

Université de Montréal

Transport de particules massives dans un fluide turbulent :  
application à l'érosion due au sable sur les parois d'une turbine  
hydraulique.

par

Stephen Bergeron

Département de physique

Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiæ Doctor (Ph.D.)  
en physique

21 janvier 1999

© Stephen Bergeron, 1998



QC  
3  
U54  
1999  
v. 010

Université de Montréal

Transport de particules massives dans un fluide turbulent :  
application à l'érosion due au sable aux faibles vitesses  
hydrologiques.

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophie Doctor (Ph.D.)  
en physique

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophie Doctor (Ph.D.)  
en physique

21 janvier 1999



Dr. Stéphane Brisson, 1999

Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée :

Transport de particules massives dans un fluide turbulent :  
application à l'érosion due au sable sur les parois d'une turbine  
hydraulique.

présentée par :

Stephen Bergeron

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

Bernard Goulard	président-rapporteur
Alain Vincent	membre du jury (directeur de recherche)
Jean-Yves Trépanier	membre du jury
Michel Rieutord	examineur externe
Anne Bourlioux	représentante du doyen de la F.E.S.

Thèse acceptée le 15 janvier 1999

# Sommaire

Le transport de particules massives par un champ turbulent est un vaste domaine de la mécanique des fluides. Il possède de nombreuses applications comme par exemple le transport de sable dans une turbine hydraulique. En raison de la dureté des grains de quartz et des grandes vitesses de collision avec les parois métalliques, un phénomène d'érosion intensif se produit. Les dommages résultants peuvent diminuer le rendement de la turbine au cours des quelques mois suivant la mise en opération. L'objectif de cette thèse est de mettre au point un outil permettant de prédire ces zones d'érosion. Ce projet de recherche en contexte industriel a été réalisé en collaboration avec la compagnie General Electric Hydro du Canada.

Dans un régime hautement turbulent, il est possible d'obtenir une expression suffisamment générale en utilisant une formulation partiellement empirique : l'équation de Basset-Boussinesq-Oseen modifiée. Ce choix de modèle tient compte du niveau de précision recherché et de la méthode numérique employée afin de résoudre la phase fluide. Il permet aussi d'éliminer plusieurs ambiguïtés fréquemment rencontrées dans la littérature et implementées dans certains codes commerciaux courants. La formulation mathématique du problème est effectuée dans un espace mixte Euler-Lagrange. Les paramètres dynamiques sont reliés au type de particules et à l'intensité de la turbulence.

Le code numérique résultant est le plus performant développé à ce jour (août 1998). Les trajectoires de plusieurs centaines de milliers de particules peuvent être simulées et visualisées de manière interactive sur une station de travail (SGI R4K, R8K et R10K). L'utilisateur du logiciel est libre de se

déplacer dans l'espace à l'aide d'un environnement similaire à un "simulateur de vol". Il peut ainsi analyser les détails du processus d'érosion de même que l'écoulement du fluide dans la turbine. Les zones d'érosion obtenues à l'aide de ce logiciel correspondent très bien avec celles observées sur le terrain.

Une parallélisation à gros grain ("coarse grain parallelism") est incluse intrinsèquement dans l'algorithme résultant. Une version du logiciel utilisant le passage de message sur un réseau hétérogène de stations de travail a été mise au point et est utilisée dans le cas de géométries de taille intermédiaire. Cette implémentation permet ainsi de rentabiliser l'utilisation des stations de travail déjà disponibles plutôt que de recourir à un serveur plus coûteux, ce qui est un avantage dans un contexte de recherche industrielle.

# Table des matières

Sommaire	iii
Liste des tableaux	viii
Table des figures	ix
Liste des symboles	xi
Avant-propos	xiv
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Sur le transport de sable dans l'eau . . . . .	1
1.2 <i>Silt erosion in hydraulic turbines : the need of real time numerical simulations</i> . . . . .	6
1.3 Présentation de la thèse . . . . .	14
<b>2 Interaction fluide-particule</b>	<b>15</b>
2.1 Fluide monophasique incompressible . . . . .	15
2.1.1 Principe de similitude . . . . .	16
2.1.2 Modèles de turbulence . . . . .	18
2.2 Ajout d'une particule solide . . . . .	20
2.2.1 Modification de la turbulence . . . . .	22
2.2.2 Viscosité et traînée de Stokes . . . . .	25
2.2.3 Équation de Basset-Boussinesq et Oseen . . . . .	28
2.2.4 Approche phénoménologique . . . . .	32

<b>3</b>	<b>Calcul en temps réel et algorithme numérique</b>	<b>37</b>
3.1	Erreur stochastique et performance . . . . .	38
3.2	Localisation . . . . .	40
3.2.1	Conditions périodiques . . . . .	43
3.2.2	Murs solides et érosion . . . . .	44
3.3	Interpolation . . . . .	46
3.4	Calcul du gradient de pression . . . . .	48
3.5	Reconstruction des petites échelles . . . . .	50
3.6	Discretisation temporelle . . . . .	53
<b>4</b>	<b><i>Implementation strategies for real-time particle transport solver</i></b>	<b>54</b>
4.1	Matrix form of particle transport . . . . .	56
4.2	Accuracy measurement . . . . .	62
4.3	Size distribution and MPI Implementation . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Application à l'érosion due au sable dans les turbines hydrauliques</b>	<b>71</b>
<b>6</b>	<b><i>Real Time Numerical Simulations of Particle Transport and Abrasion Processes in Hydraulic Turbines</i></b>	<b>76</b>
6.1	Particle Transport . . . . .	78
6.1.1	Turbulent Fluid Fluctuations and Particle Motion . . . . .	80
6.1.2	Solid Surfaces . . . . .	81
6.2	Elbow Pipe Flow . . . . .	83
6.3	Conclusion . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>89</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>93</b>
<b>A</b>	<b>Analyse d'un site existant</b>	<b>xv</b>

B Les contraintes informatiques	xvii
C <i>Amélioration et mise au point d'un outil graphique à haute performance dans un contexte de supercalculateur</i>	xxii
Notes et commentaires	xxxvi
Remerciements	xxxix



# Liste des tableaux

3.1	Liste des fonctions de pondérations $f_i(\vec{w})$ utilisées pour le schéma d'interpolation hexaédral à 27 noeuds LagrHex27. Ici $W_i^- = (w_i - 1)w_i$ , $W_i^+ = (w_i + 1)w_i$ et $W_i^0 = (w_i + 1)(w_i - 1)$ pour $i = 1, 2, 3$ . . . . .	48
3.2	Liste des matrices cofacteurs $\beta_{ij}$ de la métrique inverse $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ . . . . .	50
4.1	Liste des matrices utilisées afin de calculer le correcteur du schéma numérique. . . . .	59
6.1	Maxima d'érosion obtenus pour diverses tailles de particules dans le coude . . . . .	84
B.1	Liste des commandes "simulateur de vol" de la dernière version du logiciel. . . . .	xxi
C.1	Squelette du programme principal en X11 . . . . .	xxvii
C.2	Ensemble d'événements X11 permettant d'interpréter les commandes de l'utilisateur . . . . .	xxvii

# Table des figures

1.1	Interaction de la particule avec un champ de vitesse bidimensionnel simple . . . . .	3
1.2	Photographies d'une roue de turbine hydraulique après 4 ans d'utilisation. . . . .	12
1.3	Intensité de l'érosion dans une turbine Francis telle que prédite par nos simulations numériques. . . . .	13
2.1	Les neuf degrés de liberté de la particule . . . . .	21
2.2	Facteur de correction pour les régimes de Allen et Newton (Shyy 1989). . . . .	33
3.1	Estimation de l'erreur stochastique. . . . .	39
3.2	Exemple de grille déformée . . . . .	42
3.3	Définition des angles caractérisant les conditions aux frontières	44
3.4	Coefficients de restitution mesurés expérimentalement par Grant & Tabakoff (1975, cité par Jun & Tabakoff 1994) pour le rebond de sable sur de l'acier inoxydable. . . . .	45
3.5	Numérotation des noeuds utilisés pour le schéma d'interpolation hexaédral à 27 noeuds . . . . .	47
3.6	Comparaison des noeuds utilisés pour les schémas d'interpolation linéaire TS8 et Lagrangien hexaédral à 27 noeuds LagrHex27	49
3.7	Critères utilisés dans le modèle de Dukowicz (1980) . . . . .	51
4.1	Exemple d'une simulation typique dans la turbine hydraulique	64

4.2	Performances obtenues sur un réseau de stations de travail . . .	65
5.1	Les composantes d'une turbine hydraulique. . . . .	73
5.2	Trajectoire de 5000 particules dans le distributeur et zones d'érosion associées. . . . .	75
5.3	Trajectoire des particules dans l'aspirateur après 3.5 et 8.6 secondes . . . . .	75
6.1	Facteurs de correction et régime de traînée . . . . .	80
6.2	Notation utilisée pour les angles . . . . .	81
6.3	Dépendance angulaire du taux d'érosion pour différents maté- riaux . . . . .	82
6.4	Zones d'érosion typiques observées dans le tuyau courbé . . .	84
6.5	Profil d'érosion sans modèle de fluctuations turbulentes . . . .	85
6.6	Profil d'érosion avec modèle de fluctuations turbulentes . . . .	85
C.1	Illustration de l'aspect algorithmique de OpenGL. . . . .	xxx
C.2	Visualisation d'un champ de données provenant d'une simula- tion numérique directe à haute résolution . . . . .	xxxv
C.3	Angles caractérisant la collision de deux particules . . . . .	xxxvii

# Liste des symboles

symbole	signification
$[n]$	renvoi à la section "Notes et commentaires"
$a$	rayon d'une particule sphérique
$c$	concentration
$D$	coefficient de diffusion moléculaire
$\frac{D}{Dt}$	dérivée Lagrangienne
$\vec{d}$	vecteur unitaire de séparation
eg	par exemple, <i>en latin</i> , " <i>exempli gratia</i> "
éq.	équation
$e_n$	coefficients de restitution, composante normale
$e_t$	coefficients de restitution, composante transversale
$f$	fonctions de pondérations
$f$	indice contravariant de phase liquide
fig.	figure
$Fr$	nombre de Froude
ie	cela est, <i>en latin</i> , " <i>id est</i> "
$i, j, k$	indice spatial covariant
$k_1, k_e$	constante de viscosité, modèle de suspension
$k - \epsilon$	modèle de turbulence "k epsilon"
$l_D$	échelle de dissipation
$M$	noeuds du maillage

symbole	signification
$m_p$	masse d'une particule
$n_j$	vecteur unitaire normal à une surface
$\vec{n}$	vecteur unitaire normal à une surface
$P$	pression
$p, p1, p2$	indices contravariant de phase solide
$Re$	nombre de Reynolds pour le fluide
$Re_p$	nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la particule,
$S$	champ scalaire
$St$	nombre de Stokes
$\int_S dS$	intégrale de surface
$\vec{v}, \vec{w}$	vitesse notation vectorielle
$v_i, w_i$	vitesse notation tensorielle
$v, w$	vitesse notation simplifiée (cas 1D)
$w$	coordonnée locale
$W$	vitesse de chute libre
$\vec{x}$	position notation vectorielle
$x_i$	position notation tensorielle
$x$	position notation simplifiée
$x, y, z$	indice covariant selon l'axe des $z$
$\alpha$	fréquence de réponse
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker
$\delta t$	pas de temps discret
$\partial_i$	dérivé partielle selon la composante Euclidienne $i$
$\epsilon_{ijk}$	epsilon de Levi-Cevita
$\theta$	angle d'incidence
$\mu$	viscosité dynamique (masse/temps longueur)
$\nu$	viscosité cinématique (longueur <sup>2</sup> /temps)

symbole	signification
$\nu_s$	viscosité cinématique de suspension
$\xi$	coordonnée numérique locale
$\rho$	densité
$\tau_{ij}$	tenseur de Reynolds
$\tau_r$	temps de réponse
$\Omega$	vitesse angulaire de rotation de la particule
$\omega$	vitesse angulaire du repère tournant

# Avant-propos

“Whatever else 1998 brings, one factor is certain : universities across the world will come under increasing strain as they attempt to meet diverse and often conflicting demands. In the process, those responsible for university research will face increasingly difficult decisions as they seek to satisfy their paymasters.

Many of the tensions reflect the central role universities are taking on as the 'knowledge producers' of modern economies. There is, for example, conflict between governments' desire to see the production of large numbers of highly trained graduates and their growing reluctance to cover the full costs of doing so from the public purse. At the same time, pressure to mould university research to pay its way by producing useful results now, while beneficial in the short-term, may jeopardize its ability to perform effectively in the longer term.”

*Universities face global challenge*, Nature, Vol. 391, pp 5.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Sur le transport de sable dans l'eau

Cette thèse de Doctorat est axée sur la modélisation du transport de particules de sable dans une turbine hydraulique. Pour cela, nous avons développé un logiciel permettant de prédire les zones d'érosion résultant des collisions avec les parois métalliques (Bergeron et al. 1997). Une partie de cette étude a été effectuée en collaboration avec la compagnie General Electric Hydro du Canada. La géométrie de la turbine ainsi que les champs de vitesse et pression associés sont donc d'origine industrielle.

Les travaux sur le sujet sont discrets car les projets de recherche sont souvent effectués sous le couvert du secret industriel. Il suffit de parcourir Grosse et al. (1994) pour s'en convaincre : les informations fournies par l'auteur, concernant les modèles d'érosion et de transport sont clairement incomplètes. Il apparaît tout de même que les hypothèses physiques référencées dans la littérature sont souvent contradictoires. L'approche de Drtina & Krause (1994) est typique. Ces auteurs emploient une correction à la traînée de Stokes en plus du terme de Basset. Malheureusement les données fournies par Drtina & Krause (1994) ou par Grosse et al. (1994) ne permettent pas de juger de la pertinence de leur modèles respectifs. Une autre approche utilisée



concrètement dans le but de prédire la durée de vie des projets hydrauliques consiste à construire une base de données en recueillant le maximum d'informations sur le terrain et d'en déduire des lois empiriques *à posteriori* (Grein & Krause 1994). Cette approche est celle retenue par Simoneau et al. (1994) et par Zu-Yan (1996). Elle est mieux adaptée au projet déjà existant mais ne sera pas retenue ici.

Le transport de particules massives par un fluide est une branche active de la mécanique des fluides qui englobe des applications aussi variées que la prédiction de l'accumulation des sédiments près des zones côtières (Maxey 1987a) ou que le design de filtres pour chambres blanches (Uijtewaal & Olie-mans 1996). Elle touche des domaines tels que la biologie marine (Abraham 1998), le génie mécanique (Jun & Tabakoff 1994) et l'environnement (Maxey 1987a). En général, le but de ces applications est de modéliser un phénomène de dépôt ou de concentration de particules. La prédiction de la formation de givre sur une aile d'avion en est un bon exemple (Potapczuk 1995).

Dans le cas où les particules en présence ne possèdent pas d'inertie (rayon nul), il ne peut pas y avoir de dépôt à proprement parler. Tout au plus y a-t'il un phénomène de piégeage par les tourbillons (Mostafa 1992; Ferguson & Stock 1993). Les trajectoires des particules correspondent alors exactement aux lignes de courant du fluide : les particules sont *Lagrangiennes*. Un ensemble de particules (nuage) peut alors être décrit comme un traceur passif transporté (advection) sans diffusion (Pierrehumbert & Yang 1993).

Au contraire, si les particules possèdent un rayon non nul, l'interaction entre le fluide et les particules est plus complexe. Le phénomène de transport est aussi plus complexe et fait intervenir une dynamique non linéaire. Par exemple, un écoulement de fluide laminaire ayant un nombre de Reynolds pratiquement nul peut produire des trajectoires de particule chaotiques (Maxey & Corrsin 1986). La prédiction de zones d'accumulation pour des particules massives est donc généralement plus difficile que dans le cas de particules purement Lagrangiennes (Eaton & Fessler 1994). La gravité et l'inertie in-

duisent une réaction plus complexe des particules en réponse aux petites fluctuations présentes dans le fluide (Mostafa 1992; Ferguson & Stock 1993).

La figure 1.1 schématise qualitativement deux cas typiques permettant de mieux comprendre cet effet. La particule est supposée de densité supérieure à celle du fluide environnant. À gauche, nous avons le cas d'un champ de vitesse convergent, caractérisé par un fort taux de déformation et par une faible vorticité. Dans ce cas, une forte concentration de particules apparaîtra éventuellement près de l'axe vertical. Le cas d'un vortex bidimensionnel stable est montré à droite. L'inertie de la particule empêche celle-ci de suivre les lignes de courant et elle spirale vers l'extérieur du vortex sous l'effet de la force centripète. Dans ce cas, le centre du tourbillon est un minimum de concentration pour les particules. Ces deux phénomènes ont été mis en évidence expérimentalement et numériquement dans le cas d'une couche de mélange plane (fig. 1, 7 et 9 de Wen et al. 1992).

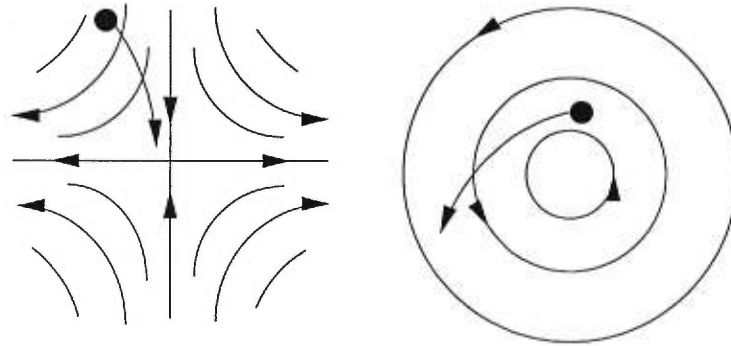


FIG. 1.1: Interaction de la particule avec un champ de vitesse bidimensionnel simple : Illustration de l'influence de l'inertie d'après Eaton & Fessler (1994). Puisque la particule est massive, elle ne peut suivre les lignes de courant du fluide. Il s'ensuit des zones privilégiées d'accumulation de particules.

La dynamique des particules permettant de coupler la phase discrète et la phase continue, dépend fortement du problème considéré et du niveau de précision recherché (Stock 1996). Dans le cas du sable dans l'eau, la forme exacte de l'équation du mouvement dépend du régime de traînée perçu par la particule. Pour un écoulement rampant (Rieutord 1997), le nombre de Reynolds

basé sur le diamètre de la particule satisfait  $Re_p \rightarrow 0$ . La particule subit alors une traînée de Stokes pouvant être calculée analytiquement (Maxey 1987a). Aux faibles nombres de Reynolds ( $Re_p < 1$ ), il est nécessaire d'inclure les effets d'ordres supérieurs même si le sillage de la particule est laminaire (Basset 1888; Boussinesq 1903; Oseen 1927). Pour des vitesses relatives importantes ( $Re_p > 1$ ), il n'existe pas de formule analytique (Michaelides 1997) et il est alors nécessaire de recourir à des expressions empiriques.

Dans le cadre de notre application, le régime typique des particules de quartz est de l'ordre de  $1 < Re_p < 100$ . Il s'ensuit donc qu'une compréhension approfondie des phénomènes physiques en présence est nécessaire pour prédire les trajectoires des particules. Par exemple, il apparaît clairement que l'utilisation du terme de Basset est inadéquate et que le terme de masse ajoutée doit être introduit en tenant compte implicitement de la masse de fluide déplacé.

Dû à l'effet de l'inertie et de la gravité, les particules entrent en contact avec les parois. Un processus d'abrasion intensif prend place, résultant en des dommages importants. Pour prédire le taux d'érosion, nous utilisons des lois d'abrasion dérivées à partir d'une analyse microscopique (Finnie 1960; Finnie et al. 1979) et qui demandent de connaître l'énergie cinétique absorbée par la surface. Des lois de rebond sont aussi employées pour permettre à la particule de poursuivre sa course en aval de la géométrie. Dans le cas de l'acier inoxydable, tel que rencontré dans une turbine hydraulique, les coefficients de rebonds ont pu être effectivement mesurés (Jun & Tabakoff 1994). De telles mesures expérimentales n'existent pas pour le coude courbé en cuivre (chapitre 6), et nous avons calculé ces coefficients à l'aide d'une série d'expériences numériques.

La section suivante de cette introduction permet de mieux saisir le contexte dans lequel se situe notre étude : l'aspect pratique d'une collaboration entre l'université et l'industrie y est décrit. Les points de détails plus techniques seront abordés subséquentement dans la thèse. L'algorithme adapté aux géo-

métries tournantes, comme une roue de turbine Francis, est décrit à la section 4. La particularité de notre schéma est qu'il traite implicitement le terme de Coriolis à l'aide de matrice de rotation, introduisant ainsi un couplage avec la traînée.

1.2 *Silt erosion in hydraulic turbines : the  
need of real time numerical simulations*

Stephen Bergeron, Alain Vincent  
Département de Physique, Université de Montréal  
C.P. 6128, station "A", Montréal, Québec, CANADA H3C 3J7

Thi C. Vu  
General Electric Hydro  
795 George V, Lachine, Quebec, Canada H8S-4K8

*Simulation*  
(*The Society for Computer Simulation International*)  
soumis en juin 1998

## abstract

Direct numerical simulations of quartz particles given a turbulent stationary velocity field are performed in "real time" on a Silicon Graphics workstation. Interaction of the surrounding flow on spherical particles is taken into account by a modified version of the Basset-Boussinesq-Oseen equation including non linear resistance. Boundary conditions (walls) are modeled with the use of reflection laws. Interactions between particles are neglected. Velocity field has been precomputed with the  $k - \epsilon$  model over different geometries. Second order accuracy numerical implementation and error estimation are discussed. Impacts on surfaces are accounted by the mean of direction and kinetic energy of incident particles. The highest probability damage area are then cartographed. "Real time" high quality interactive graphics is an important aspect of this useful numerical tool.

## keywords

Computer-aided design, Integration of visualization and computing, Real-time simulation, Industry-University technology transfer project

The sediment content in rivers may cause abrasion in different components of hydraulic turbines. The erosion intensity depends on the sediment type, its characteristics (particle size distribution, shape and quantity), on the operating condition of the machine (flow rate, head and rotation speed), the hydraulic design itself, as well as the material used for the turbine components.

Traditionally, manufacturers of hydraulic turbines have relied on empirical data and experience gathered from site to estimate the component damage due to silt abrasion between outages. This information is very helpful, but for new hydro-power projects involving risks of sand abrasion, it is desirable to numerically study the abrasive mechanism in order to predict and quantify, during the design process, the zones at high risk of erosion damage.

For this purpose, a good knowledge of two-phase CFD as well as an efficient interactive visualization software are required. These reasons have lead General Electric Hydro and CERCA (Centre for Research on Computation and its Applications) to work together on the development of these new tools.

At General Electric Hydro, the usual design process consists of first optimizing the hydraulic design with 3D viscous flow analysis tool, followed by a second phase of development using a scale model tested in the hydraulic laboratory. The flow Reynolds number, which is a measure of flow turbulence, is very high and goes up to  $5 \cdot 10^6$  for test models and  $5 \cdot 10^8$  for turbine prototypes. The viscous flow analysis for the turbine components is performed using the single-phase  $k - \epsilon$  model.

The sand erosion analysis process consists of a real-time simulation of the transport of sand particles in the turbulent flow field where the impact of the particles on the component surface can be interactively monitored. The program consists of a  $O(dx^2, dt^2)$  solver for the sand transport problem (see separate box) and an interface dedicated to real time visualization. Since the viscous flow analysis uses  $k - \epsilon$  simulation, the smaller scale of the velocity field must be statistically reconstructed if particles are small. Solid boundary

conditions (walls) are modeled with the use of non elastic reflection laws which are material dependent. A fraction of kinetic energy is transferred from the incident particles to the wall and produces damage as expressed as an absolute erosion rate ( $\mu m/hour$ ). A parallelized version of this code allows simulations to be on an array of workstations.

The information of the sediment at site, such as material type, size distribution, hardness, concentration, etc.. has to be provided. In return, the sand erosion simulation provides the location of erosion risk on the hydraulic component surface, and also the erosion intensity from which the erosion depth can predicted.

Validation for the sand erosion simulation software has been carried out for an elbow pipe flow (see Bergeron et al, 1997, in the Further Reading section) as well as for different hydraulic turbine components such as casing, distributor and runner. Many particle paths, up to 200,000, can be visualized interactively in complex geometries.

A good example of a Francis runner severely eroded by Quartz particles after few years in operation is shown by Fig. 1.2. Surfaces erosion starts and occurs mainly by solid impingement collision. As a result, severe erosion is observed (Fig. 1.2).

A full spectrum of particles has been used in our simulations and we have found that the results depend strongly on particle size distribution. Numerical experiments (Fig. 1.3) and theoretical studies show clearly that small particles can be influenced by the smaller scale of motion occurring in the turbulent flow. In our case it appears that the statistical reconstruction of the small scale strongly influences our results for particles in the  $100-500\mu m$  range. For the elbow pipe flow, we found the depth of maximum erosion to be  $\approx 70\%$  of what is obtained without turbulent dispersion effects. Moreover, the spreading in the former case is more important, which means that a more extended area is eroded.

This has been a stimulating challenge to us because it has permitted a



direct technology transfer between our university and an industry. Contrary to the particle-fluid model used here, the collaboration between CERCA and General Electric Hydro has been a two way coupled interaction. The former has gained a strong experience with the "Industrial Problem Solving Context". The latter has gained a valuable expertise with two phase transport phenomena and efficient visualization code previously used in an academic context on very large data field (up to  $512^3$  grid points).

### For further reading :

- S. Bergeron, T. Vu and A. Vincent, Real Time Numerical Simulation of Particle Transport and Abrasion Processes in Hydraulic Turbines, in the Proceedings of the Fifth Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada, Hosted by : University of Victoria, Victoria, British Columbia, Canada, May 25-27, 1997
- I. Finnie, Erosion of surfaces by solid particles, in *Wear*, Vol. 3, 1960 I. Finnie
- J. Harding, China : More winners emerge in Three Gorges scramble, in *Financial Time*, Wednesday August 20 1997
- J. Hinze, *Turbulence*, Published by McGraw-Hill, USA 1975, pp. 460-471

### Separate Box : BBO Equation

In order to describe the motion of a spherical quartz particle in our application, we must include the viscous action of the fluid on the particles, the force due to the pressure acting normally on the particle surface, the buoyancy and the force to accelerate the virtual mass of fluid displaced by the particle. Centripetal and Coriolis effects, obtained by expressing the equations of motion in a rotating frame of reference, must also be incorporated in rotating geometries such as runners (Fig. 1.3). This equation in the case

of a spherical particle with radius  $a$  and mass  $m_p$  inside a fluid of dynamic viscosity  $\mu$  is known as the Basset-Boussinesq-Oseen equation :

$$m_p \frac{d\vec{v}^p}{dt} = + (m_p - m_f) \vec{g}, \quad (1.1)$$

$$+ C(Re_p) 6\pi a \mu (\vec{v}^f - \vec{v}^p) \quad (1.2)$$

$$- \frac{4\pi a^3}{3} \nabla P \quad (1.3)$$

$$+ m_f \frac{d}{dt} (\vec{v}^f - \vec{v}^p) \quad (1.4)$$

$$- (m_p - m_f) \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}^p) \quad (1.5)$$

$$+ 2m_p \vec{\omega} \times \vec{v}^p \quad (1.6)$$

Where  $\vec{v}^f$  is the fluid local velocity,  $\vec{x}^p$ ,  $\vec{v}^p$  and  $a$  are the particle position, velocity and radius.  $m_f$  is the virtual mass of fluid displaced by the particle motion.  $\frac{d}{dt}$  is the substantive derivative,  $P$  is the pressure and  $\omega$  is the reference frame rotation. The correction factor  $C(Re_p)$  depend non linearly on the particle Reynolds number  $Re_p$  :

$$Re_p = \frac{2a|v_f - v_p|}{\mu/\rho_f}.$$

The drag correction factor,  $C(Re_p)$ , is introduced to account for experimental results on the viscous drag of a solid sphere. There are numerous empirical values for the drag coefficient depending on the drag regime considered. We should emphasize that there are many versions of the BBO equation depending on the pressure availability from simulation and on the particle Reynolds number. For example if the  $Re_p$  number is smaller than 1 and shows strong oscillation, a history or Basset term must be included in order to model the action of the particle over the fluid. This kind of term can be viewed as a first order correction to linear Stokes law which states that the viscous force acting on such a particle in the case where  $Re_p \ll 1$  is obtained from  $C(Re_p) = 1$ .

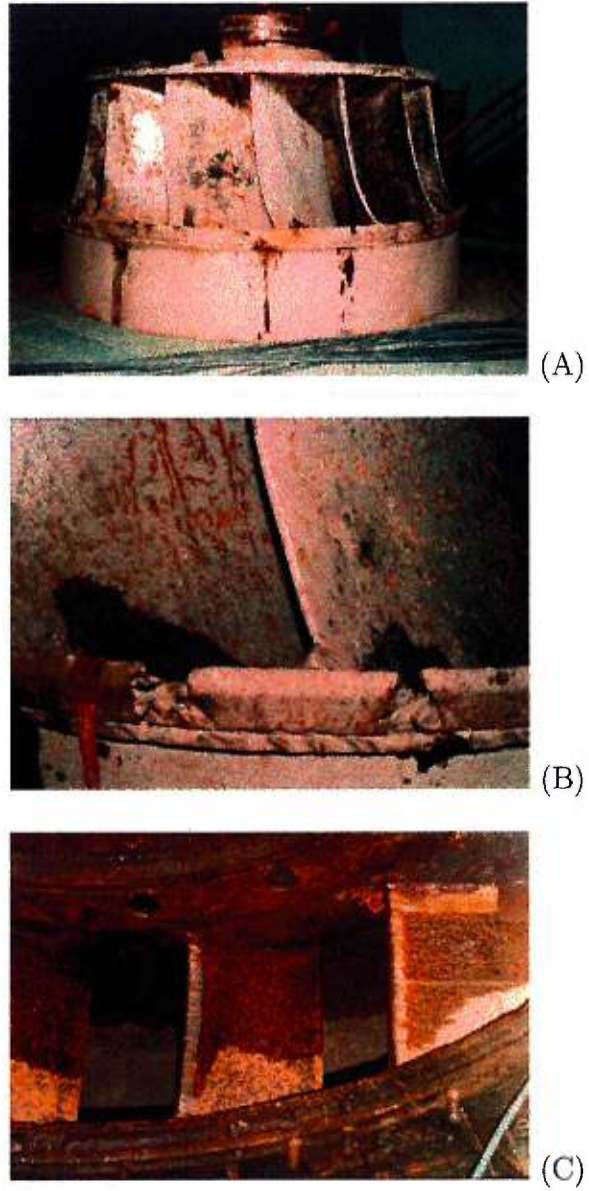


FIG. 1.2: Global view of a turbine runner after 4 years of operation in Warsak, Pakistan is given in (A). Erosion is shown on the closer view, outside (B) and inside (C).

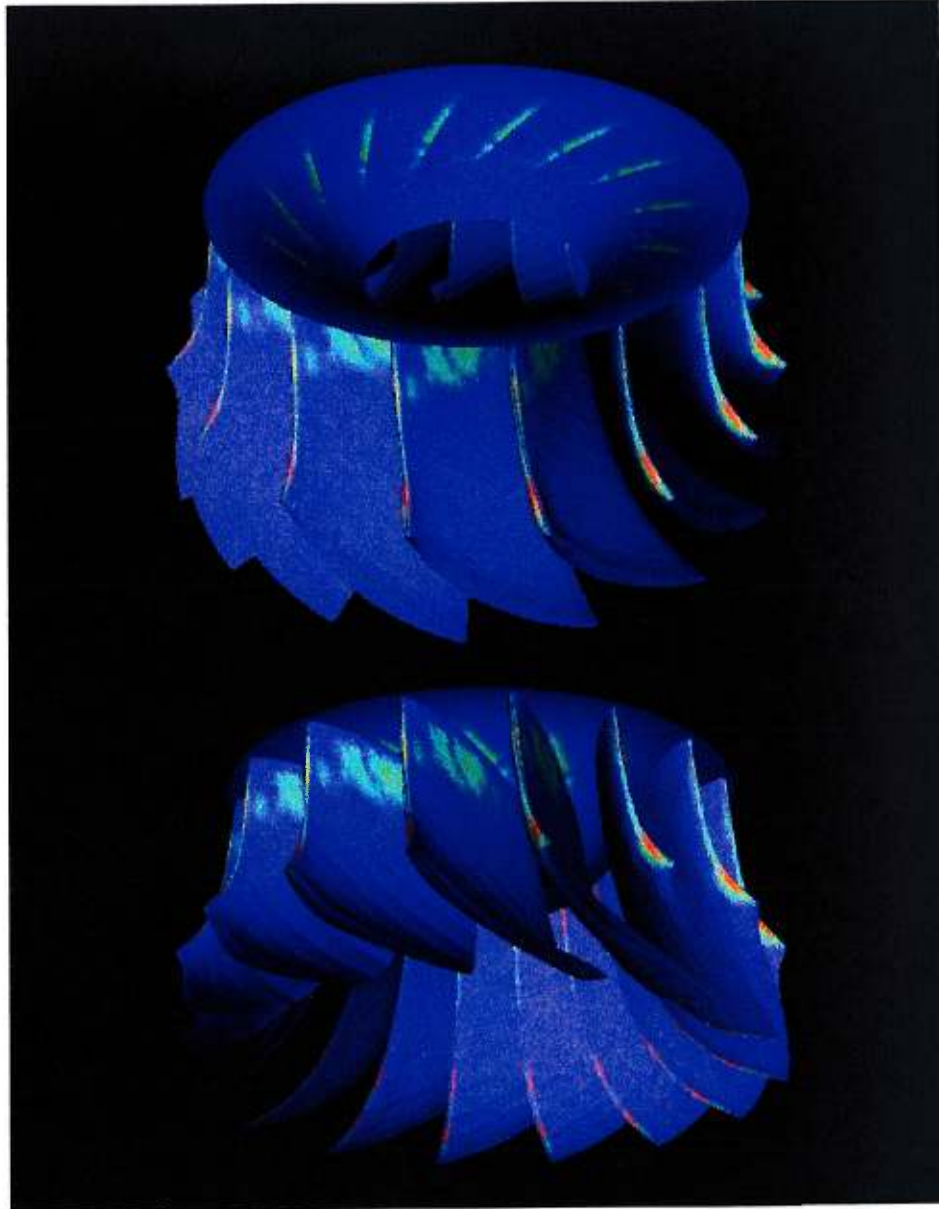


FIG. 1.3: Pseudo-colored image showing the erosion location and intensity occurring in the Francis runner shown in Fig. 1.2 as predicted by our computer simulation. The analysis has been carried out with  $400\ \mu\text{m}$  Quartz particles. This geometry rotating at  $136\ \text{rpm}$  has a throat diameter of about  $4\ \text{m}$ . Typical Reynolds number is  $10^8$ .

### 1.3 Présentation de la thèse

Une description physique de l'interaction entre le fluide et une particule ainsi qu'une idée générale de la dérivation de l'équation Basset-Boussinesq-Oseen sont données au chapitre 2. Nous discutons alors des modifications apportées afin de pouvoir utiliser cette formulation pour notre application avec des nombres de Reynolds basés sur le diamètre de la particule et supérieurs à 1.

L'implémentation numérique est abordée au chapitre 3. L'emphase est mise sur la compréhension des différentes sources d'erreurs. Par exemple, nous montrons que l'erreur stochastique dépend fortement de l'échelle de dissipation (éq. 3.1). La performance des schémas de localisation et d'interpolation sur une grille déformée est aussi abordée. Le chapitre suivant présente un schéma prédicteur-correcteur adapté à une géométrie tournante.

Nous présentons ensuite le contexte industriel dans lequel le problème de l'érosion des turbines hydrauliques dû à la présence de particules solides se pose (chapitre 5). Il est essentiel de bien comprendre ce contexte avant d'établir une stratégie. Finalement, nous sommes en mesure d'aborder le problème des particules de sable dans une turbine hydraulique (chapitres 5 et 6).

# Chapitre 2

## Interaction fluide-particule

### 2.1 Fluide monophasique incompressible

Pour l'instant, nous considérons un fluide incompressible, de viscosité dynamique  $\mu$  et densité  $\rho^f$  constantes. Nous décrivons la dynamique d'un tel fluide à l'aide de deux équations. La première exprime la conservation de la masse et la deuxième la conservation de la quantité de mouvement,

$$\partial_i v_i^f = 0, \tag{2.1}$$

$$\rho^f \left( \partial_t v_i^f + v_j^f \partial_j v_i^f \right) = -\partial_i P + \mu \partial_j \partial_j v_i^f - \rho^f g \delta_{i3}, \tag{2.2}$$

Dans l'équation de Navier-Stokes (éq. 2.2) le champ de vitesse du fluide est noté  $\vec{v}^f$  et la pression  $P$ . Puisque la gravité dérive d'un potentiel,  $g\delta_{i3} = \partial_i \phi$ , nous supposons que la pression hydrostatique n'est pas incluse dans la pression totale de sorte que nous pouvons ignorer la gravité.

Puisqu'il s'agit d'un système d'équations différentielles, des conditions aux limites doivent être données afin que le problème soit bien posé. Ces conditions spécifient le comportement de la vitesse du fluide sur les frontières de l'écoulement. Dans le cas d'une paroi solide fixe, la condition aux limites stipule que la vitesse du fluide doit être nulle à la surface :

$$v_i^f(\vec{x}) = 0, \text{ si } \vec{x} \in \text{surface}. \tag{2.3}$$

Si nous notons  $\vec{n}$  le vecteur unitaire normal à une surface fixe, le tenseur de flux d'impulsion  $\Pi_{ij}$ ,

$$\Pi_{ij}(\vec{v}^f, P) = \rho^f v_i^f v_j^f + \delta_{ij}P - \mu (\partial_i v_j^f + \partial_j v_i^f), \quad (2.4)$$

nous donne la force par unité de surface agissant sur cette surface dans le sens ou la quantité  $\Pi_{ij}dSn_j$  est la  $i$ -ème composante de l'impulsion traversant l'élément  $dSn_j$  de surface (Landau & Lifchitz 1988).

Cette forme du tenseur de flux d'impulsion suppose que le tenseur des contraintes est proportionnel au gradient de la vitesse. Isaac Newton a introduit cette hypothèse à la fin du 17 ième siècle. Physiquement, cela signifie que du frottement apparaît lorsque deux "particules" de fluides voisines n'ont pas la même vitesse. Nous pouvons alors exprimer l'équation de Navier-Stokes à l'aide de ce tenseur,

$$\rho^f \partial_t v_i^f = \partial_j \Pi_{ij}. \quad (2.2 \text{ bis})$$

Le système d'équations 2.1, 2.2 et la condition aux frontières 2.3 décrivent l'écoulement d'un fluide monophasique confiné. En ajoutant des contraintes au champ des vitesses, il est possible de trouver des solutions analytiques à ce système d'équations dans le cas de géométrie simple (Galloway & Frish 1987; Shapiro 1993; Wang et al. 1992). Cependant, il n'existe toujours pas de solution analytique dans le cas général. Pour connaître ou prédire un écoulement de fluide dans une turbine hydraulique, il est donc nécessaire de recourir à des mesures expérimentales en laboratoire et/ou à des simulations numériques.

### 2.1.1 Principe de similitude

Dans le cas d'expériences en laboratoire, les mesures expérimentales sont généralement effectuées sur des modèles réduits. L'utilisation de ces derniers est en effet possible en vertu du principe de similitude. Si nous choisissons une échelle de temps, de vitesse et de longueur nous pouvons réécrire l'équation de Navier-Stokes à l'aide de variables sans dimensions. La viscosité est alors

remplacée par le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{L |\vec{U}|}{\nu}. \quad (2.5)$$

Dans notre problème, le nombre de Reynolds est le seul paramètre intervenant dans les équations du mouvement. Ainsi, les dimensions physiques d'une expérience ne jouent aucun rôle sur l'écoulement, ce qui importe c'est le nombre de Reynolds de l'expérience.

Le nombre de Reynolds nous donne une indication sur la complexité et la non-linéarité des mouvements présents dans le fluide. En général, si ce nombre est faible l'écoulement est laminaire. Si nous augmentons le nombre de Reynolds, l'écoulement deviendra instable. Pour des valeurs suffisamment grandes, le mouvement du fluide est complexe et chaotique. Des tourbillons de tailles variant sur plusieurs ordres de grandeur apparaissent et sous certaines conditions, l'écoulement peut-être turbulent.

Malgré leur intérêt intrinsèque, les expériences en laboratoire sont coûteuses et souvent difficiles à réaliser. Leur mise en oeuvre requiert beaucoup de temps, de matériel et de ressource humaine hautement qualifiée. Les mesures spatiales sont généralement faibles car limitées par le nombre de senseurs pouvant être raccordés simultanément à l'expérience.

La manière la plus précise de mesurer ou prédire un écoulement de fluide est de simuler directement l'équation de Navier-Stokes : seules les erreurs de discrétisation numérique sont présentes et elles peuvent être contrôlées (Ferziger & Peric 1996, p 249). Deux types de description sont alors possibles : la description Lagrangienne, consistant à utiliser une grille qui suit les particules de fluide, et la description Eulérienne, sur une grille Galiléenne. Le principal avantage de la formulation Lagrangienne est que le terme d'advection est linéaire. Cependant, la grille se déforme rapidement jusqu'au point où elle est inutilisable (Ancona 1994). Pour cette raison, les simulations Eulérienne sont plus courantes.



Les simulations de la marche d'escalier arrière de Le et al. (1997) et de turbulence homogène et isotrope de Vincent & Meneguzzi (1991) sont des exemples typiques de simulation directe Eulérienne. Dans ce type d'approche, toutes les échelles de mouvement doivent être résolues. Puisque les capacités de calcul des ordinateurs sont limitées, il s'ensuit que le nombre de Reynolds ne peut être très élevé (Ferziger & Peric 1996; Tennekes & Lumley 1976).

La majorité des écoulements rencontrés dans la nature et dans les procédés industriels font intervenir des champs de vitesse hautement turbulents. Par exemple, une valeur du nombre de Reynolds atteignant  $10^8$  est typique pour une turbine hydraulique. Dans ce régime, il est impossible actuellement (août 1998) de résoudre toutes les échelles du mouvement. Il est donc nécessaire de recourir à des modèles de turbulence.

### 2.1.2 Modèles de turbulence

Les modèles de turbulence les plus courants sont fondés sur une description statistique de la turbulence (Candel 1995). On décompose les variables de vitesse et de pression en valeur moyennée sur un grand nombre de réalisations du champ des vitesses et des fluctuations autour de la moyenne :

$$\begin{aligned}\vec{v}^f &= \langle \vec{v}^f \rangle + \vec{v}' \\ P &= \langle p \rangle + p'.\end{aligned}\tag{2.6}$$

On obtient alors un système d'équations dans lequel les moments d'ordre 2 des fluctuations de vitesse interviennent. Ces fluctuations sont regroupées dans le tenseur de Reynolds  $\tau_{ij}$  qui représente les transferts turbulents. Le tenseur de flux d'impulsion (voir équation 2.4 à la page 16) s'exprime alors

$$\hat{\Pi}_{ij}(\langle \vec{v}^f \rangle, \langle p \rangle) = \Pi_{ij}(\langle \vec{v}^f \rangle, \langle p \rangle) + \underbrace{\rho^f \langle v'_i v'_j \rangle}_{-\tau_{ij}}.\tag{2.7}$$

Dans le but d'obtenir un système d'équations fermé, i.e. sans moment d'ordre 2 dans l'équation 2.7, plusieurs stratégies peuvent être employées. Les plus répandues font intervenir le concept de viscosité turbulente (Wilcox 1993). Dans le cas le plus simple, on utilise des relations algébriques afin

de spécifier les contraintes. La viscosité turbulente est alors déterminée à l'aide de formules empiriques simples. Dans le cas le plus complexe, la viscosité turbulente est un tenseur (Ferziger & Peric 1996) et on parle alors de modélisation du tenseur de Reynolds.

Le modèle de turbulence le plus courant pour les applications industrielles est le modèle  $k - \epsilon$  (Mohammadi & Pironneau 1994). Deux quantités fondamentales, nécessitant l'ajout de deux équations de transport associées sont alors utilisées (Wilcox 1993).

La première est l'énergie cinétique turbulente par unité de masse et la deuxième est la dissipation de cette énergie par unité de masse,

$$k = \frac{1}{2} \langle v'_i v'_i \rangle = \frac{-1}{2\rho^f} \text{Tr}(\tau_{ij}),$$

$$\epsilon = \nu \langle \partial_k v'_i \partial_k v'_i \rangle.$$

La viscosité turbulente est déduite à l'aide du coefficient de fermeture  $C_\mu$  du modèle (Wilcox 1993). Ce coefficient de fermeture est en fait le rapport (au carré) du cisaillement du tenseur de Reynolds sur l'énergie cinétique turbulente. Ces deux quantités peuvent être mesurées expérimentalement, donnant une valeur "universelle" de  $C_\mu = 0.09$ . Notons que ce coefficient est aussi utilisé pour d'autres modèles de turbulence. Dans le modèle  $k - \epsilon$  la viscosité turbulente est donnée par

$$\mu_T = \rho^f C_\mu k^2 / \epsilon. \quad (2.8)$$

Le modèle  $k - \epsilon$  est aussi le plus fréquemment rencontré afin de résoudre le fluide lors de simulation à phase solide dispersée (Chen & Pereira 1998; Berlemont et al. 1990). Dans le cadre de cette thèse, seul le modèle  $k - \epsilon$  sera employé. Notons cependant que Chen & Pereira (1998) donnent un exemple de simulation diphasique utilisant une modélisation du tenseur de Reynolds. Enfin le concept de viscosité turbulente n'est pas la seule stratégie disponible. Par exemple, il est possible de recourir à un filtre passe-bas pour fermer l'équation 2.7 (Ferziger & Peric 1996). Il s'agit alors de simulation des grandes échelles. Berlemont et al. (1990) ont expérimenté cette approche dans le cas

d'un fluide diphasique à phase dispersée.

## 2.2 Ajout d'une particule solide

Avant d'aborder le concept de particules massives, il est nécessaire de bien saisir le concept de particules Lagrangienne. Il s'agit ici d'une "particule" se déplaçant à la même vitesse que le fluide le long des lignes de courant (Pierrehumbert & Yang 1993). Ce concept est à la base du fonctionnement des appareils de type "laser-Doppler velocimetry" et "particle-image velocimetry" (Eaton & Fessler 1994). Le passage d'une description Eulérienne à Lagrangienne (ou vice versa) est généralement difficile à réaliser. C'est pour cette raison que tout au long de ce travail nous indiquons clairement la différence entre ces deux représentations à l'aide d'indice contravariant. Notons au passage que ce type de transformation exhibe des propriétés remarquables. Par exemple, il est possible de montrer rigoureusement que l'isotropie et l'homogénéité Eulérienne sont conservées lors du passage à une description Lagrangienne (McComb 1991, p 444). Il est aussi possible d'observer des cas où les moyennes Lagrangienne et Eulérienne sont différentes (Andrews et al. 1987). Ce phénomène de transport est observé si l'on mesure la vitesse d'un petit bouchon à la surface de l'océan (Donelan 1990) ou d'une particule colorée de fluide près d'un mur (Andrews et al. 1987). Dans ces deux cas, la trajectoire ressemble à une cycloïde. Ce phénomène de dérive a été étudié par Stokes en 1847 et il est intrinsèquement liée à l'anisotropie du champ de vitesse.

Nous pouvons exprimer la présence d'une particule solide dans l'écoulement comme une frontière interne du fluide se déplaçant par translation et rotation. La forme de celle-ci est quelconque et elle est dotée de neuf degrés de liberté (fig. 2.1) : la position  $\vec{x}^p$  et la vitesse  $\vec{v}^p$  du centre de masse ainsi que la rotation  $\vec{\Omega}$  de la particule sur elle-même. La condition aux limites de non glissement donnée par l'équation 2.3 doit donc être vérifiée dans le référentiel Lagrangien associé à la particule. Cette condition aux frontières

s'exprime donc en repère Eulérien

$$v_i^f(\vec{x}) = v_i^p + \epsilon_{ijk}\Omega_j(x_k - x_k^p), \text{ si } \vec{x} \in \text{surface.} \quad (2.9)$$

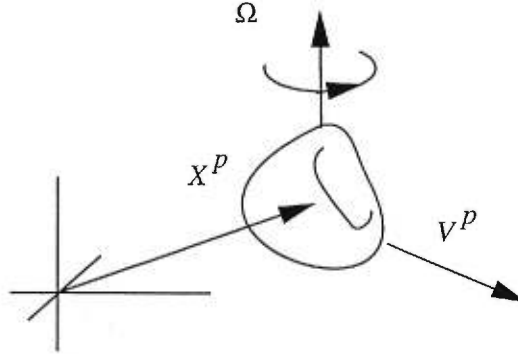


FIG. 2.1: Les neuf degrés de liberté de la particule : La position  $x^p$  et la vitesse du centre de masse  $v^p$  comptent pour 6 degrés de libertés. La rotation de la particule sur elle-même fait intervenir 3 degrés de libertés supplémentaires. La forme de la particule est quelconque.

La particule est ainsi mise en mouvement par l'action du fluide sur sa surface. Une partie de l'impulsion contenue dans le fluide entourant la particule est transmise à cette dernière. Nous avons vu que le tenseur de flux d'impulsion nous donne la force par unité de surface agissant sur une surface fixe en coordonnée Eulérienne (éq. 2.4). Si nous exprimons ces contraintes en coordonnées Lagrangiennes suivant la particule, la vitesse du fluide est nulle à la surface et donc le fluide agit sur la particule par l'entremise du tenseur des contraintes (Ristow 1996; Rameshwaran et al. 1998) :

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij}P + \mu(\partial_i v_j + \partial_j v_i). \quad (2.10)$$

la quantité  $\sigma_{ij}dS n_j$  est donc la  $i$ -ème composante de l'impulsion traversant l'élément  $dS \vec{n}$  de surface mobile. Deux forces de contact seront alors à l'oeuvre : la pression et une force de frottement découlant de l'effet de freinage visqueux sur la surface (Landau & Lifchitz 1988).

En vertu des lois fondamentales de la mécanique, la composante normale à la surface de la particule induit une force nette, tandis que la composante tangentielle engendre un couple ( $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ). En intégrant le flux d'impulsion

par unité d'aire sur la surface de la particule, nous obtenons

$$m_p \frac{dv_i^p}{dt} = \int_S dS \sigma_{ij} n_j. \quad (2.11)$$

$$m_p \frac{d\Omega_i^p}{dt} = \int_S dS r \epsilon_{ijk} n_j \sigma_{jk} n_k \quad (2.12)$$

Une particule se déplaçant dans un fluide subit donc deux types de forces aérodynamiques ayant des modes d'action fondamentalement différents. Les forces de traînée agissent dans la direction opposée au vent relatif et les forces de sustentation agissent perpendiculairement au vent relatif. Finalement, il faut ajouter à ce bilan de forces l'ensemble des forces volumiques aussi appelé forces externes. Dans un champ gravitationnel, il faudra donc ajouter la poussée d'Archimède.

### 2.2.1 Modification de la turbulence

Dans quel mesure l'écoulement sera t'il modifié par la présence de particules? Jusqu'à présent nous avons considéré seulement l'action du fluide sur la particule. Il est possible qu'un transfert non négligeable de quantité de mouvement de la particule vers le fluide soit produit à l'interface (Simonin et al. 1993). Dans ce cas, le couplage entre le fluide et la particule est mutuel. Pour des charges massiques égales ou supérieur à 10%, deux études récentes ont permis de dégager une tendance générale : les petites particules atténuent (amortissent) la turbulence, tandis que des particules plus grosses auront tendance à l'amplifier (Eaton & Fessler 1994). Malgré un accord qualitatif entre ces deux études, il reste encore un désaccord quantitatif. Pour Gore & Crowe (1989), le paramètre important est le diamètre de la particule normalisé par la longueur caractéristique de la turbulence, tandis que pour Hetsroni (1989) il s'agit du nombre de Reynolds  $Re_p$  basé sur le diamètre de la particule.

Le phénomène d'atténuation de la turbulence par ajout de petites particules en charge massique importante (Eaton & Fessler 1994; Gore & Crowe 1989; Hetsroni 1989) est en accord avec le modèle d'Einstein (Graf 1971).

Dans le cas où le mélange fluide et particule est homogène et où l'inertie de chaque particule est très faible, il est possible de décrire le mélange fluide et particules comme un nouveau fluide, possédant des propriétés physiques différentes de celle du fluide initial. Le cas de particules sphériques petites devant les échelles caractéristiques du mouvement et en concentration volumique  $c$  faible a été traité par Einstein en 1905 (Graf 1971). Le mélange est alors décrit à l'aide d'une viscosité de suspension  $\mu_s$ , variant linéairement avec la concentration  $c$  (Landau & Lifchitz 1988) :

$$\mu_s = \mu(1 + k_e c).$$

En supposant que le fluide est Newtonien, incompressible et isotrope, et que le terme d'inertie de l'équation Navier-Stokes est faible, ou qu'il n'interagit pas avec le terme visqueux, la théorie d'Einstein prédit que la constante de viscosité vaut

$$k_e = \frac{5}{2}.$$

Plusieurs expériences réalisées en laboratoire ont montré le domaine restreint de validité de ce modèle. En effet, les hypothèses sont particulièrement restrictives et impliquent que les particules sont éloignées les unes des autres et éloignées des parois (Graf 1971). Le résultat obtenu par Einstein n'inclut donc pas les processus de sédimentation, même à faible concentration. Cette remarque a amené Oliver & Ward (1959) à considérer le cas de suspension instable, c'est-à-dire subissant l'effet de la gravité. Pour des concentrations faibles,  $c < 0.1$ , ces études expérimentales ont montré que l'équation d'Einstein reste valide en autant que la constante  $k_e$  soit modifiée typiquement pour des valeurs  $3.0 < k_e < 3.6$ . Pour des concentrations plus élevées,  $0.1 < c < 0.3$ , les collisions entre particules et particules et entre parois et particules ne sont pas négligeables et l'équation proposée par Einstein n'est plus valide. Plusieurs formules ont alors été proposées. Par exemple, Oliver & Ward (1959) suggèrent une forme modifiée tenant compte des différences de densités entre le fluide ( $\rho^f$ ) et des particules en suspensions ( $\rho^p$ ) par l'en-

tremise d'une constante empirique  $k_1$  :

$$\frac{\mu_s}{\mu} = (1 + k_1) + (1 + 2k_1)k_e c + (1 + 3k_1)k_e^2 c^2,$$

$$k_1 = \frac{1}{3} \frac{\rho^p - \rho^f}{\mu}.$$

Dans le cas de sédiments se déposant, on a  $\rho^p > \rho^f$  et  $k_1 > 0$  tandis que dans le cas de suspension flottante,  $k_1 < 0$ . Ce type de modèle de particules en suspension est inutilisable dans le cas d'une turbine hydraulique puisque le terme d'inertie du fluide de même que celui de la particule ne sont pas négligeables. Cependant, il serait possible de l'utiliser pour étudier la sédimentation de particules à faible diamètre  $d_p < 40 \mu m$  dans une rivière à faible débit.

Dans une formulation Eulérienne visant à décrire le mélange fluide particule à l'aide d'une forme modifiée de l'équation de Navier-Stokes (éq. 2.2), les modèles les plus courants ajoutent des termes sources au membre de droite (Barton 1996; Berlemont et al. 1990), afin de tenir compte des contraintes exercées par le nuage de particules sur le fluide. Il est alors possible de montrer que l'équation de continuité sera elle aussi modifiée puisque le nuage se comporte comme un fluide compressible : la divergence du champ des vitesses pour les particules n'est pas nul *à priori* (McComb 1991, p 482 équation 13.76). Si le volume de la particule change au cours du temps, il sera alors nécessaire de rajouter des termes sources à cette équation de continuité (éq. 2.1) (Barton 1996). L'exemple d'un échange diphasique d'une seule espèce illustre bien ce fait. Si par exemple on cherche à décrire la fonte de particules de glace dans l'eau, il faut tenir compte de la densité plus faible de la glace. Au fur et à mesure de la fonte, la densité moyenne du milieu augmente donc. Pour un volume infinitésimal de contrôle cela revient à avoir un flux entrant non nul pour l'équation de continuité.

Pour des charges massiques encore plus grandes (e.g.. 60% et plus), le principal mécanisme de transfert de la quantité de mouvement devient l'interaction entre particules (Aragon 1995). Le fluide n'est plus Newtonien car

le tenseur des contraintes n'est plus proportionnel au gradient de la vitesse.

Dans le cadre de ce travail, il n'est pas nécessaire de considérer des charges massiques aussi importantes. Les charges maximales les plus importantes ne dépassent pas 5% dans les cas les plus extrêmes. Ceci permet de décrire le système fluide et particule de manière plus simple : il est courant de considérer alors que la présence de particules fine ( $a < 500\mu m$ ) ne modifie pas la turbulence et que les collisions entre particules sont négligeables <sup>[1]</sup>.

Les résultats de Barton (1996) obtenus en deux dimensions et en utilisant des particules dix fois plus denses que le fluide semblent infirmer cette hypothèse largement répandue. En employant des charges volumiques aussi petites que  $10^{-3}$ , ces travaux montrent une modification de la localisation des 3 points de réattachement ( $p_1, p_2, p_3$ ) de l'écoulement statique en marche d'escalier inverse bidimensionnel pour des nombres de Reynolds inférieurs à 1000. Il est raisonnable de rejeter ce résultat dans notre cas : les simulations numériques directes de Le et al. (1997), confirmées expérimentalement par Jovic & Driver (1994), ont clairement montré une grande variabilité spatiale et temporelle de ces points de réattachement dans le cas d'un fluide monophasique en régime dynamique. Ce mouvement quasi périodique est essentiellement dû à l'oscillation verticale de la couche de cisaillement libre (Friedrich & Arnal 1990). Ainsi l'argument de Barton (1996) ne s'applique pas en régime instationnaire.

### 2.2.2 Viscosité et traînée de Stokes

L'étude du mécanisme de traînée d'un corps solide en mouvement relatif dans un fluide remonte à Newton (Graf 1971). Cette branche de la mécanique des fluides fut particulièrement active au milieu du siècle dernier, alors que la précision des pendules était un enjeu technologique de premier plan (Michaelides 1997). L'article classique de Stokes (1851), intitulé "On the effect of the internal friction of fluids on the motion of a pendulum", en est une



illustration frappante.

De manière abrégée nous pouvons affirmer que deux mécanismes, intrinsèquement liés au tenseur des contraintes, produisent la traînée : le freinage de surface par action de la viscosité et le sillage de la particule par action des fluctuations de pression. Prandtl (1956, cité par Graf 1971) a montré que le premier mode de freinage dépend essentiellement de la surface de la particule tandis que le deuxième dépend de la forme de la particule.

L'intensité relative de ces deux modes d'actions dépend du nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la particule et sur la vitesse du fluide non perturbé,

$$Re_p = \frac{2a|\vec{v}^f - \vec{v}^p|}{\nu}. \quad (2.13)$$

Le coefficient  $\nu$  est la viscosité cinématique donné par le rapport de la viscosité dynamique  $\mu$  sur la densité du fluide.

Aux faibles nombres de Reynolds,  $0 < Re_e < 0.2$ , la traînée est essentiellement due au freinage de surface. Dans ce régime, dit régime de Stokes, le champ des vitesses entourant la particule est laminaire. Pour des nombres de Reynolds plus grands (régime de Allen  $1 < Re_e < 500 - 1000$ ), l'intensité du freinage par sillage devient comparable à celle due au freinage de surface. La traînée décroît de manière monotone avec le nombre de Reynolds  $Re_p$ . Pour des nombres de Reynolds variant entre  $10^3$  et  $10^5$ , nous sommes dans le régime de Newton (région turbulente). La traînée du sillage domine largement. Au-delà ( $Re_e > 10^5$ ) la force de traînée chute brusquement. Ce phénomène est appelé crise de la traînée ou crise de résistance. Le régime est alors appelé le régime "super critique". Le champ des vitesses dans la couche limite est alors turbulent.

Le cas d'une particule massive plongée dans un fluide idéal, c'est à dire sans viscosité et obéissant à l'équation d'Euler, permet de mieux saisir le rôle essentiel joué par la viscosité. Dans ce type de fluide, il n'y a pas de viscosité et une démonstration rigoureuse (Kotschin et al. 1954; Graf 1971), utilisant

la théorie des écoulements potentiels, montre qu'il est impossible d'obtenir une séparation du champ des vitesses autour de la particule. Cette démonstration implique aussi que la pression à l'avant et à l'arrière de la particule s'annulent exactement. En conclusion, un fluide parfait n'exerce aucune force aérodynamique sur une particule immergée. Une particule relâchée dans un (hypothétique) aquarium rempli d'un tel fluide tomberait donc en chute libre. Ce paradoxe, connu comme étant le paradoxe d'Euler-D'Alembert ou de la particule fantôme, met bien en évidence l'importance de la viscosité et de la pression sur la traînée d'une particule.

L'hypothèse de Stokes permet de simplifier l'équation de Navier-Stokes dans le cas d'un fluide rampant. Cette hypothèse stipule que le terme en  $v^f \vec{\nabla} v^f$  est négligeable et l'équation résultante décrit les mouvements d'un fluide pour les nombres de Reynolds infiniment petits. Il est alors possible de calculer analytiquement la force de résistance éprouvée par une sphère de rayon  $a$  en mouvement rectiligne (Landau & Lifchitz 1988; Rieutord 1997)

$$6\pi a\mu \left( v^f(\vec{x}^p, t) - \vec{v}^p(t) \right). \quad (2.14)$$

L'écoulement entourant la particule est laminaire (Rieutord 1997). Dans le régime de Stokes, le cisaillement associé à cet écoulement ne produit aucune force résultante sur la particule et les forces de sustentation et de portance ne produisent aucun travail. Le vent relatif est aussi supposé faible. Il s'ensuit que le nombre de Reynolds  $Re_p$  basé sur le diamètre de la particule est aussi très faible. Le mouvement de la particule est ainsi gouverné par l'inertie, la gravité agissant sur celle-ci et la force de traînée (Maxey 1987a) :

$$\frac{d\vec{v}^p}{dt} = \frac{\vec{v}^f - \vec{v}^p + \vec{W}}{\tau_r}, \quad (2.15)$$

dans lequel

$$\tau_r = \frac{m_p}{6\pi a\mu} \quad \text{et} \quad W_i = g\delta_{i3}. \quad (2.16)$$

La vitesse de chute libre  $W$ , aussi appelée vitesse de Stokes, est obtenue par l'équilibre entre forces de gravité et force de traînée (Batchelor 1967).  $\tau_r$  est un temps de réponse nécessaire à l'adaptation de la particule au mouvement

du fluide environnant (Maxey 1987a). Des particules obéissant à cette équation du mouvement sont souvent rencontrées dans l'atmosphère ou dans les rivières. Dans le premier cas on parle d'aérosols (Maxey 1987a) et dans le deuxième cas de sédiments (Graf 1971).

Si la particule est à quelques diamètres de distance d'une paroi solide, la traînée de Stokes (éq. 2.14 ou éq. 2.16) doit être modifiée (McLaughlin 1994). Ceci est dû au fait que le champ de Stokes obéit à un profil linéaire dans la couche limite et entraîne une complication importante de la loi de traînée de Stokes. Par exemple, une force répulsive et de direction normale à la surface apparaît. De plus, il peut devenir impératif de prendre en compte le libre parcours moyen des molécules de fluides (McLaughlin 1994). Heureusement, cela n'est pas nécessaire dans le cas d'une géométrie de grosse taille comme une turbine hydraulique puisque la portion de trajectoire à l'intérieur de la couche limite devient négligeable quand on la compare à la trajectoire complète.

Notons finalement que même si la force de traînée dépend linéairement de la vitesse  $v^p$  de la particule, la détermination de la position  $x^p$  de la particule au cours du temps est un problème complexe puisque la vitesse locale du fluide dépend non linéairement de la position de la particule.

### 2.2.3 Équation de Basset-Boussinesq et Oseen

Nous avons vu que l'approximation de Stokes est valide si le nombre de Reynolds  $Re_p$  est infiniment petit. C'est le cas si la particule est beaucoup plus dense que le fluide environnant et plus petite que la plus petite échelle dynamique présente dans le fluide (Maxey 1987a). Malheureusement, ce n'est pas le cas généralement rencontré dans les applications. Souvent la densité de la particule est comparable à celle du fluide ou encore la gravité induit une vitesse relative importante (Wang & Stock 1992).

Pour des nombres de Reynolds  $Re_p$  petits mais finis, la dérivation des

équations du mouvement est un sujet beaucoup plus complexe, même si l'on suppose que l'influence de la particule sur le fluide est négligeable. Les premiers travaux sur le sujet remontent à Basset (1888) et Boussinesq (1885). Tous deux considèrent le mouvement de chute d'une particule massive dans un fluide visqueux initialement au repos. Les forces en présence sont la gravité et la force de traînée due à l'action de la viscosité sur la surface de la particule. Le nombre de Reynolds basé sur la taille de la particule est supposé faible de sorte que l'hypothèse de Stokes est valide partout dans le fluide, même si le champ des vitesses est instationnaire. Une dérivation de cette équation en utilisant une représentation du champ des vitesses dans l'espace des fréquences de Fourier se trouve à la page 119 de Landau & Lifchitz (1988). L'expression de la force de résistance, obtenue indépendamment par Basset (1888) et Boussinesq (1885), est donnée par

$$2\pi\rho^f a^3 \left( \frac{1}{3} \frac{d\vec{v}^f}{dt} + \frac{3\mu}{a^2} \vec{v}^f + \frac{3}{a} \sqrt{\frac{\mu}{\pi}} \int_{-\infty}^t \frac{d\vec{v}^f}{dt'} \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}} \right) \quad (2.17)$$

Le premier terme de cette expression correspond à une réaction inertielle du fluide donné par l'écoulement potentiel autour de la sphère. Il s'agit d'un effet de masse ajoutée (Landau & Lifchitz 1988, problème 24.5). Le deuxième terme correspond à la traînée de Stokes (éq. 2.14) pour le fluide au repos. Le troisième terme est appelé le terme de Basset (1888), même si historiquement Boussinesq (1885) l'introduisit 3 ans plus tôt. Ce terme tient compte de l'histoire passée de la particule. La forme de l'intégrand indique clairement que ce terme de "mémoire" peut devenir important si le nombre de Reynolds  $Re_p$  oscille rapidement (Hinze 1975). Ce terme modélise en quelque sorte l'action de la particule sur le fluide : il introduit l'effet du sillage de la particule sur elle-même en tenant compte de la diffusion de vorticité autour de la sphère (Michaelides 1997). Il s'agit donc d'une correction au premier ordre à la traînée de Stokes (Graf 1971).

Ces résultats sont valides dans la limite  $Re_p \rightarrow 0$ . Pour un nombre de Reynolds fini, mais petit, l'approche d'Oseen (1910, cité par Michaelides

1997, voir aussi Oseen (1927)) est particulièrement instructive. Il considère deux régions, séparées par le rayon  $a/Re_p$  à partir du centre de la particule. La première située près de la particule est supposée satisfaire une équation de Stokes tandis que la deuxième satisfait à une équation de Stokes modifiée par l'advection de la particule :

$$v_j^p \partial_j v_i^f = -\partial_i P + \mu \partial_j \partial_j v_i^f.$$

Contrairement à l'équation 2.14, le nombre de Reynolds apparaît explicitement dans l'expression de la force de résistance éprouvée par la sphère par l'entremise d'une correction :

$$6\pi a \mu \left( \vec{v}^f(\vec{x}^p, t) - \vec{v}^p(t) \right) (1 + 3Re_p/8).$$

Il a été vérifié expérimentalement que cette expression est meilleure que celle de Stokes pour des nombres de Reynolds variant de 0 à 0.45. En 1922, Faxén, alors étudiant d'Oseen, fit une extension au cas non uniforme (Maxey & Riley 1983). L'idée de son approche consiste à incorporer les gradients de vitesse dans la dérivation. Il trouve alors une correction faisant intervenir le Laplacien de la vitesse du fluide pondéré par le rayon au carré de la particule.

Dans le but de considérer des champs turbulents, Tchen (1947) tente une extension au cas instationnaire et non uniforme. Son approche est basée sur son étude du cas instationnaire et uniforme. Cette extension est plutôt "ad hoc" et contient de nombreuses erreurs. Par exemple, Tchen (1947) suppose que le terme de Basset ne joue aucun rôle initialement même si la particule est injectée avec une vitesse relative non nulle dans l'écoulement, ce qui est faux (Maxey 1987b). Cette erreur est particulièrement persistante dans la littérature et on la retrouve chez plusieurs auteurs comme Corrsin & Lumley (1957). En fait, ce terme de mémoire doit être remplacé initialement par un terme de la forme  $(\vec{v}^p - \vec{v}^f)t^{-1/2}$  (Michaelides 1997).

Notons que Corrsin & Lumley (1957) soulignent une autre erreur dans les travaux de Tchen (1947) : l'utilisation non consistante de la pression. Ces derniers corrigent partiellement l'équation obtenue par Tchen (1947) en intro-

duisant l'effet du gradient de pression. Le fluide est supposé incompressible et le gradient de pression est obtenu à partir de l'équation de Navier-Stokes (éq. 2.2), sans la perturbation due à la présence de la particule. Dans cette approche, le tenseur des contraintes visqueuses est négligé. Dans le but d'inclure ce dernier dans le bilan de force, Riley (1971) reprend l'expression originale provenant des travaux de Basset-Boussinesq-Oseen et les a exprimés dans un système de référence partiellement Lagrangien suivant la particule. Le résultat est contredit par d'autres travaux (Maxey & Riley 1983). D'autres approches sont tentées, entre autres celle de Soo (1975) et Gitterman & Steinberg (1980), mais un désaccord profond subsiste.

Maxey & Riley (1983) font alors table rase. Leur dérivation est basée sur les principes premiers. Ils évaluent la force totale agissant sur la particule, via le bilan des forces donné par l'action du tenseur des contraintes sur la particules, en traitant de manière consistante le terme du gradient de pression. L'idée de base est de décomposer la force totale en deux parties distinctes tout en utilisant un système de coordonnées Lagrangien se déplaçant avec la particule. La première contribution à la force provient du champ des vitesses sans perturbation due à la particule. La deuxième provient du champ perturbé. L'hypothèse du champ de Stokes est imposée pour ces deux champs de vitesses et permet de simplifier le problème puisque dans ce régime aucune force de portance, agissant perpendiculairement au vent relatif, n'est possible (Bretherton 1962). Ainsi, seule l'évaluation de la force nette donnée par l'équation 2.11 est nécessaire tandis que le couple  $m_p \frac{d\Omega_i^p}{dt}$  (éq. 2.12 page 22) est ignoré.

La dérivation complète de Maxey & Riley (1983) est assez longue et fastidieuse et ne sera pas reprise ici. Seul le résultat et les hypothèses sous-jacentes nous intéressent. Par exemple, l'hypothèse de Stokes pour les champs de vitesses perturbées et non perturbées implique que le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la particule est inférieur à 1. Maxey & Riley (1983) supposent aussi que le rayon de la particule sphérique est beaucoup plus petit

que la taille caractéristique du champ des vitesses (e.g. l'échelle de dissipation  $l_D$  tel que définit à la section 3.1) et que les particules n'interagissent pas entre elles. Le champ des vitesses est aussi supposé varier lentement en temps et en espace.

Une partie des calculs est effectuée dans l'espace de Legendre et une approximation basée sur une série de Taylor dans cet espace est employée. Cette fois, le terme de Basset (1888) apparaît par l'entremise de la transformée inverse de Legendre sur les termes linéaires, et ce terme d'histoire fait intervenir la vitesse relative :

$$6a^2 \int_{t_0}^t dt' \sqrt{\frac{\pi \rho^f \mu}{t-t'}} \frac{d}{dt'} (\vec{v}^f - \vec{v}^p), \quad (2.18)$$

De nouveau, nous pouvons interpréter ce terme comme une correction au premier ordre à la traînée de Stokes par l'entremise d'un processus d'interaction du sillage de la particule avec cette dernière (page 29).

## 2.2.4 Approche phénoménologique

Toutes les équations du mouvement dérivées à ce jour et résumées partiellement à la section suivante sont valides pour des nombres de Reynolds petits et toujours inférieurs à 1. Dans le but de résoudre le problème du sable dans la turbine il est nécessaire, voir impératif, de considérer des nombres de Reynolds beaucoup plus grands. Les estimations effectués sur le terrain (Annexe A), de même que nos simulation numériques, indiquent clairement que le nombre de Reynolds de la particule varie entre 1 et 100. Nous sommes clairement en dehors du domaine de validité de tous les travaux analytiques faits à ce jour (Michaelides 1997). Par exemple, le terme d'histoire n'est plus valide et il apparaît essentiel de recourir à une autre approche afin d'inclure les effets d'ordres supérieurs à la traînée de Stokes.

L'approche retenue ici pour quantifier la traînée consiste à introduire un facteur de correction multiplicatif,  $C(Re_p)$ , déterminé expérimentalement.

Ainsi la force de traînée s'exprime :

$$\text{traînée} = C(Re_p) 6\pi a\mu (\vec{v}^f - \vec{v}^p)$$

Plusieurs courbes expérimentales existent et sont référencées dans la littérature. Mentionnons entre autres Dingman (1984), Drtina & Krause (1994), Tu & Fletcher (1997), et finalement Landau & Lifchitz (1988). Une synthèse utile sera trouvée dans Shyy (1989). Ces courbes concordent bien pour les régimes de Stokes et de Allen d'une particule sphérique ce qui est suffisant dans le cadre de cette étude. Notons au passage qu'une divergence existe entre les auteurs pour le régime de Newton (Shyy 1989) et qu'il existe de telles courbes pour des particules de formes non sphériques (Graf 1971). Dans le cadre de cette thèse nous employons la correction donnée à l'équation suivante (fig. 2.2),

$$C(Re_p) = \begin{cases} 1 + 0.1315 Re_p^{0.82-0.05 \log Re_p} & 0 < Re_p < 20 \\ 1 + 0.1935 Re_p^{0.6305} & 20 < Re_p < 260 \end{cases} \quad (2.19)$$

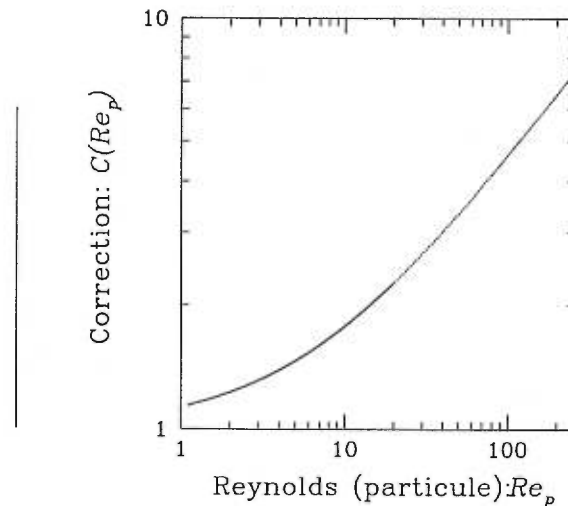


FIG. 2.2: Facteur de correction pour les régimes de Allen et Newton (Shyy 1989).

Il existe plusieurs exemples de simulations numériques visant à mesurer la force de traînée agissant sur une particule sphérique, comme il est décrit par exemple dans les articles de Ristow (1996) et de Rameshwaran et al.



(1998), et qui sont essentiellement basées sur la description microscopique donnée par les équations 2.11 et 2.12. La simulation numérique directe de Ristow (1996) illustre bien les difficultés de ce type de simulation à deux phases couplées. Le cas d'une seule particule dans un fluide bidimensionnel y est considéré. Les rotations de la particule y sont négligées et le fluide y est décrit à l'aide de l'équation de Navier-Stokes adimensionnée et discrétisée à l'aide d'une méthode en différences finies sur une grille isotrope.

L'évaluation du tenseur des contraintes nécessite que la particule couvre plusieurs points de grille. Typiquement, le rayon de la particule varie entre  $3\Delta x$  et  $12\Delta x$ . Pour tenir compte des conditions aux frontières, Ristow (1996) force les points de grille couverts par la particule à avoir la même vitesse que celle-ci au pas de temps suivant. Ce type d'approche est présentement impossible lorsque (1) le nombre de particules devient élevé, (2) que la taille de celles-ci devient petite devant le pas de grille ou que (3) le vent relatif devient important. En effet, les deux premières situations requièrent une grille de simulation gigantesque tandis que la troisième implique un pas de temps petit.

### Force de pression

Dans le cas où nous connaissons la pression, e.g. par simulation numérique, il est possible de déduire la force exercée par celle-ci sur une particule sphérique. Le problème d'utilisation non consistante de la pression tel que soulevé par Corrsin & Lumley (1957) ne se pose donc pas. L'effet de cette force sur la trajectoire peut être importante dans certaines conditions (Julien 1995 et chapitre 5). Nous savons que la pression agit sur la particule par l'entremise de l'intégrale de surface 2.11, en prenant en compte le premier membre du tenseur des contraintes 2.10 (page 21). Cette force agit normalement à la surface en direction du centre géométrique de la sphère.

En appliquant le théorème de flux divergence nous avons

$$\oint \oint -P n_i dS = - \int \int_V \int \partial_i P dV$$

Évidemment la pression hydrostatique n'est pas incluse dans cette expression. En supposant que la particule est parfaitement sphérique et de petite taille, nous pouvons évaluer cette intégrale de surface en supposant que le gradient de pression est constant :

$$- \int \int_V \int \partial_i P dV = -\frac{4\pi a^3}{3} \nabla P$$

### Inertie du fluide

Nous avons vu que le terme de masse ajoutée correspond à une réaction inertielle du fluide donnée par l'écoulement potentiel autour de la sphère. Évidemment, l'effet de l'inertie du fluide ne peut être pris en compte à l'aide d'un terme de cette nature puisque l'hypothèse d'un écoulement potentiel n'a aucun sens ici. En suivant la trajectoire de la particule et en abstrayant toutes les autres forces agissant sur la particule matérielle, cette réaction du fluide s'exprime en suivant la trajectoire de cette dernière comme étant

$$m_p \frac{d\vec{v}^p}{dt} = -m_f \frac{d\vec{v}^f}{dt}. \quad (2.20)$$

Ce qui signifie que la force apparente exercée sur la particule égale la force apparente exercée par le fluide déplacé localement.

### Repère tournant

Dans le cas d'un repère tournant, il est nécessaire de rajouter la force centripète et la force de Coriolis (Goldstein 1980). Il est toujours possible d'incorporer la force centripète dans le terme de pression à l'aide d'un potentiel, mais cette approche ne sera pas nécessaire ici.

### Forme finale

Le bilan des forces d'un fluide statique agissant sur une particule sphérique de rayon  $a$  et de masse  $m_p$  dans un repère tournant et admettant des

nombres de Reynolds variant entre  $10^0$  et  $10^2$  est donné par

$$\frac{d\vec{v}^p}{dt} = + \frac{m_p - m_f}{m_p + m_f} \vec{g}, \quad (2.21)$$

$$+ \frac{C(Re_p) 6\pi a \mu}{m_p + m_f} (\vec{v}^f - \vec{v}^p) \quad (2.22)$$

$$- \frac{4\pi a^3}{3(m_p + m_f)} \nabla P \quad (2.23)$$

$$- \frac{m_p - m_f}{m_p + m_f} \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}^p) \quad (2.24)$$

$$+ \frac{2m_p}{m_p + m_f} \vec{\omega} \times \vec{v}^p \quad (2.25)$$

Deux différences fondamentales caractérisent cette équation comparative-ment à l'équation de Basset-Boussinesq-Oseen généralement rencontrée dans la littérature. Premièrement, le remplacement du terme de Basset (discuté aux pages 29 et 32) par un terme de correction à la traînée (éq. 2.19). Deuxièmement, l'exclusion du terme de masse ajouté (éq. 1.4 et discussion page 29) en incluant implicitement la masse de fluide déplacé (éq. 2.20).

# Chapitre 3

## Calcul en temps réel et algorithme numérique

Les calculs numériques de type Euler-Lagrange dans un champ turbulent sont délicats. Les sources d'erreurs numériques sont multiples et sont amplifiées par le comportement turbulent du fluide (Wang & Stock 1992). Yeung & Pope (1988) ont observés principalement : (1) *l'erreur de discrétisation temporelle*, reliée à la taille de l'incrément  $\delta t$ , (2) *l'erreur d'interpolation*, effectuée lors de l'évaluation de la vitesse du fluide à la position de la particule et finalement, (3) *l'erreur d'échantillonnage statistique*, résultant de l'utilisation d'un nombre fini de particules. Les erreurs (1) et (2) sont de type déterministes et l'erreur (3) est de nature stochastique.

Plusieurs stratégies (numériques) ont été développées dans le cadre de ce projet de Doctorat dans le but de contrôler ces sources d'erreurs. La plupart sont abordées au cours de ce chapitre. Les exceptions sont le schéma de discrétisation temporel, soumis pour publication et reproduit au chapitre suivant, et l'interface graphique donnée en appendice.

### 3.1 Erreur stochastique et performance

L'erreur stochastique est induite par le comportement de l'ensemble des particules et elle apparaît lors du calcul de quantités moyennes. Elle découle du fait que le nombre de particules impliqué doit être suffisamment élevé afin de s'assurer que tout le volume de simulation disponible est exploré.

Cette source d'erreur est simple à estimer dans le cas de particules purement Lagrangiennes (traceur passif) plongées dans un champ homogène. Par exemple, Yeung & Pope (1988) utilisent un critère basé sur le théorème central limite. En supposant que la vitesse obéit à une statistique Gaussienne (Gotoh et al. 1993), ce théorème stipule que l'erreur d'échantillonnage varie alors comme l'inverse de la racine carré du nombre de particules.  $10^4$  particules sont donc nécessaires pour obtenir une erreur statistique de l'ordre de 1% (Yeung & Pope 1988).

Il est aussi possible de mesurer cette erreur. Maxey (1987a) a montré que la moyenne des vitesses du fluide sur la grille Eulérienne et la moyenne des vitesses des particules en repère Lagrangien doivent être identiques. En diminuant le nombre de particules, la fraction de l'espace Eulérien explorée par les particules diminue et la différence entre les deux moyennes augmente.

La figure 3.1 illustre ce fait en comparant les moyennes Lagrangiennes d'ensemble pour des champs stochastiques Gaussiens et des champs obtenus par simulation numérique directe, tel qu'il est décrit dans Vincent & Menezzzi (1991). La comparaison est faite pour  $10^4$  et de  $10^3$  particules. Il apparaît clairement que l'erreur stochastique dépend fortement de la taille des plus petits tourbillons présents dans le fluide, ainsi qu'on peut le mesurer à l'aide de l'échelle de dissipation,

$$l_D = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}. \quad (3.1)$$

De manière générale, les fluctuations de l'erreur augmentent avec la diminution de l'échelle de dissipation. Ce résultat est indépendant de la méthode employée pour générer les champs de vitesses.

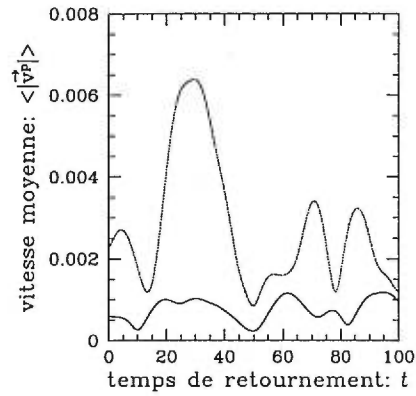
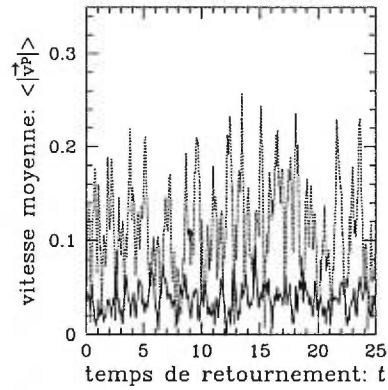
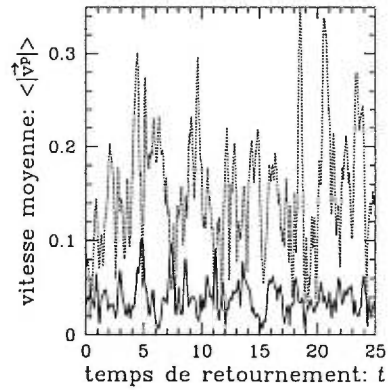
(a) Stochastique :  $l_D = 1/2$ (b) Stochastique :  $l_D = 1/20$ (c) DNS :  $l_D = 1/20$ 

FIG. 3.1: Estimation de l'erreur stochastique dans des champs isotropes homogènes ayant une moyenne Eulérienne nulle. Le trait plein correspond à une moyenne d'ensemble sur 10000 particules tandis que le trait hachuré correspond à une moyenne d'ensemble sur 1000 particules. Les fluctuations d'erreur stochastique augmentent avec la diminution de l'échelle de dissipation Kolmogorov  $l_D$ , indépendamment de la nature stochastique (statique) ou "auto-consistante" (stationnaire) de la turbulence.

L'erreur stochastique dépend aussi de l'initialisation des particules. Par exemple, si nous voulons observer le démarrage du déplacement du nuage de particules dans un champ de turbulence homogène isotrope, il sera nécessaire d'initialiser les particules de manière homogène. Cette hypothèse d'homogénéité spatiale du fluide est utilisée implicitement par Yeung & Pope (1988) pour s'assurer de l'indépendance des résultats envers les conditions initiales pour des temps de simulations suffisamment longs.

Pour l'instant, nous assumons que le nombre de particules et que le type d'initialisation sont adéquats. Dans une méthode Euler-Lagrange, ce nombre peut être relativement élevé : il varie typiquement de  $10^4$  à  $10^5$  particules (Chen & Pereira 1998). Dans le cas des simulations de sable dans la turbine, nous utilisons  $10^5$  particules. Le fait de relâcher un nombre supplémentaire de particules doit modifier l'intensité de l'érosion mais pas la localisation des zones. Dans ce cas, on dit que les zones d'érosion sont statistiquement lisses. Il est donc nécessaire de développer un schéma numérique performant.

## 3.2 Localisation

La localisation de la particule tout au long de son déplacement dans la géométrie est une tâche fondamentale et est directement liée à l'erreur d'interpolation. Cette tâche exige la mise au point d'un algorithme de suivi de particule permettant d'interpoler les valeurs des champs Eulériens et d'appliquer les conditions aux frontières. Cet algorithme permet de connaître les 4 noeuds les plus proches de la particule à chaque instant. Ces noeuds sont notés  $N_{i=0,1,2,3}$ . Par commodité, le noeud  $N_0$  est celui qui est le plus rapproché. Les coordonnées locales  $w_{i=1,2,3}$  obtenues à partir du tétraèdre  $N_i$  sont données par

$$w_i = \frac{(N_i - N_0) (\vec{x}^p - N_0)}{(N_i - N_0)^2}, \quad (3.2)$$

et, par construction, satisfont la condition

$$w_i < \frac{1}{2} \quad (3.3)$$

Pour optimiser au maximum cet algorithme de suivi, nous utilisons deux modules distincts. Le premier est rapide et soumis au contrôle périodique d'un algorithme plus lent mais très précis. Le critère de sélection est basé sur le taux de déformations de la transformation (inversible) permettant de passer de l'espace Euclidien ( $\vec{x}$ ) à un parallépipède rectangle  $\vec{\xi}$ , interprété comme étant les coordonnées numériques locales.

Ce taux est donné par le jacobien  $J$

$$J = \det \left( \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

Si la grille n'est pas trop déformée ( $0.5 < J < 2.0$ ), le système de coordonnées locales est employé afin d'exprimer la vitesse de la particule. De cette manière, nous pouvons extrapoler avec une précision raisonnable la position de la particule au prochain pas de temps. La position résultante est projetée sur les nouvelles coordonnées locales pour vérifier que cette extrapolation est valide. Nous utilisons alors une version relaxée de la condition donnée par l'équation 3.3. Un critère  $|w_i| < 0.7$  est typique.

Dans le cas où la grille est fortement déformée, nous calculons la distance Euclidienne séparant la particule à l'instant  $t$  du noeud le plus proche de l'instant précédent. Cette distance est ensuite comparée à celle des 26 noeuds voisins. Les noeuds  $N_i$  sont ainsi déterminés et la condition donnée par l'équation 3.3 est toujours satisfaite. Le principal désavantage de cette méthode est qu'elle nécessite de rapatrier en mémoire 26 noeuds à chaque itération, et que ceux-ci ne sont pas généralement contigus en mémoire. Les appels mémoires sont donc nombreux et cette méthode est lente sur les architectures d'ordinateurs modernes, fonctionnant typiquement à l'aide d'une mémoire "cache". Cependant, cette méthode est précise et permet de contrôler précisément les déplacements de la particule. De plus, elle est simple à



programmer.

Un exemple de grille déformée est donné à la figure 3.2. On a représenté une coupe transversale ( $k = 10$ ) dans un tuyau de cuivre courbé, tel que décrit dans Bergeron et al. (1997) et reproduit à la figure 6.4 (page 84). Deux régions nous intéressent ici. Au centre (point a), le Jacobien est unitaire. Sur les côtés, le taux de déformation est élevé et peut atteindre des valeurs de  $J = 0.02$  en périphérie (point b). Ceci est dû au fait que nous employons une grille structurée pour paver un cylindre. Ces algorithmes seront donc utilisés en (a) et en (b) respectivement.

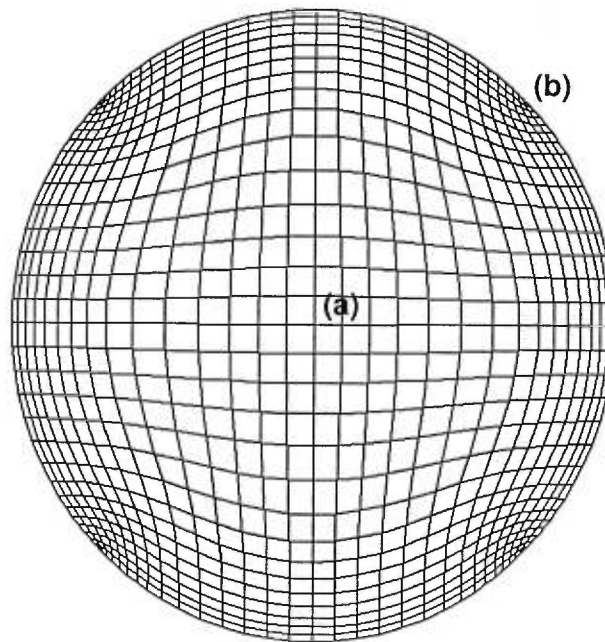


FIG. 3.2: Exemple de grille déformée. Le taux de déformation au centre (point a) est nul : le Jacobien vaut 1. Sur les côtés le taux de déformation est élevé et peut atteindre des valeurs de  $J = 0.02$  (point b).

L'algorithme de localisation permet aussi de tenir compte des conditions aux frontières. Connaissant la position instantanée d'une particule, il est possible de déterminer s'il y a contact avec un mur solide ou si une condition périodique doit être appliquée. Ces conditions aux frontières sont représentées comme des surfaces contenues dans le volume de simulation ou en bor-

de ce dernier. De manière générale, la grille Eulérienne est construite de manière à suivre ces frontières. et nous utilisons une représentation en “sextuplet” pour chacune d’elles. Trois paires de nombres représentent les variations des indices  $(I, J, K)$  dans le volume et la septième composante indique la direction normale vers l’intérieur de la géométrie. Il s’ensuit que deux des 6 premiers indices sont nécessairement répétés et que les frontières doivent être “simplement connexes” au sens topologique.

### 3.2.1 Conditions périodiques

Dans le cas général, la grille n’est pas rectangulaire. Les conditions périodiques font appel à une transformation par translation et rotation dans l’espace. La figure 3.3 (a) illustre ce cas. Nous supposons que les points  $P_1$  et  $P_2$  sont connexes par conditions périodiques. Une particule passant par le point  $P_1$  avec un angle d’incidence  $\theta$  doit sortir en  $P_2$  avec le même angle. La translation “transporte” la particule des points  $P_1$  à  $P_2$  tandis que la rotation tient compte du changement d’orientation de la surface  $\widehat{AB}$  par rapport à la surface  $\widehat{CD}$ . Cette transformation s’effectue dans le système de coordonnées locales tel que donné par le système d’équations 3.2.

Si la géométrie périodique est rectangulaire et de dimension  $L_x \times L_y \times L_z$ , aucune rotation n’est nécessaire. Si de plus, la grille de calcul comprend un nombre dyadique de points,  $N_i = 2^{n_i}$ , nous proposons d’utiliser la méthode suivante. Cette méthode est basée sur la représentation binaire des nombres entiers. Dans les architectures modernes, un nombre négatif est représenté en additionnant 1 au complément binaire de sa valeur absolue (“two’s complement”). Cette représentation permet de périodiser le domaine  $\mathcal{R}^3$  en employant le masque binaire de  $2^{n_i} - 1$  sur la représentation binaire des indices  $I, J, K$  correspondant au noeud le plus rapproché  $N_0$ . Ainsi, seul les  $n_i$  derniers bits sont conservés et les autres sont mis à zéros. Ce type d’opération est très rapide et de cette manière les particules peuvent se déplacer libre-

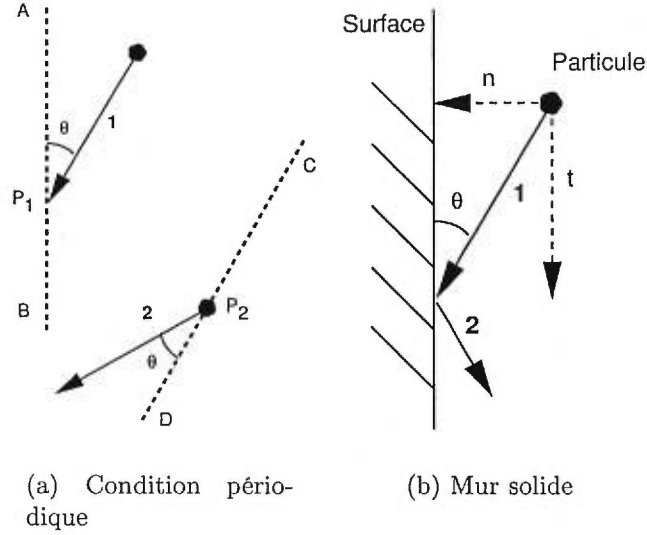


FIG. 3.3: Définition des angles caractérisant les conditions aux frontières. De manière générale la trajectoire incidente est notée 1 et la trajectoire après rebond ou application de périodicité (translation  $P_1 - P_2$  et rotation  $\widehat{AB} - \widehat{CD}$ ) est notée 2. Les composantes transversale et normale à la surface solide sont indexées à l'aide de  $t$  et  $n$  respectivement.

ment dans l'espace avec un faible coût de calcul. Cette méthode a été utilisée avec succès pour mesurer l'erreur stochastique (section 3.1).

### 3.2.2 Murs solides et érosion

En présence de murs solides, nous utilisons des coefficients de restitution dans le but de modéliser le rebond de la particule sur la paroi. Ces coefficients mesurent le rapport entre les vitesses avant et après la collision pour les composantes normales et transversales en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  (fig. 3.3 b) :

$$e_t = \frac{|v_{2t}^{\vec{p}}|}{|v_{1t}^{\vec{p}}|}, \quad e_n = \frac{|v_{2n}^{\vec{p}}|}{|v_{1n}^{\vec{p}}|}.$$

Dans le cas de la turbine hydraulique, nous employons les mêmes coefficients que Jun & Tabakoff (1994) :

$$e_t = 1.0 - 2.12\theta + 3.0775\theta^2 - 1.1\theta^3,$$

$$e_n = 1.0 - 0.41\theta + 0.4994\theta^2 - 0.2\theta^3.$$

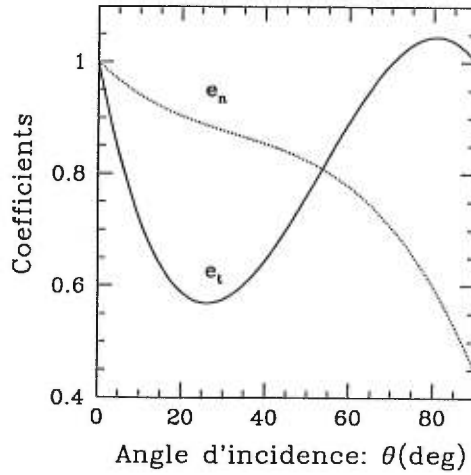


FIG. 3.4: Coefficients de restitution mesurés expérimentalement par Grant & Tabakoff (1975, cité par Jun & Tabakoff 1994) pour le rebond de sable sur de l'acier inoxydable.

Ces coefficients ont été déterminés expérimentalement pour l'acier inoxydable en présence de sable et sont représentés à la figure 3.4 [2]. La faiblesse de cette approche est que ces derniers dépendent à la fois du type de particules injectées, du type de surface et de la vitesse moyenne de l'écoulement (Jun & Tabakoff 1994). Par exemple, dans le cas du coude courbé en cuivre (chapitre 6) aucune mesure expérimentale n'existe et nous avons dû recourir à une série d'expériences numériques afin de déterminer des coefficients moyens raisonnables. Malheureusement, il s'agit de la seule approche présentement disponible n'impliquant pas des coûts de calculs prohibitifs.

Dans le cas de l'érosion sur la surface il est possible de recourir à plusieurs modèles théoriques (Finnie et al. 1979; Finnie 1960; Fontana & Greene 1978). Ces modèles tiennent compte du type de surface. Ceci est dû au fait que les mécanismes d'ablation de matériel à la surface sont différents pour ces deux cas extrêmes (Finnie et al. 1979). Pour une surface ductile, la particule coupe la surface et le processus d'érosion est plus efficace pour les trajectoires rasantes. Pour un matériel cassant (eg. céramique), un réseau de craquelures se forme et le maximum de dommages se produit au fort angle d'incidences.

Le modèle d'érosion le plus simple, développé par Finnie (1960) pour les matériaux ductiles, fait intervenir l'énergie cinétique de la particule incidente et une dépendance angulaire. Il est possible d'étendre ce modèle en modifiant la dépendance angulaire sur la trajectoire incidente (Grosse et al. 1994) :

$$\text{érosion} \approx m_p \frac{v_p^2}{2} f(\theta),$$

La figure 6.3 de Bergeron et al. (1997) (chapitre 6) résume cette dépendance pour ces deux types de matériaux ainsi que pour l'acier doux de type A516. Les meilleurs résultats pour la turbine hydraulique sont obtenus à l'aide de l'acier doux.

### 3.3 Interpolation

Dans le cas de simulation numérique directe, l'erreur due au schéma d'interpolation doit être minimale. Un schéma linéaire s'avère être insuffisant et il est nécessaire de recourir à un schéma d'ordre 2 (Yeung & Pope 1988). Ici, nous utilisons une interpolation de Lagrange sur un élément hexaédral à 27 noeuds (LagrHex27) (fig. 3.5) : 8 valeurs au sommets (noeuds  $M_1$  à  $M_8$ ), 12 valeurs centrées aux arêtes (noeuds  $M_9$  à  $M_{20}$ ), 6 valeurs centrées sur les faces (noeuds  $M_{21}$  à  $M_{26}$ ) et une valeur au centre du volume (noeud  $M_{27}$ ). L'hexaédre est choisi de manière à ce que le noeud  $M_{27}$  soit toujours le noeud le plus rapproché de la particule. Ainsi, le tétraèdre des coordonnées locales est obtenu en identifiant le noeud  $M_{27}$  à  $N_0$  et  $N_i \in \{M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{24}, M_{25}, M_{26}\}$  sans répétition possible. Un champ scalaire  $S(\vec{x})$  est interpolé à l'aide des fonctions de pondérations  $f$  donné au tableau 3.1 :

$$S(\vec{x}^p) = \sum_{i=1}^{27} f_i(\vec{w}) S(M_i).$$

Dans le cas où les champs de vitesse du fluide proviennent de simulations  $k - \epsilon$ , il est nécessaire de reconstruire statistiquement les fluctuations de vitesse (Shyy 1989 et chapitre précédent). Il est alors suffisant d'utiliser un schéma d'interpolation d'ordre moins élevé (Shyy 1989; Bergeron &

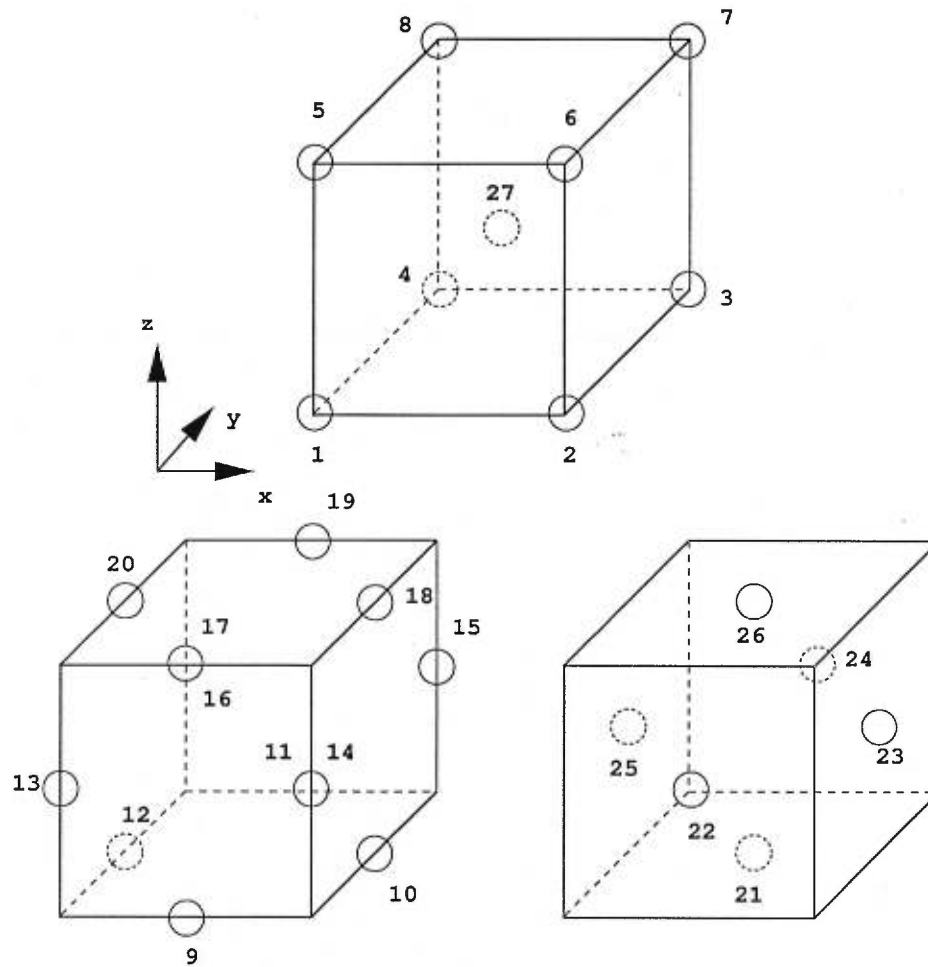


FIG. 3.5: Numérotation des noeuds utilisés pour le schéma d'interpolation hexaédral à 27 noeuds LagrHex27. L'élément considéré possède 8 valeurs au sommets (noeuds 1-8), 12 valeurs centrées aux arêtes (noeuds 9-20), 6 valeurs centrées sur les faces (noeuds 21-26) et une valeur au centre du volume (noeud 27). L'hexaèdre est choisi de manière à ce que le noeud 27 soit toujours le noeud le plus rapproché de la particule.

Sommet	Arêtes	Faces
$f_1 : W_1^- W_2^- W_3^- / 8$	$f_9 : -W_1^0 W_2^- W_3^- / 4$	$f_{21} : W_1^0 W_2^0 W_3^- / 2$
$f_2 : W_1^+ W_2^- W_3^- / 8$	$f_{10} : -W_1^+ W_2^0 W_3^- / 4$	$f_{22} : W_1^0 W_2^- W_3^0 / 2$
$f_3 : W_1^+ W_2^+ W_3^- / 8$	$f_{11} : -W_1^0 W_2^+ W_3^- / 4$	$f_{23} : W_1^+ W_2^0 W_3^0 / 2$
$f_4 : W_1^- W_2^+ W_3^- / 8$	$f_{12} : -W_1^- W_2^0 W_3^- / 4$	$f_{24} : W_1^- W_2^+ W_3^0 / 2$
$f_5 : W_1^- W_2^- W_3^+ / 8$	$f_{13} : -W_1^- W_2^- W_3^0 / 4$	$f_{25} : W_1^- W_2^0 W_3^0 / 2$
$f_6 : W_1^+ W_2^- W_3^+ / 8$	$f_{14} : -W_1^+ W_2^- W_3^0 / 4$	$f_{26} : W_1^0 W_2^0 W_3^+ / 2$
$f_7 : W_1^+ W_2^+ W_3^+ / 8$	$f_{15} : -W_1^+ W_2^+ W_3^0 / 4$	
$f_8 : W_1^- W_2^+ W_3^+ / 8$	$f_{16} : -W_1^- W_2^+ W_3^0 / 4$	
	$f_{17} : -W_1^0 W_2^- W_3^+ / 4$	<b>Volume</b>
	$f_{18} : -W_1^+ W_2^0 W_3^+ / 4$	$f_{27} : -W_1^0 W_2^0 W_3^0$
	$f_{19} : -W_1^0 W_2^+ W_3^+ / 4$	
	$f_{20} : -W_1^- W_2^0 W_3^+ / 4$	

TAB. 3.1: Liste des fonctions de pondérations  $f_i(\vec{w})$  utilisées pour le schéma d'interpolation hexaédral à 27 noeuds LagrHex27. Ici  $W_i^- = (w_i - 1)w_i$ ,  $W_i^+ = (w_i + 1)w_i$  et  $W_i^0 = (w_i + 1)(w_i - 1)$  pour  $i = 1, 2, 3$ .

Vincent 1998). Dans ce cas, l'interpolant linéaire TS8 (Yeung & Pope 1988) est emprunté aux élément finis (Silvester & Ferrari 1990) :

$$S(x^{\vec{p}}) = (1 - w_1 - w_2 - w_3) S(N_0) + w_i S(N_i).$$

Cette méthode est évidemment plus rapide que l'interpolant de Lagrange à 27 noeuds LagrHex27.

La figure 3.6 permet de comparer les noeuds requis pour le calcul des schémas linéaire TS8 ( $\times$ ) et quadratique LagrHex27 ( $\circ$ ). La généralisation de ces deux schémas d'interpolation à des champs vectoriels plutôt que scalaires est évidente [3].

### 3.4 Calcul du gradient de pression

Le solveur  $k - \epsilon$  de General Electric Hydro fournit la pression statique en terme des coordonnées numériques  $\vec{\xi} = [i, j, k]$ . C'est à dire que ce champ scalaire est stocké à l'intérieur d'un tableau tridimensionnel surdimensionné et indicé  $(I, J, K)$ . Pour un tableau de dimensions  $(N_x, N_y, N_z)$ , les indices varient de  $(0, 0, 0)$  à  $(N_x - 1, N_y - 1, N_z - 1)$  en C et de  $(1, 1, 1)$  à  $(N_x, N_y, N_z)$

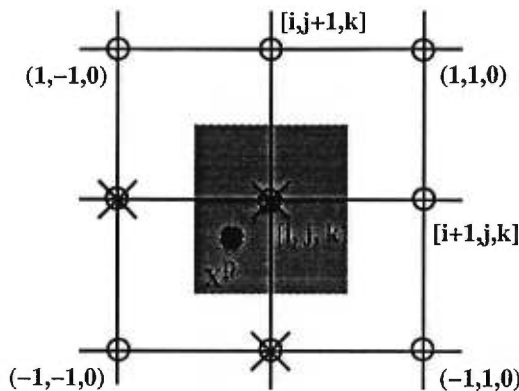


FIG. 3.6: Comparaison des noeuds utilisés pour les schémas d'interpolation linéaire TS8 (×) et Lagrangien hexaédral à 27 noeuds LagrHex27 (○). Par souci de clarté, une coupe 2D dans le plan  $k = 0$  est montrée. Le noeud  $N_0$  est le plus rapproché de la particule (•) et a comme coordonnée numérique  $\vec{\xi} = [i, j, k]$  et comme coordonnée locale  $(0, 0, 0)$ . Conséquemment, la particule possède des coordonnées locales incluses dans le cube  $\vec{w} \in [-1/2, 1/2]^3$  (zone grise).

en Fortran. Nous devons donc calculer le gradient de pression dans le repère Euclidien. En appliquant la règle de la dérivation en chaîne, la déformation locale de la grille apparaît explicitement sous la forme des coefficients métriques  $\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i}$  :

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial \xi_j} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i},$$

Dans le cas où la transformation est inversible, les coefficients de la métrique peuvent être déterminés par (Ferziger & Peric 1996)

$$\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} = \frac{\beta_{ij}}{J},$$

où les matrices  $\beta_{ij}$  sont les cofacteurs de la métrique inverse  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$  (tab. 3.2) et  $J$  est le jacobien (éq. 3.4 page 41). Les coefficients  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$  sont déterminés numériquement à l'aide d'une méthode en différence finies. Dans notre cas, la grille est fixe. Les coefficients de la métrique peuvent donc être calculés une fois au début de la simulation. Cependant, il existe de nombreuses applications où l'utilisation de grilles déformables est avantageuse, voire nécessaire. Un bon exemple est la simulation de tornades tel qu'effectuée par Fiedler & Trapp (1993). Dans ce cas, une équation décrivant l'évolution de la grille elle-même



doit être ajoutée.

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 1$	$+$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$-$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$+$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \end{vmatrix}$
$i = 2$	$-$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$+$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$-$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \end{vmatrix}$
$i = 3$	$+$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$-$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$	$+$ $\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \end{vmatrix}$

TAB. 3.2: Liste des matrices cofacteurs  $\beta_{ij}$  de la métrique inverse  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ .

### 3.5 Reconstruction des petites échelles

Nous avons vu précédemment que l'utilisation de modèle de turbulence est inévitable pour certaines applications (section 2.1.2). Une conséquence importante dans le cadre d'une simulation Euler-Lagrange à couplage unidirectionnel est que les plus petites échelles du mouvement ne sont pas résolues. La dispersion des particules peut alors être sous-évaluée (Chen & Pereira 1998; Dukowicz 1980). Ce sera le cas si le temps de relaxation dynamique (éq. 2.16) est comparable ou largement inférieur au temps caractéristique de la turbulence (Shyy 1989).

Le modèle en Monte-Carlo de Dukowicz (1980) permet de reconstruire statistiquement des fluctuations turbulentes pour la vitesse du fluide perçus par la particule. Il est basé sur une marche aléatoire afin de simuler l'action des fluctuations turbulentes sur la trajectoire des particules. Il s'agit d'un modèle couramment employé et il est abondamment référencé (Lightstone & Raithby 1994; Chen & Pereira 1998; Faeth 1987). La turbulence y est supposée isotrope et obéissant à une statistique Gaussienne pour les fluctuations

de vitesse. Connaissant l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ), il s'ensuit que les fluctuations de vitesses pour chaque composante obéissent à

$$v_i^{f'} \sim \Gamma\left(0, \sqrt{2k/3}\right).$$

Nous utilisons un algorithme de Box-Muller (Press et al. 1992) pour chaque composante des fluctuations de vitesse. Une fluctuation interagit avec une particule pour un délai et un déplacement donnés par la durée de survie et la taille d'un tourbillon caractérisant la turbulence locale (fig. 3.7). Dans le cas du modèle  $k - \epsilon$  ces échelles en temps et en espace sont déduites des quantités  $k$ ,  $\epsilon$  et de la constante  $C_\mu$  du modèle (éq. 2.8 page 19) :

$$L_e = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \quad (3.5)$$

$$t_e = \frac{L_e}{\sqrt{2k/3}} \quad (3.6)$$

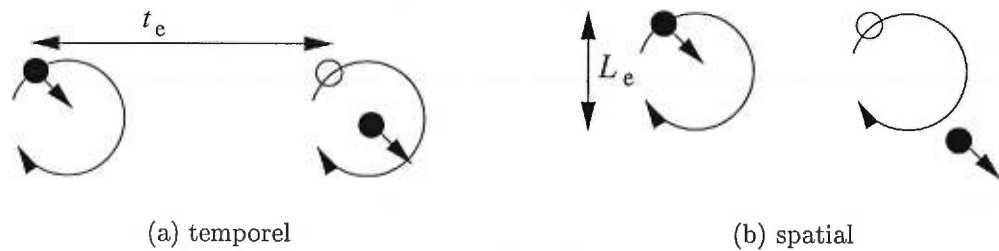


FIG. 3.7: Critères utilisés dans le modèle de Dukowicz (1980)

Lightstone & Raithby (1994) ont développé une approche originale basé sur la fonction de distribution de probabilité (FDP) pour la vitesse de la particule. Ce modèle exprime l'équation du mouvement comme une combinaison de deux forces. La première résulte de l'interactions de la particule avec le champ moyen et a la forme de la traînée de Stokes. La deuxième tient compte de l'influence des fluctuations, qui sont supposées obéir à un processus Gaussien aléatoire. Ainsi, on passe d'une équation différentielle ordinaire à une équation différentielle stochastique avec un bruit blanc comme terme de forçage. En utilisant la théorie des phénomènes stochastiques, ces auteurs obtiennent alors une équation de Fokker-Planck, décrivant l'évolution

temporelle de la FDP. Deux processus sont alors à l'oeuvre : un transport par advection dans l'espace des vitesses et une diffusion par l'entremise de l'amplitude du bruit blanc. Cette équation est alors résolue pour de faibles  $Re_p$ .

Il est aussi possible d'utiliser une densité de probabilité sur la vitesse des particules (Chen & Pereira 1998). La fonction d'auto-corrélation Lagrangienne apparaît alors dans l'expression de la variance. Évidemment, cette quantité est inconnue et il est alors nécessaire d'imposer une forme analytique (Berlemont et al. 1990).

D'autres modèles utilisant une approche basée sur la fonction d'auto-corrélation Lagrangienne ont aussi été développés (Berlemont et al. 1990; Simonin et al. 1993). Tous ces modèles sont cependant plus complexes et moins connus que le modèle de Dukowicz (1980). Il serait aussi possible d'aborder le problème en terme de modélisation de l'action du tenseur de Reynolds (éq. 2.7) sur la surface de la particule. Cette approche devrait éventuellement être compatible avec le modèle de turbulence. Les bilans de force donnés par les équations 2.11 et 2.12 à la page 22 devraient donc être modifiés en conséquence.

Ce genre de modélisation des fluctuations turbulentes n'est pas toujours nécessaire. Par exemple, si le temps de relaxation dynamique (éq. 2.16) est largement supérieur au temps caractéristique de la turbulence (Shyy 1989). Des études expérimentales ont en effet montré que la turbulence n'influence pas la diffusion des particules dans ce cas puisque les fluctuations de vitesse du fluide sont trop rapides comparativement à l'inertie de la particule (Snyder & Lumley 1971).

Un autre exemple ne nécessitant pas ce type de modélisation est l'étude des trajectoires moyennes d'un nuage de particules obéissant toutes à l'hypothèse de Stokes. Dans ce cas, l'équation du mouvement (éq. 2.15) est linéaire et en moyennant (éq. 2.6), il apparaît clairement que les fluctuations de vi-

tesse n'influencent pas les trajectoires moyennes (Shyy 1989) :

$$\frac{d\langle \vec{v}^p \rangle}{dt} = \frac{\langle \vec{v}^f \rangle - \langle \vec{v}^p \rangle}{\tau_r} + g\delta_{i3}.$$

### 3.6 Discrétisation temporelle

À partir de ce point, il importe de choisir un schéma d'évolution dans le temps. Ce choix doit tenir compte du fait qu'il s'agit d'une équation différentielle de type "raide". C'est à dire que deux échelles de temps différentes doivent être résolues simultanément : Le temps du fluide et le temps de réponse de la particule relié au nombre de Stokes.

Un schéma prédicteur-correcteur pour repère inertiel adapté à ce type de problème est quelquefois rencontré dans les applications commerciales (Advanced scientific computing Ltd. 1992). L'idée de base de ce schéma est d'approximer l'équation Basset-Boussinesq-Oseen de manière à obtenir une équation différentielle ordinaire admettant une solution analytique. Cette solution, valide pour un intervalle de temps suffisamment petit, est alors utilisée comme correcteur. L'hypothèse principale sur laquelle ce schéma s'articule est que le facteur de correction varie faiblement avec le nombre de Reynolds.

L'algorithme décrit à la section suivante est une généralisation de ce schéma. Il traite de manière implicite le terme de Coriolis inévitablement présent si la géométrie est en rotation rapide. Ce nouveau schéma est donc particulièrement bien adapté dans le cas d'une roue Francis.

La performance du schéma d'interpolation est aussi maximisée en localisant au maximum tous les appels à cette routine. Pour un schéma d'ordre 2 strict, il faudrait évaluer le facteur de correction à l'aide d'un demi-Euler avant à l'étape 5(a)iii (page 66) du schéma numérique. Cependant, puisque ce facteur dépend faiblement du nombre de Reynolds, nous pouvons le laisser tomber. Il serait aussi possible de forcer l'ordre 2 en implémentant le schéma de Barton (1996), ou encore en utilisant une autre correction à la loi de traînée (Michaelides 1997).

# Chapitre 4

## *Implementation strategies for real-time particle transport solver*

Stephen Bergeron et Alain Vincent  
Département de Physique, Université de Montréal  
C.P. 6128, station "A", Montréal, Québec, CANADA H3C 3J7

*Computing in Science and Engineering*  
soumis en août 1998

## Abstract

Many problems in physics and engineering involve the transport of solid particles in a turbulent field. In some cases, it is desirable to study the transport of those particles in “real time”. The prediction of erosion in the rotating part of hydraulic turbines is such a problem. This paper presents a semi-analytic predictor-corrector scheme adapted to the case of a rotating frame of reference. Simplification, related to the interpolation scheme required, are discussed as well as a parallel implementation using MPI on 10Base-T Ethernet interconnected workstations. The 3D solver is coupled with a high performance visualization software. Performance then shows a quasi-linear speedup.

**PACS 96** : 47.55.Kf **Keywords** : Computer-aided design, Real-time simulation, Coarse-grain parallelism

## 4.1 Matrix form of particle transport

Particle-laden flows are common in natural environments and in industrial processes (Maxey 1987a; Uijttewaal & Oliemans 1996). Applications are numerous and their importance has made them of great theoretical and practical concern over the last 60 years (McLaughlin 1994). For example, it is of practical interest to add particles in a turbulent flow in order to extract deposition rate or impingement intensity (Bergeron et al. 1997). It is important to use a sufficiently large number of particles in order that the whole simulation volume is to be explored (Yeung & Pope 1988), although preferential concentration zones are possible and likely to occur (Eaton & Fessler 1994).

The problem considered here is the study of sand erosion in hydraulic turbines. Traditionally, manufacturers have relied on empirical data and experience gathered from existing sites to estimate the component damage between outages (Bergeron et al. 1997). But for new hydro-power projects involving high risks of sand abrasion, it is desirable to numerically study the abrasive mechanism in order to predict, during the design process, the zones at high risk of erosion damage. We are mainly interested here by the abrasion process in a rotating part of the turbine, such as the runner. For simplicity, the intensity erosion is supposed to depend only on the sediment size distribution type and the hydraulic design (geometries).

In this paper, design strategies are presented in order to perform real-time simulations in a rotating frame of reference. We restrict ourselves to one-way coupling problem, meaning that particles do not disturb the fluid. This is the case if particles are small and if the mass loading ratio is less than 10 % (Hinze 1975). Typically, the motion of a spherical particle is described using a Basset-Boussinesq-Oseen (BBO) type of differential equation (Maxey & Riley 1983; Hinze 1975). Since our purpose is to highlight the numerical

implementation, we consider a simplified version of the BBO equation :

$$\begin{aligned}
m_p \frac{d\vec{v}^{\vec{p}}}{dt} &= m_p \vec{g} + 6\pi a\mu(\vec{v}^{\vec{f}}(\vec{x}^{\vec{p}}) - \vec{v}^{\vec{p}}) - \frac{4\pi a^3}{3} \nabla P(\vec{x}^{\vec{p}}) \\
&\quad - m_p \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}^{\vec{p}}) + 2m_p \vec{\omega} \times \vec{v}^{\vec{p}} \\
\frac{d\vec{x}^{\vec{p}}}{dt} &= \vec{v}^{\vec{p}}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Where  $\vec{v}^{\vec{f}}$  is the fluid local velocity,  $\vec{x}^{\vec{p}}$ ,  $\vec{v}^{\vec{p}}$ ,  $m_p$  and  $a$  are the particle position, velocity, mass and radius.  $\frac{d}{dt}$  is the substantive derivative,  $P$  is the pressure and  $\omega$  is the reference frame rotation. The above equation of motion includes the buoyancy force, Stokes drag and the force due to the pressure acting normally on the particle surface. Finally, the centripetal and Coriolis effective forces are obtained by expressing the equations of motion in a rotating frame of reference (Goldstein 1980).

This is a stiff system of equations : the physical problem has transients that decay to zero very rapidly (Golub & Ortega 1992). It follows from the fact that the time scale associated with the fluids can be very different from the particle response time (Maxey 1987a),

$$St = \frac{m_p}{6\pi a\mu},$$

also known as the Stokes number if non-dimensional units are used. The numerical scheme must cope with those transients even after they no longer contribute to the solution (Golub & Ortega 1992). The only way to solve the problem properly is to use implicit methods (Golub & Ortega 1992), such as the Heun predictor-corrector algorithm, also known as the order 2 Runge-Kutta. An explicit Euler step is used as a predictor and the gradient mean is then used on the  $[t, t + \delta t]$  interval (Golub & Ortega 1992).

In order to design a more implicit method that naturally takes care of the rotating frame of reference, we introduce the matrix form of equation 4.1 :

$$\frac{d}{dt}\vec{v}^{\vec{p}}(t) = -\Gamma\vec{v}^{\vec{p}}(t) + \vec{u}(\vec{v}^{\vec{f}}, \vec{x}^{\vec{p}}, \nabla P). \tag{4.2}$$

Vectorial function dependency will be noted  $\vec{u}(t)$  for quick reference. Constant and space varying field forces are included. Here, those forces are the buoyancy,



the pressure gradient and the centripetal effect :

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{v}^f, \vec{x}^p, \nabla P) &= \vec{g} + \frac{6\pi a\mu}{m_p}(\vec{v}^f(\vec{x}^p) - \vec{v}^p) - \frac{4\pi a^3}{3 m_p} \nabla P(\vec{x}^p) \\ &\quad - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}^p) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Drag force is included both in the matrix  $\Gamma$  and the vectorial function. The Coriolis force induced a non-diagonal form for  $\Gamma$ . For a vertical axis of rotation  $\vec{\omega} = (0, 0, \omega_z)^T$ , this matrix reads

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \alpha & 2\omega_z & 0 \\ -2\omega_z & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

where  $\alpha = 1/St$  is the response frequency.

It is also possible to take into account other physical effects and to modify equation 4.4 accordingly. A typical example is the use of modify drag laws in order to take into account form drag (Julien 1995). The Stokes drag factor ( $6\pi a\mu$ ) is modified by introducing a multiplicative correction factor  $C(Re_p)$ , depending on the particle Reynolds number (Shyy 1989) :

$$Re_p = \frac{2a|\vec{v}^f - \vec{v}^p|}{\mu/\rho_f},$$

where  $\rho_f$  is the fluid density. Consequently, the vectorial function  $\vec{u}$  becomes dependent on the particle Reynolds number. However, the use of equation 4.1 is sufficient since our purpose is to design an algorithm for a rotating frame of reference. Obviously, the use of a modify drag law will not interfere with the generic approach described here.

Equation 4.2 is linearized by assuming small time dependency. This is always the case if the time interval  $[t, t + \delta t]$  is chosen appropriately. By using the change of variable  $\vec{v}' = \vec{v}^p - \Gamma^{-1} \vec{u}$ , the ‘‘canonical’’ ordinary differential equation is found :

$$\frac{d}{dt} \vec{v}' = -\Gamma \vec{v}',$$

The diagonal form  $\Gamma = SAS^{-1}$  is used in order to find the solution (Strang 1988) :

$$\vec{v}^p(t + \delta t) = Se^{-\Lambda\delta t} S^{-1} (\vec{v}^p(t) - \Gamma^{-1} \vec{u}) + \Gamma^{-1} \vec{u}. \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \begin{pmatrix} \alpha & 2\omega_z & 0 \\ -2\omega_z & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} \\
\Gamma^{-1} &= \frac{1}{\alpha^2 + 4\omega_z^2} \begin{pmatrix} \alpha & -2\omega_z & 0 \\ 2\omega_z & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha^2 + 4\omega_z^2}{\alpha} \end{pmatrix} \\
S &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -i & i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
S^{-1} &= \begin{pmatrix} 1/2 & i/2 & 0 \\ 1/2 & -i/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\Lambda &= \begin{pmatrix} \alpha - 2i\omega_z & & \\ & \alpha + 2i\omega_z & \\ & & \alpha \end{pmatrix} \\
Se^{-\Lambda t}S^{-1} &= e^{-\alpha t} \begin{pmatrix} \cos 2\omega_z t & -\sin 2\omega_z t & 0 \\ \sin 2\omega_z t & \cos 2\omega_z t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

TAB. 4.1: Matrix used in order to compute the corrector step in the numerical scheme. Those are used in order to find the solution 4.8. The rotation axis is supposed to be along the  $z$  axis.

Many terms in this equation can be precomputed. After a little algebra, summarized in table 4.1, we found a form which emphasizes the role played by the drag and the Coriolis forces :

$$S e^{-\Lambda \delta t} S^{-1} = e^{-\alpha \delta t} \begin{pmatrix} \cos 2\omega_z \delta t & -\sin 2\omega_z \delta t & 0 \\ \sin 2\omega_z \delta t & \cos 2\omega_z \delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

For small  $\delta t$  the drag force decay transients to zero rapidly through the decreasing exponential. On one hand, the Coriolis force induces a rotation matrix over the “initial condition”  $v^{\vec{p}}(t)$  as perceived by the particle. On the other hand, the inverse matrix  $\Gamma^{-1}$  induces a coupling between the Stokes drag and the Coriolis forces *via* the vectorial function acting on the particle. By introducing the angle  $\phi$ ,

$$\phi = \arccos \frac{\alpha}{\alpha^2 + 4\omega_z^2} = \arcsin \frac{2\omega_z}{\alpha^2 + 4\omega_z^2},$$

this non-trivial coupling appears explicitly as a rotation matrix in the rotation plane :

$$\Gamma^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Consequently, quantities related to rotation matrix by equations 4.6 and 4.7 and appearing in the analytical solution (eq 4.5) are all precomputed. This is the basis of our design strategy for the transport of solid particles in a

rotating frame of reference. The final solution is thus given by :

$$\begin{aligned}
 \vec{v}^{\vec{p}}(t + \delta t) = e^{-\alpha \delta t} & \begin{pmatrix} \cos 2\omega_z \delta t & -\sin 2\omega_z \delta t & 0 \\ \sin 2\omega_z \delta t & \cos 2\omega_z \delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 & \cdot \left( \vec{v}^{\vec{p}}(t) - \frac{1}{\alpha^2 + 4\omega_z^2} \begin{pmatrix} \alpha & -2\omega_z & 0 \\ 2\omega_z & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha^2 + 4\omega_z^2}{\alpha} \end{pmatrix} \vec{u} \right) \\
 & + \frac{1}{\alpha^2 + 4\omega_z^2} \begin{pmatrix} \alpha & -2\omega_z & 0 \\ 2\omega_z & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha^2 + 4\omega_z^2}{\alpha} \end{pmatrix} \vec{u}
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

The algorithm described in (Advanced scientific computing Ltd. 1992) can thus be generalized to the rotating geometry problem (see appendix). Dependency of the vectorial function  $\vec{u}$  upon field variables such as the local pressure gradient and the fluid velocity (equation 4.3) is obtained with the use of interpolation. This fact is emphasized by the notation  $\vec{v}^{\vec{J}}(\vec{x}^{\vec{p}})$  and  $\nabla P(\vec{x}^{\vec{p}})$  used in equations 4.1 and 4.3. An advantage of the approach described here is that all the quantities requiring an interpolation are localized in the vectorial function  $\vec{u}$ . Every calls to interpolation routines are thus well localized both in the algorithm and in machine memory.

The interpolation scheme should be chosen with great care and dependently on the method used for the fluid phase. In the case of direct numerical simulation (DNS), all the scales of motion present in the fluid are resolved. It has been shown that the main contribution to error in particle path is coming from the interpolation scheme (McLaughlin 1994). At least an order 2 in space is required (Yeung & Pope 1988), and under certain circumstances an order 6 should be used (Balachandar & Maxey 1989; Wang & Maxey 1993).

In the case of hydraulic turbines, the  $k - \epsilon$  turbulence model is usually used (Bergeron et al. 1997). Therefore, it is sufficient to consider the Order 1 TS8 tetrahedral interpolation scheme (Yeung & Pope 1988; Silvester &

Ferrari 1990). This follows from the fact that only the large scales of fluid motion are resolved and information at small scales is reduced to kinetic turbulent energy and its dissipation rate (Wilcox 1993). A reconstruction model must be introduced in order to mimic small scale fluid velocity fluctuations affecting the particles paths (Shyy 1989). Here we use the stochastic separated flow (SSF) model (Dukowicz 1980). Other models are possible, such as the stochastic particle velocity model (Lightstone & Raithby 1994), but the SSF model is by far the most used and is easy to implement (Bergeron et al. 1997). This model introduces noise in the local fluid velocity perceived by the particle. Consequently, the main contribution to error in particle path is coming from uncertainty over the fluid velocity itself.

## 4.2 Accuracy measurement

Essentially, there are two sources of errors : the interpolation scheme (error in space) and the advection scheme (error in time). The use of a benchmark case and comparison with experimental results (Bergeron et al. 1997; Blanchard et al. 1984) have established that order 2 errors, both in time and in space,  $O(\delta x^2, \delta t^2)$ , are sufficient for our purpose. Stability is important since particle transport occurs generally on long paths. That excludes forward and backward Euler schemes as well as the leap-frog scheme. Order 2 errors both in space and in time can be easily achieved by *eg* Runge-Kutta scheme. However, the predictor-corrector scheme described here is also order 2 and enables the use of an adaptative time step. Moreover, this scheme is unconditionally stable.

The equation of motion (4.1) admits an analytical solution if we drop the correction factor for the Stokes drag and if we use a linear velocity field for the fluid :

$$\frac{d^2 x^p}{dt^2} = -k_1 \frac{dx^p}{dt} - k_2 x^p \quad (4.9)$$

Obviously, this is not a realistic velocity field since there is a singularity at

the origin. However, this benchmark permits to test precisely the accuracy of our order 2 scheme. Since the vector field is linear, accuracy cannot be characterized precisely in the case where the scheme is of order higher than 2. That means that scheme of order 3 will be detected as order 2 errors.

By choosing properly the velocity field, the motion of the particles is described by the damped harmonic oscillator :

$$x^p = x_0 \frac{\sqrt{k_2 k_1}}{\sqrt{k_2 k_1 - \frac{k_1^2}{4}}} e^{-\frac{k_1}{2}t} \cos \left( \sqrt{k_2 k_1 - \frac{k_1^2}{4}} t + \phi \right) \quad (4.10)$$

where

$$\phi = -\text{atan} \sqrt{\frac{k_1}{2\sqrt{k_2 k_1 - \frac{k_1^2}{4}}}} \quad (4.11)$$

### 4.3 Size distribution and MPI Implementation

Simulations involving particle size distribution can be achieved with a parallelized version of the tool using the MPI library. The geometry and the fluid velocity field were computed on the master CPU and duplicated over each CPU using MPI\_Send and MPI\_Recv directives (Snir et al. 1995). The particles ensemble is spread over the slaves and particles dynamics is solved locally on each CPU. This approach is useful in the case of a moderate resolution fluid simulations involving less than 250000 grid points, which is always the case here.

This methodology applies well in the case of  $k - \epsilon$  static velocity field such as those involved in the sand particle erosion study (Bergeron et al. 1997). In this case, the communication cost is low since message passing between master and slave occurs mainly at the beginning (initialization) and at the end (erosion results) of the run. As a result, a simulation performed on an array of 10Base-T Ethernet interconnected Silicon Graphics workstations shows a quasi-linear speedup (figure 4.2). Comparison has been made using a more efficient communication CPU cluster such as an SGI Origin2000 server. In this case, the interprocessor I/O bandwidth is  $4 \times 10^6$  faster than the works-

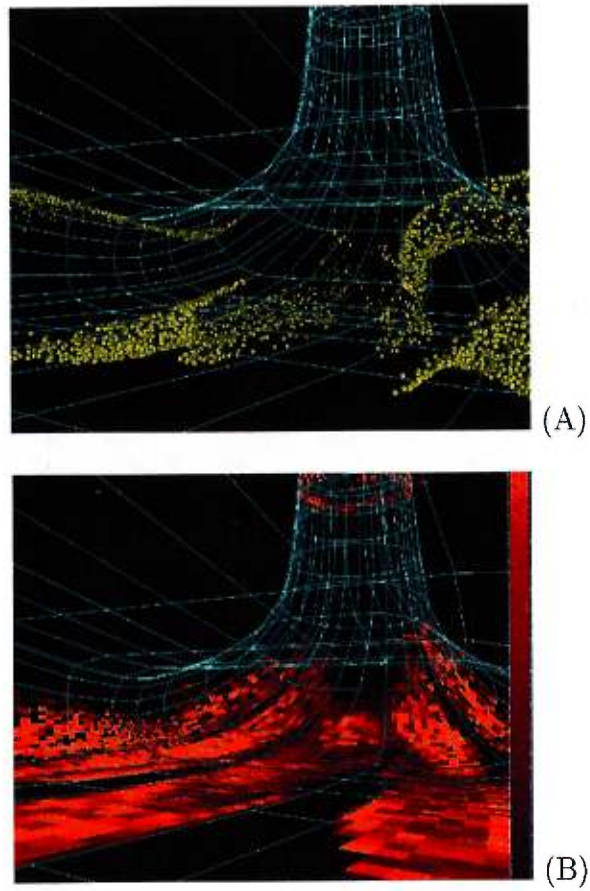


FIG. 4.1: An example of a typical simulation. 10000 particles are injected at the inlet of this turbine part. After 8 seconds, they spread all over the geometry and preferential concentration zones appears clearly (A). After many iterations, the user can visualize the erosion zones (B).

tation array and the speedup is not affected in a significant manner. This clearly indicates the low communication cost associated with our implementation. However, the overall computation time is lowered by a factor of 5 or so, resulting from the difference in CPU type : Origin2000 contains R10000 195 Mhz CPU rather than R4000 100Mhz for the workstations array.

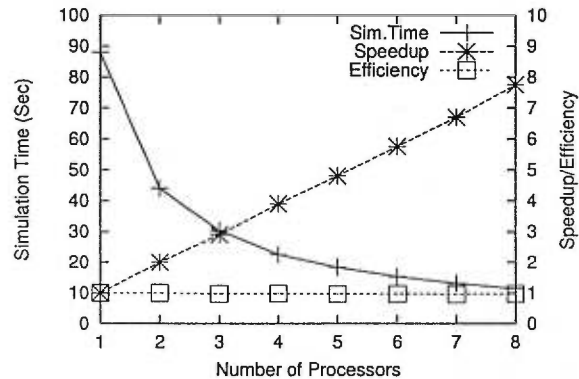


FIG. 4.2: Parallel performance of the solver achieved on a workstations cluster involving static field.

## Acknowledgments

This research was performed using the resources at CERCA (Centre for Research on Computation and its Applications, Montréal, Canada) and the Université de Montréal (Canada).

## Appendix

1. Initialize the Eulerian grid. In the case of  $k - \epsilon$  simulation, the pressure gradient and velocity fields are static and precomputed. Water density is fixed to  $\rho_f = 0.9982 \text{ g/cm}^3$ .
2. Loop over the set of particles :
  - (a) Particles initialization :  $\vec{x}^p(t_0)$ . Positions are randomly set near the



inlet of the geometry under study. Interpolation is used in order to initialize the particle velocities :  $\vec{v}^p(t_0) = \vec{v}^f(x^p)$ .

3. End loop over the set of particles.
4. The damping factor  $\alpha$  is precomputed as well as the Coriolis effect by evaluating  $\sin 2\omega_z \delta t$  and  $\cos 2\omega_z \delta t$ . Viscosity is set to  $\mu = 0.011g / cm s$  (or  $\nu = \mu/\rho = 0.011cm^2/s$ ). For now we restrict ourselves to a single size distribution. A typical particle radius is  $a = 0.02 cm$ . The gravitational constant is set to  $g = 980.6cm / s^2$ .
5. Time loop ( $t = t_0$ ).
  - (a) Loop over the set of particles.

- i. Particle position is  $x^p = x^p(t)$ .

- ii. Predictor : Explicit Euler on an half time step

$$\vec{x}_{\text{pred}} = x^p(t) + \frac{dt}{2} v^p(t) \quad (4.12)$$

The time step is chosen such that a particle cannot step over an entire grid element. We don't discuss any further the choice of the time step since it is typically dependent on the fluid simulation itself and on the particles characteristics. However, it should be emphasized that generally, the time step must decrease when the Stokes number and gravity effect are increased (Wang & Stock 1992).

- iii. Interpolation of fluid velocity and pressure gradient at predictor location  $\vec{x}_{\text{pred}}$  :

$$\vec{v}^f(\vec{x}_{\text{pred}}) \text{ and } \nabla P(\vec{x}_{\text{pred}}). \quad (4.13)$$

- iv. Corrector : The predicted speed and pressure gradient (step 5(a)ii and 5(a)iii) are supposed to prevail over the whole interval. The analytical solution given by equation 4.8 is then computed. The exponential is developed with a Taylor expansion

sion up to order 2. The vectorial function is evaluated by using the predicted values :

$$u\left(\vec{v}^f(\vec{x}_{\text{pred}}), \vec{x}^p = \vec{x}_{\text{pred}}, \nabla P(\vec{x}_{\text{pred}})\right) .$$

- v. Particle position is updated using the order 2 Heun scheme (Golub & Ortega 1992).

$$x^p(t + dt) = x^p(t) + dt \left( \frac{v^p(t + dt) + v^p(t)}{2} \right) \quad (4.14)$$

- vi. When a particle hits a wall, the speed ( $v_i^p$ ) and the impingement angle are extracted in order to compute the local erosion rate according to the model described by (Finnie 1960) and used by (Bergeron et al. 1997). On the other hand, the particle rebound can be obtained from experimental rebounding data of sand particles impacting on the 410 stainless steel (Jun & Tabakoff 1994).

(b) End loop over the set of particles.

6. End of time step :  $t = t + dt$ . Go back to step 5.

## Reference

- Maxey, M. R., 1987. The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields. *J. Fluid Mech.*, 174 :pp. 441–465.
- Uijttewaal, W. S. J. & Oliemans, R. V. A., October 1996. Particle dispersion and deposition in direct numerical and large eddy simulations of vertical pipe flows. *Phys. Fluids*, 8(10) :pp. 2590–2604.
- McLaughlin, J. B., 1994. Numerical computation of particles-turbulence interaction. *Int. J. Mult. Flow*, 20 :pp. 211–232.
- Bergeron, S., Vu, T. & Vincent, A., May 1997. Real time numerical simulation of particle transport and abrasion processes in hydraulic turbines. In Fifth Annual Conference, edited by Computational Fluid Dynamics Society of Canada, pp. 23–28. CFD Society of Canada, University of Victoria, Canada.
- Yeung, P. & Pope, S., 1988. An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulation of homogeneous turbulence. *J. Comp. Phys.*, 79 :pp. 373–416.
- Eaton, J. K. & Fessler, J. R., 1994. Preferential concentration of particles by turbulence. *Int. J. Mult. Flow*, 20(suppl.) :pp. 169–209.
- Hinze, J., 1975. *Turbulence*. McGraw-Hill, USA.
- Maxey, M. R. & Riley, J. J., April 1983. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Phys. Fluids*, 26(4) :pp. 883–889.
- Goldstein, H., 1980. *Classical mechanics*. Addison-Wesley, USA, 2nd edition.
- Golub, G. H. & Ortega, J. M., 1992. *Scientific computing and differential equations*. Academic Press, USA.
- Julien, P. Y., 1995. *Erosion and sedimentation*, chapter 5, pp. 70–71. CUP, USA.

- Shyy, W., January 1989. Computation of droplet characteristics in swirling recirculating flow. In 27th Aerospace Sciences Meeting, 89-0055, pp. 1-10. AIAA, USA.
- Strang, G., 1988. Linear algebra and its applications, chapter 5. Harcourt Brace Jovanovich, USA, 3rd edition.
- Bergeron, S., 1998. Transport de particules massives dans un fluide turbulent : application à l'érosion due au sable sur les parois d'une turbine hydraulique. Ph.D. thesis, Université de Montréal, Canada.
- Advanced scientific computing Ltd., Canada, 1992. TASCflow user manual : Theory documentation.
- Balachandrar, S. & Maxey, M. R., 1989. Methods for evaluating fluid velocities in spectral simulations of turbulence. J. Comp. Phys., 83 :pp. 96-125.
- Wang, L.-P. & Maxey, M. R., 1993. Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous turbulence. J. Fluid Mech., 256 :pp. 27-68.
- Silvester, P. P. & Ferrari, R. L., 1990. Finite elements for electrical engineers. CUP, USA, 2nd edition.
- Wilcox, D. C., 1993. Turbulence modeling for CFD. DCW Industries, Inc., USA.
- Dukowicz, J. K., 1980. A particle-fluid numerical model for liquid sprays. J. Comp. Phys., 35 :pp. 229-253.
- Lightstone, M. F. & Raithby, G. D., 1994. A new model to predict particle motion in a turbulent gaseous environment. In 2nd Annual Conference, edited by of Canada, C. F. D. S., pp. 1-8. University of Toronto, Canada.
- Blanchard, D. J., Griffith, P. & Rabinowicz, E., August 1984. Erosion of a pipe bend by solid particles entrained in water. J. Eng. for Industry, 106 :pp. 213-217.

- Snir, M., Otto, S. W., Huss-Lederman, S., Walker, D. W. & Dongarra, J., 1995. MPI : The Complete Reference. The MIT Press, USA.
- Wang, L.-P. & Stock, D. E., March 1992. Numerical simulation of heavy particle dispersion time step and nonlinear drag considerations. J. Fluid Eng. (Trans. of the ASME), 114 :pp. 100-106.
- Finnie, I., 1960. Erosion of surfaces by solid particles. Wear, 3 :pp. 87-103.
- Jun, Y.-D. & Tabakoff, W., December 1994. Numerical simulation of a dilute particulate flow (laminar) over tube banks. J. Fluid Eng. (Trans. of the ASME), 116 :pp. 770-777.

# Chapitre 5

## Application à l'érosion due au sable dans les turbines hydrauliques

La conversion d'énergie mécanique en énergie électrique d'une turbine hydraulique moderne affiche un rendement typique de 94% [4]. Il s'agit donc d'une des machines les plus efficaces jamais construite jusqu'à ce jour. La mise au point de ce type de machine exige (en partie) de minimiser les zones de recirculation responsables des pertes de charges et d'efficacité. Il s'agit d'un processus difficile et relevant du défi technologique pour le manufacturier. Chez General Electric Hydro, ce processus consiste d'abord à déterminer la structure de l'écoulement pour différentes géométries à l'aide de simulations numérique ( $Re \approx 5. \times 10^8$ ). Une fois cette étape d'optimisation terminée, les ingénieurs utilisent des modèles réduits en laboratoire. Finalement, une configuration quasi optimale sera trouvée et un prototype sera fabriqué avant de commercialiser le modèle final [5].

Une fois en opération, le sable présent dans l'eau érode la parois interne de la turbine. Cela se passe par exemple en région montagneuse, à *confidentiel* au *confidentiel* [6]. Les glaciers rabotent la montagne et arrachent des particules

de quartz qui se retrouvent dans l'eau des lacs et du réservoir. Le phénomène d'abrasion intensif se produit en raison de la dureté de ce type de grains et des grandes vitesses de collision.

Des contrôles effectués régulièrement afin de mesurer l'usure des composants ont permis de démontrer que le processus d'érosion dépend de nombreux paramètres reliés au type de sédiment et au design de la machine elle-même. Ce type d'informations *à posteriori* est utile au manufacturier puisqu'elles s'ajoutent aux connaissances empiriques et intuitives des dessinateurs et ingénieurs. Cependant, cette information est généralement utilisée de manière qualitative puisque la géométrie, de même que le type de sédiments, sont amenés à changer d'un site à l'autre.

Il est donc préférable d'inclure les dommages imputables au sable comme paramètres des simulations de nouveau design, en tenant compte des particularités du site et de la géométrie. Les résultats de ces simulations s'ajoutent ainsi aux connaissances acquises sur le terrain.

General Electric Hydro nous a demandé de développer un outil permettant de prédire les zones à fort risque (Bergeron et al. 1997). D'une part, nous fournissons les connaissances reliées à la physique des fluides à deux phases dispersées ainsi que la mise en oeuvre numérique de simulation de ce type. D'autre part, la compagnie General Electric Hydro nous a donné la géométrie de la turbine ainsi que les champs de vitesse et pression associés. Les éléments composant la turbine sont montrés à la figure 5.1. Le schéma décrit au chapitres 3 et 4 est incorporé dans un environnement utilisant une interface avec l'utilisateur basée sur un "simulateur de vol" développé dans le contexte des simulations numériques directes à haute résolution (annexe B).

Au cours d'un tel projet de collaboration, il est essentiel de prendre en compte les contraintes inhérentes au contexte industriel. Il ne suffit pas de trouver une solution, il faut obtenir une solution pratique dans un laps de temps relativement court. De plus, il est essentiel que l'outil développé s'in-

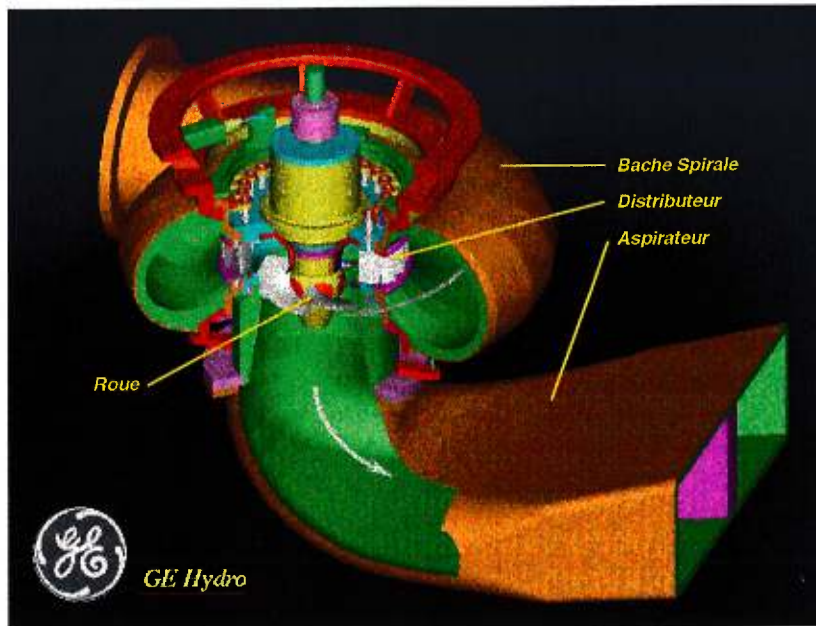


FIG. 5.1: Les composantes d'une turbine hydraulique.

tégre bien dans la chaîne de recherche et développement en contexte industriel. Par exemple, chez General Electric Hydro, le processus de design consiste d'abord à déterminer la structure de l'écoulement à l'aide de simulation  $k - \epsilon$ . Nous devons donc tenir compte de cette particularité pour reconstruire les plus petites échelles de la turbulence (section 3.5).

Le logiciel résultant est utilisé en "temps réel" par les ingénieurs dans le but de mettre au point les futures générations de turbines hydrauliques. La dynamique de plusieurs centaines de milliers de particules de sable peut être modélisée et visualisée interactivement sur une station de travail graphique. L'utilisateur est libre de se déplacer dans l'espace à l'aide d'un environnement similaire à un simulateur de vol (fig. 5.2). Il peut ainsi analyser les détails du processus d'érosion de même que l'écoulement du fluide dans la turbine. Les figures publiées dans le rapport annuel du CERCA en 1996 et reproduites en partie ici (fig. 5.3) représentent la scène telle que perçue par l'utilisateur. Dans cette simulation, nous avons relâché 10,000 particules de Quartz à l'entrée de l'aspirateur de la turbine, visible en haut à droite. Le



diamètre des particules est de  $0.1\text{mm}$ . La figure du haut montre la position des particules après 3.5 secondes et celle du bas après 8.6 secondes. La vitesse maximale de l'écoulement est de  $31\text{m/s}$  et la vitesse moyenne de  $7.5\text{m/s}$ .

Nous avons communiqué nos résultats au cours de la cinquième réunion de la société Canadienne de CFD (Bergeron et al. 1997). Le cas du coude de 2.5 cm de même que plusieurs composantes d'une turbine y ont été présentés. L'influence du diamètre de la particule a été calibré de même que l'influence des fluctuations turbulentes pour le coude. Nous avons observé que les fluctuations influencent les plus petites particules et que la condition  $Re_p < 100$  est toujours satisfaite.

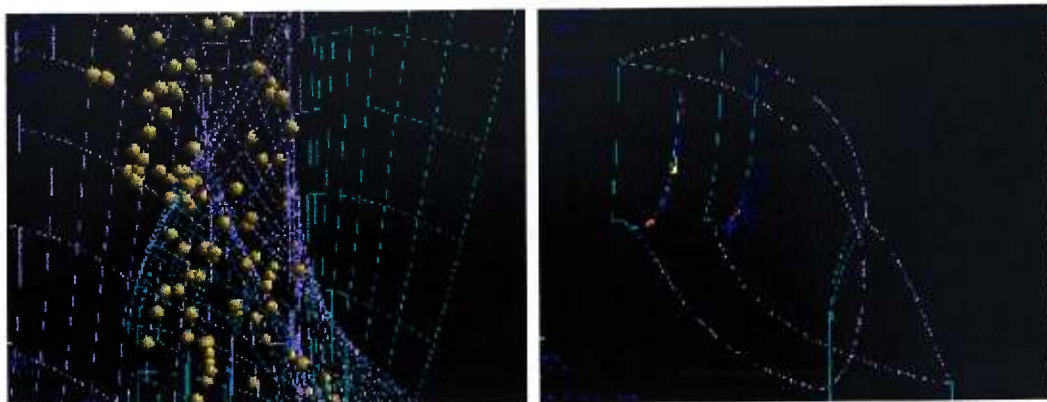


FIG. 5.2: Nuage de 5000 particules de  $0.1\text{mm}$  de diamètre dans une section du distributeur et zones d'érosions associées. La figure de gauche montre la position des particules au cours de leurs déplacements. L'observateur fait face à l'entrée du distributeur. La figure de droite montre les zones d'érosions associées tel que perçus par l'observateur lorsqu'il tourne autour de la géométrie.

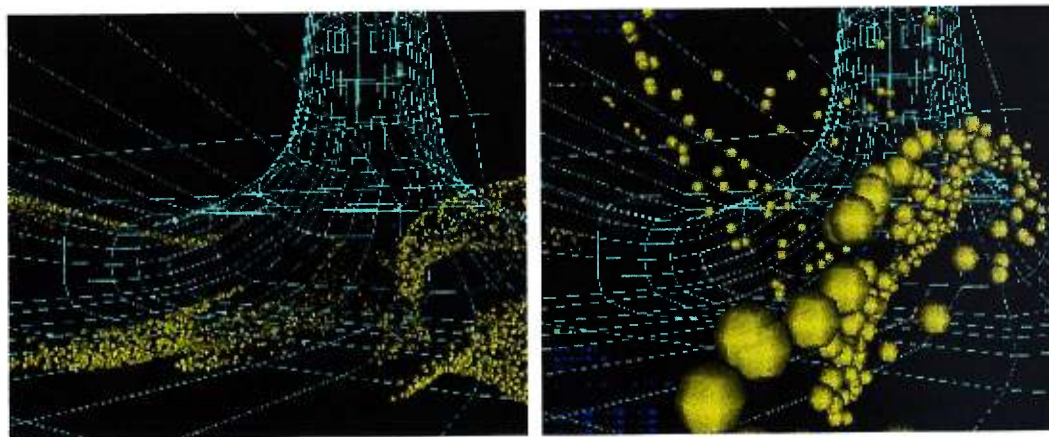


FIG. 5.3: Trajectoire des particules dans l'aspirateur. Dans cette simulation, nous avons relâché 10,000 particules de Quartz à l'entrée de l'aspirateur de la turbine, visible en haut à droite. Le diamètre des particules est de  $0.1\text{mm}$ . La figure de gauche montre la position des particules après 3.5 secondes et celle de droite après 8.6 secondes. La vitesse maximale de l'écoulement est de  $31\text{m/s}$  et la vitesse moyenne de  $7.5\text{m/s}$ . L'aspirateur est la plus grosse composante de cette turbine : ces dimensions sont de  $54 \times 31 \times 26$  mètres (image reproduite dans le rapport annuel du CERCA en 1996).

## Chapitre 6

*Real Time Numerical  
Simulations of Particle  
Transport and Abrasion  
Processes in Hydraulic Turbines*

Stephen Bergeron, Alain Vincent  
Département de Physique, Université de Montréal  
C.P. 6128, station "A", Montréal, Québec, CANADA H3C 3J7

Thi C. Vu  
General Electric Hydro  
795 George V, Lachine, Quebec, Canada H8S-4K8

*Fifth Annual Conference of the Computational Fluid  
Dynamics Society of Canada*  
Université de Victoria, Colombie Britannique, Canada  
Manuscrit accepté le 12 avril 1997

## Abstract

In the present paper, we numerically study the abrasive mechanism of sand particles in hydraulic turbine components. The theory used and the influence of important parameters are described. The elbow pipe flow is presented as a validation case.

## Introduction

The sediment content in rivers may cause abrasion in different components of hydraulic turbines. The erosion intensity depends on the sediment type, its characteristics (particle size distribution, shape and quantity), on the operating condition of the machine (flow rate, head and rotation speed), the hydraulic design itself, as well as the material used for the turbine components. Traditionally for existing sites, manufacturers of hydraulic turbines have relied on empirical data and experience gathered from site to estimate the component damage between outages. But for new hydro-power projects involving risks of sand abrasion, it is desirable to numerically study the abrasive mechanism in order to predict, during the design process, the zones at high risk of erosion damage.

The sand erosion study consists of firstly, performing the viscous flow analysis for the turbine component, then secondly, simulating in real time the transport of sand particles in the turbulent flow field and thirdly monitoring the impact of the particles on the component surface. Our purpose is to describe the second step of this process and to illustrate the results achieved by our methodology.

Validation work is being carried out for an elbow pipe flow as well as for different hydraulic turbine components such as distributor and runner. In the present paper we will present, in detail, the validation for the elbow pipe flow. Application to prototype turbine components will be presented in the oral presentation. Numerical simulations are performed with an  $\mathcal{O}(\delta x^2, \delta t^2)$

scheme but the scheme itself is not presented here.

## 6.1 Particle Transport

The transport of particles by a continuous phase has been studied for a century (Basset 1888; Batchelor 1967; Maxey & Riley 1983) and it is still an open field of research with numerous applications (Maxey 1987b; Mostafa 1992). In the case of Lagrangian particles, there is a strong analogy between the particle mixing ratio inside the flow and the concentration of passively advected and diffused tracer (Pierrehumbert & Yang 1993). The resulting dispersion effects are thus well understood. However, the case of massive particles is harder to study. A part of the difficulty originates from the fact that the path followed by each particle is more complex since there is a crossing trajectories effect (Mostafa 1992; Ferguson & Stock 1993).

Here we consider the Basset-Boussinesq-Oseen equation for a spherical particle with radius  $a$  and mass  $m_p$  inside a fluid of dynamic viscosity  $\mu$  (Maxey & Riley 1983; Hinze 1975) :

$$m_p \frac{d\vec{v}^p}{dt} = + (m_p - m_f) \vec{g}, \quad (6.1)$$

$$+ C(Re_p) 6\pi a \mu (\vec{v}^f - \vec{v}^p) \quad (6.2)$$

$$- \frac{4\pi a^3}{3} \nabla P \quad (6.3)$$

$$+ m_f \frac{d}{dt} (\vec{v}^f - \vec{v}^p) \quad (6.4)$$

$$- (m_p - m_f) \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}^p) \quad (6.5)$$

$$+ 2m_p \vec{\omega} \times \vec{v}^p \quad (6.6)$$

Where  $\vec{v}^f$  is the fluid local velocity,  $\vec{x}^p$ ,  $\vec{v}^p$  and  $a$  are the particle position, velocity and radius.  $m_f$  is the virtual mass of fluid displaced by the particle motion.  $\frac{d}{dt}$  is the substantive derivative,  $P$  is the pressure and  $\omega$  is the reference frame rotation. The correction factor  $C(Re_p)$  depend on the particle

Reynolds number :

$$Re_p = \frac{2a|\vec{v}^f - \vec{v}^p|}{\mu/\rho^f}. \quad (6.7)$$

The above equation of motion includes the buoyancy force (rhs. 6.1), the force due to the pressure acting normally on the particle surface (rhs. 6.3), the force to accelerate the virtual or “added” mass of the particle relative to the ambient fluid (rhs. 6.4), the centripetal (rhs. 6.5) and Coriolis (rhs. 6.6) effective forces (obtained by expressing the equations of motion in a rotating frame of references (Goldstein 1980)).

The Basset (or history) term (Basset 1888) :

$$6a^2 \int_{t_0}^t dt' \sqrt[2]{\frac{\pi\rho^f\mu}{t-t'}} \frac{d}{dt'} (\vec{v}^f - \vec{v}^p),$$

should be added to the right hand side of this equation if both the undisturbed and disturbed flow obey Stokes flow condition (Maxey & Riley 1983). This is the case if the particle Reynolds number is smaller than 1,  $Re_p < 1$ , and this history term will be non-negligible if  $Re_p$  shows strong oscillations (Hinze 1975) as it can be viewed from the integrand. The aim of this term is to model the action of the particle over the fluid in the case where the Stokes hypothesis ( $Re_p \ll 1$  and  $C(Re_p) = 1$  in eq. 6.2) is not valid. It can be viewed as a first order correction to Stokes law (Graf 1971).

Since our experiment involves particle Reynolds number between 1 and 100, it is more appropriate to use a corrected Stokes drag (rhs. 6.2) rather than the Basset term. The drag correction factor,  $C(Re_p)$ , is introduced to take into account for experimental result on the viscous drag of a solid sphere. There are numerous empirical values for the drag coefficient depending on the regime considered (for a brief account, see (Shyy 1989)). In our numerical experiments the particles sustain the Allen regime : both skin friction and form drag are important (Julien 1995). The empirical drag corrections over this regime are well known and concordant between numerous authors. This is not the case for higher  $Re_p$  (Newton regime) (Shyy 1989) (see fig. 6.1).

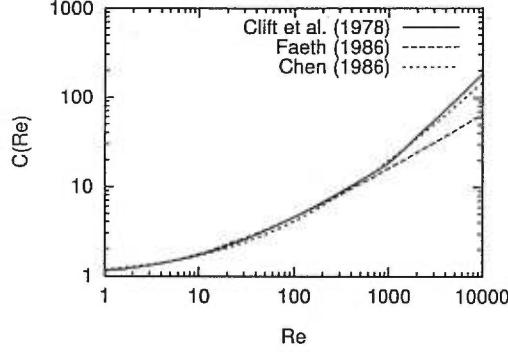


FIG. 6.1: Stokes correction factor versus particle Reynolds number for the Allen and Newton regimes.

### 6.1.1 Turbulent Fluid Fluctuations and Particle Motion

The BBO equation should be viewed as an equation of motion governing instantaneous rather than mean particle motion. Care should be taken in calculating the mean trajectories of small particles (Shyy 1989) and in particular, regarding the turbulence effects that are not accounted in the mean velocity fields we use.

The characteristic time of deformation of a fluid element may be written as  $\sqrt{\nu/\epsilon}$  where  $\nu$  is the kinematic viscosity and  $\epsilon$  is the kinetic energy dissipation rate per unit mass. The displacement of the particle relative to that fluid element should be smaller than the Kolmogoroff's dissipation scale  $l_D = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ . In principle, the dissipation scale should be resolved in the computation of the flow. However, in the case of hydraulic turbine components, the Reynolds number is of the order of  $10^8$ . A direct numerical simulation is not possible and such industrial application typically rely on  $k - \epsilon$  simulations.

Following the model introduced by Dukowicz (Dukowicz 1980) and used by Faeth (Faeth 1987), small scale structures can be reconstructed from the eddy viscosity, turbulent kinetic energy and dissipation of the  $k - \epsilon$  model. For this purpose, eddy characteristic size ( $L_e$ ) and lifetime ( $t_e$ ) are introduced

with the use of the  $C_\mu = 0.09$  constant,

$$L_e = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\epsilon},$$

$$t_e = \frac{L_e}{\sqrt{2k/3}},$$

and the velocity fluctuations  $v_i^f$  are supposed to obey a Gaussian distribution  $\Gamma$  with the proper standard deviation :

$$v_i^f \sim \Gamma\left(0, \sqrt{2k/3}\right).$$

Those fluid velocity fluctuations are included in the BBO equation via the Reynolds averaging process,  $\vec{v}^f = \overline{\vec{v}^f} + \vec{v}^f$ . Here the mean part of the velocity field,  $\overline{\vec{v}^f}$ , is the one solved by the  $k - \epsilon$  simulation.

### 6.1.2 Solid Surfaces

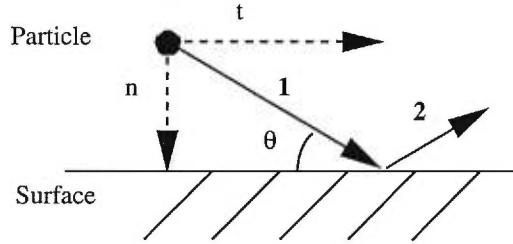


FIG. 6.2: Angle notations used in this paper. Transverse and normal velocities are indexed by  $t$  and  $n$ . The incident particle is indexed by 1 while the rebound particle is specified by 2.

When a particle hits a wall, the speed ( $v_i^p$ ) and the impingement angle ( $\theta$ , see fig. 6.2) are extracted in order to compute the local erosion rate (Finnie 1960; Finnie et al. 1979; Fontana & Greene 1978) :

$$e = C m_p \frac{v_p^2}{2} f(\theta),$$

where  $C$  is a constant depending on the penetration hardness of the wall and  $f(\theta)$  is a function that represent the angular dependency of the wall (see fig. 6.3). The erosion process depends on the wall material characteristics. For example the mechanisms of material removal for ductile and brittle solids are very different (Finnie et al. 1979). This is mainly due to the difference



in angular dependency between the two behaviors (Ives & Ruff 1979). For a ductile surface, material is removed by the cutting action of the particles while for a brittle solid the material is removed by the propagation and intersection of cracks. Thus ductile material erosion occur for small impingement angle while brittle solid are more likely affected by near  $90deg$  collision. This is illustrated in (fig. 6.3) for different wall materials. This model relates solid-particle impingement erosion of materials to a micro-machining process. It is derived from a theoretical model of an ideally ductile metal by considering the trajectory of the tip of a rigid abrasive grain that cuts the surface (Ives & Ruff 1979) .

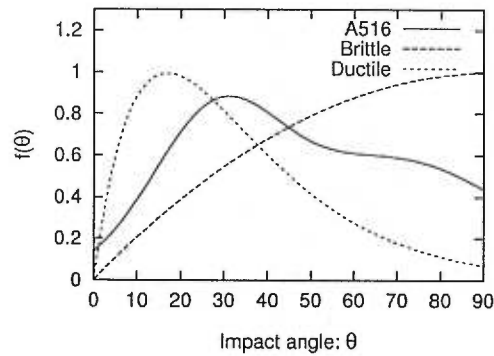


FIG. 6.3: Angular dependency of the erosion rate for different wall materials.

On the other hand, the particles rebound can be obtained from experimental rebounding data of sand particles impacting on the *410 stainless steel* (Jun & Tabakoff 1994). Restitution coefficients are given by the rebound to incident ratio of the normal and transversal speed of the particle (fig. 6.2) :

$$e_t = \left( \frac{v_{2t}}{v_{1t}} \right) \quad e_n = \left( \frac{v_{2n}}{v_{1n}} \right)$$

The restitution ratios,  $e_t$  and  $e_n$ , vary according to the flow velocity and the combination of particle and target material. For the copper-silver pipe-bend, no data were available and the restitution ratio has been fixed to 0.3. This means that 70% of the particle kinetic is absorbed by the surface.

## 6.2 Elbow Pipe Flow

The erosion pattern obtained with this simplified particle-wall interaction model are compared to those obtained experimentally by Blanchard, Griffith and Rabinowicz (Blanchard et al. 1984). In their experiment, a test loop deliver a steady flow of water with entrained sand to an elbow. The pipe has a diameter  $D = 2.54 \text{ cm}$  and the elbow radius curvature is  $R = 3.81 \text{ cm}$ . The inlet velocity is approximately  $5 \text{ m/s}$ . The inside surface of the pipe bend were electro-plated with alternating uniform layer of silver and copper with thickness  $t = 15 \mu \text{ m}$ . Since the most important mechanical property undergoing wear is hardness, the practically identical hardness of pure copper and silver is convenient. The results of the wear measurement performed in (Blanchard et al. 1984) are wear pattern, described by alternating copper and silver surfaces.

Viscous flow analysis is performed with a finite volume code of General Electric Hydro using  $k - \epsilon$  turbulent model (Vu et al. 1994). Velocity, static pressure,  $k$  and  $\epsilon$  fields are required for the sand particle transport simulations. The numerical simulation of particle transport results in wear pattern (see fig. 6.4) and maximum wear depth calculations.

Erosion pattern with and without the turbulent fluctuation model of Dukowicz (Dukowicz 1980) are shown in fig. 6.5 and fig. 6.6. The x axis is the pipe bend curvature angle. For each particle size considered here, including the experimental data from (Blanchard et al. 1984), the erosion pattern was renormalized such that the maximum is equal to 1. This enables comparisons of maximum erosion locations depending on the particle mass.

Maximum wear depth calculations agree very well with those obtain by (Blanchard et al. 1984) (table 6.1). Dependency of the maximum erosion for the turbulent fluid fluctuations model of Dukowicz (Dukowicz 1980) appear clearly. Since turbulent fluctuation introduces more dispersion of the particle ensemble, the maximum depth achieved with this model represents 70% of the

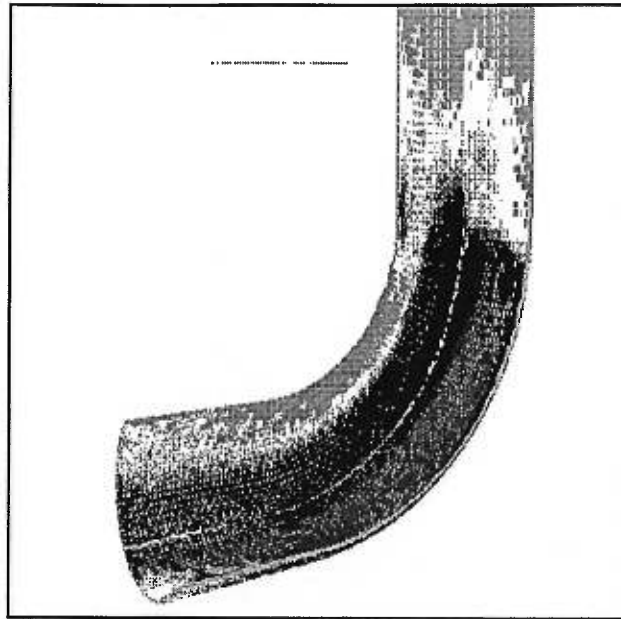


FIG. 6.4: Typical erosion pattern in the pipe bend (Blanchard et al. 1984). The wear pattern are essentially elliptic region with concentric shape.

maximum achieved without it. Simulations with particle of diameter  $425\mu m$  without turbulent fluctuations are used as a reference.

Particle Size	measured from (Blanchard et al. 1984)	without the model	with the model
$605\mu m$	15.4	22.0	15.8
$425\mu m$	8.9	8.9	7.3
$270\mu m$	6.7	2.4	2.3

TAB. 6.1: Maximum wear depth calculations. The values shown here are the erosion depth given in  $\mu m/hr$ .

In our experiment, the particle Reynolds number behaves clearly in the 1-100 range. Finally, we should mention that particles initialization at the inlet is performed with the use of a relaxation method based on the particle Reynolds number. This is another aspect of the problem and it will be discussed in a forthcoming paper.

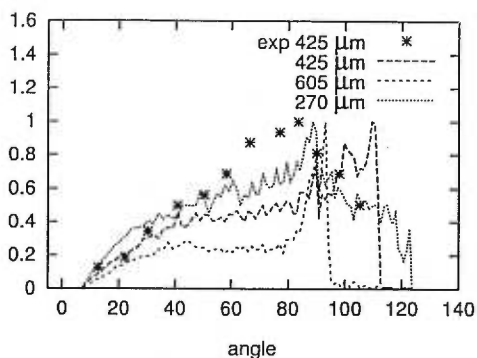


FIG. 6.5: Erosion pattern without the turbulent fluctuation model of Dukowicz (1980). The x axis is the pipe bend curvature angle. For each particle size, including the experimental data from Blanchard et al. (1984), the erosion pattern was renormalized so that the maximum is equal to 1.

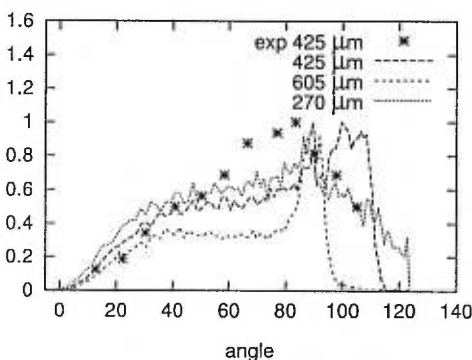


FIG. 6.6: Erosion pattern with the turbulent fluctuation model of Dukowicz (1980). See fig. 6.5.

### 6.3 Conclusion

Numerical simulations of sand particles given a turbulent stationary velocity field computed with the  $k - \epsilon$  model can now be performed in *real time* on an array of UNIX workstations. Interaction of the surrounding flow on spherical particles is taken into account by the B.B.O equation including non linear resistance and turbulent fluctuations. Boundary conditions (walls) are modeled with the use of reflection laws.

A full spectrum of particles has been used and we found that the results depend on particle size. While the shape and location of erosion areas agrees

well with available laboratory data for the biggest particles, it is not the case for the smallest and this point is under study at the moment.

The modeling of the turbulent fluctuations is necessary as we found the depth of maximum erosion to be  $\approx 70\%$  of what is obtained without turbulent dispersion effects.

## Acknowledgment

We wish to thank Mr. Stuart Coulson, Mr. Jacques McNabb (General Electric Hydro, Canada) and Professor Maurice Meneguzzi (IDRIS, France) for several helpful comments and profitable discussions during the course of this work. Computations involved in this project were performed at CERCA (Center for Research on Computation and its Applications, 5160, bd Decarie, Montreal, QC. H3X-2H9) and the Physics Department at Université de Montréal. We are grateful to Jean-Marc Valin and Denis Richard for assisting us with some of the computational simulations and implementations.

## References

- A. B. Basset. A treatise on hydrodynamics with numerous example, vol. 2, chap. 22, pp. 285–297. Deighton Bell, 1888.
- G. K. Batchelor. An Introduction to Fluid Dynamics, chap. 4.9, pp. 229–240. Cambridge University Press, 1967.
- M. R. Maxey and J. J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Phys. Fluids*, 26, 883–889, Apr. 1983.
- M. R. Maxey. The motion of small spherical particles in a cellular flow field. *Phys. Fluids*, 30, 1915–1928, Jul. 1987.
- A. A. Mostafa. Turbulent diffusion of heavy-particles in turbulent jets. *J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME)*, 114, 667–671, Dec. 1992.

- R. T. Pierrehumbert and H. Yang. Global chaotic mixing on isentropic surfaces. *J. Atmos. Sci.*, 50, 2462–2480, Aug. 1993.
- J. R. Ferguson and D. E. Stock. Heavy particle dispersion measurements with mono- and polydisperse particle size distribution. *J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME)*, 115, 523–526, Sep. 1993.
- J. Hinze. *Turbulence*, chap. 5.7, pp. 460–471. McGraw-Hill, 1975.
- H. Goldstein. *Classical mechanics*. Addison-Wesley, 2nd edn., 1980.
- W. H. Graf. *Hydraulics of Sediment Transport*, pp. 32–34. Water Resources and Environmental Engineering. McGraw-Hill, 1971.
- W. Shyy. Computation of droplet characteristics in swirling recirculating flow. In 27th Aerospace sciences meeting, 89-0055, pp. 1–10, Reno, Nevada, Jan. 1989. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- P. Y. Julien. *Erosion and Sedimentation*, chap. 5, pp. 70–71. Cambridge University Press, 1995.
- J. K. Dukowicz. A particle-fluid numerical model for liquid sprays. *J. Comp. Phys.*, 35, 229–253, 1980.
- G. M. Faeth. Mixing, transport and combustion in sprays. *Prog. Energy Combust. Sci.*, 13, 293–345, 1987.
- I. Finnie. Erosion of surfaces by solid particles. *Wear*, 3, 87–103, 1960.
- I. Finnie, A. Levy, and D. H. McFadden. Fundamental mechanisms of the erosive wear of ductile metals by solid particles. In Adler (1979), pp. 36–58.
- M. G. Fontana and N. D. Greene. *Corrosion Engineering*, chap. 3.36. McGraw-Hill, 2nd edn., 1978.
- L. K. Ives and A. W. Ruff. Fundamental mechanisms of the erosive wear of ductile metals by solid particles. In Adler (1979), pp. 5–35.
- Y.-D. Jun and W. Tabakoff. Numerical simulation of a dilute particulate flow (laminar) over tube banks. *J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME)*, 116, 770–777, Dec. 1994.

- D. J. Blanchard, P. Griffith, and E. Rabinowicz. Erosion of a pipe bend by solid particles entrained in water. *Journal of Engineering for Industry*, 106, 213–217, Aug. 1984.
- T. C. Vu, K. Heon, and W. Shyy. A CFD based computer aided engineering system for hydraulic turbines. In *17th Symposium of the IAHR* (Edited by IAHR), pp. 329–340, Beijing, China, 1994.
- W. F. Adler (editor). *Erosion : Prevention and useful applications*, Colorado, USA, Oct. 1979. American Society for Testing and Materials, ASTM STP 664.

# Chapitre 7

## Conclusion

Due à l'action abrasive du sable sur les parois, une perte importante de rendement des turbines hydrauliques est observée après quelques mois d'opération dans les secteurs à risques (Bergeron et al. 1997). Il est donc important de tenir compte des trajectoires et des impacts des particules solides avec les parois lors du développement des nouvelles turbines. Le but de cette thèse de Doctorat était de mettre au point un outil permettant de prédire les zones d'érosion dans les composantes d'une turbine et d'en faire la visualisation de manière interactive.

Une revue portant sur le transport de particules massives dans un champ turbulent nous a permis de cerner les phénomènes physiques en présence. Par exemple, l'influence des particules sur le fluide est négligeable pour les concentrations considérées ici. L'utilisation d'un modèle à couplage mixte entre le fluide et les particules est donc inutile. Pour les régimes considérés ici, il est nécessaire d'employer une forme modifiée de l'équation de Basset-Boussinesq-Oseen basée sur une approche phénoménologique et empirique plutôt que théorique. En revisant les travaux analytiques de Maxey & Riley (1983), nous avons clairement établi la non pertinence du terme de Basset et la nécessité de remplacer le terme de masse ajouté calculé à l'aide d'un écoulement potentiel par une inclusion implicite de la masse de fluide déplacée. Il s'agit d'un premier gain par rapport aux logiciels commerciaux existant :



le terme de correction permet de modéliser les effets de la traînée de la particule de manière adéquate car il inclut naturellement les effets d'ordre supérieurs (Michaelides 1997).

Le schéma prédicteur-correcteur développé ici traite de manière implicite le terme de Coriolis à l'aide d'un couplage non-triviale avec la traînée. Il s'agit d'une extension pour les géométries tournantes d'un schéma existant et adapté pour les repères inertiels (Advanced scientific computing Ltd. 1992). Le point commun de ces deux schémas est d'approximer l'équation Basset-Boussinesq-Oseen de manière à obtenir une équation différentielle ordinaire admettant une solution analytique pour un court laps de temps. Notre extension introduit la force de Coriolis à l'aide de matrice de rotations. La phase fluide étant résolue à l'aide d'un modèle  $k - \epsilon$  l'implémentation de la formulation Euler-Lagrange requiert d'introduire en plus un processus de Monte-Carlo afin de simuler les fluctuations turbulentes présentes mais non résolues.

Une stratégie de mise en oeuvre numérique permettant de réduire au minimum les erreurs déterministes tout en assurant un maximum de vitesse de calcul a ensuite été développée. Elle est basée sur un algorithme de suivi de particules incorporant une approche adaptative et utilisant, d'une part le taux de déformation de la grille, et d'autre part, le niveau de précision recherché. Il s'agit là d'un deuxième gain appréciable comparativement aux divers logiciels existant présentement sur le marché. L'autre principale source d'erreur est l'erreur stochastique. Une étude visant à mesurer l'influence de cette source nous a montré que cette dernière dépend fortement de la taille des plus petits tourbillons présents dans le fluide.

Les conditions de parois solides, nécessitant la modélisation du rebond des particules de même que l'érosion des parois, ont été ajoutées aux conditions périodiques. Les coefficients de rebonds de Jun & Tabakoff (1994) ont été utilisés dans le cas de la turbine tandis que des coefficients ajustés numériquement ont été déterminés dans le cas du tuyau courbé en cuivre. Les

résultats numériques montrent clairement que les termes de Saffman et Magnus peuvent être négligés en première approximation dans une turbine hydraulique puisque chaque particule passe un temps relativement négligeable près des parois, là où le cisaillement est fort. Cependant, ils devraient être pris en compte dans un tuyau courbé de quelques centimètres de diamètre (Lun 1997).

Les contraintes liées au contexte d'utilisation du logiciel ont aussi été respectées. En effet, il est impératif de mettre au point un logiciel efficace et performant pouvant être utilisé dans un contexte de développement industriel de turbine hydraulique. Un atout important de cette collaboration a été de permettre un transfert de connaissances entre le secteur académique et le secteur industriel. D'un point de vue scientifique, une partie de l'expertise développée ici est applicable à d'autres domaines tel que la diffusion d'aérosols dans l'atmosphère ou le transport de sédiments dans une rivière.

## Perpectives

Un certain nombre d'ajouts et d'améliorations au modèle développé ici sont envisageables à moyen terme. Par exemple, un des points faibles de la version présente du logiciel est qu'il ne permet pas de prédire l'évolution du processus d'érosion (McNabb & Vu 1997). Pour une érosion d'intensité modérée, il serait relativement simple de remailler automatiquement la géométrie de manière à simuler la déformation des parois. Pour ce faire, les coordonnées locales, définies par l'équation 3.2, peuvent être utilisées pour déplacer les points de maillage sur la paroi. La géométrie résultante diffère de la géométrie initiale seulement pour un ensemble de points localisés aux surfaces ayant subies de l'érosion. Cette nouvelle géométrie peut alors être modifiée de manière globale, i.e. en déplaçant tout les points contenus dans le volume, en utilisant le maillage ayant servi à la mise au point de la géométrie initiale. De nouvelles simulations  $k - \epsilon$  peuvent alors être effectuées pour calculer l'écou-

lement dans la géométrie déformée. Ce processus itératif peut être utilisé tant que la connexité des points de maillages est préservée. Pour une érosion plus importante, il est nécessaire de simuler le développement des fractures et des trous sur la surface. Le modèle de Adalsteinsson & Sethian (1995), basé sur une formulation en ensembles de niveaux, pourrait alors être utilisé. Développé dans le cadre de simulation de dépôt sur des circuits intégrés, il permet de simuler des déformations évoluant abruptement.

D'un autre côté, l'utilisation du modèle  $k-\epsilon$  impose un certain nombre de limitations. Ce type de modèle ne permet pas pour l'instant de tenir compte des effets de cavitation. Le mode d'action de ce phénomène est encore mal compris (Jin et al. 1996). Ces changements de phase dus à la chute de pression locale sont cependant déterminants dans le processus d'érosion des parois. Il est clairement établi que la présence de sable amplifie l'érosion due à la cavitation (Zu-Yan 1996) et que les dommages imputables à cette dernière sont généralement importants (Simoneau et al. 1994). Il existe présentement des modèles à deux phases dispersées de type  $k-\epsilon$  (Lopez de Bertorado et al. 1994), aucun à ma connaissance ne permet de modéliser le phénomène de cavitation.

Il serait aussi possible de simuler le passage de poissons dans la géométrie de la turbine à partir du code présentement utilisé. Pour cela, il faut modifier les lois de traînée pour tenir compte de la forme élipsoïdale des poissons, par l'entremise de leur type centrarchidé (aplatie) ou salmonidé (torpille). Ces poissons sont l'objet de réglementation très stricte en Amérique du nord. Les impacts environnementaux et commerciaux sont énormes. Présentement plusieurs études sont effectuées dans le monde afin de minimiser le taux de mortalité observé présentement dans les turbines (General Electric Corporate Research and Development 1995).

# Bibliographie

- Abraham, E. R. 1998, *The generation of plankton patchiness by turbulent stirring*, Nature, Vol. 391, pp 577–580
- Adalsteinsson, D., & Sethian, J. A. 1995, *A level set approach to a unified model for etching, deposition and lithography II : Three-Dimensional simulations*, J. Comp. Phys., Vol. 122, pp 348–366
- Advanced scientific computing Ltd. 1992, *TASCflow user manual : Theory documentation*, Canada
- Ancona, M. G. 1994, *Fully-Lagrangian and lattice-Boltzmann methods for solving systems of conservation equations*, J. Comp. Phys., Vol. 115, pp 107–120
- Andrews, D. G., Holton, J. R., & Leovy, C. B. 1987, *Middle atmosphere dynamics*, International Geophysics, (USA : Academic Press Inc.)
- Aragon, J. A. G. 1995, *Granular-fluid chute flow : experimental and numerical observations*, J. of Hydraulic Engineering, Vol. 121(4), pp 355–364
- Asente, P. J., & Swick, R. R. 1992, *X window system toolkit : the complete programmer's guide and specification*, Digital Press X Series, (USA : Digital Equipment Corporation)
- Astruc, D., Angillela, J., & Vincent, A. 1996, *The cone of vision : a new technique for interactive volumetric display*, Graphical Models and Image Processing, Vol. 58, pp 387–393
- Balachandar, S., & Maxey, M. R. 1989, *Methods for evaluating fluid velocities in spectral simulations of turbulence*, J. Comp. Phys., Vol. 83, pp 96–125

- Barton, I. E. 1996, *Computation of dilute particulate laminar flow over a backward-facing step*, Int. J. numer. methods fluids, Vol. 22, pp 211–221
- Basset, A. B. 1888, *A treatise on hydrodynamics with numerous example*, Vol. 2, Chap. 22, pp 285–297, (London : Deighton Bell)
- Batchelor, G. K. 1967, *An introduction to fluid dynamics*, Chap. 4.9, pp 229–240, (USA : Cambridge University Press)
- Bergeron, S., & Vincent, A. 1996, *Focalization algorithms : “real time” processing of very large dataset*, dans *7<sup>ème</sup> Forum de collaboration Technologique Industrie-Université*, Réseau CITEC (Centre d’Initiative Technologique), (Canada : Lockheed Martin Electronics Systems, copie disponible au CERCA : ref R96-62)
- Bergeron, S., & Vincent, A. 1998, *Solving erosion areas on hydraulic turbines as a real-time particle transport problem*, soumis à Comput. Phys.,
- Bergeron, S., Vu, T., & Vincent, A. 1997, *Real time numerical simulation of particle transport and abrasion processes in hydraulic turbines*, dans *Fifth Annual Conference*, eds. N. Djilali, & S. Dunlop, CFD Society of Canada, (Canada : University of Victoria), pp 23–28
- Berlemont, A., Desjonqueres, P., & Gousbet, G. 1990, *Particle Lagrangian simulation in turbulent flows*, Int. J. Mult. Flow, Vol. 16(1), pp 19–34
- Blanchard, D. J., Griffith, P., & Rabinowicz, E. 1984, *Erosion of a pipe bend by solid particles entrained in water*, Journal of Engineering for Industry, Vol. 106, pp 213–217
- Boussinesq, A. B. 1885, *Application à l’étude des potentiels*, (France : Blanchard)
- Boussinesq, A. B. 1903, *Théorie analytique de la chaleur*, Vol. 2, (France : L’école Polytechnique)
- Bretherton, F. P. 1962, *The motion of rigid particles in a shear flow at low Reynolds number*, J. Fluid Mech., Vol. 14, pp 284–304

- Candel, S. 1995, *Mécanique des fluides*, (France : Dunod)
- Chen, X. Q., & Pereira, J. C. F. 1998, *Computation of particle dispersion in turbulent liquid flows using an efficient Lagrangian trajectory model*, Int. J. numer. methods fluids, Vol. 26, pp 345–364
- Corrsin, S., & Lumley, J. L. 1957, *On the equation of motion of a particle in a turbulent fluid*, Applied Scientific Research section A, Vol. 6, pp 114–116
- Dingman, S. L. 1984, *Fluvial hydrology*, (USA : Freeman)
- Djilali, N., & Dunlop, S. (éds.) 1997, *The fifth annual conference of the computational fluid dynamics society of Canada*, CFD Society of Canada, (Canada : University of Victoria)
- Donelan, M. A. 1990, *Mechanics of ocean surface waves*, dans *Surface waves and fluxes*, éds. G. L. Geernaert, & W. L. Plant, Vol. 1 : Current theory, (Norvège : Kluwer Academic), pp 209–246
- Drtina, P., & Krause, M. 1994, *Abrasion on a Francis turbine guide vane - Numerical simulation and field tests*, dans *17th IAHR Symposium*, éd. IAHR, (Chine : International Research Centre on Hydraulic Machinery), pp 713–724
- Dukowicz, J. K. 1980, *A particle-fluid numerical model for liquid sprays*, J. Comp. Phys., Vol. 35, pp 229–253
- Eaton, J. K., & Fessler, J. R. 1994, *Preferential concentration of particles by turbulence*, Int. J. Mult. Flow, Vol. 20(suppl.), pp 169–209
- Faeth, G. M. 1987, *Mixing, transport and combustion in sprays*, Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 13, pp 293–345
- Ferguson, J. R., & Stock, D. E. 1993, *Heavy particle dispersion measurements with mono- and polydisperse particle size distribution*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 115, pp 523–526
- Ferziger, J. H., & Peric, M. 1996, *Computational methods for fluid dynamics*, (Allemagne : Springer-Verlag)

- Fiedler, B. H., & Trapp, R. J. 1993, *A fast dynamic grid adaptation scheme for meteorological flows*, Monthly Weather Review, Vol. 121, pp 2799–2888
- Finnie, I. 1960, *Erosion of surfaces by solid particles*, Wear, Vol. 3, pp 87–103
- Finnie, I., Levy, A., & McFadden, D. H. 1979, *Fundamental mechanisms of the erosive wear of ductile metals by solid particles*, dans *Erosion : Prevention and useful applications*, éd. W. F. Adler, STP-664, American Society for Testing and Materials, (USA : ASTM), pp 36–58
- Fontana, M. G., & Greene, N. D. 1978, *Corrosion engineering*, Chap. 3.36, (USA : McGraw-Hill), 2<sup>ième</sup> édition
- Friedrich, R., & Arnal, M. 1990, *Analysing turbulent backward-facing step flow with the lowpass-filtered Navier-Stokes equation*, J. Wind Engng. Indust. Aerodyn., Vol. 35, pp 101–128
- Fujimura, K., & Samet, H. 1989, *A Hierarchical Strategy for Path Planning Among Moving Obstacles*, IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 5(1), pp 61–69
- Galloway, D., & Frish, U. 1987, *A note on the stability of a family of space-periodic Beltrami flows*, J. Fluid Mech., Vol. 180, pp 557–564
- General Electric Corporate Research and Development 1995, *Advanced hydropower turbine system (ahts) program*, Proposal to U.S. Department of Energy in response to RFP No. DE-RP07-95ID13295, (USA : GE Research Development Center)
- Gitterman, M., & Steinberg, V. 1980, *Memory effects in the motion of a suspended particle in a turbulent fluid*, Phys. Fluids, Vol. 23, pp 2154–2160
- Goldstein, H. 1980, *Classical mechanics*, 2<sup>ième</sup> édition, (USA : Addison-Wesley)
- Golub, G. H., & Ortega, J. M. 1992, *Scientific computing and differential equations*, (USA : Academic Press)

- Gore, R. A., & Crowe, C. T. 1989, *Effect of particle size on modulating turbulent intensity*, Int. J. Mult. Flow, Vol. 15, pp 279–285
- Gotoh, T., Rogallo, R. S., Herring, J. R., & Kraichnan, R. H. 1993, *Lagrangian velocity correlations in homogeneous isotropic turbulence*, Phys. Fluids, A, Vol. 5(11), pp 2846–2864
- Graf, W. H. 1971, *Hydraulics of sediment transport*, Water Resources and Environmental Engineering, (USA : McGraw-Hill), pp 32–34
- Grein, H., & Krause, M. 1994, *Research and prevention of hydroabrasive wear*, dans *17th IAHR Symposium*, éd. IAHR, (Chine : International Research Centre on Hydraulic Machinery), pp 665–676
- Grosse, G., Kachele, T., Etter, S., & Poshwatta, M. 1994, *Analysis of abrasion in hydraulic machinery*, dans *17th IAHR Symposium*, éd. IAHR, (Chine : International Research Centre on Hydraulic Machinery), pp 699–712
- Hearn, D., & Baker, M. P. 1986, *Computer Graphics*, (USA : Prentice-Hall Inc.)
- Hetsroni, G. 1989, *Particles-turbulence interaction*, Int. J. Mult. Flow, Vol. 15, pp 735–746
- Hinze, J. 1975, *Turbulence*, (USA : McGraw-Hill)
- Ives, L. K., & Ruff, A. W. 1979, *Fundamental mechanisms of the erosive wear of ductile metals by solid particles*, dans *Erosion : Prevention and useful applications*, éd. W. F. Adler, STP-664, American Society for Testing and Materials, (USA : ASTM), pp 5–35
- Jin, Y. H., Shaw, S. J., & Emmony, D. C. 1996, *Observations of a cavitation bubble interacting with a solid boundary as seen from below*, Phys. Fluids, Vol. 8(7), pp 1699–1701
- Jovic, S., & Driver, D. M. 1994, *Backward-facing step measurement at low Reynolds number*, Rapport technique 108807, (USA : NASA)
- Julien, P. Y. 1995, *Erosion and sedimentation*, Chap. 5, pp 70–71, (USA : Cambridge University Press)



- Jun, Y.-D., & Tabakoff, W. 1994, *Numerical simulation of a dilute particulate flow (laminar) over tube banks*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 116, pp 770–777
- Kela, A., Perucchio, R., & Voelcker, H. 1986, *Toward Automatic Finite Element Analysis*, Computers in Mechanical Engineering, Vol. 5(1), pp 57–71
- Kotschin, N. J., Kibel, I. A., & Rose, N. W. 1954, *Theoretische hydro-mechanik*, Vol. 1, (Allemagne : Akademik-Verlag)
- Krueger, W. 1991, *The application of transport theory to visualisation of 3-D scalar data fields*, Comput. Phys., pp 397–406
- Landau, L., & Lifchitz, E. 1988, *Mécanique des fluides*, (URSS : MIR)
- Le, H., Moin, P., & Kim, J. 1997, *Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step*, J. Fluid Mech., Vol. 330, pp 349–374
- Lightstone, M. F., & Raithby, G. D. 1994, *A new model to predict particle motion in a turbulent gaseous environment*, dans *2nd Annual Conference*, éd. C. F. D. S. of Canada, (Canada : University of Toronto), pp 1–8
- Lopez de Bertonado, M., Jr., R. T. L., & Jones, O. C. 1994, *Development of a  $k - \epsilon$  model for bubbly two-phase flow*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 116, pp 128–134
- Lun, C. K. K. 1997, communication personnelle
- Maxey, M. R. 1987a, *The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields*, J. Fluid Mech., Vol. 174, pp 441–465
- Maxey, M. R. 1987b, *The motion of small spherical particles in a cellular flow field*, Phys. Fluids, Vol. 30(7), pp 1915–1928
- Maxey, M. R., & Corrsin, S. 1986, *Gravitational settling of aerosol particles in randomly oriented cellular flow fields*, J. Atmos. Sci., Vol. 43, pp 1112–1134

- Maxey, M. R., & Riley, J. J. 1983, *Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow*, Phys. Fluids, Vol. 26(4), pp 883–889
- McComb, W. D. 1991, *The physics of fluid turbulence*, Oxford engineering science series, première édition, (USA : Oxford University Press)
- McLaughlin, J. B. 1994, *Numerical computation of particles-turbulence interaction*, Int. J. Mult. Flow, Vol. 20, pp 211–232
- McNabb, J., & Vu, T. C. 1997, communication personnelle
- Michaelides, E. E. 1997, *Review - The transient equation of motion for particles, bubbles and droplets*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 119, pp 233–247
- Mohammadi, B., & Pironneau, O. 1994, *Analysis of the k-epsilon turbulence model*, (USA : John Wiley & Sons)
- Mostafa, A. A. 1992, *Turbulent diffusion of heavy-particles in turbulent jets*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 114, pp 667–671
- Neider, J., Davis, T., & Woo, M. 1992, *OpenGL programming guide*, (USA : Addison-Wesley)
- Nye, A. 1989, *Xlib programming manual*, Vol. 1, 2, 4 et 5 de *X Window System Series*, (USA : O'Reilly & Associates Inc.)
- Nye, A., & O'Reilly, T. 1992, *X toolkit intrinsics programming manual*, Vol. 4 de *X Window System Series*, (USA : O'Reilly & Associates, Inc.)
- Oliver, D. R., & Ward, S. G. 1959, *Studies of the viscosity and sedimentation of suspensions*, Brit. J. Appl. Phys., Vol. 10
- OpenGL Architecture Review Board 1992a, *OpenGL porting guide*, (USA : Addison-Wesley)
- OpenGL Architecture Review Board 1992b, *OpenGL reference manual*, (USA : Addison-Wesley)
- Oseen, C. W. 1927, *Hydrodynamik*, (Allemagne : Leipzig)

- Pierrehumbert, R. T., & Yang, H. 1993, *Global chaotic mixing on isentropic surfaces*, J. Atmos. Sci., Vol. 50(15), pp 2462–2480
- Potapczuk, M. 1995, *Computational methods in aircraft icing analysis*, dans *Computer Simulation of Aircraft and Engine Icing Phenomena, A One-Day Course and Workshop*, éd. W. Habashi, Concordia University CFD Lab, (Canada : CERCA)
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes*, (USA : Cambridge University Press)
- Rameshwaran, P., Townsend, P., & Webster, M. F. 1998, *Simulation of particle settling in rotating and non-rotating flows of non-Newtonian fluids*, Int. J. numer. methods fluids, Vol. 26, pp 851–874
- Rieutord, M. 1997, *Une introduction à la dynamique des fluides*, Enseignement de la physique, (France : Masson)
- Riley, J. J. 1971, *Computer simulations of turbulent dispersion*, Thèse de doctorat, (USA : The Johns Hopkins University)
- Ristow, G. H. 1996, *Particles moving in spatially bounded, viscous fluids*, Comput. Phys. Commun., Vol. 99(1), pp 43–52
- Rubbert, P. E. 1997, *The use of CFD in airplane design*, dans *Fifth Annual Conference*, éd. N. Djilali, & S. Dunlop, CFD Society of Canada, (Canada : University of Victoria), pp 19–26
- Samet, H. 1989, *Applications of Spatial Data Structures*, Series in Computer Science, (USA : Addison-Wesley)
- Scheifler, R. W., Gettys, J., & et al. 1992, *X window system : the complete reference to Xlib, X Protocol, ICCCM, XLFD*, Digital Press X Series, 3<sup>ième</sup> édition, (USA : Digital Equipment Corporation)
- Schwartz, J. T., & Sharir, M. 1986, *Motion Planning and Related Geometric Algorithms in Robotics*, Rapport technique TR-241, (USA : Courant Institute of Mathematical Sciences)

- Shapiro, A. 1993, *The use of an exact solution of the Navier-Stokes nonhydrostatic numerical model*, Monthly Weather Review, Vol. 121, pp 2420–2425
- Shyy, W. 1989, *Computation of droplet characteristics in swirling recirculating flow*, dans *27th Aerospace Sciences Meeting*, 89-0055, (USA : American Institute of Aeronautics and Astronautics), pp 1–10
- Silvester, P. P., & Ferrari, R. L. 1990, *Finite elements for electrical engineers*, 2<sup>ième</sup> édition, (USA : Cambridge University Press)
- Simoneau, R., Pétrin, M.-C., & Mossoba, Y. 1994, *“Le cavitologue” : following, modeling and predicting cavitation erosion of a large number of hydroturbines*, dans *17th IAHR Symposium*, éd. IAHR, (Chine : International Research Centre on Hydraulic Machinery), pp 641–652
- Simonin, O. 1995, *Modelling particle-particle collisions and particle-wall collisions based on kinetic theory*, dans *Numerical Modelling and Prediction of Dispersed Two-Phase Flows*, IMVU, (Allemagne : Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg)
- Simonin, O., Deutsch, E., & Minier, J. P. 1993, *Eulerian prediction of the fluid-particle correlated motion in turbulent two-phase flows*, Applied Scientific Research, Vol. 51, pp 275–283
- Snir, M., Otto, S. W., Huss-Lederman, S., Walker, D. W., & Dongarra, J. 1995, *MPI : The Complete Reference*, (USA : The MIT Press)
- Snyder, W. H., & Lumley, J. L. 1971, *Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in a turbulent flow*, J. Fluid Mech., Vol. 48, pp 41–71
- Soo, S. L. 1975, *Equation of motion of a solid particle suspended in a fluid*, Phys. Fluids, Vol. 18, pp 263–264
- Stock, D. E. 1996, *Particle dispersion in flowing gases - 1994 Freeman scholar lecture*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 118, pp 4–17

- Stokes, G. G. 1851, *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of a pendulum*, Transaction Cambridge Phil. Society, Vol. 9, pp 8–106
- Strang, G. 1988, *Linear algebra and its applications*, Chap. 5, (USA : Harcourt Brace Jovanovich), 3<sup>ième</sup> édition
- Sundaram, S., & Collins, L. R. 1997, *Collision statistics in an isotropic particle-laden turbulent suspension. Part 1. Direct numerical simulations*, J. Fluid Mech., Vol. 335, pp 75–109
- Tchen, C. M. 1947, *Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid*, Thèse de doctorat, (Norvège : Delft)
- Tennekes, H., & Lumley, J. L. 1976, *A first course in turbulence*, (USA : MIT Press)
- Tu, J. Y., & Fletcher, A. J. 1997, *Numerical modelling of three-dimensional fly-ash flow in power utility boilers*, Int. J. numer. methods fluids, Vol. 24, pp 787–807
- Uijttewaal, W. S. J., & Oliemans, R. V. A. 1996, *Particle dispersion and deposition in direct numerical and large eddy simulations of vertical pipe flows*, Phys. Fluids, Vol. 8(10), pp 2590–2604
- Vincent, A. P., & Meneguzzi, M. 1991, *The spatial structures and statistical properties of homogeneous turbulence*, J. Fluid Mech., Vol. 225, pp 1–20
- Vu, T. C., Heon, K., & Shyy, W. 1994, *A CFD based computer aided engineering system for hydraulic turbines*, dans *17th Symposium*, éd. IAHR, (Chine : IAHR), pp 329–340
- Wang, L.-P., & Maxey, M. R. 1993, *Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous turbulence*, J. Fluid Mech., Vol. 256, pp 27–68

- Wang, L.-P., Maxey, M. R., Burton, T. D., & Stock, D. E. 1992, *Chaotic dynamics of particle dispersion in fluids*, Phys. Fluids, A, Vol. 4(8), pp 1789–1804
- Wang, L.-P., & Stock, D. E. 1992, *Numerical simulation of heavy particle dispersion time step and nonlinear drag considerations*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 114, pp 100–106
- Warnock, J. E. 1968, *A Hidden Line Algorithm for Halftone Picture Representation*, Rapport technique TR 4-5, (USA : Computer Science Department, University of Utah)
- Warnock, J. E. 1969, *A Hidden Surface Algorithm for Computer Generated Half Tone Pictures*, Rapport technique TR 4-15, (USA : Computer Science Department, University of Utah)
- Washington Report 1997, *Intel, Motorola and advanced micro devices enlist 3 DOE labs to develop new computer chip*, Phys. Today, p. 85
- Wen, F., Kamalu, N., Chung, J. N., Crowe, C. T., & Troutt, T. R. 1992, *Particle dispersion by vortex structures in plane mixing layers*, J. Fluid Eng. (Transaction of the ASME), Vol. 114, pp 657–666
- Wilcox, D. C. 1993, *Turbulence modeling for CFD*, (USA : DCW Industries, Inc.)
- Wurtz, R., Goldberg, M., & Robinson, D. 1990, *Les mécanismes cérébraux de l'attention visuelle*, dans *Les mécanismes de la vision*, (France : Pour la Science), pp 144–156
- X board 1992a, *OSF/Motif programmer's guide*, OSF/Motif series, (USA : Open Software Foundation, PTR Prentice-Hall, Inc.)
- X board 1992b, *OSF/Motif style guide*, OSF/Motif series, (USA : Open Software Foundation, PTR Prentice-Hall, Inc.)
- X board 1992c, *X toolkit intrinsics reference manual*, Vol. 5 de *X Window System Series*, (USA : O'Reilly & Associates, Inc.)

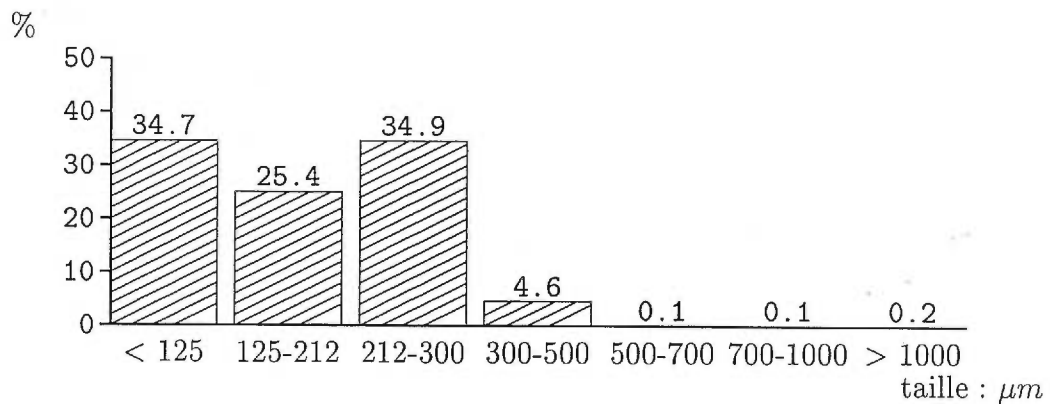
- Yerry, M. A., & Shephard, M. S. 1983, *A Modified Quadtree Approach to Finite Element Mesh Generation*, IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 3(1), pp 39–46
- Yeung, P., & Pope, S. 1988, *An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulation of homogeneous turbulence*, J. Comp. Phys., Vol. 79, pp 373–416
- Zu-Yan, M. 1996, *Protecting hydro turbines in silt-laden rivers*, Hydropower and Dams, Vol. 4, pp 22–24

# Annexe A

## Analyse d'un site existant

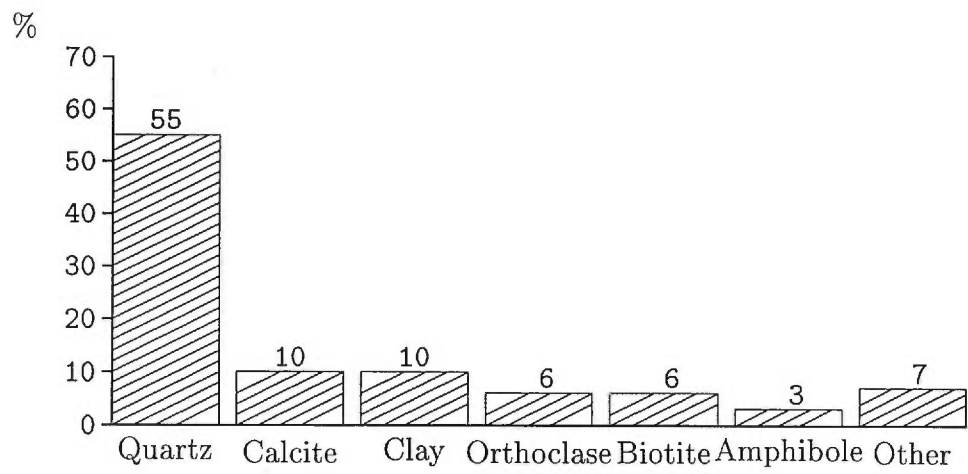
Périodiquement, des analyses de l'état des turbines hydrauliques sont effectuées. Ces données incluent une détermination de la concentration et de la composition des sédiments circulant dans la turbine tel que reproduit ici. La localisation exacte est sous le couvert du secret industriel et ne peut malheureusement être divulguée.

### Distribution en taille





## Analyse minéralogique



Données fournies par General Electric Hydro du Canada.

## Annexe B

# Les contraintes informatiques

Malgré que la puissance de calcul des ordinateurs modernes croît exponentiellement (Washington Report 1997), il est de plus en plus difficile de visualiser adéquatement les champs de données provenant de simulations à haute résolution. Ceci est dû au fait que la taille de la grille de calcul croît plus rapidement que les contraintes à la fois technologiques et physiologiques de visualisation.

Tout d'abord, jusqu'à ce jour (août 1998) la mémoire disponible sur les stations de travail graphiques est largement inférieure à celle des super-calculateurs et le nombre de pixels des écrans est relativement fixe depuis plus d'une décennie. De plus, la longueur d'un vecteur plongé dans l'espace 3D est difficile à évaluer puisque la profondeur de champ introduit un biais de perception. Enfin, il est reconnu que notre système visuel ne peut traiter un grand nombre d'objet simultanément (Wurtz et al. 1990). Par exemple, sur un écran, il est possible de voir 10,000 vecteurs mais à partir de 50,000 on ne distingue plus la structure d'un champ de vitesse. Ceci a motivé la mise au point de système graphique dédié, nécessitant des ressources importantes comme le *PowerWall* de l'université du Minnesota <sup>[7]</sup>, ou plusieurs écrans ont été couplés à un super-ordinateur.

Une partie de mon travail de recherche à été étroitement lié au développement d'un nouvel outil de visualisation scientifique tenant compte de

ces contraintes. Ce logiciel permet la visualisation tridimensionnelle et interactive de très grandes bases de données atteignant des tailles gigantesques (Bergeron & Vincent 1996). Dans ce contexte “interactif” signifie “avec un minimum de latence”. Ce programme a été testé avec succès comme interface graphique de simulations numériques en génie mécanique (chapitres 5 et 6) et en mécanique des fluides (appendice C).

Pour ce faire, il a été nécessaire de recourir à de multiples stratégies, héritant (partiellement) de trois autres logiciels développés dans le but de visualiser les champs de vitesses et de vorticité provenant de simulation numérique directe de turbulence homogène et isotrope sur maillage structurés. La première génération de programme a été développée par Éric Jenn, Patricia Klotz et Alain Vincent pour IBM5080 en utilisant la librairie graphique graPHIG. La seconde génération a été développée au CERFACS en France par John Villasenor sur une station graphique Silicon Graphics 4D220 GTX à partir de la librairie IRIS-GL et le langage C. Une autre version, basée sur la technique du cône de vision, a été développée par Jean Régis Angillela à l’aide de ces mêmes librairies (Astruc et al. 1996). Afin de palier au problème de perception reliée à la profondeur de champ, l’utilisateur de ces logiciels peut se déplacer de manière interactive dans la base de données. L’interface entre l’homme et la machine se fait par l’entremise du clavier et de la souris à l’aide de commandes rappelant celle d’un avion (tab. B.1 page xxi). Le problème de la mémoire est résolu en à l’aide d’un critère de sélection basé sur la taille des vecteurs formant la base de donnée (critère de seuillage). Les vecteurs sont seuillés et réordonnés dans le but limiter les accès à la mémoire centrale du serveur graphique.

Le “simulateur de vol” développé au cours de ce Doctorat a permis de concevoir et tester un nouvel algorithme : la focalisation. Il s’agit d’un ajout aux méthodes de visualisation traditionnelles permettant d’optimiser les algorithmes existants. De plus, le concept de réalité virtuelle y est introduit naturellement (Bergeron & Vincent 1996). La focalisation consiste essentiel-

lement à stocker et lire les données de manière à minimiser le temps de calcul et la mémoire vive (RAM) nécessaire. Pour ce faire, un deuxième critère de sélection basé sur la localisation spatiale des données est ajouté au critère de seuillage (Bergeron & Vincent 1996) et utilisé lors du pré-traitement. Le champ des données est découpé en petits cubes de manière à tenir compte du temps d'accès moyen au disque dur et du taux de transfert à la mémoire vive. Chaque cube est alors constitué de primitives graphiques groupées en mémoire et décrivant un ensemble de vecteurs colorés en fonction de leurs normes respectives. Les accès sur disque et en mémoire sont donc optimaux. Les contraintes physiologiques de l'observateur sont aussi prises en compte par l'entremise de plan de coupe pour minimiser la tâche de la machine graphique (Bergeron & Vincent 1996). Cet algorithme a été présenté dans le cadre du CITEC 1997 et les résultats obtenus ont été positifs. Nous avons collaborés avec le CTSPS (Atlanta, ÉU) et l'IDRIS (Paris, France) à ce propos (appendice C).

Il est primordial de bien distinguer la focalisation de la décomposition en "octree". Cette classification d'un ensemble de données tridimensionnel à l'aide d'une structure arborescente permet de compresser l'information lorsqu'une grande cohérence spatiale est présente dans les données (Samet 1989). Cette technique est employé couramment depuis plusieurs décennies (Warnock 1968; Warnock 1969) et elle permet de représenter des objets solides dans certains systèmes graphiques (Hearn & Baker 1986). Dans ce cas, la manipulation par union et intersection des objets est particulièrement simple. Cette décomposition est donc avantageuse dans des domaines comme l'architecture où les calculs d'élimination de surfaces cachées sont nombreux. La décomposition en octree a aussi été utilisée en robotique, pour résoudre le problème des déménageurs de pianos (Schwartz & Sharir 1986; Fujimura & Samet 1989), et en informatique, pour générer automatiquement des maillages pour la méthode en éléments finis (Yerry & Shephard 1983; Kela et al. 1986). La génération d'un octree est obtenue par décomposition récursive de l'es-

pace en octants (Hearn & Baker 1986). Une valeur (*e.g.* une couleur) est alors évaluée à chaque noeud. La décomposition cesse lorsque chaque octant contenu dans ce noeud contient 8 éléments homogènes qui sont alors appelés “feuilles”.

La focalisation n’est donc pas une structure en “octree” puisque aucune décomposition récursive n’est nécessaire. De plus, la capacité maximale, donnée par le maximum de primitives graphiques pouvant être groupées de manière insécable (Samet 1989), est différente dans ces deux cas. D’une part la capacité d’un sous cube est proportionnelle à la taille du cube puisque les champs sont supposés homogènes et isotropes et d’autre part la capacité d’un octree est donnée par la somme de la capacité de chaque feuille le constituant.

Cette quatrième génération de simulateur de vol se distingue des précédentes au niveau des capacités de l’algorithme lui même : la taille maximale théorique permise précédemment était de  $256^3$ . Cette capacité est insuffisante compte tenu des nouvelles simulations en  $512^3$  présentement effectuées sur le CRAY T3E à l’IDRIS. Présentement, la taille maximale théorique est amenée à  $65536^3$ , ce qui est largement suffisant [8]. De plus, la portabilité sur les architectures modernes de type client-serveur (section C) est grandement améliorée.

- **main**

**h, i, o, p** Information and help. Each of these keys are related to specific tabloid information and can be shown anytime on the main screen. **h** give help about general commands, **p** to particle and **o** to observer status. The **i** key enable or disable all the tabloid at once.

**1, 2, 3, ...** The numerics keys on the main keyboard correspond to predefined views. If you are lost, press one of those keys, they reinitialize the position of the observer and related variable such as speed and point of view.

**a, s** Speed control. The speed at which the camera moves through space can be increased (**a**) or decreased (**s**).

**l** Enable to load a trajectory while using FV in interactive mode. When the **l** key is pushed down, the user is prompted for a file name. The file name must be produced by a previous use of the **Enter** key on the side keyboard.

**m** When pressing the **M** key, FV is put in "object" mode. The mouse then controls the rotation of the object about the origin of its coordinate system. To return to the normal "observer" mode, press the **M** key again.

- **keypad**

**↑, ←, →, ↓** The user can choose to observe in any of the four basic directions : forward (**↑**), left (**←**), right (**→**), and backward (**↓**) simply by using the 4 arrows keys.

**6, 4** To increment (resp. decrement) time of the vector field you should use the key **6** (resp. **4**) on the side keyboard.

**Enter** Enable to save a trajectory while using FV in interactive mode. The first time the **Enter** key on the side keyboard is pushed down, the record of the observer trajectory in the machine memory starts. The second time, the user is prompted for a file name. Once the file name is provided, the trajectory recording process is stopped. It is then possible to load the trajectory (see the **l** key).

- **mouse**

**middle** Toggle FV between stop mode and run mode

**left-right** While in run mode, control the rotation about the third axis (yaw in an airplane).

**right** While in stop mode, open the main menu.

TAB. B.1: Liste des commandes "simulateur de vol" de la dernière version du logiciel. Cette liste est affichée à l'écran lorsque le logiciel est démarré avec l'option **-h** sur la ligne de commande

## Annexe C

# *Amélioration et mise au point d'un outil graphique à haute performance dans un contexte de supercalculateur*

Stephen Bergeron  
Département de Physique, Université de Montréal  
C.P. 6128, station "A", Montréal, Québec, Canada H3C 3J7

projet réalisé du 1 au 30 Juin 1997 sous la supervision du  
Dr. Maurice Meneguzzi  
(Directeur de Recherches au CNRS)  
à l'IDRIS, Université de Paris sud, Orsay, France

*CCFIQ*  
(Centre de Coopération Interuniversitaire Franco-Québécoise)  
soumis en juillet 1997

## Résumé

Le but de ce projet est de mettre au point une stratégie permettant d'améliorer un outil graphique à haute performance. Présentement ce programme est mal adapté au contexte client-serveur couramment rencontré dans le cadre de simulation à haute résolution. Dans un premier temps, nous allons préciser les contraintes inhérentes à ce type de simulation moderne. Nous verrons ensuite comment utiliser le protocole graphique afin d'optimiser les coûts de communication. Une solution impliquant un remaniement majeur de l'algorithme existant sera proposée. Finalement, nous testerons cette stratégie sur une version simplifiée du simulateur de vol.

## Introduction : Les objectifs du projet

Cette thèse de Doctorat est principalement axée sur la modélisation du transport de particules de sable dans une turbine hydraulique et de la prédiction des zones d'érosion résultant des impacts sur les parois. Ce projet est effectué en collaboration avec la compagnie General Electric Hydro du Canada et sera terminé à la fin de l'année 1997. La géométrie de la turbine ainsi que les champs de vitesse et de pression associés sont d'origine industrielle.

La dynamique des particules est modélisée sur un réseau d'ordinateurs et visualisée de manière interactive sur un poste de travail Silicon Graphics. L'utilisateur peut interagir avec la simulation. Cette interaction entre l'utilisateur et la simulation est maintenant essentielle dans un contexte de production industrielle : Il est présentement utilisé par plusieurs entreprises (Rubbert 1997).

Ce type de simulation interactive nécessite l'utilisation d'un outil de visualisation performant et pouvant être utilisé en temps réel (Bergeron et al. 1997). Présentement nous utilisons un programme de type "simulateur de vol"



développé pour les simulations numériques directes. Il permet la visualisation tridimensionnelle et interactive de bases de données atteignant des tailles gigantesques, typiquement  $256^3$  (Bergeron & Vincent 1996).

Ce programme de visualisation souffre cependant d'un problème de portabilité. Le but de ce projet est donc d'établir une stratégie précise nous permettant de palier à ce problème tout en conservant un niveau de performance optimal.

Pour ce faire nous allons tout d'abord préciser les contraintes inhérentes à une simulation numérique sur un réseau hétérogène. Nous verrons comment tenir compte des contraintes reliées au protocole graphique dans le but de réduire au maximum les coûts de communications entre le client et le serveur. Une solution impliquant un remaniement majeur de l'algorithme existant sera proposée. Finalement nous testerons cette stratégie sur une version simplifiée du simulateur de vol.

## Contexte et stratégie

Considérons tout d'abord la visualisation interactive de grands champs de données provenant de simulation numérique de turbulence. Nous sommes intéressés par les endroits ayant un haut niveau d'énergie (vitesse) ou d'entropie (vorticité). Ce problème a motivé le développement d'un algorithme consacré à la représentation de champs vectoriels (Astruc et al. 1996). Ce type d'algorithme dit "de seuillage" (Bergeron & Vincent 1996), permettant une utilisation optimale de la mémoire, est très performant.

Afin de permettre une interaction en temps réel entre l'utilisateur et le logiciel nous devons laisser tomber la représentation simultanée de champs scalaires et vectoriels. Les algorithmes de rendus volumique utilisés dans le cas de champs scalaires impliquent de nombreux calculs (Krueger 1991). Pour permettre un niveau de performance optimal, ce type de code se doit donc d'être optimisé pour l'unité de calcul (CPU). Au contraire, le tracé d'un

large ensemble de vecteurs exige une utilisation optimale de la mémoire de la machine. Ces deux types de champs impliquent donc des stratégies d'optimisation très différentes.

Ce processus de visualisation implique généralement plusieurs types d'ordinateurs dans un environnement client-serveur. Un ordinateur puissant est utilisé pour la partie calcul de la visualisation (client) tandis qu'une station de travail permet d'afficher les résultats (serveur). De plus, les champs de données peuvent être stockés temporairement sur le disque d'une troisième machine. Une grande quantité d'informations provenant de sources diverses doit donc être transférée sur un réseau.

Les premiers protocoles graphiques étaient mis au point par chaque fabricant. Dans le but d'atteindre un maximum de performance, l'optimisation était "imbriquée" dans le protocole et dépendait du type de machine. Le réseau considéré était homogène et souvent le client et le serveur était supposés confondus.

Par exemple, notre programme de visualisation a été écrit à l'aide de IRIS GL, un protocole graphique destiné aux machines Silicon Graphics fonctionnant sous MIPS1 et MIPS2. À ce propos une liste complète des différences entre OpenGL et IRIS GL est donnée dans l'appendice B de Neider et al. (1992). Le système de fenêtrage et l'interaction l'utilisateur et la machine (clavier et souris) était donc spécifique à ce type de machine. Ce programme ne peut pas être utilisé dans un environnement hétérogène.

Pour résoudre ce problème nous devons remplacer et isoler toutes les commandes permettant de manipuler les fenêtres et les entrées (input) de l'utilisateur par des appels directs au système de fenêtrage de la machine. De plus, nous devons tenir compte des coûts associés aux communications entre ordinateurs afin d'optimiser au mieux notre application.

Le programme résultant sera mixte. Un programme va créer et gérer un ensemble de fenêtres X11 sur lesquelles des images calculées à l'aide d'une interface graphique performante OpenGL seront dessinées de manière séquen-

tielles.

## Protocole de fenêtrage

Notre choix de protocole de fenêtrage se pose naturellement sur X11 et sa librairie de bas niveau Xlib. Ce protocole est reconnu comme étant le système le plus portable présentement disponible. Pratiquement tous les constructeurs d'ordinateurs modernes le supportent. Une excellente documentation, incluant librairie et extension est aussi disponible. Par exemple, mentionnons la librairie Xt, un sur-ensemble de Xlib orienté objet (Asente & Swick 1992; Nye & O'Reilly 1992; X board 1992c). Ce sur-ensemble est couramment utilisé avec une librairie d'utilitaire précompilé (widget set), eg OSF/Motif (X board 1992a; X board 1992b). Il existe aussi une extension PostScript de Xlib permettant la communication avec les périphériques de type imprimantes de même qu'une version en mémoire partagée pouvant être utilisée sous MPI (Scheifler et al. 1992).

La stratégie la plus courante consiste à utiliser ces bibliothèques de haut niveau afin de simplifier la tâche du programmeur. Dans notre cas, nous utilisons directement la librairie Xlib. Bien que l'utilisation de cette librairie de très bas niveau soit difficile (OpenGL Architecture Review Board 1992a), cette stratégie nous permet d'optimiser la vitesse d'exécution en permettant un contrôle complet de l'application. Nous donnons ici le squelette du programme principal en X11. Il s'agit d'une boucle infinie modifiant les variables d'état en fonction des actions de l'utilisateur (tab. C.1). La liste des événements en entrée est donnée au tableau C.2. Un exemple de fonction DrawScene est donné à la figure C.1.

```

openwindow(argv[0]);
while (TRUE) {
    while (XEventsQueued(dpy,QueuedAfterReading)) {
        XNextEvent(dpy, &event);
        switch (event.type) {
            VOIR_TABLEAU_2();
        }
    }
    DrawScene();
}

```

TAB. C.1: Squelette du programme principal en X11. Il s'agit d'une boucle infinie modifiant les variables d'état en fonction des actions de l'utilisateur

Périphériques	Event.Type	Actions
Souris	ButtonPress	Enfoncement des boutons
	ButtonRelease	Relâchement des boutons
Clavier	KeyPress	Enfoncement d'une touches
	KeyRelease	Relâchement d'une touches
Fenêtre	Expose	Une partie invisible devient visible
	ConfigureNotify	Redimensionnement
	ConfigureNotify	changement de position
	ClientMessage	Destruction de la fenêtre

TAB. C.2: Les commandes de l'utilisateur sont interprétées à l'aide de cet ensemble d'événements X11, Xevents, voir Nye (1989). Ces événements sont d'abord extraits de la zone tampon du serveur (XEventsQueued) et ensuite distribués (XNextEvent) de manière à modifier les variables d'états du logiciel.

## Choix de la librairie graphique

La librairie graphique doit permettre une utilisation optimale de la carte graphique. Nous pouvons voir une carte graphique moderne comme une chaîne de montage. Les commandes graphiques provenant du programme sont envoyées du CPU au processeur graphique pour y être traitées. Tout d'abord le domaine de visualisation dans l'espace OpenGL est extrait. Ensuite les opérateurs de rotation et de translation sont appliqués. Le calcul de luminosité avec effet de réflexion et de texture est ensuite effectué. Finalement l'image résultante est copiée dans une matrice de bit en format RGB (voir Appendice A de Neider et al. (1992) pour plus de détails). A chacune de ces commandes correspond une composante de la carte graphique. Afin d'obtenir des performances maximales, la séquence des commandes doit être adaptée à ce type d'architecture. Par exemple, si le CPU attend le feu vert de chacune des composantes de la carte avant d'envoyer une nouvelle commande, la fréquence d'affichage sera moins rapide que si le CPU attend la complétion d'un ensemble de commandes. Il est donc important d'utiliser une interface de communication entre le CPU et la carte graphique qui soit alignée (streamlined).

La librairie graphique doit aussi permettre de minimiser la communication entre le client et le serveur. Une méthode efficace consiste à stocker dans la mémoire rapide (cache) du client des paquets de commandes graphiques utilisées de manière répétitives. Cette stratégie est utilisée dans un mode statique d'accès en lecture seulement. Ainsi les commandes et les données associées sont stockées de manière contiguë dans la mémoire locale.

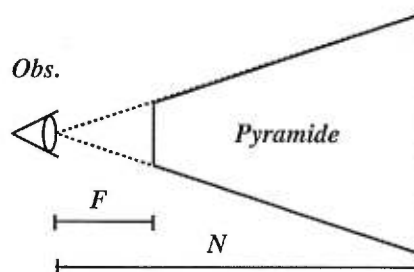
La librairie graphique la plus performante à ce niveau est OpenGL. Un exemple illustrant les fonctionnalités les plus importantes est donné à la page xxx. En OpenGL, les opérateurs sont représentés sous forme de matrice  $4 \times 4$ , composées essentiellement de rotations et de translations.

Notre application utilise un opérateur de projection. La projection consiste

à spécifier le point de vue de l'observateur dans le champ de données. Dans un contexte graphique, deux types de projections sont utilisés principalement : La projection orthographique (sans déformation) et la projection de perspective. Dans le cas de la projection orthographique le volume visualisé est un parallépipède rectangle. Dans le système de référence OpenGL, deux faces sont parallèles à l'écran du serveur et l'image est projetée sur la face la plus rapprochée. La principale caractéristique de ce type de transformation est de conserver les angles et d'être invariante par translation perpendiculaire au plan de projection. Au contraire, la projection en perspective tient compte de l'éloignement de l'objet. Le volume de visualisation est une pyramide tronquée. La face tronquée est la face la plus rapprochée de l'observateur (distance de longueur  $N$  en coordonné OpenGL) et la base de la pyramide est la face la plus éloignée (distance  $F$ ). En s'éloignant, un objet semble donc réduire de taille. Une dégradation de l'image est donc perceptible. En terme d'implémentation graphique, cette dégradation affecte la zone tampon du champ de profondeur et dépend du logarithme du rapport  $F/N$  (OpenGL Architecture Review Board 1992b; Neider et al. 1992) :

$$\text{dégradation en bit} \approx \log \frac{F}{N}. \quad (\text{C.1})$$

Plus ce rapport est grand, et plus l'image est dégradée.....



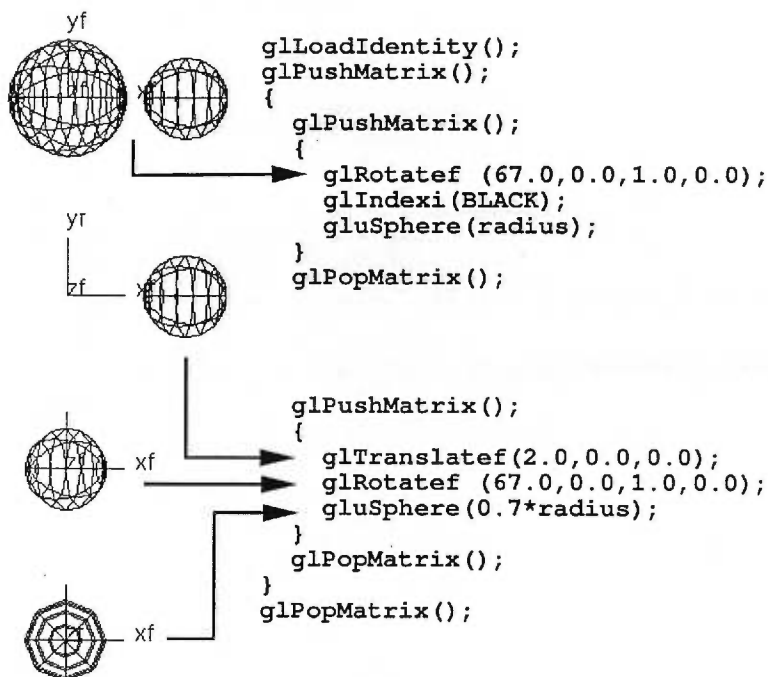


FIG. C.1: Illustration de l'aspect algorithmique de OpenGL. La scène (à gauche) est obtenue à l'aide d'une suite de transformations de type rotation et translation (pseudo-code à droite). Ces transformations sont représentées par des matrices. La lecture doit donc se faire de bas en haut. Les deux sphères résident dans la mémoire locale du serveur (`gluSphere`), ce qui permet de minimiser les coûts de communications. Les appels graphiques utilisés ici sont nécessaires au logiciel. D'autres transformations faisant intervenir les coefficients d'une équation de transfert de rayonnement permettraient de simuler l'éclairage des deux sphères, mais ce type de transformation n'est pas utilisé dans le cadre de ce projet.

## Résultats et Conclusion

Nous avons implémenté une version simplifiée du logiciel de visualisation à l'aide de ce modèle de programmation mixte Xlib et OpenGL. Le champ de données est manipulé à l'aide des rotations engendrées par les angles d'Euler. L'observateur est libre d'avancer ou de reculer dans l'espace OpenGL. Ainsi il est possible d'obtenir une vue d'ensemble du champ (haut fig. C.2) ou bien un zoom des détails (bas fig. C.2). Malgré la taille gigantesque de cette base de données (champs vectoriel  $512^3$ , plus de 200,000 vecteurs sont affichés), le processus de visualisation est parfaitement interactif.

Dans le cas d'une base de données de ce type ( $512^3$ ), le rapport  $F/N$  est important et la dégradation d'image est appréciable (voir page xxix, équation C.1). Ainsi, une accélération importante est perceptible lorsque plus de 200,000 vecteurs sont affichés en utilisant une projection de type perspective. Cependant, nous n'avons pas tenté de quantifier cette accélération. Qualitativement, il est clair que la perception spatiale est plus simple dans ce cas et que la vitesse d'exécution est plus rapide.

Nous avons testé cette version préliminaire sur plusieurs types d'ordinateurs. Nous avons réussi à visualiser 100,000 vecteurs sur un Pentium Pro 125 Mhz. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour l'instant sur le serveur Silicon Graphics de l'IDRIS avec 4 processeurs R8000. Des tests de type "Benchmark" sont présentement à l'étude dans le but de quantifier les résultats obtenus sur une station de travail Octane (2 processeur R10000, horloge de 195 Mhz).

La portabilité du programme est démontrée. Il apparaît clairement que cette stratégie de programmation mixte est très efficace et performante.

Dans un avenir rapproché, nous allons brancher toutes les fonctionnalités du code original incluant les commandes de type simulateur de vol. Ce type de déplacement dans la base de donnée nous apparaît clairement comme étant la plus naturelle dans un contexte de réalité virtuelle.



Une étude d'implémentation de la focalisation est présentement à l'étude. L'idée de cette nouvelle génération de simulateur de vol consiste à grouper par paquets les vecteurs de taille semblables (seuillage) appartenant à un sous-cube (focalisation). Ainsi, nous pourrions utiliser la mémoire rapide du serveur à l'aide des paquets de commandes graphiques locales (display list).

**Bénéfice pour Montréal :** Accès à un centre de calcul et à des machines C-90, T3E, Power Challenge et graphiques qui ne sont pas à Montréal. Au sein d'une équipe hautement qualifiée d'un grand centre de calcul Européen. Accès à des champs de données très haute résolution ( $512^3$ ) qui ne sont pas à Montréal.

**Bénéfice pour Paris :** Expertise sur un code d'exploration de champs de données (turbulence) "temps réel" qui a été testé et produit dans un contexte de "transfert technologique" entre l'Université de Montréal (Département de Physique et CERCA) et industrie (General Electric Hydro) dans le cadre d'une thèse de doctorat. Le résultat sera utilisable par la communauté scientifique internationale.

**Bénéfice pour le milieu Universitaire :** Ce projet s'inscrit comme la continuité logique d'un programme de transfert université/industrie auquel ont participé l'Université de Montréal, General Electric Hydro et le CERCA. Il s'agit d'un exemple de collaboration Université-Industrie viable. Nous espérons faire bénéficier l'Université hôte de notre expertise et ce dans un contexte de collaboration internationale. Enfin, l'industrie Montréalaise en bénéficiera en retour.

## Bibliographie

- Rubbert, P. E., May 1997, The Use of CFD in Airplane Design, Proceedings of the Fifth Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada, Hosted by : University of Victoria, Victoria, British Columbia, Canada, May 25-27, 1997

- Bergeron, S., Vu, T. and Vincent, A., May 1997, Real Time Numerical Simulation of Particle Transport and Abrasion Processes in Hydraulic Turbines, Proceedings of the Fifth Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada, Hosted by : University of Victoria, Victoria, British Columbia, Canada, May 25-27, 1997
- Bergeron, S. and Vincent, A., 1996, Focalization algorithms : "Real time" processing of very large dataset, Industry-University Technology Collaboration Forum, Lockheed Martin Electronics Systems, Montréal, Canada, September 27, 1996, R96-62
- Vincent, A.P., Astruc D.P., Angilella, J.P., The Cone of Vision : a new technique for an interactive volumetric rendering, GVGIP (Graphical Models and Image Processing), Vol. 58, No 4, pp. 387-393, July 1996.
- Krueger, W., The Application of Transport Theory to Visualisation of 3-D Scalar Data Fields Computers In Physics, Jul-Aug 1991. pp. 397-406.
- Jackie Neider, Tom Davis, and Mason Woo, OpenGL Programming Guide, published by Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts. ISBN 0-201-63274-8
- Paul J. Asente and Ralph R. Swick, X Window System Toolkit : The Complete Programmer's Guide and Specification, Digital Equipment Corporation, Burlington MA, 1992. ISBN 1-55558-051-3. (Digital Press X Series)
- Adrian Nye and Tim O'Reilly, X Toolkit Intrinsic Programming Manual, published by O'Reilly & Associates, Inc., Vol. 4, Four, Sebastopol, California. (X Window System Series)
- X Toolkit Intrinsic Reference Manual, published by O'Reilly & Associates, Inc., Vol. 5, Sebastopol, California. (X Window System Series)
- OSF/Motif Programmer's Guide, Open Software Foundation, PTR Prentice-Hall, Inc., (OSF/Motif series), Englewood Cliffs, NJ.

- OSF/Motif Programmer's Reference, Open Software Foundation, PTR Prentice-Hall, Inc., (OSF/Motif series), Englewood Cliffs, NJ.
- OSF/Motif Style Guide, Open Software Foundation, PTR Prentice-Hall, Inc., (OSF/Motif series), Englewood Cliffs, NJ.
- Robert W. Scheifler, James Gettys et al., X Window System : The Complete Reference to Xlib, X Protocol, ICCCM, XLFD, Third Edition, X Version 11, Release 5, Digital Equipment Corporation, Burlington Massachusetts, 1992. ISBN 1-55558-088-2. (Digital Press X Series)
- OpenGL Porting Guide, published by Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1992.
- Adrian Nye, Xlib Programming Manual, published by O'Reilly & Associates Inc., Vols. 1, 2, 4 and 5, Sebastopol, California. (X Window System Series)
- OpenGL Reference Manual, from the OpenGL Architecture Review Board, published by Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1992. ISBN 0-201-63276-4.

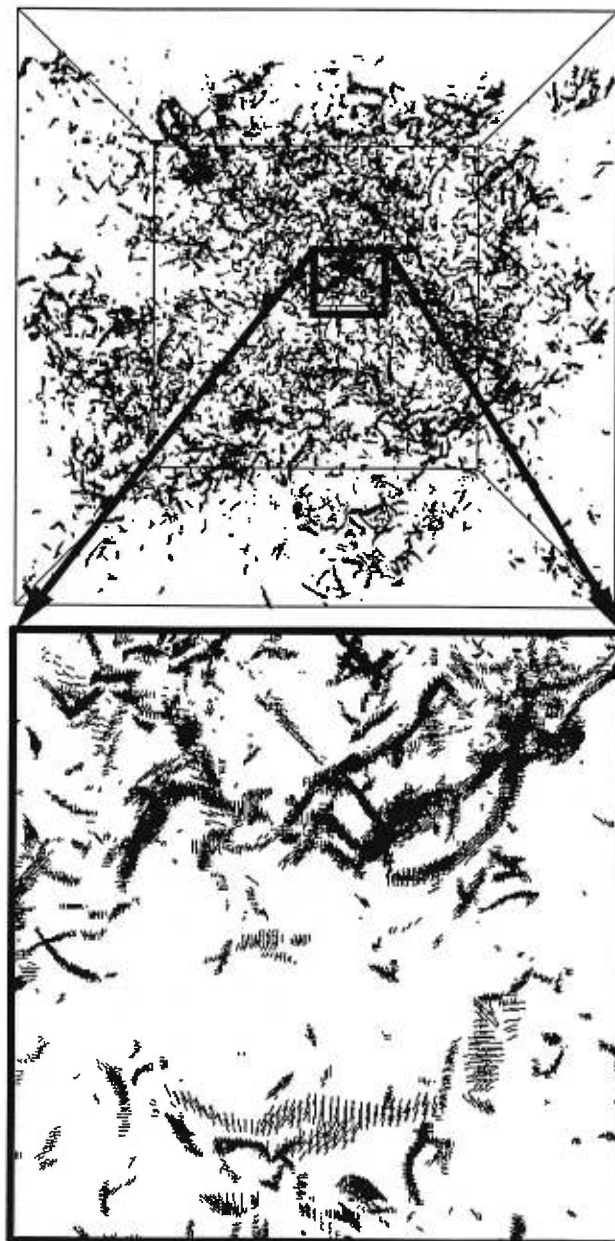


FIG. C.2: Visualisation d'un champ de données provenant d'une simulation numérique directe à haute résolution ( $512^3$ ). Plus de 200,000 vecteurs sont affichés. La vorticité (vecteur tourbillon) est représentée ici.

# Notes et commentaires

## Note 1, Page 25, Chapitre 2

Un modèle de type “sphère dure” peut éventuellement être incorporé à une formulation Euler-Lagrange dans le cas où nous voulons étudier les collisions entre particules. Par exemple, les simulations numériques directes de Sundaram & Collins (1997) ont permis de mesurer des lois de puissance pour la fréquence de collision en fonction du diamètre et de la concentration des particules.

Ce type de modèle en sphère dure est couramment rencontré dans le cadre de simulation de dynamique des gaz (Simonin 1995). Dans ce genre d’implémentation, il est nécessaire de recourir à un algorithme permettant d’estimer adéquatement le point d’impact, ce qui augmente considérablement le temps de calcul et réduit la précision (Sundaram & Collins 1997). Les vitesses finales (indiquées 2) sont déduites des vitesses initiales en utilisant la vitesse relative des particules incidentes et  $\vec{d}$ , le vecteur unitaire de séparation des centres (fig. C.3) :

$$\begin{aligned} \vec{v}^{\vec{p}2} &= \vec{v}^{\vec{p}1} + \vec{d} \cdot (\vec{v}^{\vec{p}1} - \vec{w}^{\vec{p}1}) \vec{d} \\ \vec{w}^{\vec{p}2} &= \vec{w}^{\vec{p}1} - \vec{d} \cdot (\vec{v}^{\vec{p}1} - \vec{w}^{\vec{p}1}) \vec{d} \end{aligned}$$

## Note 2, Page 44, Chapitre 3

La mesure expérimentale de ces coefficients est un domaine d’étude faisant intervenir une technologie extrêmement complexe. Mentionnons simplement que quelques centres de recherches se spécialisent dans ce type d’étude, comme par exemple le laboratoire OP/L3C de l’ONERA (Office National d’Études et de Recherches Aérospatiales) en France. Ce laboratoire est spécialisé dans l’étude d’impact de particules de silice et de quartz. Développé conjointement par le ministère de la recherche et de l’enseignement supérieur et par des firmes d’ingénierie conseil (Turbomeca et Sofrance), ce centre met à la disposition des chercheurs un appareillage utilisant la technique du vélocimètre laser et permettant de mesurer précisément les lois de rebonds pour des particules de tailles variant entre 80 et 600  $\mu m$ , et pouvant atteindre des vitesses de 250  $m/s$ .

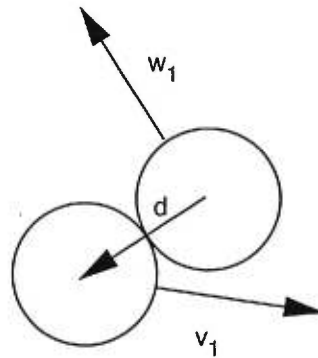


FIG. C.3: Définition des angles caractérisant la collision de deux particules. De manière générale, la trajectoire incidente est noté 1. La position relative des deux particules au moment de l'impact est notée  $d$ .

### Note 3, Page 48, Chapitre 3

Dans notre logiciel, nous utilisons la version scalaire pour l'interpolation des champs  $k$  et  $\epsilon$  seulement. La version vectorielle est employée pour les champs de vitesses et de gradient de pression.

### Note 4, Page 71, Chapitre 5

Ce chiffre de 94% m'a été donné par les ingénieurs de General Electric Hydro et il s'agit d'un cas "modeste" : des rendements de 96% ont déjà été mesurés

### Note 5, Page 71, Chapitre 5

En général, le rendement du modèle réduit est inférieur à celui du modèle final. Par exemple, dans le cas d'une turbine avec un rendement de 96% le prototype affichera un rendement de 94 ou 95%. Ceci est dû au fait que la couche limite  $y$  est plus épaisse et que le nombre de Reynolds  $y$  est plus faible que dans la turbine grandeur nature.

### Note 6, Page 71, Chapitre 5

La localisation exacte est sous le couvert du secret industriel.

### Note 7, Page xvii, Chapitre B

En date du 7 août 1998, il est possible de trouver des informations concernant cet outil de visualisation au site WWW suivant :  
[http://www.lcse.umn.edu/research/powerwall/x\\_main.html](http://www.lcse.umn.edu/research/powerwall/x_main.html).

### Note 8, Page xx, Chapitre B

L'algorithme de focalisation utilise une double décomposition de l'espace.

Au premier niveau, l'espace est décomposé en petits cubes et la position de chaque cube est codé à l'aide de 8 bits (caractère). Ensuite, chaque vecteur à l'intérieur du cube est codé à l'aide d'un autre 8 bits, comme dans les versions précédentes du simulateur de vol. Ainsi, il est maintenant possible de stocker  $(256 \times 256)^3 = 256^9 = 65536^3$  valeurs au maximum.

# Remerciements

En tout premier lieu, je tiens à remercier Alain Vincent, mon directeur de thèse. Sa disponibilité intellectuelle et son généreux soutien financier ont été les facteurs déterminants de la réussite de ce projet.

Je remercie Thi C. Vu pour m'avoir permis de mener à terme une collaboration industrielle enrichissante. Son aide m'a été indispensable pour démarrer et mener à terme ce projet. Sa confiance aussi doit être souligné : La plupart des données qui ont servi dans mes calculs ont été fournies confidentiellement par la compagnie General Electric Hydro.

Un merci spécial à Maurice Meneguzzi pour son accueil chaleureux lors de ma visite au centre de l'IDRIS à l'université de Paris Sud. Ses commentaires ont été déterminants dans le processus d'évolution du logiciel de visualisation.

Merci à tous ceux dont la compagnie ont rendu ces dernières années plus agréables et enrichissantes, entre autre Richard Lefebvre, Andreï Malevsky, Denis Richard, Jean-Sébastien Coron et Jean-Marc Valin. Je remercie également Jacques Richer : Son expertise en  $\text{\LaTeX}$  m'a économisé bien des heures de tâtonnements et son sens de l'humour bien des heures de découragement.

Finalement, je suis particulièrement reconnaissant à Hélène pour son aide et sa patience au cours de toutes ces années. Sa présence m'a apporté de la joie dans les moments difficiles. Un gros merci à mon fils Xavier qui me permet, à chaque soir, de mettre tout ceci en perspective.