

Université de Montréal

Étude des propriétés atmosphériques et magnétiques des étoiles naines blanches froides
riches en hydrogène

par

Benoit Rolland

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en physique

Avril, 2014

©Benoit Rolland, 2014

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

Étude des propriétés atmosphériques et magnétiques des étoiles naines blanches froides
riches en hydrogène

présenté par:

Benoit Rolland

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Paul Charbonneau, président-rapporteur
Pierre Bergeron, directeur de recherche
Gilles Fontaine, membre du jury

Mémoire accepté le: _____

Sommaire

Ce mémoire présente une analyse photométrique et spectroscopique d'un échantillon de 16 naines blanches magnétiques froides riches en hydrogène. L'objectif principal de cette étude est de caractériser leurs propriétés atmosphériques et magnétiques afin d'obtenir une vision d'ensemble représentative de cette population d'étoiles. Pour ce faire, il a fallu réunir le plus d'information possible sur toutes les candidates sous la forme de spectres visibles à haut signal-sur-bruit et de données photométriques. Il a également été nécessaire de mettre à jour les modèles d'atmosphère de Bergeron et al. (1992) à l'aide des avancées réalisées par Tremblay & Bergeron (2009). Les paramètres atmosphériques de chacune des étoiles ont ensuite été déterminés en modélisant les distributions d'énergie photométriques observées tandis que la topologie et l'intensité du champ magnétique ont été obtenues en comparant des spectres synthétiques magnétiques au profil d'absorption Zeeman autour de $H\alpha$. Qui plus est, un processus de déconvolution combinant ces deux approches a aussi été créé afin de traiter adéquatement les systèmes binaires présents dans l'échantillon. Les résultats de ces analyses sont ensuite exposés, incluant une discussion sur la possible corrélation entre les paramètres atmosphériques et les propriétés magnétiques de ces naines blanches. Finalement, cette étude démontre que les données spectroscopiques de la majorité de ces étoiles peuvent uniquement être reproduites si ces dernières se trouvent dans un système binaire composé d'une seconde naine blanche. De plus, les résultats suggèrent que le champ magnétique de ces naines blanches froides n'est pas d'origine fossile et doit être généré par un mécanisme physique devant encore être identifié.

Mots clés: étoiles: naines blanches - paramètres fondamentaux - magnétisme - modèles: atmosphère - hydrogène - techniques: photométrique et spectroscopique

Abstract

This paper presents a photometric and spectroscopic analysis of 16 cool hydrogen-rich magnetic white dwarfs. The main objective of this study is to characterize their atmospheric and magnetic properties in order to obtain a representative overview of this stellar population. To reach this goal, photometric data and high signal-to-noise ratio spectra have been gathered for all the candidates. The models presented by Bergeron et al. (1992) were also updated using the work of Tremblay & Bergeron (2009). Afterward, the atmospheric parameters of each star were obtained from fits to the observed photometric energy distribution, while the topology and strength of the magnetic field are determined using spectroscopic fits to the observed Zeeman absorption features at $H\alpha$. Moreover, a deconvolution procedure combining these two approaches has also been developed in order to reproduce correctly the binary systems in the sample. The results of these analyses are then presented, including a discussion on the possible correlation between the atmospheric parameters and the magnetic properties of these white dwarfs. Finally, the results of this study suggest that most stars in this sample can only be accounted for if they are unresolved double white dwarfs systems. In addition, the results also demonstrate that the magnetic field in these cool white dwarfs cannot have a fossil origin, and must be somehow generated by a physical mechanism yet to be identified.

Key words: stars - white dwarfs - fundamental parameters - magnetism - models: atmosphere - hydrogen - techniques: photometric and spectroscopic

Table des matières

Sommaire	iii
Abstract	iv
Table des matières	v
Liste des figures	viii
Liste des tableaux	xii
Remerciements	xiv
1 Introduction	1
1.1 Les étoiles naines blanches	1
1.2 Historique	2
1.3 Justification de la nouvelle étude	4
2 Notions théoriques	6
2.1 Caractérisation du champ magnétique	6
2.1.1 Dipôle centré avec $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = 0$	7
2.1.2 Dipôle centré avec $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} \neq 0$	9
2.2 Effet Zeeman	10
2.2.1 Régime linéaire	12
2.2.2 Régime quadratique	12

3	Échantillon et observations	15
3.1	Critères de sélection	16
3.1.1	Champ magnétique	16
3.1.2	Température effective	17
3.1.3	Sloan Digital Sky Survey	17
3.2	Observations	18
3.2.1	Photométrie	18
3.2.2	Spectres visibles	21
4	Modèles numériques	26
4.1	Modèles d'atmosphère	26
4.1.1	Caractéristiques générales	27
4.1.2	Traitement de l'élargissement spectral	28
4.1.3	Tables d'opacité	30
4.2	Spectres synthétiques magnétiques	32
4.2.1	Méthodologie	32
4.2.2	Géométrie dipolaire excentrée	33
4.2.3	Espace des paramètres	35
4.2.4	Comparaison avec le transfert radiatif polarisé	38
5	Calcul des paramètres stellaires	40
5.1	Analyse photométrique	40
5.2	Analyse spectroscopique	48
5.2.1	Systèmes binaires: approche simplifiée	54
5.2.2	Systèmes binaires: déconvolution formelle	59
6	Implications astrophysiques	65
7	Conclusion	71
	Bibliographie	73

A Compléments mathématiques	78
A.1 Résolution de l'équation de Laplace	78
A.2 Dérivation du champ magnétique multipolaire	80
A.2.1 Forme générale du potentiel magnétique dipolaire	81
A.2.2 Forme générale du champ magnétique dipolaire	82
A.2.2.1 Application: champ dipolaire basculé	83
A.2.2.2 Application: norme d'un champ dipolaire basculé	84
A.3 Identités mathématiques diverses	86
A.3.1 Opérateurs différentiels en coordonnées sphériques	86
A.3.2 Relations entre vecteurs unitaires	87

Liste des figures

2.1	Schéma des lignes de champ magnétique (rouges) générées par un dipôle ponctuel dans le plan $\phi = 0$ et pour $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = 0$	8
2.2	Schéma des lignes de champ magnétique (rouges) générées par un dipôle ponctuel dans le plan $\phi = 0$ et pour $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = \cos i$	9
2.3	Comportement et emplacement des composantes Zeeman des raies de Balmer $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$ en fonction du champ magnétique (à partir des tables de Kemic 1974b).	14
3.1	Diagramme couleur-couleur ($V - I$, $V - K$) pour les étoiles du tableau 3.2 (rouge) et de Bergeron et al. (2001) (noir et blanc). Des séquences évolutives ont été ajoutées à titre comparatif pour des naines blanches riches en hydrogène (bleu) et riches en hélium (vert) ayant une masse de $0.6 M_{\odot}$. Le désert des non-DA (Bergeron et al. 1997) est délimité par des lignes pointillées.	20
3.2	Données spectroscopiques disponibles autour de $H\alpha$. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.	22
3.3	Données spectroscopiques disponibles pour l'intervalle 3750-5200 Å. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.	23

- 4.1 Spectres synthétiques non magnétiques de la raie $H\alpha$ pour des profils de Voigt (bleu) et Stark seulement (rouge) de même que la convolution des deux (noir). Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.5 pour faciliter la lecture. 28
- 4.2 Largeur équivalente des profils de Voigt (noir) et Stark (blanc) en fonction de la température effective pour les raies $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$. Les valeurs ont été normalisées par rapport à la largeur équivalente totale W_{s*v} pour une température et une raie données. 30
- 4.3 Spectres synthétiques magnétiques de la raie $H\alpha$ pour différentes valeurs de décalage a_z et d'angle de rotation i , un champ magnétique de 7 MG et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 afin de faciliter la lecture. 36
- 4.4 Spectres synthétiques magnétiques de la raie $H\alpha$ pour différentes valeurs de décalage a_z et de champ magnétique B_p , un angle de rotation de 45° et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 afin de faciliter la lecture. 37
- 4.5 Spectres synthétiques magnétiques de la raie $H\alpha$ obtenus par transfert radiatif ordinaire (noir) et polarisé (rouge) pour différents angles de rotation i , un champ de 2 MG et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 pour faciliter la lecture. 38
- 5.1 Résultats de l'analyse photométrique sous l'hypothèse d'une composition riche en hydrogène (noir) ou en hélium (blanc). Les données photométriques sont représentées par leurs barres d'erreur respectives et les paramètres stellaires adoptés sont en rouge pour faciliter la lecture. 42

5.2	Résultats de l'analyse spectroscopique de la raie $H\alpha$ pour des solutions cohérentes avec les valeurs photométriques. Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. L'axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.	49
5.3	Résultats de l'analyse spectroscopique de la raie $H\alpha$ pour des solutions incohérentes avec les valeurs photométriques (voir tableau 5.1). Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. L'axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.	51
5.4	Spectres synthétiques magnétiques de la raie $H\alpha$ sous l'hypothèse qu'un compagnon vient contribuer au flux total. Les paramètres atmosphériques des deux étoiles ont été fixés à $T_{\text{eff}} = 6000$ K et $\log g = 8.0$. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.	54
5.5	Résultats de l'analyse spectroscopique de la raie $H\alpha$ sous l'hypothèse que la naine blanche magnétique possède un compagnon. Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. L'axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.	56
5.6	Résultats de la déconvolution des systèmes binaires. Dans le panneau de gauche, les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. Dans le panneau de droite, les données photométriques et les contributions respectives de la naine blanche magnétique (pointillés) et de son compagnon (tirets) ont été normalisées par rapport au maximum de la distribution d'énergie totale (rouge).	61
6.1	Distribution de température (gauche), de champ magnétique (centre) et de décalage a_z (droite) pour l'ensemble des naines blanches magnétiques de l'échantillon.	67

6.2 Champ magnétique B_p et décalage a_z en fonction de la température effective.
Les systèmes binaires ont été identifiés en rouge. Le sens de l'axe de température
a été inversé afin de correspondre avec le sens usuel du refroidissement. 68

Liste des tableaux

2.1	Liste des composantes Zeeman de la raie $H\alpha$	13
3.1	Nom usuel et désignation WD des étoiles constituant l'échantillon	15
3.2	Données photométriques visibles et infrarouges des étoiles de l'échantillon	19
3.3	Propriétés d'ordre zéro des étoiles de l'échantillon	25
4.1	Types d'opacités incluses dans les modèles	31
5.1	Paramètres atmosphériques obtenus par la méthode photométrique	47
5.2	Paramètres de déconvolution adoptés	64
6.1	Paramètres atmosphériques et magnétiques adoptés	66

À ma Rosie

Remerciements

Je tiens dans un premier temps à remercier mon directeur de recherche, Pierre Bergeron, de m'avoir accueilli dans son équipe et de m'avoir confié ce projet extraordinaire. Ton encadrement et ton dynamisme m'ont permis d'apprendre énormément, de me dépasser et d'explorer des avenues complètement nouvelles. Merci pour ces deux années extraordinaires et pour ta patience exemplaire lors de notre voyage d'observation en Arizona à l'été 2013.

J'aimerais également remercier plusieurs contributions indispensables à la réalisation de ce projet. Merci à John Subasavage de nous avoir gracieusement permis d'utiliser son plus récent spectre de LHS 1243. Merci à Patrick Dufour pour ses précieux calculs de transfert radiatif polarisé. Merci à Marie-Michèle Limoges d'avoir répondu à mes nombreuses questions et de m'avoir guidé dans la réduction de données. Merci à Noemi Giammichele et Loïc Séguin-Charbonneau d'avoir observé plusieurs étoiles de mon échantillon.

Je souhaiterais remercier mon père, Pierre-Paul, ma mère, Brigitte, et ma dulcinée, Roxanne, d'avoir veillé sur moi durant toutes ces années. Votre réconfort, votre aide et vos encouragements m'ont permis de persévérer, de vivre mes rêves et d'accomplir de grandes choses. Merci pour ce soutien et tout cet amour. Merci d'avoir cru en moi tout au long de ce parcours.

Finalement, j'aimerais remercier toute l'équipe de télérecrutement d'Héma-Québec. Votre bonne humeur contagieuse, votre écoute attentive et votre flexibilité m'ont permis de vivre deux de mes passions simultanément. Merci pour ces trois années de compréhension et pour cette précieuse amitié.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Les étoiles naines blanches

Les naines blanches représentent le stade évolutif ultime pour près de 97% des étoiles de notre galaxie. Évolués et dégénérés, ces astres sont les restes des étoiles de faible masse (environ 0.07 à 8 M_{\odot}) de la séquence principale ayant complété leurs diverses phases de combustion nucléaire. En effet, après une existence paisible, allant de dizaines de millions à plusieurs centaines de milliards d'années, ces étoiles auront complètement converti l'hydrogène de leur coeur en hélium. Ces astres vont alors quitter la séquence principale et évolueront rapidement pour devenir des géantes rouges. À ce stade, elles amorceront le brûlage de l'hélium grâce à un allumage graduel ou à une cascade explosive (si l'étoile est moins massive que 2.5 M_{\odot}). Lorsque le taux de réaction nucléaire se sera stabilisé, ces étoiles entameront une phase de combustion nucléaire analogue à la séquence principale: la branche horizontale. Lorsque l'hélium viendra également à manquer, ces géantes seront incapables d'amorcer la fusion d'éléments plus lourds en raison de la trop faible température de leur coeur. Ces astres vieillissants rejoindront alors la branche des géantes asymptotiques où elles achèveront la combustion nucléaire de leurs couches externes. Durant ces derniers chapitres de leur activité nucléaire, ces étoiles mourantes subiront également une forte perte de masse au profit du milieu interstellaire créant une nébuleuse planétaire. Maintenant privé d'énergie nucléaire, le rémanent de cette tumultueuse évolution, un coeur chaud de carbone et d'oxygène pauvre

en éléments légers, se contractera jusqu'à ce que la pression de dégénérescence électronique permette de rétablir l'équilibre hydrostatique. Lorsque cette délicate balance est finalement restaurée, ces étoiles deviennent alors des naines blanches.

1.2 Historique

La découverte d'un champ magnétique dipolaire d'environ 1.5 kG à la surface de 78 Vir par Babcock (1947) a donné le coup d'envoi à la recherche d'étoiles évoluées hautement magnétiques. En effet, en supposant la conservation du flux magnétique au cours de l'évolution stellaire, les scientifiques de l'époque s'attendaient à pouvoir observer des champs magnétiques de l'ordre de 10-100 MG dans les populations de naines blanches. Toutefois, les efforts déployés par Preston (1970) pour détecter la signature spectroscopique de l'effet Zeeman quadratique avec un échantillon de naines blanches de type DA se sont avérés non concluants. De façon similaire, les premières tentatives visant à déceler une polarisation de la lumière émise par des naines blanches de type DA (Angel & Landstreet 1970) ont également échoué. Ces absences de détection ont laissé entrevoir que les naines blanches magnétiques sont un phénomène rare. Néanmoins, Kemp et al. (1970) ont finalement réussi à mesurer un niveau de polarisation sans précédent pour Grw +70°8247. Par la suite, d'autres naines blanches magnétiques ont été détectées dont G185-95 (Angel & Landstreet 1971) et GD 225 (Swedlund et al. 1974). Malgré le fait que ses succès ont indéniablement démontré que ces étoiles étaient magnétiques, la détermination précise des caractéristiques de leur champ devait encore attendre l'indentification spectroscopique des composantes Zeeman.

Le point tournant de l'étude des naines blanches magnétiques a sans contredit été la publication par Kemic (1974b) d'un ensemble de calculs visant à caractériser l'effet Zeeman et le comportement des raies spectrales d'hydrogène et d'hélium neutres en présence de champs magnétiques allant jusqu'à 100 MG. En effet, en plus de traiter le régime Zeeman linéaire pour lequel la dégénérescence associée au nombre quantique magnétique m_l disparaît, ces développements théoriques sont allés au-delà des limites de l'époque en couvrant également le régime quadratique et la brisure de la symétrie du moment angulaire orbital (nombre quantique l).

Cette percée a permis à Angel et al. (1974) d'effectuer la première détermination formelle du champ magnétique d'une naine blanche en associant les anomalies du spectre de GD 90 à des raies de Balmer exhibant des structures Zeeman produites par un champ de 5 MG. Peu de temps après, Wickramasinghe & Martin (1979) ont été les premiers à tenter de modéliser l'atmosphère des naines blanches magnétiques. Leurs modèles ont réussi à reproduire les propriétés des spectres de nombreuses étoiles de type DA dont GD 90, G99-47 et BPM 25114. Cette réussite est venue valider les fondements théoriques avancés par Kemic et a débuté l'ère de la spectroscopie Zeeman.

Au cours des années qui ont suivi, ce domaine de recherche émergent a connu un essor continu. En effet, au niveau des bases théoriques, le comportement des modèles numériques a été étudié plus en profondeur afin de caractériser et d'inclure les effets magnéto-optiques associés aux transitions liées-libres (Martin & Wickramasinghe 1981) et aux transitions libres-libres (Martin & Wickramasinghe 1982). De plus, en se penchant sur le problème de l'influence de la géométrie du champ magnétique sur le profil de raie, Martin & Wickramasinghe (1984) ont réussi à démontrer qu'il peut s'avérer difficile de faire la distinction entre un dipôle excentré et une combinaison multipolaire. Ces progrès ont directement bénéficié au volet observationnel, car ils ont mené à la détection et à la caractérisation de la première naine blanche magnétique affichant des structures Zeeman en émission, GD 356 (Greenstein & McCarthy 1985). Toutefois, aucune percée théorique ou numérique d'envergure n'a été réalisée par la suite. Néanmoins, le nombre de détections a continué de croître grâce à de nombreuses études dont Liebert et al. (1985), Hagen et al. (1987), Achilleos, Remillard & Wickramasinghe (1991), Jordan (1992), Schmidt, Stockman & Smith (1992), Bergeron et al. (1992, 1993), Putney & Jordan (1995), Putney (1995) et Moran, Marsh & Dhillon (1998). De plus, les données du Sloan Digital Sky Survey ont permis à Gänsicke, Euchner & Jordan (2002), Schmidt et al. (2003) et Vanlandingham et al. (2005) de faire grimper à près de 170 le nombre de naines blanches magnétiques connues (Kawka et al. 2007). Malgré le fait que d'autres études dont Subasavage et al. (2007) et Kawka & Vennes (2012) aient mentionné la découverte d'étoiles magnétiques, Külebi et al. (2009) ont effectué la dernière grande analyse dans ce domaine en

modélisant et en caractérisant 141 naines blanches magnétiques riches en hydrogène dont 44 nouvelles candidates.

1.3 Justification de la nouvelle étude

Dans un premier temps, en ajustant les composantes Zeeman de la raie $H\alpha$ avec des modèles d'atmosphère magnétiques, la méthode d'analyse spectroscopique décrite dans Bergeron et al. (1992) a permis de déterminer les paramètres atmosphériques (T_{eff} , $\log g$) et les propriétés magnétiques de LHS 1044 et de LHS 1734 avec une très grande précision. Malgré ce succès, cette étude a également exposé le besoin préoccupant d'avoir recours à des dipôles fortement excentrés dans la direction inverse à l'observateur ($a_z \sim -0.2$) pour modéliser des naines blanches magnétiques froides riches en hydrogène. Cette nécessité serait, selon les auteurs, simplement reliée à un effet de sélection favorisant les valeurs de a_z négatives. Toutefois, aucune étude n'a, à ce jour, confirmé cette hypothèse ou trouvé de solution à ce problème.

Dans un deuxième temps, plusieurs études ont permis de constater que certaines naines blanches magnétiques froides font probablement partie d'un système binaire, car leur température effective spectroscopique est systématiquement inférieure à celle déterminée photométriquement. En effet, afin de reproduire les données observationnelles, les spectres synthétiques de LHS 1243 (Subasavage et al. 2007), LHS 2273 (Bergeron et al. 1997), GD 157 (Bergeron et al. 2001) et G62-46 (Bergeron et al. 1993) ont dû être dilués en supposant la présence d'un compagnon de type DC. Cependant, malgré le fait que cette approche permette de pallier ce problème, trois de ces quatre études n'ont pas effectué d'analyse plus poussée. Effectivement, seul Bergeron et al. (1993) ont présenté une caractérisation photométrique et spectroscopique complète de G62-46.

Dans un troisième et dernier temps, Liebert et al. (2003) ont réussi à déterminer que l'incidence des naines blanches ayant un champ magnétique supérieur à 2 MG était au minimum de 10%. De plus, ils ont également constaté que ce nombre semble augmenter à basse température. En plus de cette propriété intéressante, Bergeron et al. (1997) avaient préalablement

remarqué que les cinq naines blanches magnétiques riches en hydrogène de leur échantillon possédaient toutes une température effective se situant à l'intérieur du désert des non-DA; un intervalle de température (5100-6100 K) caractérisé par la quasi absence de naines blanches riches en hélium. De plus, ils ont également émis l'hypothèse que les étoiles magnétiques découvertes par Putney (1995), G183-35 et G256-7, se trouvaient très probablement dans cet intervalle de température. Toutefois, aucune étude ne s'est encore penchée sur la possible corrélation entre le magnétisme et l'évolution spectrale des naines blanches.

En tenant compte des considérations énumérées plus haut, du nombre croissant de naines blanches magnétiques et de près de 20 ans de progrès dans le domaine des modèles d'atmosphère, cette nouvelle étude vise à effectuer une analyse spectroscopique complète des naines blanches magnétiques froides riches en hydrogène répertoriées dans Kawka et al. (2007), Subasavage et al. (2009), Kawka & Vennes (2012) et dans le catalogue SUPERBLINK (Limoges, Lépine & Bergeron 2013). Cette démarche permettra de mieux contraindre les paramètres atmosphériques et magnétiques de ces étoiles, d'effectuer une caractérisation formelle des différents systèmes binaires, d'évaluer la robustesse de l'approche utilisant un champ magnétique dipolaire excentré, d'étudier les effets systématiques inhérents au choix de cette topologie, d'explorer des pistes de solution au problème du décalage négatif et de chercher un possible lien entre la température effective des étoiles de l'échantillon et l'intensité de leur champ magnétique.

Chapitre 2

Notions théoriques

2.1 Caractérisation du champ magnétique

Les fondements de la magnétostatique permettent de déterminer, en un point \mathbf{r} , le champ magnétique associé à une distribution de courant stationnaire à l'aide de la loi de Biot-Savart:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\tau' \quad (2.1)$$

où $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ est le champ magnétique, $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ la densité de courant et \mathbf{r}' la position de l'élément de courant. Toutefois, le résultat de cette intégrale est généralement difficile à obtenir, et ce, même pour les configurations les plus simples. De plus, dans de nombreuses situations, la densité de courant n'est pas nécessairement connue a priori. Afin de s'affranchir de ce problème, il peut s'avérer utile de calculer le champ magnétique dans *tout le reste de l'espace* en considérant uniquement les régions pour lesquelles $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = 0$. En effet, dans ce cas particulier, la loi d'Ampère devient $\nabla \times \mathbf{B} = 0$. Il est donc possible, en vertu du théorème d'Helmholtz-Hodge, d'introduire un potentiel scalaire $\Phi(\mathbf{r})$ tel que

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi \quad (2.2)$$

De plus, comme $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, il suit naturellement que la divergence de la relation précédente se réduit à l'équation de Laplace:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.3)$$

pour laquelle des solutions analytiques sont connues. En effet, lorsque que la géométrie du problème possède une symétrie azimutale (i.e. Φ est indépendant de ϕ), la solution générale de l'équation 2.3 est donnée par (calcul à l'annexe A.1):

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \quad (2.4)$$

où les A_l et B_l sont des constantes dépendant des conditions aux frontières et $P_l(\cos \theta)$ est le l -ième polynôme de Legendre. Ainsi, en se servant des détails de l'annexe A.2, le champ magnétique à l'extérieur d'une densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ peut s'écrire

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \left(\frac{(l+1)B_l}{r^{l+2}} - \frac{lA_l}{r^{1-l}} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \left(\frac{A_l}{r^{1-l}} + \frac{B_l}{r^{l+2}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right\} \quad (2.5)$$

Il est toutefois important de noter que cette expression est valide uniquement dans un repère $\{r, \theta, \phi\}$ orienté de telle sorte que l'axe magnétique coïncide avec l'axe z en raison de la symétrie azimutale.

2.1.1 Dipôle centré avec $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = 0$

Considérons une étoile naine blanche sphérique de rayon unitaire caractérisée par le système de coordonnées sphériques suivant:

$$x = r \sin \theta \cos \phi \quad (2.6)$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi \quad (2.7)$$

$$z = r \cos \theta \quad (2.8)$$

où $\hat{\mathbf{z}}$ est parallèle à la ligne de visée et dans la direction de l'observateur. Considérons également que cette étoile possède un champ magnétique généré par un dipôle ponctuel situé en son

centre et orienté de telle sorte que la ligne de visée coïncide avec l'axe magnétique ($\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{m}}$). La figure 2.1 présente une schématisation de la géométrie du système de même que les lignes de champ magnétique dans le plan $\phi = 0$.

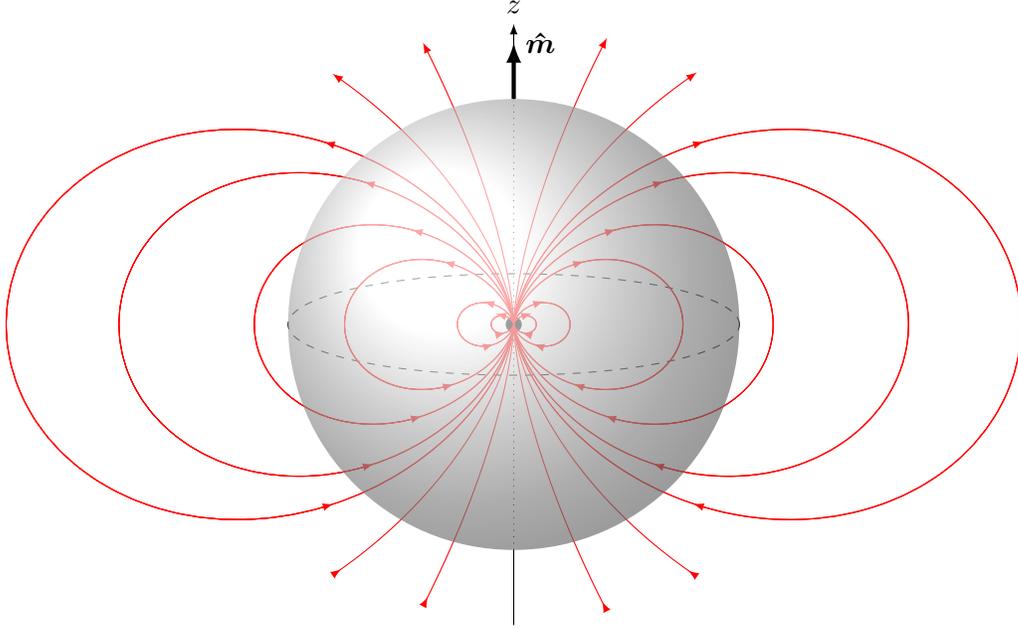


FIGURE 2.1 – Schéma des lignes de champ magnétique (rouges) générées par un dipôle ponctuel dans le plan $\phi = 0$ et pour $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = 0$.

Dans cette configuration, le seul terme à considérer est celui pour $l = 1$. De plus, afin de s'assurer que \mathbf{B} ne diverge pas lorsque r tend vers l'infini, il est nécessaire d'imposer $A_1 = 0$. Conséquemment, le champ magnétique de ce système est donné par (voir annexe A.2.2.1):

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2} \left(\frac{2 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \quad (2.9)$$

où B_1 a été ajusté de manière à ce que la norme du champ magnétique corresponde à l'intensité de la composante poloidale B_p à la surface de l'étoile lorsque $\theta = 0$. Finalement, l'intensité du champ dipolaire B peut s'écrire (calcul à l'annexe A.2.2.2)

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2r^3} \left(3 \cos^2 \theta + 1 \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

2.1.2 Dipôle centré avec $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} \neq 0$

Considérons maintenant que la naine blanche de rayon unitaire possède un champ magnétique généré par un dipôle ponctuel situé en son centre, mais orienté de telle sorte que $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = \cos i$ en raison d'une rotation autour de l'axe y . La figure 2.2 montre une représentation schématique de la géométrie de ce nouveau système et les lignes de champ magnétique dans le plan $\phi = 0$.

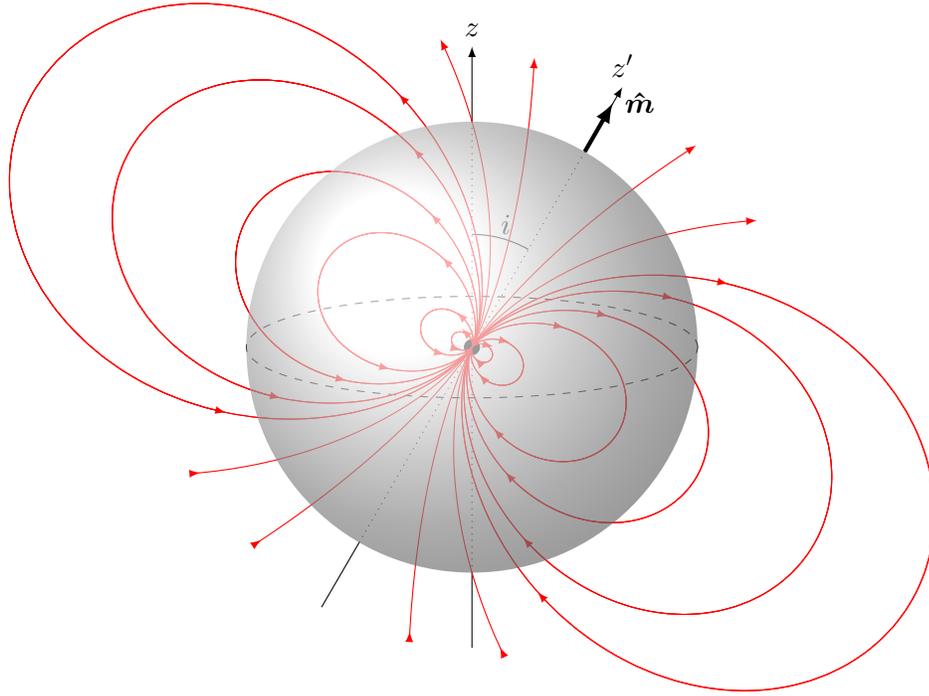


FIGURE 2.2 – Schéma des lignes de champ magnétique (rouges) générées par un dipôle ponctuel dans le plan $\phi = 0$ et pour $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = \cos i$.

Dans cette nouvelle configuration, le référentiel $\{r, \theta, \phi\}$ ne correspond pas au repère naturel du dipôle. Néanmoins, il est possible d'introduire un second système de coordonnées sphériques $\{r, \psi, \eta\}$ défini par les relations suivantes:

$$x' = r \sin \psi \cos \eta \quad (2.11)$$

$$y' = r \sin \psi \sin \eta \quad (2.12)$$

$$z' = r \cos \psi \quad (2.13)$$

dans lequel les expressions du champ magnétique et de sa norme se réduisent aux équations 2.9 et 2.10, mais avec $\theta = \psi$. Toutefois, comme les calculs de transfert radiatif sont effectués dans le référentiel de l'étoile, il est plus utile d'exprimer ces relations en fonction du repère $\{r, \theta, \phi\}$. En se servant des raisonnements et des calculs de l'annexe A.2.2.1, le champ magnétique peut s'écrire

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{B_p \sin i}{2} \left(\frac{2(\cos \theta \cot i - \sin \theta \cos \phi)}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta \cot i + \cos \theta \cos \phi}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \frac{\sin \phi}{r^3} \hat{\boldsymbol{\phi}} \right) \quad (2.14)$$

où B_1 a cette fois été ajusté afin que B_p corresponde à la norme du champ magnétique lorsque $\theta = i$, $\phi = \pi$ et $r = 1$. Ainsi, l'intensité du champ magnétique dipolaire peut donc être donnée par (voir annexe A.2.2.2)

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2r^3} \left(3(\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i)^2 + 1 \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

2.2 Effet Zeeman

L'effet Zeeman est un phénomène physique caractérisé par la séparation des raies spectrales en plusieurs composantes en présence d'un champ magnétique externe statique. Lorsque ce dernier est suffisamment grand pour perturber le couplage entre le spin \mathbf{S} et le moment angulaire orbital \mathbf{L} ($B > 10^4$ G), l'effet Zeeman devient alors l'effet Paschen-Back. Ce régime physique est typique pour les naines blanches magnétiques, car les champs en jeu chez la très grande majorité d'entre elles excèdent 10^6 G. De plus, comme l'interaction spin-orbite est négligeable par rapport à l'effet Zeeman dans la limite de Paschen-Back, il est donc possible d'omettre le spin des calculs, et ce, sans changer le spectre de l'étoile. Ainsi, en régime Paschen-Back, l'Hamiltonien décrivant un atome d'hydrogène plongé dans champ magnétique externe, considéré constant à l'échelle de l'orbitale électronique, est donné par

$$H = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{r} + \frac{1}{2} \frac{eB}{m_e c} L_z + \frac{1}{8} \frac{e^2 B^2}{m_e c^2} r^2 \sin^2 \theta \quad (2.16)$$

où p est la quantité de mouvement linéaire de l'électron, m_e sa masse, e l'unité de charge

électrique, B l'intensité du champ magnétique, L_z la composante colinéaire de l'opérateur de moment angulaire, r la distance radiale entre le proton et l'électron, θ l'angle azimutal défini à partir de l'axe magnétique et c la vitesse de la lumière.

Les deux premiers termes de l'équation 2.16 représentent respectivement l'énergie cinétique et le potentiel de Coulomb. Pour sa part, le troisième terme de l'Hamiltonien est associé à l'interaction paramagnétique (régime Zeeman linéaire). Son effet s'avère essentiellement constant sur tout le spectre et est indépendant du degré d'excitation de l'électron. Il introduit simplement un élargissement des différents niveaux d'énergie atomique d'une quantité

$$H_P \sim \frac{eB\hbar}{m_e c} (n - 1) \quad (2.17)$$

où n est le nombre quantique principal. À l'opposé, le quatrième terme de l'Hamiltonien correspond au diamagnétisme. Il est fortement lié au degré d'excitation de l'électron et est habituellement associé au régime quadratique de l'effet Zeeman. Le diamagnétisme amène une perturbation supplémentaire des niveaux d'énergie donnée par

$$H_D \sim \frac{e^2 B^2}{8m_e c^2} n^4 a_0^2 \quad (2.18)$$

où a_0 est le rayon de Bohr. Cette dernière mène à un mélange des états ayant des nombres quantiques l différents. Cette particularité rend le problème analytiquement insoluble de façon générale, car l'approche par séparation des variables est inefficace dans ce cas. Finalement, il est possible d'estimer la contribution magnétique principale à l'aide du ratio suivant:

$$\frac{H_D}{H_P} \approx \frac{n^3 \beta}{4} \quad (2.19)$$

où $\beta = 2.5 \times 10^{-10} B \text{ G}^{-1}$. On remarque que les effets quadratiques domineront rapidement le système lorsque n et/ou B augmentent.

2.2.1 Régime linéaire

En régime linéaire, le terme diamagnétique est négligeable ($\beta \ll 1$) et le terme paramagnétique domine l'Hamiltonien. Ce régime physique est caractérisé par la disparition de la dégénérescence associée au nombre quantique m_l . Chaque niveau d'énergie est alors élargi selon l'équation 2.17 et divisé en $2n - 1$ sous-états espacés par $\frac{1}{2}\hbar\omega_C$ où ω_C est la fréquence cyclotron électronique ($\omega_C = eB/m_e c$). Ainsi, le niveau $n = 2$ est séparé en trois états distincts ($m_l = \pm 1, 0$), le niveau $n = 3$ en cinq états ($m_l = \pm 2, \pm 1, 0$), etc. De plus, la règle de sélection dipolaire n'autorise que des transitions atomiques caractérisées par $\Delta m_l = \pm 1, 0$. Une raie d'absorption causée par une transition atomique $n_1 \rightarrow n_2$ devient alors un triplet Zeeman comprenant une composante centrale non perturbée notée π ($\Delta m_l = 0$), une composante σ_- décalée vers le bleu ($\Delta m_l = +1$) et une composante σ_+ décalée vers le rouge ($\Delta m_l = -1$). La séparation entre les composantes σ d'un triplet Zeeman et leur centroïde π est donnée par

$$\delta\lambda_L = \pm 7.9 \left(\frac{\lambda}{4101 \text{ \AA}} \right)^2 \left(\frac{B}{10^6 \text{ G}} \right) \text{ \AA} \quad (2.20)$$

ce qui correspond à environ $\pm 20.2 \text{ \AA}$ par mégagauss à $H\alpha$.

2.2.2 Régime quadratique

Lorsque que le champ magnétique atteint le seuil où $\beta < 10^{-3}$, le quatrième terme de l'équation 2.16 commence à devenir important. Toutefois, il est toujours beaucoup plus petit que le terme électrostatique de Coulomb. Ce premier régime diamagnétique est caractérisé par la disparition de la dégénérescence associée au nombre quantique l . Le niveau $n = 2$ est maintenant divisé en une orbitale S ($l = 0$) avec $m_l = 0$ et trois orbitales P ($l = 1$) ayant chacune $m_l = \pm 1, 0$ tandis que le niveau $n = 3$ est séparé en une orbitale S, trois orbitales P et cinq orbitales D ($l = 2$) avec $m_l = \pm 2, \pm 1, 0$. Il est à noter que les niveaux d'énergie supérieurs sont également divisés en une multitude d'états (ex: 7 orbitales F, 9 orbitales G, etc.). Ainsi, les premières raies d'absorption de la série de Balmer ($H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$) sont respectivement séparées en 15, 18, 27 et 30 composantes différentes, car la règle de sélection dipolaire n'autorise que les transitions atomiques pour lesquelles $\Delta l = \pm 1$ et $\Delta m_l = \pm 1, 0$. À

titre d'exemple, le tableau 2.1 répertorie les différentes composantes Zeeman de la raie $H\alpha$:

TABLE 2.1 – Liste des composantes Zeeman de la raie $H\alpha$

Composante Zeeman		Transition	Δm_l	Δl	Type
Linéaire	Quadratique				
	1	$2S_0 \rightarrow 3P_{+1}$	+1	+1	Permise
	2	$2P_0 \rightarrow 3D_{+1}$	+1	+1	Permise
σ_-	3	$2P_{+1} \rightarrow 3D_{+2}$	+1	+1	Permise
	4	$2P_{-1} \rightarrow 3D_0$	+1	+1	Permise
	5	$2P_{-1} \rightarrow 3S_0$	+1	-1	Permise
	6	$2P_0 \rightarrow 3S_0$	0	+1	Permise
	7	$2S_0 \rightarrow 3P_0$	0	-1	Permise
π	8	$2P_0 \rightarrow 3D_0$	0	-1	Permise
	9	$2P_{+1} \rightarrow 3D_{+1}$	0	-1	Permise
	10	$2P_{+1} \rightarrow 3D_{-1}$	0	-1	Permise
	11	$2S_0 \rightarrow 3P_{-1}$	-1	+1	Permise
	12	$2P_0 \rightarrow 3D_{-1}$	-1	+1	Permise
σ_+	13	$2P_{-1} \rightarrow 3D_{-2}$	-1	+1	Permise
	14	$2P_{+1} \rightarrow 3D_0$	-1	+1	Permise
	15	$2P_{+1} \rightarrow 3S_0$	-1	-1	Permise

Le tableau précédent permet d'exposer la véritable nature des triplets $\{\sigma_-, \pi, \sigma_+\}$ associés au régime Zeeman linéaire. En effet, dans le cas de la raie $H\alpha$, ce triplet est en réalité trois quintuplets se subdivisant lorsque le champ magnétique devient suffisamment intense pour causer la disparition de la dégénérescence liée au nombre quantique l . En régime diamagnétique, toutes les composantes, y compris les sous-éléments du quintuplet π , sont décalées spectralement. De plus, l'ampleur de ce décalage dépend fortement de la transition atomique impliquée. Les effets quadratiques se manifestent donc habituellement par une asymétrie du profil de raie et un déplacement de son centroïde. La figure 2.3 présente l'emplacement des

composantes Zeeman des raies $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$ en fonction du champ magnétique.

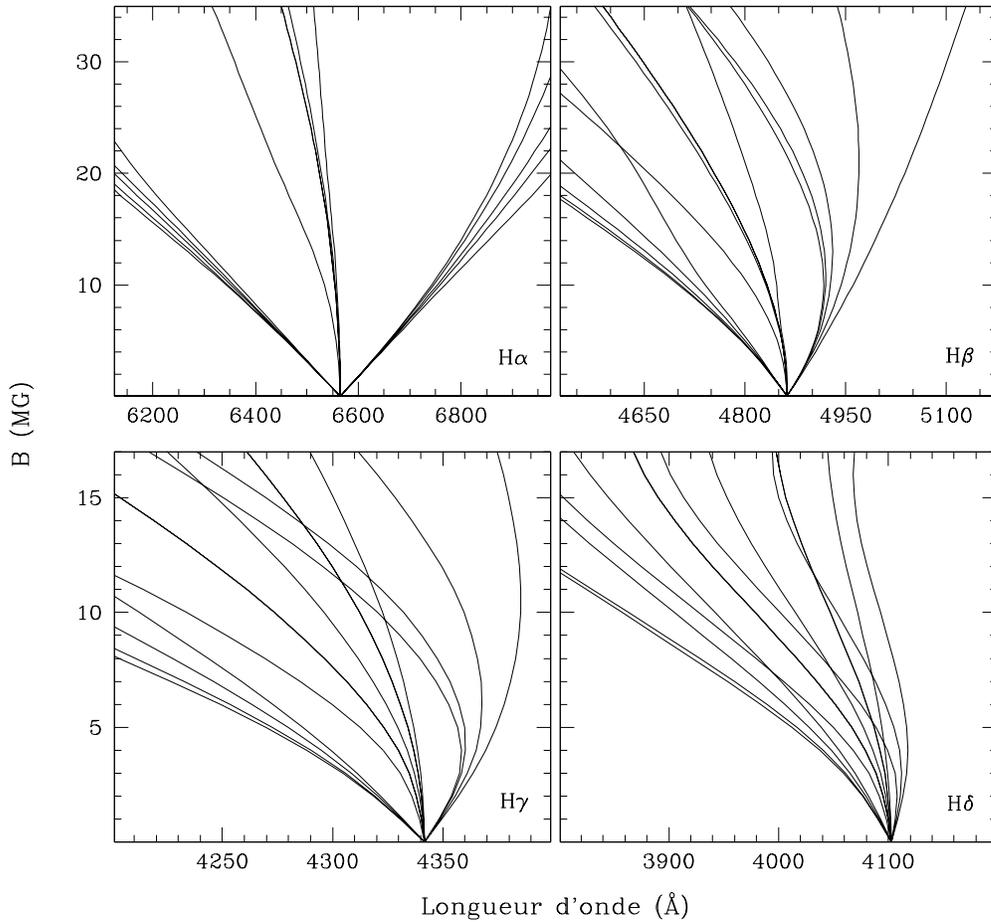


FIGURE 2.3 – Comportement et emplacement des composantes Zeeman des raies de Balmer $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$ en fonction du champ magnétique (à partir des tables de Kemic 1974b).

Cette figure illustre clairement que les effets quadratiques se produisent pour des champs magnétiques de plus en plus faibles lorsque la transition atomique implique des niveaux d'énergie supérieurs. Ce phénomène est une manifestation directe de l'équation 2.18 dépendant fortement du niveau d'excitation de l'électron ($\propto n^4$) et du champ magnétique ($\propto B^2$). Ainsi, la détermination spectroscopique de l'intensité du champ magnétique d'une étoile naine blanche riche en hydrogène s'avérera grandement simplifiée si la modélisation se concentre du $H\alpha$.

Chapitre 3

Échantillon et observations

L'échantillon utilisé pour cette étude est composé de 16 étoiles sélectionnées à partir des nombreuses naines blanches magnétiques froides riches en hydrogène répertoriées dans Kawka et al. (2007), Subasavage et al. (2009), Kawka & Vennes (2012) et dans le catalogue SUPERBLINK (Limoges, Lépine & Bergeron 2013). Le tableau 3.1 répertorie les noms usuels des différentes candidates de même que leur désignation dans la version web du Villanova White Dwarf Catalog¹:

TABLE 3.1 – Nom usuel et désignation WD des étoiles constituant l'échantillon

WD	Nom	WD	Nom
0011–134	LHS 1044, G158-45	1026+117	LHS 2273, G43-54
0121–429	LHS 1243, NLTT 4684	1309+853	G256-7, LP 8-46
0410–114 ²	G160-51, NLTT 12758	1330+015	G62-46, LP 618-1
0416–096 ²	LP 714-52, NLTT 13015	1503–070	GD 175, GJ 3889
0503–174	LHS 1734, LP 777-1	1514+282	SDSS J1516+2803
0512+284 ³	LSPM J0515+2839	1713+393	NLTT 44447, LP 226-48
0553+053	G99-47, LHS 212	1814+248	G183-35, NLTT 46206
0919+052 ³	NLTT 21580	1818+126	G142-2, NLTT 46319

1. <http://www.astronomy.villanova.edu/WDCatalog/index.html>

2. Désignation proposée par Kawka & Vennes (2012)

3. Désignation proposée dans le cadre de cette étude

Compte tenu du fait que les 16 naines blanches du tableau 3.1 sont magnétiques et riches en hydrogène, il est important d’expliquer la différence entre les type spectraux DAH et DAP. Dans un premier temps, comme mentionné dans Wesemael et al. (1993), les deux premières lettres de cette classification (DA) signifient que ces objets sont des étoiles dégénérées pour lesquelles le spectre visible est dominé par les raies d’hydrogène de la série de Balmer. Dans un deuxième temps, la dernière lettre dénote la présence d’un champ magnétique et permet de différencier entre la présence (P) et l’absence (H) de polarisation. Comme cette distinction est systématiquement faite dans le Villanova White Dwarf Catalog, il arrive parfois qu’une étoile possède les deux types spectraux en raison d’études distinctes (ex: 0011–134). Ainsi, comme aucune donnée polarimétrique n’est disponible dans le cadre de cette étude, le type spectral DAH sera utilisé par souci de simplicité dans toute le reste de cet ouvrage pour caractériser les naines blanches de l’échantillon, et ce, en dépit des classifications déjà présentes dans la littérature.

3.1 Critères de sélection

3.1.1 Champ magnétique

Le premier critère de sélection utilisé pour définir l’échantillon concerne le champ magnétique des candidates. En effet, il a été nécessaire d’imposer des contraintes sur son intensité afin d’être en mesure de modéliser adéquatement les données spectroscopiques. Premièrement, le champ devait être suffisamment intense pour que la séparation $\delta\lambda_L$ permette de discerner facilement les composantes Zeeman de la raie $H\alpha$, et ce, malgré l’effet des différents processus d’élargissement spectral (naturel, Doppler, collisionnel, etc.). De plus, en tenant compte des résolutions spectrales habituellement utilisées pour l’étude des naines blanches (3-7 Å), la séparation minimale entre les composantes σ et leur centroïde π devait obligatoirement être supérieure à environ 15 Å à $H\alpha$. Ainsi, la limite inférieure de l’intensité du champ magnétique des candidates a donc été fixée à ~ 0.75 MG à l’aide de l’équation 2.20. Deuxièmement, le champ magnétique des étoiles de l’échantillon devait également être suffisamment faible pour que les effets associés au régime Zeeman quadratique ne soient pas le processus d’élargisse-

ment dominant. Dans une telle situation, la modélisation d'une raie spectrale (ex: $H\alpha$) peut s'avérer complexe voire impossible, car la subdivision du triplet Zeeman diminue grandement le rapport signal sur bruit (S/N) du profil. En imposant une contribution relative maximale du régime quadratique de $H_D/H_P = 0.02$ et en servant du paramètre β introduit à la section 2.2, la limite supérieure pour l'intensité du champ magnétique a été fixée à 40 MG ($\beta = 0.01$).

3.1.2 Température effective

Après avoir contraint l'intensité du champ magnétique, il a été nécessaire d'ajouter un critère de sélection pour la température effective des candidates. Tout d'abord, les étoiles de l'échantillon devaient obligatoirement être plus froides que 8000 K. Cette exigence vise à minimiser les erreurs associées à une approximation faite dans la méthodologie de cette étude. En effet, comme il n'existe pas de théorie permettant de reproduire correctement les raies spectrales d'hydrogène soumises à la fois à l'effet Zeeman et à l'élargissement Stark, le programme de modèles d'atmosphère utilisé dans le cadre de cette étude néglige complètement ce second processus. Cependant, comme sa contribution au profil de raie total diminue à basse température, il est possible, en deçà de 8000 K, de faire abstraction de l'effet Stark et d'approximer le profil d'élargissement total de la raie $H\alpha$ par une fonction de Voigt (voir section 4.1.2). Finalement, les candidates devaient également être plus chaudes que 5000 K, car l'hydrogène devient spectroscopiquement invisible pour des températures effectives plus faibles. Ainsi, les naines blanches de l'échantillon sont donc caractérisées par des types spectraux pouvant aller de DAH6 à DAH10.

3.1.3 Sloan Digital Sky Survey

Au cours des années, le Sloan Digital Sky Survey (SDSS) a permis d'identifier des milliers de nouvelles naines blanches. De plus, il a également fait grimper le nombre d'étoiles magnétiques du Villanova White Dwarf Catalog¹. Toutefois, dans le cadre de cette étude, il a été nécessaire de ne pas considérer directement les naines blanches de ce relevé, et ce, pour diverses raisons. Dans un premier temps, les étoiles de population II de la séquence principale se confondent avec les naines blanches froides riches en hydrogène dans des diagrammes

couleur-couleur se servant des bandes photométriques *ugriz*. Afin d'éviter les risques de contamination, ces étoiles doivent donc être départagées en se servant d'une méthode alternative comme l'analyse du mouvement propre. Dans un deuxième temps, malgré que la résolution spectrale de $\sim 3 \text{ \AA}$ du Sloan Digital Sky Survey soit supérieure à celle de nombreuses études antérieures, le rapport signal sur bruit à basse température ne dépasse que très rarement 35. Dans ces conditions, l'identification et la modélisation des composantes Zeeman peut s'avérer extrêmement difficile. En effet, à simple titre comparatif, pour la très grande majorité des étoiles sélectionnées à partir des études de Bergeron et al. (2001) et Kawka & Vennes (2012), ce rapport est plus grand que 100. Ainsi, 1514+282 (SDSS J1516+2803) a uniquement été considérée en raison de la confirmation de son statut par Limoges, Lépine & Bergeron (2013) et de son rapport signal sur bruit supérieur à 50.

3.2 Observations

3.2.1 Photométrie

La photométrie visible et infrarouge de sept des étoiles de l'échantillon a été obtenue à partir des études de Bergeron et al. (1997) et de Bergeron et al. (2001). Les incertitudes caractéristiques pour ces observations sont de 5% à l'exception des bandes *V*, *R*, *I* pour lesquelles les incertitudes diminuent à 3%. Les données photométriques des neuf étoiles restantes proviennent de différentes sources. Dans le domaine visible, la très grande majorité d'entre elles ont été récupérées à partir du catalogue du United States Naval Observatory (USNO), des bases de données du Sloan Digital Sky Survey et des références fournies dans le Villanova White Dwarf Catalog. Il est important de noter que les incertitudes typiques associées à ces observations diffèrent énormément d'un catalogue à l'autre. En effet, elles sont respectivement de ~ 0.3 , ~ 0.02 et ~ 0.05 magnitude. Pour ce qui est de la photométrie infrarouge de ces neuf étoiles, les données de même que leur incertitude ont été obtenues pour les bandes *J*, *H*, *K_s* à partir de la version web du catalogue Two Micron All Sky Survey (2MASS). Le tableau 3.2 présente les données photométriques dans les domaines visible et infrarouge pour l'ensemble des étoiles de l'échantillon de même que les références associées à ces observations:

TABLE 3.2 – Données photométriques visibles et infrarouges des étoiles de l'échantillon

WD	Visible				Type	Infrarouge			Notes
	1	2	3	4		<i>J</i>	<i>H</i>	<i>K</i>	
0011–134	16.52	15.89	15.56	15.22	<i>BVRI</i>	14.85	14.62	14.52	1
0121–429	...	14.83	14.52	14.19	<i>VRI</i>	13.86	13.63	13.53	2
0410–114	...	15.46	<i>V</i>	14.81	14.72	14.68	3,4
0416–096	...	17.50	<i>V</i>	16.30	15.80	...	3,4
0503–174	16.73	16.01	15.57	15.11	<i>BVRI</i>	14.55	14.33	14.23	1
0512+284	16.50	...	16.00	15.90	<i>BRI</i>	15.66	15.31	15.27	4,5
0553+053	14.78	14.16	13.78	13.41	<i>BVRI</i>	12.96	12.77	12.66	1
0919+052	18.39	17.95	17.79	17.73	<i>griz</i>	6
1026+117	17.09	16.65	16.38	16.17	<i>BVRI</i>	15.93	15.83	15.68	7
1309+853	16.77	15.97	15.90	14.70	<i>BVRI</i>	14.69	14.46	14.34	4,5,8
1330+015	17.41	17.04	16.79	16.61	<i>BVRI</i>	16.38	16.25	16.17	7
1503–070	16.28	15.88	15.60	15.33	<i>BVRI</i>	15.07	14.93	14.91	1
1514+282	16.59	16.52	16.53	16.62	<i>griz</i>	15.98	15.27	15.70	4,9
1713+393	16.56	16.32	16.25	16.26	<i>griz</i>	15.63	15.38	15.41	4,6
1814+248	...	17.02	16.90	16.50	<i>VRI</i>	16.08	16.12	15.51	3,4,5
1818+126	16.60	16.09	15.76	15.42	<i>BVRI</i>	15.07	14.90	14.87	1

Notes. (1) Bergeron et al. (2001); (2) Subasavage et al. (2009); (3) Salim & Gould (2003); (4) JHK_s de Cutri et al. (2003); (5) Catalogue USNO-B; (6) Limoges, M.-M (2014, communication privée); (7) Bergeron et al. (1997); (8) Hintzen & Jensen (1979); (9) Girven et al. (2011)

Afin de comparer les étoiles sélectionnées pour cette étude avec un groupe représentatif de naines blanches, la figure 3.1 regroupe dans un diagramme couleur-couleur ($V - I$, $V - K$) les étoiles de type DA et non-DA de Bergeron et al. (2001) et les naines blanches magnétiques du tableau 3.2.

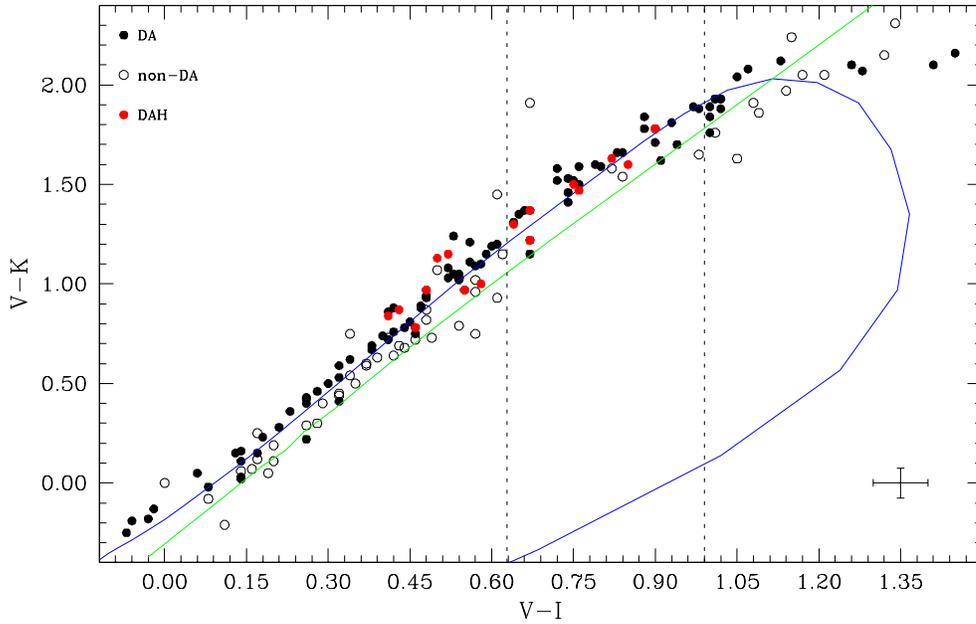


FIGURE 3.1 – Diagramme couleur-couleur ($V - I$, $V - K$) pour les étoiles du tableau 3.2 (rouge) et de Bergeron et al. (2001) (noir et blanc). Des séquences évolutives ont été ajoutées à titre comparatif pour des naines blanches riches en hydrogène (bleu) et riches en hélium (vert) ayant une masse de $0.6 M_{\odot}$. Le désert des non-DA (Bergeron et al. 1997) est délimité par des lignes pointillées.

L'analyse de cette figure permet de constater que l'échantillon possède quelques propriétés intéressantes. En effet, ses étoiles se trouvent essentiellement sur la séquence évolutive des naines blanches riches en hydrogène. Ce comportement, bien que prévisible, semble montrer que la présence d'un champ magnétique n'affecte pas les propriétés photométriques globales d'une étoile. De plus, malgré le fait que le critère de sélection associé à la température effective est relativement souple, les naines blanches magnétiques de l'échantillon se concentrent toutes dans une région bien définie du diagramme. Qui plus est, cette dernière correspond en très grande partie au désert des non-DA identifié dans Bergeron et al. (1997); un intervalle de température (5100-6100 K) caractérisé par la quasi absence de naines blanches riches en hélium. Cette caractéristique permet de croire en un possible lien entre l'évolution spectrale des

naines blanches froides et le magnétisme. En effet, lorsqu’il est suffisamment intense, ce dernier peut potentiellement entraver ou interrompre le mélange convectif tendant à uniformiser la composition chimique des couches atmosphériques. Dans une telle situation, la sédimentation gravitationnelle causerait un changement de type spectral, car elle ramènerait tout l’hydrogène en surface, et ce, dans un intervalle de temps très court par rapport au temps caractéristique de refroidissement.

3.2.2 Spectres visibles

Le but ultime de cette étude est de caractériser les propriétés atmosphériques et magnétiques d’étoiles naines blanches froides de type DAH. Pour ce faire, il est donc nécessaire d’obtenir des observations spectroscopiques couvrant la région de $H\alpha$ avec un rapport signal sur bruit élevé ($S/N \geq 50$). Tout d’abord, il est important de mentionner que, pour neuf des étoiles de l’échantillon, des données avec une résolution de $\sim 6 \text{ \AA}$ PLMH étaient déjà disponibles grâce aux études de Bergeron et al. (2001), Bergeron et al. (1997) et Giammichele et al. (2012). De plus, John Subasavage (USNO) a gracieusement accepté de nous fournir son plus récent spectre de 0121+429 ayant une résolution de $\sim 2 \text{ \AA}$ PLMH. Mais encore, pour les besoins de cette étude, les spectres des sept naines blanches restantes ont été obtenus lors de diverses campagnes d’observation. En effet, cinq d’entre elles ont été observées au Kitt Peak National Observatory avec le télescope de 4 m. Ce dernier était équipé du spectrographe RCSPH avec une fente de $2''0$ et les réseaux KPC–007 (632 l mm^{-1}) et KPC–10A (316 l mm^{-1}) permettant respectivement de couvrir les plages 5100–7200 \AA (0410–114, 0416–096 et 1814+284) et 3900–6700 \AA (0512+284 et 1514+282) avec une résolution de $\sim 3 \text{ \AA}$ et $\sim 7 \text{ \AA}$ PLMH. Pour sa part, le spectre de 0919+052 a été obtenu au télescope Gemini Nord de 8.2 m grâce au Gemini Multi-Object Spectrograph (GMOS) utilisant un réseau de 600 l mm^{-1} et une fente de $1''0$ couvrant la région 3800–6700 \AA à $\sim 3 \text{ \AA}$ PLMH. Finalement, 1713+393 a été observée au télescope de 2.3 m du Steward Observatory avec le spectrographe Boller & Chivens, une fente de $2''5$ et un réseau de 400 l mm^{-1} donnant une résolution de $\sim 9 \text{ \AA}$ PLMH. Les figures 3.2 et 3.3 présentent respectivement la spectroscopie autour de $H\alpha$ et entre 3750–5200 \AA , lorsque disponible, pour les 16 étoiles de l’échantillon.

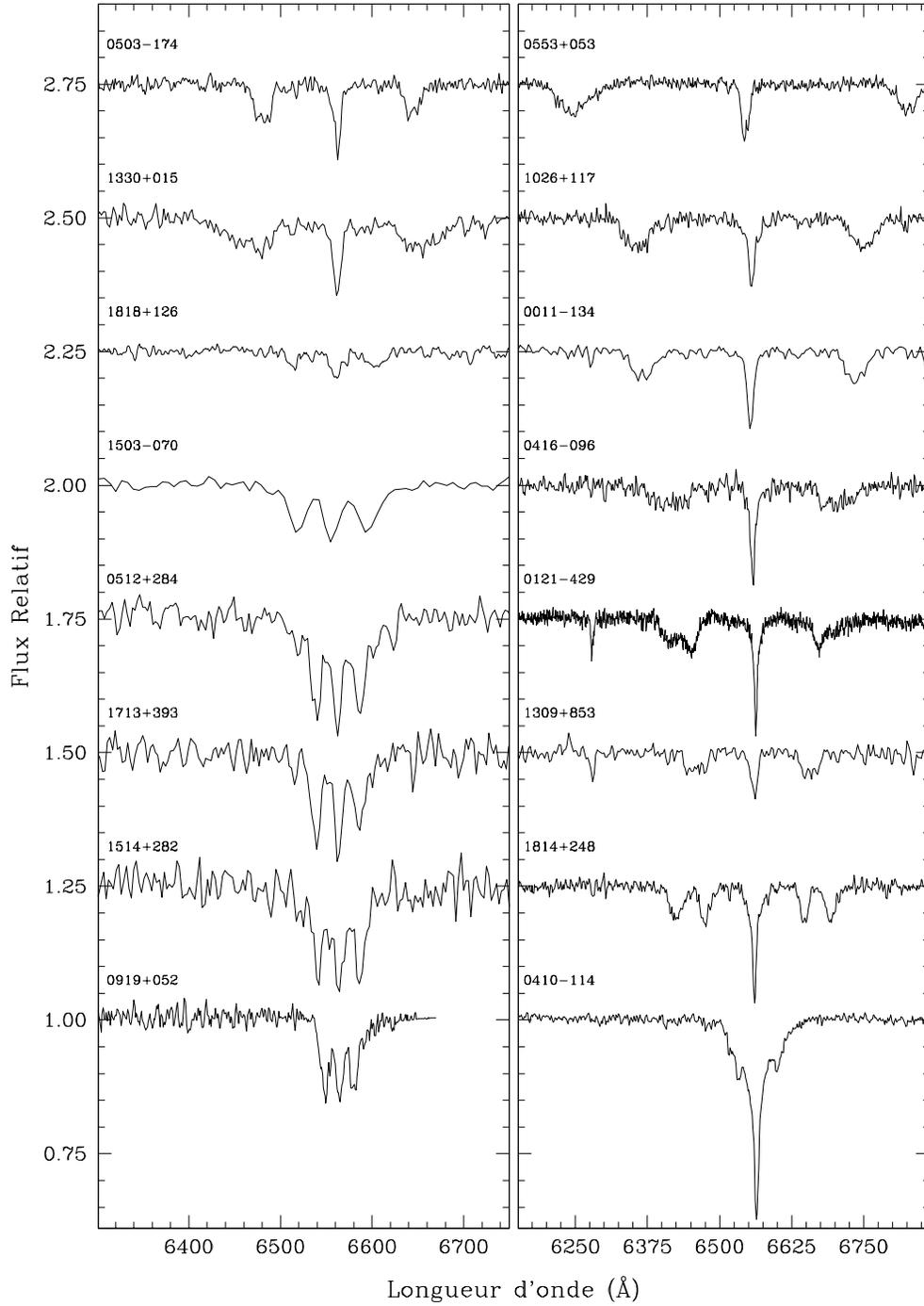


FIGURE 3.2 – Données spectroscopiques disponibles autour de H α . Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.

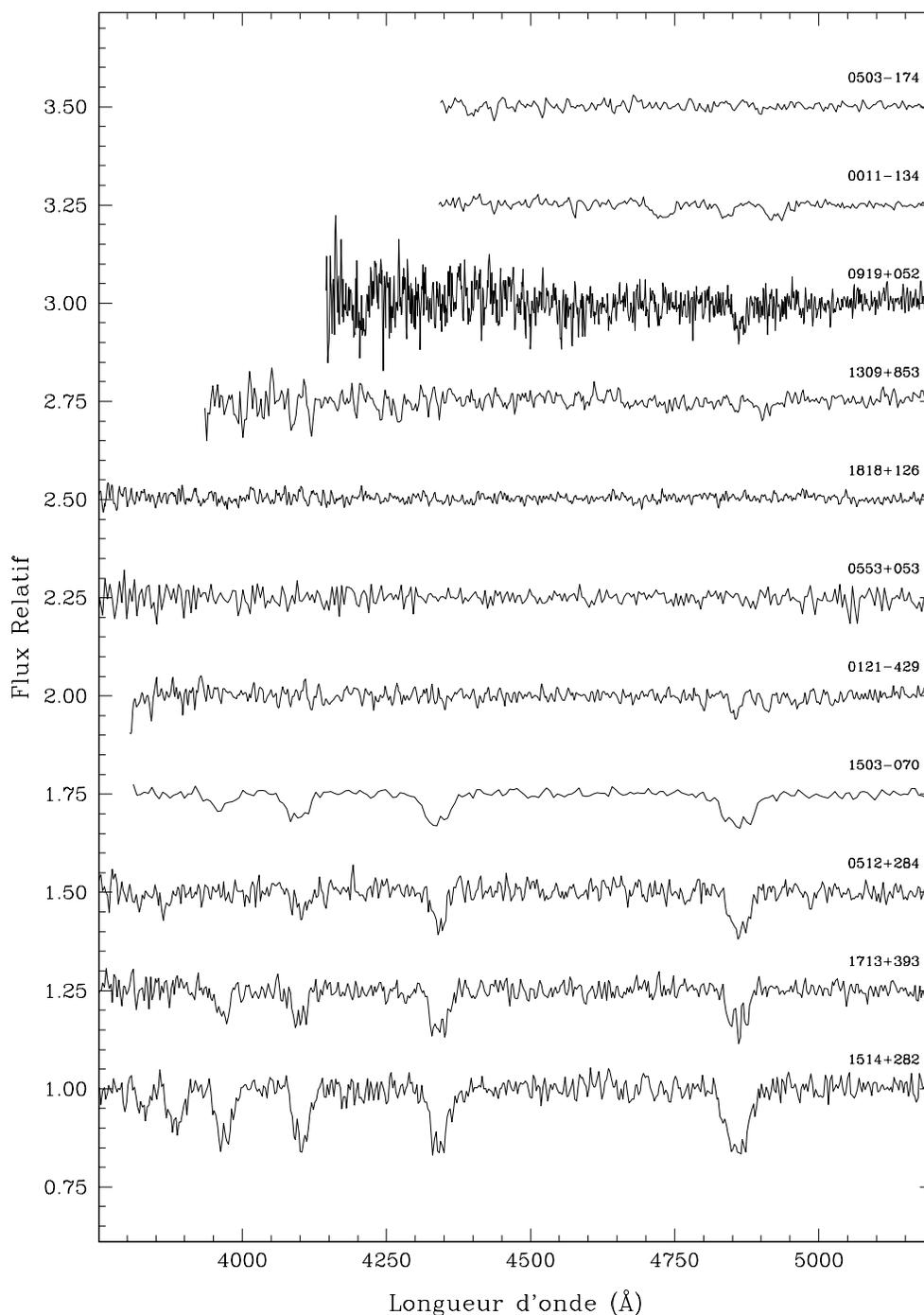


FIGURE 3.3 – Données spectroscopiques disponibles pour l'intervalle 3750-5200 Å. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.

L'analyse de ces figures permet d'effectuer une caractérisation d'ordre zéro des étoiles de l'échantillon. Premièrement, la température effective d'une naine blanche froide riche en hydrogène peut être grossièrement estimée en fonction des raies de Balmer présentes dans son spectre. En effet, plus elles sont nombreuses, plus l'étoile est potentiellement chaude. Par exemple, une naine blanche affichant uniquement $H\alpha$ doit nécessairement être plus froide que 5700 K. À l'opposé, la présence de $H9$ ou de $H8$ est la signature d'une température effective de l'ordre de 7000-8000 K. Deuxièmement, après avoir mesuré l'espacement entre les composantes σ et leur centroïde π , l'équation 2.20 permet de calculer le champ effectif moyen de chacune des étoiles de l'échantillon. Toutefois, il est important de garder à l'esprit que la véritable intensité du dipôle, B_p , dépend grandement de la géométrie du système. En effet, dans le cas simplifié de la section 2.1.1, le champ moyenné sur tout l'angle solide est donné par

$$\bar{B}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{B_p}{2r^3} \left(3 \cos^2 \theta + 1\right)^{1/2} \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.1)$$

Comme le résultat de ces deux intégrales est analytique, cette équation peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\bar{B}(r) = \frac{B_p}{r^3} \left(\frac{6 + \sqrt{3} \sinh^{-1}(\sqrt{3})}{12} \right) \quad (3.2)$$

De plus, en admettant une translation de ± 0.25 du dipôle par rapport à la surface (géométrie dipolaire excentrée), B_p devrait donc se situer entre

$$B_p = \frac{375\bar{B}(r)}{16 \left(6 + \sqrt{3} \sinh^{-1}(\sqrt{3})\right)} \quad (3.3)$$

et

$$B_p = \frac{81\bar{B}(r)}{16 \left(6 + \sqrt{3} \sinh^{-1}(\sqrt{3})\right)} \quad (3.4)$$

Une fois évaluées, ces deux relations contraignent l'intensité réelle du champ magnétique à être comprise entre $0.6113\bar{B}$ et $2.8303\bar{B}$. Le tableau 3.3 répertorie les résultats des approximations d'ordre zéro faite sur la température effective et le champ magnétique pour l'ensemble des naines blanches de l'échantillon:

TABLE 3.3 – Propriétés d’ordre zéro des étoiles de l’échantillon

WD	Raie(s)	T_{eff} (K)	$\delta\lambda_L$ (Å)	\bar{B} (MG)	B_p (MG)
0011–134	H α –H β	5600–5850	195	8.65	5.29–24.48
0121–429	H α –H β	5600–5850	115	5.68	3.47–16.08
0410–114	H α	–	40	1.98	1.21–5.60
0416–096	H α	–	120	5.93	3.63–16.78
0503–174	H α	5000–5600	80	3.95	2.41–11.18
0512+284	H α –(H δ)	5850–6250	25	1.24	0.76–3.51
0553+053	H α	5000–5600	295	14.58	8.91–41.27
0919+052	H α –(H β)	5000–5850	18	0.89	0.54–2.52
1026+117	H α	–	200	9.89	6.05–27.99
1309+853	H α	5000–5600	100	4.94	3.02–13.98
1330+015	H α	–	80	3.95	2.41–11.18
1503–070	H α –(H ϵ)	6000–6500	40	1.98	1.21–5.60
1514+282	H α –H9	7000–8000	30	1.48	0.90–4.19
1713+393	H α –H ϵ	6250–6500	35	1.73	1.06–4.90
1814+248	H α	–	85	4.20	2.57–11.89
1814+248	H α	–	135	6.67	4.08–18.88
1818+126	H α	5000–5600	45	2.22	1.36–6.28

Chapitre 4

Modèles numériques

4.1 Modèles d’atmosphère

Un des aspects les plus importants de cette étude a été la mise à jour du code de modèles d’atmosphère utilisé par Bergeron et al. (1992) pour générer des spectres synthétiques en présence d’un champ magnétique. Ce processus visait essentiellement à intégrer des tables d’opacité plus récentes et à adapter les progrès réalisés par Tremblay (2007) pour les DA. Ce nouveau programme est donc une combinaison des codes de Wesemael et al. (1980) et de Bergeron et al. (2001) traitant respectivement les naines blanches chaudes et les naines blanches froides. Il inclut également l’équation d’état de l’atome d’hélium présentée par Beauchamp (1995) de même que ses résultats pour les transitions liées-liées de l’hélium neutre. Ainsi, ce programme peut calculer des structures d’atmosphère et des spectres synthétiques pour toutes les abondances relatives, en nombre, d’hélium et d’hydrogène. Néanmoins, dans le cadre de cette étude, ce rapport a été fixé à $\text{He}/\text{H}=0$ afin de traiter uniquement les étoiles riches en hydrogène. Il est important de noter que, comme l’ensemble de ces modifications ne ciblaient pas les routines traitant l’effet Zeeman, cette mise à jour a donc pu être effectuée sans trop de difficulté. En effet, les tâches principales ont été d’ajouter le nouveau contenu physique, de modifier l’assignation de certaines variables, d’uniformiser les différents blocs de variables communes afin d’assurer la compatibilité et de passer d’une notation explicite à un format implicite.

4.1.1 Caractéristiques générales

Dans un premier temps, ce programme calcule des atmosphères stellaires dans l'approximation de l'équilibre thermodynamique local (ETL). De plus, il tient compte du transport d'énergie par convection en se servant de la théorie de la longueur de mélange. Afin de modéliser adéquatement les atmosphères riches en hydrogène, le paramètre libre associé à ce formalisme, α , a été fixé à 0.7. Ce dernier correspond au rapport de la longueur de mélange ℓ sur la hauteur caractéristique de pression H . Autrement dit, α représente la distance verticale typique parcourue, en unité de H , par les cellules convectives avant d'avoir dissipé dans le milieu ambiant l'ensemble de leur surplus d'énergie thermique. Comme l'énergie cinétique de rotation de ces étoiles est nettement inférieure à l'énergie potentielle gravitationnelle et que l'épaisseur de l'atmosphère d'une naine blanche est négligeable par rapport à son rayon, ce code utilise également l'approximation de l'atmosphère plane en une dimension. Finalement, ce programme fournit la pression gazeuse, la densité, l'entropie, l'opacité moyenne de Rosseland κ_R et les flux radiatif et convectif à 70 profondeurs optiques τ différentes, et ce, pour une température effective, une gravité de surface g et un rapport, en nombre, He/H donnés.

Dans un deuxième temps, ces modèles d'atmosphère utilisent l'équation d'état décrite par Hummer & Mihalas (1988). Cette dernière se sert du formalisme de probabilité d'occupation pour traiter les effets associés aux perturbations causées par les particules neutres et chargées du milieu environnant. Selon cette approche, chacun des niveaux d'énergie d'un atome donné possède une probabilité non nulle d'être perturbé ou détruit en raison des interactions avec ses voisins (i.e. collisions). Ce mécanisme vient donc influencer les populations relatives des niveaux atomiques, les probabilités de transition et, par le fait même, modifier directement l'opacité des raies spectrales et du continu. Les différentes espèces atomiques considérées dans le cadre de cette étude et incluses dans l'équation d'état sont l'hydrogène et l'hélium neutres (HI et HeI), l'hélium partiellement ionisé (HeII), l'hydrogène et l'hélium complètement ionisés (HII et HeIII), l'ion H^- et les molécules H_2 , H_2^- , H_2^+ , H_3^+ et He_2^+ .

4.1.2 Traitement de l'élargissement spectral

Plusieurs sources d'élargissement sont utilisées dans le cadre de cette étude. En effet, les modèles tiennent compte de l'élargissement Doppler causé par le déplacement relatif des particules par rapport à l'observateur au repos. De plus, l'élargissement collisionnel par résonance lié aux perturbations causées par les particules environnantes de même nature est aussi considéré. L'élargissement naturel relié au temps de vie fini des niveaux atomiques est inclus même si en fait le profil de Lorentz total de ces deux derniers processus est dominé par la résonance chez les naines blanches froides. Ainsi, comme il est actuellement impossible de modéliser l'élargissement Stark en présence d'effet Zeeman, l'élargissement total est approximé par la fonction de Voigt résultant de la convolution du profil de Lorentz avec le profil Doppler. Afin de visualiser cette approximation, la figure 4.1 présente des spectres synthétiques de la raie $H\alpha$ pour différents profils d'élargissement.

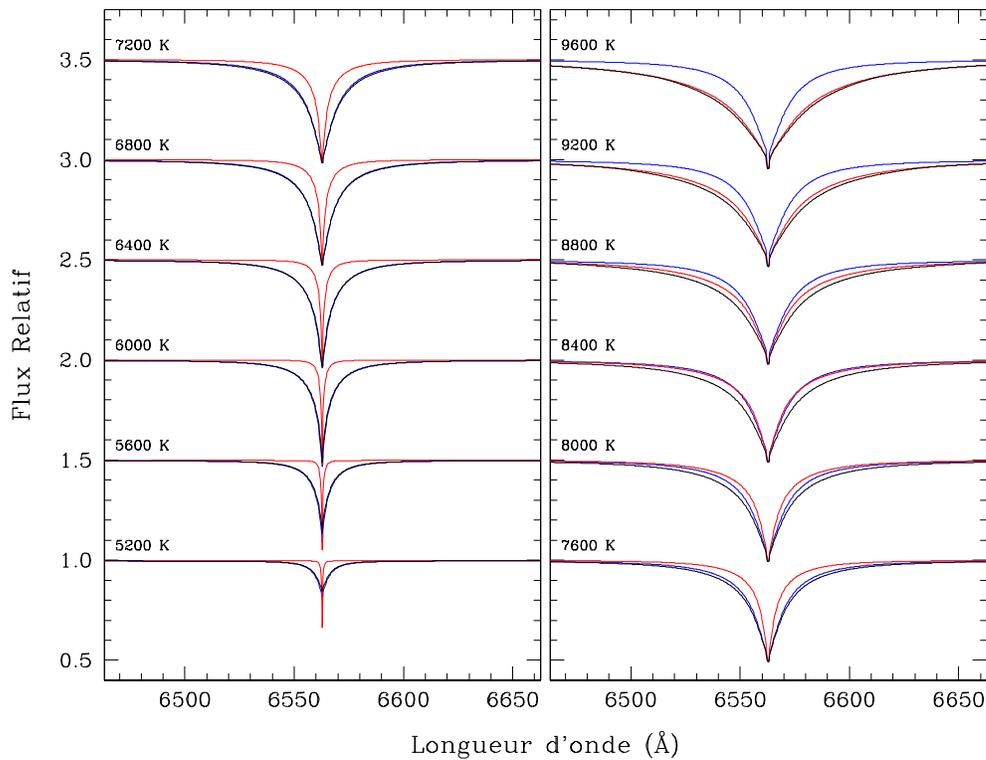


FIGURE 4.1 – Spectres synthétiques non magnétiques de la raie $H\alpha$ pour des profils de Voigt (bleu) et Stark seulement (rouge) de même que la convolution des deux (noir). Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.5 pour faciliter la lecture.

L'analyse de cette figure permet de mieux comprendre les explications fournies à la section 3.1.2 pour justifier l'imposition d'un critère de sélection sur la température effective. En effet, il est possible de constater que, à basse température, la contribution de l'élargissement Stark est négligeable et que la raie spectrale peut essentiellement être reproduite par un profil de Voigt. Cependant, cette concordance commence à diminuer pour des températures effectives supérieures à 7600 K. De plus, au-delà de 8400 K, l'effet Stark devient le processus d'élargissement spectral dominant. Conséquemment, la simplification faite dans le cadre de cette étude n'est valide que pour des températures effectives inférieures à 8000 K. Ce comportement peut également être observé à l'aide de la largeur équivalente W_λ . Cette dernière représente la largeur qu'aurait une raie spectrale si elle était rectangulaire et parfaitement noire. Cette quantité physique, exprimée en unité de longueur d'onde, peut s'écrire analytiquement sous la forme suivante:

$$W_\lambda = \int_0^\infty \left(1 - \frac{F_\lambda}{F_c}\right) d\lambda \quad (4.1)$$

où F_λ est le flux de la raie et F_c celui du continu. Comme les spectres synthétiques de la figure 4.1 sont normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité, l'équation précédente peut se réduire à

$$W_\lambda = \int_0^\infty (1 - F'_\lambda) d\lambda \quad (4.2)$$

où F'_λ est le flux normalisé. Ainsi, il est donc possible de quantifier la contribution relative des différents processus d'élargissement en comparant leur largeur équivalente respective (W_i) à celle du profil de raie total (W_{s**v}) obtenu en effectuant la convolution des profils d'élargissement individuels. Il est néanmoins important de mentionner que la portée de cette technique est limitée, car deux raies spectrales complètement différentes peuvent avoir la même valeur de W_λ . La figure 4.2 présente la largeur équivalente normalisée par rapport à W_{s**v} des profils Voigt et Stark en fonction de la température effective pour les quatre premières raies de la série de Balmer.

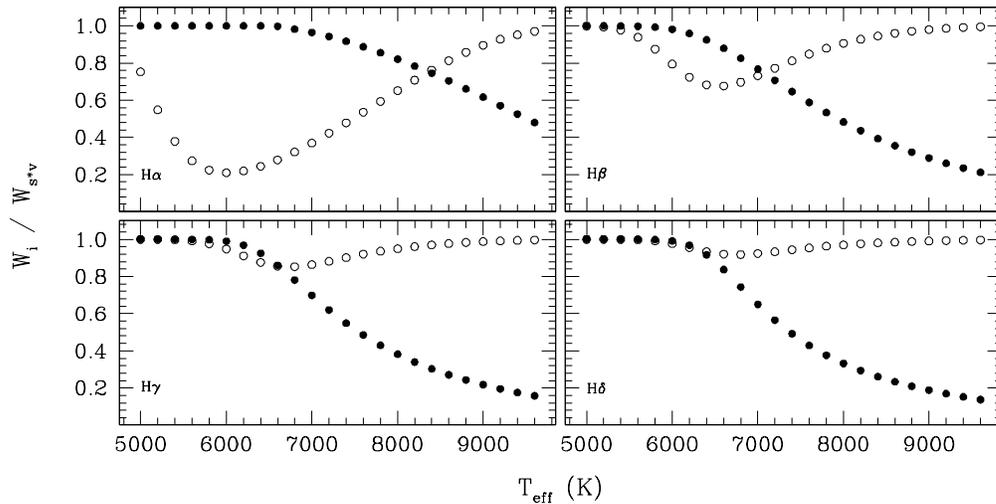


FIGURE 4.2 – Largeur équivalente des profils de Voigt (noir) et Stark (blanc) en fonction de la température effective pour les raies $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ et $H\delta$. Les valeurs ont été normalisées par rapport à la largeur équivalente totale W_{s*v} pour une température et une raie données.

L'étude de cette figure démontre que, pour les quatre premières raies de la série de Balmer, l'élargissement Stark devient clairement le mécanisme contribuant le plus au profil de raie total à haute température. De plus, la figure 4.2 montre que l'effet Stark, tout comme l'effet Zeeman quadratique, dépend du degré d'excitation de l'électron. Cette caractéristique se traduit par une diminution de l'intervalle de température pour lequel la raie peut être reproduite uniquement à l'aide d'un profil de Voigt. Ces deux comportements sont les raisons principales pour lesquelles il a été mentionné précédemment que cette étude se concentre sur la modélisation de $H\alpha$ pour des naines blanches magnétiques plus froides que 8000 K.

4.1.3 Tables d'opacité

Les sources d'opacité incluses dans ce code sont en très grande majorité identiques à celles mentionnées dans Tremblay (2007). Toutefois, quelques modifications ont été apportées depuis. La plus importante dans le cadre de cette étude est l'ajout de l'élargissement par pression de la raie $Ly\alpha$ causé par les collisions de type H-H et H-H₂ (Kowalski & Saumon 2006). La seconde concerne la mise à jour du calcul des transitions liées-liées de l'hélium neutre et partiellement ionisé (Beauchamp 1995). Le tableau 4.1 répertorie les sources d'opacité considérées par le programme de modèles d'atmosphère.

TABLE 4.1 – Types d'opacités incluses dans les modèles

Opacité	Section efficace
HI lié-lié	Tremblay & Bergeron (2009)
HI lié-libre	Mihalas (1978)
HI libre-libre	Mihalas (1978)
H ₂ libre-libre	Même que H I libre-libre
H ₃ libre-libre	Même que H I libre-libre
H ⁻ lié-libre	John (1988)
H ⁻ libre-libre	John (1988)
H ₂ ⁺ lié-libre	Kurucz (1970)
H ₂ ⁺ libre-libre	Kurucz (1970)
H ₂ ⁻ libre-libre	Bell (1980)
H quasi-moléculaire	Allard et al. (1994)
Ly α (H–H et H–H ₂)	Kowalski & Saumon (2006)
HeI lié-lié	Beauchamp (1995)
HeI lié-libre	Seaton et al. (1992)
HeI libre-libre	Mihalas (1978)
HeII lié-lié	Beauchamp (1995)
HeII lié-libre	Même que H I lié-libre + correction pour Z
HeII libre-libre	Mihalas (1978)
HeIII libre-libre	Mihalas (1978)
He ⁻ libre-libre	John (1968) et John (1994)
He ₂ ⁺ lié-libre	Stancil (1994)
He ₂ ⁺ libre-libre	Stancil (1994)
CIA H–H ₂	Borysow et al. (2001)
CIA H ₂ –H ₂	Gustafsson & Frommhold (2003)
CIA He–H	Gustafsson & Frommhold (2001)
CIA He–H ₂	Jørgensen et al. (2000)
Rayleigh HI	Kissel (2000)
Rayleigh H ₂	Dalgarno & Williams (1962)
Rayleigh HeI	Kissel (2000)
Rayleigh HeII	Kissel (2000)

4.2 Spectres synthétiques magnétiques

4.2.1 Méthodologie

La modélisation de spectres synthétiques magnétiques est un processus comportant plusieurs étapes. Tout d'abord, la raie H α est traitée comme la somme des contributions respectives de l'ensemble de ses 15 composantes Zeeman. Ces dernières ont un profil d'absorption individuel donné par la relation suivante:

$$\chi_\nu = \frac{N_H}{v_0\nu_0} \frac{\sqrt{\pi}e^2}{m_e} \frac{f_k/\lambda_k}{\sum f_k/\lambda_k} f_{mn} H(a, u) \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) \quad (4.3)$$

où le terme entre parenthèses représente le facteur d'émission induite, N_H la population d'hydrogène, v_0 la vitesse maxwellienne la plus probable, ν_0 la fréquence d'absorption propre au référentiel des particules, f_{mn} la force d'oscillateur de la transition atomique associée à la raie H α (2 \rightarrow 3), f_k la force d'oscillateur de la k -ième composante Zeeman, λ_k son emplacement en unité de longueur d'onde et $H(a, u)$ la fonction de Hjerting définie par l'expression

$$H(a, u) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(u-y)^2 + a^2} dy \quad (4.4)$$

pour laquelle les paramètres a et u sont respectivement donnés par

$$a = \frac{c}{4\pi} \frac{\Gamma}{v_0\nu_0} \quad (4.5)$$

$$u = \frac{(\nu - \nu_0)c}{v_0\nu_0} \quad (4.6)$$

où Γ est le paramètre d'amortissement relié à la résonance. Les valeurs de f_k et de λ_k utilisées dans l'équation 4.3 proviennent des tables de Kemic (1974b). Par la suite, l'intensité spécifique à la surface $I_\nu(\cos\theta, \tau_\nu = 0)$ est calculée en résolvant l'équation de transfert radiatif pour différentes valeurs du champ magnétique et de $\cos\theta$. Il est important de noter que cette approche néglige complètement la polarisation de la radiation. Toutefois, dans le cadre de cette étude, ce détail ne pose pas de problème, car la quantité d'intérêt est l'intensité monochromatique totale. Finalement, le spectre émergent est obtenu à partir du flux d'Eddington en intégrant

l'intensité spécifique sur toute la surface de l'étoile:

$$H_\nu(0) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu(\cos\theta, 0) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \quad (4.7)$$

Il est important de noter que cette dernière échantillonne différentes valeurs de champ magnétique et de $\delta\lambda_L$. Ainsi, les composantes Zeeman obtenues sont élargies et dépendent de la géométrie choisie, car elle définit les λ_k et les f_k en tout point.

4.2.2 Géométrie dipolaire excentrée

Dans le cadre de cette étude, la géométrie considérée dans les modèles d'atmosphère est essentiellement identique à celle présentée à la section 2.1.2. Autrement dit, il est supposé que le champ magnétique de la naine blanche, de rayon unitaire, est généré par un dipôle ponctuel orienté de telle sorte que $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{m}} = \cos i$ en raison d'une rotation autour de l'axe y . Toutefois, ce dernier est maintenant décalé d'une quantité a_z le long de l'axe magnétique. Le choix de cette géométrie particulière a été fait en fonction de deux considérations. Premièrement, Bergeron et al. (1992) ont démontré qu'un dipôle centré ne permet pas de reproduire fidèlement les spectres observés chez les naines blanches magnétiques riches en hydrogène. Deuxièmement, selon Martin & Wickramasinghe (1984), il peut s'avérer difficile de différencier les spectres magnétiques produits respectivement par une combinaison multipolaire et un dipôle excentré.

Avec ce choix de géométrie, l'expression de $B(\mathbf{r})$ peut être calculée aisément. En effet, en utilisant l'annexe A.3 et le fait que l'épaisseur de l'atmosphère est négligeable par rapport au rayon de l'étoile ($r \rightarrow r_\star = 1$), il suit naturellement que

$$x'' = \cos\theta \sin i + \sin\theta \cos\phi \cos i \quad (4.8)$$

$$y'' = \sin\theta \sin\phi \quad (4.9)$$

$$z'' = \cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i - a_z \quad (4.10)$$

où $\{x'', y'', z''\}$ et $\{r, \theta, \phi\}$ sont respectivement les repères naturels du dipôle excentré et de la naine blanche. De plus, en analysant la dérivation des équations A.27 et A.28, il est possible de constater que l'intensité du champ magnétique peut être écrite sous la forme suivante:

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2r^4} \left(3(z^{(i)})^2 + r^2 \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

où $z^{(i)}$ représente simultanément z et z' . Ainsi, dans le cas de la géométrie dipolaire excentrée, l'équation 4.11 devient trivialement

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2} \frac{\left(4(z'')^2 + (x'')^2 + (y'')^2 \right)^{1/2}}{\left((x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2 \right)^2} \quad (4.12)$$

En se servant de l'identité trigonométrique $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ et en utilisant les relations 4.6, 4.7 et 4.8, la somme $(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2$ peut être réécrite sous la forme

$$(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2 = 1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \quad (4.13)$$

En insérant ce résultat dans l'équation 4.12, il suit que

$$\begin{aligned} B(\mathbf{r}) &= \frac{B_p}{2} \frac{\left(3(z'')^2 + 1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \right)^{1/2}}{\left(1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \right)^2} \\ B(\mathbf{r}) &= \frac{B_p}{2} \frac{\left(\frac{3(z'')^2}{1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i)} + 1 \right)^{1/2}}{\left(1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \right)^{3/2}} \\ B(\mathbf{r}) &= \frac{B_p}{2} \left(\frac{\frac{3(z'')^2}{1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i)} + 1}{\left(1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \right)^3} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Ainsi, en explicitant la valeur de z'' à l'aide de la relation 4.8, l'intensité d'un champ magnétique dipolaire excentré près de la surface d'une naine blanche de rayon unitaire est donc

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_p}{2} \left(\frac{\frac{3(\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i - a_z)^2}{1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i)} + 1}{\left(1 + a_z^2 - 2a_z (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i) \right)^3} \right)^{1/2} \quad (4.14)$$

4.2.3 Espace des paramètres

La détermination de la région de l'espace des paramètres (B_p, i, a_z) à utiliser pour cette étude a été faite à partir de considérations simples. En effet, l'intervalle de champ magnétique a été fixé à $B_p \in [0.75; 32]$ MG pour respecter les critères de sélection de la section 3.1.1. De plus, malgré le fait que les déviations par rapport à la géométrie dipolaire centrée devraient être relativement petites, les valeurs permises pour le décalage a_z ont été choisies de telle sorte que $|a_z| \leq 0.25$ afin de couvrir la possibilité d'obtenir des valeurs extrêmes comme celles observées dans Bergeron et al. (1992). Finalement, comme les équations 2.10 et 2.15 sont périodiques sur 180° et sont symétriques par rapport à $\hat{\mathbf{m}}$, l'angle de rotation couvre donc l'intervalle $i \in [0^\circ; 90^\circ]$. Les figures 4.3 et 4.4 présentent respectivement des spectres synthétiques magnétiques de la raie H α convolués avec un profil gaussien d'une résolution de 6 Å PLMH, et ce, pour différentes valeurs de décalage a_z et d'angle de rotation i et pour diverses valeurs de décalage a_z et de champ magnétique B_p .

L'analyse de ces figures permet de bien apprécier l'effet de la variation de ces différents paramètres sur le spectre synthétique. Tout d'abord, lorsque le décalage a_z est négatif, la distribution de champ magnétique à la surface de l'étoile devient plus homogène. Les composantes Zeeman sont alors très profondes et essentiellement localisées à $\lambda_o \pm \delta\lambda_L$. Dans le cas contraire (i.e. décalage vers l'observateur), le champ magnétique varie beaucoup plus rapidement d'un endroit à l'autre de la surface de l'étoile. Cette variation déforme les composantes Zeeman et augmente la plage spectrale couverte par ces dernières. Pour des valeurs de a_z et i données, l'augmentation de l'intensité du champ magnétique entraîne un éloignement des composantes σ par rapport à leur centroïde et un élargissement analogue au cas $a_z \geq 0$. Contrairement à un décalage vers l'observateur, cet élargissement ne déforme généralement pas l'allure des composantes Zeeman. Il est également possible de constater qu'une variation de l'angle i modifie légèrement le spectre synthétique. La subtilité de ces changements limite toutefois sa précision à $\pm 15^\circ$. Finalement, le centroïde est généralement très peu affecté par la variation des différents paramètres. Ce dernier se déforme uniquement pour des champs magnétiques élevés et/ou de grands décalages vers l'observateur.

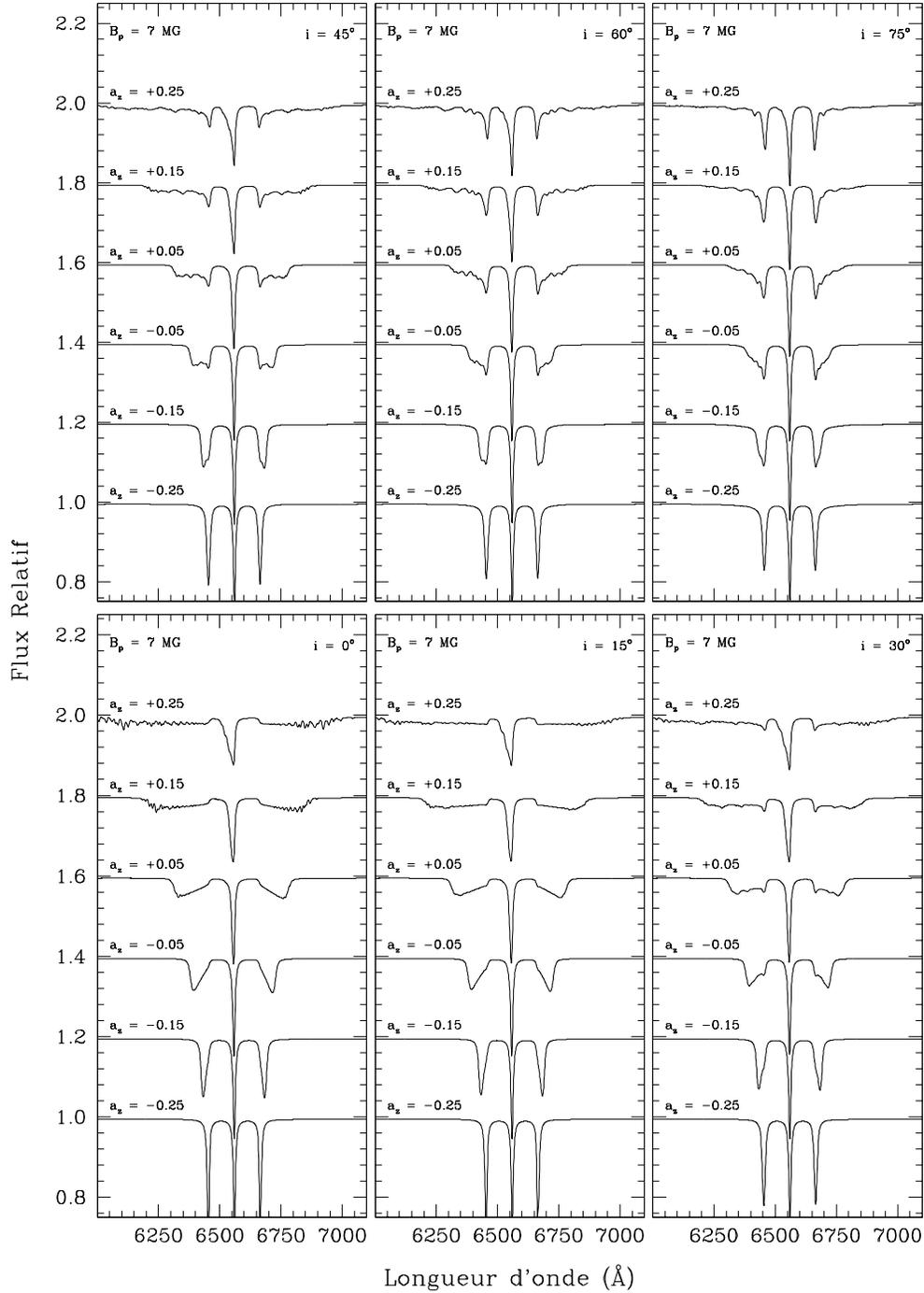


FIGURE 4.3 – Spectres synthétiques magnétiques de la raie $H\alpha$ pour différentes valeurs de décalage a_z et d'angle de rotation i , un champ magnétique de 7 MG et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 afin de faciliter la lecture.

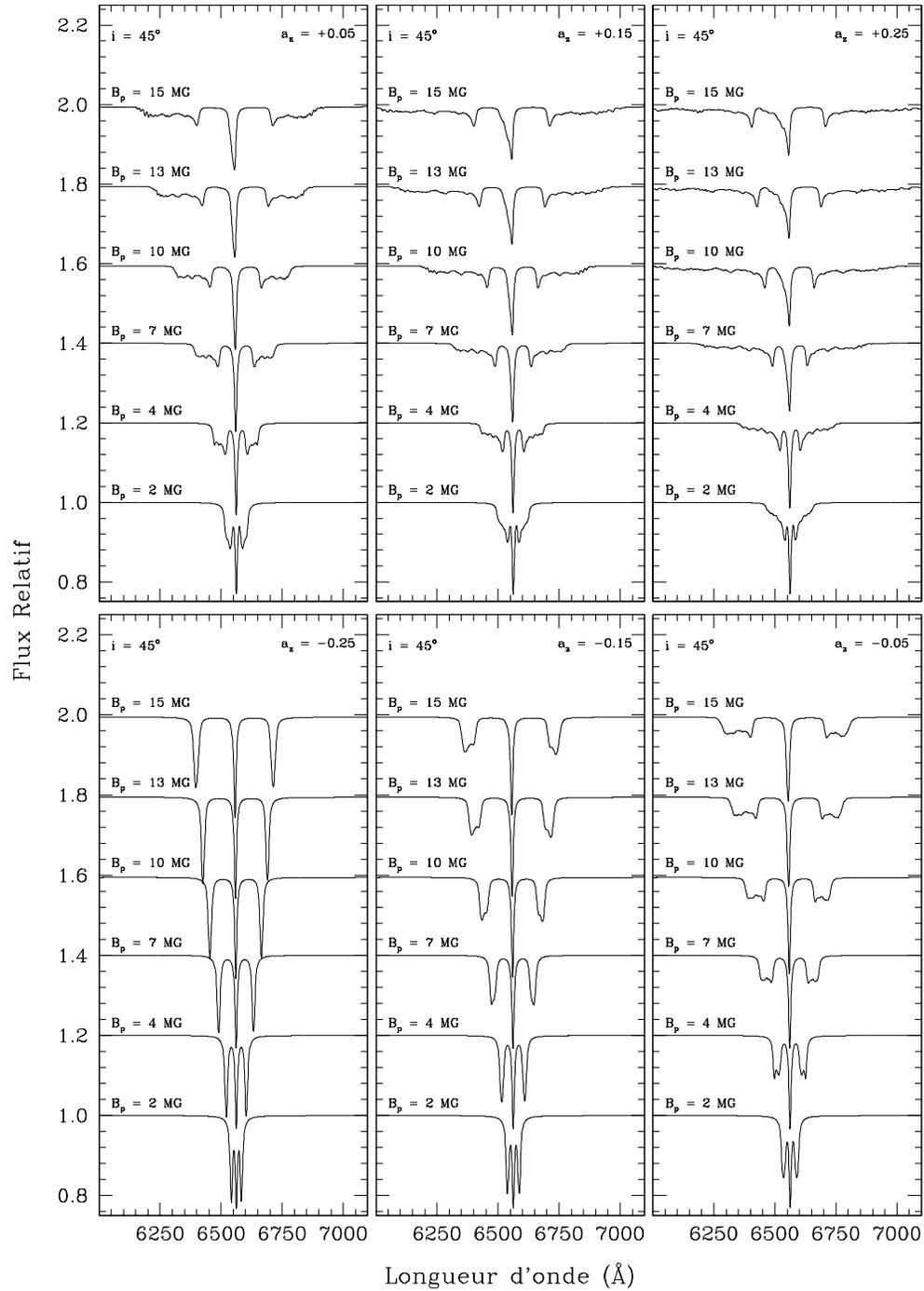


FIGURE 4.4 – Spectres synthétiques magnétiques de la raie H α pour différentes valeurs de décalage a_z et de champ magnétique B_p , un angle de rotation de 45° et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 afin de faciliter la lecture.

4.2.4 Comparaison avec le transfert radiatif polarisé

Tel que mentionné à la section 4.2.1, la méthodologie utilisée dans le cadre de cette étude néglige complètement la polarisation de la lumière et, par le fait même, les effets magnéto-optiques. Ainsi, avant de déterminer formellement les paramètres atmosphériques et magnétiques des étoiles de l'échantillon, il a donc été nécessaire de s'assurer de la validité de cette approche en la comparant au transfert radiatif polarisé tel que présenté dans Martin & Wickramasinghe (1984) et Jordan (1992). Pour ce faire, ce dernier a gracieusement accepté de nous fournir la dernière version de ses routines de transfert radiatif polarisé. Patrick Dufour les a ensuite incorporées dans son code de modèles d'atmosphère et a calculé une série de spectres synthétiques magnétiques à titre comparatif. La figure 4.5 présente les spectres synthétiques, pour une température effective de 6000 K, obtenus respectivement à l'aide du tranfert radiatif ordinaire et polarisé.

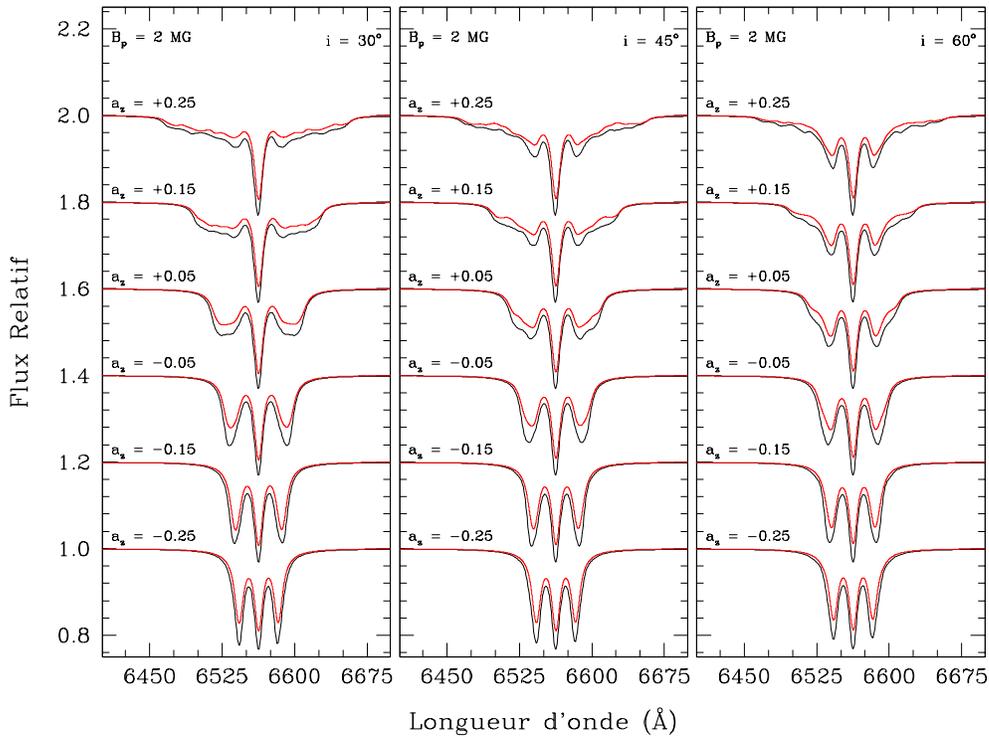


FIGURE 4.5 – Spectres synthétiques magnétiques de la raie H α obtenus par transfert radiatif ordinaire (noir) et polarisé (rouge) pour différents angles de rotation i , un champ de 2 MG et une température effective de 6000 K. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.2 pour faciliter la lecture.

Cette figure montre clairement que les deux méthodes produisent des spectres synthétiques magnétiques aux allures extrêmement similaires. Néanmoins, elle permet également de constater que les composantes Zeeman des spectres calculés à l'aide du transfert radiatif ordinaire sont systématiquement plus intenses que celles obtenues avec le transfert polarisé. Cette légère différence est très probablement liée aux diverses sources d'élargissement spectral incluses dans chacun des modèles d'atmosphère. En effet, comme l'approche polarisée considèrerait uniquement l'effet Zeeman, l'élargissement par résonance semble donc être la cause la plus probable de la différence d'intensité entre le transfert radiatif ordinaire et polarisé. Compte tenu de cette hypothèse et de la remarquable ressemblance des spectres magnétiques générés par les deux méthodes, cette comparaison a non seulement validé l'approche sélectionnée pour cette étude, mais a également permis de tester l'ensemble des modifications, des mises à jour et des approximations (ex : élargissement Stark) faites lors de l'élaboration du nouveau code de modèle d'atmosphère.

Chapitre 5

Calcul des paramètres stellaires

5.1 Analyse photométrique

Avant d'effectuer la modélisation spectroscopique complète des naines blanches de l'échantillon, les paramètres atmosphériques T_{eff} et $\log g$ doivent être déterminés avec précision en se servant de la méthode photométrique mise sur pied par Bergeron et al. (1997). Dans un premier temps, les magnitudes observées dans les bandes *BVRI* (ou *griz*) et *JHK* (ou *JHK_s*) sont converties en flux à l'aide de la relation suivante:

$$m = -2.5 \log f_{\lambda}^m + c_m \quad (5.1)$$

pour laquelle m représente la magnitude, c_m une constante de calibration et f_{λ}^m le flux moyen donné par

$$f_{\lambda}^m = \frac{\int_0^{\infty} f_{\lambda} S_m(\lambda) \lambda d\lambda}{\int_0^{\infty} S_m(\lambda) \lambda d\lambda} \quad (5.2)$$

où f_{λ} correspond au flux monochromatique de l'étoile et $S_m(\lambda)$ est la fonction de transmission de la bande passante associée à la magnitude m . Pour cette étude, ces fonctions proviennent de Landolt (1992a,b) pour les filtres *BVRI* du système Johnson-Kron-Cousins du Cerro Tololo Inter-American Observatory (CTIO) et de Bessell & Brett (1988) pour les filtres *JHK* du système Johnson-Glass. Cependant, les données infrarouges de Bergeron et al. (1997) et

Bergeron et al. (2001) ont été mesurées dans le système du California Institute of Technology (CIT). Il est donc nécessaire de les modifier à l'aide des équations présentées dans Leggett (1992) pour qu'elles correspondent au système photométrique Johnson-Glass. Dans le cas des bandes photométriques infrarouge JHK_s de 2MASS, les fonctions de transmission utilisées sont celles de Cohen et al. (2003). En ce qui a trait aux constantes c_m mentionnées plus haut, elles peuvent être déterminées grâce aux calibrations de Holberg & Bergeron (2006) définies à partir de l'échelle absolue de Vega du télescope spatial Hubble (HST). Les calculs donnent respectivement $c_B = -20.45645$, $c_V = -21.06067$, $c_R = -21.64393$, $c_I = -22.38477$, $c_J = -23.75551$, $c_H = -24.84898$ dans le cas des bandes $BVRIJHK$ et $c_K = -25.99941$ et $c_J = -23.76771$, $c_H = -24.86404$ et $c_{K_s} = -25.92455$ pour la photométrie 2MASS.

Dans un deuxième temps, les flux monochromatiques théoriques doivent également être convertis en flux moyens. Pour ce faire, il suffit de substituer f_λ par le flux d'Eddington H_λ dans l'équation 5.2. Par la suite, les flux moyens observés et théoriques, qui dépendent de T_{eff} , $\log g$ et du rapport He/H (en nombre), peuvent finalement être reliés avec la relation suivante:

$$f_\lambda^m = 4\pi (R/D)^2 H_\lambda^m \quad (5.3)$$

où R est le rayon de l'étoile, D sa distance à la Terre et H_λ^m le flux d'Eddington moyen. Dans un dernier temps, les solutions reproduisant le mieux les données photométriques sont calculées en se servant de la méthode des moindres carrés non-linéaire de Levenberg-Marquardt (Press et al. 1986) pour minimiser le χ^2 associé à la différence entre les flux observés et théoriques sur chacune des bandes photométriques, pondérée par les incertitudes. Lors de cette procédure, seuls la température effective T_{eff} et l'angle solide $\pi (R/D)^2$ sont considérés comme paramètres libres. De plus, les incertitudes sur ces deux paramètres sont directement obtenues de la matrice de variance-covariance. Il est important de mentionner que, pour les naines blanches sans mesure de parallaxe trigonométrique, $\log g = 8.0$ est imposé lors du processus d'optimisation. La figure 5.1 présente les résultats de l'analyse photométrique des étoiles de l'échantillon.

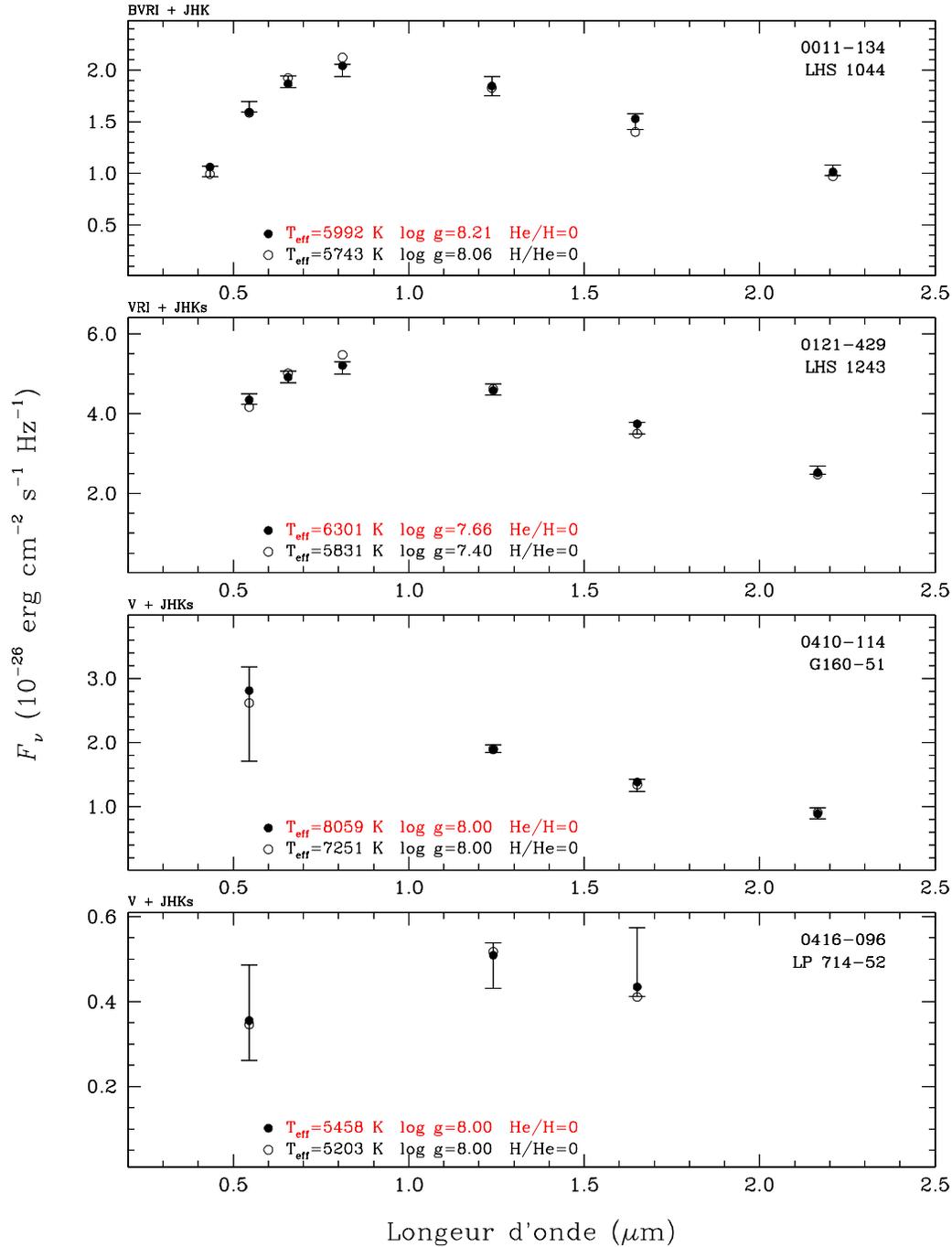


FIGURE 5.1 – Résultats de l’analyse photométrique sous l’hypothèse d’une composition riche en hydrogène (noir) ou en hélium (blanc). Les données photométriques sont représentées par leurs barres d’erreur respectives et les paramètres stellaires adoptés sont en rouge pour faciliter la lecture.

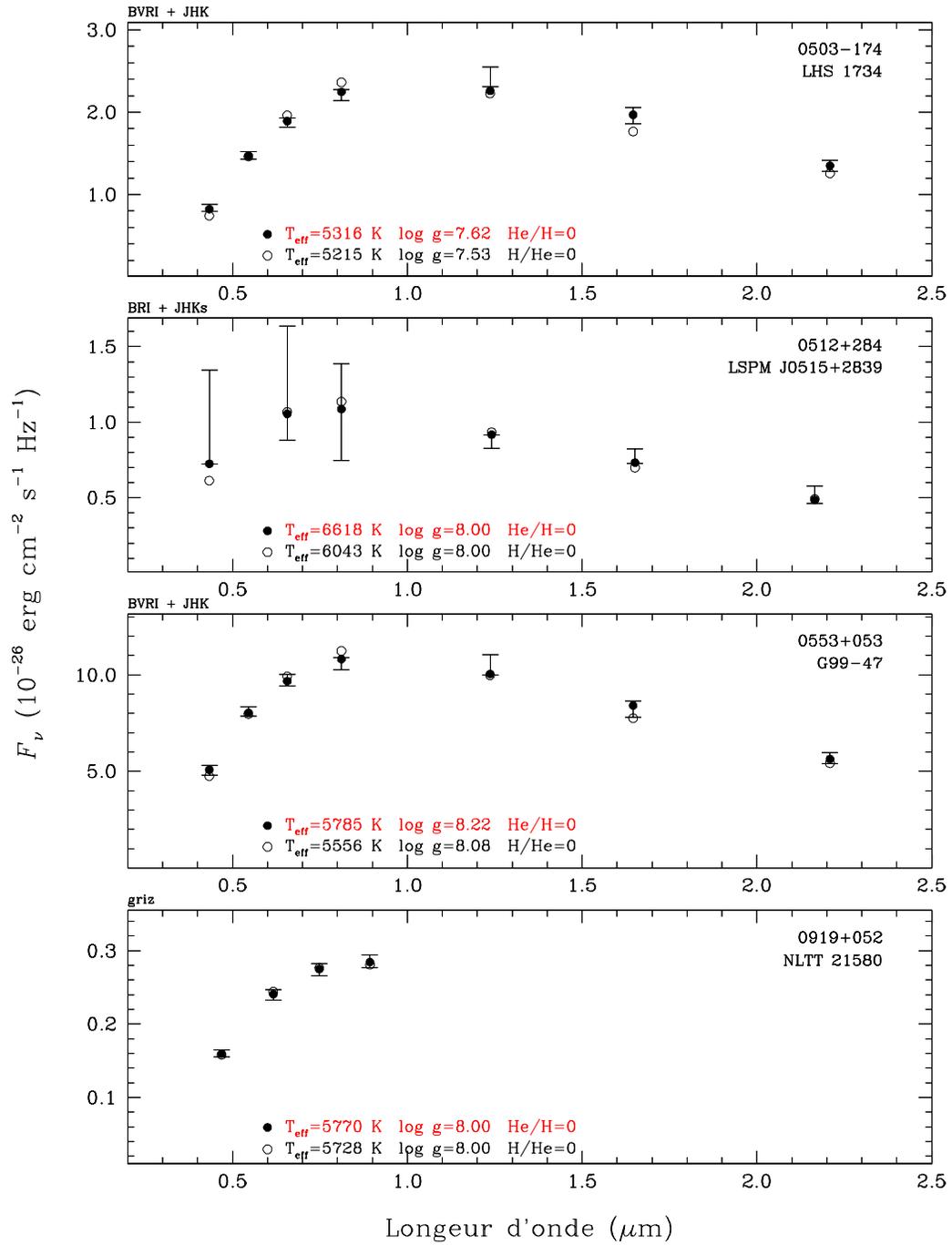


Figure 5.1 – Suite.

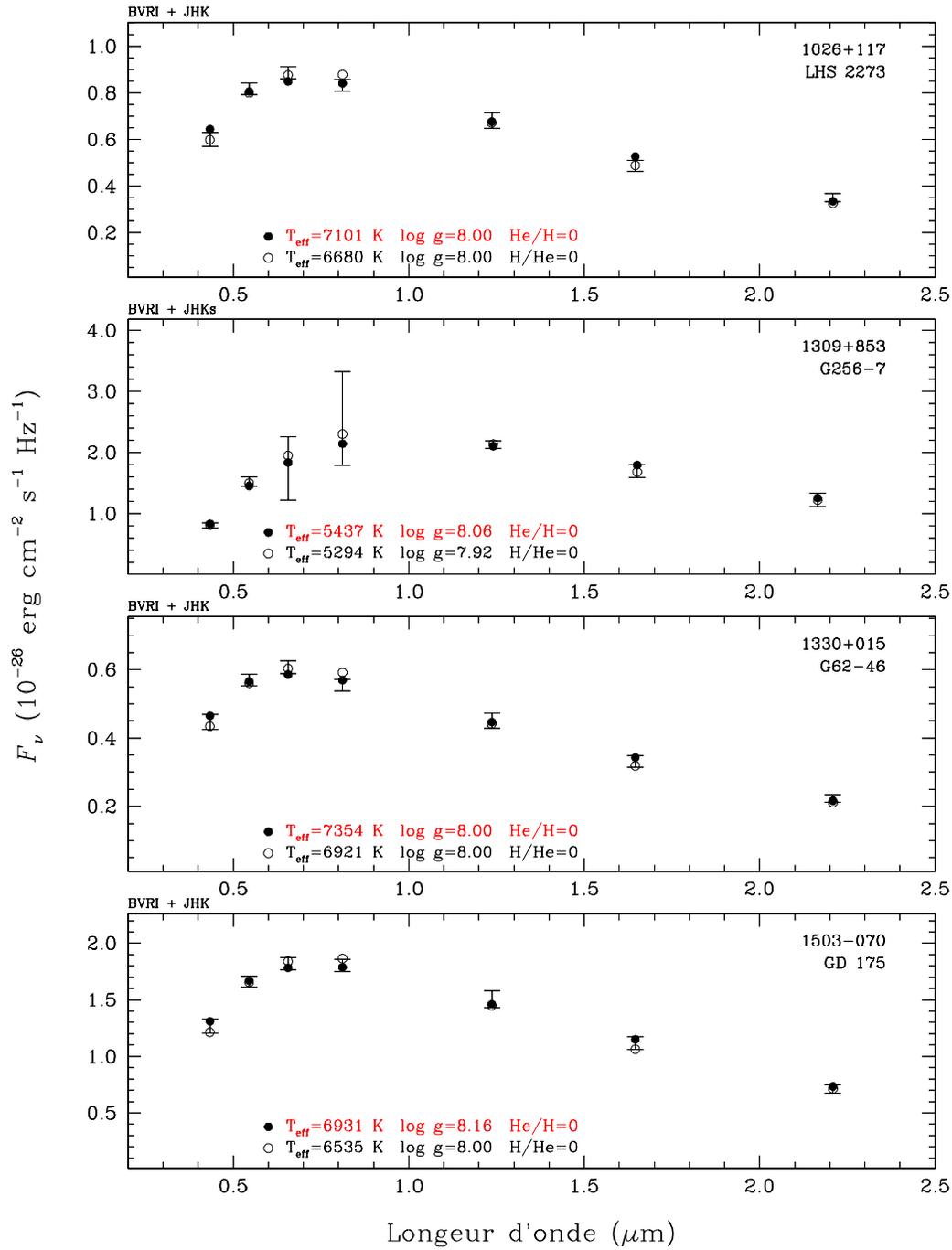


Figure 5.1 – Suite.

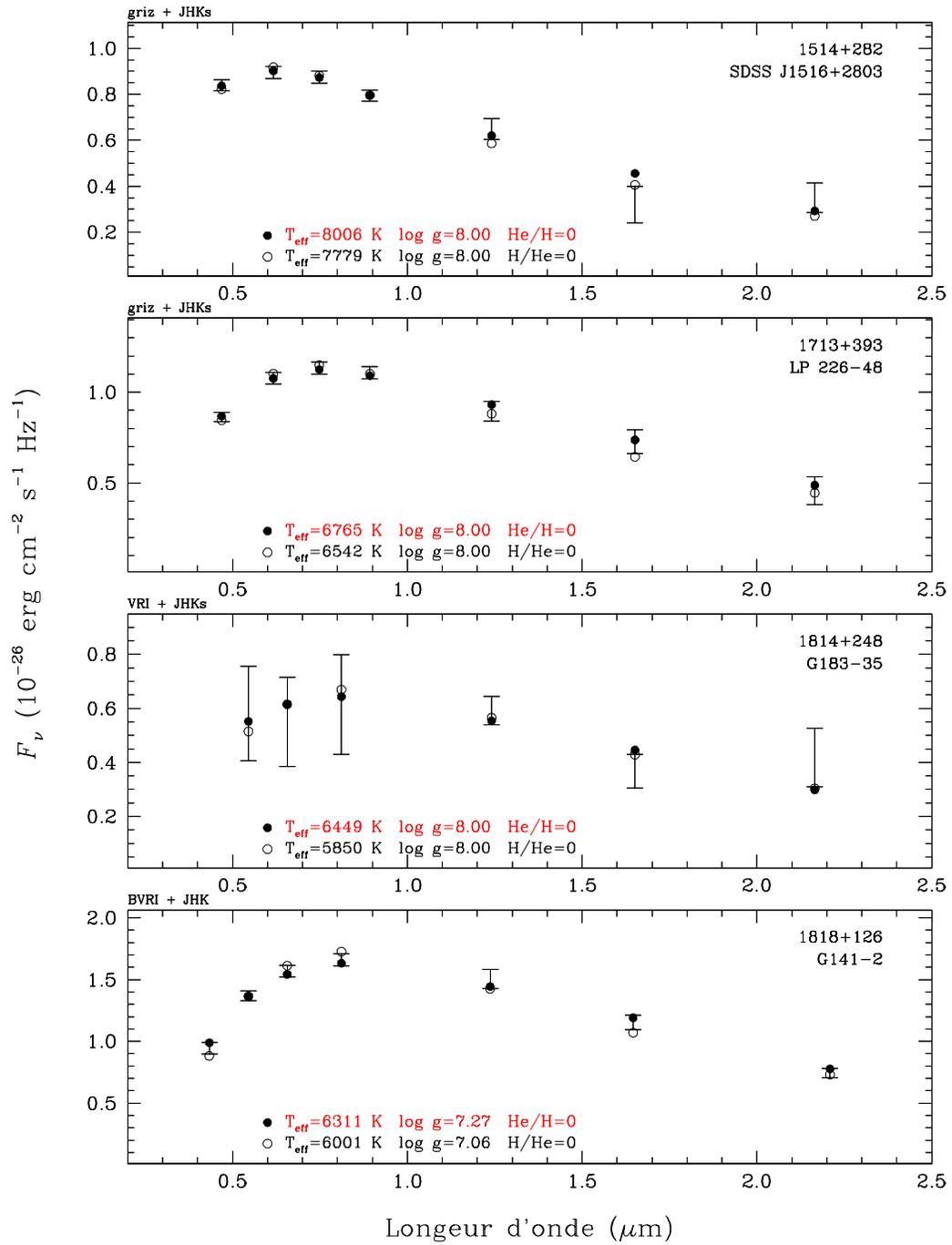


Figure 5.1 – Suite.

L'analyse de cette figure permet de constater que, dans la grande majorité des cas, les distributions d'énergie sont bien reproduites par des modèles riches en hydrogène. Néanmoins, le comportement de quelques objets mérite d'être discuté plus en profondeur. Tout d'abord, les températures effectives obtenues pour 0121+429, 0512+284, 1503–070, 1713+393 et 1818+126 sont supérieures aux estimés du tableau 3.3. Ce désaccord suggère que ces étoiles font partie de systèmes binaires de type DA+DC, car le nombre de raies de Balmer présentes dans leur spectre (voir figure 3.3) est insuffisant pour expliquer les températures photométriques. Toutefois, dans le cas de 0512+284, l'incertitude sur la température est tellement grande (voir tableau 5.1) qu'une confirmation spectroscopique est nécessaire pour départager les deux scénarios. Ensuite, 0121+429 et 1818+126 ont des gravités de surface relativement petites. Cette propriété vient renforcer l'hypothèse de binarité, car elle est habituellement la signature que l'étoile est surlumineuse lorsque placée à la distance caractéristique déterminée à l'aide de la parallaxe trigonométrique. L'angle solide $\pi (R/D)^2$ est alors ajusté artificiellement en augmentant le rayon de la naine blanche faisant ainsi diminuer sa gravité de surface. Finalement, les données photométriques en bande B , R et H de 1026+117 correspondent davantage à une atmosphère riche en hélium. Ce comportement peut être causé par une atmosphère mixte hydrogène-hélium ou par la présence d'un compagnon de type DC.

Le tableau 5.1 présente, pour l'ensemble des naines blanches de l'échantillon, les paramètres atmosphériques adoptés à partir de l'analyse photométrique de même que la masse et la distance photométrique. Cette dernière est directement calculée à partir de l'angle solide $\pi (R/D)^2$ résultant de l'optimisation du χ^2 . Pour leur part, la masse et le rayon stellaires sont déterminés à l'aide de modèles évolutifs similaires à ceux décrits dans Fontaine et al. (2001). Dans le cadre de cette étude, les fractions de masse représentatives d'une atmosphère riche en hydrogène sont fixées à $q(\text{He})=10^{-2}$ et $q(\text{H})=10^{-4}$ où $q(i) \equiv \log (M_i/M_\star)$. De plus, il est supposé que le coeur possède une composition de carbone-oxygène. Il est aussi important de noter que, pour les étoiles n'ayant pas de mesure parallactique, les incertitudes associées à la masse, la luminosité et l'âge ne sont pas indiquées, car elles sont nulles en vertu de l'imposition de $\log g = 8.0$.

TABLE 5.1 – Paramètres atmosphériques obtenus par la méthode photométrique

WD	T_{eff} (K)	$\log g$ (dex)	M (M_{\odot})	$\log(L/L_{\odot})$ (dex)	D (pc)	Age (10^9 ans)
0011–134	5992 (114)	8.21 (0.12)	0.72 (0.07)	–3.85 (0.07)	19.49 (1.56)	3.73 (0.92)
0121–429	6301 (141)	7.66 (0.03)	0.41 (0.01)	–3.46 (0.02)	18.31 (0.33)	1.27 (0.04)
0410–114	8059 (1166)	8.00	0.59	–3.21	29.17 (4.29)	1.05
0416–096	5458 (1066)	8.00	0.59	–3.89	38.24 (6.95)	3.33
0503–174	5316 (88)	7.62 (0.16)	0.38 (0.07)	–3.75 (0.08)	21.93 (2.11)	1.90 (0.40)
0512+284	6618 (951)	8.00	0.59	–3.55	34.93 (5.54)	1.75
0553+053	5785 (105)	8.22 (0.05)	0.72 (0.03)	–3.91 (0.03)	7.99 (0.24)	4.25 (0.36)
0919+052	5770 (138)	8.00	0.59	–3.79	56.67 (2.79)	2.53
1026+117	7101 (166)	8.00	0.59	–3.43	43.48 (1.57)	1.47
1309+853	5437 (98)	8.06 (0.08)	0.62 (0.05)	–3.93 (0.04)	18.05 (0.89)	3.97 (0.76)
1330+015	7354 (178)	8.00	0.59	–3.37	55.26 (2.03)	1.34
1503–070	6931 (159)	8.16 (0.23)	0.69 (0.14)	–3.57 (0.14)	25.97 (4.33)	2.05 (1.19)
1514+282	8006 (288)	8.00	0.60	–3.22	50.59 (2.92)	1.07
1713+393	6765 (183)	8.00	0.59	–3.51	35.40 (1.60)	1.65
1814+248	6449 (1146)	8.00	0.59	–3.60	43.88 (6.45)	1.86
1818+126	6311 (128)	7.27 (0.35)	0.26 (0.13)	–3.26 (0.22)	40.82 (7.49)	0.94 (0.28)

5.2 Analyse spectroscopique

La détermination des paramètres magnétiques a nécessité plusieurs analyses successives. La première d'entre elles a été réalisée en utilisant une approche similaire à celle présentée dans Bergeron et al. (1992). Effectivement, pour l'ensemble des paires $(T_{\text{eff}}, \log g)$ obtenues grâce à la méthode photométrique, une grille tridimensionnelle comprenant 4000 spectres synthétiques magnétiques répartis respectivement en $10 \times 20 \times 20$ points de température, de champ magnétique B_p et de décalage a_z est calculée selon les prémisses de la section 4.2. Afin de tenir compte de la résolution instrumentale, ces grilles sont ensuite convoluées avec un profil gaussien ayant la même largeur à mi-hauteur (PLMH) que les systèmes optiques utilisés pour acquérir les données spectroscopiques. Après une normalisation par rapport à un continuum d'ordre unité, ces spectres synthétiques sont comparés aux spectres observés dans le but de déterminer T_{eff} , B_p et a_z à l'aide de la méthode des moindres carrés non-linéaire de Levenberg-Marquardt. Il est important de noter que, lors de cette optimisation, les spectres synthétiques sont interpolés par rapport à ces trois paramètres avec une routine de spline cubique en trois dimensions. De plus, ils sont modifiés pour avoir la forme suivante:

$$H^* = H(\lambda + \delta\lambda) \times (a_1 + a_2\lambda + a_3\lambda^2 + a_4\lambda^3 + a_5\lambda^4 + a_6\lambda^5) \quad (5.4)$$

où $\delta\lambda$ est un terme de décalage entre les spectres synthétiques et observés servant à compenser les effets liés à la vitesse radiale de l'étoile, a_1 est un facteur d'échelle d'ordre unité et les termes en $a_n\lambda^{n-1}$ sont des corrections résiduelles, habituellement très petites ($a_n < 10^{-3}$). Comme l'espace des paramètres peut parfois comporter plusieurs minima locaux, les valeurs initiales des trois paramètres à optimiser (T_0, B_0, a_0) doivent être choisies avec soin afin d'éviter des solutions incohérentes avec les données spectroscopiques. Finalement, les incertitudes sur T_{eff} , B_p et a_z sont calculées à partir de la matrice de variance-covariance comme dans le cas de la méthode photométrique. La figure 5.2 présente les résultats de l'analyse spectroscopique lorsque cette dernière est concluante. Pour sa part, la figure 5.3 montre les résultats obtenus pour les 10 naines blanches pour lesquelles l'analyse spectroscopique est incohérente avec les valeurs photométriques.

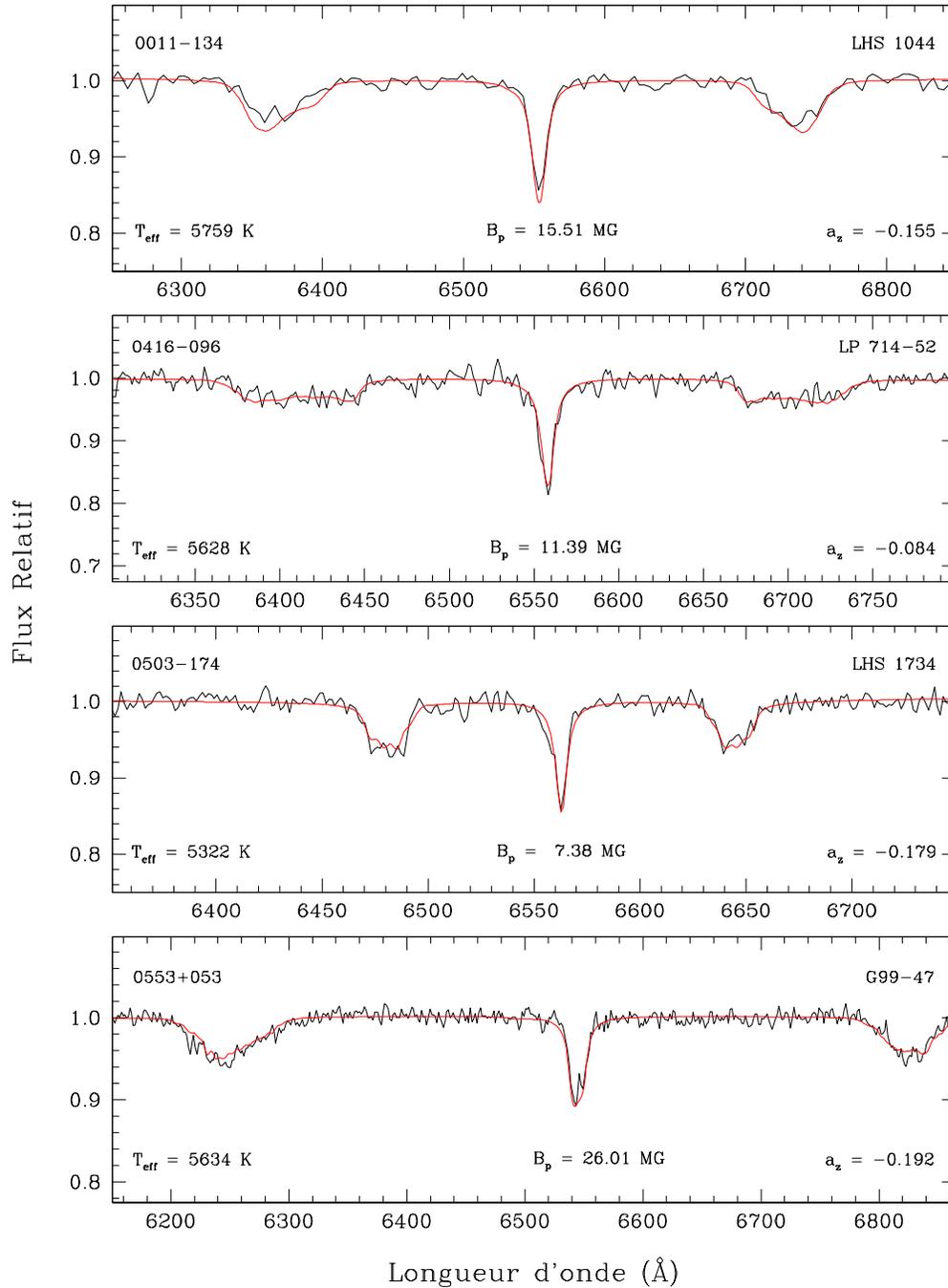


FIGURE 5.2 – Résultats de l'analyse spectroscopique de la raie $H\alpha$ pour des solutions cohérentes avec les valeurs photométriques. Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. L'axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.

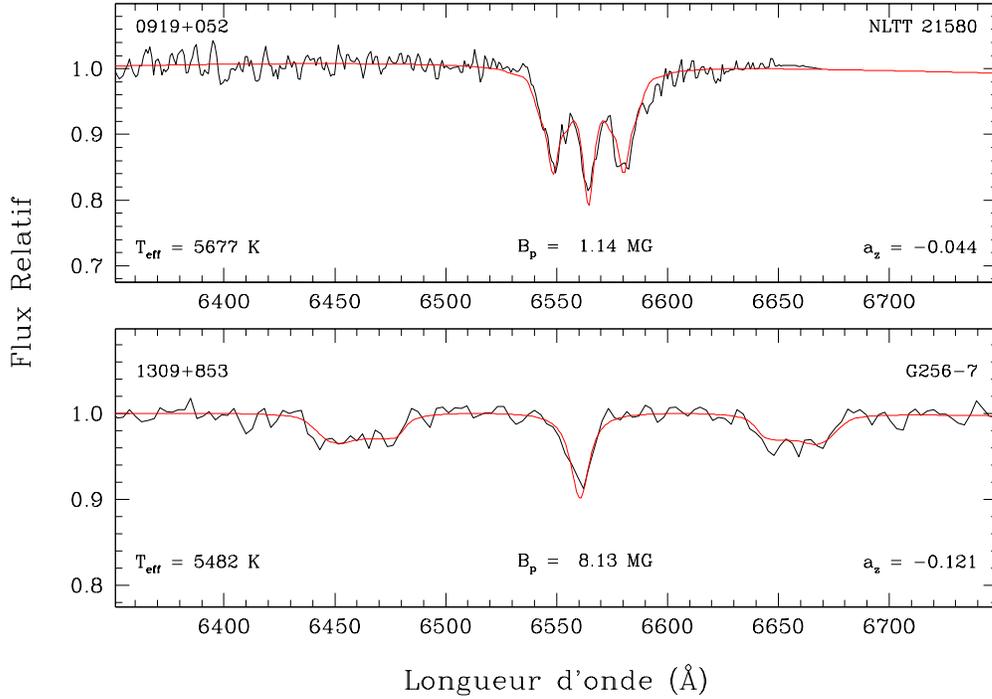


Figure 5.2 – Suite.

La figure 5.2 permet, une fois de plus, de valider les modèles d’atmosphère et la méthode utilisés dans le cadre de cette étude. En effet, il est possible de constater que les valeurs de température effective, de champ magnétique et de décalage a_z obtenues pour 0011–134 et 0503–174 sont compatibles avec les résultats publiés par Bergeron et al. (1992). De plus, l’excellent accord entre les données spectroscopiques et les spectres synthétiques calculés pour 0416–096, 0553+053, 0919+052 et 1309+853 vient confirmer que la méthode mise sur pied pour cette étude est robuste et fiable et qu’elle peut être généralisée à plus de deux naines blanches. Finalement, les modèles réussissent également à traiter correctement l’apparition des effets associés à l’effet Zeeman quadratique, car la solution obtenue pour 0553+053 reproduit relativement bien l’asymétrie des composantes σ et le déplacement du centroïde par rapport à sa longueur d’onde naturelle λ_0 . Il est à noter que les résultats complets des diverses analyses spectroscopiques seront présentés et discutés plus en détail au chapitre 6.

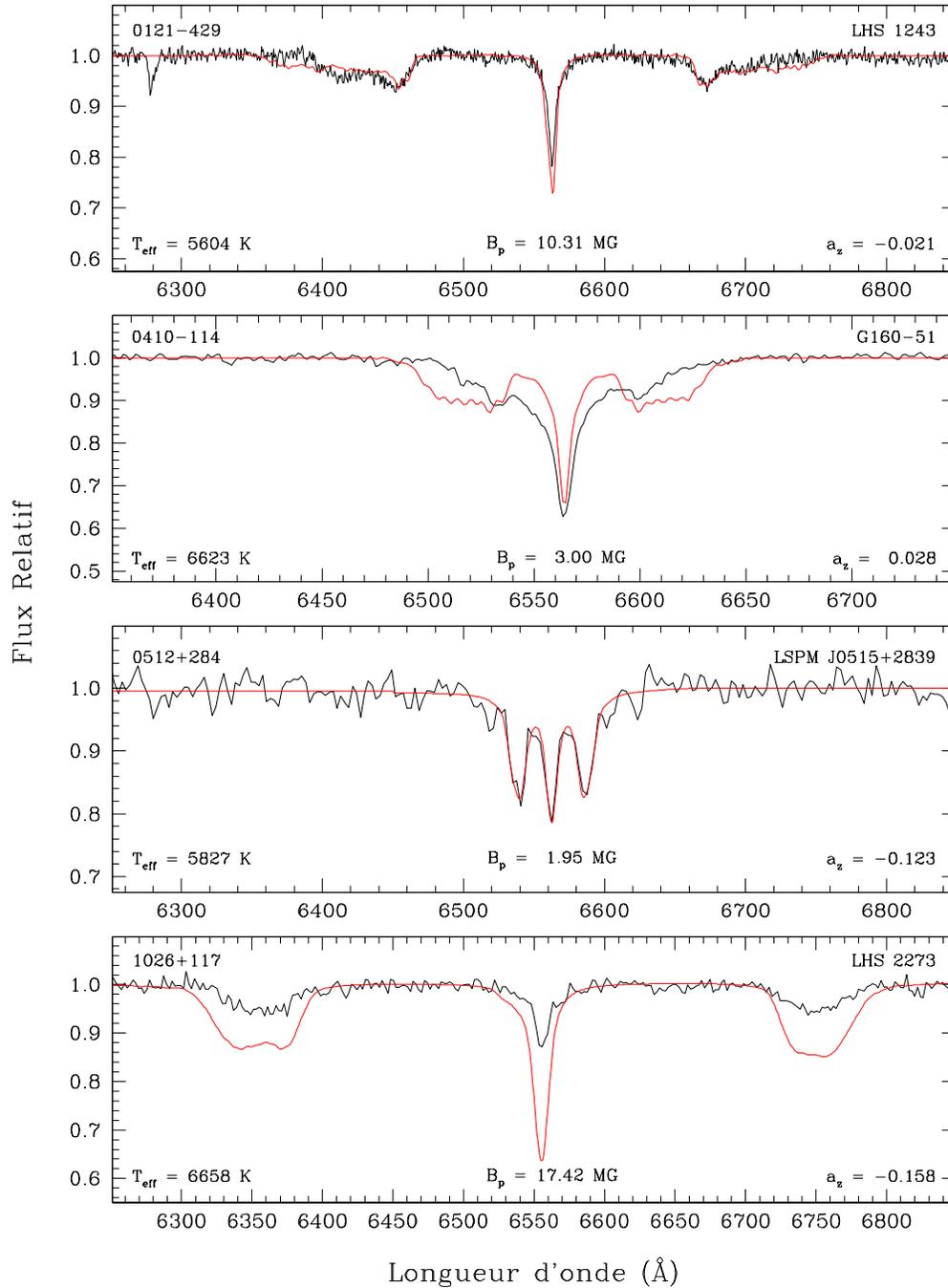


FIGURE 5.3 – Résultats de l’analyse spectroscopique de la raie H α pour des solutions incohérentes avec les valeurs photométriques (voir tableau 5.1). Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d’ordre unité. L’axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.

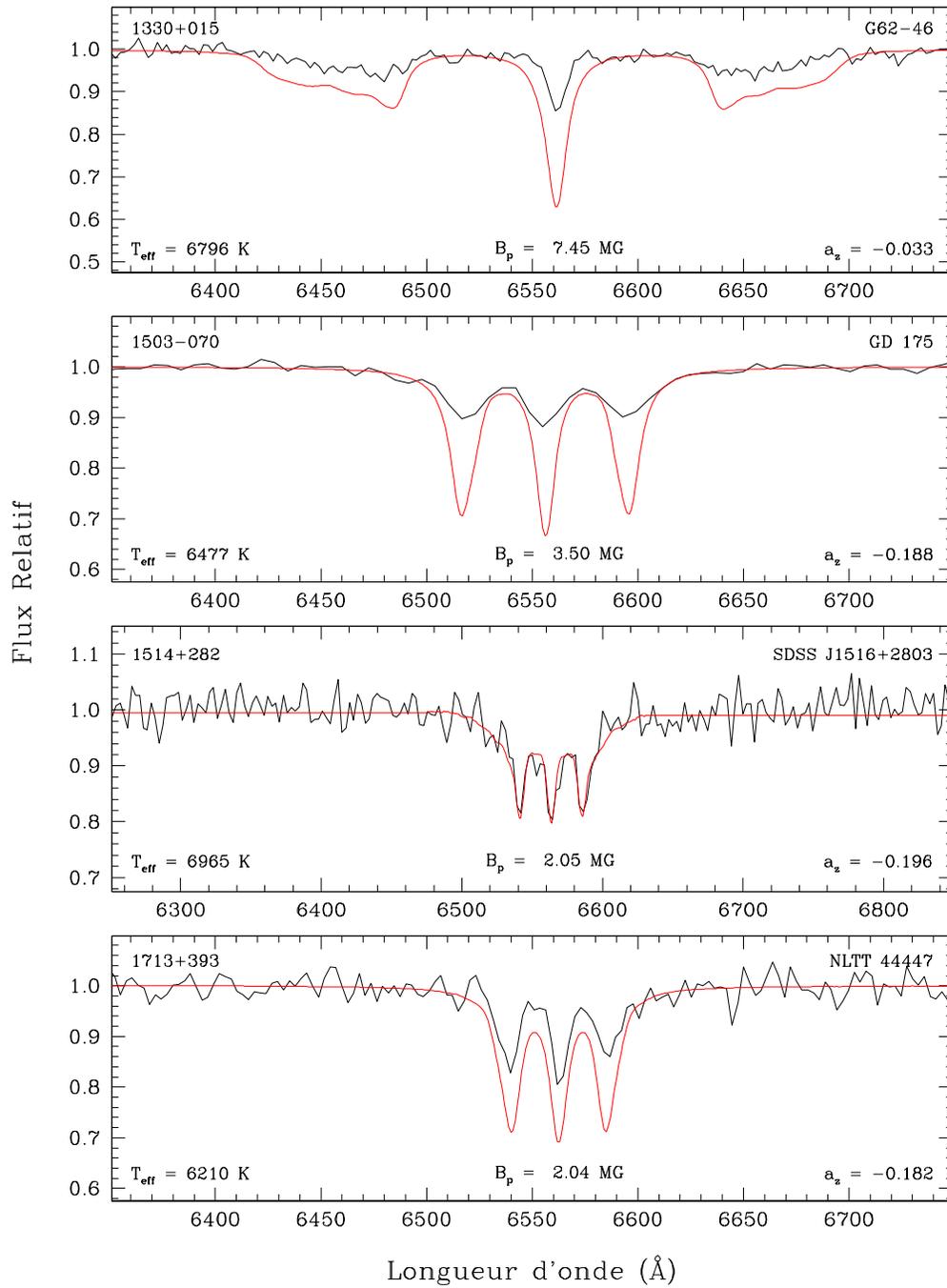


Figure 5.3 – Suite.

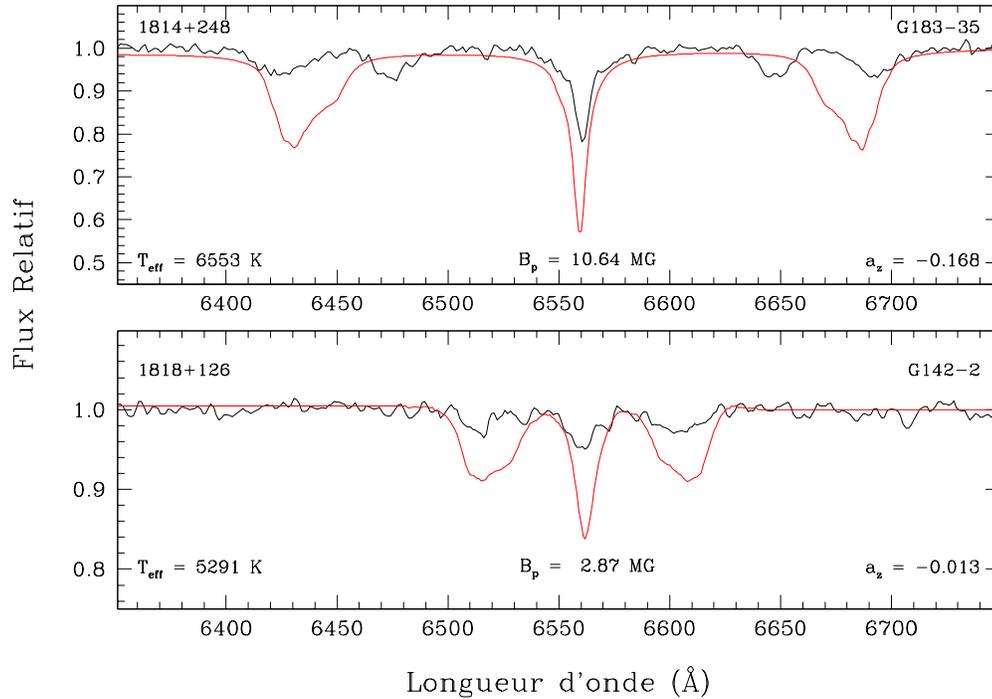


Figure 5.3 – Suite.

L'analyse de la figure 5.3 suggère que près de dix naines blanches de l'échantillon font partie de systèmes binaires. En effet, l'intensité des composantes Zeeman de 1026+117, 1330+015, 1503-070, 1713+393 et 1818+126 est beaucoup trop faible pour être compatible avec la température photométrique. De plus, bien que les solutions de 0121-429, 0512+284 et 1514+282 reproduisent relativement bien les données spectroscopiques, la température effective associée à ces spectres synthétiques est 500 K à 1200 K plus froide que celle obtenue en modélisant la distribution d'énergie. Ces différents indices laissent croire que ces huit étoiles ont un compagnon de type DC. Cette figure démontre également que le quintuplet Zeeman observé dans le spectre de 1814+248 ne peut être reproduit avec une seule naine blanche; ce système est fort probablement composé de deux étoiles magnétiques de type DAH. Finalement, le cas de 0410-114 ne ressemble pas aux neuf autres naines blanches répertoriées dans la figure 5.3. En vertu de ces constatations, une analyse plus poussée est donc nécessaire pour déterminer la nature exacte de ces objets.

5.2.1 Systèmes binaires: approche simplifiée

La déconvolution formelle des dix systèmes binaires identifiés précédemment est un processus complexe qui dépend de la température effective, de la gravité de surface, de la composition chimique respectives des deux étoiles et de la distance du système par rapport à la Terre. Il peut donc s'avérer judicieux, avant d'entreprendre cette démarche, d'effectuer une analyse simplifiée dans le but de confirmer la binarité de ces systèmes et de déterminer, le cas échéant, la nature exacte des compagnons. Pour ce faire, il est supposé que le flux total, normalisé par rapport à un continuum d'ordre unité, peut être donné par la relation suivante:

$$F_{\nu}^{\text{tot}} = (1 - \alpha) F_{\nu}^a + \alpha F_{\nu}^b \quad (5.5)$$

où α représente le pourcentage de contribution au flux total du compagnon, F_{ν}^b son flux monochromatique normalisé et F_{ν}^a celui de la naine blanche magnétique. Pour illustrer le comportement de cette équation, la figure 5.4 présente le spectre magnétique de la raie H α en fonction du pourcentage de contribution du compagnon au flux total.

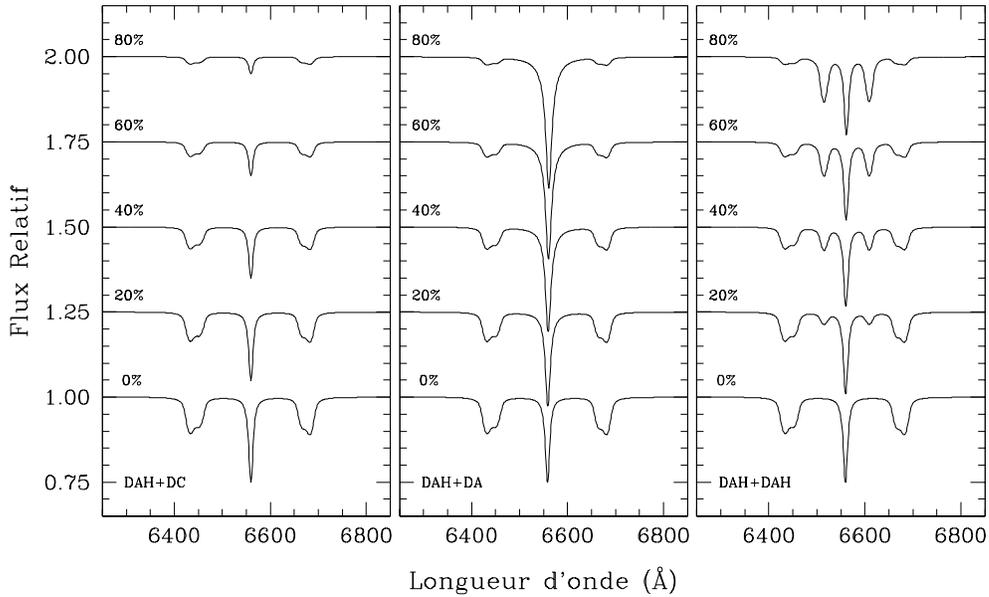


FIGURE 5.4 – Spectres synthétiques magnétiques de la raie H α sous l'hypothèse qu'un compagnon vient contribuer au flux total. Les paramètres atmosphériques des deux étoiles ont été fixés à $T_{\text{eff}} = 6000$ K et $\log g = 8.0$. Les spectres ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité et décalés d'un facteur 0.25 afin de faciliter la lecture.

La figure 5.4 apporte une confirmation relativement robuste de la binarité des dix systèmes répertoriés lors de la première étape de l’analyse spectroscopique. En effet, elle permet d’expliquer de manière esthétique et physique le quintuplet observé dans le spectre de 1814+248 en appuyant l’hypothèse selon laquelle cette étoile fait partie d’un système de type DAH+DAH. De plus, le panneau central démontre clairement que 0410–114 possède très probablement un compagnon non magnétique riche en hydrogène en raison de la très grande différence d’intensité entre ses composantes σ et son centroïde π . Finalement, les spectres synthétiques du panneau de gauche reproduisent très bien l’effet de dilution observé dans les huit autres systèmes soupçonnés d’être binaires. Ces derniers font donc vraisemblablement partie d’un système de type DAH+DC.

À la lumière de ces nouvelles informations, une seconde analyse spectroscopique a été effectuée dans le but de contraindre les paramètres magnétiques de ces naines blanches. L’approche diffère toutefois légèrement de la méthode présentée au début de la section 5.2. Tout d’abord, les grilles de spectres synthétiques magnétiques $10 \times 20 \times 20$ calculées lors de l’analyse préliminaire sont réutilisées. Par la suite, la valeur des différents paramètres α et, si nécessaire, de la température effective du compagnon, sont estimées avec une approche par essais et erreurs. Dans le cas particulier de 1814+248, les propriétés magnétiques du compagnon sont approximés à l’aide des figures 4.3 et 4.4. Une fois tous ces paramètres contraints, les grilles de modèles sont diluées en substituant le flux d’Eddington H_ν dans l’équation 5.5. Ensuite, les spectres synthétiques sont comparés aux observations spectroscopiques dans le but de déterminer T_{eff} , B_p et a_z avec notre méthode des moindres carrés. Il est important de mentionner que, lors de cette seconde optimisation, les grilles de modèles sont de nouveau interpolées en trois dimensions à l’aide de splines cubiques. De plus, les spectres synthétiques sont modifiés selon l’équation 5.4 afin de tenir compte des effets associés aux vitesses radiales. Finalement, les incertitudes sur la température effective, l’intensité du champ magnétique et le décalage a_z sont obtenues de la matrice de variance-covariance. La figure 5.5 présente les résultats de l’analyse spectroscopique améliorée pour les dix systèmes binaires de l’échantillon.

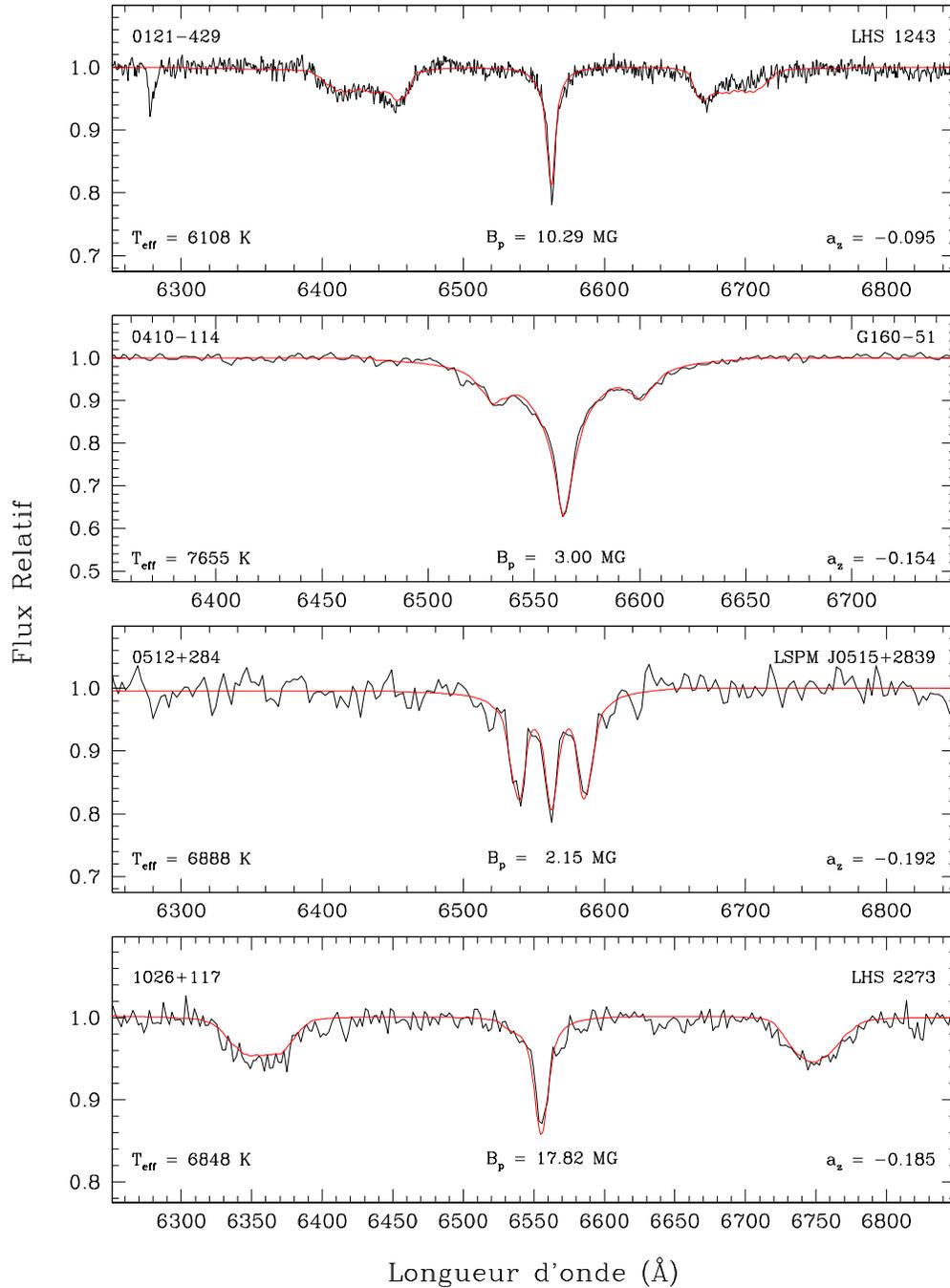


FIGURE 5.5 – Résultats de l’analyse spectroscopique de la raie H α sous l’hypothèse que la naine blanche magnétique possède un compagnon. Les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d’ordre unité. L’axe des y a été tronqué afin de mettre en évidence les profils Zeeman.

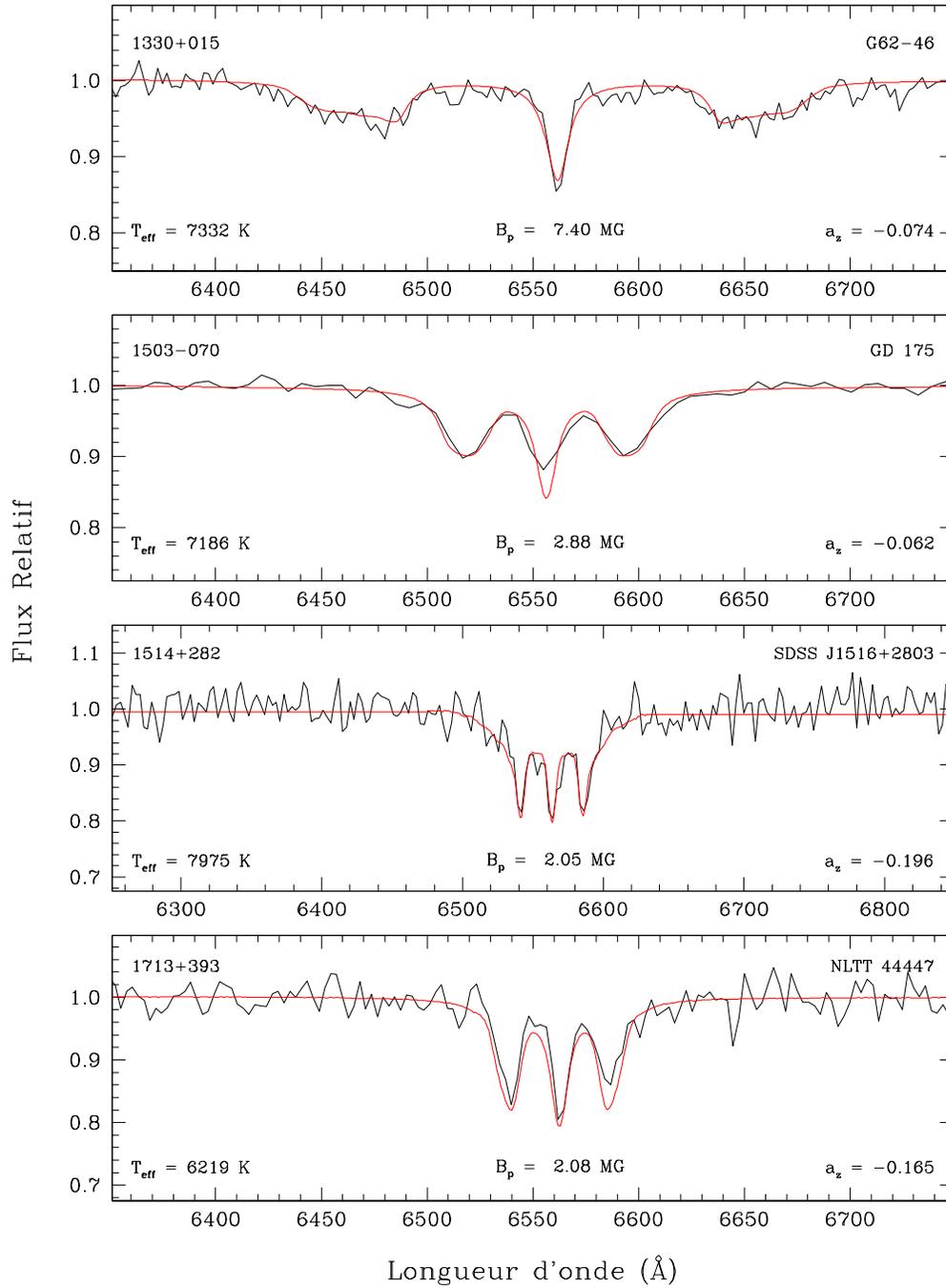


Figure 5.5 – Suite.

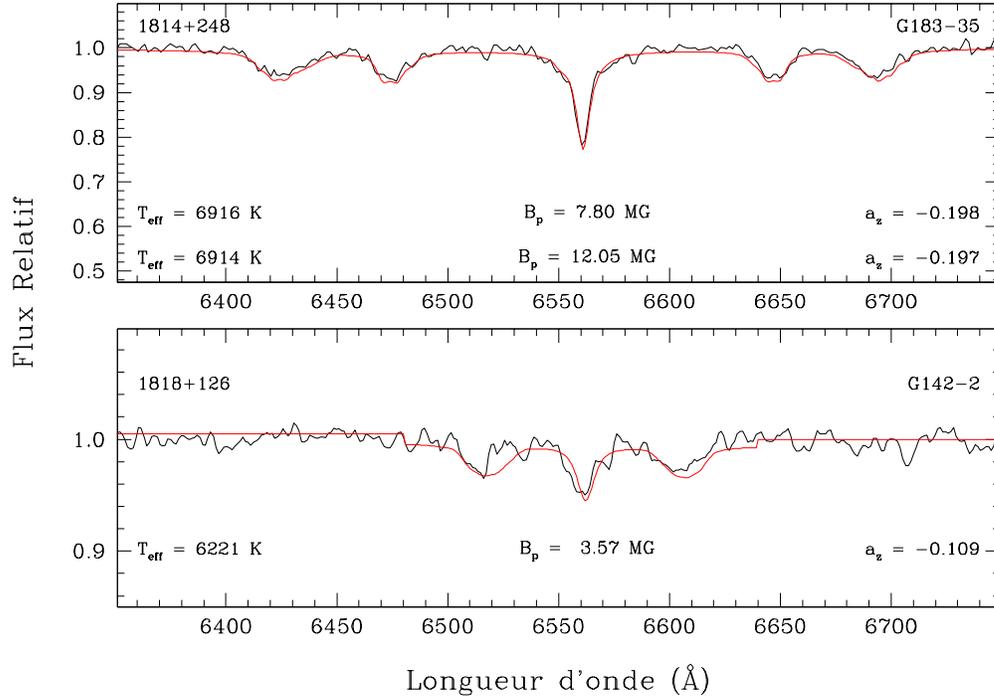


Figure 5.5 – Suite.

La figure 5.5 démontre clairement que cette nouvelle analyse spectroscopique est beaucoup plus satisfaisante. En effet, le formalisme de l'équation 5.4 et l'ajustement du paramètre α ont permis d'obtenir des températures effectives compatibles avec les valeurs déterminées à l'aide de la méthode photométrique. De plus, les solutions synthétiques reproduisent presque parfaitement les spectres observés, et ce, peu importe la nature supposée du compagnon. Cet accord remarquable permet de valider l'approche utilisée et de confirmer la binarité de ces dix systèmes par la même occasion. Comme l'allure générale du profil d'absorption Zeeman ne dépend pas explicitement de la température, les paramètres magnétiques obtenus lors de cette seconde optimisation sont considérés fiables et peuvent donc être adoptés. Une déconvolution formelle sera toutefois nécessaire afin de déterminer avec précision la température effective et la gravité de surface respectives de chacune de ces naines blanches magnétiques et de leur compagnon.

5.2.2 Systèmes binaires: déconvolution formelle

Après avoir déterminé les paramètres magnétiques à l'aide d'une approche simplifiée, une déconvolution formelle de ces dix systèmes binaires a été tentée afin de contraindre avec précision les paramètres atmosphériques réels de ces objets. Pour ce faire, il est nécessaire de développer une méthode permettant de modéliser adéquatement le flux total observé. Ce dernier dépend d'une multitude de paramètres et peut être donné, sans perdre de généralité, par

$$F_{\nu}^{\text{tot}} = \frac{4\pi R_a^2}{D^2} \left(F_{\nu}^a(T_a, R_a, Y_a, B_p, i, a_z) + \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^2 F_{\nu}^b(T_b, R_b, Y_b) \right) \quad (5.6)$$

où D est la distance du système par rapport à la Terre et les F_{ν}^i , T_i , R_i et Y_i représentent respectivement le flux monochromatique, la température effective, le rayon et la composition chimique des deux naines blanches. Conséquemment, la première étape de ce processus est donc de calculer, aux valeurs de champ B_p , d'angle de rotation i et de décalage a_z obtenues par l'approche simplifiée, des grilles de spectres synthétiques magnétiques 20×10 couvrant respectivement des températures et des gravités de surface allant de 5000 K à 8800 K et de $\log g = 7.50$ à 8.85. Il est à noter qu'une grille de spectres synthétiques non magnétiques ($B_p = 0$) doit également être générée pour traiter le cas de 0410–114. Ces grilles sont ensuite convoluées avec un profil gaussien instrumental afin de prendre en compte les caractéristiques des systèmes optiques utilisés pour obtenir les données spectroscopiques. Finalement, des grilles de distributions d'énergie 20×10 aux propriétés similaires sont calculées pour des atmosphères riches en hydrogène et riches en hélium.

La deuxième étape de cette démarche est de réduire le nombre de paramètres libres en jeu afin de pouvoir adapter facilement la méthode présentée au début de la section 5.2. Comme les valeurs de B_p , i , a_z , Y_a et Y_b sont connues a priori, l'équation 5.6 peut être réécrite sous la forme suivante:

$$F_{\nu}^{\text{tot}} = \frac{4\pi R_a^2}{D^2} \left(F_{\nu}^a(T_a, R_a) + \left(\frac{R_b}{R_a} \right)^2 F_{\nu}^b(T_b, R_b) \right) \quad (5.7)$$

En normalisant le flux par rapport à un continuum d'ordre unité, le facteur $4\pi R_a^2/D^2$ peut être éliminé pour obtenir

$$F_\nu^{\text{tot}} = F_\nu^a(T_a, R_a) + \left(\frac{R_b}{R_a}\right)^2 F_\nu^b(T_b, R_b) \quad (5.8)$$

où les F_ν^i représentent maintenant les flux normalisés respectifs des deux étoiles. Sous cette forme, le flux total ne dépend plus que des températures effectives et des rayons.

La dernière étape de ce processus est de déterminer la valeur de T_a , T_b et R_b/R_a . Pour ce faire, la gravité de surface du compagnon est initialement fixée à $\log g = 8$. Il est néanmoins important de mentionner qu'elle sera tout de même ajustée à chaque itération du calcul à l'aide d'une méthode alternative (voir plus bas). Les grilles de spectres synthétiques sont également normalisées afin de pouvoir profiter des avantages de l'équation 5.8. Ces solutions synthétiques sont ensuite comparées aux spectres observés dans le but d'obtenir ces trois quantités physiques avec notre méthode des moindres carrés. Encore une fois, les spectres synthétiques sont modifiés selon l'équation 5.4 et interpolés par rapport à T_a , T_b et R_b/R_a avec une routine de spline cubique en trois dimensions. Toutefois, contrairement aux optimisations précédentes, les distributions d'énergie sont également interpolées puis combinées selon l'équation 5.6 à chaque itération pour vérifier si la solution spectroscopique est compatible avec les données photométriques. Cette étape intermédiaire sert à tester le choix initial de gravité de surface du compagnon, car cette dernière influence l'angle solide $\pi(R_b/D)^2$ et l'allure de la distribution d'énergie totale. En effet, si cette dernière est systématiquement inférieure (ou supérieure) aux données photométriques pour un intervalle de distance $0.95D_{\text{phot}} < D < 1.25D_{\text{phot}}$, le rayon R_b est automatiquement augmenté (ou diminué). L'optimisation recommence alors à zéro en utilisant les valeurs de T_a , T_b et R_b/R_a de l'itération précédente. Finalement, lorsqu'une solution reproduisant simultanément les données spectroscopiques et photométriques est générée, le programme met un terme au processus d'optimisation et les incertitudes sur ces trois quantités physiques sont obtenues de la matrice de variance-covariance. La figure 5.6 présente le résultat de cette déconvolution formelle pour les dix systèmes binaires de l'échantillon.

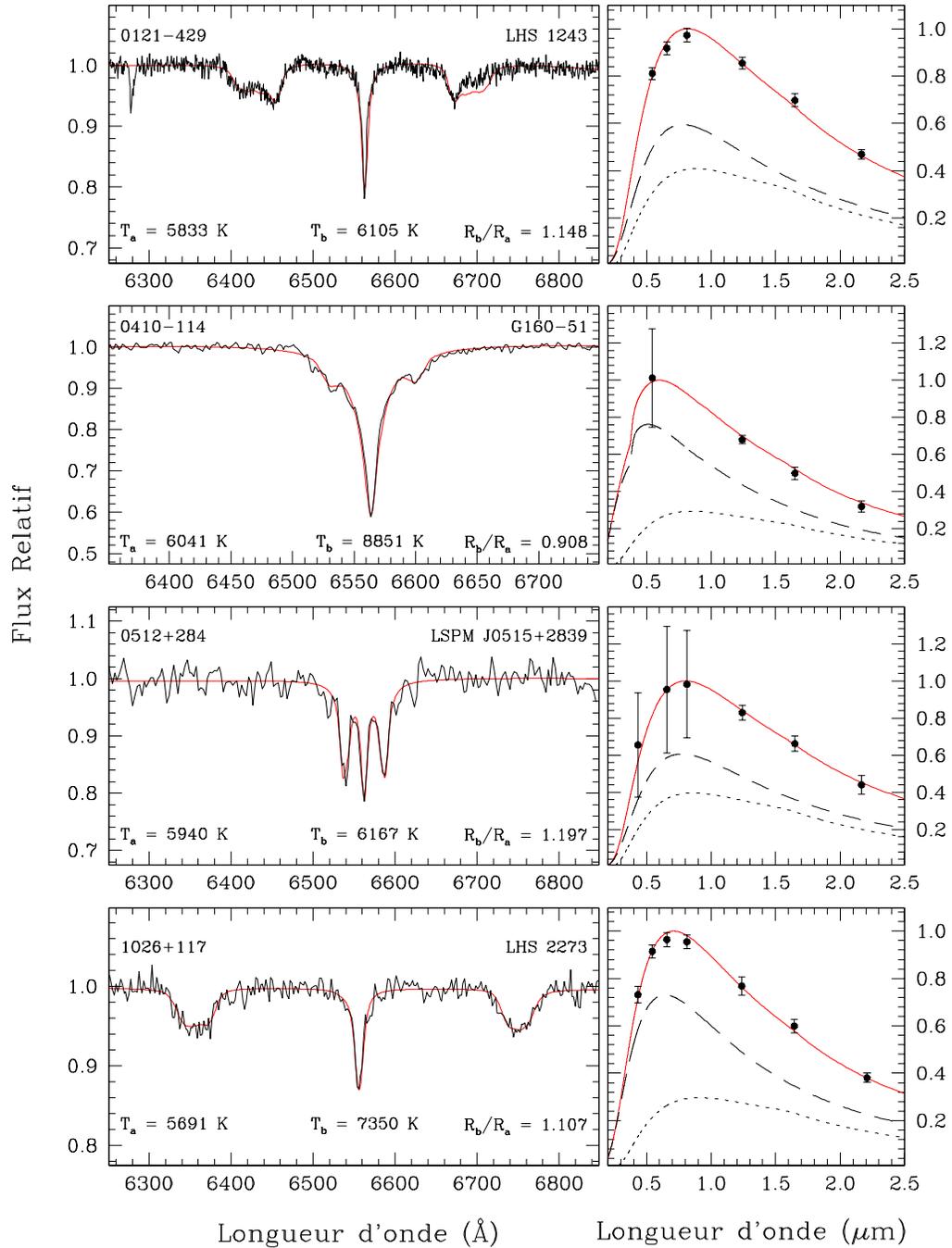


FIGURE 5.6 – Résultats de la déconvolution des systèmes binaires. Dans le panneau de gauche, les spectres synthétiques magnétiques (rouges) et observés (noirs) ont été normalisés par rapport à un continuum d'ordre unité. Dans le panneau de droite, les données photométriques et les contributions respectives de la naine blanche magnétique (pointillés) et de son compagnon (tirets) ont été normalisées par rapport au maximum de la distribution d'énergie totale (rouge).

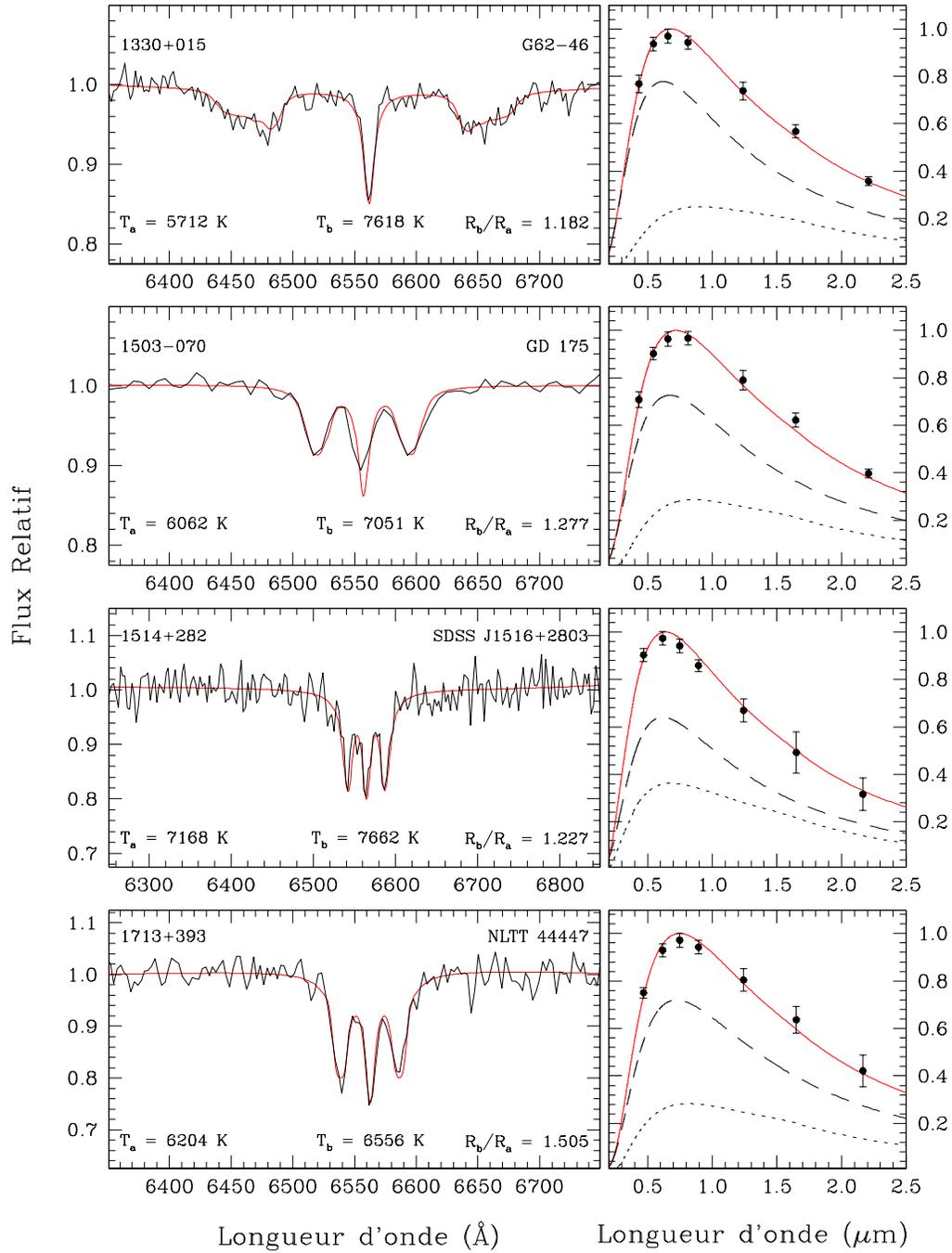


Figure 5.6 – Suite.

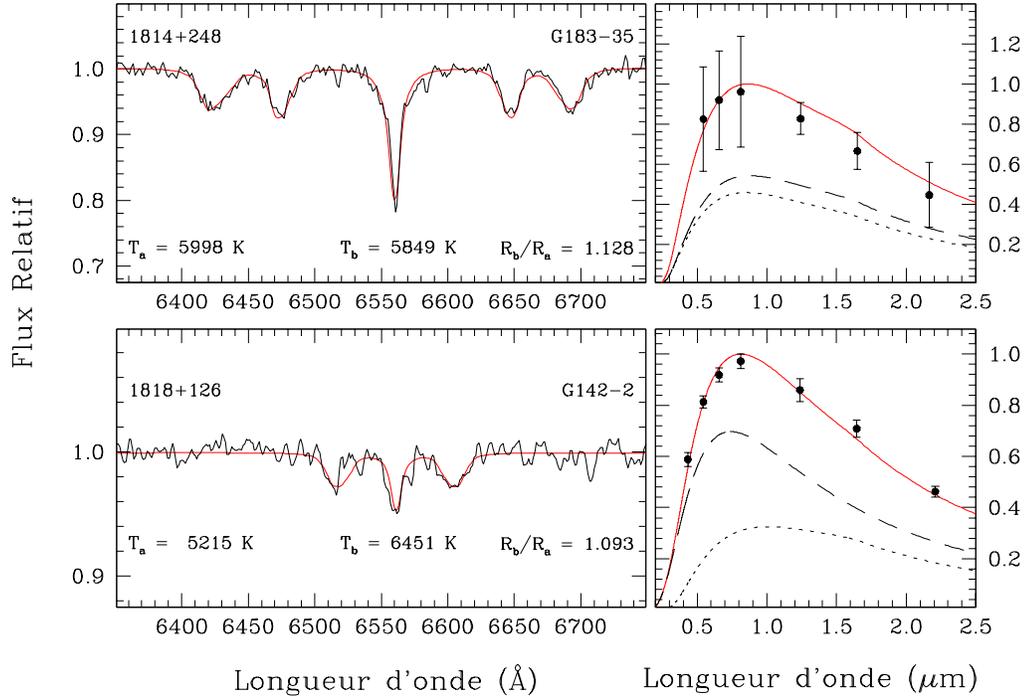


Figure 5.6 – Suite.

La figure 5.6 démontre sans l'ombre d'un doute que le processus de déconvolution mis sur pied lors de cette étude est particulièrement efficace. En effet, toutes les solutions obtenues reproduisent à la fois les spectres observés et les données photométriques. De plus, la température spectroscopique déconvoluée de ces naines blanches magnétiques est maintenant beaucoup plus cohérente avec les résultats de l'analyse d'ordre zéro basée sur le nombre visible de raie de Balmer. La figure 5.6 montre aussi que pour neuf de ces dix systèmes binaires, la naine blanche magnétique doit être plus petite que son compagnon ($R_b/R_a > 1.09$). Toutefois, les valeurs de g_a et de g_b ne sont pas définies de façon absolue, car une variation de la distance adoptée affecte directement R_b et R_a . Il est également important de noter que les spectres synthétiques présentés à la figure 5.6 ne sont qu'une possibilité parmi un éventail très vaste de solutions, car les températures T_a et T_b peuvent être légèrement modifiées sans changer l'allure du résultat. Le tableau 5.2 répertorie les valeurs obtenues de T_a , T_b et R_b/R_a lors de cette déconvolution de même que la distance D la plus probable.

TABLE 5.2 – Paramètres de déconvolution adoptés

WD	Type	T_a (K)	T_b (K)	R_b/R_a	D (pc)
0121–429	DAH+DC	5833 (59)	6105 (101)	1.148 (0.063)	18.30
0410–114	DAH+DA	6041 (218)	8851 (120)	0.908 (0.088)	33.40
0512+284	DAH+DC	5940 (26)	6167 (70)	1.197 (0.046)	37.05
1026+117	DAH+DC	5691 (41)	7350 (24)	1.107 (0.068)	49.00
1330+015	DAH+DC	5712 (40)	7618 (28)	1.182 (0.065)	60.55
1503–070	DAH+DC	6062 (140)	7051 (128)	1.277 (0.078)	28.35
1514+282	DAH+DC	7168 (185)	7662 (78)	1.227 (0.099)	60.00
1713+393	DAH+DC	6204 (52)	6556 (48)	1.505 (0.029)	30.75
1814+248	DAH+DAH	5998 (62)	5849 (53)	1.128 (0.090)	43.25
1818+126	DAH+DC	5215 (17)	6451 (68)	1.093 (0.026)	33.35

Chapitre 6

Implications astrophysiques

L'approche photométrique, les nombreuses analyses spectroscopiques de même que la déconvolution formelle des systèmes binaires ont permis de déterminer avec précision les paramètres atmosphériques et magnétiques de l'ensemble des naines blanches de type DAH de l'échantillon. Ces processus ont également réussi à caractériser les compagnons faisant partie des dix systèmes binaires identifiés. Afin d'avoir une vue d'ensemble des résultats obtenus, le tableau 6.1 répertorie les valeurs adoptées pour les naines blanches magnétiques soient la température effective T_{eff} , la gravité de surface g , l'intensité du champ magnétique dipolaire B_p , le décalage a_z et l'angle de rotation i . Il est toutefois important de mentionner que dans le cas des systèmes binaires, la température effective indiquée est celle déterminée à l'aide de la déconvolution formelle et que la gravité de surface est dérivée du rapport R_b/R_a lorsqu'aucune mesure de parallaxe trigonométrique n'est disponible. Comme ces quantités physiques sont reliées par

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (6.1)$$

il est donc possible d'obtenir les valeurs de g_a et de g_b à l'aide de la relation suivante:

$$g_a = g_b \frac{R_b}{R_a} \frac{M_a}{M_b} \quad (6.2)$$

où M_a et M_b sont déterminées à partir de séquences évolutives.

TABLE 6.1 – Paramètres atmosphériques et magnétiques adoptés

WD	T_{eff} (K)	$\log g$ (dex)	B_p (MG)	a_z (R_{\star})	i ($^{\circ}$)
0011–134	5759 (67)	8.21 (0.10)	15.51 (0.77)	–0.155 (0.023)	30
0121–429	5833 (59)	8.18 (0.11)	10.29 (0.15)	–0.095 (0.010)	60
0410–114	6041 (218)	8.10 (0.04)	2.87 (0.08)	–0.127 (0.016)	45
0416–096	5628 (60)	8.00 (0.00)	11.39 (0.45)	–0.084 (0.020)	45
0503–174	5322 (14)	7.62 (0.16)	7.38 (0.07)	–0.179 (0.006)	60
0512+284	5940 (26)	8.35 (0.07)	2.15 (0.33)	–0.192 (0.042)	45
0553+053	5634 (41)	8.22 (0.05)	26.00 (0.50)	–0.190 (0.010)	30
0919+052	5677 (14)	8.00 (0.00)	1.14 (0.04)	–0.044 (0.016)	45
1026+117	5691 (41)	8.26 (0.07)	17.82 (0.16)	–0.185 (0.005)	55
1309+853	5482 (20)	8.06 (0.08)	8.13 (0.20)	–0.121 (0.010)	45
1330+015	5712 (40)	8.35 (0.08)	7.40 (0.40)	–0.074 (0.033)	60
1503–070	6062 (140)	8.57 (0.09)	2.88 (0.11)	–0.062 (0.021)	45
1514+282	7168 (185)	8.28 (0.07)	2.05 (0.16)	–0.196 (0.012)	45
1713+393	6204 (52)	8.54 (0.08)	2.08 (0.23)	–0.167 (0.076)	45
1814+248A	5998 (62)	8.41 (0.05)	12.05 (0.13)	–0.197 (0.005)	30
1814+248B	5849 (52)	8.24 (0.04)	7.80 (0.10)	–0.198 (0.006)	30
1818+126	5215 (17)	8.10 (0.06)	3.75 (0.13)	–0.109 (0.020)	45

En analysant le tableau 6.1, il est possible de remarquer plusieurs tendances intéressantes. Toutes les naines blanches magnétiques sans compagnon possèdent une température effective compatible avec le désert des non-DA (Bergeron et al. 1997). De plus, pour quatre de ces six étoiles, le décalage nécessaire pour reproduire les spectres observés est assez important ($a_z < -0.100$). Néanmoins, grâce à l’augmentation du nombre de naines blanches étudiées, il ne semble plus s’agir d’une nécessité, car le champ de 0919+052 est peu décalé par rapport au centre de son étoile ($a_z = -0.044$). En ce qui a trait aux systèmes binaires, la déconvolution formelle a permis de constater qu’en discernant 1814+248A et 1814+248B, neuf des onze naines blanches magnétiques se trouvent également dans le désert des non-DA (Bergeron et al. 1997). Aussi, comme dans le cas sans compagnon, le champ magnétique de la grande majorité de ces étoiles doit être fortement décalé ($a_z < -0.095$). La présence d’un compagnon ne semble donc pas influencer les propriétés magnétiques de ces étoiles. Afin d’avoir une vue d’ensemble des données du tableau 6.1 et de ces comportements, la figure 6.1 présente respectivement les distributions des températures effectives, des intensités B_p et des décalages adoptés à la suite des analyses photométriques et spectroscopiques.

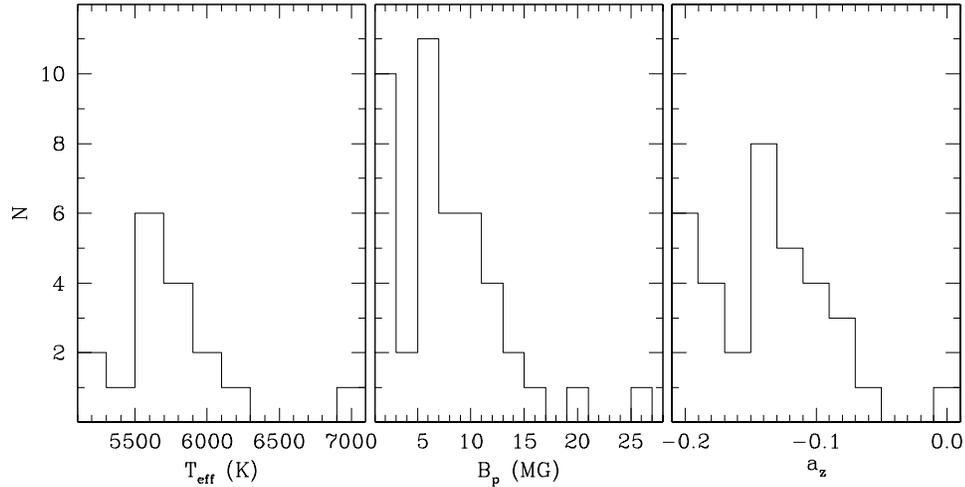


FIGURE 6.1 – Distribution de température (gauche), de champ magnétique (centre) et de décalage a_z (droite) pour l’ensemble des naines blanches magnétiques de l’échantillon.

La figure précédente permet de mieux visualiser les tendances caractéristiques identifiées plus haut. Dans un premier temps, la très grande majorité (88%) des naines blanches magnétiques ont une température effective compatible avec le désert des non-DA identifié par

Bergeron et al. (1997). Il est également possible de constater que leur nombre augmente avec le vieillissement (i.e. refroidissement) de ces étoiles. Ce comportement suggère qu'il existe possiblement un lien entre l'évolution spectrale des naines blanches froides et le magnétisme. Dans un deuxième temps, l'histogramme de droite montre clairement que le dipôle de toutes les naines blanches magnétiques de l'échantillon doit être éloigné de l'observateur. De plus, dans près de 71% des cas, ce décalage doit être assez important ($a_z < -0.100$). Cette déviation de la géométrie dipolaire pure permet d'émettre l'hypothèse que les champs magnétiques en jeu ne sont pas d'origine fossile. En effet, dans le cas contraire, le champ serait essentiellement dipolaire centré, car les moments d'ordre supérieur de l'expansion multipolaire ont un temps de vie beaucoup plus petit que le temps caractéristique de refroidissement des naines blanches (Fontaine, Thomas & Van Horn 1973). Toutefois, il est à noter que la détermination de la nature exacte du mécanisme physique générant ce champ magnétique et la vérification du lien évolutif entre le désert des non-DA et les naines blanches magnétiques froides riches en hydrogène dépassent largement le cadre de cette étude. Dans un dernier temps, il est possible de remarquer que les trois histogrammes de la figure 6.1 ont des formes très similaires. Il y a donc peut-être un lien unissant ces trois quantités physiques. Afin de vérifier cette hypothèse, la figure 6.2 présente respectivement l'intensité du champ magnétique B_p et le décalage a_z en fonction de la température effective.

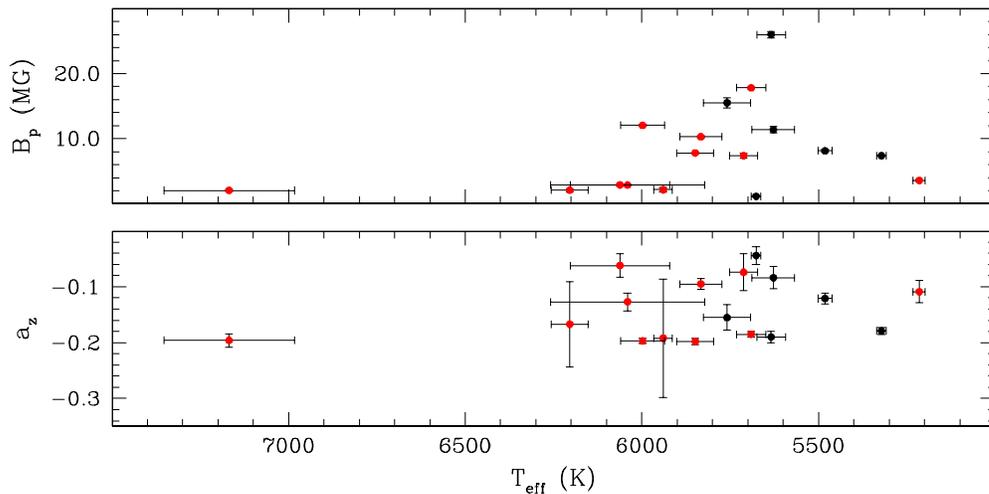


FIGURE 6.2 – Champ magnétique B_p et décalage a_z en fonction de la température effective. Les systèmes binaires ont été identifiés en rouge. Le sens de l'axe de température a été inversé afin de correspondre avec le sens usuel du refroidissement.

En analysant la figure précédente, il est possible de constater que les naines blanches magnétiques faisant partie d'un système binaire sont systématiquement, à l'exception de 1818+126, plus chaudes que les étoiles sans compagnon. La figure 6.2 démontre également que leurs propriétés magnétiques ne semblent pas affectées par la présence d'une seconde naine blanche. De plus, l'intensité B_p et le décalage a_z ne dépendent pas, à première vue, de la température (i.e. de l'âge) de la naine blanche. Cette caractéristique vient renforcer l'hypothèse selon laquelle le champ magnétique de ces étoiles n'est pas d'origine fossile. En effet, comme le refroidissement d'une naine blanche s'effectue sur plusieurs milliards d'années, l'effet d'extinction temporelle serait visible et caractérisée par une diminution de l'intensité B_p en fonction de la température.

Les figures 6.1 et 6.2 ont démontré la présence de nombreuses naines blanches riches en hydrogène et hautement magnétiques dans le désert des non-DA. Avec 88% des étoiles de l'échantillon correspondant à cette description, il est maintenant clair que ce comportement n'est pas une coïncidence et qu'il doit donc exister un lien entre l'incidence du champ magnétique entre 5100 K et 6100 K et l'augmentation du nombre relatif de naines blanches riches en hydrogène dans le même intervalle de températures. Un mécanisme physique doit donc modifier la composition chimique de ces étoiles lors de leur refroidissement. Il est important de mentionner que ce changement ne peut pas être expliqué par l'accrétion de matière inter-stellaire. En effet, l'aspect graduel de ce processus n'est pas compatible avec le fait que les résultats de Bergeron et al. (1997) et Bergeron et al. (2001) suggèrent une transition rapide et nette. Un premier mécanisme physique à considérer est l'interruption du mélange convectif par le champ magnétique. Dans cette situation, la séparation chimique par sédimentation gravitationnelle transformerait rapidement une naine blanche non-DA en DA en ramenant tout l'hydrogène à la surface de l'étoile dans un intervalle de temps relativement court par rapport à la durée caractéristique de son refroidissement. Cette hypothèse comporte toutefois une lacune majeure, car elle n'explique pas l'origine du champ magnétique. Un deuxième scénario potentiel est celui où la convection n'est pas interrompue, mais devient moins efficace lorsque la naine blanche se refroidit. Dans ce cas, l'atmosphère n'est plus mélangée de façon

homogène aussi efficacement et la sédimentation gravitationnelle commence à prendre le dessus. Comme la séparation chimique des éléments causerait des déplacements de charge (i.e. courants) supplémentaires, ce deuxième mécanisme physique pourrait potentiellement induire un champ magnétique. Cette caractéristique permet de satisfaire la restriction imposée sur l'origine du champ. De plus, comme l'hélium est optiquement mince dans le régime de température associé au désert des non-DA (5100-6100 K), seule une faible quantité d'hydrogène est nécessaire en surface pour entraîner l'apparition de raies spectrales et le changement de type spectral. Cette propriété est compatible avec l'exigence d'une transition rapide par rapport au temps de refroidissement. À la lumière de ces différentes considérations, ce deuxième mécanisme physique semble a priori très prometteur. Un troisième mécanisme à considérer est la combinaison des deux hypothèses mentionnées plus haut. La séparation chimique causée par une convection inefficace pourrait induire un champ magnétique. En devenant de plus en plus intense, ce dernier finirait par interrompre complètement la convection et accélérer le changement de type spectral. Ainsi, ce processus hybride expliquerait à la fois la transition rapide et l'origine du champ magnétique.

Pour finir, il peut s'avérer utile de noter les points communs entre la possible transition identifiée dans le cadre de cette étude et celle des DQ chaudes ou «*Hot DQ*» (Dufour et al. 2008; Dufour 2011). Ces dernières sont des naines blanches possédant une atmosphère riche en carbone avec très peu ou pas d'hélium ni d'hydrogène. Tout d'abord, ces deux populations sont composées d'étoiles hautement magnétiques. De plus, elles sont confinées dans des intervalles de températures relativement petits. Finalement, tout comme les non-DA semblent se transformer en DA, l'atmosphère des DQ chaudes redevient riche en hélium dans un délai évolutif relativement court. Ces ressemblances suggèrent que les mécanismes physiques en jeu dans ces deux populations d'étoiles sont très probablement similaires. La compréhension et la caractérisation de ces processus apporteront des informations vitales à la compréhension de l'évolution spectrale des naines blanches.

Chapitre 7

Conclusion

L'analyse photométrique et spectroscopique de 16 naines blanches magnétiques a permis de repousser les limites atteintes par les études antérieures et d'effectuer une caractérisation relativement complète de ces étoiles. En effet, ce processus a démontré que près de 88% des naines blanches magnétiques de l'échantillon possèdent une température effective compatible avec le désert des non-DA défini par Bergeron et al. (1997). Cette caractéristique laisse fortement croire qu'il existe un lien entre l'évolution spectrale des naines blanches froides et le magnétisme. Dans 71% des cas, le dipôle est fortement éloigné du centre de l'étoile ($a_z < -0.10$). Ce résultat suggère que le champ magnétique de ces naines blanches ne peut pas être d'origine fossile. Ce dernier doit donc être généré par un mécanisme physique non identifié. Toutefois, l'interruption de la convection par le champ magnétique, la séparation chimique causée par une convection inefficace et même la combinaison de ces deux effets sont des scénarios pouvant potentiellement expliquer les résultats de cette étude. Finalement, ces analyses ont mis en évidence le fait que 62.5% des naines blanches sélectionnées font partie d'un système binaire. Il est important de noter que cette fonction de «binarité» est très similaire à celle rencontrée dans les populations de sous-naines de type B (sdB). À la lumière de ces différents résultats, il serait utile qu'une nouvelle étude tente de déterminer la nature du mécanisme causant l'évolution spectrale des naines blanches froides et de vérifier si ce dernier est lié à la génération de leur champ magnétique.

Bibliographie

- Achilleos, N., Remillard, R. A., & Wickramasinghe, D. T. 1991, MNRAS, 253, 522
- Allard, N. F., Koester, D., Feautrier, N., & Spielfiedel, A. 1994, A&AS, 108, 417
- Angel, J. R. P., Carswell, R., Strittmatter, P. A., Beaver, E. A., & Harms, R. 1974, ApJ, 194, L47
- Angel, J. R. P., & Landstreet, J. D. 1971, ApJ, 165, L71s
- Angel, J. R. P., & Landstreet, J. D. 1970, ApJ, 160, L147
- Babcock, H. W. 1947, ApJ, 105, 105
- Beauchamp, A. 1995, Thèse de Ph. D., Univ. Montréal
- Bell, K. L. 1980, Journal of Physics B Atomic Molecular Physics, 13, 1859
- Bergeron, P., Leggett, S. K., & Ruiz, M. T. 2001, ApJS, 133, 413
- Bergeron, P., Ruiz, M. T., & Leggett, S. K. 1997, ApJS, 108, 339
- Bergeron, P., Ruiz, M. T., & Leggett, S. K. 1993, ApJ, 407, 733
- Bergeron, P., Ruiz, M. T., & Leggett, S. K. 1992, ApJ, 400, 315
- Bessell, M. S., & Brett, J. M. 1988, PASP, 100, 1134
- Borysow U. G., Jorgensen, A., & Fu, Y. 2001, J. Quant. Spec. Radiat. Transf., 68, 235
- Cohen, M., Wheaton, W. A., & Megeath, S. T. 2003, AJ, 126, 1090

- Dalgarno, A., & Williams, D. A. 1962, *ApJ*, 136, 690
- Dufour, P. 2009, Mémoire de M.Sc., Univ. Montréal
- Dufour, P., White Dwarf Atmosphere and Circumstellar Environments, 2011, p. 53-88
- Dufour, P., Fontaine, G., Liebert, J., Schmidt, G. D., & Behara, N. 2008, *ApJ*, 683, 978
- Eisenstein, D. J., Liebert, J., Harris, H. C., Kleinman, S. J., Nitta, A., Silvestri, N., Anderson, S. A., Barentine, J. C., Brewington, H. J., Brinkmann, J., Harvanek, M., Krzesiński, J., Neilsen, E. H. Jr., Long, D., Schneider, D. P., & Snedden, S. A. 2006, *ApJS*, 167, 40
- Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2001, *PASP*, 113, 409
- Fontaine, G., Thomas, J. H., & Van Horn, H. M. 1973, *ApJ*, 184, 911
- Gänsicke, B. T., Euchner, F., & Jordan, S. 2002, *Å*, 394, 957
- Gatewood, G., & Coban, L. 2009, *AJ*, 137, 402
- Garstang, R. H., & Kemic, S. B. 1974, *Ap&SS*, 31, 103
- Giammichele, N., Bergeron, P., & Dufour, P. 2012, 199, 29
- Girven, J., Gänsicke, B. T., Steeghs, D., & Koester, D. 2011, *MNRAS*, 417, 1210
- Greenstein, J. L., & McCarthy, J. K. 1985, *ApJ*, 1985, 289, 732
- Gustafsson, M. & Frommhold, L. 2003, *Å*, 400, 1161
- Gustafsson M. & Frommhold, L. 2001, *ApJ*, 546, 1168
- Hagen, H.-J., Groote, D., Engels, D., Haug, U., Toussaint, F., & Reimers, D. 1987, *Å*, 183, L7-L8
- Hintzen, P., & Jensen, E. 1979, *PASP*, 91, 492
- Holberg, J. B., & Bergeron, P. 2006, *ApJ*, 132, 1221
- Hummer, D. D., & Mihalas, D. 1988, *ApJ*, 331, 794

- Jester, S., Schneider, D. P., Richards, G. T., Green, R. F., Schmidt, M., Hall, P. B., Strauss, M. A., Vanden Berk, D. E., Stoughton, C., Gunn, J. E., Brinkmann, J., Kent, S. M., Smith, J. A., Tucker, D. L., & Yanny B. 2005, AJ, 130, 873
- John, T. L. 1994, MNRAS, 269, 871
- John, T. L. 1988, å, 193, 189
- John, T. L. 1968, MNRAS, 138, 137
- Jordan, S. 1992, å, 265, 570
- Jørgensen, U. G., Hammer, D., Borysow, A., & Falckesgaard, J. 2000, å, 361, 283
- Kawka, A., & Vennes, S. 2012, MNRAS, 425, 1394
- Kawka, A., Vennes, S., Schmidt, G. D., Wickramasinghe, D. T., & Koch, R. 2007, ApJ, 654, 499
- Kemic, S. B. 1974a, AJ, 193, 213
- Kemic, S. B. 1974b, JILA Rep. 113
- Kemp, J. C., Swedlund, J. B., Landstreet, J. D., & Angel, J. R. P. 1970, ApJ, 161, L77
- Kissel, L. 2000, Radiation Physics and Chemistry, 59, 185
- Kowalski, P. M., & Saumon, D. 2006, AJ, 651, 137
- Külebi, B., Jordan, S., Euchner, F., Gänsicke, B. T., & Hirsch, H. 2009, å, 506, 1341
- Kurucz, R. L. 1970, SAO Special Report, 309
- Landolt, A. U. 1992a, AJ, 104, 372
- Landolt, A. U. 1992b, AJ, 104, 340
- Leggett, S. K. 1992, ApJS, 82, 351
- Liebert, J., Bergeron, P., & Holberg, J. B. 2003, AJ, 125, 348

- Liebert, J., Schmidt, G. D., Sion, E. M., Starrfield, S. G., Green, R. F., & Boroson, T. A. 1985, *PASP*, 97, 158
- Liebert, J., Dahn, C. C., & Sion, E. M. 1983b, *IAU Colloq. proceedings*, 76, 103
- Limoges, M.-M., Lépine, S., & Bergeron, P. 2013, *AJ*, 145, 136
- Martin B., & Wickramasinghe, D. T. 1982, *MNRAS*, 206, 407
- Martin B., & Wickramasinghe, D. T. 1982, *MNRAS*, 200, 993
- Martin, B., & Wickramasinghe, D. T. 1981, *MNRAS*, 196, 23
- Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres* (2nd ed., San Francisco: Freeman)
- Monet, D. G. et al. 2003, *AJ*, 125, 984
- Moran, C., Marsh, T. R., & Dhillon, V. S. 1998, *MNRAS*, 299, 218
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. 1986, Cambridge: University Press, 1986
- Preston, G. 1970, *ApJ*, 160, L143
- Putney, A. 1995, *ApJ*, 451, L60
- Putney, A., & Jordan, S. 1995, *ApJ*, 449, 863
- Salim, S., & Gould, A. 2003, *ApJ*, 582, 1011
- Schmidt, G. D., et al. 2003, *ApJ*, 595, 1101
- Schmidt, G. D., Stockman, H. S., Smith, P. S. 1992, *ApJ*, 398, 57
- Seaton, M. J., Zeippen, C. J., Tully, J. A., Prandhan, A. K., Mendoza, C., Hibbert, A., & Berrington, K. A. 1992, *Rev. Mexicana Astron. Af.*, 23, 19
- Stancil, P. C. 1994, *ApJ*, 430, 360
- Subasavage, J. P., Jao, W. C., Henry, T. J., Bergeron, P., Dufour, P., Ianna, P. A., Costa, E., & Mendez, R. A. 2009, *AJ*, 137, 4547

- Subasavage, J. P., Henry, T. J., Bergeron, P., Dufour, P., Hambly, N. C., & Beaulieu, T. D. 2007, *AJ*, 134, 252
- Swedlund, J. B., Wolstencroft, R. D., Michalsky, J. J., & Kemp, J. C. 1974, *ApJ*, 187, L121
- Tremblay, P.-E., & Bergeron, P. 2009, *ApJ*, 696, 1755
- Tremblay, P.-E. 2007, Mémoire de M.Sc., Univ. Montréal
- Vanlandingham, K. M., Schmidt, G. D., Eisentein, D. J., Harris, H. C., Anderson, S. F., Hall, P. B., Liebert, J., Schneider, D. P., Silvertri, N. M., Stinson, G. S., & Wolfe, M. A. 2005, *AJ*, 130, 734
- Wesemeal, F., Greenstein, J. L., Liebert, J., Lamontagne, R., Fontaine, G., Bergeron, P., & Glaspey, J. W. 1993, *PASP*, 105, 761
- Wesemael, F., van Horn, H. M., Savedoff, M. P., & Auer, L. H. 1980, *ApJS*, 43, 159
- Wickramasinghe, D. T., & Ferrario, L. 2000, *PASP*, 112, 873
- Wickramasinghe, D. T., & Martin, B. 1979, *MNRAS*, 188, 165

Annexe A

Compléments mathématiques

A.1 Résolution de l'équation de Laplace

L'équation de Laplace est une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre apparaissant dans de nombreuses branches de la physique telles la mécanique newtonienne, l'électromagnétisme, la propagation de la chaleur et la diffusion. Dans sa forme la plus générale, elle est donnée par

$$\nabla^2 \Phi = 0 \tag{A.1}$$

où $\Phi = \Phi(\mathbf{r})$ est une fonction scalaire. Dans le cas particulier où les conditions aux frontières du problème ne sont pas planes ou cylindriques, il est plus utile d'explicitier l'équation précédente en coordonnées sphériques à l'aide de la relation A.30:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0 \tag{A.2}$$

De plus, en supposant que le système est invariant sous rotation (i.e. Φ est indépendant de ϕ), l'équation précédente se réduit alors à

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = 0 \tag{A.3}$$

Afin de résoudre cette équation différentielle, il peut s'avérer judicieux d'avoir recours à la

méthode de séparation des variables. Autrement dit, nous cherchons une solution ayant la forme suivante:

$$\Phi(\mathbf{r}) = R(r) \Theta(\theta) \quad (\text{A.4})$$

En insérant cette solution dans l'équation A.3 et en divisant le tout par Φ , nous obtenons la relation

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Comme le premier terme dépend uniquement de r et le second uniquement de θ , l'équation précédente sera satisfaite si et seulement si chacun de ses termes est constant. Ainsi, il suit que

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) = l(l+1) R \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = -l(l+1) \Theta \sin \theta \quad (\text{A.7})$$

où les dérivées partielles ont été changées en dérivées totales, car ces relations dépendent maintenant que d'une seule variable. Les solutions générales des équations A.6 et A.7 sont connues et peuvent s'écrire sous forme analytique. En effet, elles sont données par

$$R(r) = Ar^l + \frac{B}{r^{l+1}} \quad (\text{A.8})$$

$$\Theta(\theta) = P_l(\cos \theta) \quad (\text{A.9})$$

où les A_l et les B_l sont des constantes arbitraires dépendant des conditions aux frontières et $P_l(\cos \theta)$ est le l -ième polynôme de Legendre tel que défini par la formule de Rodrigues:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx} \right)^l (x^2 - 1)^l \quad (\text{A.10})$$

Il est important de mentionner que la relation A.10 n'est valide que pour des valeurs de l positives. De plus, comme l'équation A.7 est du deuxième ordre, il doit exister deux solutions distinctes permettant de couvrir toutes les valeurs possibles de l . Toutefois, cette seconde solution tend vers l'infini à $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$ et est donc à rejeter d'un point de vue physique. En substituant les solutions A.8 et A.9 dans l'équation A.4 et en prenant la combinaison linéaire de tous les ordres l , la solution générale de l'équation de Laplace pour une géométrie avec symétrie azimutale est donc

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \quad (\text{A.11})$$

A.2 Dérivation du champ magnétique multipôlaire

Soit une densité de courant arbitrairement complexe $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$. Afin de simplifier les calculs, considérons uniquement les régions de l'espace pour lesquelles $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = 0$. Dans ces régions, les équations de Maxwell s'écrivent

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.13})$$

Il est alors possible, en vertu du théorème d'Helmholtz-Hodge, de définir le champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ à parti d'un potentiel scalaire $\Phi(\mathbf{r})$ satisfaisant la relation

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi \quad (\text{A.14})$$

De plus, ce potentiel doit également être solution de l'équation de Laplace, car l'équation A.13 peut se réécrire

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (-\nabla\Phi) = \nabla^2\Phi = 0 \quad (\text{A.15})$$

Ainsi, pour un système possédant une symétrie azimutale, le potentiel Φ doit nécessairement

être donné par l'équation A.11. En la combinant à l'équation A.14, il vient naturellement que

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \right) \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= -\sum_{l=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= -\sum_{l=0}^{\infty} \left(l A_l r^{l-1} - (l+1) \frac{B_l}{r^{l+2}} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{(l+1) B_l}{r^{l+2}} - l A_l r^{l-1} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^{l-1} + \frac{B_l}{r^{l+2}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{(l+1) B_l}{r^{l+2}} - \frac{l A_l}{r^{1-l}} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{A_l}{r^{1-l}} + \frac{B_l}{r^{l+2}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}}
\end{aligned}$$

où la composante $\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}$ du gradient (équation A.29) a volontairement été laissée de côté, car Φ n'est pas fonction de ϕ . En regroupant les deux sommes, l'expression du champ magnétique associé à la densité de courant arbitraire $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ est finalement donné par

$$\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \left(\frac{(l+1) B_l}{r^{l+2}} - \frac{l A_l}{r^{1-l}} \right) P_l(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \left(\frac{A_l}{r^{1-l}} + \frac{B_l}{r^{l+2}} \right) \frac{\partial P_l(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right\}} \quad (\text{A.16})$$

dans un repère $\{r, \theta, \phi\}$ orienté de telle sorte que l'axe magnétique coïncide avec l'axe z en raison de la symétrie azimutale.

A.2.1 Forme générale du potentiel magnétique dipolaire

Soit une densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ équivalente à un dipôle ponctuel. Dans cette situation, le seul terme d'intérêt dans l'équation A.11 est celui pour lequel $l = 1$. Le potentiel scalaire magnétique se réduit alors à

$$\Phi(\mathbf{r}) = \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) P_1(\cos \theta) \quad (\text{A.17})$$

en explicitant le polynôme de Legendre $P_1(\cos \theta)$ avec la formule de Rodrigues (équation A.10), il suit que

$$\begin{aligned}
\Phi(\mathbf{r}) &= \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) \left(\frac{1}{2^1 (1)!} \left(\frac{d}{d(\cos \theta)} \right)^1 \left((\cos \theta)^2 - 1 \right)^1 \right) \\
\Phi(\mathbf{r}) &= \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{d}{d(\cos \theta)} \left((\cos \theta)^2 - 1 \right) \right) \\
\Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2} \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) \frac{d}{d(\cos \theta)} \left((\cos \theta)^2 - 1 \right) \\
\Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2} \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) (2 \cos \theta) \\
\Phi(\mathbf{r}) &= \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2} \right) \cos \theta
\end{aligned}$$

Afin de s'assurer que Φ ne diverge pas lorsque r tend vers l'infini, il est nécessaire d'imposer la condition aux frontières $A_1 = 0$. Ainsi, le potentiel magnétique dipolaire est donc

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{B_1 \cos \theta}{r^2} \quad (\text{A.18})$$

En utilisant l'équation A.31 et en se souvenant que, par construction, l'axe magnétique coïncide avec l'axe z ($\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{m}}$), l'équation précédente peut se réécrire sous la forme générale

$$\boxed{\Phi(\mathbf{r}) = \frac{B_1 (\hat{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{r}})}{r^2}} \quad (\text{A.19})$$

A.2.2 Forme générale du champ magnétique dipolaire

Comme à la section précédente, considérons une densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ équivalente à un dipôle ponctuel. Une fois de plus, le seul terme d'intérêt est celui pour lequel $l = 1$. Dans ce cas, le champ magnétique donné par l'équation A.16 se réduit à

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \left(\frac{2B_1}{r^3} - A_1 \right) P_1(\cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \left(A_1 + \frac{B_1}{r^3} \right) \frac{\partial P_1(\cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A.20})$$

De façon analogue au développement pour le potentiel Φ , il est nécessaire de s'assurer que \mathbf{B} ne diverge pas lorsque r tend vers l'infini. La condition aux frontières $A_1 = 0$ doit donc de nouveau être imposée. De plus, en explicitant le polynôme de Legendre $P_1(\cos \theta)$ avec la formule de Rodrigues (équation A.10), il vient que

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \left(\frac{2B_1}{r^3} - A_1 \right) \left(\frac{1}{2} \frac{d(\cos^2 \theta - 1)}{d(\cos \theta)} \right) \hat{\mathbf{r}} - \frac{B_1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \frac{d(\cos^2 \theta - 1)}{d(\cos \theta)} \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{2B_1}{r^3} \right) \frac{d(\cos^2 \theta - 1)}{d(\cos \theta)} \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{2} \frac{B_1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{d(\cos^2 \theta - 1)}{d(\cos \theta)} \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{B_1}{r^3} (2 \cos \theta) \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{2} \frac{B_1}{r^3} \frac{\partial (2 \cos \theta)}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{2B_1}{r^3} \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \frac{B_1}{r^3} (-\sin \theta) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{2B_1}{r^3} \cos \theta \hat{\mathbf{r}} + \frac{B_1}{r^3} \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= B_1 \left(\frac{2 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= B_1 \left(\frac{2 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= B_1 \left(\frac{3 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} - \frac{\cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \\
\mathbf{B}(\mathbf{r}) &= B_1 \left(\frac{3 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} - \left(\frac{\cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} - \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \right)
\end{aligned}$$

En se souvenant que, par construction, l'axe magnétique coïncide avec l'axe z ($\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{m}}$) et en utilisant les équations A.31 et A.36, l'expression du champ magnétique dipolaire peut se réécrire sous la forme générale suivante:

$$\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_1 \left(\frac{3(\hat{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\hat{\mathbf{m}}}{r^3} \right)} \quad (\text{A.21})$$

A.2.2.1 Application: champ dipolaire basculé

Soit un champ magnétique généré par un dipôle ponctuel situé à l'origine et caractérisé par un repère $\{x', y', z'\}$ orienté de telle sorte que $\hat{\mathbf{z}}'$ coïncide avec $\hat{\mathbf{m}}$. Dans cette configuration, l'équation A.21 devient trivialement

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_1 \left(\frac{3(\hat{\mathbf{z}}' \cdot \hat{\mathbf{r}}) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\hat{\mathbf{z}}'}{r^3} \right) \quad (\text{A.22})$$

Considérons maintenant un second référentiel $\{x, y, z\}$ relié au repère du dipôle par une rotation d'un angle i autour de l'axe $y' = y$. En servant de la relation A.39 se trouvant à l'annexe

A.3, le champ magnétique du dipôle peut se réécrire

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_1 \left(\frac{3((\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \cos i - (\hat{\mathbf{x}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \sin i) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\hat{\mathbf{z}} \cos i - \hat{\mathbf{x}} \sin i}{r^3} \right) \quad (\text{A.23})$$

En utilisant les relations entre vecteurs unitaires de l'annexe A.3, l'équation A.23 devient alors

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{B_1}{\csc i} \left(\frac{3(\cos \theta \cot i - \sin \theta \cos \phi) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\cot i \hat{\mathbf{z}} - (\sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}})}{r^3} \right) \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{B_1}{\csc i} \left(\frac{(3 \cos \theta \cot i - 2 \sin \theta \cos \phi) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\cot i (\cos \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}) - \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}}{r^3} \right) \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{B_1}{\csc i} \left(\frac{2(\cos \theta \cot i - \sin \theta \cos \phi) \hat{\mathbf{r}}}{r^3} - \frac{\sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}} - \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \theta \cot i \hat{\boldsymbol{\theta}}}{r^3} \right) \end{aligned}$$

En regroupant les termes et en substituant $(\csc i)^{-1}$ pour $\sin i$, le champ magnétique dipolaire est finalement donné par

$$\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_1 \sin i \left(\frac{2(\cos \theta \cot i - \sin \theta \cos \phi)}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta \cot i + \cos \theta \cos \phi}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \frac{\sin \phi}{r^3} \hat{\boldsymbol{\phi}} \right)} \quad (\text{A.24})$$

Ainsi, lorsque que les deux systèmes de coordonnées coïncident (i.e. $i = 0$), la relation précédente se réduit à

$$\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_1 \left(\frac{2 \cos \theta}{r^3} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\sin \theta}{r^3} \hat{\boldsymbol{\theta}} \right)} \quad (\text{A.25})$$

A.2.2.2 Application: norme d'un champ dipolaire basculé

De façon générale, l'intensité $B(\mathbf{r})$ d'un champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ peut être exprimée à l'aide de la relation suivante:

$$B(\mathbf{r}) = |\mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})|^{1/2} \quad (\text{A.26})$$

En explicitant le produit scalaire composante par composante, l'équation précédente devient

$$\begin{aligned}
B(\mathbf{r}) &= \left| B_r^2 (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) + B_\theta^2 (\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}) + B_\phi^2 (\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}}) \right|^{1/2} \\
B(\mathbf{r}) &= \left| B_r^2 + B_\theta^2 + B_\phi^2 \right|^{1/2} \\
B(\mathbf{r}) &= \left| B_r^2 + B_{ang}^2 \right|^{1/2}
\end{aligned}$$

où B_r^2 la contribution de la composante radiale et B_{ang}^2 représente la contribution des composantes angulaires. Cette dernière, plus complexe, est donnée par

$$\begin{aligned}
B_{ang}^2 &= B_\theta^2 + B_\phi^2 \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin \theta \cos i + \cos \theta \cos \phi \sin i)^2}{r^6} + \frac{B_1^2 \sin^2 \phi \sin^2 i}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin^2 \theta \cos^2 i + 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi \sin i \cos i + \cos^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} + \frac{B_1^2 \sin^2 \phi \sin^2 i}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin^2 \theta \cos^2 i + 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi \sin i \cos i + \cos^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i + \sin^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin^2 \theta \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i + \cos^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i + \sin^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin^2 \theta \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i + (1 - \sin^2 \theta) \cos^2 \phi \sin^2 i + \sin^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\sin^2 \theta \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i - \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i + \sin^2 i (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi))}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 ((1 - \cos^2 \theta) \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i - \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i + \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (\cos^2 i + \sin^2 i - \cos^2 \theta \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i - \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (1 - \cos^2 \theta \cos^2 i + \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i - \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i)}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (1 - (\cos^2 \theta \cos^2 i - \sin(2\theta) \cos \phi \sin i \cos i + \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i))}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2 (1 - (\cos^2 \theta \cos^2 i - 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi \sin i \cos i + \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 i))}{r^6} \\
B_{ang}^2 &= \frac{B_1^2}{r^6} \left(1 - (\cos \theta \cos i - \sin \theta \cos \phi \sin i)^2 \right)
\end{aligned}$$

En remettant cette expression de la contribution angulaire dans la version explicite de l'équation A.26, il vient que

$$B(\mathbf{r}) = \left| B_r^2 + B_{ang}^2 \right|^{1/2}$$

$$B(\mathbf{r}) = \left| \frac{B_1^2}{r^6} (2(\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i))^2 + \frac{B_1^2}{r^6} (1 - (\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2) \right|^{1/2}$$

$$B(\mathbf{r}) = \left(\frac{4B_1^2}{r^6} (\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2 + \frac{B_1^2}{r^6} (1 - (\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2) \right)^{1/2}$$

$$B(\mathbf{r}) = \frac{B_1}{r^3} \left(4(\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2 + 1 - (\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2 \right)^{1/2}$$

En regroupant les différents termes, l'intensité du champ magnétique dipolaire peut finalement s'écrire

$$\boxed{B(\mathbf{r}) = \frac{B_1}{r^3} \left(3(\cos\theta \cos i - \sin\theta \cos\phi \sin i)^2 + 1 \right)^{1/2}} \quad (\text{A.27})$$

En conséquent, dans le cas particulier où les deux repères coïncident (i.e. $i = 0$), la relation précédente se réduit à

$$\boxed{B(\mathbf{r}) = \frac{B_1}{r^3} \left(3\cos^2\theta + 1 \right)^{1/2}} \quad (\text{A.28})$$

A.3 Identités mathématiques diverses

A.3.1 Opérateurs différentiels en coordonnées sphériques

Gradient:

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial\Phi}{\partial\phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (\text{A.29})$$

Laplacien:

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial\Phi}{\partial\phi^2} \quad (\text{A.30})$$

A.3.2 Relations entre vecteurs unitaires

Sphériques vers cartésiens:

$$\hat{\mathbf{r}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{A.31})$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{A.32})$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}} \quad (\text{A.33})$$

Cartésiens vers sphériques:

$$\hat{\mathbf{x}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (\text{A.34})$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (\text{A.35})$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A.36})$$

Rotation autour de l'axe y :

$$\hat{\mathbf{x}}' = \cos \xi \hat{\mathbf{x}} + \sin \xi \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{A.37})$$

$$\hat{\mathbf{y}}' = \hat{\mathbf{y}} \quad (\text{A.38})$$

$$\hat{\mathbf{z}}' = -\sin \xi \hat{\mathbf{x}} + \cos \xi \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{A.39})$$