réglementation.[1] Cependant, il semble que les tarifs élevés n'entraînent pas des profits anormalement élevés mais soient plutôt le fait de coûts élevés à cause du sur-emploi des intrants qu'amène la réglementation. En fait, dans une étude américaine, Moore (1978) soutient que 75 % des coûts de la réglementation transmis aux expéditeurs puis aux consommateurs prennent la forme de transferts de revenus vers la main-d'oeuvre et les détenteurs de capital dans l'industrie du transport par camion.

Au Canada, Kim (1984) partant des résultats de l'estimation d'une fonction de coût translogarithmique arrive à la conclusion que le régime de réglementation économique de l'industrie du transport par camion bénéficie en grande partie aux détenteurs de facteurs de production (notamment la main-d'oeuvre). Pour mener à bien son étude, Kim part de l'hypothèse que la réglementation, en obligeant les retours à vide, des déplacements excessifs des camions et une sous-utilisation de la capacité de transport, exerce un impact négatif sur les qualités ou caractéristiques technologiques de la production (distance moyenne, poids moyen, etc.). Ainsi, à partir des paramètres estimés de la fonction de coût translogarithmique, il est possible d'évaluer l'élasticité de la demande de l'intrant x_m par rapport à la qualité de la production q_u. Cette élasticité est donnée par[2]:

$$\eta_{mu} = \tau_u + \frac{F_{mu}}{\beta_m} \qquad (3.15)$$

où η_{mu} est l'élasticité de l'intrant x_m par rapport à q_u évaluée au point $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$.

τ_u, F_{mu} et β_m sont des paramètres de l'équation 2.19.

---

1 Voir, entre autres, Sloss (1970), McLachlan (1972) et Maister (1978).
2 Ce résultat est démontré en annexe.

Une fois les η_{mu} (m=1,...,M et u=1,...,U) évalués, il est possible de déterminer si certaines qualités (q_u) ont un effet sur les demandes d'intrants. Par la suite, sous l'hypothèse que la réglementation affecte à la baisse les qualités, on peut conclure à l'effet de la réglementation sur les demandes d'intrants et ainsi déterminer si les facteurs de production bénéficient ou non de la réglementation. De plus, la méthode permet de déterminer lesquels parmi ces derniers bénéficient de la réglementation et dans quelle mesure.

Cette méthode possède au moins une lacune importante : elle suppose un effet négatif de la réglementation sur les qualités. Une méthodologie plus valable devrait dans une première étape mesurer l'effet de la réglementation sur les qualités de la production puis, au cours d'une seconde étape, mesurer par 3.15 l'effet des qualités sur les demandes d'intrants. Cette façon de procéder permettrait de juger plus adéquatement si certains intrants bénéficient de la réglementation. Toutefois, il faut noter qu'à ce jour, aucun auteur n'a développé de méthodologie permettant de mesurer l'effet de la réglementation sur les qualités de la production.

3.3 Croissance de la productivité

Une augmentation de la productivité signifie qu'avec les mêmes quantités d'intrants on peut produire davantage d'un bien ou d'un service. La croissance de la productivité implique donc des déplacements dans le temps de la fonction de transformation. L'analyse de ces déplacements peut se révéler particulièrement intéressante dans l'industrie du transport par camion. En fait, la réglementation de l'industrie du transport par camion, en isolant de la concurrence les entreprises formant l'industrie, peut s'avérer être une désincitation à innover au plan de la technologie. Par conséquent, sous cette hypothèse, on devrait observer un taux de croissance de la productivité plus faible dans un environnement réglementé. Pour mesurer ces déplacements, on peut introduire une variable de tendance dans la fonction de transformation puis estimer celle-ci. Cependant, nous avons déjà indiqué les difficultés rencontrées lors de l'estimation d'une fonction de transformation. On sait par contre qu'à une fonction de transformation se déplaçant dans le temps correspond une fonction de coût se déplaçant aussi dans le temps. Ainsi, à une fonction de transformation du type 1.3 se déplaçant dans le temps correspond la fonction de coût suivante :

$$C = \tilde{C}(Y, q, w, T) \tag{3.16}$$

où C représente le coût total de produire Y étant donné les qualités q, les prix des intrants w et la date T, T étant un terme de tendance.

Prenant la dérivée totale du logarithme de cette équation par rapport au temps on obtient :

$$\frac{d\ell n\tilde{C}}{dT} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nY_n} \frac{d\ell nY_n}{dT} + \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nw_m} \frac{d\ell nw_m}{dT} \tag{3.17}$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nq_u} \frac{d\ell nq_u}{dT} + \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial T} .$$

Les trois premiers termes de 3.17 représentent le taux de changement dans les coûts dû au taux de changement des niveaux de production, des prix des intrants et des qualités de la production au cours du temps. Le dernier terme ($\partial \ell n\tilde{C}/\partial T$) représente l'effet pur de la productivité ou du progrès technique.

On peut aussi mesurer l'impact qu'exerce sur la croissance de la productivité ou le progrès technique les intrants (I_m), le niveau de production (S_m) et les qualités de la production (Q_u) :

$$I_m = \frac{\partial}{\partial \ell n w_m} \left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n w_m}, \quad m=1,\ldots,M$$

$$S_n = \frac{\partial}{\partial \ell n Y_n} \left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n Y_n}, \quad n=1,\ldots,N \tag{3.18}$$

$$Q_u = \frac{\partial}{\partial \ell n q_u} \left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n q_u}, \quad u=1,\ldots,U .$$

Ainsi, $I_m > 0$ indique que le progrès technique a eu pour effet de favoriser l'utilisation de l'intrant m ($I_m < 0$ signifiant le contraire). $I_m = 0$ implique la neutralité du progrès technique sur l'intrant m. Lorsque $S_n < 0$ ($S_n > 0$), alors la taille minimale optimale des entreprises s'accroît (décroît) au cours du temps. $S_n = 0$ indique qu'il n'y a pas eu de changement de la taille minimale optimale au cours du temps. Enfin, $Q_u > 0$ ($Q_u < 0$) implique un effet positif (négatif) de la qualité u sur le progrès technique ou la croissance de la productivité. $Q_u = 0$ implique la neutralité de q_u sur le progrès technique.

La fonction de coût 3.16 peut être approximée par la fonction translogarithmique hybride suivante :

$$\ell n\tilde{C}(Y, q, w, T) = \ell n\tilde{C}(Y, q, w) + \delta_T \, T + \frac{1}{2} J_{TT}(T)^2$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} D_{nT} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\theta_1} - 1\right)}{\theta_1} T + \sum_{m=1}^{M} G_{mT} \, \ell n(w_m/\bar{w}_m)T \tag{3.19}$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} I_{uT} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\theta_2} - 1\right)}{\theta_2} T .$$

où $\ell n\tilde{C}(Y, q, w)$ est définie comme en 2.19 et $\sum_{m=1}^{M} G_{mT} = 0$ pour assurer l'homogénéité de degré 1 en w.

Appliquant 3.18 à l'équation 3.19 on obtient pour I_m, S_n et Q_u que :

$$I_m = G_{mT}\,, \qquad m=1,\ldots,M$$

$$S_n = D_{nT}\,(Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1}, \qquad n=1,\ldots,N \tag{3.20}$$

$$Q_u = I_{uT}\,(q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2}, \qquad u=1,\ldots,U\,.$$

De plus, l'effet résiduel du progrès technique non-expliqué par les intrants, la production ou les qualités de la production est donné par :

$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial T} = \delta_T + J_{TT}\,T\,, \tag{3.21}$$

avec $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$.

L'approximation de $\tilde{C}$ par 3.19 ne permet pas aux termes d'ordre deux de la fonction de varier dans le temps, si bien que I_m, S_n et Q_u sont constants dans le temps. Cette approximation peut donc limiter en partie l'analyse du progrès technique. À la place de 3.19, Stevensen (1980) et Friedlaender et Schur Bruce (1985) proposent d'utiliser une approximation translogarithmique du troisième ordre en conservant les seuls termes d'ordre trois qui implique le temps. Par ailleurs, afin d'identifier de manière plus rigoureuse les sources du progrès technique ou de la croissance de la productivité, Friedlaender et Schur Bruce (1985) approximent au troisième ordre (en laissant tomber les termes n'impliquant pas le temps) la fonction de coût suivante :

$$C = \tilde{C}(\omega, \mu, \phi) = \hat{C}(Y,q,w,T) \ , \qquad (3.22)$$

où $\omega_m = w_m e^{\varepsilon_m T}$, $\mu_u = q_u e^{\eta_u T}$ et $\phi_n = Y_n e^{\sigma_n T}$.

L'approximation au troisième ordre d'une fonction de coût du type de 3.22 est en fait une version contrainte de l'approximation au troisième ordre de la fonction de coût 3.16.

4. CONCLUSION

Le but de cette étude était de présenter une méthodologie utilisée pour l'analyse de la structure de la technologie dans l'industrie du transport par camion. Ainsi, partant du problème de minimisation des coûts nous avons dérivé la fonction de coût et avons démontré comment l'approximer à l'aide d'une expansion en séries de Taylor. De plus, nous avons montré comment, à partir de la connaissance de la structure de la technologie, on pouvait tirer certaines conclusions concernant la réglementation économique de l'industrie. Cette méthodologie contient toutefois certaines lacunes. D'abord, soulignons que l'approximation translogarithmique généralement employée n'assure pas la concavité en w de la fonction de coût. Diewert et Wales (1987) proposent une forme fonctionnelle qui assure la concavité de la fonction de coût sans toutefois imposer de contraintes additionnelles lors de l'estimation. Deuxièmement, cette méthodologie ne permet pas dans son état actuel de mesurer les effets de la réglementation sur les qualités de la production (q_u). Enfin, cette méthodologie suppose implicitement l'existence d'agrégats des mesures de la production cohérents au plan fonctionnel. Or, aucune étude portant sur l'industrie du transport par camion n'a à ce jour fait état de l'existence de tels agrégats. Les développements futurs de la méthodologie présentée ici doivent, croyonsnous, aller dans ces trois directions. Les études 3 et 4 de cette thèse s'intéressent au problème de l'agrégation des mesures de la production alors que l'étude 2 discute de l'effet des qualités de la production (q_u) sur les coûts totaux.

ANNEXE

Elasticité de la demande de l'intrant x_m par rapport à la qualité q_u

À partir de la définition de l'élasticité, on a que

$$\eta_{mu} = \frac{\partial x_m}{\partial q_u} \frac{q_u}{x_m} , \qquad \begin{array}{l} m=1,\dots,M \\ u=1,\dots,U . \end{array} \tag{A.1}$$

Par le lemme de Shephard, $x_m = \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial w_m}$, donc :

$$x_m = \frac{\partial \tilde{C}}{\partial w_m} = \frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial \ell n w_m} \frac{\tilde{C}}{w_m} . \tag{A.2}$$

La dérivée partielle de 2.19 par rapport à $\ell n w_m$ nous donne :

$$x_m = \left[\beta_m + \sum_{s=1}^{M} E_{ms} \, \ell n \, (w_s/\bar{w}_s) + \sum_{n=1}^{N} B_{nm} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \right. \tag{A.3}$$

$$\left. + \sum_{u=1}^{U} F_{mu} \frac{(q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1}{\Theta_2} \right] \frac{\tilde{C}}{w_m} , \qquad m=1,\dots,M .$$

Maintenant, prenant la dérivée partielle de A.3 par rapport à q_u on obtient :

$$\frac{\partial x_m}{\partial q_u} = \left[\frac{F_{mu}}{q_u} \frac{\tilde{C}}{w_m} \right] + \left[\frac{\beta_m}{w_m} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_u} \right] , \qquad \begin{array}{l} m=1,\dots,M \\ u=1,\dots,U \end{array} \tag{A.4}$$

avec $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_s = \bar{w}_s$ et $q_u = \bar{q}_u$.

ÉTUDE 2

ON THE RELEVANT ELASTICITY ESTIMATES
FOR COST STRUCTURE ANALYSES
OF THE TRUCKING INDUSTRY

INTRODUCTION

Most of the empirical studies of the technology and cost structure of the trucking industry rely on estimated cost functions obtained through a cross-sectional sample of firms[1]. However, since output in this industry is by nature heterogeneous, single aggregate output cost functions are not appropriate. For example, if total ton-kilometers carried by firms are considered the appropriate measure of aggregate output, two firms with the same level of output could very well have different total costs even when facing the same input prices: one firm could specialize in less-than-truckload (LTL) shipments over short distances, while the other in truckload (TL) shipments over long distances. Moreover, part of the difference in costs could be attributed to the difference in the mix of commodities carried by each firm. In order to take these characteristics into account, Spady and Friedlaender (1978) have introduced measures of output qualities into the cost function. Through a hedonic function which has as arguments output qualities variables "observed" aggregate output (total ton-kilometers) is converted into "effective" aggregate output. Effective output is then introduced into the cost function, a feature of what is commonly called a hedonic or technological cost function.

Since total ton-kilometers carried by firms is, by construction, the product of the number of shipments and two output qualities (average length of haul and shipment size), the use of ton-kilometers as observed aggregate output can lead to a false interpretation of the effects of these qualities on costs. Suppose, for instance, that we are interested in the effect of an increase in the average length of haul on costs. This effect could be measured by the elasticity of costs with respect to average length of haul. But, since the elasticity is evaluated at both a given number of ton-kilometers and a given average shipment size, an increase of the average length of haul cannot take place without a decrease in the number

---

1 See, for instance, Spady and Friedlaender (1978,1981), Friedlaender and Wang Chiang (1983), Kim (1984), Friedlaender and Schur Bruce (1985), Daughety, Nelson and Vigdor (1985), and Daughety and Nelson (1988).

of shipments. Therefore, the computed effect is the sum of two distinct effects: the effect due to the augmentation of average length of haul and the effect due to the diminution of the number of shipments.

In this study, we present an alternative method of evaluating cost elasticities of output quality variables. This method computes elasticities at a given number of shipments rather than at a given number of ton-kilometers. Therefore, for these alternative cost elasticity evaluations, the number of shipments is considered as the basic measure of observed aggregate output. We believe that this alternative method eliminates the confusion around the interpretation of the effects of output qualities on costs, since these output qualities are shipment qualities and not ton-kilometer qualities.

1. ELASTICITIES OF COST WITH RESPECT TO OUTPUT AND OUTPUT QUALITIES

Consider the following cost function:[1]

$$C = C(Y,w,q) \qquad [1]$$

where C is total cost,
Y is total ton-kilometers carried by firms,
w is a vector of input prices,
q is a vector of output qualities.

In most of the studies cited above, the vector of output qualities contains the following variables: average length of haul, average shipment size, average load per truck, percentage tons shipped in LTL lots and insurance cost per ton-kilometer. These qualities are included into the cost function in order to take into account the heterogeneous nature of output in the trucking industry.

---

1 This cost function is known as the "technological" cost function. The "hedonic" cost function is $\tilde{C}(\Psi,w)$, where $\Psi=\phi(Y,q)$. This distinction between the two cost functions was introduced by Spady and Friedlaender (1981). For a discussion on the technological/hedonic distinction, see Oum and Tretheway (1985).

Since we do not have a priori knowledge of the specific functional form of the cost function, relation [1] can be approximated by a translog form which represents a second-order Taylor series approximation to an unknown function. The translog form of [1] is given by:

$$\begin{aligned}\ell n\, C(Y,q,w) = {} & \alpha_0 + \alpha_Y \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{s=1}^{m} \beta_s\, \ell n(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{u=1}^{k} \gamma_u\, \ell n(q_u/\bar{q}_u) \\ & + \frac{1}{2} A_{YY}(\ell n(Y/\bar{Y}))^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{m} \sum_{t=1}^{m} B_{st}\, \ell n(w_s/\bar{w}_s)\, \ell n(w_t/\bar{w}_t) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{k} \sum_{v=1}^{k} C_{uv}\, \ell n(q_u/\bar{q}_u)\, \ell n(q_v/\bar{q}_v) + \sum_{s=1}^{m} D_{Ys}\, \ell n(Y/\bar{Y})\, \ell n(w_s/\bar{w}_s) \\ & + \sum_{u=1}^{k} E_{Yu}\, \ell n(Y/\bar{Y})\, \ell n(q_u/\bar{q}_u) + \sum_{s=1}^{m} \sum_{u=1}^{k} F_{su}\, \ell n(w_s/\bar{w}_s)\, \ell n(q_u/\bar{q}_u)\end{aligned} \qquad [2]$$

where a bar stands for the arithmetic mean of the variables.[1] The usual homogeneity and symmetry restrictions should be imposed on [2] prior to its estimation.

q_1 - the average length of haul - may be computed as follows:

$$q_1 = Y/W\ , \qquad [3]$$

where Y is defined as above and
W is the total weight (in tons) carried by the firms.

Moreover, if we define q_2 as the average shipment size with:

$$q_2 = W/N \qquad [4]$$

where N is the total number of shipments,

---

[1] m and k are respectively the dimensions of input vector w and output qualities vector q.

then observed aggregate output could be written as the product of N, q_1 and q_2:

$$Y = N\, q_1\, q_2\ . \qquad [5]$$

Almost all the studies cited above compute q_1 and q_2 using [3] and [4].

The form of the translog cost function enables us to compute directly the elasticities of cost with respect to output and output qualities. The elasticity of cost with respect to total ton-kilometers is given by:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY} = \alpha_Y + A_{YY}\ \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{s=1}^{m} D_{Ys}\ \ell n(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{u=1}^{k} E_{Yu}\ \ell n(q_u/\bar{q}_u)\ . \qquad [6]$$

At the point of approximation ($Y=\bar{Y}$, $w_s = \bar{w}_s$ and $q_u = \bar{q}_u$), this elasticity is equal to α_Y.

Now, since $\ell nY=\ell nN + \ell nq_1 + \ell nq_2$ we can also compute the elasticity of cost with respect to N (the total number of shipments):

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY}\ , \qquad [7]$$

since $\partial \ell nY/\partial \ell nN = 1$. As shown in [7], the elasticity of cost with respect to output is not affected by the basic ouptut measure used (Y or N). However, this conclusion is not valid for the elasticities of cost with respect to specific output qualities. These latter are given by:[1]

---

[1] For the hedonic cost function, the equalities corresponding to [7] and [8] are:

$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\,\frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\ \frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY} \qquad [7']$$

and
$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell nq_u} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\left[\frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nq_u} + \frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nq_u}\right], \qquad [8']$$

where $\Psi=\phi(Y,q)$.

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \left.\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u}\right|_{Y \text{ constant}} + \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY}\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nq_u} \quad . \qquad [8]$$

For output qualities other than average length of haul and average shipment size $\partial \ell nY/\partial \ell nq_u = 0$. Therefore, from [2], the elasticities of cost with respect to output qualities other than average length of haul and average shipment size are:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \gamma_u + \sum_{v=1}^{k} C_{uv}\ \ell n(q_v/\bar{q}_v) + E_{Yu}\ \ell n(Y/\bar{Y})$$
$$+ \sum_{s=1}^{m} F_{su}\ \ell n(w_s/\bar{w}_s)\ ,\ u=3,\ldots,k\ . \qquad [9]$$

Again, at the point of approximation, these elasticities are equal to γ_u $(u=3,\ldots,k)$.

Let us now examine the special case of output qualities 1 and 2. Since for these qualities $\partial \ell nY/\partial \ell nq_u = 1$, equation [9] is no longer correct.[1] The appropriate measure is given by:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \alpha_Y + \gamma_u + (A_{YY} + E_{Yu})\ \ell n(Y/\bar{Y})$$
$$+ \sum_{v=1}^{k} (C_{uv} + E_{Yv})\ \ell n(q_v/\bar{q}_v) \qquad [10]$$
$$+ \sum_{s=1}^{m} (D_{Ys} + F_{su})\ \ell n(w_s/\bar{w}_s)\ ,\ u=1,2\ .$$

At the point of approximation, these elasticities are equal to $\alpha_Y + \gamma_u$ $(u=1,2)$.

---

1 In all the studies mentioned above, equation [9] was used to compute the elasticities of cost with respect to all output qualities, including average length of haul and average shipment size.

2. EMPIRICAL EVIDENCE

In order to illustrate the differences in the magnitudes of the elasticities computed by [9] and [10], we have estimated equation [2]. The regression was undertaken using a sample of 403 trucking firms from the provinces of Quebec and Ontario.[1] The following variables were included in the cost function:

Y : observed aggregate output (ton-kilometers);

w_1: price of fuel;

w_2: price of labour;

w_3: price of capital;

w_4: price of materials;

q_1: average length of haul (kilometers);

q_2: average shipment size (tons);

q_3: average load per truck (tons/vehicle-kilometer);

q_4: insurance (insurance cost/ton-kilometer);

C : total costs.

Equation [2] was estimated with its corresponding input share equations, using the iterative version of the Zellner (1962) procedure. Moreover, since input shares sum to 1, an input share equation was deleted in the estimation procedure in order to avoid the singularity of the estimated disturbance covariance matrix.

The first column of Table 1 presents the first-order parameter estimates of [2] (detailed results are available from the author upon request).

---

[1] Details about the sample are available from the author.

Table 1

Cost Function First-Order Parameter Estimates and Elasticities
(t-ratios in parentheses)

Variables	Parameters	Elasticities
Constant	17,1691 (191,06)	—
Y	0,9636 (24,58)	0,9636 (24,58)
w_1	0,1059 (16,32)	0,1059 (16,32)
w_2	0,2080 (21,05)	0,2080 (21,05)
w_3	0,3010 (29,08)	0,3010 (29,08)
w_4	0,3851 (29,07)	0,3851 (29,07)
q_1	-0,5872 (-6,37)	0,3764 (4,95)
q_2	-0,1403 (-3,38)	0,8233 (14,33)
q_3	-0,3752 (-5,01)	-0,3752 (-5,01)
q_4	0,1129 (2,76)	0,1129 (2,76)
R^2 (adjusted)		0,86
Number of estimated parameters		55
Number of observations		403

The second column of Table 1 presents the elasticities of cost with respect to all the variables evaluated at the point of approximation $(\bar{Y},\bar{w},\bar{q})$. Elasticities with respect to average length of haul and average shipment size were computed using [10]. Elasticities are equal to first-order parameters except for output qualities 1 and 2. In that case, elasticities are now equal to $\alpha_Y + \gamma_1$ and $\alpha_Y + \gamma_2$. Therefore, even if first-order parameters of output qualities 1 and 2 are negative and significant, the elasticities of cost with respect to these variables are positive and significant. This difference is attributable to the fact that γ_1 and γ_2 give elasticities evaluated at a given number of ton-kilometers, while the adequate elasticities are obtained when the number of shipments is fixed.

3. CONCLUSION

The results presented here are important when assessing the effects of economic deregulation on the cost structure of trucking firms. If, as it is the common practice, average length of haul (q_1) and shipment size (q_2) are viewed as proxies for network size and density, these variables could be considered as exogeneous for the firms under regulation. Since deregulation could seriously change the firms' network size and density, an important part of the effects of deregulation on costs could originate via q_1 and q_2. In order to correctly evaluate the effects of deregulation on the cost structure of trucking firms, the relevant question to ask is: What are the effects of changes in network size and density (due to deregulation) on costs of trucking firms, given that the same number of shipments is being carried? Of course, since the number of shipments is held constant, the qualities (distance and weight) of these shipments must change if network size and density have changed. Computed elasticities presented in the second column of Table 1 thus reflect the effects of changes in the qualities of shipments. When the number of ton-kilometers is held constant, the computed elasticities reflect the effects of changes in the qualities of the shipments and also of changes in the number of shipments.

Some of the authors cited in the introduction have argued that deregulation should increase average length of haul and shipment size. If this prediction is correct, elasticities of cost with respect to average length of haul and shipment size, given that the number of ton-kilometers is held constant, suggests that deregulation could reduce costs and, therefore, improve economic efficiency. On the other hand, the same elasticities, computed at a given number of shipments, suggests that deregulation would lead to higher costs, again if the above prediction is correct. Therefore, correct measures of the effects of output qualities on costs and of deregulation on output quality variables are essential to an adequate assessment of the total effects of deregulation.

ÉTUDE 3

SUR L'AGRÉGATION DES MESURES DE LA PRODUCTION

INTRODUCTION

Les économistes intéressés à la théorie de la firme ou à l'organisation industrielle ont longtemps considéré la technologie des entreprises en des termes relativement simples. Dans la plupart des cas, la technologie était représentée par une fonction de production Cobb-Douglas, Leontief ou C.E.S. Bien que la simplicité de ces fonctions soit un avantage certain, celles-ci limitent considérablement le potentiel des analyses puisqu'elles supposent implicitement plusieurs hypothèses sur la nature de la technologie. Par exemple, certaines de ces fonctions n'admettent qu'un seul produit, supposent des rendements d'échelle constants ou des élasticités de substitution constantes entre les facteurs. Cependant, depuis une quinzaine d'années, la recherche dans ce secteur important de la science économique a contribué à mettre au point des fonctions qui arrivent à caractériser la technologie des entreprises en des termes très généraux. Cette recherche a ses origines dans les travaux de Diewert (1971) et ceux de Christensen, Jorgensen et Lau (1973) portant sur l'approximation translogarithmique des fonctions de production ou de coût. Cette caractérisation de la technologie a été appliquée à bon nombre de domaines. En particulier, et pour répondre à la demande importante d'études scientifiques portant sur la déréglementation, celle-ci a été largement utilisée dans le domaine du transport, particulièrement le transport par camion[1].

La plupart des études empiriques réalisées jusqu'à maintenant à l'aide de cette méthodologie suppose que la technologie employée par les entreprises engendre la production d'un seul bien ou service. Dans certains cas, la mesure unique de production employée est corrigée par des qualités ou caractéristiques technologiques de la production (Spady et Friedlaender, 1978). Pourtant, bon nombre d'entreprises, particulièrement les entreprises de transport, produisent une multitude de biens ou services[2]. L'utilisation

---

[1] Voir, entre autres, Spady et Friedlaender (1978, 1981), Friedlaender et Wang Chiang (1983), Kim (1984), Friedlaender et Schur Bruce (1985), Daughety, Nelson et Vigdor (1985) et Daughety et Nelson (1988). Gagné (1988) présente une revue de cette méthodologie.

[2] Gillen, Oum et Tretheway (1987) ont considéré de manière explicite le caractère multi-produit de la technologie employée par les entreprises de transport aérien.

d'une mesure unique de la production, corrigée ou non, suppose implicitement l'existence d'un agrégat cohérent des diverses mesures de la production. Or, la méthodologie actuelle ne permet pas de supposer que l'emploi d'une seule mesure de la production donnera des résultats non biaisés concernant la structure de la technologie et des coûts. Autrement dit, rien n'assure la cohérence de l'agrégation au plan fonctionnel. De plus, cette méthodologie ne permet pas de présumer de l'existence même d'un agrégat cohérent des mesures de la production.

Cet essai s'intéresse au problème que soulève l'agrégation des mesures de la production. En fait, dans ce texte, nous remettons en question l'emploi d'une seule mesure agrégée de la production pour l'estimation de fonctions de coût d'entreprises où la technologie engendre la production de plusieurs biens ou services. Cette remise en question s'opère par le développement d'un test d'agrégation des mesures de la production. Le développement d'un nouveau test s'avère nécessaire puisque, comme nous le verrons, les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. Ainsi, à la section suivante (1), nous présentons les concepts de séparabilité et d'agrégation cohérente. À la section 2, nous présentons les tests d'agrégation connus (inspirés de la littérature sur l'agrégation des facteurs de production) et montrons pourquoi ces derniers sont inadéquats pour déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. La section 3 présente un nouveau test d'agrégation des mesures de la production. Ce test est ensuite l'objet d'une évaluation statistique réalisée avec un nombre important d'échantillons générés aléatoirement (section 4). Enfin, une conclusion est présentée à la section 5.

1. AGRÉGATION ET SÉPARABILITÉ : PRÉSENTATION

L'utilisation de mesures agrégées de la production suppose au préalable la séparabilité de la fonction de production dans ces agrégats. Ainsi, considérons la fonction de transformation suivante :

$$f(y,x) < 0 \,, \tag{1.1}$$

où y est un vecteur (Kx1) de mesures de production (extrants);
x est un vecteur (Mx1) d'intrants;
f est une fonction satisfaisant les conditions de régularité connues[1].

Pour définir la séparabilité, posons d'abord $I=\{1,\ldots,K\}$ l'ensemble des indices des éléments du vecteur y. Toute partition de y peut être décrite à l'aide d'un regroupement des éléments de I en des sous-ensembles mutuellement exclusifs $\{I_1,\ldots,I_n,\ldots,I_N\}$ avec $I_1 \cup \ldots \cup I_N = I$ et $I_n \cap I_t = \emptyset$ pour $n \neq t$. Par conséquent, une partition du vecteur y est donnée par $(y^{(1)},\ldots,y^{(n)},\ldots,y^{(N)})$, $y^{(n)}$ étant un sous-vecteur composé des éléments y_k, $k \varepsilon I_n$. Munis de cette définition, nous pouvons d'ores et déjà introduire la notion de séparabilité. Ainsi, la fonction $f(y,x)$ est dite **faiblement séparable** par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ si et seulement si (Leontief, 1947a, 1947b; Sono, 1961; Green, 1964; Goldman et Uzawa, 1964):

$$\frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial y_i} = 0, \quad \text{pour tout } k,r\varepsilon I_n \text{ et } i\notin I_n,\ n = 1,\ldots,N \tag{1.2}$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial x_m} = 0, \quad \text{pour tout } k,r\varepsilon I_n,\ n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $f_k = \dfrac{\partial f(y,x)}{\partial y_k}$ et $f_r = \dfrac{\partial f(y,x)}{\partial y_r}$.

---

[1] Voir étude 1, section 2.1. De plus, on suppose ici que f est **strictement** croissante en y.

La fonction $f(y,x)$ est par conséquent faiblement séparable par rapport aux sous-vecteurs $y^{(n)} (n = 1,\ldots,N)$ lorsque le taux marginal de transformation (TMT) entre chaque paire d'extrants appartenant à $y^{(n)}$ est indépendant des quantités d'extrants n'appartenant pas à $y^{(n)}$ et des quantités d'intrants. Dans ce cas, la fonction de transformation peut s'écrire sous la forme :

$$f(y,x) \equiv F\,(g_1(y^{(1)}),\ \ldots,\ g_n(y^{(n)}),\ \ldots,\ g_N(y^{(N)}),\ x) < 0$$

$$\equiv F\,(Y_1,\ \ldots,\ Y_N,\ x) < 0\ , \qquad (1.3)$$

où $g_1,\ldots,g_N$ représentent les N fonctions d'agrégation;

$Y_1,\ldots,Y_N$ sont les agrégats formés à partir des éléments des sous-ensembles $y^{(1)},\ \ldots,\ y^{(n)},\ \ldots,\ y^{(N)}$.

Sous l'hypothèse que les conditions 1.2 sont vérifiées, un agrégat "cohérent" des éléments du sous-vecteur $y^{(n)}$ de la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ existe pour la fonction $f(y,x)$. Ce dernier correspond à $g_n(y^{(n)})$.

Par ailleurs, lorsque $N > 3$ la fonction $f(y,x)$ est dite **fortement séparable** par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ si et seulement si :

$$\frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial y_i} = 0, \text{ pour tout } k\varepsilon I_n,\ r\varepsilon I_t \text{ et } i \notin I_n \cup I_t,\ n,\ t = 1,\ldots,N \qquad (1.4)$$

$$\text{et } \frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial x_m} = 0, \text{ pour tout } k\varepsilon I_n,\ r\varepsilon I_t \text{ et pour tout } m\ .$$

La fonction $f(x,y)$ est par conséquent fortement séparable par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ lorsque le TMT entre chaque paire d'extrants appartenant à $y^{(n)}$ ou $y^{(t)}$ est indépendant des quantités d'extrants n'appartenant pas à $y^{(n)}$ et $y^{(t)}$ et des quantités d'intrants. La forte séparabilité de $f(y,x)$ nous permet d'écrire celle-ci sous la forme:

$$f(y,x) \equiv F(l_1(y^{(1)}) + \ldots + l_N(y^{(N)}),\ x) < 0 \qquad (1.5)$$

où $l_1,\ldots,l_N$ sont des fonctions d'agrégation des éléments des sous-ensembles $y^{(1)}, \ldots, y^{(N)}$.

Les relations 1.2 et 1.4 définissent, au plan fonctionnel, les conditions de séparabilité de la fonction de production 1.1 et, partant de là, permettent d'établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. L'étape suivante consiste à utiliser ces résultats pour guider le développement d'un test d'agrégation des mesures de la production.

2. TEST D'AGRÉGATION CLASSIQUE

Au cours des dernières années, les travaux concernant les tests d'agrégation (ou de séparabilité) ont surtout porté sur le développement de méthodologies cherchant à démontrer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production (Berndt et Christensen, 1974; Denny et Fuss, 1977; Blackorby, Schworm et Fisher, 1987). L'extension de ces méthodologies à des tests d'agrégation des mesures de la production est, peut-on lire dans certains de ces textes, évidente.

La procédure classique consiste d'abord à définir la fonction de coût correspondant à la fonction de transformation 1.1, soit[1] :

$$c(y,w) \equiv \min_{x} \left[w'x \ :\ f(y,x) < 0 \right] \qquad (2.1)$$

où w est un vecteur (Mx1) de prix des intrants.

Dans un deuxième temps, on cherche à déterminer la fonction de coût correspondant à la fonction $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$. Pour ce faire, on pose le problème de la même manière que précédemment, soit :

---

[1] Voir Gagné (1988), section 2, pour une discussion de la fonction de coût.

$$C(Y_1, \ldots, Y_N, w) \equiv \min_x \left[w'x : F(Y_1, \ldots, Y_N, x) < 0\right] . \qquad (2.2)$$

$c(y,w)$ étant duale à $f(y,x)$ et $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ à $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$, on peut donc établir la structure de séparabilité de $f(y,x)$ à partir de la fonction de coût. En fait , pour déterminer si les $y_n(n=1,\ldots,N)$ constituent des agrégats cohérents des mesures de la production, on applique les conditions de faible séparabilité 1.2 à $c(y,w)$ soit :

$$\frac{\partial(c_k/c_r)}{\partial y_i} = 0, \text{ pour tout } k,r\varepsilon I_n \text{ et } i\notin I_n,\ n = 1,\ldots,N \qquad (2.3)$$

$$\text{et } \frac{\partial(c_k/c_r)}{\partial w_m} = 0, \text{ pour tout } k,r\varepsilon I_n \text{ et } n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}$ et $c_r = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_r}$ sont, respectivement, les fonctions de coût marginal par rapport à y_k et y_r.

Sous ces conditions, $C(Y_1, \ldots, Y_N, w) \equiv c(y,w)$ et, par conséquent, $F(Y_1, \ldots, Y_N, x) \equiv f(y,x)$.

Les conditions 2.3 se récrivent :

$$\frac{c_{ki}c_r - c_{ri}c_k}{c_r^2} = 0, \text{ pour tout } k,r\varepsilon I_n \text{ et } i\notin I_n,\ n = 1,\ldots,N \qquad (2.4)$$

$$\text{et } \frac{c_{km}c_r - c_{rm}c_k}{c_r^2} = 0, \text{ pour tout } k,r\varepsilon I_n,\ n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $c_{ki} = \frac{\partial(c_k)}{\partial y_i}$, $\quad c_{ri} = \frac{\partial(c_r)}{\partial y_i}$

$$c_{km} = \frac{\partial(c_k)}{\partial w_m}, \quad c_{rm} = \frac{\partial(c_r)}{\partial w_m}.$$

Or, comme $c_r^2 > 0$, alors les conditions de faible séparabilité de c(y,w) et, partant de là, de f(y,x) s'écrivent[1] :

$$\frac{c_{ki}}{c_{ri}} = \frac{c_k}{c_r}, \text{ pour tout } k,r \varepsilon I_n \text{ et } i \notin I_n, \ n = 1,\ldots,N \tag{2.5}$$

$$\text{et } \frac{c_{km}}{c_{rm}} = \frac{c_k}{c_r}, \text{ pour tout } k,r \varepsilon I_n, \ n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m .$$

La vérification empirique des conditions 2.5 peut s'opérer en s'inspirant d'une méthode due à Denny et Fuss (1977), même si ces derniers cherchaient à démontrer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production. En fait, Denny et Fuss cherchent à établir la structure d'agrégation des facteurs de production lorsque la forme fonctionnelle de la fonction de coût est une approximation translogarithmique d'ordre deux du même type que celle utilisée dans les analyses de la structure de la technologie citée précédemment.

Afin de décrire cette méthode, posons d'abord c*(y,w,a), une approximation au moins deux fois continûment différentiable de c(y,w) assurant globalement les propriétés de celle-ci tout en étant flexible[2], a représentant le vecteur des paramètres à estimer. c*(y,w,a) s'écrit

---

[1] Les conditions de faible séparabilité de la fonction de coût par rapport aux prix des intrants peuvent s'écrire en des termes analogues. Berndt et Christensen (1973) ont montré que ces mêmes conditions pouvaient également s'écrire en termes des élasticités de substitution. Evidemment, le concept d'élasticités de substitution étant propre aux intrants, il n'existe pas de conditions équivalentes à 2.5 en termes de ces élasticités.

[2] Une approximation est dite flexible lorsqu'elle contient un nombre suffisant de paramètres libres pour que la valeur de la fonction et les valeurs de ses dérivées premières et secondes soient quelconques au point d'approximation (Diewert, 1971, 1973). Barnett (1983) a montré que cette définition de la flexibilité était équivalente à la définition mathématique d'une approximation locale de second-ordre. Diewert et Wales (1987) ont montré que l'approximation translogarithmique était flexible, bien que cette dernière n'assure pas la concavité.

$c^*(y,w,\hat{a})$ une fois estimée par une méthode économétrique appropriée. Prenant les dérivées partielles de $c^*(y,w,\hat{a})$ par rapport à $y_k (k = 1, \ldots, K)$, on obtient des approximations des fonctions de coût marginal, sous l'hypothèse que le comportement des dérivées d'une fonction puisse être inféré de manière adéquate à partir des dérivées de l'approximation. Ainsi, on a que :

$$\hat{c}_k = \frac{\partial c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k}, \quad k = 1,\ldots,K \tag{2.6}$$

où $\hat{c}_k$ représente une approximation de la fonction de coût marginal par rapport à y_k.

De la même manière, on a que :

$$\hat{c}_{ki} = \frac{\partial^2 c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k \, \partial y_i}, \quad k,i = 1,\ldots,K \tag{2.7}$$

$$\text{et } \hat{c}_{km} = \frac{\partial^2 c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k \, \partial w_m}, \quad \begin{array}{l} k = 1,\ldots,K \\ m = 1,\ldots,M . \end{array}$$

L'estimation économétrique de $c^*(y,w,a)$ permet par conséquent la vérification des conditions de faible séparabilité 2.5 et, partant de là, permet de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. Ainsi, en termes de l'approximation $c^*(y,w,\hat{a})$, ces conditions s'écrivent :

$$\frac{\hat{c}_{ki}}{\hat{c}_{ri}} = \frac{\hat{c}_k}{\hat{c}_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n,\ n = 1,\ldots,N \tag{2.8}$$

$$\text{et } \frac{\hat{c}_{km}}{\hat{c}_{rm}} = \frac{\hat{c}_k}{\hat{c}_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n,\ n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m .$$

Le test ci-dessus repose sur l'hypothèse que le comportement des dérivées de l'approximation d'une fonction est un prédicteur adéquat du comportement des dérivées de celle-ci. Or, selon White (1980) et Coleman (1985), bien qu'une approximation puisse être adéquate pour évaluer le **niveau** d'une fonction, rien n'assure que les dérivées de cette approximation soient aussi adéquates pour décrire le comportement des **dérivées** de cette même fonction.

Pour inférer de manière adéquate le comportement des dérivées de la fonction de coût, on peut, à partir d'une approximation de celle-ci, procéder directement à l'estimation d'approximations des dérivées. Par exemple, si l'objectif est de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, on doit approximer les dérivées de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs. Ainsi, prenant les dérivées de $c^*(y,w,a)$ par rapport à $w_m (m = 1, \ldots, M)$, on obtient des approximations des dérivées de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs, celles-ci respectant les propriétés de $c(y,w)$ si $c^*(y,w,a)$ respecte ces propriétés. Ces dérivées correspondent, par le lemme de Shephard (1953), aux fonctions de demande de facteurs, soit :

$$x_m(y,w) = \frac{\partial c^*(y,w,a)}{\partial w_m} , \; m = 1, \ldots, M . \qquad (2.9)$$

L'estimation conjointe des équations 2.9 est possible et permet la vérification des conditions de séparabilité de Leontief-Sono. Selon Coleman (1985), cette procédure donnera de meilleures approximations des dérivées de la fonction que celles obtenues des dérivées de l'approximation $c^*(y,w,\hat{a})$.

Cette procédure peut difficilement être utilisée dans le cadre d'un test d'agrégation des mesures de la production. Celle-ci exige en effet que les niveaux des dérivées de la foncton de coût (dans ce cas-ci, les coûts marginaux) soient connus. Or, semblables données sont rarement disponibles ou même observables à moins de faire certaines hypothèses sur la structure de l'industrie dans laquelle les firmes évoluent.

Par ailleurs, si la fonction $c^*(y,w,a)$ est spécifiée de telle sorte qu'elle contient tout juste assez de paramètres libres pour être considérée comme flexible, alors les formes fonctionnelles utilisées en guise d'approximations des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ $(k = 1, \ldots, K)$ et $\partial c(y,w)/\partial w_m$ $(m = 1, \ldots, M)$ soit $\partial c^*(y,w,a)/\partial y_k$ et $\partial c^*(y,w,a)/\partial w_m$ ne peuvent être flexibles[1]. Par conséquent, $\partial c^*(y,w,a)/\partial y_k$ et $\partial c^*(y,w,a)/\partial w_m$ ne peuvent être considérées comme des approximations locales de second-ordre des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial w_m$.

À la section suivante, nous développons un test d'agrégation des mesures de la production fondé sur l'emploi, en guise d'approximations des fonctions de coût marginal, de formes fonctionnelles flexibles. De plus, de manière à disposer d'observations sur les niveaux des coûts marginaux, nous considérons deux situations de marché différentes : la concurrence et le monopole.

3. UN NOUVEAU TEST D'AGRÉGATION DES MESURES DE LA PRODUCTION

3.1 Présentation

Posons $h^*_{kr}(y,w)$, une approximation au moins une fois continûment différentiable de la fonction $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ assurant globalement les propriétés de celle-ci tout en étant flexible[2]. Étant donné les conditions de faible séparabilité 2.3, la fonction $c(y,w)$ peut s'écrire $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ lorsque :

---

[1] En général, les formes fonctionnelles utilisées en guise d'approximations contiennent tout juste assez de paramètres libres pour être considérées comme flexibles. Les paramètres supplémentaires n'ajoutent rien en terme de flexibilité, diminuent le nombre de degrés de liberté et augmentent le risque de multi-collinéarité.

[2] En particuler, $c(y,w)$ étant homogène de degré un par rapport à w, $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial y_r$ sont aussi homogènes de degré un par rapport à w si bien que $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ est homogène de degré zéro par rapport à w. Aussi, $c(y,w)$ étant non décroissante en y_k $(k = 1, \ldots, K)$, $h^*_{kr}(y,w)$ doit être non négative.

$$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial y_i} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \qquad (3.1)$$

$$\text{et } \frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial w_m} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ , } n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m \text{ .}$$

Le test d'agrégation revient donc à déterminer empiriquement si le rapport entre deux fonctions de coût marginal, approximé par $h^*_{kr}(y,w)$, dépend ou non de variables n'appartenant pas au sous-ensemble des variables formant l'agrégat désiré. Il nous faut donc procéder à l'estimation des fonctions $h^*_{kr}(y,w)$ ces dernières, rappelons-le, satisfaisant les propriétés de la fonction de coût, puis vérifier si elles respectent les conditions 3.1.

Ce dernier test est différent de celui proposé par Denny et Fuss (1977) puisqu'il considère l'approximation du rapport de deux dérivées de la fonction de coût plutôt que le rapport entre deux dérivées d'une approximation de la fonction de coût. De plus, l'approximation employée est flexible.

Pour procéder à l'estimation des fonctions $h^*_{kr}(y,w)$, il nous faut disposer d'observations sur les niveaux des coûts marginaux de la firme à l'équilibre. Toutefois, comme nous l'avons déjà mentionné, de telles données ne sont pas disponibles à moins de faire des hypothèses particulières sur la nature des marchés dans lesquels les firmes évoluent.

3.2 Test d'agrégation en concurrence parfaite

En supposant que les firmes évoluent dans des conditions de concurrence parfaite, l'utilisation du test précédent est possible si l'on observe les prix des différents extrants y_k. En fait, la concurrence parfaite permet de supposer que les firmes opèrent de manière à ce que le coût marginal de l'extrant $k(k = 1, \ldots, K)$ soit égal au prix de ce dernier

(p_k). Dans ces conditions, l'observation des prix des extrants revient à observer les coûts marginaux de ces mêmes extrants.

Pour réaliser le test d'agrégation, il suffit d'estimer les équations :

$$\frac{p_k}{p_r} = h^*_{kr}(y,w) + e_{kr}, \quad k,r = 1,\ldots,K\ , \quad (k < r) \tag{3.2}$$

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire (dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation) de moyenne nulle et de variance finie, puis de vérifier si ces dernières respectent les conditions 3.1.

3.3 Test d'agrégation en situation de monopole

Supposons que la firme détienne le monopole du marché k. Celle-ci est confrontée à la fonction de demande :

$$y_k = D_k(p_k\ ,\ u)\ , \tag{3.3}$$

où u est un vecteur de variables, autre que p_k et exogènes à la firme, affectant la quantité demandée de l'extrant k;

D_k est la fonction de demande de l'extrant k;

y_k et p_k sont définis comme précédemment.

Compte tenu de 3.3, le problème de maximisation des profits de la firme s'écrit :

$$\begin{aligned} &\max_{y,x,p} \left[\sum_{k=1}^{K} p_k\ y_k - \sum_{m=1}^{M} w_m x_m : f(y,x) < 0,\ p_k = d_k(y_k,u) \right] \\ \equiv\ &\max_{y,p} \left[\sum_{k=1}^{K} p_k\ y_k - c(y,w) : p_k = d_k(y_k,u) \right] \\ \equiv\ &\max_{y} \left[\sum_{k=1}^{K} d_k(y_k,u) y_k - c(y,w) \right] \end{aligned} \tag{3.4}$$

où $d_k(y_k,u)$ est la fonction inverse de demande ;

$$c(y,w) \equiv \min_x \left[\sum_{m=1}^{M} w_m x_m : f(y,x) < 0 \right] .$$

Sous l'hypothèse que les fonctions inverses de demande et la fonction de coût sont différentiables par rapport à y_k, les conditions de premier ordre du problème 3.4 impliquent les relations suivantes :

$$p_k + y_k \frac{\partial d_k(y_k,u)}{\partial y_k} = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k} , \; k = 1,\ldots,K , \tag{3.5}$$

qu'on peut récrire :

$$p_k = \mu_k(y_k,u) + \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k} , \; k = 1,\ldots,K , \tag{3.6}$$

où $\mu_k(y_k,u) = -y_k \dfrac{\partial d_k(y_k,u)}{\partial y_k}$.

Autrement dit, le prix exigé par la firme sur le marché k est égal au coût marginal auquel est ajouté une marge définie par $\mu_k(y_k,u)$. De plus, s'il s'avère que $\mu_k(y_k,u) = 0$, alors on peut considérer que la firme évolue dans un environnement concurrentiel, du moins sur le marché k. Appelbaum (1975) et Appelbaum et Kohli (1979) montrent comment, à partir de l'estimation des équations 3.6, on peut tester les hypothèses de concurrence et de monopole au sein d'une industrie. Ils ne considèrent toutefois pas le caractère multi-produit des technologies employées.

Par ailleurs, sous l'hypothèse que la fonction de coût est différentiable par rapport aux prix des intrants, on peut associer aux dérivées de la fonction de coût par rapport à ceux-ci les fonctions de demande d'intrants (lemme de Shephard, 1953), soit :

$$x_m = \frac{\partial c(y,w)}{\partial w_m}, \quad m = 1,\ldots,M \,. \tag{3.7}$$

Supposons maintenant $D^*_k(y_k,u)$ et $\mu^*_k(y_k,u)$, des approximations flexibles de $D_k(y_k,u)$ et $\mu_k(y_k,u)$ respectant les propriétés théoriques de celles-ci[1]. Considérons aussi $\partial c^*(y,w)/dy_k$ et $\partial c^*(y,w)/dw_m$ des approximations des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial w_m$. Dans un premier temps, en posant y_k, p_k et x_m comme endogènes, on peut par une méthode appropriée estimer conjointement les équations suivantes :

$$\begin{aligned} x_m &= \partial c^*(y,w)/\partial w_m + e_m\,, && m = 1,\ldots,M\,, \\ p_k &= \mu^*_k(y_k,u) + \partial c^*(y,w)/\partial y_k + e_{pk}\,. && k = 1,\ldots,K \\ \text{et} \quad y_k &= D^*_k(p_k,u) + e_{yk}\,, && k = 1,\ldots,K\,, \end{aligned} \tag{3.8}$$

où e_m, e_{pk} et e_{yk} sont des termes d'erreurs aléatoires de moyenne nulle et de variance finie dues aux erreurs d'optimisation et d'approximation.

L'estimation du système 3.8 permet d'obtenir des évaluations empiriques des marges $\mu_k(y_k,u)$, soit $\hat{\mu}_k(y_k,u)$, $k = 1, \ldots, K$ et ce, pour chaque firme composant l'échantillon.

Les relations 3.6 impliquent les rapports suivants :

$$\frac{p_k - \mu_k(y_k,u)}{p_r - \mu_r(y_r,u)} = \frac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}, \quad k,r = 1,\ldots,K \,. \tag{3.9}$$

Les $p_k(k=1,\ldots,K)$ étant connus et les marges ayant été évaluées par $\hat{\mu}_k(y_k,u)$ à l'étape antérieure, il est par conséquent possible de procéder à l'estimation des équations suivantes :

---

[1] En particulier, $\dfrac{\partial D_k(y_k,u)}{\partial y_k} < 0$ et $\mu_k(y_k,u) > 0$.

$$\frac{p_k - \hat{\mu}_k(y_k,u)}{p_r - \hat{\mu}_r(y_r,u)} = h^*_{kr}(y,w) + e_{kr}, \quad k,r = 1,\ldots,K \ . \quad (k < r) \tag{3.10}$$

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire de moyenne nulle et de variance finie.

Les résultats de l'estimation du système 3.10 permettent la vérification des conditions 3.1 et, par conséquent, servent à déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. En fait, si le système 3.10 satisfait aux conditions 3.1 alors la fonction de coût $c(y,w)$ peut s'écrire sous la forme $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$. De plus, par dualité, on sait que si la fonction de coût peut s'écrire sous la forme $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ alors la fonction de production peut s'écrire $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$.

Nous tenons à faire remarquer que les conditions 2.3 ne peuvent être l'objet d'une vérification empirique à partir des résultats de l'estimation du système 3.8. Les résultats obtenus de 3.8 ne permettent que d'obtenir des approximations de $\partial c(y,w)/\partial y_k$ alors que les conditions 2.3 s'appliquent aux rapports $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ $(k,r = 1, \ldots, K)$. Pour cette raison, à la deuxième étape, nous procédons à l'estimation d'approximations des rapports entre deux fonctions de coût marginal, soit $h^*_{kr}(y,w)$, $k,r = 1, \ldots, K$, $k < r$).

4. ÉVALUATION STATISTIQUE

Pour comparer la performance du test proposé relativement à celle du test existant (Denny et Fuss, 1977) et aussi pour en évaluer la pertinence, nous avons, à partir d'une spécification d'une fonction de coût possédant une structure d'agrégation donnée, réalisé diverses expériences sur des échantillons aléatoires indépendants. Dans un premier temps, nous avons procédé à l'évaluation des performances des dérivées de l'approximation et des approximations des dérivées en terme de leur capacité à prédire le