

2m11, 2708, 8

**La Télédétection des Volcans Basaltiques: Une Étude sur les  
Propriétés d'Invariance d'Échelle des Champs de Luminance  
Volcaniques**

par

André Laferrière  
Département de géologie  
Faculté des Arts et des Sciences

Mémoire présenté à la Faculté des Études Supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Maître ès sciences (M.Sc.)

Octobre 1998  
Université de Montréal

©André Laferrière – 1998



QE

3

U54

1999

v.004



Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

ce mémoire intitulé

**La Télédétection des Volcans Basaltiques: Une Étude sur les  
Propriétés d'Invariance d'Échelle des Champs de Luminance  
Volcaniques**

présenté par:

André Laferrière

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Président-rapporteur: Dr. John Stix

Membre du jury: Dr. François Cavayas

Membre du jury: Dre. Hélène Gaonac'h

*mémoire accepté le 99.04.30*

## Résumé

Cette étude porte sur l'analyse des champs de luminance visible réfléchie provenant de volcans basaltiques actifs en utilisant des images satellitaires SPOT et des photographies aériennes. La luminance des champs volcaniques est fortement variable. Cette variabilité s'observe par des écarts plus ou moins importants dans les valeurs numériques des différents pixels d'une image. Cependant, on peut reconnaître une certaine symétrie à l'intérieur de cette variabilité, ce qui nous amène à rechercher un comportement en loi de puissance. Une investigation du régime d'invariance d'échelle des champs de luminance volcanique est faite à l'aide de différentes méthodes statistiques. Les méthodes d'analyses de comptage de boîtes (*box-counting*) et du spectre de densité d'énergie isotrope de Fourier sont premièrement utilisées pour vérifier l'existence d'une invariance d'échelle simple des images SPOT des volcans Mont Etna (Italie) et Mauna Loa (États-Unis) et d'une photographie aérienne d'une partie du flanc sud de Etna. Des analyses du *Double Trace Moment (D.T.M.)* sont ensuite appliquées aux mêmes images dans le but de caractériser les propriétés d'invariance d'échelle multiple.

Les analyses effectuées sur les différentes images à l'aide de la méthode de comptage de boîtes démontrent l'existence d'un comportement d'invariance d'échelle pour les ensembles volcaniques. L'exposant de loi de puissance estimé pour les ensembles de luminance se caractérise par une fonction invariante d'échelle et non par un exposant unique. Les analyses des spectres de densité d'énergie effectuées sur les images en espace Fourier mettent aussi en évidence l'existence d'une invariance d'échelle dans les champs de luminance volcanique. Les trois images analysées possèdent des exposants spectraux  $\beta$  similaires de 1,16, 0,90 et 1,29 pour Etna SPOT, Etna photo et

Mauna Loa respectivement. Les analyses démontrent que les ensembles volcaniques sont invariants d'échelle pour des échelles d'observation allant de 3 m jusqu'à 40 km. La méthode du *D.T.M.* appliquée sur les trois images télédéteectées de Etna et Mauna Loa montrent que les champs de luminance visible réfléchie possèdent des propriétés d'invariance d'échelle multiple (*multiscaling*). Le comportement d'invariance d'échelle multiple d'un champ de luminance se définit par le fait que chaque ensemble du champ possède une dimension fractale différente qui varie en fonction du seuil de luminance. Pour les champs multifractals (qui possèdent une invariance d'échelle multiple) l'exposant invariant d'échelle qui mesure la variation des dimensions fractales en fonction d'un seuil est représentée par une fonction non linéaire invariante d'échelle. Cette fonction peut se caractériser dans des conditions de multifractalité universelle par seulement trois paramètres: les paramètres multifractals universels  $\alpha$ ,  $C_1$  et  $H$  mesurent les propriétés multifractales des champs de luminance volcanique. Pour les deux volcans tant pour les images SPOT que pour la photographie aérienne, les paramètres multifractals sont concordant avec les valeurs  $\alpha=1,80\pm 0,05$  et  $C_1=0,03\pm 0,01$ . Les analyses de *D.T.M.* démontrent les propriétés d'invariance d'échelle multiple des champs avec un index de *multifractalité*  $\alpha$  plus proche de la valeur théorique ( $\alpha=2$ ) que du régime d'invariance d'échelle simple ( $\alpha=0$ ). Cette valeur élevée de  $\alpha$  implique que (1) les approximations monofractales sont relativement imprécises lorsque l'on s'éloigne du comportement moyen et que (2) les singularités  $\gamma$  (correspondant aux valeurs du champ) de tous les ordres et les codimensions fractales  $c(\gamma)$  contribuent de façon significative au processus.

La comparaison des paramètres calculés dans cet étude avec d'autres champs géophysiques comme les champs topographiques permet d'observer des différences et des similitudes entre les champs. Les exposants spectraux  $\beta \approx 1.0$  des champs de luminance réfléchie sont inférieurs à ceux observés pour différents champs topographiques ce qui implique une influence marquée des petites structures dans les champs de luminance par rapport aux grandes structures. Le modèle du *BRDF* (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*) (Rees, 1995) qui est proportionnel au champ de luminance montre une dépendance linéaire avec le gradient de la topographie locale. Le model prédit des paramètres  $\alpha$  et  $C_l$  semblables pour les deux champs mais avec  $H \approx 0$  pour la luminance. Cette approximation linéaire concorde avec les résultats observés et démontre une relation importante entre la topographie et la luminance réfléchie représentée par le *BRDF*.

Divers éléments physiques (comme les champs de lave et la végétation) composent les champs de luminance visible réfléchie d'origine volcanique. Ces éléments sont représentés dans les champs par des textures ou signatures spectrales spécifiques composés de structures de dimension et d'orientation différentes formant dans l'image des classes distinctes. Des sous-images de coulées de lave et de végétation sont choisies sur deux photographies aériennes de Etna et du volcan Arenal (Costa Rica) formant ainsi deux classes: Lave et Forêt pour chaque volcan. Ces différentes classes sont étudiées dans le but de vérifier leurs propriétés d'invariance d'échelle et de les distinguer à l'aide des paramètres d'invariance d'échelle calculés par les différentes méthodes. Les analyses d'invariance d'échelle portent sur la vérification de (1) l'invariance d'échelle des sous-images par l'étude du spectre de densité d'énergie de l'image en espace de Fourier, (2) du

régime (isotrope ou anisotrope) de cette invariance d'échelle par l'étude des sous-images en espace Fourier et par la méthode de l'invariance d'échelle généralisée (*generalised scale invariance* ou *G.S.I.*) et (3) l'invariance d'échelle multiple des classes par la méthode de *D.T.M.* Les analyses du spectre de densité d'énergie de Fourier démontrent que les classes sont invariantes d'échelle et que les exposants spectraux  $\beta$  sont différents entre les classes et entre les images. En espace de Fourier, la classe Lave possède une anisotropie prononcée principalement provoquée par le rayonnement solaire sur la surface rocheuse du volcan tandis que la classe Forêt montre une plus faible anisotropie surtout au niveau des grandes structures incluses dans les sous-images. Les résultats du *G.S.I.* ne montre pas de différences marquées entre les deux classes excepté par le paramètre  $s$  contrôlé par les variations de  $\beta$ . Celles-ci démontrent une faible stratification différentielle de l'anisotropie. Finalement, les paramètres multifractals pour les deux classes estimés par le *D.T.M.* sont semblables et ne permettent pas de faire la distinction entre les différentes classes. Ce résultat n'est pas si étonnant puisque la forêt se retrouve sur le champ de coulées de lave. Elle est représenté par un champ ayant les mêmes paramètres statistiques, excepté un signal plus "bruité" ou "rugueux" ( $\beta <$ ).

## Remerciements

Je voudrais remercier le Dre Hélène Gaonac'h pour l'aide qu'elle m'a apportée, sa compréhension et sa patience. Un gros merci, aussi, à toute l'équipe du GANG, surtout le Dr. Shaun Lovejoy pour les discussions intéressantes et pour la coopération. Au professeur Dr. John Stix pour les discussions et les idées. Aux copains, camarades et compères du département, Jean-Marc S egin, Alexandre Beaulieu, Dany Harvey, Isabelle Lépine, Glyn Williams-Jones, Christian Brassard, Kazuko Saruwatari, Alain Legault et tous les autres. Un merci spécial à ma petite famille pour l'aide morale et le soutien. Finalement, un dernier merci à mes parents sans lesquels ce projet n'aurait pas été possible.

Ce projet de recherche a été subventionn e par le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada et par les Fonds pour le formation des Chercheurs et d'Aide à la Recherche.

## Table des matières

Résumé	i
Remerciements	v
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xi
Chapitre 1: Introduction	
1.1 Hétérogénéité de la morphologie volcanique et variabilité des paramètres volcanologiques associés	1
1.2 Objectifs du projet de recherche	3
Références	5
Chapitre 2: Télédétection en volcanologie et données du projet	
2.1 La télédétection en volcanologie	8
2.2 Les données utilisées dans les analyses	11
Références	21
Chapitre 3: Géologie générale et morphologie des coulées de lave	
3.1 La géologie générale des champs étudiés	23
3.1.1 La géologie du Mont Etna	23
3.1.2 La géologie du volcan Mauna Loa	25
3.1.3 La géologie du volcan Arenal	26
3.2 Caractérisation de la morphologie des coulées de lave	27
Références	31
Chapitre 4: Invariance d'échelle	
4.1 Le concept d'invariance d'échelle	35
4.2 Détermination de la dimension d'un ensemble fractal	37
4.3 Analyses de Fourier	40
4.4 Caractérisation de la multiple invariance d'échelle	42
Références	47
Chapitre 5: <i>Multiple scaling properties of the radiance fields of basaltic volcanoes</i> (article publié dans <i>Journal of Geophysical Research</i> )	

	vii
<i>Abstract</i>	51
<i>1. Introduction</i>	53
<i>2. Data fields</i>	56
<i>3. The scaling ranges of the reflected radiance field</i>	59
<i>3.a Spectral analysis</i>	59
<i>3.b Functional box-counting</i>	63
<i>4. Multiscaling properties</i>	66
<i>5. Discussion and conclusions</i>	80
<i>Acknowledgements</i>	85
<i>References</i>	86
Chapitre 6: Caractérisation anisotrope et multifractale des textures	
6.1 Énoncé du problème	90
6.2 Survol de différentes méthodes de segmentation d'images télédéteçtées	90
6.2.1 La segmentation à l'aide d'algorithmes d'extraction des caractéristiques spatiales des textures	90
6.2.2 La segmentation par analyses fractales simples	92
6.2.3 La segmentation par analyses multifractales	93
6.3 L'invariance d'échelle généralisée ( <i>G.S.I.</i> )	95
6.4 Les données télédéteçtées utilisées dans les analyses	102
6.5 Présentation des résultats	107
6.5.1 Les analyses de Fourier et du <i>G.S.I.</i>	107
6.5.2 Les analyses du <i>double trace moment (D.T.M.)</i>	114
6.6 Discussion	119
Références	122
Chapitre 7: Conclusions	
7.1 Invariance d'échelle des champs de luminance visible réfléçhie provenant des volcans basaltiques	124
7.2 Caractérisation anisotrope et multifractale des textures	125
7.3 Conclusions finales	126
Appendice A: Images SPOT originales de Etna et de Mauna Loa	A-1

Appendice B: Graphiques d'erreurs sur les paramètres $c$ , $e$ et $f$	B-1
Appendice C: Images en espace Fourier des images SPOT de Etna et Mauna Loa et de la photographie aérienne de Etna respectivement.	C-1
Appendice D: Diagrammes montrant la dimension de comptage de boîte et la dimension de corrélation pour l'image SPOT de Etna	D-1
Appendice E: Graphiques de comparaison des paramètres $G.S.I.$ pour les volcans Arenal et Etna	E-1
Appendice F: Graphiques de comparaison des paramètres $D.T.M.$ pour les volcans Arenal et Etna	F-1

## Liste des figures

Figure 2.1: Segment de 2048 par 2048 pixels de l'image satellite SPOT du Mont Etna	16
Figure 2.2: Segment de l'image SPOT du volcan Mauna Loa utilisé dans les analyses	17
Figure 2.3: Histogramme de valeurs numériques des pixels ( <i>digital number</i> ) des images SPOT du Mont Etna et de Mauna Loa	18
Figure 2.4: Photographie aérienne du volcan Arenal utilisée dans les analyses	19
Figure 2.5: Photographie aérienne d'une partie du flanc sud du Mont Etna utilisée dans les analyses	20
Figure 3.1: Carte géologique simplifiée de l'île de Sicile montrant la localisation du Mont Etna en relation avec les principaux linéaments de la région	24
Figure 4.1 Figures montrant la dégradation de la résolution spatiale de l'image SPOT du Mont Etna de 2048 par 2048 pixels à 64 par 64 pixels pour un seuil de luminance $0 < R < 30$	39
Figure 1: SPOT images and resulting fractal sets using different radiance thresholds $R$ : (a) Mount Etna 3200x3200 pixels central subimage; (b) Mauna Loa 2048x2048 pixels image	57
Figure 2: Spectral energy density $E(k)$ as a function of the radial wave number $k$ for SPOT images of Mount Etna and Mauna Loa and an aerial photograph of a part of Mount Etna	61
Figure 3: A $\log_{10}$ - $\log_{10}$ diagram of the area of the lava set versus the spatial resolution for different radiance thresholds ( $R$ ) for (a) SPOT Mount Etna and (b) SPOT Mauna Loa images	65
Figure 4: Schematic illustration showing the different averaging scales used in the double trace moments method	71
Figure 5: $\log_{10} \left( \epsilon_{\Lambda}^{\eta} \right)_{\lambda}^q$ versus $\log_{10} (\lambda)$ for various $\eta$ values and $q=1.5$ for	75

(a) SPOT Mount Etna and (b) SPOT Mauna Loa	
Figure 6: a) Plot of $\log_{10} K(q, \eta) $ versus $\log_{10} \eta$ for SPOT Mauna Loa exhibiting the universal multifractality of the data over approximately $\eta=0.1$ to $\eta=10$ . (b) same as Figure 6a for the three radiance fields showing their multifractal similarity. The line corresponds to $\alpha=1.80$	76
Figure 7: Diagram $\log_{10} K(q, \eta) $ versus $\log_{10}\eta$ for the four different fraction of the SPOT Mount Etna image, showing the distinct multifractal behavior of the volcanic section of the image including volcanic clouds when compared to the other free-clouds sections	79
Figure 6.1: Exemples de différentes types d'anisotropie différentielle en espace de Fourier	100
Figure 6.2: Photographie aérienne du volcan Arenal montrant la localisation des échantillons de textures utilisés dans les analyses	103
Figure 6.3: Photographie aérienne d'une partie du flanc sud du Mont Etna montrant la localisation des échantillons de texture dans l'image	104
Figure 6.4: Échantillon Forêt 1 de l'image du Mont Etna montré aux résolutions spatiales 3,0, 6,0 et 12,0 mètres par pixel	106
Figure 6.5: Les quatre échantillons de forêt de la photographie aérienne de Arenal avec leur image en espace de Fourier et leur spectre de densité isotrope	110
Figure 6.6: Les cinq échantillons de lave de Arenal	111
Figure 6.7: Les quatre échantillons de forêt de Etna	112
Figure 6.8: Les cinq échantillons de lave de la photographie aérienne de Etna	113
Figure 6.9: Diagramme de comparaison montrant le paramètre $s$ en fonction de $a^2$ pour les analyses <i>G.S.I.</i> de Arenal	115
Figure 6.10: Diagramme de comparaison montrant le paramètre $s$ en fonction de $a^2$ pour les analyses <i>G.S.I.</i> de Etna	116

**Liste des tableaux**

Tableau I: Paramètres de l'image satellite SPOT du Mont Etna	14
Tableau II: Paramètres de l'image satellite SPOT de Mauna Loa	15
<i>Table 1: Comparison of the universal multifractal parameters for SPOT Panchromatic images of Mount Etna and Mauna Loa volcanoes with other relevant topographic data</i>	62
Tableau III: Résultats des analyses <i>G.S.I.</i> pour les textures d'Arenal	108
Tableau IV: Résultats des analyses <i>G.S.I.</i> pour les textures d'Etna	109
Tableau V: Résultats des analyses <i>D.T.M.</i> pour les textures d'Arenal	117
Tableau VI: Résultats des analyses <i>D.T.M.</i> pour les textures d'Etna	118

## Chapitre 1: Introduction

### **1.1 Hétérogénéité de la morphologie volcanique et variabilité des paramètres volcanologiques associés**

Les structures qui forment les volcans et les paramètres qui contrôlent les éruptions volcaniques sont complexes et variables. L'étude de la morphologie externe des volcans basaltiques implique une meilleure compréhension de la dynamique d'emplacement des champs de coulées lave. Plusieurs facteurs rhéologiques et externes contrôlent la dynamique d'emplacement des coulées de lave. Par exemple, la viscosité de la lave influence la dispersion des coulées (Hulme, 1974; Kilburn, 1990; Dragoni, 1993; Pinkerton et Norton, 1995) ou le type de lave formée (aa ou pahoehoe) (Fink et Fletcher, 1978; Peterson et Tilling, 1980; Kilburn et Lopes, 1991; Kilburn, 1993). Le taux d'effusion de la lave contrôle la vitesse d'écoulement et la distance parcourue par des coulées (Walker, 1973; Pinkerton et Sparks, 1976; Wadge, 1978; Malin, 1980; Baloga et Pieri, 1986; Kilburn et Lopes, 1988; Rowland et Walker, 1990; Kilburn, 1993). La topographie ou le gradient topographique influence la forme et la direction de l'écoulement de la lave (Walker, 1973; Hulme, 1974; Kilburn et Lopes, 1988, 1991; Lopes et Kilburn, 1990). Il est nécessaire de quantifier avec précision ces paramètres pour faire la modélisation de la dynamique des coulées. Les paramètres rhéologiques peuvent être mesurer localement sur le terrain (Shaw et al., 1968; Pinkerton et Sparks, 1976; Pinkerton, 1993) ou en laboratoire (Shaw, 1969; Hulme, 1974; Sparks et Pinkerton, 1978; Pinkerton, 1993; Pinkerton et Norton, 1995). Certains sont plutôt estimés à l'aide de valeurs moyennes (exemple, le taux d'effusion moyen ou l'épaisseur moyenne) à partir de la forme finale des coulées (Walker, 1973; Pinkerton et Sparks,

1976; Wadge, 1978; Malin, 1980; Baloga et Pieri, 1986; Kilburn et Lopes, 1988; Lopes et Kilburn, 1990). La modélisation de la dynamique de mise en place des coulées de lave sur les flancs des volcans (Baloga, 1986; Kilburn et Lopes, 1988, 1991; Lopes et Kilburn, 1990) est difficile à réaliser en raison de la grande variabilité des paramètres dans l'espace et dans le temps (Baloga et Pieri, 1986; Kilburn, 1990; Pinkerton, 1993). L'utilisation de paramètres uniques (e. g. moyenne, médiane) dans les modèles homogènes ne tient pas compte de la variabilité des phénomènes observés. Il est nécessaire de considérer toute la gamme des valeurs des paramètres pour substantiellement augmenter la validité des modèles.

La variabilité des phénomènes et leur influence sur la morphologie volcanique se retrouve à toutes les échelles. Par exemple, au niveau millimétrique, la croissance des cristaux ou des vésicules de gaz influence la viscosité de la lave en abaissant sa température (Sparks et Pinkerton, 1978; McBirney et Murase, 1984; Dragoni, 1993). Ce phénomène modifie la dynamique d'écoulement de la lave non seulement à l'échelle des cristaux mais aussi à plus grande échelle. La formation d'une croûte ou de levées autour des coulées lors du refroidissement de la lave agit sur la forme des coulées en dispersant ou en confinant la lave (Pinkerton et Sparks, 1976; Kilburn et Lopes, 1988, 1991; Rowland et Walker, 1990; Kilburn, 1993; Dragoni, 1993). Différentes études ont démontrées que des similarités ou symétries sont observées dans la variabilité des structures entre les différentes échelles. Kilburn (1990) dans ses travaux sur la morphologie et les textures des laves montre les propriétés d'autosimilarité des formes et des structures sur une gamme d'échelles allant du millimètre à la dizaine de centimètres. Bruno et al. (1994, 1995) et Gaonac'h et al. (1992) démontrent que les coulées de lave

basaltique considérées comme des ensembles géométriques possèdent une invariance d'échelle et se comportent comme des ensembles fractals sur plusieurs gammes d'échelle allant de 0,125 m à 50 km. Gaonac'h et al. (1996a, 1996b) met en évidence un comportement en loi de puissance dans la distribution en fonction de la taille des vésicules de gaz dans les laves basaltiques. Cette invariance d'échelle vient du fait que ce sont les mêmes processus dynamiques qui contrôlent l'emplacement des coulées de lave à différentes échelles. La morphologie des volcans basaltiques a été caractérisée antérieurement par des modèles fractals simples (Bruno et al., 1994, 1995, Gaonac'h et al., 1992). Ces modèles d'invariance d'échelle se limitent à caractériser la variabilité volcanique à l'aide de modèles monofractals en considérant les coulées de lave comme des simples ensembles géométriques. Il est important de caractériser l'aspect morphologique des volcans basaltiques en le considérant comme un champ et non comme un ensemble. La variabilité volcanique doit être modélisée par des régimes d'invariance d'échelle multiple (*multiscaling*) capables de caractériser la complexité de la morphologie des coulées de lave basaltique en considérant la totalité des valeurs du champ.

## **1.2 Objectifs du projet de recherche**

Ce projet de recherche porte sur la complexité de la morphologie volcanique basaltique à andésitique et la variabilité des champs de luminance visible réfléchiés associés. Les objectifs du projet sont: (1) de caractériser l'aspect morphologique des champs de coulées de lave basaltique à l'aide du concept d'invariance d'échelle multiple, (2) d'appliquer ce concept à plusieurs champs provenant de divers volcans basaltiques et

les analyser avec différentes méthodes d'invariance d'échelle dans le but de démontrer ou non la convergence des résultats, (3) d'étudier les limites de l'invariance d'échelle des champs de luminance visible réfléchi vers les grandes et les petites résolutions spatiales en observant les cassures possibles dans les analyses fractales et multifractales. (4) de mieux caractériser l'effet de la végétation sur les statistiques estimées pour les champs de lave. Sont également étudiés de manière préliminaire, les comportements isotropiques/anisotropiques des champs observés de lave et de végétation. Les champs étudiés se retrouvent sur des édifices volcaniques connus comme le Mont Etna en Italie et le volcan Mauna Loa aux états unis.

Les données utilisées dans les analyses proviennent d'images télédéteectées d'origine satellitaire et aéroporté. Les données sont analysées pour étudier les variations d'intensité de l'albédo des matériaux volcaniques en fonction des changements de résolution spatiale à l'aide de méthodes fractales et multifractales utilisées dans d'autres domaines de la géophysique (Turcotte, 1989, 1992; Schmitt et al., 1992; Lavallée et al., 1993; Pflug et al. 1993; Lovejoy et Schertzer, 1995). Les résultats des analyses d'invariance d'échelle multiple sont ensuite comparés avec des études similaires faites sur d'autres champs géophysiques comme la topographie. L'interprétation des résultats porte sur les différences et les similitudes entre les paramètres calculés et sur la signification de ces paramètres pour les différents champs géophysiques. Finalement, des rapprochements sont faits entre les champs de luminance visible réfléchi étudiés et les champs topographiques et des projets complémentaires de recherche sont proposés pour mieux définir et caractériser les concepts d'invariance d'échelles élaborés dans cette étude.

## Références

- Baloga, S.**, 1987. *Lava flows as kinematic waves*. Journal of Geophysical Research, 92(B9): 9271-9279.
- Baloga, S. et D. Pieri**, 1986. *Time-dependent profiles of lava flows*. Journal of Geophysical Research, 91(B9): 9543-9552.
- Bruno, B. C., G. J. Taylor, S. K. Rowland, S.M. Baloga**, 1994. Quantifying the effect of rheology on lava-flow margins using fractal geometry, *Bull. Volcanol.*, 56, 193-206.
- Bruno, B. C., G. J. Taylor**, 1995. Morphological identification of Venusian lavas, *Geophys.Res. Lett.*, 22, 14, 1897-1900.
- Dragoni, M.**, 1993. *Modelling the rheology and cooling of lava flows*. C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, Active lavas, UCL Press, London : 235-261.
- Fink, J. H. et R. C. Fletcher**, 1978. *Ropy pahoehoe: Surface folding of a viscous fluid*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 4:151-170.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, and J. Stix**, 1992. Scale invariance of basaltic lava flows and their fractal dimensions, *Geophys.Res. Lett.*, 19, 8, 785-788.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, J. Stix, and D. Schertzer**, 1996a. A scaling growth model for bubbles in basaltic lava flows, *Earth and Plan. Sc. Lett.*, 139, 395-409.
- Gaonac'h, H., J. Stix, and S. Lovejoy**, 1996b. Scaling effects on vesicule shape, size and heterogeneity of lavas from Mount Etna, *J. Volcanol. Geotherm Res.*, 74, 131-153.
- Hulme, G.**, 1974. *The interpretation of lava flow morphology*. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 39:361-383.
- Kilburn, C. R. J. et R. M. C. Lopes**, 1988. *The growth of aa lava flow fields on Mount Etna, Sicily*. Journal of Geophysical Research, 93:14759-14772.
- Kilburn, C. R. J.**, 1990. Surfaces of aa flow-fields on Mount Etna, Sicily: Morphology, rheology, crystallization and scaling phenomena. IAVCEI Proc. Volcanol., 2:129-156.
- Kilburn, C. R. J. et R. M. C. Lopes**, 1991. *General patterns of flow field growth: Aa and blocky lavas*. Journal of Geophysical Research, 96:19721-19732.

- Kilburn, C.R.J.**, 1993. *Lava crusts, aa flow lengthening and the pahoehoe-aa transition*. C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, *Active lavas*, UCL Press, London : 263-280.
- Lavallée, D. S. Lovejoy D. Schertzer et P. Ladoy**, 1993. *Nonlinear variability of landscape topography: multifractal analysis and simulation*. De Cola, L. Lam N., éditeurs. *Fractals in Geography*. Prentice Hall, pp. 158-192.
- Lopes, R. M. C. et C. R. J. Kilburn**, 1990. *Emplacement of lava flow fields: Application of terrestrial studies to Alba Patera, Mars*. *Journal of Geophysical Research*, 95(B9):14383-14397.
- Lovejoy, S. et D. Schertzer**, 1995. *How bright is the coast of Brittany?* Wlikinson, G. Kanellopoulos I. Mégier J., éditeurs. *Fractals in geoscience and remote sensing*. Brussels: ECSC-EC-EAEC, pp. 102-151.
- Malin, M. C.**, 1980. *Lengths of Hawaiian lava flows*. *Geology*, 8: 306-308.
- McBirney, A.R. et T. Murase**, 1984. *Rheological properties of magmas*, *Ann. Rev. Earth. Plant. Sci.*, 12: 337-357.
- Peterson, D. W. et R. I. Tilling**, 1980. Transition of basaltic lava from pahoehoe to aa, Kilauea volcano, Hawaii: Field observation and key factors. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 7: 271-293.
- Pflug, K., S. Lovejoy et D. Schertzer**, 1993. Differential rotation and cloud texture: analysis using generalized scale invariance. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 4: 538-553.
- Pinkerton, H. et R. S. J. Sparks**, 1976. The 1975 sub-terminal lavas, Mount Etna: A case history of the formation of a compound lava field. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 1:167-182.
- Pinkerton, H.**, 1993. Measuring the properties of flowing lavas. C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, *Active lavas*, UCL Press, London : 175-191.
- Pinkerton, H., et G. Norton**, 1995. Rheological properties of basaltic lavas at sub-liquidus temperature: laboratory and field measurements on lavas from Mount Etna. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 68: 307-323.
- Rowland S.K. et G.P.L. Walker**, 1990. Pahoehoe and aa in Hawaii: Volumetric flow rate controls the lava structure. *Bulletin of Volcanology*, 52:615-628.

- Schmitt, F. D. Lavallée S. Lovejoy D. Schertzer et C. Hooge**, 1992. Estimations directes des indices de multifractals universels dans le champ de vent et de température. C.R. Acad. Sci. Paris, 314(serie II): 749-754.
- Shaw, H. R. T. L. Wright D. L. Peck et R. Okamura**, 1968. The viscosity of basaltic magma: An analysis of field measurements in Makaopuhi lava lake, Hawaii. American Journal of Science, 266: 225-264.
- Shaw, H. R.**, 1969. Rheology of basalt in the melting Range. Journal of Petrology, 3: 510-535.
- Sparks, R. S. J. et H. Pinkerton**, 1978. Effect of degassing on rheology of basaltic lava. Nature, 276: 385-386.
- Turcotte, D. L.**, 1989. Fractal in geology and geophysics. Pageoph., 131(1/2): 171-196.
- Turcotte, D. L.**, 1992. Fractals and chaos in geology and geophysics. Cambridge University Press.
- Wadge, G.**, 1978. Effusion rate and the shape of aa lava flow-fields on Mount Etna. Geology, 6: 503-506.
- Walker, G. P. L.**, 1973. Lengths of lava flows. Phil. Trans. R. Soc. Lond., A274: 107-118.

## Chapitre 2: Télédétection en volcanologie et données du projet

### **2.1 La télédétection en volcanologie**

L'observation régulière des volcans est importante. L'acquisition de données est nécessaire pour comprendre la dynamique d'éruption des volcans et pour développer des modèles volcaniques. À cause des dangers que représente les phénomènes volcaniques, la télédétection offre la possibilité d'observer à distance et d'obtenir des données sur les phénomènes qui influence la morphologie volcanique. Plusieurs types d'appareils de télédétection (capteurs à bord des satellites, capteurs aéroportés et instruments au sol) sont disponibles pour observer les volcans. Ces appareils possèdent différentes résolutions spatiales et spectrales ce qui permet différentes utilisations.

Dans le cas de l'observation des volcans à partir de l'espace, les capteurs montés à bord des différents satellites peuvent observer les volcans sur une gamme étendue de longueur d'onde. Le satellite Nimbus 7 équipé du capteur TOMS (*Total Ozone Mapping Spectrometer*) est conçu pour mesurer le niveau d'absorption de l'ozone dans la stratosphère. L'utilité de ce satellite en volcanologie est de détecter le dioxyde de soufre ( $\text{SO}_2$ ), gaz majeur dans la composition chimique des panaches d'éruptions volcaniques, à l'aide de l'intervalle spectral de détection du capteur TOMS ( $< 0,4 \mu\text{m}$ ). Pour les longueurs d'ondes dans le domaine du visible ( $0,4 \text{ à } 0,7 \mu\text{m}$ ) et de l'infrarouge ( $0,7 \text{ à } 12,2 \mu\text{m}$ ), différents satellites sont utilisés pour l'observation des volcans. Les satellites GOES et NOAA-AVHRR sont équipés de capteurs possédant plusieurs bandes spectrales pouvant observer les volcans avec une résolution de  $0,9 \text{ km}$  pour GOES et  $1,1$

km pour NOAA. Les satellites des séries Landsat-TM et SPOT-HRV peuvent observer les volcans avec les meilleures résolutions spatiales couramment disponibles pour les satellites. Le capteur Landsat-TM possède 7 bandes spectrales avec une résolution spatiale de 30m pour les bandes du visible et de l'infrarouge réfléchi et de 120m pour celle de l'infrarouge thermique. Le capteur SPOT-HRV possède quatre bandes spectrales avec une résolution de 10m pour la bande panchromatique et 20m pour les bandes multispectrales. Dans le cas des longueurs d'ondes dans les micro-ondes (0,030 à 0,667m), les capteurs RSO à bord des satellites ERS, JERS, MLS et Radarsat ainsi que les capteurs SIR montés sur la navette spatiale américaine observent la morphologie volcanique en balayant la surface terrestre à l'aide des micro-ondes et en récupérant les ondes rétrodiffusées. Les instruments radar possèdent entre une bande (ERS, JERS et Radarsat) et 3 bandes spectrales (SIR-B) et une résolution spatiale entre 8m (Radarsat mode fin) et 40m (SIR-B). L'avantage de ce type de capteur est la surveillance de l'activité volcanique en tout temps étant donné que les micro-ondes ne sont pas affectées par les nuages. Un désavantage est la grande distortion éventuelle des images dans les zones à relief élevé.

Les instruments de télédétection aéroportés sont aussi utilisés pour l'observation des volcans. Les appareils photos prenant des photographies dans le spectre du visible et de l'infrarouge possèdent une meilleure résolution spatiale que les capteurs satellites car l'altitude de la prise des données est beaucoup plus basse et la sensibilité des films photographiques est supérieur aux capteurs numériques. D'autres capteurs comme le TIMS et le *Airborne Thematic Mapper* (ATM) sont aussi utilisés pour la reconnaissance aéroportée. Le TIMS possède 6 bandes spectrales entre 8,2 et 12,2 $\mu$ m dans l'infrarouge

thermique dont la résolution angulaire est de 2,5mrad. Ainsi la résolution spatiale au sol est de 2,5m pour une altitude de 1km tandis que le ATM possède des caractéristiques (résolution spatiale et spectrale) similaires à celles des capteurs Landsat-TM mais avec 11 bandes spectrales.

Au niveau du sol, les appareils comme les appareils photographiques, les caméras vidéo, les imageurs numériques et même les pyromètres qui prennent des images dans le spectre du visible et de l'infrarouge sont utilisés par les volcanologues dans leurs investigations. D'autres appareils de télédétection comme le spectromètre de corrélation (COSPEC) qui mesure la quantité de SO<sub>2</sub> dans les émanations volcaniques (Stoiber et al., 1983) et le GASCOFIL qui estime les concentrations des gaz CO et COS à l'aide de la télédétection infrarouge (Stix et al., 1996) sont de plus en plus couramment utilisés.

Les études effectuées à l'aide de données télédéteectées touchent à de nombreux aspects de la volcanologie. La surveillance des phénomènes thermiques sur les volcans comme les coulées de lave actives, les lacs de lave, les dômes et les champs de fumerolles est une application majeure des ressources de télédétection (Oppenheimer et al., 1993; Rothery et Pieri, 1993; Flynn et Mougini-Mark, 1994; Oppenheimer, 1996; Francis et al., 1996; Gaonac'h, 1997). Les capteurs Landsat-TM, SPOT-HRV, NOAA-AVHRR ou des capteurs aéroportés comme TIMS et ATM ainsi que des caméras infrarouges utilisées à proximité du sol sont utiles dans ce type d'application (Rothery et Pieri, 1993; Francis et al., 1996; Gaonac'h et al., 1998). L'identification et la caractérisation des volcans potentiellement actifs (Francis, 1989; Rothery et Pieri, 1993; Francis et al., 1996) à l'aide des capteurs Landsat-TM et SPOT-HRV est une seconde application des données télédéteectées en volcanologie (Francis et al., 1996). La

surveillance de la déformation du sol (Gabriel et al., 1989; Massonet, 1987; Massonet et al., 1995; Francis et al., 1996) faite à partir de mesures différentielles entre deux images de type radar (interférométrie) peuvent permettre la détection des variations de la topographie volcanique de l'ordre de la dizaine de millimètre (Massonet, 1987; Francis et al., 1996). Finalement, des capteurs satellites comme TOMS, AVHRR, GOES et des appareils comme COSPEC et GASCOFIL sont utilisés dans le surveillance des panaches d'éruptions volcaniques et les émanations de gaz (Wen et Rose, 1994; Krueger et al., 1995; Delene et al., 1996; Francis et al., 1996; Stix et al., 1996). Dans ce type de surveillance notons l'observation et l'estimation des gaz volcaniques (CO, COS, SO<sub>2</sub>, etc.) ou des particules fines dans les panaches volcaniques (Wen et Rose, 1994; Krueger et al., 1995; Delene et al., 1996; Stix et al., 1996) et la dimension ainsi que le déplacement de ces panaches (Delene et al., 1996; Francis et al., 1996).

L'utilisation de données provenant de capteurs différents peut causer des problèmes de manipulation et d'interprétation des données. Par exemple, chaque image numérique possède une résolution spatiale prédéterminée ce qui entraîne des difficultés si l'on veut comparer des images de résolution ou d'échelle différente. De plus, pour les phénomènes observés, les intensités des valeurs et leurs étendues spatiales ne sont pas les mêmes, par conséquent, il est primordial d'étudier l'influence de la résolution d'acquisition sur les images télédéteectées.

## **2.2 Les données utilisées dans les analyses**

Dans le cadre de cette étude, l'ensemble des données est composé de deux images panchromatiques du capteur SPOT-HRV et de deux photographies aériennes.

La première image satellitaire est celle du volcan Mont Etna en Italie prise le 15 septembre 1987. La deuxième image est une image du volcan Mauna Loa aux États-Unis prise le 8 novembre 1987. Les deux images satellitaires sont de type Panchromatique. L'intervalle spectral des images s'étend de  $0,51\mu\text{m}$  jusqu'à  $0,73\mu\text{m}$  ce qui correspond au spectre du visible. Les deux images satellitaires possèdent un niveau de correction 1B, corrections faite par le CNES (Centre National d'Études Spatiales, France). À ce niveau, les images sont corrigées de façon géométrique et radiométrique. Les corrections géométriques incluent le rééchantillonnage des pixels en ligne et en colonne, ainsi que des corrections unidimensionnelles qui portent sur certains effets systématiques comme la rotation de la terre, l'effet panoramique, la courbure de la terre et la variation d'altitude de l'orbite du satellite. Du côté radiométrique, les corrections portent sur l'égalisation des détecteurs dans chaque bande spectrale (CNES, 1986). L'image de Mauna Loa a subi une modification supplémentaire du contraste de l'image. Le contraste de l'image a été rehaussé à l'aide d'un algorithme d'étirement gaussien (*gaussian contrast stretching algorithm*). La figure 2.3 contient les histogrammes des valeurs numériques de luminance de chaque image SPOT. Les deux images SPOT sont d'une dimension de 6000 par 6000 pixels avec une résolution spatiale de 10 m au sol directement sous le satellite (c'est-à-dire au nadir). Cette résolution spatiale varie légèrement selon la topographie ou pour des pixels loin du nadir. Les tableaux I et II donnent la description détaillée des paramètres de l'image (date, position, angle du soleil, etc.) et l'appendice A contient les deux images satellites originales.

Pour caractériser le champ d'albédo volcanique à partir de ces images, les analyses sur l'invariance d'échelle sont faites sur les parties où se retrouvent les volcans. La

partie de l'image du Mont Etna, analysée a une dimension de 2048 par 2048 pixels et elle est centrée sur le sommet du volcan (figure 2.1). La dimension de la partie de l'image SPOT de Mauna Loa analysée est de 4096 par 4096 pixels et a été dégradée à 2048 par 2048 pixels d'une résolution de 20 m (limite des programmes informatiques) (figure 2.2).

Les deux photographies aériennes utilisées dans les analyses sont une photographie d'une partie du flanc Sud du Mont Etna prise le 24 novembre 1989 et une photographie du volcan Arenal au Costa Rica. Les photographies aériennes ont été numérisées à l'aide d'un numériseur commercial à une résolution d'acquisition de 300 points par pouce. Cette résolution a été choisie pour créer des images d'une dimension de 2048 par 2048 pixels correspondant à une résolution spatiale de 3,0m au sol pour l'image du Mont Etna et de 2,9m pour celle de Arenal. L'intervalle spectral des photographies aériennes est similaire à celle des images satellites SPOT et correspond au spectre du visible. Les figures 2.4 et 2.5 montrent les photographies aériennes qui ont servi aux analyses.

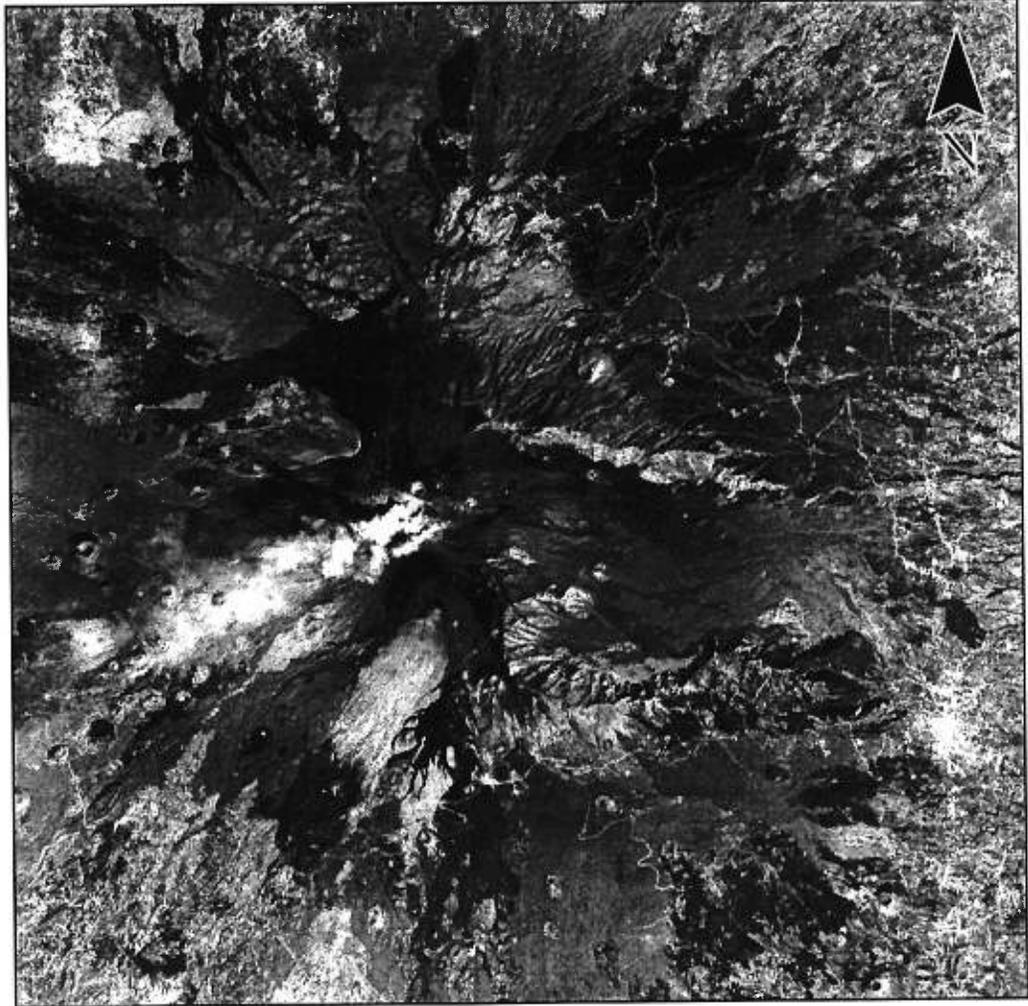
Tableau I: Paramètres de l'image satellite SPOT du Mont Etna

Nom du satellite:	SPOT 1 WRS
Nom de l'instrument:	HRV2
Date et heure d'acquisition:	1987-09-15 09:57:22
Centre de la scène:	
Latitude:	N037.8372°
Longitude:	E015.1981°
Orientation de la scène:	011.3°
Angle d'incidence:	02.2°
Position du soleil:	
Azimut:	155.7°
Élévation:	053.1°
Mode spectral:	Panchromatique
Nombre de bandes:	1
Niveau de prétraitement:	1B

Tableau II: Paramètres de l'image satellite SPOT de Mauna Loa

Nom du satellite:	SPOT 1 WRS
Nom de l'instrument:	HRVI
Date et heure d'acquisition:	1987-11-08 21:34:44
Centre de la scène:	
Latitude:	N019.5167°
Longitude:	W155.5297°
Orientation de la scène:	018.9°
Angle d'incidence:	10.2°
Position du soleil:	
Azimut:	159.4°
Élévation:	051.9°
Mode spectral:	Panchromatique
Nombre de bandes:	1
Niveau de prétraitement:	1B

Figure 2.1: Segment de 2048 par 2048 pixels de l'image satellite SPOT du Mont Etna utilisé dans les analyses. La résolution spatiale de l'image est de 10 mètres par pixel. Le contraste de l'image a été augmenté pour mieux discerner les détails de la lithologie volcanique.



5 km

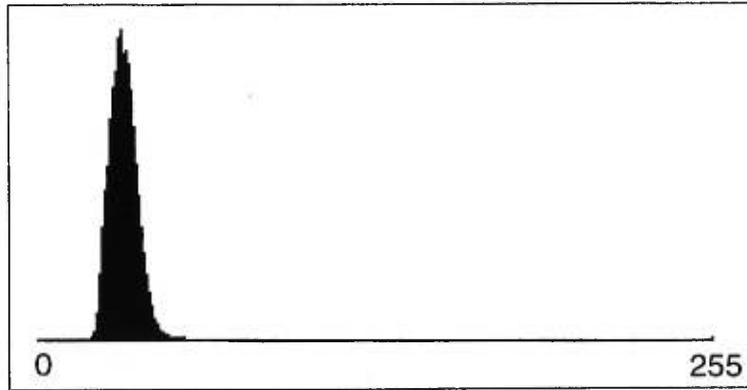
Figure 2.2: Segment de l'image SPOT du volcan Mauna Loa utilisé dans les analyses. L'image possède une dimension initiale de 4096 par 4096 pixels avec une résolution spatiale de 10 mètres par pixel. La dimension de l'image ainsi que la résolution spatiale ont été réduites à 2048 par 2048 pixels de 20 mètres de résolution.



10 km

Figure 2.3: Histogramme de valeurs numériques des pixels (*digital number*) des images SPOT du Mont Etna et de Mauna Loa. Les valeurs numériques correspondent à la luminance visible réfléchie du sol reçue au capteur. Les valeurs se situent dans l'intervalle allant de 0 à 255.

Mont Etna



Mauna Loa

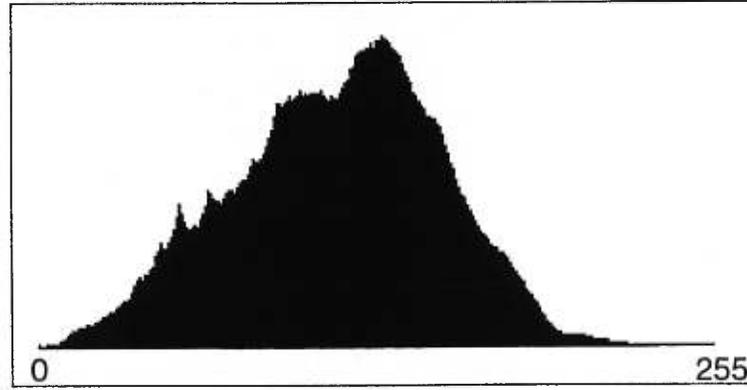


Figure 2.4: Photographie aérienne du volcan Arenal utilisée dans les analyses. L'image possède une résolution spatiale de 2,9 mètres par pixel après numérisation.



2 km

Figure 2.5: Photographie aérienne d'une partie du flanc sud du Mont Etna utilisée dans les analyses. La résolution spatiale de l'image numérisée correspond à 3,0 mètres par pixels.



2 km

## Références

- CNES (Centre National d'Etudes Spatiales) et SPOT image**, 1986. *Guide des utilisateurs de données SPOT*.
- Delene, D.J., W.I. Rose et N.C. Grody**, 1996. *Remote sensing of volcanic ash clouds using Special Sensor Microwave Imager data*. Journal of Geophysical Research, v.101; 11579-11588.
- Flynn, L.P. et P.J. Mougini-Mark**, 1994. *Temperature of an active lava channel from spectral measurements, Kilauea volcano, Hawaii*. Bulletin Volcanologic, 56; 297-301.
- Francis, P.W.**, 1989, *Remote sensing of volcanoes*, Adv. Space Research, v.9, no.1, 89-92.
- Francis, P.W., G. Wadge et P.J. Mougini-Mark**, 1996. *Satellite monitoring of volcanoes*. R. Tilling et al., Éditeurs, Monitoring and mitigation of volcanoes hazards, Springer-Verlag Press, N.Y., 257-298.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, D. Schertzer, and P.A. Tremblay**, 1998. *The subsurface thermal distribution at Kilauea volcano: a multiscaling volcanic field*, submitted to Canadian J. Rem. Sens.
- Krueger, A.J., L.S. Walter, P.K. Bhartia, C.C. Schnetzler, N.A. Krotkoc et G.J.S. Bluth**, 1995. *Volcanic sulfur dioxide measurements from the Total Ozone Mapping Spectrometer (TOMS) instrument*. Journal of Geophysical Research, v.100; 14057-14076.
- Massonet, D.**, 1997. *Satellite radar interferometry*, Scientific American, février 1997; 4653.
- Massonet, D., P.Briole, et A. Arnaud**, 1995. *Deflation of Mont-Etna monitored by spaceborne radar interferometry*, Nature, 375; 567-570.
- Oppenheimer, C., P.W. Francis, D.A. Rothery R.W.T. Carlton et L.S. Glaze**, 1993., *Infrared image analysis of volcanic thermal Features : Lascar volcano, Chile, 1994-1992*. Journal of Geophysical Research, v.98; 4269-4286.
- Oppenheimer, C.**, 1996. *Crater lake heat losses by remote sensing*. Geophysical Research Letters, v.23; 1793-1796.

- Rothry, D.A. et D.C. Pieri**, 1993. *Remote sensing of active lava*, C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, Active lavas, UCL Press, London : 203-232.
- Stix, J., W.H. Morrow, R. Nicholls et A. Charland**, 1996. *Infrared Remote sensing of CO and COS gas emitted by Galeras volcano, Colombia, 8-10 may 1993*, Canadian Journal of Remote Sensing, 22, 297-304.
- Wen, S. et W.I. Rose**, 1994. *Retrieval of sizes and total masses of particles in volcanic clouds using AVHRR bands 4 and 5*. Journal of Geophysical Research, v.99;5421-5431.

## Chapitre 3: Géologie générale et morphologie des coulées de lave

### **3.1 La géologie générale des champs étudiés**

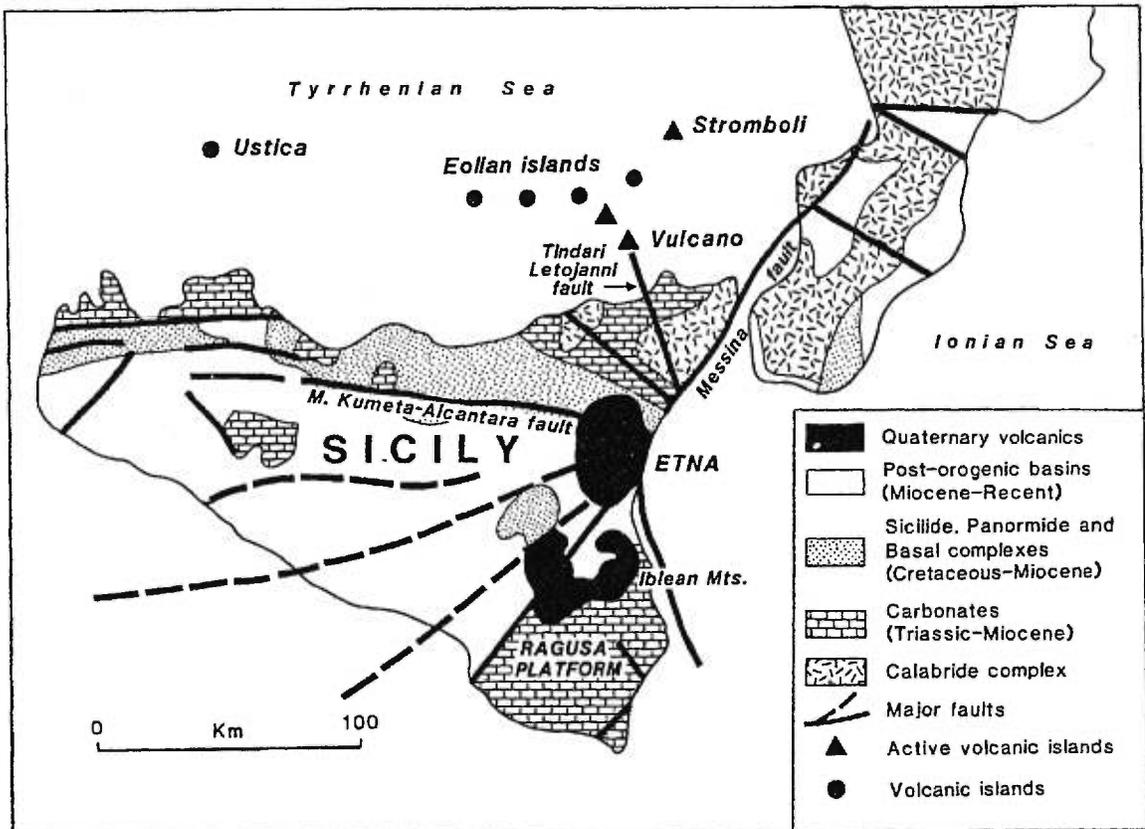
#### 3.1.1 La géologie du Mont Etna

Le Mont Etna est situé en Sicile, Italie (37,73°N, 15,00°E). C'est un volcan basaltique d'une hauteur de 3300 mètres au-dessus du niveau de la mer et de diamètre moyen à la base de 36km. Mont Etna s'est développé depuis le Pléistocène Supérieur.

Mont Etna est situé à la rencontre du linéament des Monts Kumeta-Alcantara et du système de failles conjuguées Messina-Giardini et Tindari-Letojanni (voir figure 3.1) (Chester et al., 1985). La morphologie de l'édifice volcanique est contrôlée par deux systèmes de fractures orientés nord-est et sud-est qui partent de façon radiale du sommet du volcan (Barberi et al., 1990). Sur le flanc est, on retrouve une importante structure d'affaissement nommée Vallée del Bove (voir figure 2.1). Cette structure joue un rôle important dans l'emplacement des coulées de lave. Mont Etna possède actuellement, à son sommet, quatre cratères principaux: Nord-est, Voragine, Bucca Nuova et Sud-est. Plusieurs autres cratères et cônes de scories se retrouvent disséminés autour de l'édifice volcanique.

Mont Etna est caractérisé par du volcanisme explosif et effusif. Le volcanisme effusif de Mont Etna est caractérisé par deux types d'emplacement de coulées de lave: des coulées sommitales qui proviennent surtout du débordement de lave des cratères principaux et des coulées excentriques causées par l'ouverture d'événements éphémères le long des fractures présentes sur les flancs du volcan (Chester et al., 1985). Les laves du

Figure 3.1: Carte géologique simplifiée de l'île de Sicile montrant la localisation du Mont Étna en relation avec les principaux linéaments de la région. D'après Chester et al. (1985).



Mont Etna sont des Hawaiites alcalines porphyriques. On retrouve des laves pahoehoe aux sources lorsque la lave est de température élevée. Par la suite, la lave se transforme en type aa à quelques mètres ou dizaines de mètres lorsque la viscosité devient plus importante (Guest et al., 1987).

### 3.1.2 La géologie du volcan Mauna Loa

Mauna Loa est situé dans l'archipel des îles d'Hawaii aux États-Unis (19,50°N, 155,58°O). Le volcan bouclier de type basaltique s'élève à une altitude de 4100 mètres au-dessus du niveau de la mer. L'édifice actuel est âgé d'environ 0,6 à 1,0 millions d'années (Lipman, 1995) et recouvre plus de la moitié (5100m<sup>2</sup>) de la surface de l'île (Trusdell, 1995). L'archipel des îles d'Hawaii est formé par le mouvement de la plaque tectonique océanique au-dessus d'un point chaud en fusion ou hotspot provenant du manteau profond (Morgan, 1972).

Le volcan Mauna Loa est séparé par deux grandes séries de fractures de tendance sud-ouest et est-nord-est qui s'interceptent au sommet. Le volcan possède un cratère sommital principal, Mokuaweoweo, et plusieurs cratères sommitaux secondaires dont le cratère *South pit*. Mauna Loa est caractérisé principalement par du volcanisme effusif souvent accompagné par des fontaines de lave. L'emplacement des coulées de lave se fait à partir du sommet, par le débordement des cratères, et aux flancs du volcan par l'ouverture de fissures (Trusdell, 1995). Les laves du volcan, des basaltes tholéitiques, des basaltes à olivines et des océanites, forment des coulées de type pahoehoe ou aa. La différence entre les deux est gouvernée par l'augmentation de la viscosité lors du

refroidissement de la lave et par le taux de déformation de la coulée lave. Des tubes de lave sont fréquents sur Mauna Loa ce qui permet d'observer des laves pahoehoe à des distances considérables des fissures (Trusdell, 1995). La morphologie de Mauna Loa est contrôlée par la localisation des éruptions sur le volcan. Une éruption peut consister seulement en de l'activité sommitale dans le cratère Mokuaweoweo ou peut progresser vers les flancs du volcan par la propagation de dykes le long des zones de fractures et l'ouverture d'évents (Lockwood et al., 1987). Dans l'éruption de 1984, l'emplacement des coulées de lave s'est fait tout d'abord à partir du sommet, par l'ouverture d'une fissure au sud du cratère Mokuaweoweo et par la migration de l'effusion vers le nord-est jusqu'à une élévation de 915m. À l'aide des nombreuses fontaines de lave, les coulées se sont dispersées très rapidement pour atteindre des distances jusqu'à 25km des événements nourriciers (Lockwood et al., 1987; Trusdell, 1995).

### 3.1.3 La géologie du volcan Arenal

Arenal est un stratovolcan basaltique à andésitique situé dans la partie nord-ouest du Costa Rica (10,46°N, 87,70°O). D'une hauteur de 1,1km et d'un diamètre moyen à la base de 3,5km (Wadge, 1983), l'édifice volcanique est âgé de 2900 années (Borgia et al., 1988). Arenal est situé sur une faille régionale de direction nord-ouest (Borgia et al., 1988).

Arenal était un volcan inactif depuis 450 ans jusqu'à son réveil brutal en 1968 (Wadge, 1978) caractérisé par une phase explosive brève mais intense et la création de trois nouveaux cratères sub-sommitaux. Les cratères sont alignés sur un axe est-ouest. Les nombreuses explosions ont été suivies par une phase effusive caractérisée par

l'emplacement de coulées de lave à répétition jusqu'en 1984. La phase effusive a été accompagnée, en 1975, d'une autre phase d'explosion produisant des nuées ardentes (Borgia et al., 1988). Depuis 1984, l'activité d'Arenal est caractérisée par des éruptions stromboliennes qui produisent des dépôts de tephra et des coulées de lave (William-Jones, 1997).

Les coulées de lave du volcan Arenal sont de composition andésitique-basaltique (Cigolini et al., 1984). Des laves de type aa sortent du cratère. À la base du volcan, les coulées deviennent continues et uniformes et la construction de levées est fréquente. À l'arrêt de l'effusion de lave, l'intérieur de la coulée se vide de la lave encore fluide et la partie solide s'effondre formant des fragments de lave (Cigolini et al., 1984).

### **3.2 Caractérisation de la morphologie des coulées de lave**

L'étude de la morphologie volcanique permet comprendre la dynamique d'emplacement des coulées de lave. Plusieurs paramètres influencent l'emplacement des coulées.

Les propriétés rhéologiques de la lave influencent la dynamique d'écoulement de la lave. Les propriétés rhéologiques comme la viscosité et le seuil d'écoulement critique de la lave sont fonction de sa composition chimique, du contenu en volatiles, de la température de la lave et finalement de l'abondance et de la taille des cristaux et des bulles (McBirney et Murase, 1984; Pinkerton, 1993; Dragoni, 1993; Pinkerton et Norton, 1995). Par exemple, une augmentation de la quantité de  $\text{SiO}_2$  dans le liquide accroît la viscosité de la lave (McBirney et Murase, 1984; Dragoni, 1993). Le contenu en volatiles (surtout  $\text{H}_2\text{O}$ ) diminue la viscosité de la lave en réduisant la polymérisation

des liens Si-O (McBirney et Murase, 1993). Les variations de température, le dégazage et l'abondance et/ou la taille des cristaux et des bulles influence aussi la viscosité de la lave (Sparks et Pinkerton, 1978; McBirney et Murase, 1984; Lipman et al., 1985; Pinkerton et Stevenson, 1992; Dragoni, 1993, Gaonac'h et al., 1996a, 1996b). La distribution thermique de la coulée peut être influencée par la formation de croûte au-dessus de la lave ou par l'écoulement par des tubes de lave (Sparks et al., 1976; Guest et al., 1987; Helsop et al., 1989; Pinkerton et Wilson, 1992; Dragoni, 1993; Pinkerton et Norton, 1995). Il est possible d'estimer la viscosité par des mesures directes sur le terrain (Shaw et al., 1968; Pinkerton et Sparks, 1978; Pinkerton, 1993; Pinkerton et Norton, 1995) et en laboratoire (Shaw, 1969; Pinkerton, 1995; Pinkerton et Norton, 1995) ou indirectement à l'aide de paramètres comme l'épaisseur de la coulée et la dimension des plis dans les laves pahoehoe (Fink et Fletcher, 1978; Fink, 1980). En fonction de ces propriétés rhéologiques, la lave se comporte comme un liquide newtonien ou non-newtonien, c'est-à-dire en liquide de Bingham (Shaw, 1969; Hulme, 1974; McBirney et Murase, 1984; Dragoni, 1993; Pinkerton et Norton, 1995).

D'autres paramètres comme le taux d'effusion de la lave et la topographie sous-jacente influence l'emplacement des coulées de lave. Plusieurs modèles montrent que le taux d'effusion contrôle la forme des coulées de lave (Walker, 1973; Pinkerton et Sparks, 1976; Wadge, 1978, Malin, 1980; Baloga et Pieri, 1986; Kilburn et Lopes, 1988; Kilburn, 1993) et le type de lave formé (Pinkerton et Sparks, 1976; Rowland et Walker, 1990). D'autres travaux évoquent l'influence de la topographie sous-jacente dans la dynamique d'écoulement de la lave (Walker, 1973; Hulme, 1974; Malin, 1980; Kilburn et Lopes, 1988, 1991; Lopes et Kilburn, 1990).

Certains auteurs proposent dans leurs modèles des relations entre les paramètres qui contrôlent l'écoulement des coulées et leur morphologie (Walker, 1973; Wadge, 1978; Malin, 1980; Baloga, 1987; Kilburn et Lopes, 1988; Lopes et Kilburn, 1990; Rowland et Walker, 1990; Wadge et Lopes, 1991). Par exemple, Walker (1973) démontre une relation non linéaire entre la longueur des coulées de lave et le taux d'effusion moyen. Malin (1980) met en évidence la relation entre le volume des coulées et leur longueur. Kilburn et Lopes (1988) font les mêmes raisonnements avec la longueur versus l'aire et la largeur maximale en fonction de l'aire des coulées de lave. Wadge et Lopes (1991) caractérisent le taux de silice dans les laves d'après la largeur et la hauteur des lobes frontaux des coulées. Plusieurs de ces modèles utilisent des paramètres moyens comme la longueur moyenne ou le taux d'effusion moyen (e. g. volume de la coulée divisé par la durée de l'effusion) dans leurs modèles. Ces paramètres sont mesurés sur des images de télédétection (images satellites, photographie aérienne, etc.) ou sur le terrain.

Récemment, certaines études ont permis de caractériser la complexité de la morphologie volcanique à l'aide de relation d'invariance d'échelle. Bruno et al. (1992, 1994) montre une relation non linéaire entre des segments de périmètres de coulées de lave mesurés sur le terrain et sur des photographies aériennes en fonction de la résolution spatiale. Gaonac'h et al. (1992) trouvent les mêmes types de relations entre le périmètre et l'aire totale des champs de coulées de lave provenant de cartes géologiques en fonction de la résolution spatiale pour plusieurs volcans basaltiques comme Etna en Italie, Kilauea aux États-Unis et Piton de la Fournaise sur l'île de la Réunion. Ces relations montrent que les champs de coulées de lave et des parties de ces champs

forment des structures volcaniques fractales, c'est-à-dire que l'on retrouve le même type de structures d'une échelle à l'autre sous une grande gamme d'échelle. Dans la modélisation de la dynamique d'écoulement de la lave et la caractérisation des champs de coulées volcaniques, il est nécessaire de considérer toute la gamme d'échelle sur laquelle les paramètres varient de façon non linéaire.

## Références

- Baloga, S. et D. Pieri**, 1986. *Time-dependent profiles of lava flows*. Journal of Geophysical Research, 91(B9): 9543-9552.
- Baloga, S.**, 1987. *Lava flows as kinematic waves*. Journal of Geophysical Research, 92(B9): 9271-9279.
- Barberi, F., A. Bertagnini et P. Landi**, 1990. *Mt. Etna : the 1989 eruption*. C.N.R. Gruppo Nazionale per la Vulcanologia, Italy, Giardini, 75 pp.
- Borgia, A., C. Poore, M.J. Carr, W.G. Melson et G.E. Alvarado**, 1988. *Structural, stratigraphic, and petrologic aspects of the Arenal-Chato volcanic system, Costa Rica : Evolution of a young stratovolcanic complex*. Bulletin of Volcanology, 50; 86-105.
- Bruno, B. C. and G. J. Taylor**, 1995. *Morphologic identification of Venisian lavas*. Geophysical Research Letters, 22(14):1897-1900.
- Bruno, B. C. G. J. Taylor S. K. Rowland and S. M. Baloga**, 1994. *Quantifying the effect of rheology on lava-flow margins using fractal geometry*. Bulletin of Volcanology, 56:193-206.
- Chester, D. K. A. M. Duncan J. E. Guest and C. R. J. Kilburn**, 1985. *Mount Etna: The anatomy of a volcano*. London: Chapman and Hall.
- Cigolini, C., A. Borgia et L. Casertano**, 1984. *Intra-crater activity, aa-block lava, viscosity and flow dynamics : Arenal volcano, Costa-Rica*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 20; 155-176.
- Dragoni, M.**, 1993. *Modelling the rheology and cooling of lava flows*. C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, Active lavas, UCL Press, London : 235-261.
- Fink, J. H. et R. C. Fletcher**, 1978. *Ropy pahoehoe: Surface folding of a viscous fluid*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 4:151-170.
- Fink, J.**, 1980. *Surface folding and viscosity of rhyolite flows*. Geology, 8:250-254.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, and J. Stix**, 1992. *Scale invariance of basaltic lava flows and their fractal dimensions*. Geophysical Research Letters, 19, 8, 785-788.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, J. Stix, and D. Schertzer**, 1996a. *A scaling growth model for bubbles in basaltic lava flows*, *Earth and Plan. Sc. Lett.*, 139, 395-409.

- Gaonac'h, H., J. Stix, and S. Lovejoy**, 1996b. Scaling effects on vesicule shape, size and heterogeneity of lavas from Mount Etna, *J. Volcanol. Geotherm Res.*, 74, 131-153.
- Guest, J.E., C.R.J. Kilburn, H. Pinkerton et A.M. Duncan**, 1987. *The evolution of lava flow-fields : observations of the 1981 and 1983 eruptions of Mount Etna, Sicily.* Bulletin of Volcanology, 49; 527-540.
- Helsop, S.E., L. Wilson, H. Pinkerton et J.W.Head III**, 1989. *Dynamics of a confined lava flow on Kilauea volcano, Hawaii.* Bulletin of Volcanology, 51; 415-432.
- Hulme, G.**, 1974. *The interpretation of lava flow morphology.* Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 39:361-383.
- Kilburn, C. R. J. et R. M. C. Lopes**, 1988. *The growth of aa lava flow fields on Mount Etna, Sicily.* Journal of Geophysical Research, 93:14759-14772.
- Kilburn, C. R. J. et R. M. C. Lopes**, 1991. *General patterns of flow field growth: Aa and blocky lavas.* Journal of Geophysical Research, 96:19721-19732.
- Kilburn, C.R.J.**, 1993. *Lava crusts, aa flow lengthening and the pahoehoe-aa transition.* C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, Active lavas, UCL Press, London : 263-280.
- Lipman, P.W., N.G. Banks et J.M. Rhodes**, 1985. *Degassing-induced crystallization of basaltic magma and effects on lava rheology.* Nature, v.317; 604-607.
- Lipman, P.W.**, 1995. *Declining growth of Mauna Loa during the last 100,000 years : Rates of lava accumulation vs. gravitational subsidence.* J.M. Rhodes et J.P. Lockwood, éditeurs, Mauna Loa revealed: structure, composition, history and hazards. AGU Geophysical Monograph 92; 45-80.
- Lockwood, J.P., J.J. Dvorak, T.T. English, R.Y. Koyanagi, A.T. Okamura, M.L. Summers et W.R. Tanigawa**, 1987. *Mauna Loa 1974-1984 : a decade of intrusive and extrusive activity.* U.S. Geological Survey Professional Paper 1350, Chap. 19, 537-570.
- Lopes, R. M. C. et C. R. J. Kilburn**, 1990. *Emplacement of lava flow fields: Application of terrestrial studies to Alba Patera, Mars.* Journal of Geophysical Research, 95(B9):14383-14397.
- Malin, M. C.**, 1980. *Lenghts of Hawaiian lava flows.* Geology, 8: 306-308.

- McBirney, A.R. et T. Murase**, 1984. *Rheological properties of magmas*, Ann. Rev. Earth. Plant. Sci., 12: 337-357.
- Pinkerton, H. et R. S. J. Sparks**, 1976. *The 1975 sub-terminal lavas, Mount Etna: A case history of the formation of a compound lava field*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 1:167-182.
- Pinkerton, H. et R. S. J. Sparks**, 1978. *Field measurements of the rheology of lava*. Nature, 276:383-384.
- Pinkerton, H. et R.J. Stevenson**, 1992. *Methods of determining the rheological properties of magmas at sub-liquidus temperatures*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 53; 47-66.
- Pinkerton, H.**, 1993. *Measuring the properties of flowing lavas*. C.R.J. Kilburn and G. Luongo, éditeurs, Active lavas, UCL Press, London : 175-191.
- Pinkerton, H., et G. Norton**, 1995. *Rheological properties of basaltic lavas at sub-liquidus temperature: laboratory and field measurements on lavas from Mount Etna*. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 68: 307-323.
- Pinkerton, H. et L. Wilson**, 1992. *The dynamics of channel-fed lava flows*, Lunar and Planetary Science XXIII; 1084-1084.
- Rowland S.K. et G.P.L. Walker**, 1990. *Pahoehoe and aa in Hawaii: Volumetric flow rate controls the lava structure*. Bulletin of Volcanology, 52:615-628.
- Shaw, H. R. T. L. Wright D. L. Peck et R. Okamura**, 1968. *The viscosity of basaltic magma: An analysis of field measurements in Makaopuhi lava lake, Hawaii*. American Journal of Science, 266: 225-264.
- Shaw, H. R.**, 1969. *Rheology of basalt in the melting Range*. Journal of Petrology, 3: 510-535.
- Sparks, R.S.J., H. Pinkerton et G. Hulme**, 1976. *Classification and formation of lava levees on Mount Etna, Sicily*. Geology, May; 269-271.
- Sparks, R. S. J. et H. Pinkerton**, 1978. *Effect of degassing on rheology of basaltic lava*. Nature, 276: 385-386.
- Trusdell, F.A.**, 1995. *Lava flow Hazards and risk assesment on Mauna Loa volcano, Hawaii*. J.M. Rhodes et J.P. Lockwood, éditeurs, Mauna Loa revealed: structure, composition, history and hazards. AGU Geophysical Monograph 92; 327-336.

- Wadge, G.**, 1978. *Effusion rate and the shape of aa lava flow-fields on Mount Etna.* Geology, 6: 503-506.
- Wadge, G.**, 1983. *The magma budget of Volcan Arenal, Costa-Rica from 1968 to 1980.* Journal of Volcanology and Geothermal Research, 19; 281-302.
- Walker, G. P. L.**, 1973. *Lengths of lava flows.* Phil. Trans. R. Soc. Lond., A274: 107-118.
-

## Chapitre 4: Invariance d'échelle

### **4.1 Le concept d'invariance d'échelle**

Plusieurs phénomènes géophysiques forment des structures qui possèdent des similitudes à des échelles différentes (Lovejoy, 1982; Mandelbrot, 1983; Turcotte, 1989, 1992; Gaonac'h et al., 1992; Korvin, 1992). Par exemple, les contours topographiques représentés sur des cartes sont semblables à des échelles différentes et il est difficile de connaître la dimension des structures du relief sans connaître l'échelle de la carte. Des formes similaires se retrouvent aussi dans les plis tectoniques sur des intervalles d'échelles pouvant aller du millimètre jusqu'au kilomètre. Perrin (1913) a mis en évidence le phénomène d'invariance d'échelle. Il discute de la difficulté à mettre une tangente sur la ligne côtière de l'Angleterre dû au fait que la longueur de cette ligne varie en fonction de l'échelle avec laquelle elle a été mesurée. Lorsque l'on veut caractériser un phénomène, il est donc nécessaire de considérer la gamme d'échelles sur lequel il existe.

La relation entre les structures à petites échelles et celles à grandes échelles est importante car les petites structures influencent la formation des grandes structures. Par exemple, les grands lobes des coulées de lave se forment à partir des petits lobes. Des structures similaires à petites et grandes échelles sont dites invariantes d'échelle. Les ensembles invariants d'échelle sont appelées fractals si ils présentent les mêmes phénomènes dynamiques d'une échelle à une autre et que la mesure de ces phénomènes (exemple, aire de recouvrement) suit une loi de puissance en fonction de la résolution d'observation. Richardson (1961) découvre que plusieurs littoraux sont invariants

d'échelle (dont la côte ouest de l'Angleterre qui possède une invariance d'échelle de 10km à 1000km) et détermine les exposants associés aux lois de puissance. La connaissance des lois de puissance qui contrôlent les changements d'échelle est un outil important pour comparer des ensembles à des résolutions différentes. Un fractal est un concept général pour l'auto-similarité (e. g., similarité isotrope des structures entre les différentes échelles ou résolutions) introduit par Mandelbrot (1983). Pour des objets qui possèdent des formes complexes auto-similaires, les fractals peuvent caractériser leurs morphologie à l'aide de la dimension fractale. Les coulées de lave possédant des formes complexes sur une grande gamme d'échelles, la dimension fractale permet de caractériser la forme des coulées de lave (Gaonac'h et al., 1992), proche de 1 signifie proche de la dimension euclidienne d'une droite, proche de 2 signifie proche de la dimension euclidienne d'un plan.

Pour des champs de données (altitude, température, etc.), la dimension fractale varie en fonction du sous-ensemble choisi analysé (valeur d'altitude supérieur à 100m, 200m ou 500m, température au dessus de 200 degrés Celsius ou au dessus de 500 degrés Celsius). Les champs qui possèdent une invariance d'échelle multiple sont appelés multifractals lorsque la dimension fractale du champ varie en fonction d'un seuil d'intensité. Ces champs peuvent être mieux caractérisés à l'aide d'une fonction exposante invariante d'échelle et non pas d'une valeur constante. Dans cette étude, les champs de luminance des matériaux volcaniques sont analysés pour vérifier (1) l'existence de l'invariance d'échelle des sous-ensembles représentés par des seuils de luminance, (2) la caractérisation de l'invariance d'échelle multiple du champ de

luminance total et (3) la possible existence de cassures des régimes invariants d'échelle qui pourraient mettre en évidence un changement de mécanisme physique dominant.

## 4.2 Détermination de la dimension d'un ensemble fractal

Il existe différentes façon d'estimer la dimension d'un ensemble fractal (Mandelbrot, 1983; Grassberger et Procaccia, 1983a; Hentschel et Procaccia, 1983; Lovejoy et al., 1986; Korvin, 1992; Turcotte, 1992). Dans cette section nous allons définir trois méthodes les plus couramment utilisées. Pour caractériser les ensembles fractals il est possible d'utiliser la dimension de comptage de boîtes, la dimension de corrélation et la dimension d'information (Hentschell et Procaccia, 1983; Korvin, 1992; Turcotte, 1992).

La dimension de comptage de boîtes d'un ensemble fractal est estimée par le nombre  $N(L)$  de boîtes de dimension  $L$  nécessaires pour recouvrir l'ensemble. L'ensemble fractal suit la relation d'invariance d'échelle suivante:

$$N(L) \propto L^{-D_b} \quad 4.1$$

où  $D_b$  est la dimension fractale de l'ensemble. Avec cette relation, il est possible d'estimer la dimension de l'ensemble en fonction de son aire. L'aire de l'ensemble étudié est reliée à la dimension de l'ensemble suivant la relation:

$$A(L) = N_A(L) L^2 \propto L^{2-D_A} \quad 4.2$$

où  $A(L)$  représente l'aire à la résolution  $L$ ,  $N_A(L)$  est le nombre de boîtes de dimension  $L$  qui recouvrent l'ensemble et  $D_A$  est la dimension fractale invariante d'échelle. Les différentes valeurs de  $L$  sont obtenus en dégradant la résolution spatiale de l'ensemble

analysé (figure 4.1). La dégradation de la résolution est effectuée en regroupant quatre pixels voisins (sous-tableau de 2x2) pour former un pixel dans la nouvelle image dégradée et en vérifiant l'appartenance de ce nouveau pixel à l'ensemble analysé (si un des quatre pixels appartient à l'ensemble, le nouveau appartiendra à l'ensemble). Pour nos analyses, chaque boîte de dimension  $L$  correspond à un pixel et le nombre  $N(L)$  représente le nombre de pixels de l'ensemble.

La dimension de corrélation est estimée de la façon suivante: L'intégrale de corrélation,  $C(L)$ , correspond au nombre de paires de points,  $X_i$  et  $X_j$ , de l'ensemble dont la distance  $|X_i - X_j|$  est inférieure ou égale à  $L$ . Pour un ensemble fractal,  $C(L)$  suit la relation de loi de puissance suivante:

$$C(L) = \sum_{k=1}^{N(L)} p_k^2 \propto L^{D_c} \quad 4.3$$

où  $p_k$  est le nombre de points de l'ensemble dont la distance avec les autres points est inférieure à  $L$  et  $D_c$  est la dimension de corrélation de l'ensemble.

La dimension d'information mesure la probabilité de retrouver un point de l'ensemble à l'intérieur des boîtes de dimension  $L$  qui recouvrent l'ensemble (Hentschel et Procaccia, 1983; Korvin, 1992). La dimension d'information est définie comme suit:

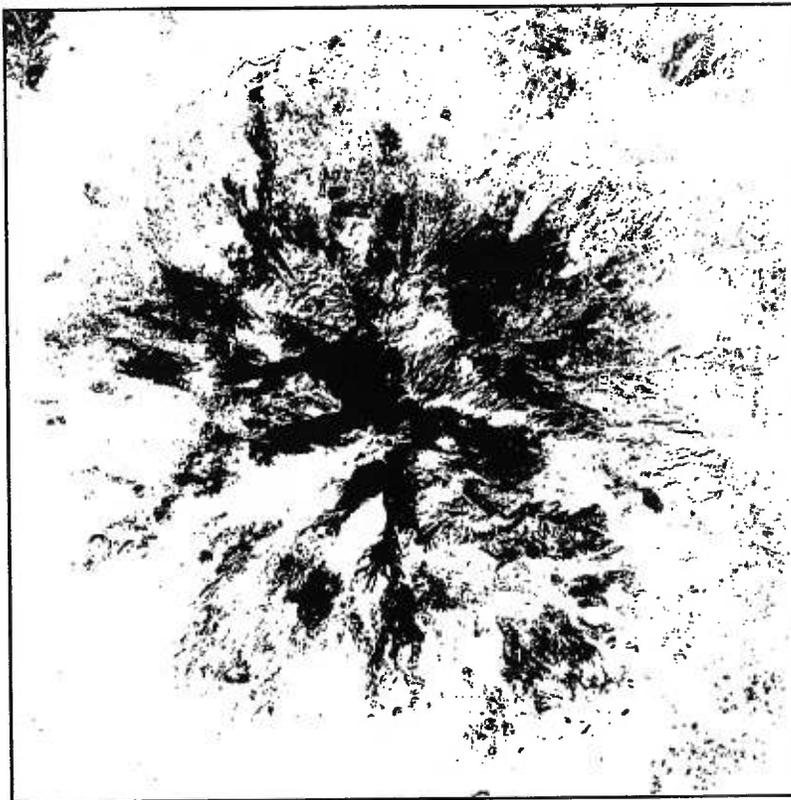
$$S(L) \propto L^{-D_i} \quad 4.4$$

et

$$S(L) = - \sum_{k=1}^{N(L)} p_k \log p_k \quad 4.5$$

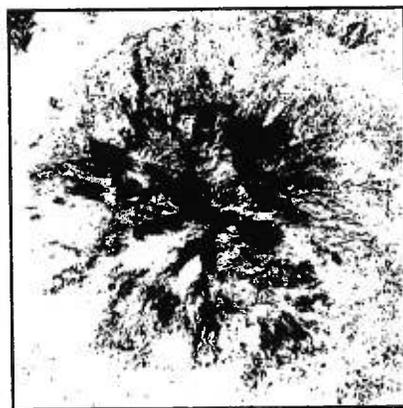
où  $D_i$  est la dimension d'information.

Figure 4.1 Figures montrant la dégradation de la résolution spatiale de l'image SPOT du Mont Etna de 2048 par 2048 pixels à 64 par 64 pixels pour un seuil de luminance  $0 < R < 30$ . On observe l'augmentation de l'aire de l'ensemble avec la diminution de la résolution de l'image. La résolution ( $l$ ) est indiquée à côté de chaque étape de dégradation.



2048 x 2048 pixels  
Aire =  $1,68 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=10m



1024 x 1024 pixels  
Aire =  $2,00 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=20m

64 x 64 pixels  
Aire =  $4,19 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=320m

128 x 128 pixels  
Aire =  $4,15 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=160m

256 x 256 pixels  
Aire =  $3,88 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=80m

512 x 512 pixels  
Aire =  $2,42 \times 10^8 \text{ m}^2$

l=40m

Les différentes dimensions  $D_b$ ,  $D_c$ ,  $D_i$  ne sont généralement pas égales mais sont reliées entre elles par l'inégalité suivante (Hentschel et Procaccia, 1983; Korvin, 1992):

$$D_c \leq D_i \leq D_b \quad 4.6$$

Pour nos analyses d'invariance d'échelle sur des sous-ensemble du champ de luminance, nous utilisons principalement la dimension de comptage de boites parce que c'est une méthode fréquemment utilisée et qui s'applique bien à des images dont la distribution des valeurs est un tableau ou une matrice. Quelques analyses sont effectuées avec la dimension de corrélation dans le but de vérifier l'invariance d'échelle des ensembles étudiés.

### 4.3 Analyses de Fourier

Une image peut être considérée comme une fonction  $f(x,y)$  pouvant se décomposer suivant des ondes de différentes amplitudes, phases et fréquences spatiales  $k$ . La transformée de Fourier de la fonction  $f(x,y)$  est un spectre qui décrit les amplitudes et les phases des ondes comprises dans l'image en fonction de la fréquence spatiale  $k$ . La transformée de Fourier  $F(k)$  est reliée à la fonction  $f(x)$  de l'image en espace réel (pour une dimension) par l'équation:

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi xk} dx \quad 4.7$$

où  $x$  est la distance spatiale (en mètres ou en pixels) et  $k$  est la fréquence spatiale (en cycles/mètres ou cycles/pixels). Pour une fonction  $f(x,y)$  d'une image en deux dimensions, la fréquence spatiale correspond à un vecteur  $\vec{k}$  qui se décompose en

fréquences spatiales horizontales ( $\bar{k}_i$  en cycles/pixel) et verticales ( $\bar{k}_j$  en cycles/ligne)

tel que:

$$\bar{k} = a\bar{k}_i + b\bar{k}_j \quad 4.8$$

et

$$|\bar{k}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad 4.9$$

La densité d'énergie spectrale  $E(k)$  est le moment d'ordre deux de la transformée de Fourier intégrée sur toutes les directions du spectre de Fourier et est définie comme suit:

$$E(k) = \int_0^{2\pi} |F(\bar{k}, \theta)|^2 d\theta \quad 4.10$$

où  $\bar{k}$  est le vecteur fréquence spatiale de l'onde et  $k$  est le module de la fréquence spatiale moyenne intégrée dans toutes les directions du spectre de Fourier.  $E(k)$  ne représente que le module de la transformée de Fourier et non la phase. Une fonction  $f(x,y)$  en espace réel qui montre un comportement d'invariance d'échelle aura un spectre de densité d'énergie  $E(k)$  en loi de puissance tel que:

$$E(k) \propto k^{-\beta} \quad 4.11$$

où  $\beta$  est l'exposant invariant d'échelle de la densité d'énergie spectrale. Les basses fréquences spatiales sont reliées aux grandes structures de l'image en espace réel et inversement. La fréquence spatiale  $k$  est reliée à la résolution spatiale du pixel de l'image par:

$$k = \frac{1}{L} \quad 4.12$$

où  $L$  est la résolution spatiale en mètres.

#### 4.4 Caractérisation de la multiple invariance d'échelle

De nombreux champs de données possèdent des comportements de multiple invariance d'échelle (e. g., Lavallée et al., 1993; Lovejoy et Schertzer, 1996). Par exemple, pour un champ topographique, l'ensemble qui représente les valeurs d'altitude supérieure à un seuil donné est un ensemble invariant d'échelle qui possède une dimension fractale (Turcotte, 1992; Lavallée et al., 1993). Chaque ensemble du champ possède une dimension fractale différente qui varie en fonction du seuil d'altitude. Ce comportement est celui d'un champ multifractal. Pour les champs multifractals, la variation des dimensions fractales en fonction du seuil doit être représentée par une fonction invariante d'échelle  $K(d)$  qui sera l'exposant d'invariance d'échelle du champ. Les analyses multifractales permettent de définir cette fonction  $K(d)$ . Dans ces analyses, des moments statistiques de différents ordres des valeurs du champ étudié sont considérés en fonction des rapports d'échelle  $\lambda$  entre les échelles intermédiaires  $l$  et la plus grande échelle disponible  $L$ . Les résultats multifractals peuvent être interprétés à l'aide d'un modèle dynamique de cascades (Schertzer et Lovejoy, 1987). Dans un tel modèle, les champs évoluent en fonction des répétitions d'échelle à échelle des phénomènes. Un champ de luminance observé par satellite à une certaine résolution spatiale est représenté par des valeurs numériques ( $DN$ ) à chaque pixel qui sont les valeurs moyennes de la luminance à chacun des pixels. Ce champ peut être observé à des résolutions spatiales différentes. L'évolution du champ d'intensité en fonction de la résolution spatiale peut se conceptualiser par une cascade ou une série de champs à des résolutions intermédiaires où les intensités et leur distribution évoluent suivant des lois

d'invariance d'échelle. Ce type de modèle peut s'appliquer aux données obtenues par télédétection qui sont des valeurs moyennes à l'échelle du pixel. Il est évident que la luminance n'est pas répartie de façon homogène dans un pixel. Il est donc important de comprendre la signification des pixels et d'estimer leur contenu. Rothery et al. (1988) et Oppenheimer (1991) ont proposé un modèle de sous-pixel pour caractériser la distribution des températures dans un pixel. Les auteurs ont défini deux températures associées à des fractions de sous-pixel pour mieux représenter la réalité à l'échelle du terrain. Cependant, leur modèle ne tient pas compte de la variabilité des caractéristiques des sous-pixels et de l'évolution de ces caractéristiques à des échelles inférieures. La prédiction de l'évolution du champ à ces intensités de sous-pixels peut se faire à l'aide d'un modèle invariant d'échelle de cascade vers les résolutions plus grandes (*bare model*). L'évolution de la distribution statistique des valeurs fera en sorte que les intensités les plus fortes du champ augmenteront avec des résolutions spatiales plus grandes. Ce modèle de cascade peut évoluer dans le sens inverse allant des grandes résolutions vers les résolutions plus petites en moyennant les valeurs du champ (*dressed model*). Dans nos analyses, nous dégraderons statistiquement les résolutions d'acquisition des champs de luminance vers des résolutions plus petites. Si l'on considère le développement d'une cascade dans un intervalle total de rapport d'échelles  $\lambda$ , l'invariance d'échelle multiple du champ peut être représenté par une distribution des probabilités des intensités du champ comme dans l'équation:

$$\left. \begin{array}{l} \Pr(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma) \approx \lambda^{-c(\gamma)} \\ \varepsilon_\lambda \approx \lambda^\gamma \end{array} \right\} \lambda > 1 \quad 4.13$$

où  $\gamma$  est l'ordre des singularité.  $c(\gamma)$  est la codimension associée et  $\varepsilon_\lambda$  est l'intensité du champ au rapport d'échelle  $\lambda$ .

Le concept d'universalité défini couramment dans le domaine de la physique implique qu'un système devrait converger vers des conditions finales similaires (attracteur universel) quelles que soient les conditions initiales. Un tel système peut être défini par des paramètres qui caractérisent l'universalité, paramètres indépendants des interactions du système avec lui-même ou de ces perturbations. Ce concept s'applique aussi aux multifractals (voir Schertzer et Lovejoy, 1996). Lorsqu'il est possible, les analyses statistiques multifractales seront appliquées sur des réalisations différentes du champ étudié.

Une méthode, le *double trace moment* (DTM), a été proposée par Schertzer et al. (1989) et développée par Lavallée et al. (1993) pour estimer ces paramètres multifractals universels qui caractérisent la fonction d'invariance d'échelle du champ  $K(q, \eta)$ . La méthode du *double trace moment* s'applique à des processus multifractals conservateurs (e. g., la moyenne du champ observé est constante d'une échelle à l'autre) où  $\varepsilon_\Lambda$  est l'intensité du flux de luminance pour un rapport d'échelle  $\Lambda$ . Les analyses sont faites par dégradation du plus grand rapport d'échelle  $\Lambda = \frac{L}{l_0}$  (e. g., résolution maximale de l'image, voir figure 4, chapitre 5) au plus petit rapport d'échelle  $\lambda=1$ . La méthode DTM consiste à prendre la  $\eta^{\text{èmes}}$  puissance de  $\varepsilon_\Lambda$  et de faire une moyenne statistique  $\left(\prod \varepsilon_\Lambda^\eta\right)_\lambda$  des valeurs dans la fenêtre de taille  $\lambda^{-1}$  ( $\lambda < \Lambda$ ). Par la suite, les *double trace moments* sont calculés en additionnant les boîtes du flux suivant des moments d'ordre  $q$ :

$$Tr_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda}^{\eta})^q = \left\langle \sum_{i=1}^{\lambda} \left( \Pi_{\lambda}^{(\eta)}(B_{\lambda,i}) \right)^q \right\rangle \approx \left\langle (\varepsilon_{\lambda}^{\eta})_{\lambda}^q \right\rangle \lambda^{-(q-1)d} \quad 4.14$$

où  $K(q, \eta)$  est la fonction d'invariance d'échelle et  $d$  est la dimension de l'image ( $d=2$  pour une image en deux dimension). Il est important de noter que lorsque le champ est non conservé,  $\beta > 1$ ; il est nécessaire de prendre le module du gradient du champ que l'on observe (dans notre cas le champ de luminance) pour faire le traitement D.T.M. Le module du gradient est exprimé comme suit:

$$|\nabla h(x, y)| = \sqrt{\left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2} \quad 4.15$$

ou en l'approximant à l'aide de cette équation:

$$|\nabla(i, j)| = \sqrt{\left[ h(i+1, j) - h(i-1, j) \right]^2 + \left[ h(i, j+1) - h(i, j-1) \right]^2} \quad 4.16$$

où  $i$  et  $j$  sont les coordonnées horizontales et verticales des pixels sur l'image. Dans le cas de multifractals universels la fonction invariante d'échelle  $K(q, \eta)$  peut s'écrire suivant les paramètres multifractals universels suivant:

$$K(q, \eta) = \eta^{\alpha} K(q, 1) = \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha - 1} \eta^{\alpha} (q^{\alpha} - q) & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad 4.17$$

$$K(q, \eta) = \eta^{\alpha} K(q, 1) = \begin{cases} C_1 \eta q \log(q) & \alpha = 1 \end{cases} \quad 4.18$$

où  $\alpha$  est appelé l'index de Lévy et indique le degré de multifractalité du processus. Il varie de  $\alpha=0$  qui correspond au model monofractal à  $\alpha=2$  correspondant aux distributions multifractals log normal. Le paramètre  $C_1$  est la codimension fractale des singularités. Elle quantifie la dispersion de l'intensité de la luminance,  $\gamma_l$  contribuant à la moyenne du champ. L'équation 4.18 permet pour différentes valeurs de  $q$  et  $\eta$  de

déterminer  $K(q, \eta)$  (voir figure 5, chapitre 5). Le paramètre  $\alpha$  est estimé selon la relation  $K(q, \eta)$  versus  $\eta$ . Plusieurs valeurs de  $q$  nous permettent d'obtenir une valeur moyenne de  $\alpha$  (voir figure 6, chapitre 5). Le paramètre  $C_l$  est estimé en considérant  $\eta=1$ .

## Références

- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, and J. Stix**, 1992. *Scale invariance of basaltic lava flows and their fractal dimensions*. Geophys.Res. Lett., 19, 8, 785-788.
- Grassberger, P. et I. Procaccia**, 1983a. *Characterization of strange attractors*. Phys. Rev. Letter, 50; 346.
- Hentschel, H.G.E. et I. Procaccia**, 1983. *The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors*. Physica 8D; 435-444.
- Lavallée, D., S. Lovejoy, D. Schertzer, and P. Ladoy**, 1993. *Nonlinear variability of landscape topography: multifractal analysis and simulation*. in *Fractals in Geography*, edited by L. De Cola, and N. Lam, pp.158-192, Prentice Hall.
- Lovejoy, S.**, 1982. *Area-perimeter relation for rains and clouds areas*. Science, 216; 185-187.
- Lovejoy, S., D. Schertzer et P. Ladoy**, 1986. *Fractal characterization of inhomogeneous geophysical measuring networks*. Nature, 319; 43-44.
- Lovejoy, S., Schertzer, D.**, 1995. *How bright is the coast of Brittany?* in *Fractals in geoscience and remote sensing*, edited by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, pp. 102-151., ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels.
- Mandelbrot, B.** 1982. *The fractal geometry of nature*. San Fransisco: W.H. Freeman & Co.
- Oppenheimer, C.**, 1991. *Lava flow cooling estimated from Landsat Thematic Mapper infrared data: The Lonquimay eruption (Chile, 1989)*. Journal of Geophysical Research, 96; 21865-21878.
- Perrin, J.**, 1913. *Les atomes*. Paris: NRF-Gallimard.
- Richardson, L.F.**, 1961. *The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels*. General Systems Yearbook 6; 139-187.
- Rothery, D.A., P.W. Francis et C.A. Wood**, 1988. *Volcano monitoring using short wavelength infrared data from satellites*. Journal of Geophysical Research, 93; 7993-8008.

- Schertzer, D., and S. Lovejoy,** 1987. Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling of multiplicative processes, *J. Geophys. Res.*, 92, 9693-9714.
- Schertzer, D. et S. Lovejoy,** 1989. *Nonlinear variability in geophysics: multifractal analysis and simulations*. L.Pietronero, éditeur, Fractals: Physical Origin and Consequences, Plenum, New York, 49.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy,** 1995. *Standard and advanced multifractal techniques in remote sensing*, edited in Fractals in geosciences and remote sensing by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, pp.11-40, ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels.
- Turcotte, D.L.,** 1989. *Fractal in geology and geophysics*. Pageoph., 131(1/2):171-196.
- Turcotte, D.L.,** 1992. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press.

Chapitre 5: Article de journal : Multifractal properties of visible reflectance fields from basaltic volcanoes. (article publié dans *Journal of Geophysical Research, Solid Earth*)

**Multifractal properties of visible reflectance fields from basaltic volcanoes.**

A. Laferrière<sup>1</sup> and H. Gaonac'h<sup>1,2</sup>

1. Département de géologie, Université de Montréal, C.P. 6128, succursale Centre-Ville,  
Montréal, Québec, H3C 3J7, Canada

2. Now at GEOTOP, Département des Sciences de la Terre, Université du Québec à  
Montréal, C.P. 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3P8, Canada;  
(514)-987-3000 #1968; [helene@thermos.geotop.uqam.ca](mailto:helene@thermos.geotop.uqam.ca)

published in Journal of Geophysical Research, Solid Earth,

vol. 104, no. B3, pages 5115-5126, March 10, 1999

## **Abstract.**

We investigate the multifractal characteristics of the visible reflected radiance field of active basaltic volcanoes acquired from satellite (SPOT) and aircraft sensors. Using various statistical methods, we first have demonstrated the scaling behavior of volcanic reflectance fields from Mount Etna (Italy) and Mauna Loa (Hawaii). For example, using box counting, we show that areas darker than a given threshold are fractal sets but with dimension depending critically on the threshold. Hence on the one hand, the optimum threshold for defining lava flows from the images is simply the one that gives the same dimension as that for flows measured on geological maps (even if maps and images are at quite different resolutions). On the other hand, the areas of the lava flows will themselves be strong power law functions of the resolution. For more quantitative statistical analysis we studied how statistical moments change with scale over a range of scales from 3 m to more than 40 km. Once again we found that the observed scaling involved a nonlinear exponent function instead of unique fractal dimension; i.e., we find multiscaling rather than monoscaling. This multiscaling is then shown to be well described by a universal multifractal process whose three parameters we estimate. We find quantitative similar multiscaling for the three fields with an index of multifractality ( $\alpha = 1.8$ ), which is near the theoretical maximum ( $\alpha = 2$ ) and which implies that monofractal frameworks ( $\alpha = 0$ ) are too simplistic. We compare and contrast these multifractal parameters with those of related geophysical fields, finding in particular that (unsurprisingly) the radiance field is statistically very close to the gradient of the topography. Finally, we argue that this scaling framework provides a promising avenue for understanding and modeling the heterogeneity, integrating remotely sensed data and

other geological data into Geographical Information System (GIS) algorithms, and studying volcanological phenomena existing on Earth and other planets.

## 1. Introduction

Final lava flow morphologies are the complex result of various dynamic factors. In particular, the rheology, topography, gravity, and effusion rate have been identified as being important in controlling the formation of lava flow fields [e.g., *Walker*, 1973; *Hulme*, 1974; *Pieri and Baloga*, 1986; *Kilburn and Lopes*, 1988; *Kilburn*, 1989; *Rowland and Walker*, 1990]. These provide the basis for predictive dynamic models and simulations of volcanological processes [e.g., *Walker*, 1973; *Wadge*, 1978; *Hulme*, 1974; *Dragoni*, 1993; *Crisp and Baloga*, 1990; *Wadge et al.*, 1994]. However, these studies have been restricted to relatively narrow ranges of space-time scales. This approach has the effect of omitting or drastically underestimating the underlying extreme geodynamic variability. The overall effect of these scale truncations is to smooth the model dynamics, yielding relatively homogeneous realizations far from the observed volcanological reality.

Geophysical processes in the solid earth are generally highly nonlinear, involving fractal structures and extreme behaviors; for example, the topography, seismic events, porosity, fracture networks, ore concentrations, and other features have been shown to be scale/resolution dependent, frequently over large ranges. Volcanological examples of such wide range scaling are also becoming increasingly common in the literature, for example, eruptive cycles [*Dubois and Cheminée*, 1993], lava textures [*Kilburn*, 1989], lava morphology [*Bruno et al.*, 1994; *Bruno and Taylor*, 1995; *Gaonac'h et al.*, 1992], vesicle size distributions [*Gaonac'h et al.*, 1996a,b], and surface thermal distributions [*Gaonac'h et al.*, 1998]. The basic hypothesis is that the underlying nonlinear dynamic processes associated with the variability repeat over a wide range of scales; i.e., they

respect a scale invariant symmetry. This implies that the various physical parameters associated with such processes (e.g., the area of lava flow fields, topographical level sets, and thermal fluxes) are power law functions of the spatial resolution (i.e., scale of observation) with only the exponents being scale invariant.

At least three distinct types of scaling laws are relevant to geomorphology. The first type is the well-known scaling of geometric fractal sets. The basic scaling exponent is a number, the fractal dimension, and describes how the size of the set (length, area, volume) varies with resolution. For example, *Gaonac'h et al.* [1992] and *Bruno et al.* [1994] show that lava flows are fractal sets over a range of scale of at least 0.125 m to 50 km. The second relevant type of scale invariance is associated with multifractal fields; for example, *Lovejoy and Schertzer* [1990, 1995] and *Lavallée et al.* [1993] have shown that topography is multifractal over various ranges of scale. In this case the scaling exponent is a function that determines how the statistical moments or probability distributions vary with resolution. Since scaling geometric sets of points are fractals while scaling space-time fields are multifractals, the latter are more geophysically significant. A third type of power law function of size of interest here is the scaling of the number-size distributions of geophysical entities such as rocks [*Turcotte*, 1989] and gas vesicles [*Gaonac'h et al.*, 1996a,b]. In addition to such power law functions of resolution and size, there also often exist power laws governing the relative frequency of occurrence of events as a function of their intensity but at fixed resolutions. Such algebraic probability tails (typified by the Guttenberg-Richter law for the occurrence of earthquakes as a function of their magnitudes) are now taken as the defining characteristic of self-organized criticality [*Bak*, 1987]. Finally, different types of scaling

laws may coexist and be interrelated, a relevant example being self-organized critical and multifractal behavior [*Schertzer and Lovejoy, 1994*].

Remote sensing represents a powerful way to repeatedly survey and quantitatively analyze active volcanic fields. Acquisition of this type of data also gives information on the spatial distribution of various phenomena, which may be impractical to obtain with in situ measurements. However, remote sensing typically provides radiances at resolutions much lower than the smallest scale of variability of the phenomena of interest; the latter is thus smoothed over the much larger pixel scale. Even the 10 m/20 m resolution of the SPOT images discussed here may be 4 or more orders of magnitude lower than the smallest scale of variability; hence the values will represent average measurements of subvolcanic features. To quantitatively interpret the remotely sensed images, and in particular to relate data obtained at different resolutions such as in situ and satellite data, it is necessary to study statistical properties scale by scale. To this end we have primarily used the Schertzer and Lovejoy [*Schertzer and Lovejoy, 1995*] multifractal approach rather than the *Levy-Vehel* [1995] alternative multifractal framework because the latter is oriented to analyses over small ranges of scale (typically, factors of  $\approx 3$  are used compared to  $10^3$  in the present paper). In addition, for both modeling and intercomparison with other geophysical fields we seek a quantitative characterization of the infinite hierarchy of scaling exponents; as we explained below, this requires some principle of universality, an idea central to the Schertzer and Lovejoy approach.

In this paper we explore for the first time the multiscaling of the volcanic visible reflected radiance fields to better characterize the morphology of basaltic volcanoes; other multifractal studies of remotely sensed fields include those of *Schmitt et al.* [1997],

*Lovejoy et al.* [1998], and *Gaonac'h et al.* [1998]. Aside from their intrinsic scientific significance of characterizing volcanic imagery scale by scale, a better understanding of the reflectance fields may have applications in monitoring and surveying both terrestrial and planetary lava flows (see, for example, *Bruno and Taylor's* [1995] study of Venusian flows).

This paper is structured as follows. Fractal and multifractal analyses are performed on SPOT satellite images of two basaltic volcanoes (Etna, Italy, and Mauna Loa, Hawaii) as well as on an aerial photograph of the 1983-1985 lava field area of Etna volcano. The implications of the multifractal characteristics of the radiance fields are discussed to (1) reveal the importance of the scaling of such data in analyzing remotely sensed images and (2) quantitatively explore the multifractal properties of the studied field with those of other related geophysical fields. Finally, a comparison with lava flows obtained from geological maps is made.

## **2. Data Fields**

We analyzed three radiance fields: panchromatic SPOT images of Mount Etna (September 15, 1987) and Mauna Loa volcano (November 8, 1987; see Figure 1), and an aerial photograph of Mount Etna acquired on November 24, 1989 (provided by the Istituto Geografico Militare, Italy). Each SPOT image has been preprocessed to the SPOT 1B level, which includes geometric corrections (Earth rotation, satellite altitude variation, and other parameters.) and minor radiometric corrections (sensor calibration [*Centre National d'Études Spatiales* (CNES), 1986]). Preprocessing of the Mauna Loa

Figure 1: SPOT images and resulting fractal sets using different radiance thresholds  $R$ : (a) Mount Etna 3200x3200 pixels central subimage; (b) Mauna Loa 2048x2048 pixels image. The contrast of the Mauna Loa image has been enhanced by using the Gaussian stretching algorithm, precluding direct comparison of  $R$  values between Figure 1a and Figure 1b.

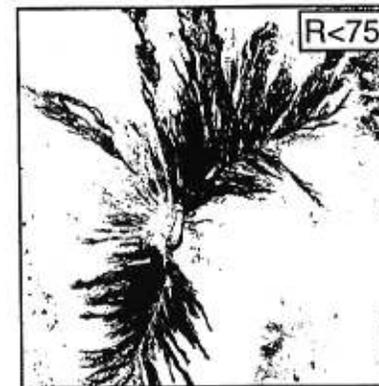
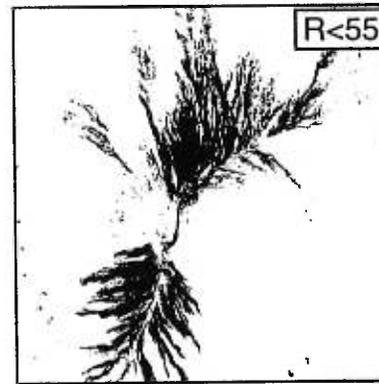
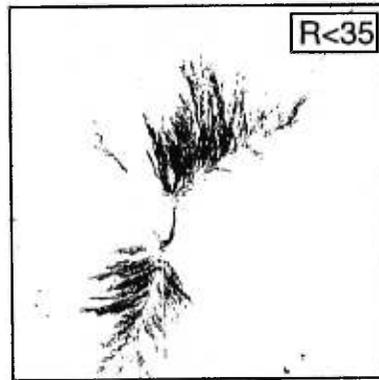
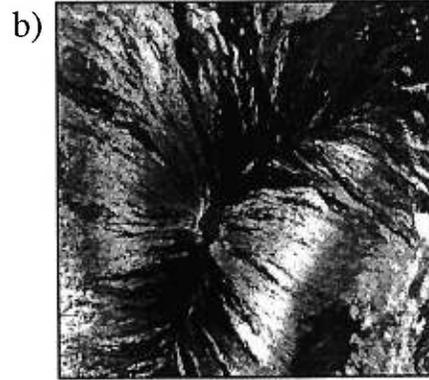
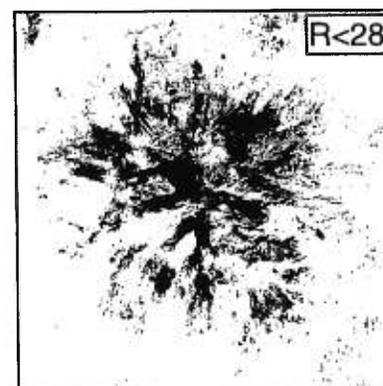
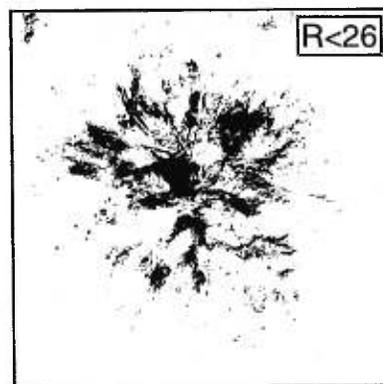
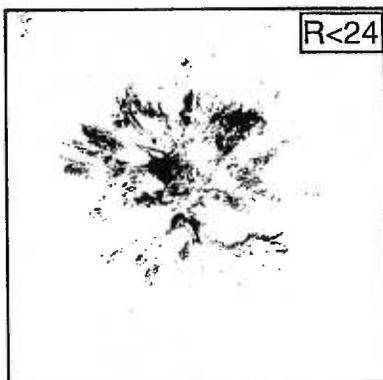
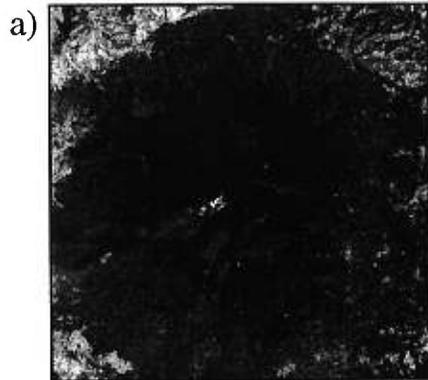


image included an enhancement using a Gaussian stretching algorithm to improve contrast; we did not have access to the raw data. Implications of such data handling are described in section 4. In this study we took a 3200x3200 pixel grid of the SPOT Mount Etna image and a 4096x4096 pixel grid of the SPOT Mauna Loa image, both with 10 m pixel resolutions. Most analyses were applied to the central 2048x2048 pixel section of the Mount Etna grid and a 2048x2048 pixel image of Mauna Loa degraded to 20 m resolution by averaging. The digital values (DN) vary from 0 (black) to 255 (white) and are linearly related to the reflected radiance [CNES, 1986]. The aerial Mount Etna photograph was digitized with a commercial scanner to a 2048x2048 pixel grid with an elementary spatial resolution equivalent to  $\approx 3$  m. The relation between DN and the radiance values of photographs is more complex than that for the satellite images as a result of the various physical processes involved between the initial capture of the incident visible radiation on film and the final gray scale images (e.g., film development, printing and digitization of the photograph). Each step in the processing involves either a logarithmic or an exponential transformation [e.g., Skaley, 1985]. We verified for most of the intensity range that the input (incident radiation at the camera) is roughly linearly related to the resulting output data (scanner values). However, for very low or very high radiance values the global transformation is not quite linear and may lead to erroneous gray scale ranges (N. Desaulniers-Soucy, personal communication, 1997). This nonlinearity at bright and dark extremes exists not only for the purely photographic part of the processing but also for the scanner itself. For the present purposes we will consider the DN field of photographic data to be linear to the reflected radiance field.

The images acquired in the visible part of the electromagnetic spectrum represent the reflected radiance of the surface of the volcanoes. For each pixel the (averaged)

reflected radiance field captured by a satellite or an aircraft is a function of the angular position of the Sun and the viewing angle of the sensor; i.e., it is proportional to the bidirectional reflectance function (BDRF) of the surface [e.g., *Swain and Davis, 1978; Rees, 1995*], which is itself a complex function of the topography, intrinsic reflectance characteristics of the surface, and, as we shall see, resolution. We will take this issue into consideration when interpreting the results of the analysis.

### 3. Scaling Ranges of the Reflected Radiance Field

#### 3.1. Spectral Analysis

The scale invariance of the visible reflected radiance fields can be most clearly demonstrated by studying their Fourier spectral densities. The standard (isotropic) spectral energy density  $E(k)$  is the angle-integrated, ensemble-averaged, squared modulus of the Fourier transforms of the images. It represents the mean contribution to the overall variance due to structures with wave numbers with moduli between  $k$  and  $k+dk$ .

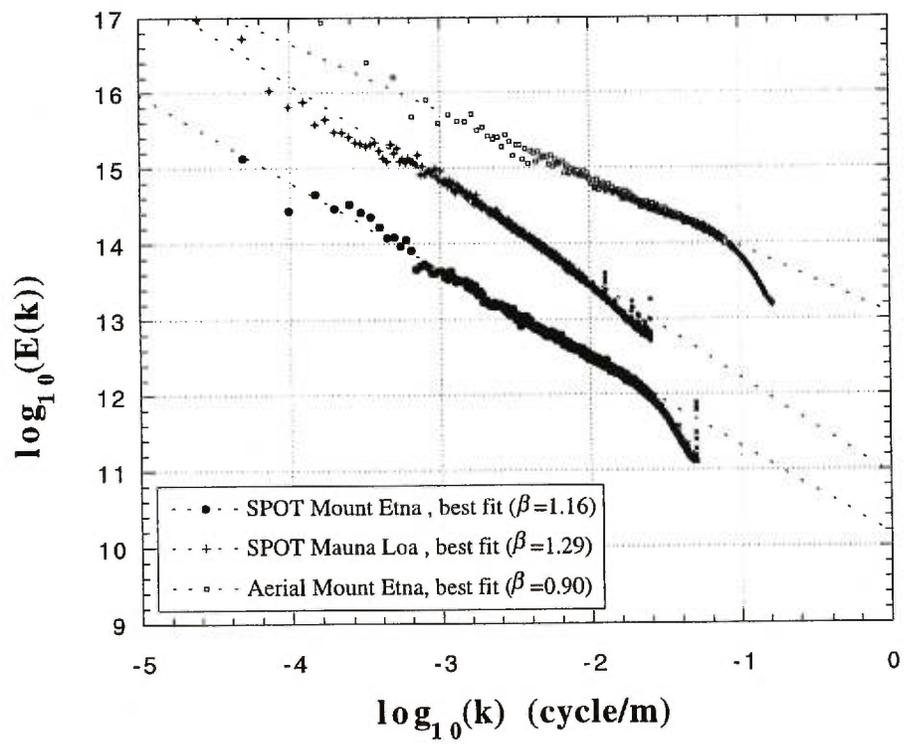
When  $E(k)$  is scale invariant, it has the power law form

$$E(k) \propto k^{-\beta} \quad (1)$$

where  $\beta$  is the scaling exponent and  $k$  is the spatial wave number. If  $k$  is measured in cycles per meter, then it is related to the spatial pixel resolution  $l$  as  $l=k^{-1}$ , where  $l$  is in meters. With a minor exception at the highest  $k$  values (probably an instrumental artifact) we found power law functions over the entire range of scales available (3 orders of magnitude) with values of  $\beta$  close to 1:  $\beta = 1.16, 0.90,$  and  $1.29$  for Etna SPOT, Etna

aerial, and Mauna Loa, respectively (Figure 2, Table 1). The main point to note is the high accuracy with which the scaling is followed even on these individual images (Scaling is a statistical symmetry; a priori it need not hold at all well on individual cases/realizations, only over an ensemble of cases.). The slightly lower  $\beta$  value observed for the aerial Etna photograph may be explained either by the nonunit contrast and other nonlinearities associated with gray scale range (photographic processes; see section 2) or by the fact that it was only over the south flank portion of the volcano (for single realizations,  $\beta$  itself is a statistic with some random dispersion). The scaling is respected for the SPOT Etna image over a range of scales from  $\approx 32$  m ( $10^{-1.5}$  cycles/m) to  $\approx 20,000$  m ( $10^{-4.3}$  cycles/m), for the Etna photograph from  $\approx 10$  m ( $10^{-1.0}$  cycles/m) to  $6400$  m ( $10^{-3.8}$  cycles/m), and for the SPOT Mauna Loa image from  $\approx 40$  m ( $10^{-1.6}$  cycles/m) to  $\approx 40,000$  m ( $10^{-4.6}$  cycles/m). In all three images we observe a break in the scaling near the inner resolutions (highest  $k$  values). However, the preprocessing corrections applied to the SPOT images (see details in the work of *CNES* [1986]) and the slight oversampling of all the existing subscale structures can easily explain the slight smoothing of the highest available SPOT resolution (leading to higher  $\beta$  values for the highest  $k$  values). The artificial nature of this inner break (e.g., at  $40$  km or  $10^{-1.6}$  cycles/m for the SPOT Mount Etna image) is exhibited by the observed scaling behavior of  $E(k)$  for the aerial photograph (Etna 1983-1985 lava flow area) at resolutions higher than those available in the SPOT image to  $10$  m or  $10^{-1.0}$  cycles/m. On the other hand, the breakdown of the scaling also observed in the aerial image at  $\approx 10$  m can itself be explained by the quality of the image at the inner digitized resolution (e.g., the grain size of the photography or the quality of data acquisition).

Figure 2: Spectral energy density  $E(k)$  as a function of the radial wave number  $k$  for SPOT images of Mount Etna and Mauna Loa and an aerial photograph of a part of Mount Etna. The straight lines are the best linear regressions for the scaling parts of the data fields. The slope exponents give the Fourier  $\beta$  parameters. The data have been separated by  $E(k)=10$  for clarity.



**Table 1.** Comparison of the Universal Multifractal Parameters for the SPOT Panchromatic Images of Mount Etna and Mauna Loa Volcanoes With Other Relevant Topographic Data

Multifractal Parameters	Aerial Etna Radiance Field	SPOT Etna Radiance Field	SPOT Mauna Loa Radiance Field	Reference (Figure 6b)	Deadman's Butte Topography <sup>a</sup>	French Topography <sup>b</sup>	U.S. Topography <sup>c</sup>
$\beta$	$0.90 \pm 0.01$	$1.16 \pm 0.01$	$1.29 \pm 0.01$		$1.93 \pm 0.03$		1.91
$\alpha$	$1.72 \pm 0.08$	$1.84 \pm 0.04$	$1.90 \pm 0.05$	$1.80 \pm 0.05$	$1.9 \pm 0.1$	$1.7 \pm 0.1$	$1.70 \pm 0.05$
$C_I$	$0.03 \pm 0.01$	$0.05 \pm 0.01$	$0.03 \pm 0.01$	$0.03 \pm 0.01$	$0.045 \pm 0.005$	$0.075 \pm 0.005$	$0.07 \pm 0.01$
$H$	$-0.02 \pm 0.01$	$0.13 \pm 0.01$	$0.17 \pm 0.01$		0.51		$0.52 \pm 0.05$

Comparison also includes the aerial Etna photograph of the 1983-1985 lava flow fields.

<sup>a</sup>From Lavallée et al. [1993].

<sup>b</sup>From Lovejoy and Schertzer [1990].

<sup>c</sup>From Pecknold et al. [1997].

### 3.2. Functional Box Counting

The scale invariance of the reflected radiance fields can also be investigated by functional box counting. This works by converting the intensity field/function into a hierarchy of sets exceeding various thresholds. On each set the box counting is used to estimate the fractal dimension  $D$  by covering the set with a number of boxes  $N(l)$ , each of size  $l$ . This method involves degrading the original resolution of the set to lower resolutions  $l$  by factors of 2. For fractal sets the number of boxes  $N(l)$  follows the relation

$$N(l) \propto l^{-D} \quad (2)$$

Using this method, *Gaonac'h et al.* [1992] showed that the area and perimeter of lava flows from several basaltic volcanoes obtained from digitized geologic maps follow power law trends over a range of scales from 12 m to 50 km. The statistical results imply that by going to higher and higher resolutions the area will decrease while the perimeter of the same lava flow field will increase.

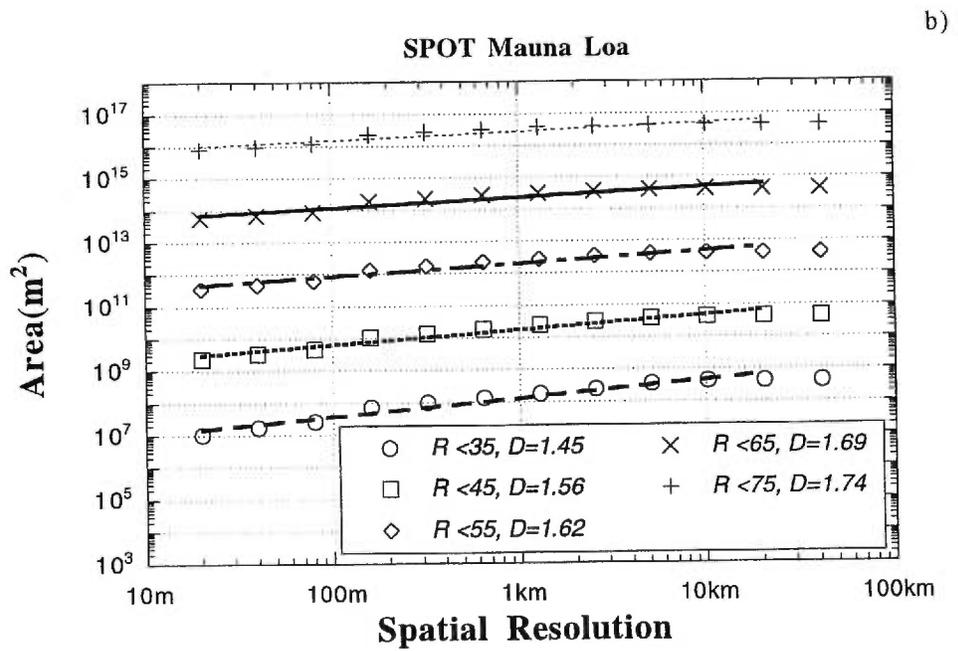
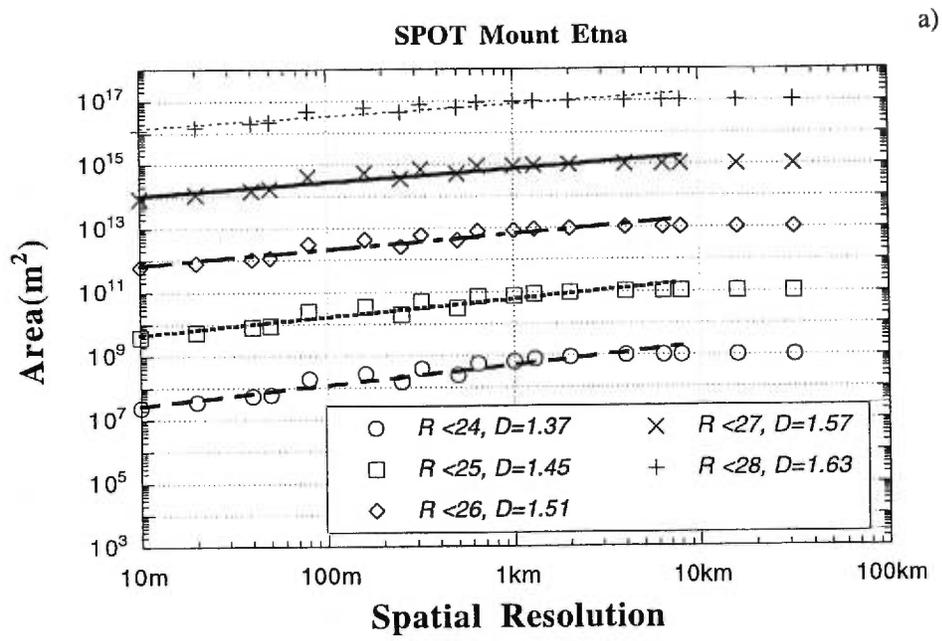
We applied the box counting method to the radiance fields by transforming these fields into geometric sets, using different radiance thresholds  $R$ . The  $R$  thresholds represent successive DN values going from the minimum to the maximum DN values existing in each image. Each set is defined from the observed fields as regions less than or equal to  $R$  (the lava flows have radiance values in the lower part of the DN spectrum; hence we consider geometrical lava flow sets of DN values under the different  $R$  thresholds; see Figure 1). We obtain a series of geometric sets for each image, some sets being more closely associated with lava flow fields (see below). Some examples are

found in Figure 1. For each geometric set the area of each SPOT images is a power law of the spatial resolution (Figure 3) from at least the inner available scale (10 m for Etna or 20 m for Mauna Loa) to at least 10 km. As no breakdown is observed over the available range of resolutions and field studies routinely find heterogeneity of lava structures down to much smaller scales, the scaling of the radiance field is expected to extend to scales smaller than those available here. The outer limit of the scaling is constrained only by the limited spatial extent of the images. A second important result is the systematic decrease of  $D$  with decreasing  $R$ . The existence of a nonunique fractal dimension indicates that the radiance field is multiscaling/multifractal.

Without any image segmentation into different classes (e.g., lavas, urban areas, forests) the geometric set obtained from the SPOT image of Mount Etna with  $R < 26$  has  $D \approx 1.62$ , a value very close to that of the geological mapping of the 1900-1974 lava flow field [Gaonac'h *et al.*, 1992], which yielded  $D \approx 1.58$  for the area of the flow field. By varying  $R$  so that  $D$  is roughly the same as for the map, the visible reflected radiance field closest to the lava flow field can be determined by remotely sensed sensors such as the SPOT satellite. This method represents an objective quantitative way of studying the complexity and heterogeneity of the morphological volcanic field (and its temporal evolution).

However, box counting has some limitations, as explained in the next section, one being in some cases to "saturate" the entire analyzed pixel grid (the grid becomes completely black). This is the case for the aerial photograph for which the scaling is only observed over half the range of scales (3 m to 40 m). On a fundamental level, box

Figure 3: A  $\log_{10}$ - $\log_{10}$  diagram of the area of the lava set versus the spatial resolution for different radiance thresholds ( $R$ ) for (a) SPOT Mount Etna and (b) SPOT Mauna Loa images. The area values for the different radiance thresholds have been separated by  $10^2$   $\text{m}^2$  for clarity. The value of  $r$ , the power correlation coefficient on the raw data is always greater than 0.88.



counting is an indirect way of analyzing fields; in the next section we discuss a more direct statistical approach.

#### 4. Multiscaling Properties

Fourier analysis has been conducted to confirm the scaling of the studied reflected radiance fields, and box counting has been used to demonstrate the multifractality of the fields. The multiplicity of fractal dimensions obtained by the box counting analyses requires a scale invariant multiple-scaling exponent function of the radiance fields such as  $D(R)$ ; the main limitation of functional box counting is that while  $D$  is scale invariant, the threshold  $R$  used to define the set of interest is scale dependent. One way to overcome this limitation is to use the probability distribution/ multiple scaling (PDMS) method [e.g., *Lavallée et al.*, 1991], which expresses the thresholds themselves as power law functions of the resolution ( $R \propto l^{-\gamma}$ , where  $\gamma$  is the order of singularity corresponding to  $R$ ). A mathematical equivalent method is to determine the scaling of various statistical moments. Different orders of statistical moments of the radiance field are degraded to various resolutions as functions of scale ratios  $\lambda$  ( $=L/l$ , the ratio of the large outer scale  $L$  to the smaller intermediate scale  $l$ ).

The multiscaling results may be understood (and modeled) with the help of multiplicative scaling cascade models. These were originally developed for studying turbulence: cascades model (scale by scale) the variability of conservative fluxes by a hierarchy of structures in which large "parent" structures nonlinearly modulate the smaller "daughter" structures. In the last decade it has become increasingly clear, especially in the (now vast) literature on multifractals in turbulence, that cascades

represent the generic multifractal processes and are relevant models in a nonlinear scaling system with a large number of degrees of freedom [e.g., *Schertzer et al.*, 1997].

Consider a cascade developed over a total range of scale ratios  $\lambda$ . The resulting multiscaling of the field can be expressed by the probability distribution of the intensities of the field such as

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{Pr}(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma) \approx \lambda^{-c(\gamma)} \\ \varepsilon_\lambda \approx \lambda^\gamma \end{array} \right\} \lambda > 1 \quad (3)$$

where  $\gamma$  is the order of singularity,  $c(\gamma)$  is its associated codimension, and  $\varphi_\lambda$  is the intensity of the field at scale ratio  $\lambda$ . For satellite images the highest available resolution corresponds to  $\lambda = \Lambda$ , the ratio of the outer large scale to the inner available small scale. When  $c(\gamma) \leq d$ ,  $D(\gamma) = d - c(\gamma)$ ,  $d$  being the dimension of the space in which the process is observed [*Schertzer et al.*, 1997].

An equivalent approach to the multiscaling of a field is to consider its  $q$ th-order statistical moments,

$$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \propto \lambda^{K(q)} \quad (4)$$

where the angle brackets represent the ensemble average of the intensity of the field at the scale ratio  $\lambda$  and the scaling function  $K(q)$  is the exponent associated with each different  $q$  order.

Because of the highly singular small scale limit of cascade processes it is necessary to distinguish "bare" and "dressed" properties. The "bare" process results when the cascade is developed to higher resolutions (through the creation of daughter structures) over a finite range of scales and then stopped; denote the scale ratio of this

overall range by  $\Lambda$ . However, most data are at lower resolutions than the inner scale of variability; they are integrated ("dressed", according to the *Schertzer and Lovejoy* [1987] renormalization). The process of smoothing ("dressing") the model from high resolutions to lower resolutions ( $\lambda < \Lambda$ ) corresponds to images with increasingly lower resolutions. The statistics of the dressed cascade are much more variable than the corresponding bare statistics stopped at the same scale because the former take into account the variability of the subresolution scales, which is not completely smoothed out by the spatial averaging. The result is algebraic tails on the probability distributions and divergence of high-order statistical moments.

Hence, going from one scale ratio to another, the statistical distribution of the field will change in two ways: (1) the highest intensities of the field  $\varphi_\lambda$  build up as we go to higher resolutions (higher  $\lambda$ ), as expressed in (3) and (4), showing eventually large extreme values (nonclassical, long-tailed probability distributions), and (2) the spatial distribution of pixels exceeding a given threshold  $\lambda^\gamma$ , as expressed by the probability distribution in (3), will vary depending on the resolution or  $\lambda$ . Therefore the multifractal cascade model is a potentially realistic framework for statistically analyzing remotely sensed fields where existing subpixel features are smoothed at the available satellite resolution. In our analyses we degrade the resolution of the available fields to lower resolutions or scale ratios ( $\lambda < \Lambda$ ), statistically simulating the lower resolutions of the cascade.

In physical and geophysical modeling a large number of parameters may be introduced. However, *Schertzer and Lovejoy* [1987, 1991] and *Schertzer et al.* [1997] have argued that it is possible (indeed necessary if multifractals are to be useful) that

many of the parameters will turn out to be irrelevant, and the essential behavior will generally depend on only a limited number of "universal" parameters. The universality concept as understood in physics is that there generally exist stable and attractive laws governing physical systems. These laws are universal in the sense that they are insensitive to many of the details of the model. Universality may also apply to multifractal cascades, i.e., that the multiplicative iterations of a given dynamic process at different scale ratios converge toward a universal limit. Therefore in performing multifractal analysis the universality hypothesis should be tested, and (if it holds) the corresponding universal multifractal parameters should be estimated. Furthermore, since large variability among realizations is expected, volcanic phenomena (reflected radiance field, surface thermal field) will ideally have to be studied on different volcanoes to get an ensemble of realizations.

It is important to distinguish the universal concept from ordinary statistical regularity. While the latter has to do with the familiar idea of statistical variation around a fixed type of statistical law, in the former case the universality implies the existence of special types of statistical laws (just as classically for additive processes we often encounter the Gaussian distribution). In our case the simplest hypothesis is that the underlying volcano dynamics for many volcanoes may be similar (i.e., belong to the same universality class) and hence can be described by the same universal multifractal parameters. At the same time the observed reflected radiance field of a volcano taking into account various remotely sensed conditions of acquisition (e.g., different time series of images, different sensors, and different solar luminosity) will not necessarily be trivially related to the underlying multifractal process (e.g., the topography). For

universal multifractals the scaling function  $K(q)$  can be simply expressed with two universal parameters,

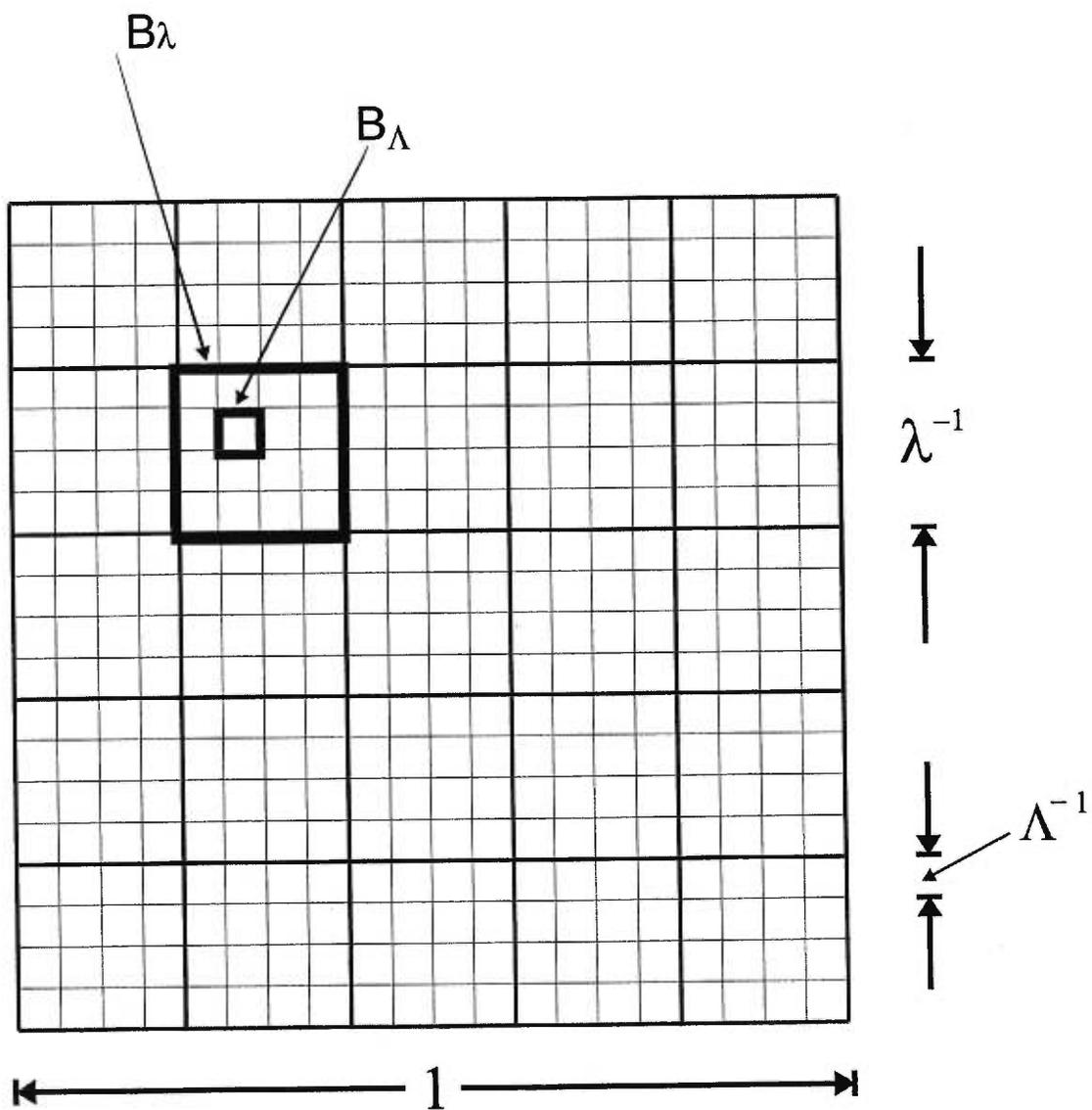
$$K(q) = \frac{c_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - q) \quad \alpha \neq 1 \quad (5a)$$

$$K(q) = c_1 q \log(q) \quad \alpha = 1 \quad (5b)$$

where the Lévy index  $\alpha$  indicates the degree of multifractality of the process. It varies from 0 to 2:  $\alpha = 0$  corresponds to a linear  $K(q)$  monofractal " $\beta$  model", whereas  $\alpha = 2$  corresponds to a lognormal multifractal. Furthermore,  $\alpha > 1$ , implies that the process involves unbounded extreme singularities contrary to  $\alpha < 1$  which has bounded singularities [Schertzer and Lovejoy, 1992].  $C_1$  ( $C_1 = c(\gamma_1)$ ), the fractal codimension of the mean (i.e., of the set of points that give the dominant contribution to the mean) quantifies the sparsity of the singularity contributing to the mean of the field.  $C_1$  has a value between 0 and  $d$ , where 0 implies that the intensities are distributed statistically uniformly over the available space.

Direct experimental (and/or theoretical) determination of  $K(q)$  for each  $q$  would be impossible, since it implies the determination of an infinite number of parameters. Practical multifractal modeling and analyses therefore involve exploiting universality, reducing the problem to the determination of three parameters,  $C_1$ ,  $\alpha$ , and a nonconservation parameter  $H$  described below. The double trace moments (DTM) technique [Schertzer and Lovejoy, 1991; Lavallée et al., 1993] is a particularly convenient way of estimating these parameters. As with the box counting method, the analyses are performed on grids of pixels, which are degraded from the highest available

Figure 4: Schematic illustration showing the different averaging scales used in the double trace moments method (modified from [Lavallée et al. \[1993\]](#)). The elementary flux on the elementary ball  $B_\Lambda$  is  $\varepsilon_\Lambda^\eta$ . The flux on a ball of dimension  $B_\lambda$  is  $(\varepsilon_\Lambda^\eta)_\lambda^q$ .



scale ratio  $\Lambda$  (Figure 4) to lower intermediate scale ratios  $\lambda$ . The DTM method consists of taking various  $\eta$ th powers of the intensity  $\varepsilon_\Lambda$  at each pixel of the field and spatially averaging the  $\varepsilon_\Lambda^\eta$  values over different pixel "balls"  $B_\lambda$  of dimension  $\lambda^{-1}$ , yielding the " $\eta$  fluxes":

$$\Pi_\Lambda^{(\eta)}(B_\lambda) = \int_{B_\lambda} \varepsilon_\Lambda^\eta d^d \underline{x} \quad (6)$$

Then the double trace moments are estimated by summing, over the entire grid (with  $\lambda^d$  balls indexed by  $i$ ) and over all the images available, the  $\Pi_\Lambda^{(\eta)}$  taken at different moments of orders  $q$ :

$$Tr_\lambda(\varepsilon_\Lambda^\eta)^q = \left\langle \sum_{i=1}^{\lambda^d} \left( \Pi_\Lambda^{(\eta)}(B_{\lambda,i}) \right)^q \right\rangle \approx \left\langle \left( \varepsilon_\Lambda^\eta \right)_\lambda^q \right\rangle \lambda^{-(q-1)d} \quad (7a)$$

where the notation  $\left( \varepsilon_\Lambda^\eta \right)_\lambda^q$  means the field at the finest resolution  $\Lambda$  is raised to the power  $\eta$ , then is averaged over the intermediate resolution  $\lambda$ , and the  $q$ th power (of the) result averaged over all the data available. This process can be expressed as

$$\left\langle \left( \varepsilon_\Lambda^\eta \right)_\lambda^q \right\rangle \approx \lambda^{K(q,\eta)} \quad (7b)$$

The new exponent function  $K(q,\eta)$  is related to the scaling function  $K(q)=K(q,1)$  as

$$K(q,\eta) = K(q\eta,1) - qK(\eta,1) \quad (8)$$

In the case of the universal multifractality, combining (5) and (8) shows that  $K(q,\eta)$  can be expressed as

$$K(q,\eta) = \eta^\alpha K(q,1) = \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha-1} \eta^\alpha (q^\alpha - q), & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (9a)$$

$$K(q, \eta) = \eta^\alpha K(q, 1) = \{C_1 \eta q \log(q)\}, \quad \alpha \neq 1 \quad (9b)$$

Equation (9) can readily be exploited to determine  $\alpha$  and  $C_1$ , since  $\alpha$  corresponds to the slope of  $K(q, \eta)$  on a log-log plot while  $C_1$  corresponds to the intercept with  $\eta = 1$ .

Accurate estimates of  $C_1$  and  $\alpha$  are obtained when the DTM is applied to conservative multifractal fields in which the mean of the cascade process is the same at each scale. However, in general, observed fields are not conservative; they have an additional scaling  $\lambda^{-H}$ , where  $H$  quantifies the degree of nonconservation:

$$\Delta R_\lambda = \varepsilon_\lambda \lambda^{-H} \quad (10)$$

where  $\Delta R_\lambda$  indicates the fluctuation in the field at resolution  $\lambda$ . *Schertzer and Lovejoy* [1987] argue that (10) can be interpreted to imply that the nonconservative observed process described by  $\Delta R_\lambda$  involves a fractional integration of the order of  $H$  (power law filter, of the order of  $k^{-H}$  in Fourier space) of the underlying conservative process  $\varepsilon_\lambda$  (integration when  $H > 0$ , differentiation when  $H < 0$ ). Hence we must fractionally differentiate (power law filter, of the order of  $k^H$ ) the observed nonconservative field in order to recover a (roughly) conserved process before estimating the universal multifractal parameters. *Lavallée et al.* [1993] have shown that any derivative of the nonconservative field of the order of  $\geq H$  will be sufficient to yield a good approximation to the universal parameters. Therefore (if  $H < 1$ ) an adequate approximation is to take the modulus of the field gradient rather than the intensity values [*Lavallée et al.*, 1993], which is a finite difference approximation to a derivative of the order of  $H = 1$ :

$$\varepsilon_A(i, j) = |\nabla R_A(i, j)|$$

$$|\nabla R_A(i, j)| = \sqrt{[R_A(i+1, j) - R_A(i-1, j)]^2 + [R_A(i, j+1) - R_A(i, j-1)]^2} \quad (11)$$

where the indexes  $i$  and  $j$  are the coordinates of the discrete image in pixels. Since  $\beta$  is related to the universal parameter  $H$  as

$$H = \frac{\beta - 1 + K(2,1)}{2} = \frac{\beta - 1}{2} + \frac{C_1(2^\alpha - 2)}{2(\alpha - 1)} \quad (12)$$

by combining spectral analysis (for  $\beta$ ) with the DTM (for  $C_1$ ,  $\alpha$ , and hence  $K(2,1)$ ), we can determine  $H$ .

The multiscaling of the statistical moments of the field gradients versus the scale ratio  $\lambda$  can be displayed by choosing various  $q$  ( $\neq 0$  or  $1$ ) and  $\eta$  values. Figure 5 exhibits the obvious multiscaling from 10 m ( $\lambda= 2048$ ) to  $\sim 10$  km ( $\lambda= 1$ ) for the Mount Etna radiance field, and from 20 m ( $\lambda= 2048$ ) to  $\sim 40$  km ( $\lambda= 1$ ) for the Mauna Loa radiance field, with  $q= 1.5$  and various  $\eta$  values. Extension at the inner scaling of the radiance field to smaller scale/ larger scale ratios may be expected, as we did not observe any break in the scaling behavior of the double trace moments. Hence the double trace moment results of the Mount Etna aerial photography show similar multiscaling trends from 3 m to 6 km.

The parameters  $\alpha$  and  $C_1$  are then estimated (Figure 6). The DTM analyses were performed for each image over the scaling range. We have mentioned in section 3 that the last factor of 2 at the highest available resolution in each image does not accurately respect the scaling, probably because of data sensor limitations (e.g., slight oversampling/smoothing). Hence we will average the data acquired at the available

Figure 5:  $\log_{10} \left( \varepsilon_{\lambda}^{\eta} \right)_{\lambda}^q$  versus  $\log_{10} (\lambda)$  for various  $\eta$  values and  $q=1.5$  for (a) SPOT Mount Etna and (b) SPOT Mauna Loa.

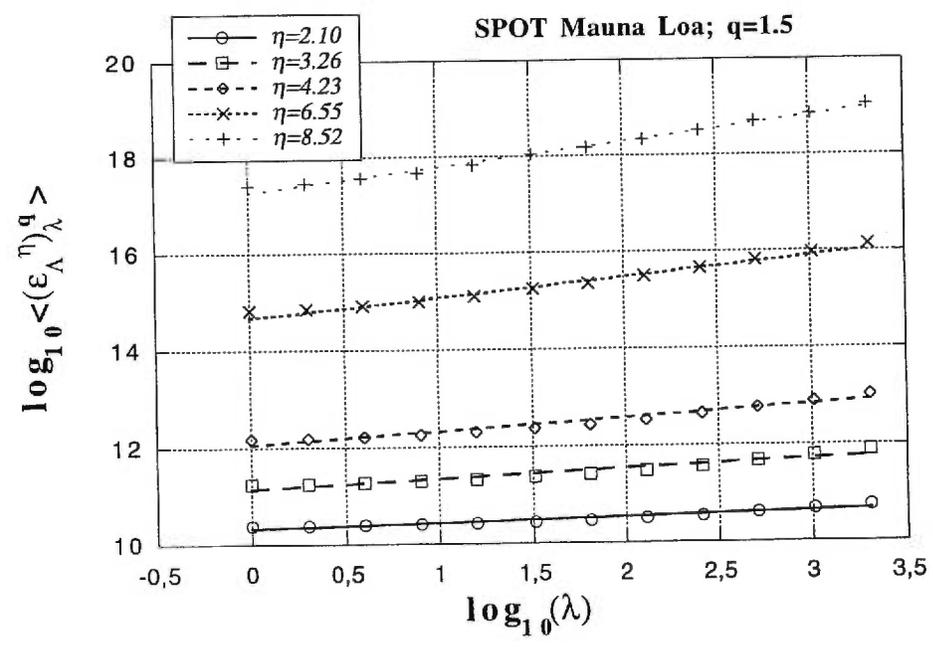
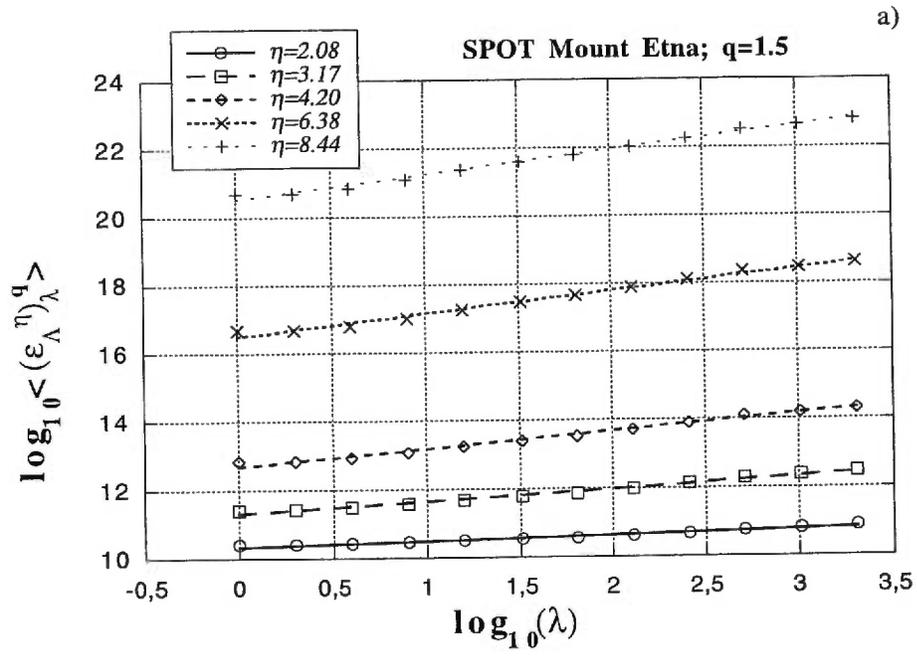
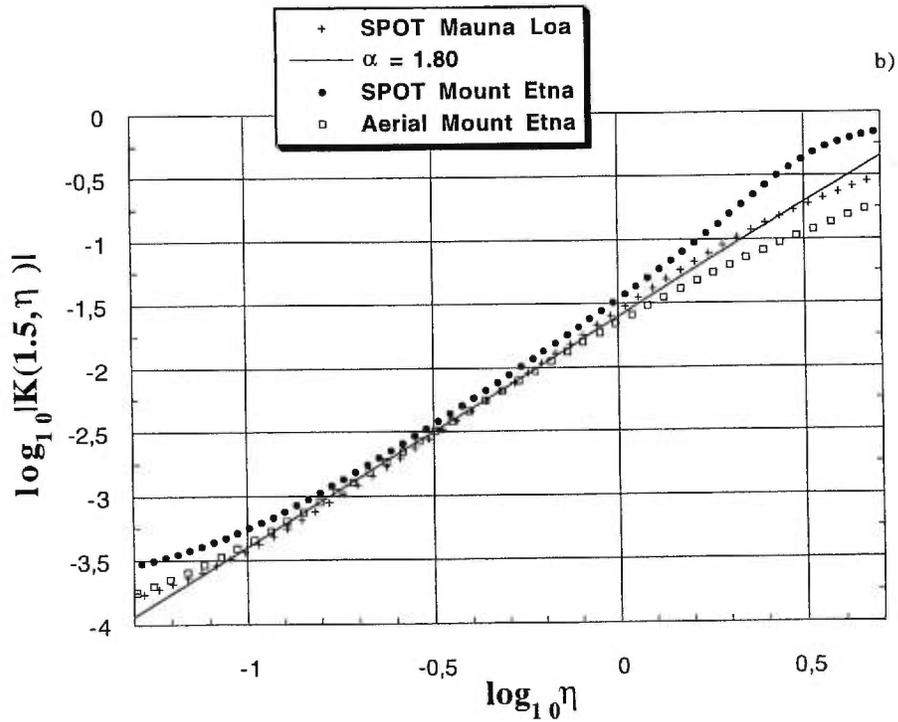
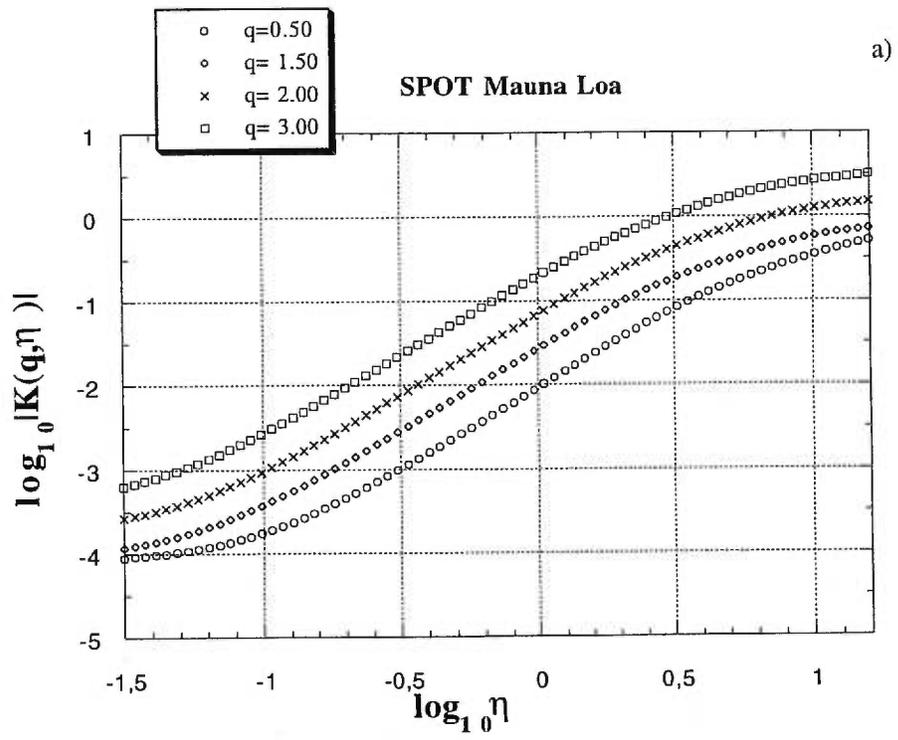


Figure 6: a) Plot of  $\log_{10}|K(q, \eta)|$  versus  $\log_{10} \eta$  for SPOT Mauna Loa exhibiting the universal multifractality of the data over approximately  $\eta= 0.1$  to  $\eta= 10$ . (b) same as Figure 6a for the three radiance fields showing their multifractal similarity. The line corresponds to  $\alpha= 1.80$ .

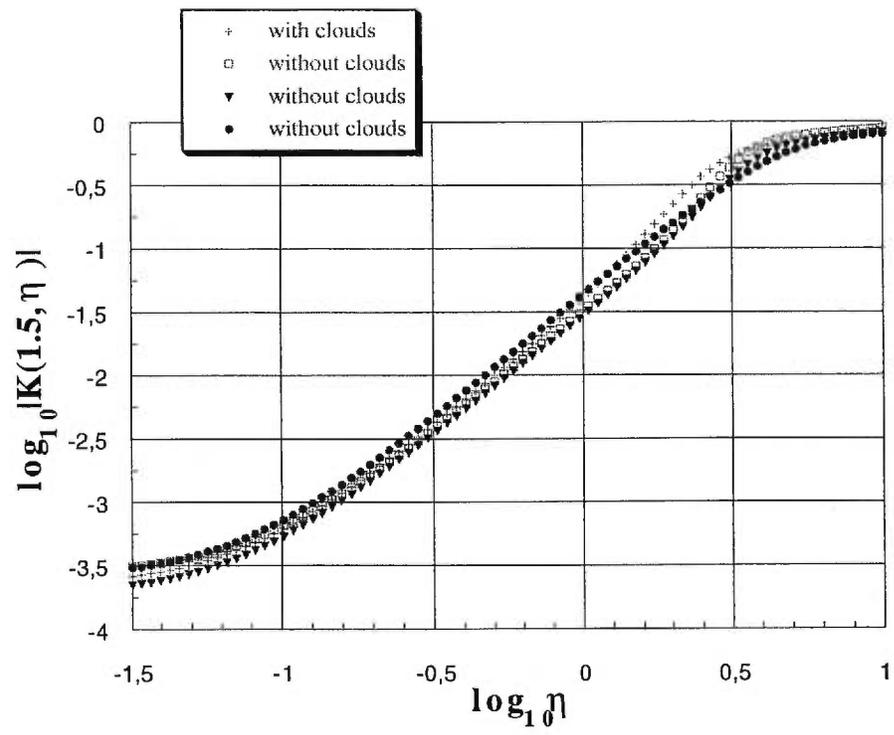


resolution (e.g., 2048x2048 at 10 m for SPOT Mount Etna) by a factor of 2 to produce the analyses on the scaling region of the field. Moreover, the averaging usefully reduces the number of artificial exactly zero gradients that we may find for a field having a narrow spectrum of DN values. This is the case for the SPOT Mount Etna field, whose DN histogram has a median of 32 with a standard deviation of only 5.5, associated with significant regions where neighbors have exactly identical DN values. Applying the gradient calculations equation (11) to these data would give numerous exactly zero gradient values ( for example, on the SPOT Etna image there were  $\approx 60,000$  such artificial zero gradient values), whereas applying the same gradient calculations on the averaged values reduces the number of exactly zero gradients to only  $\approx 1000$  (see *Pecknold et al.* [1997] for another example). The  $K(q,\eta)$  for small  $\eta$  values are very sensitive to low gradients and lead to a false asymptotic value  $K(q,0)>0$  seen as a flat region as  $\log_{10}\eta \rightarrow -\infty$ . Averaging will thus enlarge the range of  $\eta$  where the  $\alpha$  value can be reliably estimated. The aerial Mount Etna photograph and the SPOT Mauna Loa image do not have as many zero gradients as a result of their broad range of DN values (e.g., median of 115 and standard deviation of 38.6 for SPOT Mauna Loa). Figure 6a exhibits similar multifractal trends (similar  $\alpha$  slopes) for Mauna Loa for various  $q$  values. Figure 6b shows the tendency for the three reflected radiance fields when  $q=1.5$ . Linear regression in the regime relatively unaffected by the zero gradient problem (low  $\eta$ ) or sample size limitation (high  $\eta$ ) gives estimates of  $\alpha \approx 1.72 \pm 0.08$  for the aerial Etna photograph,  $\alpha \approx 1.90 \pm 0.05$  for SPOT Mauna Loa, and  $\alpha \approx 1.84 \pm 0.04$  for SPOT Mount Etna (Table 1). It is possible to determine a common reference trend (Figure 6b, Table 1) for all three radiance fields:  $\alpha = 1.80 \pm 0.05$ ;  $C_1 = 0.03 \pm 0.01$ . Values of  $\alpha > 1$

imply that the visible reflected studied radiance fields represent cases of multifractal fields with unbounded singularities. At small  $q\eta$  ( $<1.5 \times 10^{-1.2}$ ) the breakdown is caused by the dominance of the noise hiding the variability of the low intensities [Lavallée *et al.*, 1993; Lovejoy and Schertzer, 1995]. For large  $q\eta$  values, (9) breaks down as a result of sample size limitations; the  $q$ th-order moment is dominated by a single extreme gradient. Hence  $K(q)$  becomes linear with  $q$ , and  $K(q,\eta)$  becomes independent of  $\eta$  (equation (9)). For the SPOT Mauna Loa and the aerial Mount Etna data the universal multifractality is valid to  $q\eta \approx 1.5 \times 10^{0.7}$ , while for the SPOT Mount Etna image a deviation from the universal  $\eta^\alpha$  behavior is observed at  $q\eta$  values as low as  $\approx 1.5 \times 10^{0.2}$  (Figure 6b).

Since each value of  $\eta$  corresponds to a specific singularity (and hence gradient), the deviation implies that there are more large gradients than would be expected by extrapolation from the weak gradients. The presence of white volcanic clouds on the SPOT Mount Etna image, contrasting with the very low DN values of the lava flow field, may account for the high  $\eta$  deviation. To test this hypothesis, we applied the DTM to the four quarters of the SPOT Etna image, with the southwest quarter including the volcanic plume and the three other quarters being nearly free of clouds. Figure 7 shows that in the three cloud-free subimages the universality does indeed extend to much larger  $\eta$  values:  $q\eta$  values of  $\approx 4.7$  compared to the cloudimage  $q\eta \approx 2.4$ . This result confirms that the SPOT Mount Etna field has the same trend as the two other radiative fields with  $\alpha$  value close to  $1.80 \pm 0.05$ . Although we do not show it here, we also confirmed that the stretching of a data histogram, as done in the preprocessing for the available SPOT Mauna Loa image, primarily affects the singularities of high orders

Figure 7: Diagram  $\log_{10}|K(q, \eta)|$  versus  $\log_{10}\eta$  for the four different fraction of the SPOT Mount Etna image, showing the distinct multifractal behavior of the volcanic section of the image including volcanic clouds when compared to the other free-clouds sections.



and hence does not significantly affect our estimates of  $\alpha$  and  $C_I$ : applying a Gaussian stretching on the SPOT Mount Etna histogram showed only a slight deviation from the universal  $\alpha$  behavior at high  $\eta$  values. Since the DTM is insensitive to any linear transformation of the data, only large gradients are strongly nonlinearly affected. Hence attention has to be paid during data acquisition, since any stretching may change the multifractal behavior at statistical moments of high orders.

$C_I$  was found to be close to its minimum value for the two volcanoes ( $C_I=0.05/0.03$  for Mount Etna, and  $C_I=0.03$  for Mauna Loa; see Table 1), implying that the radiance singularities, giving the dominant contribution to the mean gradients at each resolution, are not too sparsely distributed in space. Finally, the  $H$  values found for the analyzed fields are small ( $H=0.13$  for SPOT Etna,  $H=0.17$  for SPOT Mauna Loa, and  $H=-0.02$  for aerial Etna), indicating that the reflected radiance field  $R_\lambda$  of these volcanoes is approximately conserved from one scale to another. The  $H$  value is primarily determined by the single (second) order moment via  $\beta$ . Since the empirical estimate of the latter on a single realization is a random variable with significant dispersion, it is perhaps not surprising that the estimate for the whole Etna volcano (SPOT) and a portion (the aerial photograph) do not have identical  $\beta$  values. Finally, as we mentioned earlier, varying the photographic contrast is a nonlinear operation that may help account for the difference.

## 5. Discussion and Conclusions

Visible reflected radiance fields of basaltic volcanoes such as Mount Etna and Mauna Loa were found to be scale invariant over at least 3 orders of magnitude (3 m to 40 km). Different types of analyses including box counting, energy spectra, and double trace moment (DTM) all confirm that the radiance intensities are scaling functions of the spatial resolution. By comparing the SPOT data with aerial data we confirmed that the scaling observed for Mount Etna extends below the 10 m SPOT resolution, and possibly to smaller scales than the available 3 m aerial resolution. The box counting method provides a useful and objective way to obtain a powerful mapping of a SPOT image, by varying its threshold so that the resulting fractal dimension approximates that of associated geological maps.

Within the scaling regime we found that the scale invariant exponent associated with the reflected radiances is a scaling function (of threshold, order of moment, or singularity), not a unique exponent. The function was shown to be of the form predicted for universal multifractals, and we estimated the three corresponding universal parameters. For both basaltic volcanoes and for SPOT as well as aerial fields the multifractal parameters were consistent with the values  $\alpha=1.80\pm 0.05$  and  $C_1=0.03\pm 0.01$ . As these are statistical estimates from only three samples of parameters defined by statistical ensembles (i.e., images of statistically identical volcanoes), some variation in the estimated parameter values is expected. We also faced a problem encountered by *Pecknold et al.* [1997]: when too many zero gradients appear in a field, the data field must be analyzed after averaging at the highest resolution. The averaging is also necessary in most cases because, at the last factor of 1.5-2.0 in resolution, the scaling is

often not well respected as a result of sensor limitations. The averaging followed by the transformation of the data field into a gradient field seems to be an adequate approximation to the fractional integration theoretically necessary to estimate the universal multifractal parameters. The DTM statistical method is sensitive to the difference between a reflected radiance volcanic field and another one "contaminated" by some small amount of reflected radiance of clouds. This is an important result for the use of the DTM statistical method in analyzing complex remotely sensed fields, and it arises because the  $\alpha$ ,  $C_I$  values determined by the DTM depend on the statistics at all scales and all intensities.

With  $\alpha$  values close to the maximum of 2 (the "lognormal" multifractal) the observed volcanic radiance fields are far from being monofractal ( $\alpha=0$ ) fields: the high  $\alpha$  values imply that (1) monofractal approximations (e.g., by linearly approximating the scaling moment  $K(q)$  near the mean ( $q=1$ )) will be relatively poor as we move away from the mean behavior and (2) the singularities  $\gamma$  of all orders and fractal codimensions  $c(\gamma)$  contribute significantly to the process. On the other hand, the low  $C_I = c(\gamma_I)$  values imply that the mean gradient of the field is determined by a relatively uniform spatial distribution of the singularity  $\gamma_I$  contributing to it. Hence  $\alpha$  and  $C_I$  suggest that the radiance fields have a singularity  $\gamma_I$  contributing to their mean fairly homogeneously distributed, but in considering the high (or low) gradients or high- (or low-) order moments the fields are strongly influenced by the multifractal nature of the process (the corresponding singularities can have large codimension and hence be sparsely distributed). The difference in  $H$  values between the SPOT images ( $0.15$ ) and the aerial photograph ( $H \approx 0$ ) can be explained in two ways: (1) by the different and nonlinear

relation between gray shades and radiance values obtained for the photograph or the SPOT data (section 2) or (2) by the fact that the aerial photograph represents only a part of the entire Mount Etna volcano. Both cases give slightly different Fourier scaling trends for the two data fields of the same volcano.

The present estimates of universal multifractal parameters, characterizing the scaling function of the statistical moments of the radiance fields, represent a first step in quantifying the relationship between related nonlinear geophysical fields versus their spatial resolutions. This is necessary, since the eruption dynamics of a volcano are obviously a result of various dynamic parameters that have to be analyzed and related together to suggest any dynamic integrated model. The scaling multiplicative cascade model is an example of a model that provides stronger bases for relating data measurements, their interpretation, theoretical modeling, and simulation of the processes. When comparing the present universal parameters with those of other geophysical processes (Table 1), we observe differences and similarities depending on the parameters considered. The spectral exponents  $\beta \approx 1.0$  of the reflectance fields are distinctly lower than those of various topographic fields, indicating a relatively stronger influence of the small structures compared with larger ones. The simplest model of the BRDF, which is proportional to the radiance field, is a linear dependence on the local gradient of the topography [e.g., *Rees*, 1995]. Such a model predicts the same  $\alpha$ ,  $C_l$  for both fields (S.Lovejoy, personal communication, 1998), but  $H \approx 0$  for the radiance. This linear approximation is consistent with the observed topography and radiance exponents (Table 1) and represents an important relation between the topography and BRDF, which will be investigated with the help of multifractal models.

Multifractal analyses give statistical parameters that are independent of the scale of observation. Quantifying the fractal and multifractal behaviors of volcanic measurements or data fields is a powerful new way of interpolating or extrapolating the values of the physical parameters (e.g., flow field area) at any scale. This is particularly important in comparing and integrating different data acquired at different resolutions, especially in intercomparing in situ and remotely sensed data. Hence, in combining remotely sensed data with other types of data sets and fields, the resolution dependence has to be solved to better quantitatively create efficient hazard maps or develop dynamic eruptive models for volcanoes. This finding underlines the need for developing scale invariant algorithms for processing remotely sensed data.

More multifractal analyses will be done with new data sets to better estimate the universal parameters. New sets include data from other volcanoes (basaltic or more silicic ones), data taken at other wavelengths and at different spatial resolutions, and data describing volcanological phenomena existing on other planets. Using remotely sensed images, *Bruno and Taylor [1995]* have examined the fractal behavior of some lava flows on Venus. As we revealed in the present paper for some examples of terrestrial lava flow fields, the multifractal framework may better characterize the scaling of remotely sensed fields. Moreover, the large range of scales at which the volcanic processes exist from one planet to another furnishes an excellent perspective to improve our knowledge of the scale invariance of volcanic phenomenon.

The use of different sensors with various spatial resolutions will increase the chance of better characterizing the multifractality of the volcanic radiance fields. Other related geophysical fields such as the topographic field of volcanoes will be explored to provide additional information on the statistical relationship among the various fields

involved in the dynamics of a volcano. New work on the influence of the anisotropy on nonlinear analyses promises a better understanding of nonisotropic geophysical fields. A classification based on the texture characteristics of the surface of volcanoes is presently being investigated to better characterize the universal multifractal and anisotropic properties of surfaces found on a volcano [*Lafferrière*, 1999].

### **Acknowledgments**

We thank S. Lovejoy for very fruitful discussions and critical comments of the paper. We also acknowledge J. D. Stanway, S. Pecknold, Y. Tessier, and N. Desaulnier-Soucy for technical assistance. We finally thank J. Dvorak and B. C. Bruno for instructive comments. This work has been funded by the National Sciences and Engineering Research Council of Canada and the Fonds pour la Formation de Chercheurs et d'Aide à la Recherche grants.

## References

- Bak, P., C. Tang, and K. Weiessenfeld**, Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise, *Phys. Rev. Lett.*, *59*, 381-384, 1987.
- Bruno, B. C., and G. J. Taylor**, Morphological identification of Venusian lavas, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 14, 1897-1900, 1995.
- Bruno, B. C., G. J. Taylor, S. K. Rowland, and S.M. Baloga**, Quantifying the effect of rheology on lava-flow margins using fractal geometry, *Bull. Volcanol.*, *56*, 193-206, 1994.
- Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) and SPOT image**, *Guide des Utilisateurs de Données SPOT*, Toulouse, France, 1986.
- Crisp, J.A., and S.M. Baloga**, A model for lava flows with two thermal components, *J. Geophys. Res.*, *95*, 1255-1270, 1990.
- Dubois, J., and J.L. Cheminée**, Les cycles éruptifs du Piton de la Fournaise: Analyse fractale, attracteurs, aspects déterministes, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, *164*, 3-16, 1993.
- Dragoni, M.**, Modelling the rheology and cooling of lava flows., in *Active Lavas*, edited by C.R.J. Kilburn and G. Luongo, pp. 235-261, UCL Press, London, 1993.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, and J. Stix**, Scale invariance of basaltic lava flows and their fractal dimensions, *Geophys. Res. Lett.*, *19*, 9, 785-788, 1992.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, J. Stix, and D. Schertzer**, A scaling growth model for bubbles in basaltic lava flows, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *139*, 395-409, 1996a.
- Gaonac'h, H., J. Stix, and S. Lovejoy**, Scaling effects on vesicule shape, size and heterogeneity of lavas from Mount Etna, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *74*, 131-153, 1996b.
- Gaonac'h, H., S. Lovejoy, D. Schertzer, and P.A. Tremblay**, The subsurface thermal distribution at Kilauea volcano: A multiscaling volcanic field, *Can. J. Remote Sens.*, in press, 1998.
- Hulme, G.**, The interpretation of lava flow morphology, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *39*, 361-383, 1974.

- Kilburn, C.R.J.**, Surfaces of aa flow-fields on Mount Etna, Sicily: Morphology, rheology, crystallization and scaling phenomena, in *Lava Flows and Domes*, edited by J. Fink, pp. 129-156, 1989.
- Kilburn, C.R.J., and R.M.C. Lopes**, The growth of aa lava flow fields on Mount Etna, Sicily, *J. Geophys. Res.*, 93, 14,759-14,772, 1988.
- Laferrrière A.**, Télédétection des volcans basaltiques: Étude de l'hétérogénéité des champs de radiances volcaniques et des problèmes reliés à la résolution spatiale, M.Sc. thesis, Univ. de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 1999.
- Lavallée, D., S. Lovejoy, and D. Schertzer**, On the determination of the codimension function, in *Non-Linear Variability in Geophysics: Scaling and Fractals*, edited by D. Schertzer and S. Lovejoy, pp. 99-110, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1991.
- Lavallée, D., S. Lovejoy, D. Schertzer, and P. Ladoy**, Nonlinear variability of landscape topography: Multifractal analysis and simulation, in *Fractals in Geography*, edited by L. De Cola and N. Lam, pp. 158-192, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1993.
- Levy-Vehel, J.**, Multifractal analysis of remotely sensed images, in *Fractals in Geoscience and Remote Sensing*, edited by G. Wilkinson et al., p. 88, ECSC-EC-EAEC, Brussels, 1995.
- Lovejoy, S., and D. Schertzer**, Our multifractal atmosphere: A unique laboratory for nonlinear dynamics, *Phys. Can.*, 46, 62-71, 1990.
- Lovejoy, S., and D. Schertzer**, How bright is the coast of Brittany?, in *Fractals in Geoscience and Remote Sensing*, edited by G. Wilkinson et al., pp. 102-151, ECSC-EC-EAEC, Brussels, 1995.
- Lovejoy, S., D. Schertzer, Y. Tessier, and M.R. Claereboudt**, Multifractals and resolution independent remote sensing algorithms: The example of ocean colour, *Int. J. Remote Sens.*, in press, 1998.
- Pecknold, S., S. Lovejoy, D. Schertzer, and C. Hooge**, Multifractals and resolution dependence of remotely sensed data: GSI and GIS, in *Scale in Remote Sensing and GIS*, edited by D.A. Quattrochi and M.F. Goodchild, pp. 361-394, CRC Press, Boca Raton, Fla., 1997.

- Pieri, D.C., and S.M. Baloga**, Eruption rate, area and length relationships for some Hawaiian lava flows, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 30, 29-45, 1986.
- Rees, W.G.**, Characterization of imaging of fractal topography, in *Fractals in Geoscience and Remote Sensing*, edited by G.G. Wilkinson et al., pp. 298-324 ECSC-EC-EAEC, Brussels, 1995.
- Rowland, S.K., and G.P.L. Walker**, Pahoehoe and aa in Hawaii: Volumetric flow rate controls the lava structure, *Bull. Volcanol.*, 52, 615-628, 1990.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, Elliptical turbulence in the atmosphere, paper presented at Fourth Symposium on Turbulent Shear Flows, Karlsruhe, Germany, 1983.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling of multiplicative processes, *J. Geophys. Res.*, 92, 9693-9714, 1987.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy (Eds)**, *Non-Linear Variability in Geophysics: Scaling and Fractals*, 318 pp., Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1991.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, Hard and soft multifractal processes, *Physica A*, 185, 187-194, 1992.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, Multifractal generation of self-organized criticality, in *Fractals in the Natural and Applied Sciences*, edited by M.M. Novak, pp. 325-339, Elsevier, New York, 1994.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, Standard and advanced multifractal techniques in remote sensing, in *Fractals in Geosciences and Remote Sensing*, edited by G. Wilkinson et al., pp. 11-40, ECSC-EC-EAEC, Brussels, 1995.
- Schertzer, D., S. Lovejoy, F. Schmitt, Y. Chigirinskaya, D. Marsan**, Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency, *Fractals*, 5, 427-471, 1997.
- Schmitt, F., D. Schertzer, S. Lovejoy, and P. Marchal**, Multifractal analysis of satellite images: Towards an automatic segmentation, paper presented at Meeting on Fractals in Engineering, Arcachon, France, 1997.
- Skaley, J.E.**, Photooptical techniques of image enhancement, in *Remote Sensing in Geology*, edited by B.S. Siegal and A. R. Gillespie, pp. 119-138, 1985.
- Swain, P.H., and S.M. Davis**, *Remote sensing: The Quantitative Approach*, McGraw-Hill, New York, 1978.

- Turcotte, D. L.**, Fractal in geology and geophysics, *Pure Appl. Geophys.*, 131, (1/2), 171-196, 1989.
- Wadge, G.**, Effusion rate and the shape of aa lava flow-fields on Mount Etna, *Geology*, 6, 503-506, 1978.
- Wadge, G., and P.A.V. Young and I.J. McKendrick**, Mapping lava flow hazards using computer simulation, *J. Geophys. Res.*, 99, 489-504, 1994.
- Walker, G.P.L.**, Lengths of lava flows, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser A*, 274, 107-118, 1973.

## Chapitre 6: Caractérisation anisotrope et multifractale des textures

### **6.1 Énoncé du problème**

Les analyses statistiques effectuées précédemment l'ont été sur les champs de luminance des images satellites SPOT incluant des “sous-unités” ou classes variées comme les champs de coulées de lave, les ombrages de la topographie et la végétation. Ces différentes classes possèdent des valeurs de luminance semblables et souvent indiscernables lorsque les pixels des sous-unités sont comparés les uns par rapport aux autres. Cependant il est possible de constater des différences dans les textures reflétées par les distinctions entre un pixel et ses voisins.. Nous avons cherché à caractériser les différentes textures à l'aide des paramètres statistiques invariants d'échelle pour, en particulier, repérer des indices d'anisotropie dans certaines régions de chaque image.

### **6.2 Survol de différentes méthodes de segmentation d'images télédétectées**

6.2.1 La segmentation à l'aide d'algorithmes d'extraction des caractéristiques spatiales des textures.

Différentes méthodes de segmentation à l'aide d'algorithmes d'extraction des caractéristiques spatiales des textures ont été proposées pour différencier les classes contenues dans les images télédétectées. Une de ces méthodes est la segmentation par comparaison statistique développé par Hsu (1978). Elle se base sur différentes mesures

statistiques spatiales appliquées sur une fenêtre spécifique comme la moyenne, la déviation standard et d'autres mesures statistiques.

Une autre méthode de segmentation à l'aide d'algorithmes statistiques est la méthode d'analyse des matrices de co-occurrences des tons de gris proposé par Gong et al. (1992). La segmentation à l'aide des matrices de co-occurrence se base principalement sur trois mesures: le second moment angulaire, le contraste et la corrélation entre les pixels. Les mesures sont faites généralement sur des fenêtres de trois à sept pixels de côté.

Wang et He (1990) propose de leur coté une segmentation basée sur la comparaison de spectres de textures. Des mesures logiques de relation (moins que, égal à, plus grand que) entre les pixels voisins d'une fenêtre de grandeur donnée sont accumulées dans un spectre d'unité logique. La comparaison des spectres pour différentes textures permet de définir plusieurs mesures de textures comme la symétrie du noir et blanc, la symétrie géométrique et le degré de direction.

La segmentation des images à l'aide de différents algorithmes d'extraction des caractéristiques spatiales offre un taux de réussite légèrement au-dessus de 50%. C'est la méthode de segmentation à l'aide des matrices de co-occurrences qui offre le meilleur taux de réussite. Les erreurs les plus fréquentes se retrouvent au niveau des textures possédant des hautes fréquences spatiales (textures granuleuses, forêt, etc.). Par contre les textures qui ont un patron linéaire (tissu, brique, etc.) sont bien reconnues par la méthode des matrices de co-occurrences. Une grande lacune de ces algorithmes est qu'ils ne font pas de liens entre l'évolution des textures d'une échelle à une autre. Or, la notion de texture est directement reliée à l'échelle (évolution de la texture selon l'échelle).

### 6.2.2 La segmentation par analyses fractales simples

Une des méthodes d'analyse fractale simple utilisée, pour la segmentation d'images télédéteectées est la méthode du variogramme. De Jong (1995) utilise le variogramme pour mesurer les caractéristiques fractales des différentes classes contenues dans les images télédéteectées. Les différentes textures sont caractérisées par des fonctions de variance statistique sur un segment linéaire (fonction à une dimension) de l'image. La dimension fractale est estimée à partir de la pente calculé par régression linéaire. On observe une variabilité importante dans les dimensions fractales résultants des analyses d'un même échantillons de texture. Ceci n'est pas étonnant puisque comme mentionné au chapitre 4, un champ contient de nombreux ensembles géométriques et peut donc être caractérisé par une hiérarchie de dimensions fractales.

De son côté, Rees (1995) applique une méthode similaire au variogramme de De Jong sur des segments linéaires d'un champ topographique préalablement estimés à partir de l'intensité d'images télédéteectées (luminance). Rees considère que, pour une surface possédant une FDRB (fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle) très uniforme (exemple: neige), le champ de luminance est directement proportionnel au gradient du champ topographique. L'analyse fractale à l'aide du variogramme est ensuite utilisée pour caractériser le champ topographique obtenu des images télédéteectées. Les conclusions de l'étude de Rees sont que la topographie peut être décrite par le mouvement fractal brownien et que la dimension fractale déterminée est caractéristique du type de surface.

Fioravanti (1995) et De Jong (1995) proposent une caractérisation fractale de la surface 3D de l'image (degré de rugosité). Cette caractérisation se fait par le calcul de la

dimension fractale de la surface d'une fenêtre de 8 pixels de côté pour différentes résolutions. Les dimensions fractale trouvées pour les différentes textures sont ensuite comparées dans le but de les distinguer. Les ensembles résultants pour les différentes textures se chevauche ce qui rend la segmentation imprécise. Cette méthode ne prend en considération que l'aspect monofractal de l'image et représente une simplification de ce qu'est un champ. En fait, mieux vaut de considérer la valeur (intensité) à chaque pixel car elle dépendent de la résolution spatiale.

### 6.2.3 La segmentation par analyses multifractales

Lévy-Véhel (1995) développe un model de segmentation à l'aide d'analyses multifractales. Le modèle est basé sur la détection de tendances linéaires dans le patron des intensités de luminances pour différentes singularités (intensités) et le calcul des exposants multifractals des paramètres statistiques (max, min, somme,...) de la distribution des intensités d'une région donnée. L'utilisation de petites fenêtres ou matrices pour garder la validité des paramètres Max et Min (l'exposant multifractal alpha utilisé tend rapidement vers zéro avec l'augmentation de la dimension des fenêtres) limite le modèle à la détection de forts contrastes entre les pixels et donc à la détection des linéaments de l'images. Les résultats de segmentation de la méthode de Lévy-Vehel sont comparables ou inférieurs aux méthodes de segmentation à l'aide d'algorithmes statistiques d'extraction des caractéristiques spatiales.

Une autre méthode de segmentation d'images à l'aide d'analyses multifractales est celle développée par Schmitt et al. (1996). Cette méthode de segmentation automatique est basée sur la théorie des multifractals universels de Lovejoy et Schertzer. Les

différentes textures analysées sont caractérisées par les paramètres multifractals universels  $\alpha$ ,  $C_1$  et  $H$  et par la valeur de l'exposant d'invariance d'échelle multifractal  $K(q)$  pour un moment  $q=0$ . La segmentation est faite à l'aide d'un degré de certitude basé sur la probabilité de retrouver un échantillon de texture analysé à l'intérieur du nuage formé par l'ensemble des textures de l'image dans un graphique ternaire formé par les paramètres  $C_1$ ,  $H$  et  $K(0)$ .  $\alpha$  n'est pas utilisé pour la segmentation car les différences entre les textures pour ce paramètre sont trop faibles. Les résultats de la segmentation sont très bonne dans le cas des textures de nuage et de zone urbaine (villes ou villages) (pourcentage de réussite supérieur à 90%), moyens pour les zones agricoles et la forêt (environ 60% de réussite) et faible (moins de 50%) pour les montagnes et les glaciers.

De toutes les méthodes de segmentation d'images télédéetectées décrites dans cette section, celle de Schmitt et al. (1996) basée sur la théorie des multifractals universels donne les meilleurs résultats. Ces résultats mettent en évidence la caractère multifractal des différentes textures contenues dans certaines images télédéetectées. La segmentation par des analyses fractales simples de Fioravanti, De Jong et Rees est limitée car ces méthodes n'exploitent pas le caractère multifractal du champ de luminance de certaines classes contenues dans les images. Les analyses fractales simples considèrent les images comme des ensembles et non comme des champs. Dans notre étude, un nouvel aspect de l'invariance d'échelle sera appliqué à des photographies aériennes de champs volcaniques : celui de l'anisotropie des champs de luminance visible réfléchie.

### 6.3 L'invariance d'échelle généralisée (*G.S.I.*)

Pour différencier les différentes textures contenues dans les photographies aériennes des volcans Arenal et Etna, nous appliquerons une méthode d'analyse qui étudie l'invariance d'échelle généralisée ou *G.S.I.* (generalized scale invariance) des champs de luminance des images télédéteectées. Le *G.S.I.* a été développé par Schertzer et Lovejoy (1985b, 1989b, 1996) et appliqué par Pflug et al. (1993), Pecknold et al. (1996) et Lewis et al. (1998). Il est basé sur l'invariance d'échelle (comme le *D.T.M.* pour les multifractals universels), mais se généralise pour tout champ isotrope ou anisotrope. Le *G.S.I.* est une méthode d'analyse qui s'applique bien à nos textures car ce sont des champs généralement anisotropes. La transformation en espace de Fourier 2D des textures sélectionnées dans les photographies aériennes montre la nature anisotrope de ces textures. Une application de la méthode du *D.T.M.* sur les échantillons de texture sera effectuée pour avoir la possibilité de différencier les textures plus efficacement à l'aide d'un nombre plus important de paramètres (combinaison des résultats du *G.S.I.* et du *D.T.M.* pour distinguer les différentes textures). Les résultats présentés dans ce chapitre font partis d'une étude préliminaire sur la possibilité de distinguer différentes textures simples contenues dans des photographies aériennes à l'aide des méthodes du *G.S.I.* et du *D.T.M.*

Schertzer et Lovejoy font la description détaillée du principe de l'invariance d'échelle généralisé (*G.S.I.*) dans l'article de Schertzer et Lovejoy (1985) ainsi que les notes du cours: Multifractals et Dépendance sur la Résolution en Télédétection et dans les Systèmes d'Information Géographique, Schertzer et Lovejoy (1996). Nous discuterons,

ici, des principes de base et des paramètres que nous utiliserons pour distinguer les différentes textures contenues dans les photographies aériennes étudiées.

Les méthodes d'analyse utilisées précédemment dans cette étude (comptage de boîtes, *D.T.M.*) considèrent l'invariance d'échelle sous des conditions isotropes. L'invariance d'échelle généralisée prend en considération autant les transformations isotropes entre les échelles que les transformations anisotropes. Pour un champ isotrope, la position relative des éléments du champ ne suit aucune orientation préférentielle suite aux transformations entre les différentes échelles. Pour des champs anisotropes, ces transformations peuvent inclure différents mouvements de translation et de rotation entre les éléments. Le *G.S.I.* est défini à l'aide de trois éléments de base.

Le premier élément est la balle unité (ou échelle unité)  $B_1$ . La balle unité définit tous les vecteurs unité de la transformation d'invariance d'échelle. Une balle unité isotrope possède des vecteurs de transformation de longueur identique. On nomme l'échelle unité isotrope d'un champ, la sphéro-échelle. Par définition, les champs isotropes possèdent tous une échelle unité et les vecteurs de transformation entre les échelles sont tous identiques. Pour beaucoup de champs anisotropes, les transformations d'invariance d'échelle passent par une balle unité isotrope (il est à noter qu'il y a des évidences directes de la présence d'une sphéro-échelle dans les images satellites de nuages (Lovejoy et Schertzer, 1996; Pecknold et al., 1997)). Certains champs anisotropes possédant des transformations complexes entre les échelles peuvent ne pas être définis par une sphéro-échelle. Dans cette étude, nous assumerons la présence d'une sphéro-échelle dans les champs observés pour simplifier les analyses.

Le deuxième élément de base du *G.S.I.* est l'opérateur de changement d'échelle  $T_1$ . L'opérateur de changement d'échelle est la fonction qui relie les propriétés statistiques

du champ d'une échelle d'observation à l'autre.  $T_\lambda$  n'est relié à aucune grandeur caractéristique, il implique seulement les rapports d'échelles  $\lambda$ . L'opérateur  $T_\lambda$  transforme les vecteurs par le rapport d'échelle  $\lambda$  à l'aide d'un générateur:

$$T_\lambda = \lambda^{-G} \quad 6.1$$

L'utilisation du signe négatif correspond à une transformation de réduction vers les petites échelles. Le générateur  $G$  est généralement représenté par une matrice (voir section suivante). Pour une réduction isotrope, l'opérateur de changement d'échelle  $T_\lambda$

est défini par  $T_\lambda = \lambda^{-1} I$  où  $I$  représente la matrice identité  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Le troisième élément de base est la mesure de l'échelle  $\phi$ . Pour un cas isotrope dans un espace de dimension  $d$ , la mesure de l'échelle est prise comme la puissance  $1/d$  de l'intérieur des contours de l'échelle et satisfait les équations:

$$\phi(B_1) = 1 \quad 6.2$$

et

$$\phi(B_\lambda) = \lambda^{-1} \quad 6.3$$

Pour le cas anisotrope, la définition de la mesure de l'échelle,  $\phi_{el}$ , prend en considération la dimension elliptique,  $d_{el}$ , définie dans Schertzer et Lovejoy (1985).  $\phi_{el}$  satisfait l'équation:

$$\phi_{el}(B_\lambda) = \lambda^{-1} \quad 6.4$$

Une démonstration en détail de cette mesure d'échelle est retrouvée dans Schertzer et Lovejoy (1985).

Les transformations entre les échelles peuvent être linéaires ou non linéaires. Pour un *G.S.I.* linéaire, le générateur  $G$  qui contrôle les transformations entre les échelles est généralement représenté par une matrice  $n$  par  $n$  où  $n$  est la dimension du champ étudié.

Le générateur  $G$  est défini par:

$$G = dI + eI + fJ + cK \quad 6.5$$

où

$I$  est la matrice identité  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;

$$I = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad 6.6$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad 6.7$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad 6.8$$

Dans le cas d'un *G.S.I.* linéaire en deux dimensions,  $G$  est représenté par une combinaison linéaire des quatre matrices précédentes et est défini par:

$$G = \begin{pmatrix} d + c & f - e \\ f + e & d - c \end{pmatrix} \quad 6.9$$

Les paramètres  $e$ ,  $f$  et  $c$  sont des nombres réels et servent à caractériser le générateur de la transformation entre les échelles. Ces paramètres sont reliés par l'équation:

$$a^2 = c^2 + f^2 - e^2 \quad 6.10$$

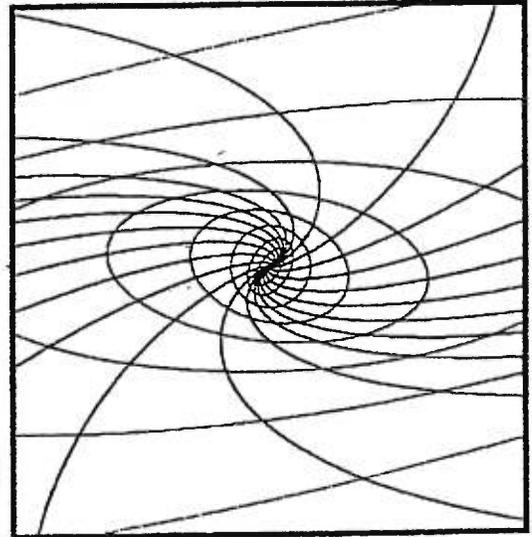
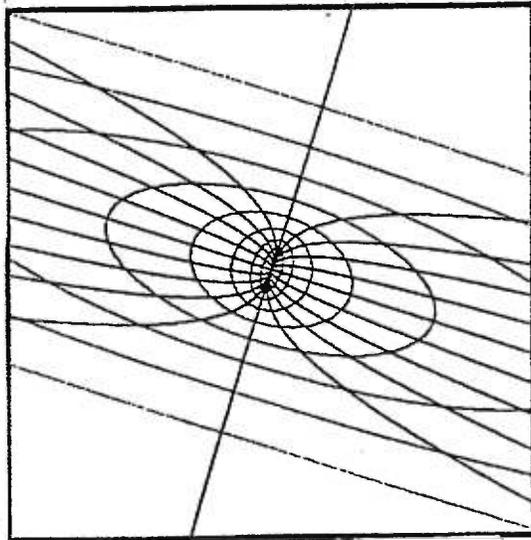
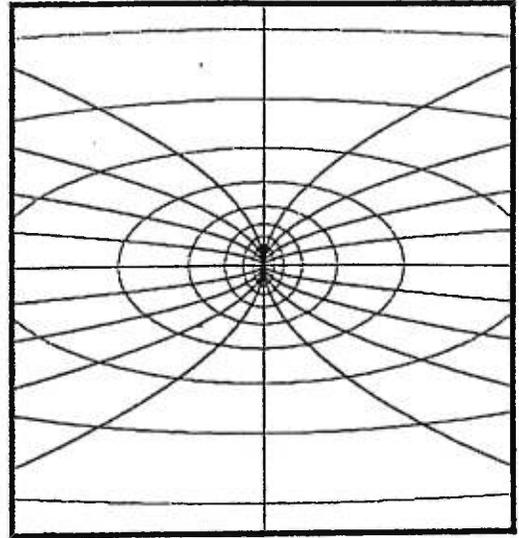
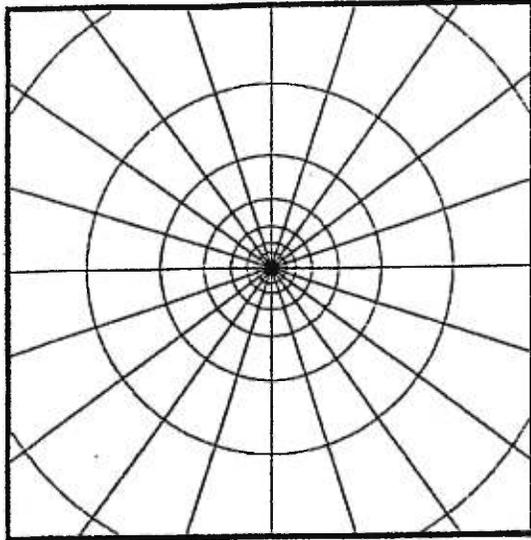
La valeur du paramètre  $a^2$  définit l'importance relative des mouvements de rotation par rapport aux mouvements de stratification dans la transformation des vecteurs d'une échelle à l'autre.

Dans le premier cas,  $a^2 > 0$ , la transformation des vecteurs est dominée par de la stratification entre les échelles. C'est un cas où l'invariance d'échelle est dite *auto-affine* mais selon des axes non-orthogonaux. Le second cas s'applique lorsque  $a^2 < 0$ . L'invariance d'échelle est dominée par un mouvement de rotation ce qui implique que les axes tournent en fonction de l'échelle. La figure 6.1 montre les différents types d'invariance d'échelle.

Dans le cas où le générateur de transformation entre les échelles  $G$  est non linéaire,  $\lambda^{-G}$  doit être défini par des équations différentielles. Dans cette étude, seul le *G.S.I.* linéaire sera considéré. Les analyses *G.S.I.* sont faites après transformation des images en espace de Fourier. Étant donné que nous ne sommes pas intéressés à la position absolue des structures étudiées sur les images analysées mais à l'orientation statistique des structures à différentes échelles, les images en espace Fourier 2D sont une façon efficace de présenter l'orientation relative des différentes structures. Les paramètres définis précédemment, caractérisant l'opérateur de changement d'échelle  $T_\lambda$  à l'aide du générateur de transformation entre les échelles sont déterminés par l'analyse des contours de fréquence spatiale  $k$  constante en espace Fourier 2D de l'image analysée. Ces contours sont définis par:

$$P(k) = \langle |F(k)|^2 \rangle \quad 6.11$$

Figure 6.1: Exemples de différents types d'anisotropie différentielle en espace de Fourier. Le cas isotropique (haut et gauche), le cas auto-affine (haut et droite), le cas de stratification exclusivement, cas auto-affine où les axes ne sont pas orthogonaux ( $a^2 > 0$ ) (bas et gauche) et le cas de la dominance de la rotation, changement d'orientation des axes d'échelle en échelle ( $a^2 < 0$ ) (bas et droite). (d'après Lewis et al., 1998).



où  $F(k)$  est la transformée de Fourier des fréquences spatiales  $k$  du champ de luminance de l'image (voir chapitre 4). Pour obtenir l'analogie en espace de Fourier de l'opérateur de changement d'échelle en espace réel, il faut définir:

$$\tilde{T}_\lambda = \lambda^{\tilde{G}} \quad 6.12$$

$$\text{où } \tilde{G} = G^T = \begin{pmatrix} d+c & f+e \\ f-e & d-c \end{pmatrix} \quad 6.13$$

( $G^T$  est la matrice transposée de  $G$ ). Les contours (e. g., cercles quand isotropes et ellipses quand auto-affine) d'un espace Fourier isotrope sont définis par:

$$s = \beta - 1 + d_{el} \quad 6.14$$

où,  $\beta$  est l'exposant spectral invariant d'échelle et  $d_{el}$  est la dimension de l'espace habituelle ( $d_{el} = 2d = \text{Trace de } G$ , voir Schertzer et Lovejoy, 1996).

Dans un espace de Fourier anisotrope, la relation entre les contours de différents  $k$  suite à un changement d'échelle  $\lambda$  est contrôlée par l'opérateur de changement d'échelle  $\tilde{T}_\lambda$  où:

$$P(\tilde{T}_\lambda K) = \lambda^{-s} P(k) \quad 6.15$$

et

$$s = 2H + d_A \quad 6.16$$

où  $H$  est l'exposant invariant d'échelle du second moment statistique ( $K(2)$ ) et  $d_{el}$  est la dimension de l'espace anisotrope.  $\beta$  n'est pas utilisé directement car son estimation suppose que l'image est isotrope. Pour une démonstration complète du G.S.I. en espace Fourier, se référer à Schertzer et Lovejoy (1996).

#### 6.4 Les données télédéteçtées utilisées dans les analyses

Les images utilisées dans les analyses *G.S.I.* et de *D.T.M.* de ce chapitre sont les photographies aériennes du flanc sud du Mont Etna (figure 6.2) et du volcan Arenal au Costa Rica (figure 6.3). Les photographies aériennes sont utilisées dans les analyses de différenciation des textures car elles possèdent plusieurs avantages comparativement aux images satellitaires de SPOT. (1) Les photographies aériennes représentent les éléments de l'image (ex.: lave, forêt) avec plus de détails que les images SPOT (résolution spatiale de 3 m par rapport à 10 m pour SPOT). Étant donné que l'étendue spatiale de certains éléments de l'image est limitée, l'utilisation des photographies aériennes permet de sélectionner des sous-images de dimension supérieure (une dimension de 128 par 128 pixels pour la photo égale à 42 par 42 pixels pour l'image SPOT). (2) les photographies aériennes offrent une meilleure étendue des valeurs de gris que les images SPOT. Cet avantage est important dans les études d'invariance d'échelle sur les textures des champs de luminance car il permet une définition spectrale supérieure des éléments étudiés.

Les différents types de texture analysée dans cette étude sont les sous-unités de coulées de lave et de forêt. Ces deux sous-unités sont les seules ayant une surface suffisante pour être représentées par un nombre significatif de sous-images ou échantillons utilisés dans les analyses. Au total, quatre échantillons de forêt et cinq échantillons de coulées de lave ont été sélectionnés dans chaque photographie aérienne pour être analysés par les méthodes *G.S.I.* et *D.T.M.*

Les photographies aériennes analysées dans cette étude ont été numérisées à une résolution de 300 points par pouce à l'aide d'un numériseur commercial. Pour la photographie aérienne du Mont Etna, la dimension de l'image obtenue par numérisation

Figure 6.2: Photographie aérienne du volcan Arenal montrant la localisation des échantillons de textures utilisés dans les analyses. L'image possède une résolution spatiale de 2,9 mètres par pixel pour une dimension de 2048 par 2048 pixels.

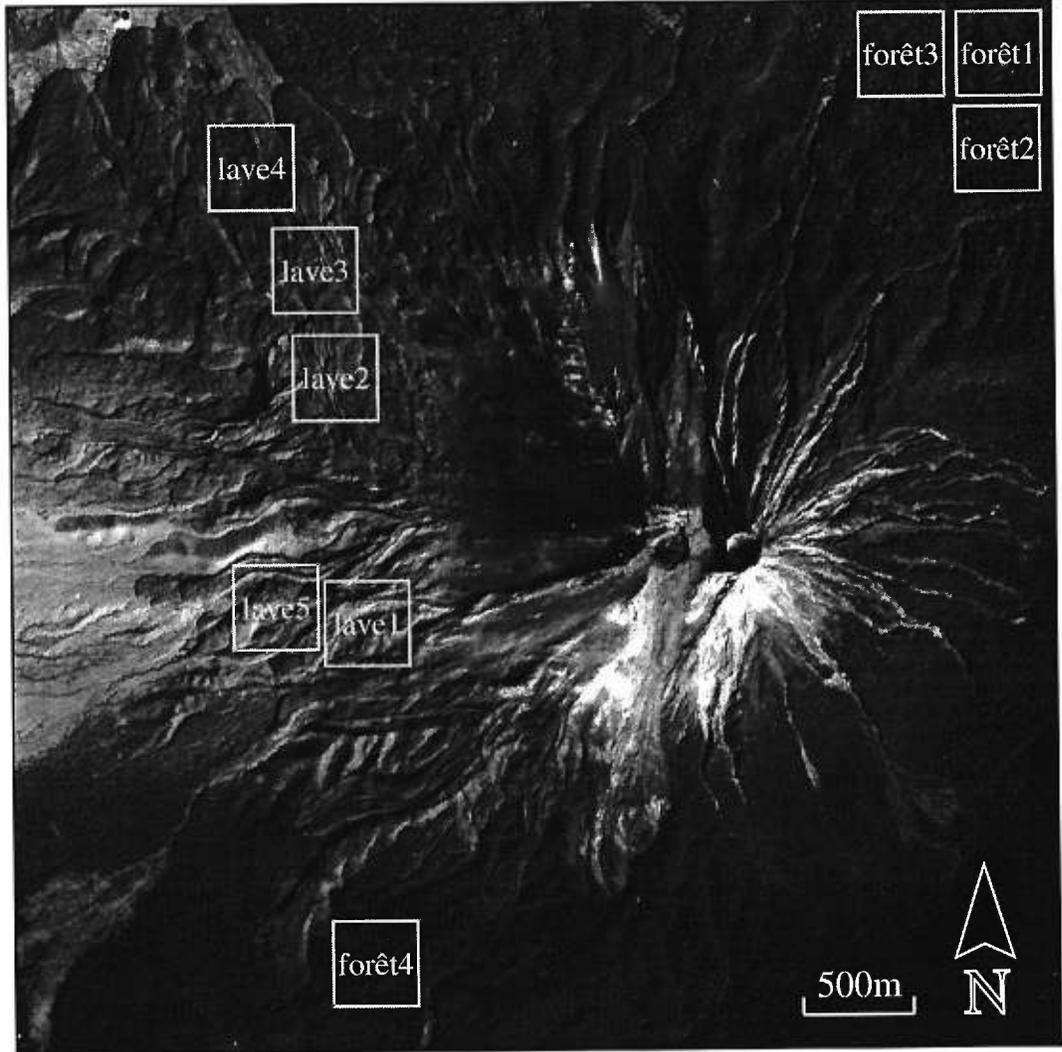
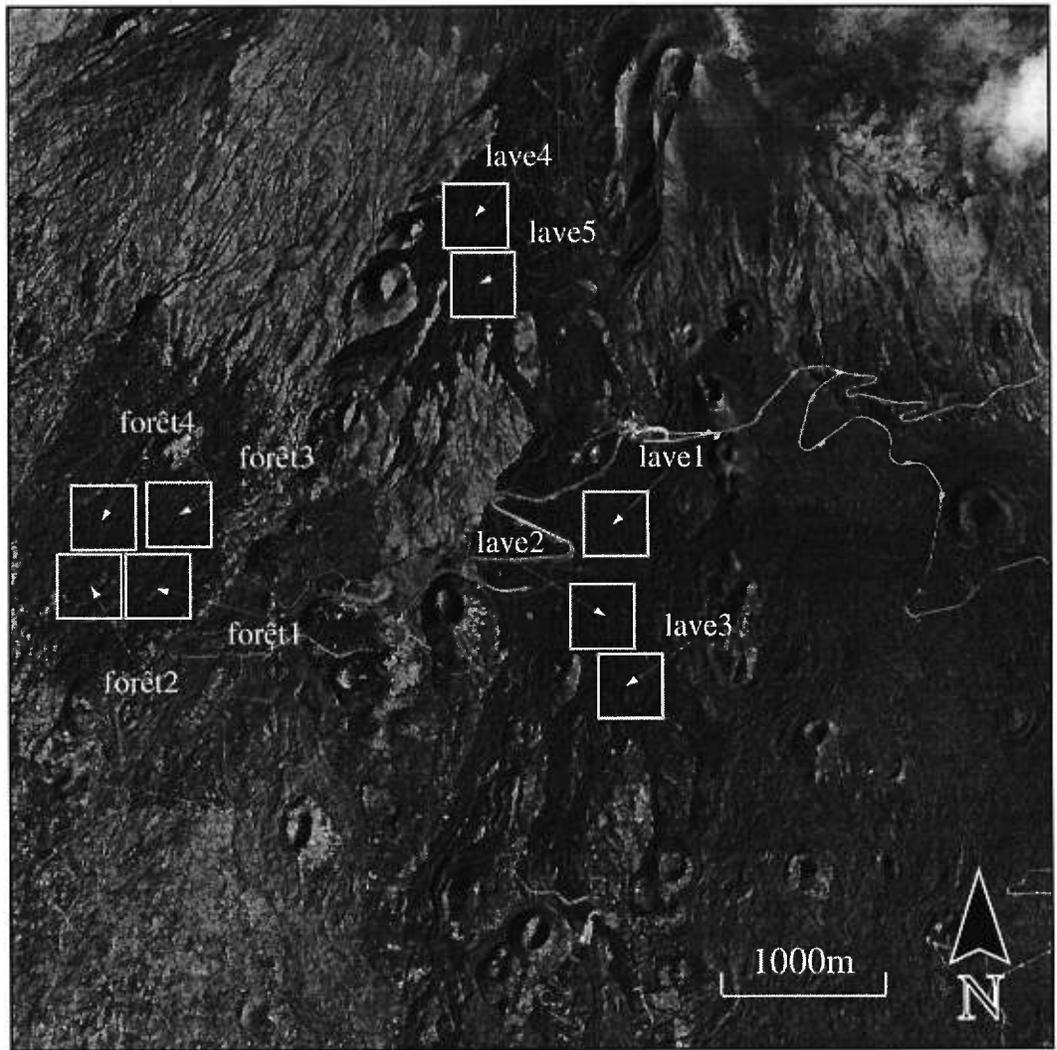


Figure 6.3: Photographie aérienne d'une partie du flanc sud du Mont Etna montrant la localisation des échantillons de texture dans l'image. L'image est d'une dimension de 2048 par 2048 pixels avec une résolution spatiale de 3,0 mètres par pixel.



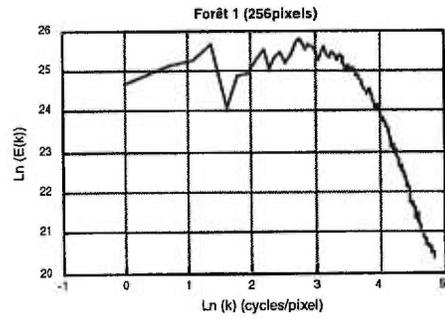
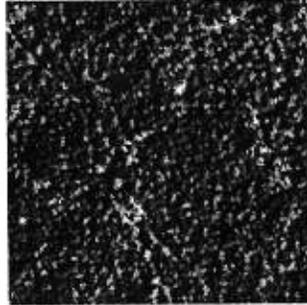
est de 2048 par 2048 pixels avec une résolution spatiale au sol d'approximativement 3 mètres. Pour la photographie du volcan Arenal, l'image numérisée possède une résolution spatiale de 2.9 mètre pour une dimension de 2048 par 2048 pixels.

Si l'on retourne aux analyses d'invariance d'échelle du chapitre 5, l'invariance d'échelle démontrée par les graphiques des spectres de densité isotropes de Fourier (figure 3, chapitre 5) montre un changement de pente ou cassure dans les valeurs les plus élevées des fréquences spatiales. Les hautes fréquences spatiales correspondent aux plus fines résolutions spatiales des images. Ce changement de pente s'observe aussi bien pour les images satellites que pour les photographies aériennes. La nature de ce changement de pente pour les plus fines résolutions peut être reliée à la qualité de la plus haute résolution d'acquisition des images. En effet, l'échelle des pixels (résolution d'acquisition) correspond à la moyenne des sous-échelles de l'image. Ce sur-échantillonnage des sous-structures peut être la cause de la cassure « artificielle » retrouvée dans l'invariance d'échelle des spectres de densité isotropes de Fourier.

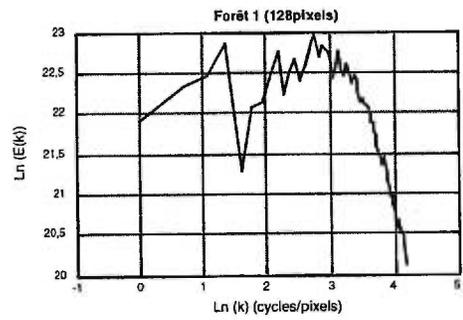
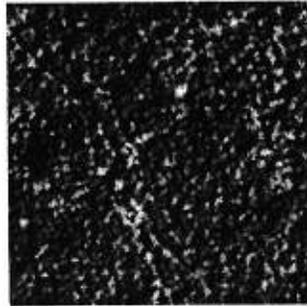
La figure 6.4 montre une unité de forêt dégradée à différentes résolutions spatiales et leur spectre de densité isotrope de Fourier associé. Le graphique de l'image 256 par 256 pixels montre le changement de pente important pour les plus hautes fréquences spatiales ( $k$  supérieur à environ 3,5). Au fur et à mesure que l'image est dégradée, on observe la disparition de la cassure de pente de l'invariance d'échelle causée par le sur-échantillonnage des sous-structures. Finalement, des sous-images d'une dimension de 64 par 64 pixels sont utilisées dans les analyses ce qui correspond à une résolution spatiale de 11.6 m et 12.0 m pour les sous-images d'Arenal et d'Etna respectivement.

Figure 6.4: Échantillon Forêt 1 de l'image du Mont Etna montré aux résolutions spatiales 3,0, 6,0 et 12,0 mètres par pixel. Chaque exemple de résolution spatiale est accompagné de son spectre de densité isotrope de Fourier.

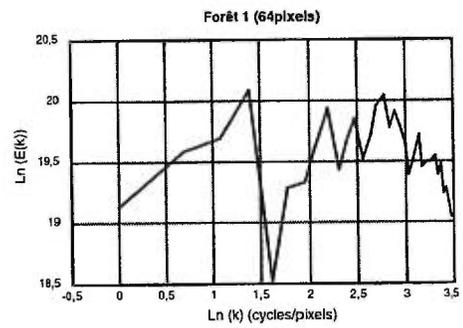
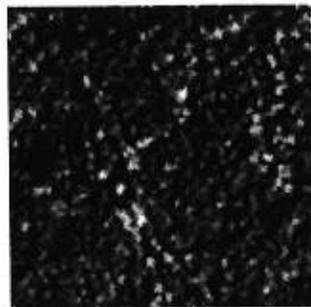
256x256 pixels



128x128 pixels



64x64 pixels



← 768m →

## 6.5 Présentation des résultats

### 6.5.1 Les analyses de Fourier et du *G.S.I.*

Les tableaux III et IV contiennent les résultats des analyses de *G.S.I.* faites sur les textures de forêt et de coulées de lave des photographies aériennes du volcan Arenal et du volcan Mont Etna.

Les images des échantillons de forêt d'Arenal en espace de Fourier 2D montrent une isotropie des petites structures et une anisotropie des grandes structures (figure 6.5). L'anisotropie est démontrée par la forme plus ou moins elliptique des basses fréquences des images en espace Fourier (vers le centre des images). Les faibles valeurs de  $a^2$  (proche de zéro) des analyses *G.S.I.* suggèrent que l'anisotropie des basses fréquences est la même d'une échelle à une autre. La valeur moyenne des exposants invariants d'échelle  $\beta$  (qui correspond aux pentes des différentes régressions linéaires) est égale à 0,62 pour une déviation standard de 0,16.

Les champs de coulées de lave du volcan Arenal en espace Fourier 2D sont fortement anisotropes (figure 6.6). La forme générale propose celle d'une ellipse plus ou moins cisailée. L'anisotropie des sous-images semble provoqué principalement par le rayonnement solaire sur la surface rocheuse du volcan. Comme dans le cas de la forêt d'Arenal, le paramètre  $a^2$  est proche de zéro ce qui signifie que les images ne possèdent pas d'anisotropie différentielle. Les exposants  $\beta$  pour les échantillons de lave possèdent une valeur moyenne de 1,35 (déviation standard de 0,17, semblable aux échantillons de forêt d'Arenal).

Les espaces Fourier 2D des échantillons de forêt du Mont Etna montrent une isotropie sauf dans le cas des grandes structures (petits  $k$ ) où l'on observe une faible

Tableau III: Résultats de l'analyse G.S.I. pour les textures du volcan Arenal

	Forêt	Lave	forêt 1	forêt 2	forêt 3	forêt 4	lave 1	lave 2	lave 3	lave 4	lave 5
s	1,6(±0,2)	2,3(±0,2)	1.85	1.68	1.50	1.50	2.58	2.19	2.22	2.26	2.49
c	-0,3(±0,2)	0,0(±0,2)	-0.13	-0.45	-0.52	-0.06	0.05	-0.26	0.18	0.01	-0.08
f	0,1(±0,1)	0,1(±0,1)	0.07	0.11	0.29	0.10	0.18	0.08	0.05	0.07	0.14
e	-0,1(±0,2)	0,0(±0,1)	0.09	-0.15	-0.59	0.12	0.18	0.01	-0.13	-0.12	0.05
a	0,2(±0,2)	0,1(±0,1)	0.11	0.43	0.08	0.00	0.06	0.27	0.13	-	0.16
a <sup>2</sup>	0,05(±0,09)	0,02(±0,04)	0.01	0.19	0.01	0.00	0.00	0.07	0.02	-0.01	0.02

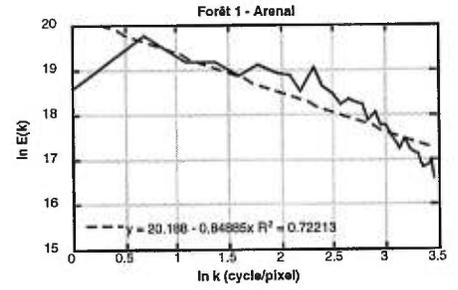
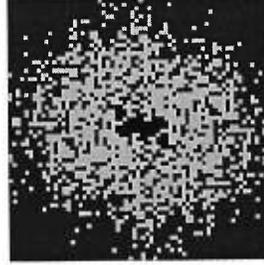
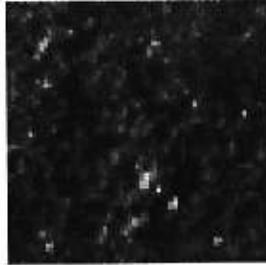
Tableau IV: Résultats de l'analyse G.S.I. pour les textures du volcan Etna

	Forêt	Lave	forêt 1	forêt 2	forêt 3	forêt 4	lave 1	lave 2	lave 3	lave 4	lave 5
s	0,9(±0,3)	1,4(±0,2)	1.00	1.11	0.61	0.91	1.33	1.43	1.52	1.38	1.14
c	0,0(±0,2)	0,1(±0,1)	0.20	-0.05	-0.17	0.06	0.11	0.16	0.21	0.17	0.10
f	-0,4(±0,2)	-0,1(±0,1)	-0.17	-0.42	-0.44	-0.53	-0.26	-0.16	-0.09	-0.11	-0.11
e	0,00(±0,10)	-0,02(±0,03)	-0.13	0.07	0.06	0.01	-0.04	-0.06	-0.01	-0.01	0.00
a	0,41(±0,15)	0,21(±0,06)	0.23	0.42	0.46	0.53	0.28	0.22	0.23	0.20	0.16
a <sup>2</sup>	0,18(±0,11)	0,05(±0,02)	0.06	0.18	0.21	0.28	0.08	0.05	0.05	0.04	0.02

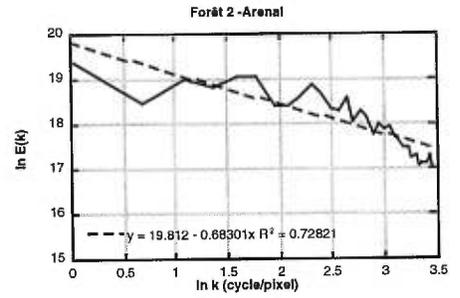
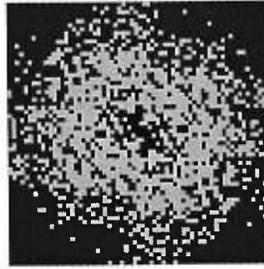
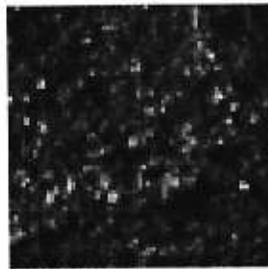
Figure 6.5: Les quatre échantillons de forêt de la photographie aérienne de Arenal avec leur image en espace de Fourier et leur spectre de densité isotrope. Les échantillons possèdent une résolution spatiale de 11,6 mètres par pixel.

# Arenal

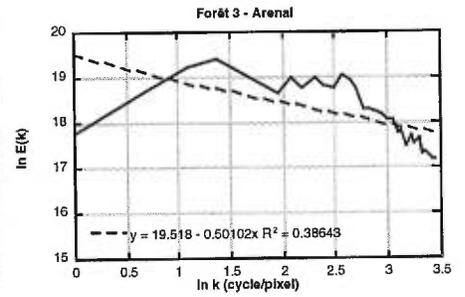
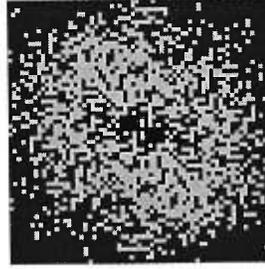
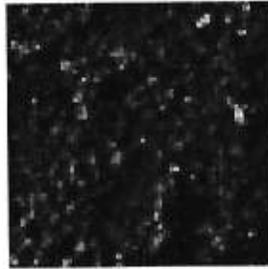
## Forêt 1



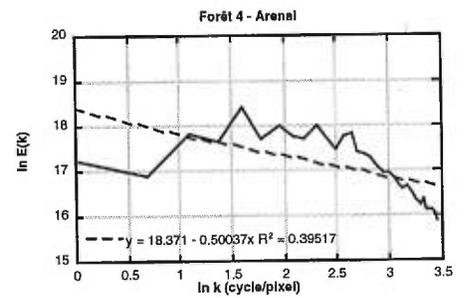
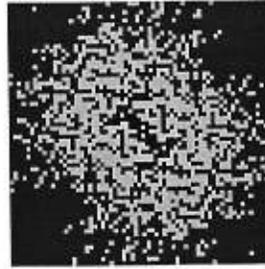
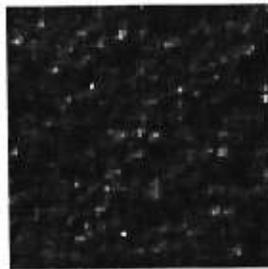
## Forêt 2



## Forêt 3



## Forêt 4

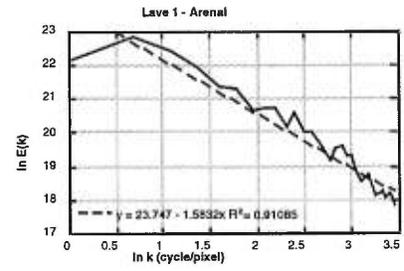
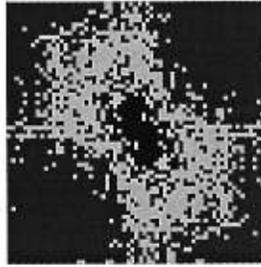


743m  
64 pixels

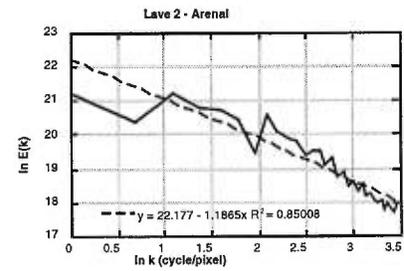
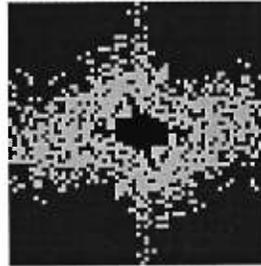
Figure 6.6: Les cinq échantillons de lave de Arenal. Les images possèdent la même résolution spatiale de 11,6 mètres par pixel. Leur image en espace de Fourier et le spectre de densité isotrope de chaque échantillons sont aussi montrés sur la figure.

# Arenal

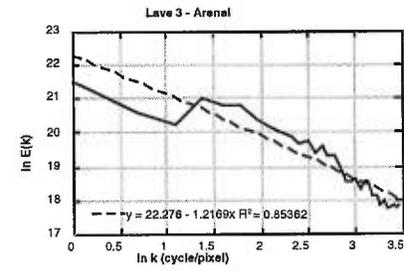
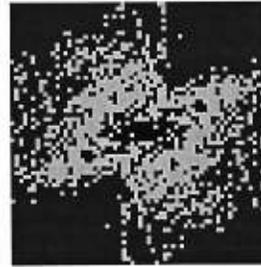
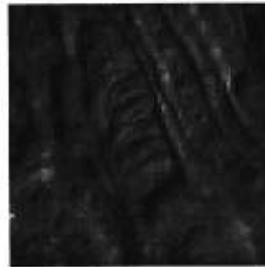
## Lave 1



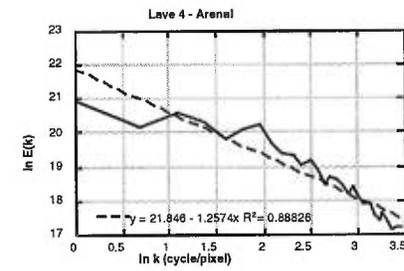
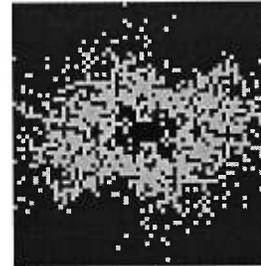
## Lave 2



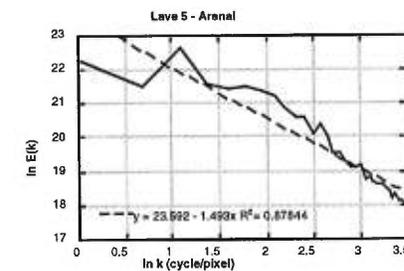
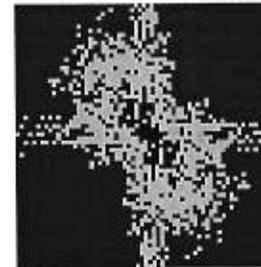
## Lave 3



## Lave 4



## Lave 5

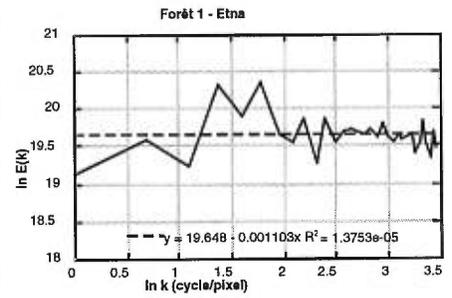
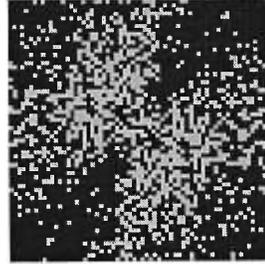


743m  
64 pixels

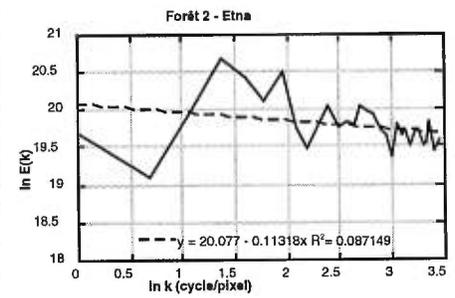
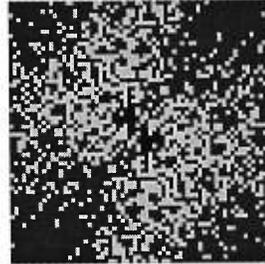
Figure 6.7: Les quatre échantillons de forêt de Etna. L'images en espace de Fourier et le spectre de densité isotrope de chaque échantillons sont montrés à droite de chaque image. Les images possèdent une résolution spatiale de 12,0 mètres par pixel.

# Mont Etna

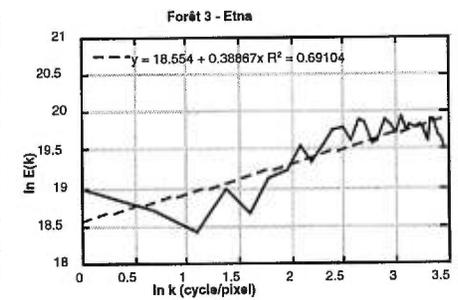
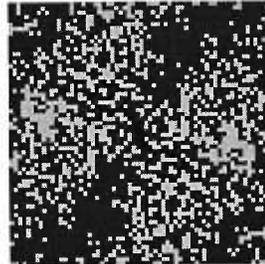
Forêt 1



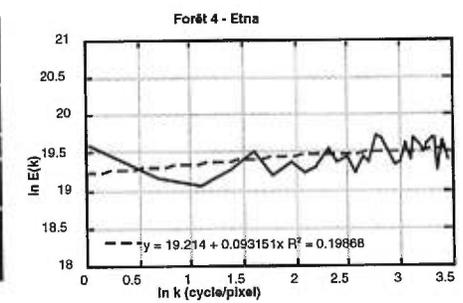
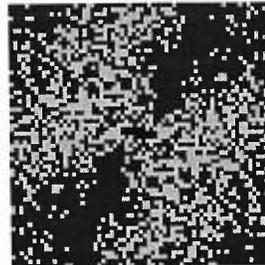
Forêt 2



Forêt 3



Forêt 4

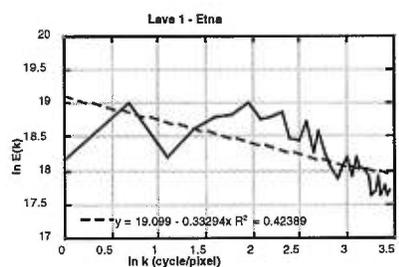
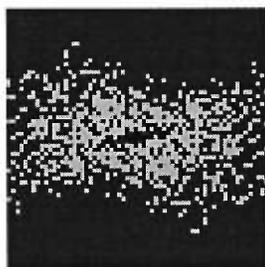


← 768m →  
64 pixels

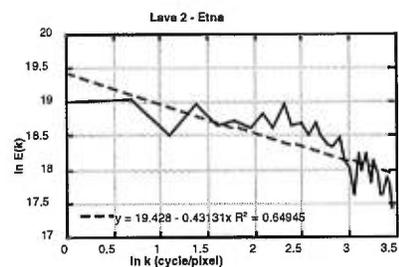
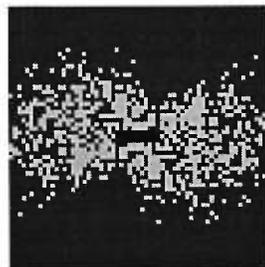
Figure 6.8: Les cinq échantillons de lave de la photographie aérienne de Etna avec leur image en espace de Fourier et leur spectre de densité isotrope. Les échantillons possèdent une résolution spatiale de 12,0 mètres par pixel.

# Mont Etna

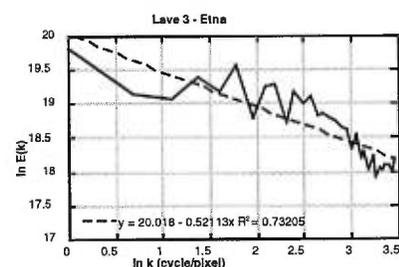
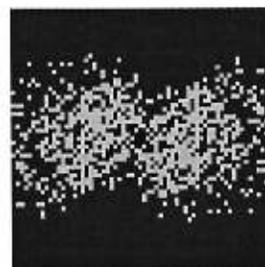
Lave 1



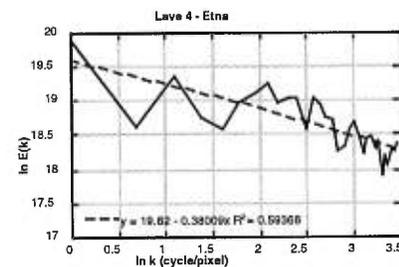
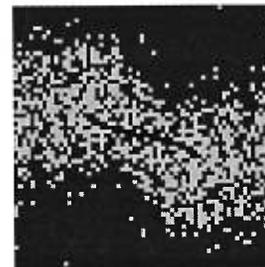
Lave 2



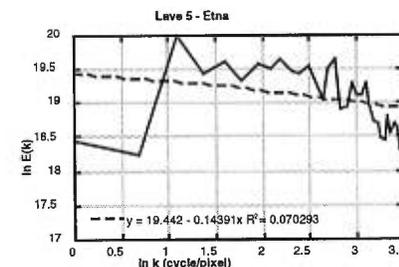
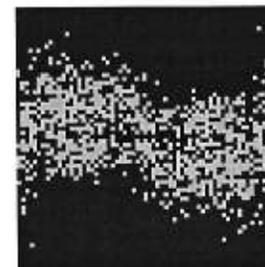
Lave 3



Lave 4



Lave 5



← 768m | 64 pixels →

anisotropie représentée par une forme elliptique. La valeur moyenne du paramètre  $\alpha^2$  de 0.18 montre une faible stratification différentielle de l'anisotropie des basses fréquences. Pour les spectres de densité des échantillons de forêt du Mont Etna, la valeur moyenne des  $\beta$  se rapproche de zéro.

Les espaces Fourier 2D des échantillons de coulées de lave de Etna sont de la même forme générale que ceux de la lave de Arenal soit une forme d'ellipse bien développée parfois cisailée montrant une anisotropie. Tout comme les textures d'Arenal, l'anisotropie de la lave d'Etna semble conservée d'une échelle à une autre ( $\alpha^2$  très faible). La valeur moyenne du paramètre  $\beta$  pour les sous-images de lave du Mont Etna est de 0.4.

Les figures 6.9 et 6.10 montrent des graphiques de comparaison entre les paramètres  $\alpha^2$  et  $s$  pour les volcans Arenal et Etna respectivement. L'appendice E contient les autres graphiques de comparaison entre les différents paramètres calculés par les analyses du *G.S.I.* pour les échantillons de lave et de forêt des volcans Arenal et Etna. De tous les graphiques de comparaison, seulement ceux qui contiennent le paramètre  $s$  (correspondant au  $\beta$ ) montrent un certain potentiel dans la différenciation des textures de forêt et de lave.

### 6.5.2 Les analyses du *double trace moment* (*D.T.M.*)

Les tableaux V et VI contiennent les résultats des analyses de *D.T.M.* faites sur les textures de forêt et de coulées de lave des photographies aériennes du volcan Arenal et du volcan Mont Etna.

Les valeurs moyennes du paramètre  $\alpha$  pour les analyses *D.T.M.* des échantillons de forêt et de lave du volcan Arenal sont de 1,66 et de 1,74 respectivement. Du côté du

Figure 6.9: Diagramme de comparaison montrant le paramètre  $s$  en fonction de  $a^2$  pour les analyses *G.S.I.* de Arenal.

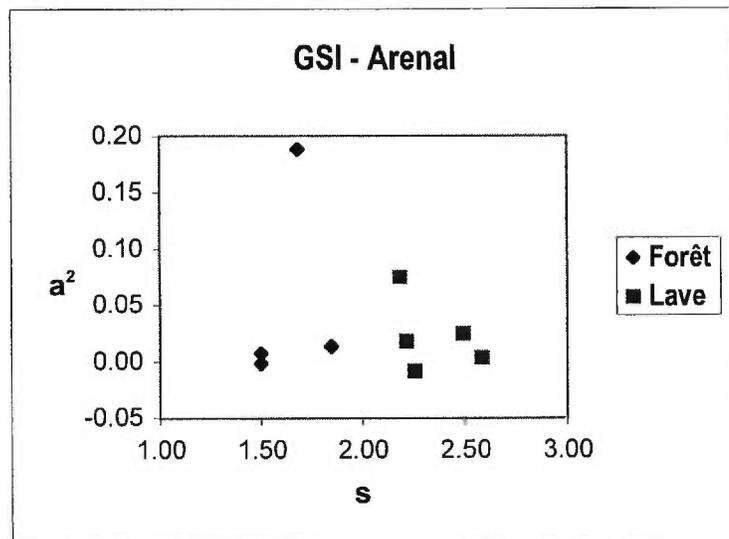


Figure 6.10: Diagramme de comparaison montrant le paramètre  $s$  en fonction de  $a^2$  pour les analyses *G.S.I.* de Etna.

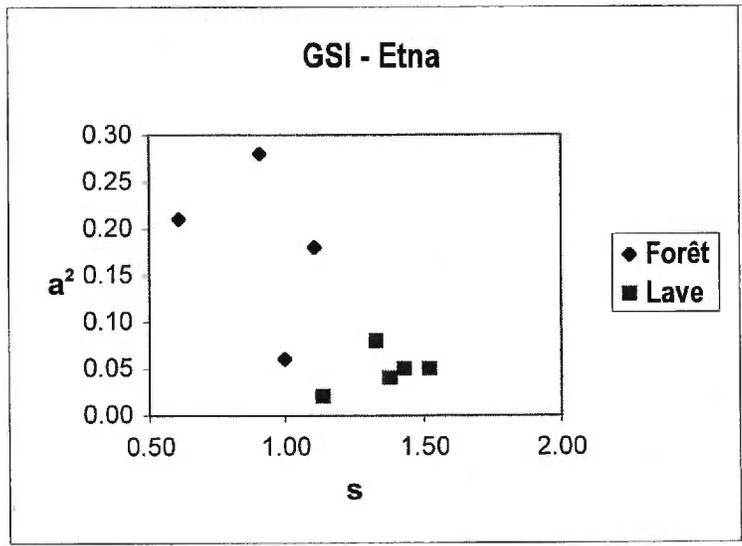


Tableau V: Résultats de l'analyse *dtm* pour les texture du volcan Arenal

	Forêt	Lave	forêt 1	forêt 2	forêt 3	forêt 4	lave 1	lave 2	lave 3	lave 4	lave 5
$\beta$	<b>0,6(±0,2)</b>	<b>1,3(±0,2)</b>	0.85	0.68	0.50	0.50	1.58	1.19	1.22	1.26	1.49
$\alpha$	<b>1,66(±0,02)</b>	<b>1,74(±0,10)</b>	1.66	1.64	1.68	1.66	1.74	1.67	1.71	1.88	1.72
$C_1$	<b>0,045(±0,003)</b>	<b>0,040(±0,0006)</b>	0.049	0.042	0.046	0.044	0.037	0.040	0.035	0.042	0.048
H	<b>-0,14(±0,09)</b>	<b>0,21(±0,10)</b>	-0.03	-0.12	-0.21	-0.21	0.33	0.13	0.14	0.17	0.29

Tableau VI: Résultats de l'analyse *dtm* pour les texture du volcan Etna

	Forêt	Lave	forêt 1	forêt 2	forêt 3	forêt 4	lave 1	lave 2	lave 3	lave 4	lave 5
$\beta$	$-0,1(\pm 0,2)$	$0,4(\pm 0,2)$	0.00	0.11	-0.39	-0.09	0.33	0.43	0.52	0.38	0.14
$\alpha$	$1,74(\pm 0,02)$	$1,75(\pm 0,04)$	1.73	1.77	1.74	1.72	1.75	1.78	1.70	1.76	1.76
$C_1$	$0,027(\pm 0,001)$	$0,039(\pm 0,005)$	0.027	0.027	0.026	0.028	0.036	0.045	0.041	0.035	0.038
H	$-0,52(\pm 0,13)$	$-0,28(\pm 0,09)$	-0.48	-0.42	-0.67	-0.52	-0.30	-0.24	-0.20	-0.28	-0.39

Mont Etna, pour le même paramètre  $\alpha$ , les valeurs moyennes sont de 1,74 et de 1,75 pour la forêt et la lave. Si l'on prend en considération les marges d'erreurs, les résultats ne montrent pas de différences significatives pour le paramètre  $\alpha$  entre les différentes textures

Le paramètre  $C_I$  donne des valeurs moyennes pour les échantillons de texture de Arenal de 0,045 et 0,040 respectivement. Les valeurs moyennes de  $C_I$  pour la forêt et la lave de Etna sont de 0,027 et de 0,039. Encore ici, les différences entre les différents résultats du paramètre  $C_I$  ne sont pas très significatives.

La valeur moyenne du paramètre  $H$  est de  $-0,14$  pour la forêt de Arenal et de  $0,21$  pour la lave de ce même volcan. Pour Mont Etna, les valeurs moyennes de  $H$  sont de  $-0,52$  et  $-0,28$  pour la forêt et la lave respectivement. Même s'il n'y a aucun chevauchement entre les valeurs de  $H$  pour la forêt et la lave, les différences entre les résultats sont pas marquées.

L'appendice F contient des graphiques de comparaison entre les différents paramètres calculés par les analyses du *D.T.M.* pour les échantillons de lave et de forêt des volcans Arenal et Etna. La comparaison des paramètres universels  $\alpha$ ,  $C_I$  et  $H$  ne permet pas de différencier les deux classes de façon significative.

## 6.6 Discussions

Les analyses d'invariance d'échelle effectuées sur les textures de lave et de forêt provenant des champs de luminance réfléchie des volcans Arenal et Mont Etna ont démontré (1) que les textures de lave sont fortement anisotropes alors que celles de la forêt sont faiblement anisotropes principalement au niveau des grandes structures

(basses fréquences spatiales), (2) que l'anisotropie pour l'ensemble des textures possède une très faible stratification différentielle (montré par  $\alpha^2 \approx 0$  mais  $> 0$ ) surtout dans le cas de la forêt de Etna et (3) que la différenciation des textures est possible seulement avec l'aide du paramètre  $\beta$ , les résultats des analyses *G.S.I.* et *D.T.M.* n'offrant aucun potentiel réel de séparation des textures.

Lorsque l'on compare les images en espace de Fourier et leurs spectres de densité d'énergie, on observe que l'anisotropie des laves semble plus prononcée que celle de la forêt. Le paramètre  $\beta$  des laves étant supérieur à celui de la forêt pour chaque volcan implique que les structures observées par les images de lave sont plus lisses que celles démontrées par les images de forêt. En effet, les structures observées par les images de forêt montrent un contraste plus faible entre les hautes et les basses fréquences spatiales représenté par un signal d'image plus atténué. L'anisotropie des images de coulées de lave semble être provoquée par le rayonnement solaire sur les structures rocheuses de la lave. De plus, l'anisotropie de la lave et de la forêt est possiblement la même mais celle de la forêt est représentée par un signal plus atténué en espace de Fourier avec des valeurs du paramètre  $\beta$  plus faibles. Donc, si les structures qui provoquent l'anisotropie sont les mêmes pour les deux classes, il est possible d'avancer l'hypothèse que le champ de luminance de la lave se retrouve comme une composante du champ de luminance de la forêt et que le signal de la forêt agit principalement en atténuant celui de la lave (tout à fait logique si l'on considère que sur un champ volcanique, la forêt repose sur d'anciennes coulées de lave). Finalement, il serait possible d'extraire statistiquement le signal du champ de lave de celui du champ de la forêt en appliquant un filtre en espace Fourier. Ce filtre consisterait en la différence entre les paramètres  $\beta$  connus de la lave et

les paramètres  $\beta$  de la forêt ( $\beta_{lave\ recherché} = \beta_{lave\ connu} - \beta_{forêt}$ ). Il faut noter que cette transformation statistique n'affecterait pas l'invariance d'échelle des champs car le signal de la forêt représente un signal de lave atténué.

Les analyses d'invariance d'échelle effectuées dans cette étude ne donne que des résultats préliminaires sur la caractérisation des textures. Les résultats sont limité par le nombre réduit de sous-images analysées. Cependant, ils révèlent de façon significative les processus physiques d'interaction entre le rayonnement du visible et les surfaces volcaniques.

Les études ultérieures sur la caractérisation des textures volcaniques porteront sur: (1) l'analyse plus systématique de textures différentes (lave aa versus pahoehoe, etc.), (2) l'étude de l'influence de la direction d'ensoleillement sur l'anisotropie en analysant des champs similaires mais suivant différents angles d'observation et (3) des expériences de filtres en espace de Fourier sur des images de végétation dans le but de d'extraire les signaux de la topographie volcanique.

## Références

- Fioravanti, S.**, 1995. *Multifractals: theory and application to image texture recognition*.  
edited in *Fractals in geosciences and remote sensing* by G. Wilkinson, I.  
Kanellopoulos, J. Mégier, ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels, pp.152-175.
- Gong, P., D.J. Marceau et P.J. Howarth**, 1992. *A comparaison of spatial feature extraction algorithms for land-use classification with SPOT HRV data*. *Remote Sensing of the Environment*, 40; 137-151.
- Hsu, S.**, 1978. *Texture-tone analysis for automated land-use mapping*. *Photogramm. Eng. Remote Sensing*, 44; 1393-1404.
- De Jong, S.**, 1995. *Mapping spatial variability in lanscapes: an example using fractal dimensions*. edited in *Fractals in geosciences and remote sensing* by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels, pp.176-210.
- Levy-Vehel, J.**, 1995. *Multifractal analysis of remotely sensed images*, in *Fractals in geoscience and remote sensing*, edited by Wilkinson, G., Kanellopoulos, I., Mégier, J., pp. 88., ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels.
- Lewis, G., S. Lovejoy, D. Schertzer et S.Pecknold**, 1998. *The Scale Invariant Generetor Technique for parameter estimated in Generalised Scale Invariance*. *Computers in gophysics*, (in press).
- Lovejoy, S., D. Schertzer, et A.A. Tsonis**, 1987. *Functional box counting and multiple elliptical dimensions in rain*. *Science*, 235; 1036-1038.
- Lovejoy, S., Schertzer, D.**, 1995. *How bright is the coast of Brittany?*, in *Fractals in geoscience and remote sensing*, edited by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, pp. 102-151., ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels.

- Pecknold, S., S. Lovejoy, D. Schertzer, and C. Hooge**, 1997. Multifractals and resolution dependence of remotely sensed data: GSI and GIS, in *Scale in Remote Sensing and GIS*, edited by D.A Quattrochi and M.F. Goodchild, CRC Press, Boca Raton, Fla. pp. 361-394.
- Pflug, L., S. Lovejoy, et D. Schertzer**, 1993. *Differential rotation and cloud texture : analysis using generalized scale invariance*. Journal of Atmospheric Science, 50; 538-553.
- Rees, W.G.**, 1995. *Characterisation and imaging of fractal topography*. edited in Fractals in geosciences and remote sensing by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels, pp.298-324.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, 1985. *Generalized scale invariance in turbulent phenomena*. Physico-Chemical Hydrodynamics Journal, 6; 623-635.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, 1989b. *Generalized scale invariance and multiplicative processes in the atmosphere*. Pur and Applied Geophysics, 130; 57-81.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, 1995. *Standard and advanced multifractal techniques in remote sensing*, in Fractals in geosciences and remote sensing, edited by G. Wilkinson, I. Kanellopoulos, J. Mégier, pp.11-40, ECSC-EC-EAEC, 1, Brussels.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy**, 1996. *Resolution dependence and multifractals in remote sensing and geographical information systems*. Nots de cours, Université McGill, 390 pp.
- Schmitt, F., D. Schertzer, S. Lovejoy, and P. Marchal**, 1997. *Multifractal analysis of satellite images: towards an automatic segmentation*, Proceedings, Fractals in Engineering, Arcachon, France.
- Wang, L. et D.C. He**, 1990. *A new statistical approach for texture analysis*. Photogramm. Eng. Remote Sensing, 56; 61-66.

## Chapitre 7: Conclusions

### **7.1 Invariance d'échelle des champs de luminance visible réfléchie provenant des volcans basaltiques.**

Les champs de luminance visible réfléchie provenant des volcans basaltiques Mont Etna et Mauna Loa suivent un comportement en loi de puissance en fonction de la résolution spatiale sur une gamme d'échelle allant de 3m jusqu'à au moins 40km. Les résultats des analyses ne montrent pas de cassures ce qui suggère que le comportement d'invariance d'échelle des champs se poursuit au-delà des résolutions étudiées.

L'utilisation de différents seuils de luminance dans les analyses de comptage de boîtes nous a permis de constater que la valeur de la dimension fractale varie en fonction du seuil de luminance. Cette variation démontre que les champs d'albédo possèdent un comportement d'invariance d'échelle multiple et que l'exposant de loi de puissance est une fonction invariante d'échelle et non un exposant unique. Les études ont montré que la fonction invariante d'échelle  $K(d)$  est de la forme prédite par les multifractals universels et que les trois paramètres universels  $\alpha$ ,  $C_l$  et  $H$  peuvent être estimés.

La valeur moyenne estimée de paramètres universels pour les trois champs de luminance des matériaux volcaniques est égale à  $1,80 \pm 0,05$  pour le paramètre  $\alpha$  et  $0,03 \pm 0,01$  pour le paramètre  $C_l$ . Les analyses de *D.T.M.* démontrent les propriétés d'invariance d'échelle multiple des champs avec un index de *multifractalité*  $\alpha$  plus proche de la valeur théorique ( $\alpha=2$ ) que du régime d'invariance d'échelle simple ( $\alpha=0$ ). Cette valeur élevée de  $\alpha$  implique que (1) les approximations monofractales sont relativement imprécises lorsque l'on s'éloigne du comportement moyen et que (2) les

singularités  $\gamma$  (correspondant aux valeurs du champ) de tous les ordres (y compris les extrêmes) et les codimensions fractales  $c(\gamma)$  contribuent de façon significative au processus. Les valeurs du paramètre  $H$  pour les trois champs de luminance de notre étude sont proches de zéro.

Le model de Rees (1995) démontre de façon simple que la fonction de luminance bidirectionnelle réfléchie (*BRDF*) qui est proportionnel au champ de luminance visible réfléchie est une fonction linéaire du gradient topographique local. En relation avec la théorie des multifractals universels, le model de la *BRDF* de Rees (1995) prédit que les champs de luminance et les champs topographiques devraient posséder des paramètres universels  $\alpha$  et  $C_1$  similaires mais avec un  $H \approx 0$  pour le champ d'albédo (communications, S.Lovejoy, article chapitre 5). Les résultats des paramètres  $\alpha$ ,  $C_1$  et  $H$  observés pour les champs de luminance appuient la théorie de Rees et démontre une relation importante entre la topographie et la luminance visible réfléchie représenté par le *BRDF*. Finalement, les résultats des diverses analyses d'invariance d'échelle ne sont que des estimés statistiques faites à partir de seulement trois échantillons (trois images de volcans basaltiques), les valeurs des paramètres universels et du paramètre  $\beta$  peuvent donc varier.

## **7.2 Caractérisation anisotropique et multifractal des textures.**

Les analyses d'invariance d'échelle effectuées sur les textures de lave et de forêt provenant des champs de luminance réfléchie des volcans Arenal et Mont Etna ont démontré que premièrement, les textures de lave sont anisotropes par rapport à une faible anisotropie pour les échantillons de forêt principalement au niveau des grandes

structures. L'anisotropie des images de coulées de lave semble être provoquée par le rayonnement solaire sur les structures rocheuses de la lave. L'anisotropie de la lave et de la forêt est possiblement la même. Les différences entre les valeurs des paramètres  $\beta$  (plus faibles pour la forêt) démontre que les structures observées par les images de lave sont plus lisses et que les images de forêt possèdent un contraste plus faible entre les hautes et les basses fréquences spatiales représenté par un signal d'image plus atténué. Si l'anisotropie est les mêmes pour les deux classes, l'hypothèse que le champ de luminance de la lave se retrouve comme une composante du champ de luminance de la forêt et que le signal de la forêt agit principalement en atténuant celui de la lave est tout à fait logique si l'on considère que sur un champ volcanique, la forêt repose sur d'anciennes coulées de lave. Deuxièmement, les analyses *G.S.I.* ont montré que l'anisotropie pour l'ensemble des textures possède une très faible stratification différentielle surtout dans le cas de la forêt de Etna. Finalement, la différenciation des textures est possible seulement avec l'aide du paramètre  $\beta$ , les résultats des analyses *G.S.I.* et *D.T.M.* n'offrant aucun potentiel réel de séparation des textures.

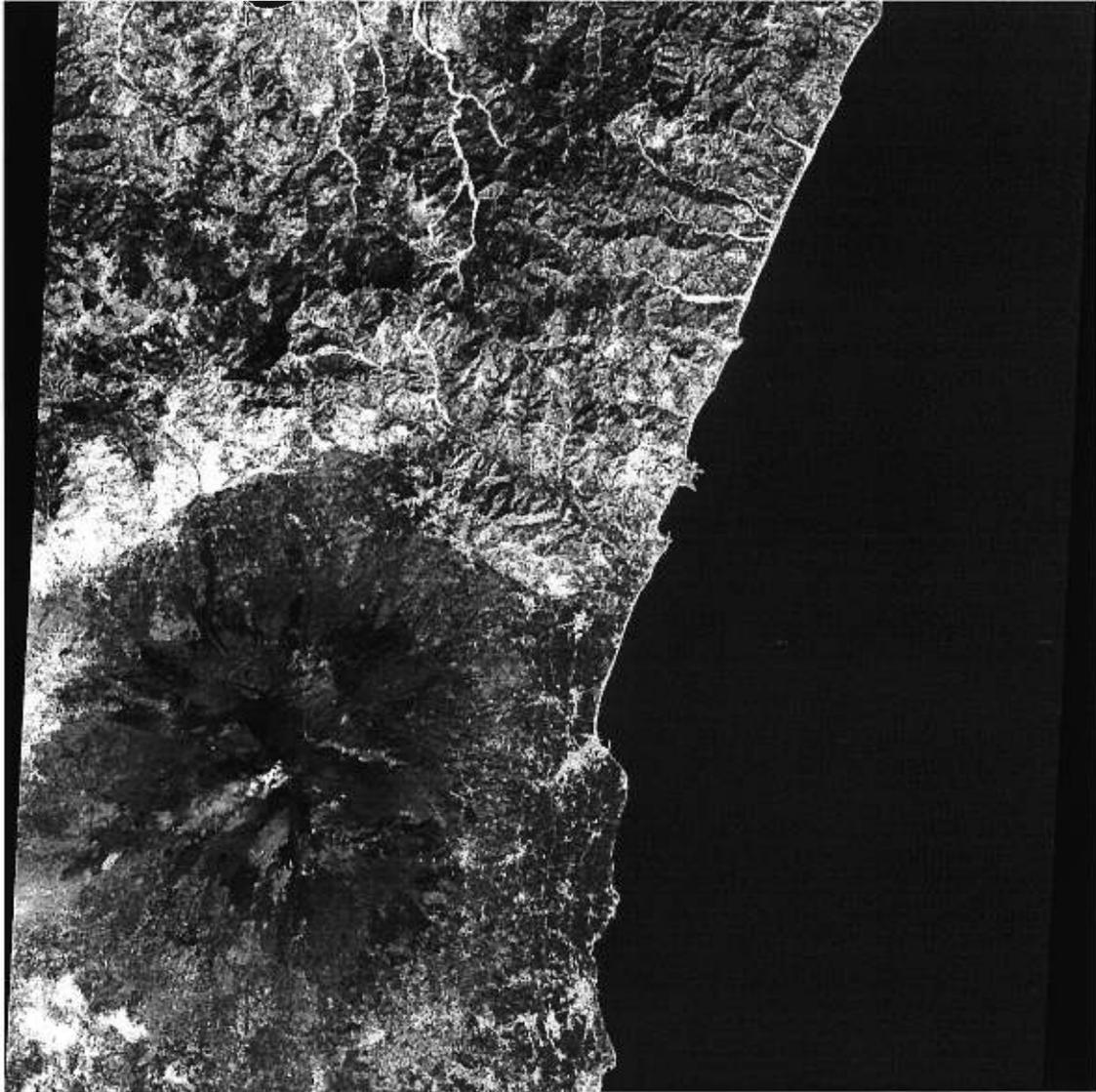
### 7.3 Conclusions finales

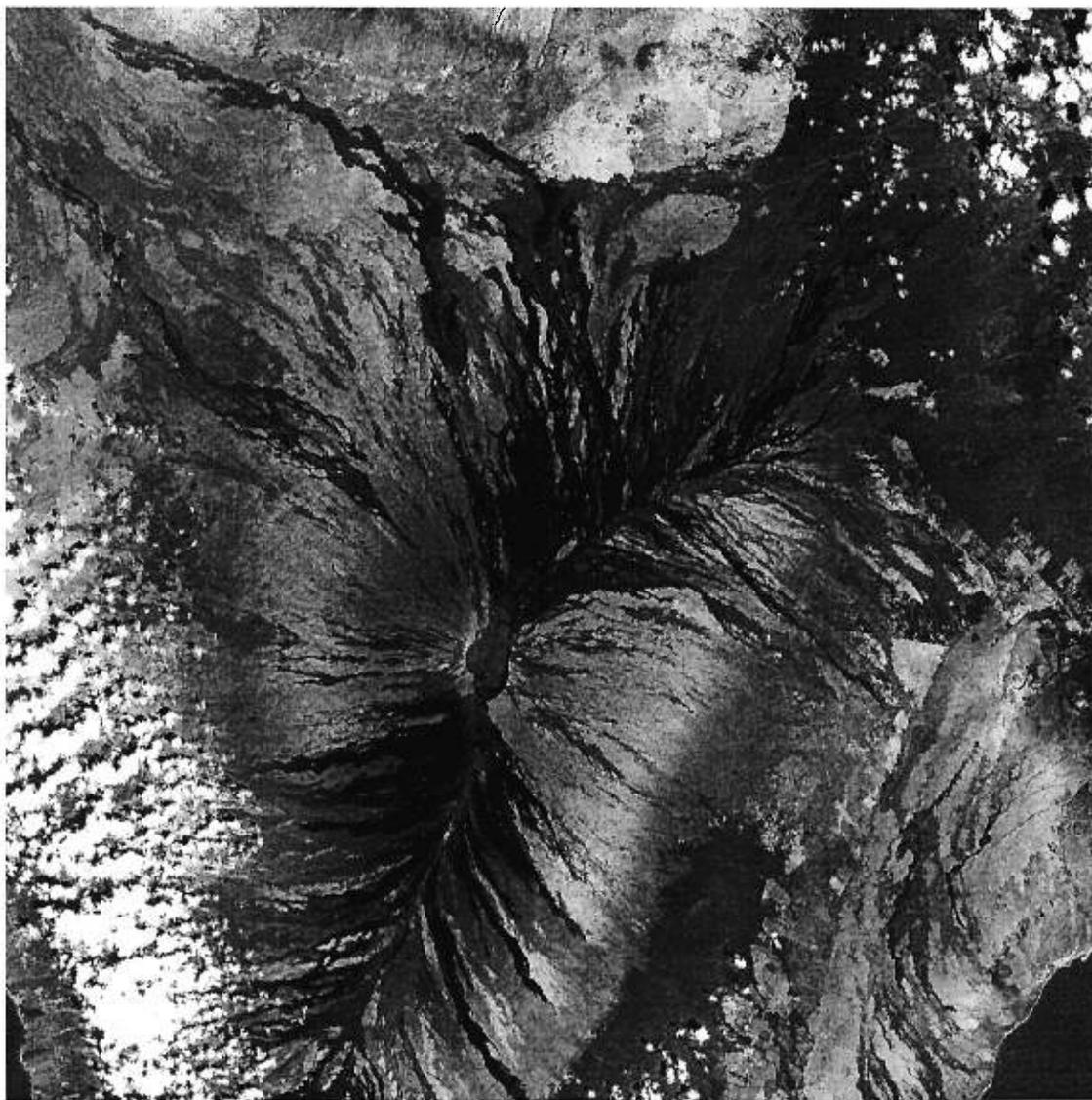
Les relations d'invariance d'échelle démontrées par les lois de puissance expliquent bien les similarités observées entre les différentes échelles d'un champ de luminance réfléchi provenant de matériaux volcaniques en plus d'intégrer l'aspect hautement variable de ces champs. Le cadre théorique de cascades multifractales se prête bien à ce type de modélisation et donne des paramètres statistiques qui sont indépendants de l'échelle d'observation. La quantification des comportements d'invariance d'échelle

multiple des champs d'albédo volcanique offre l'opportunité de comprendre la dynamique volcanique et de prédire la variation des paramètres physiques entre les différentes échelles. Ceci est primordial si l'on veut comparer et intégrer différents champs de données possédant des résolutions différentes.

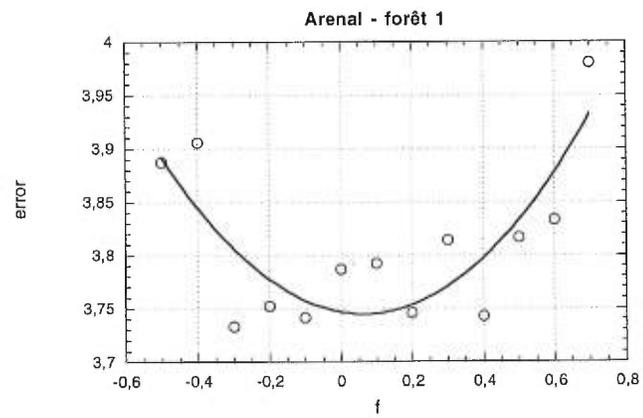
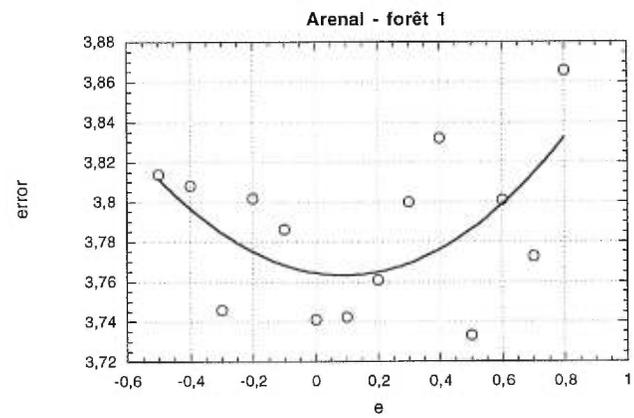
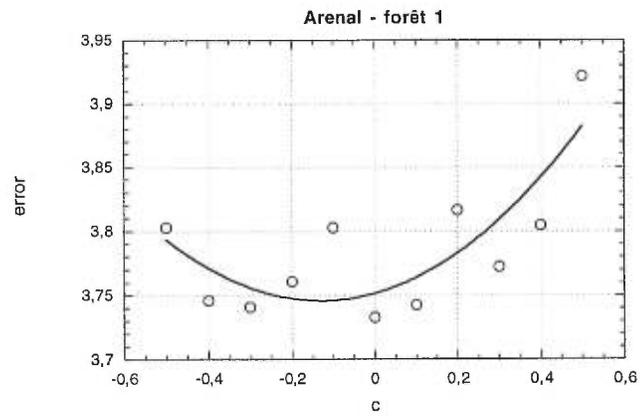
Les champs de l'albédo volcanique observés dans cette étude ne sont qu'une partie de l'ensemble des données disponibles pour l'étude des champs volcaniques. D'autres champs géophysiques comme la luminance thermique et la topographie des volcans devront être explorés pour permettre de comprendre les relations statistiques entre les différents aspects de la dynamique des volcans. L'intégration des données télédéteectées avec d'autres types de données et de champs est un avantage certain pour la prédiction des éruptions volcaniques et la création efficace de cartes de dangers volcaniques.

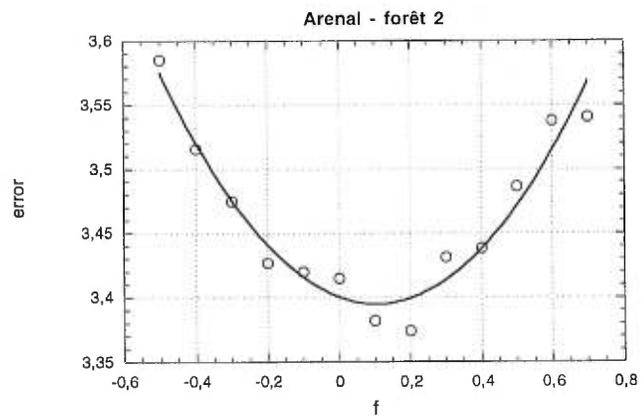
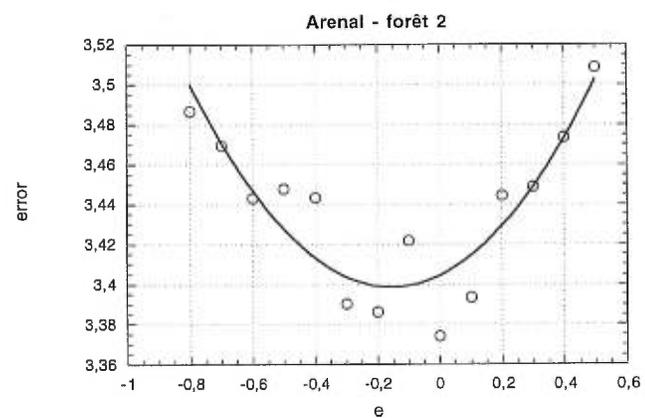
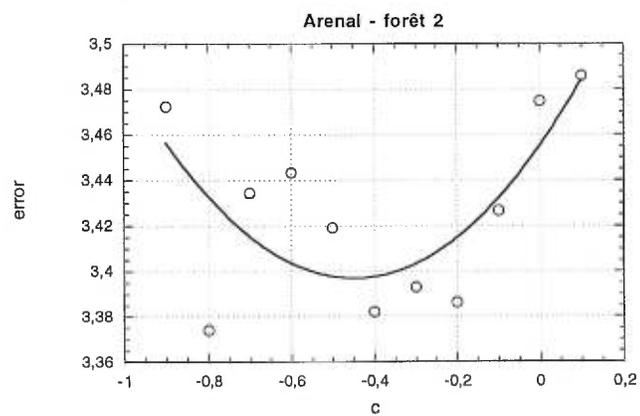
Appendice A: Images SPOT originales de Etna et Mauna Loa

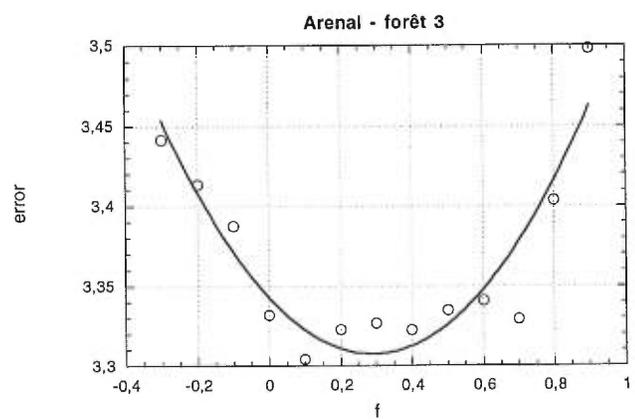
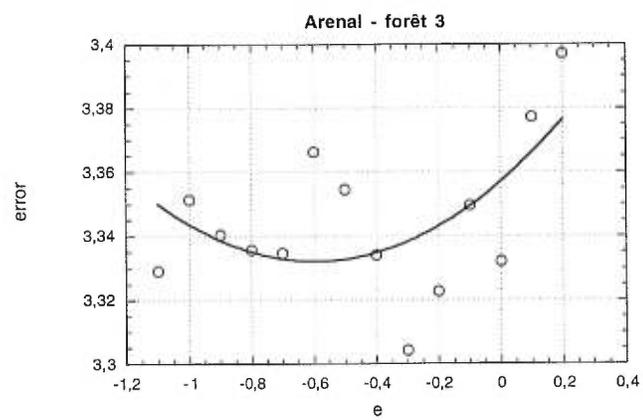
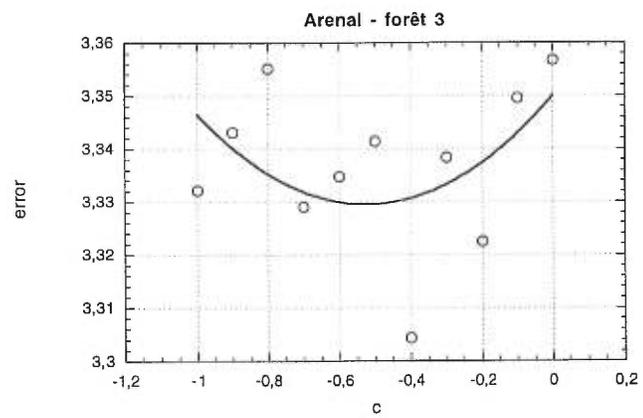


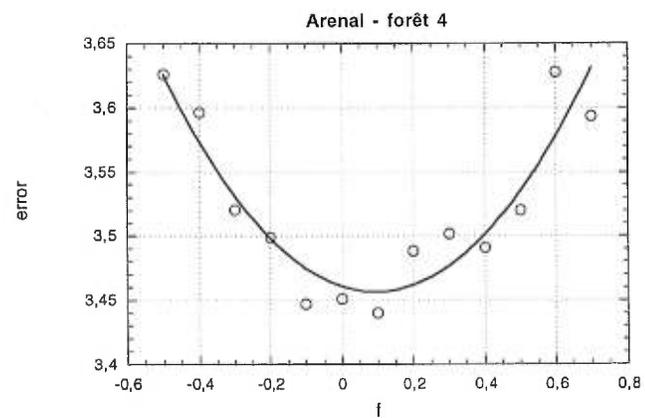
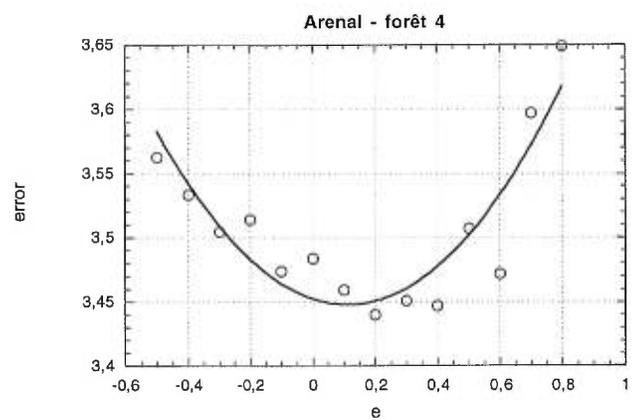
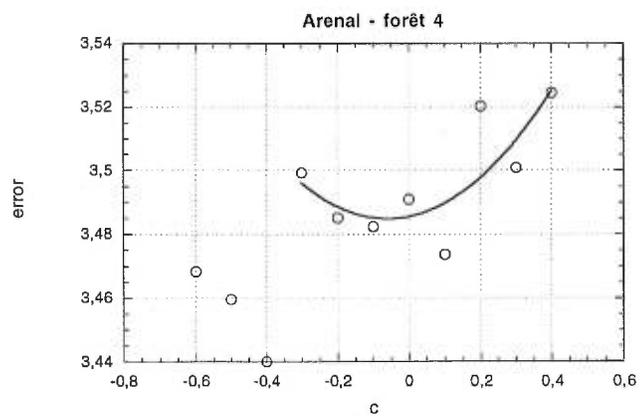


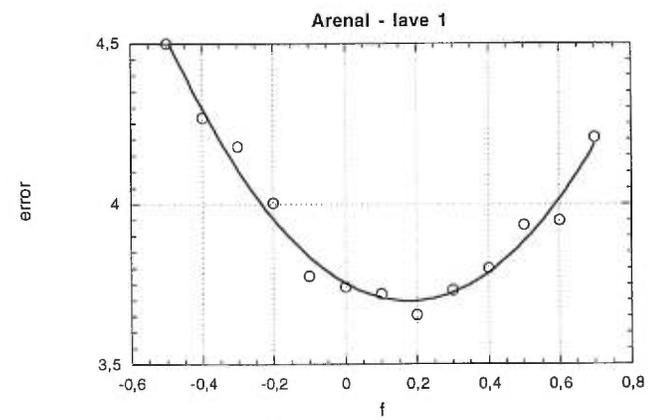
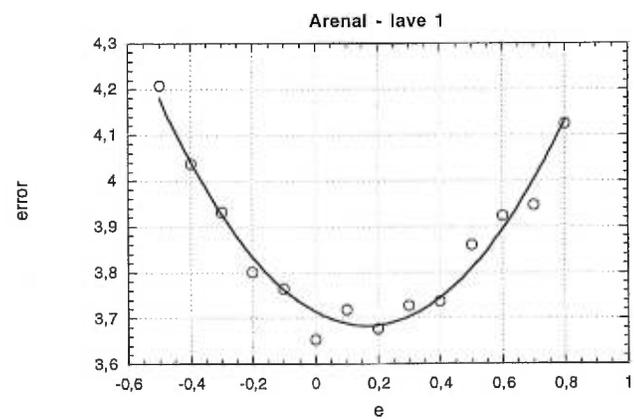
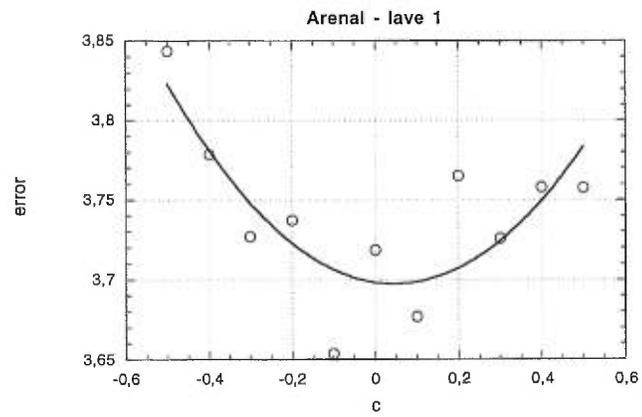
Appendice B: Graphiques d'erreurs sur les paramètres  $c$ ,  $e$  et  $f$ .

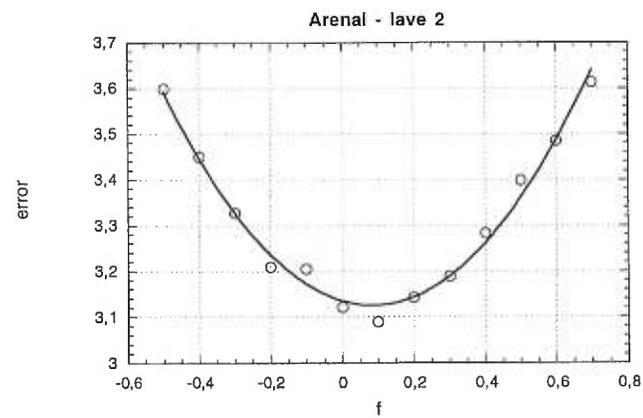
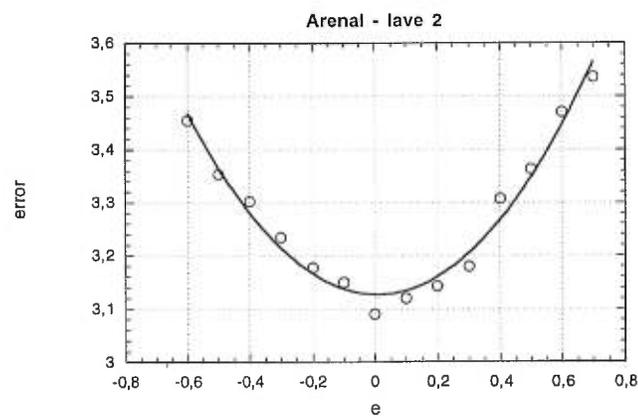
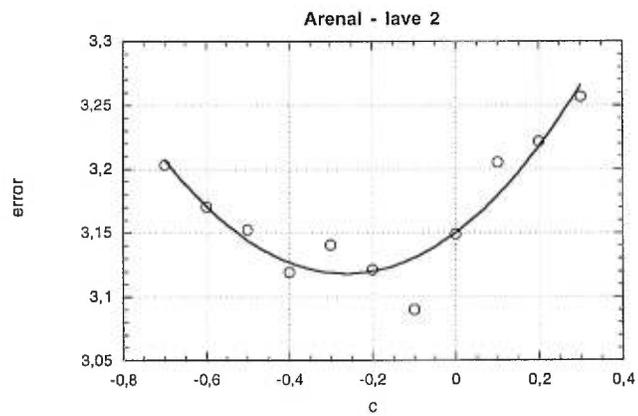


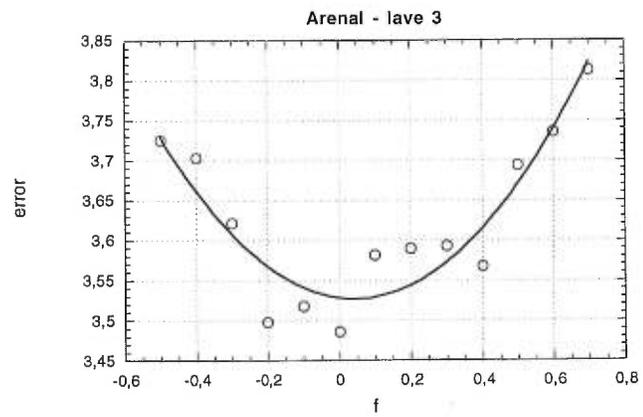
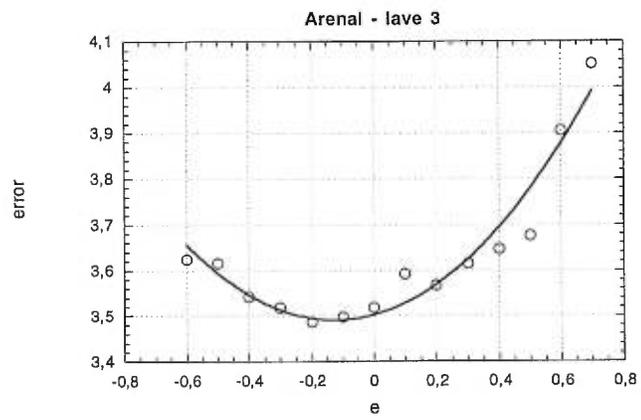
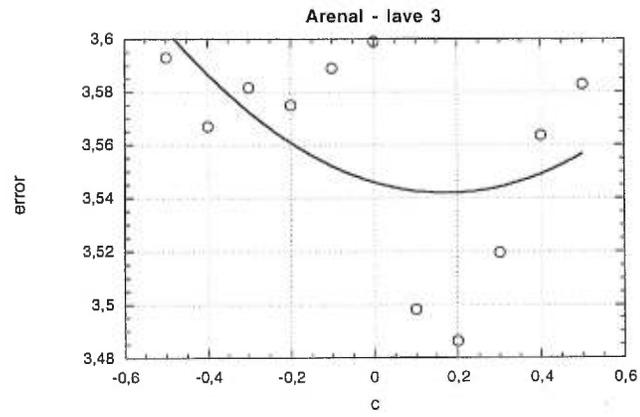


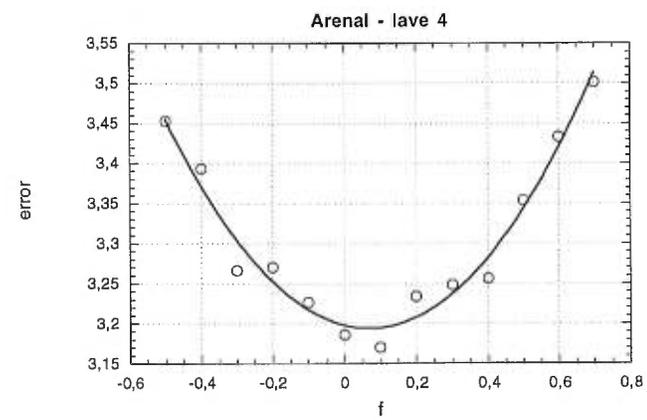
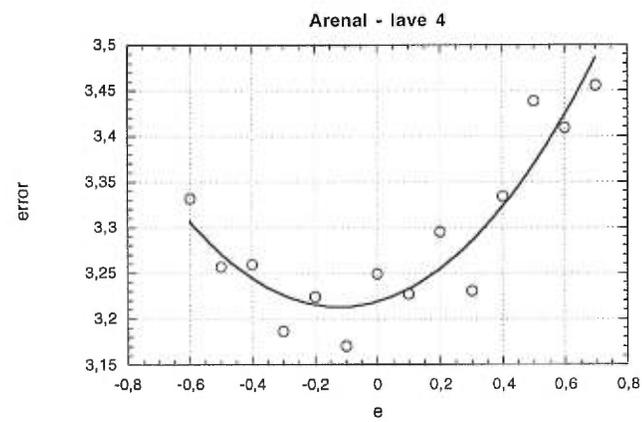
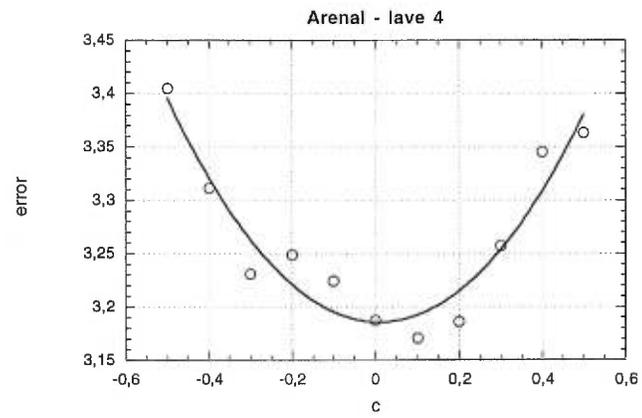


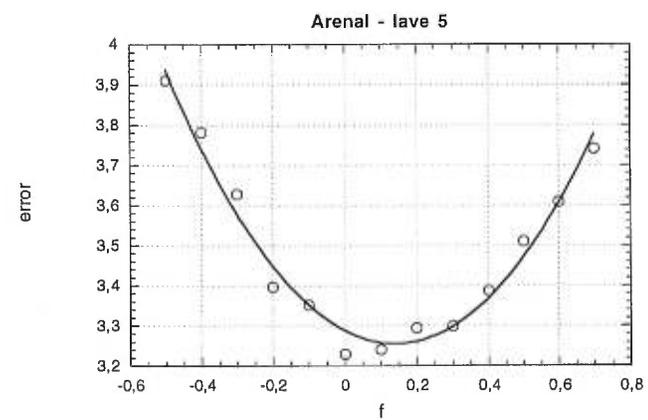
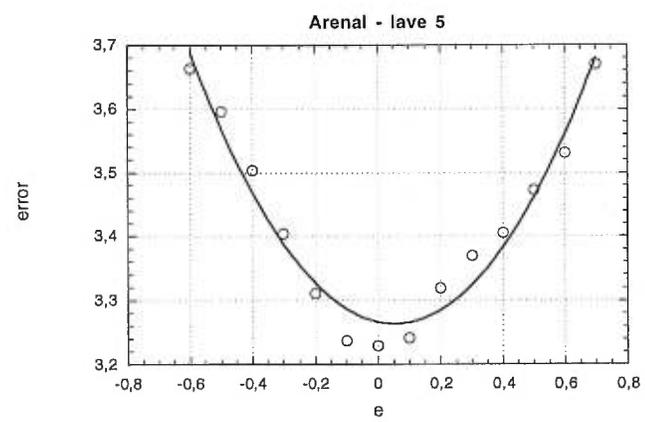
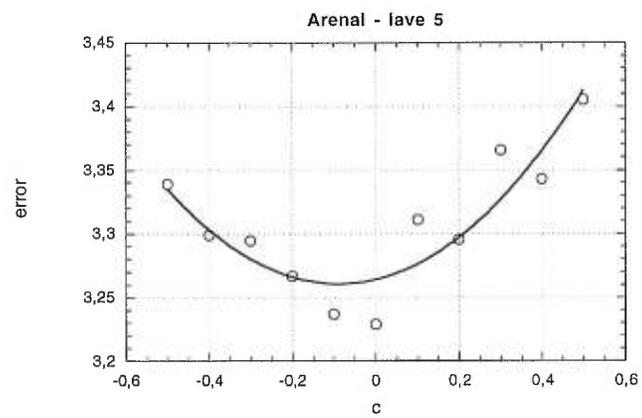


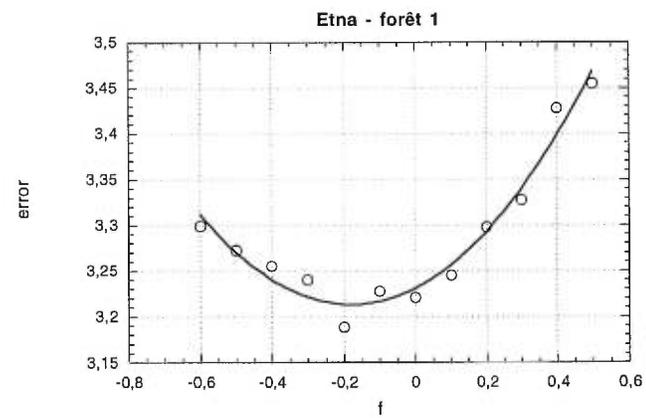
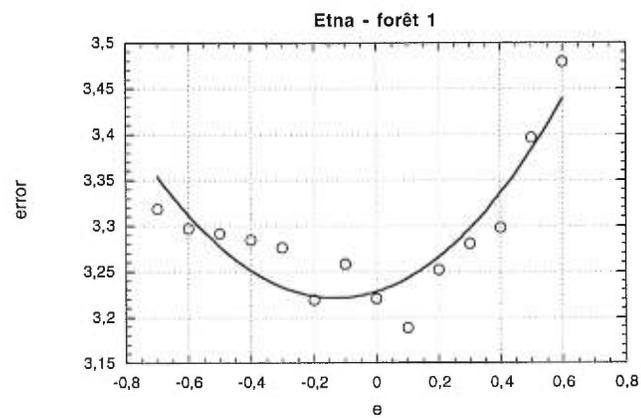
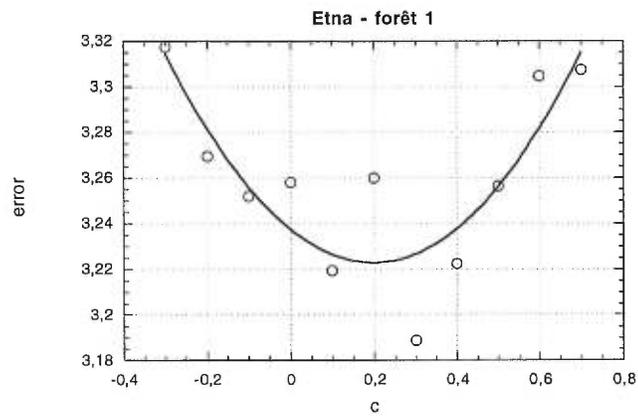


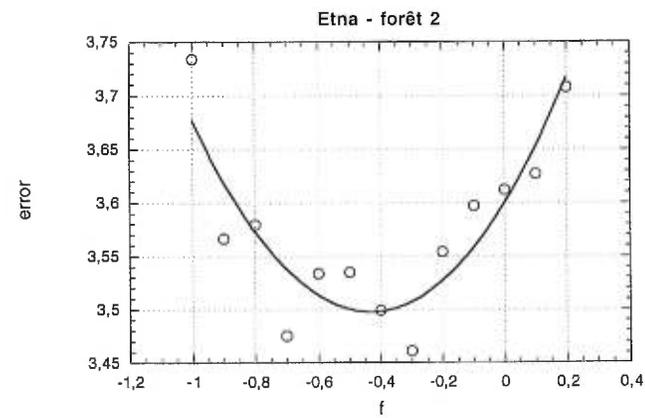
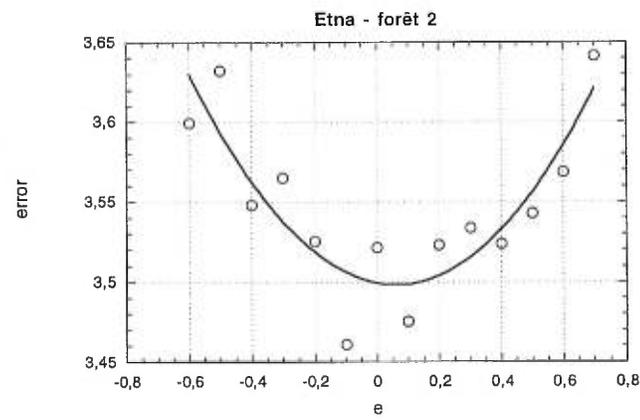
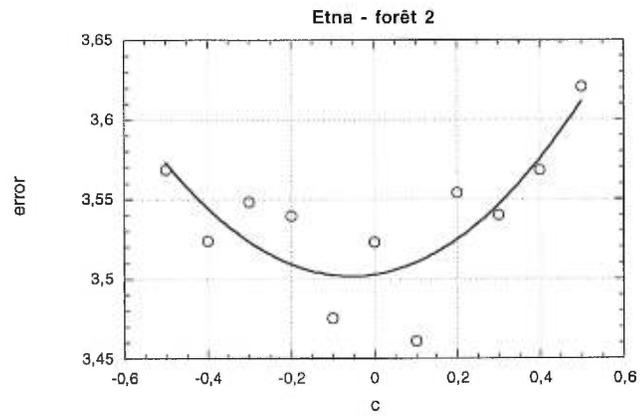


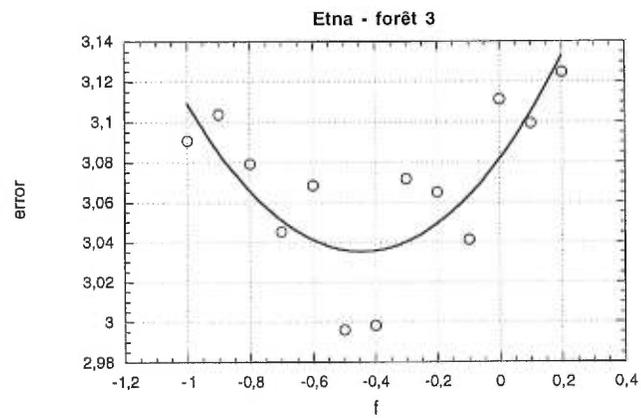
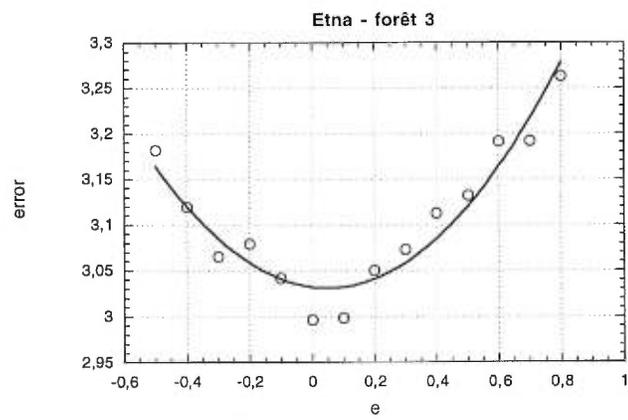
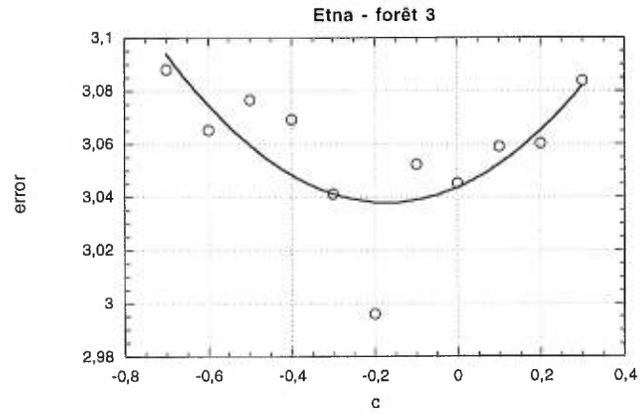


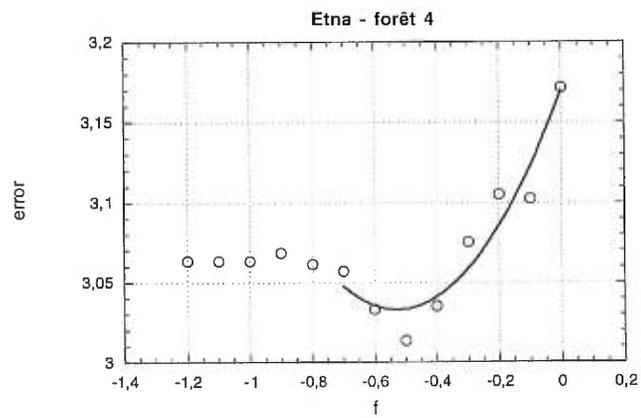
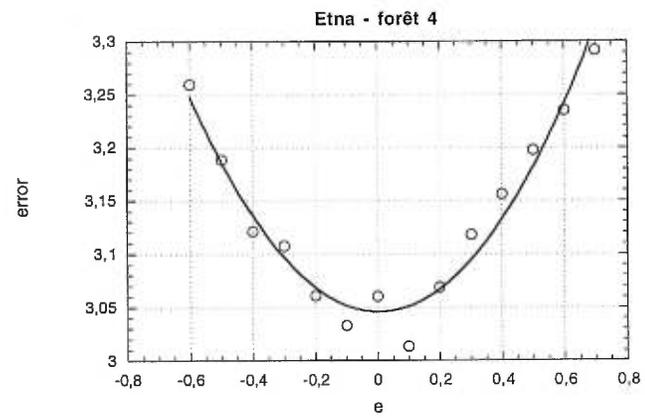
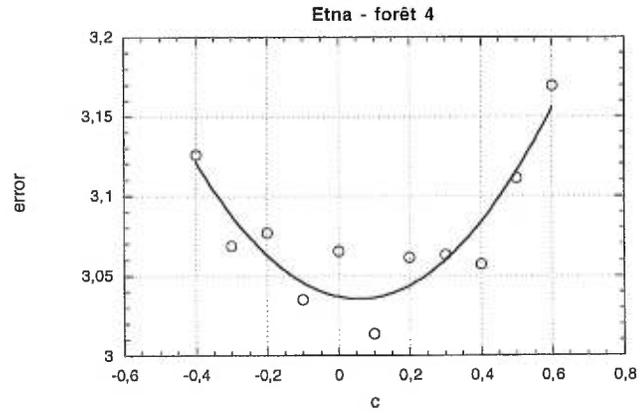


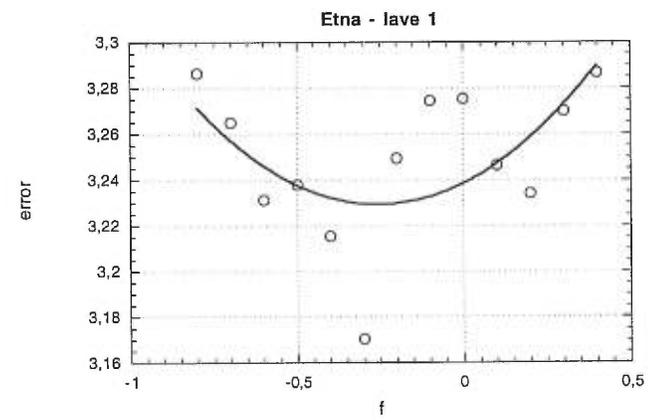
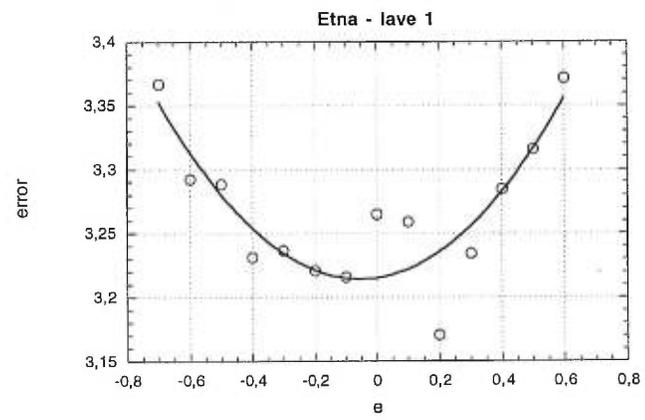
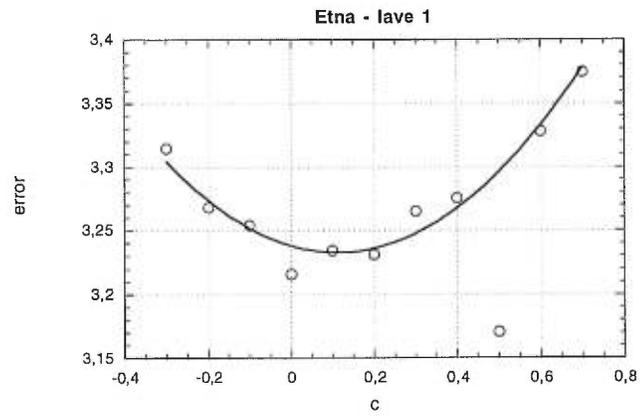


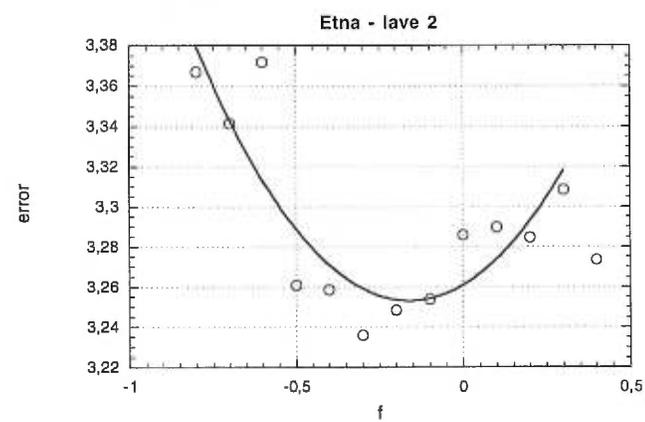
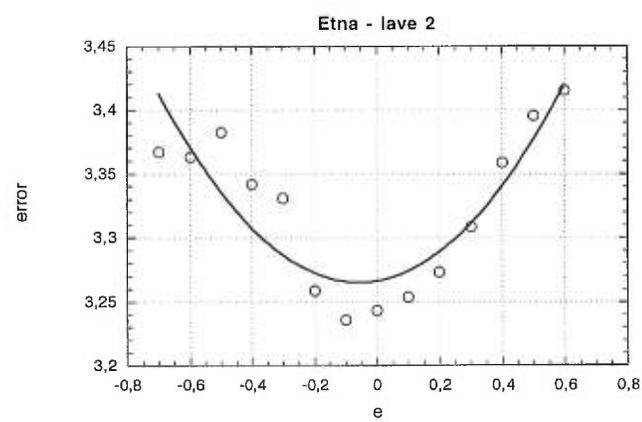
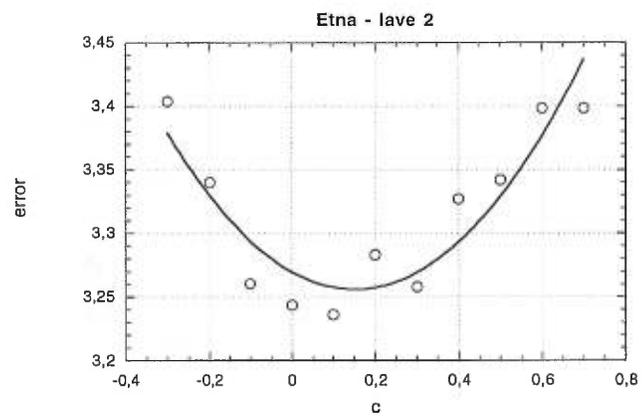


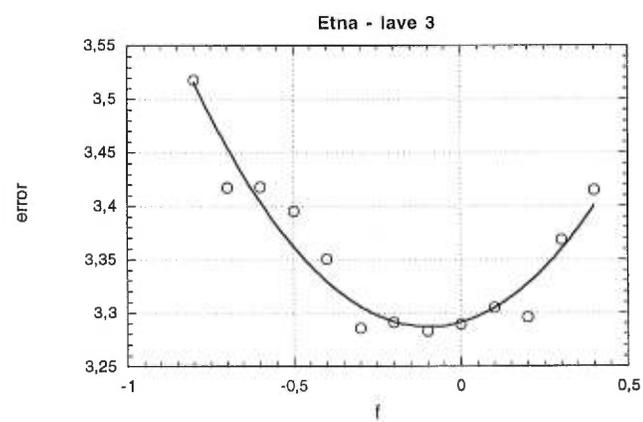
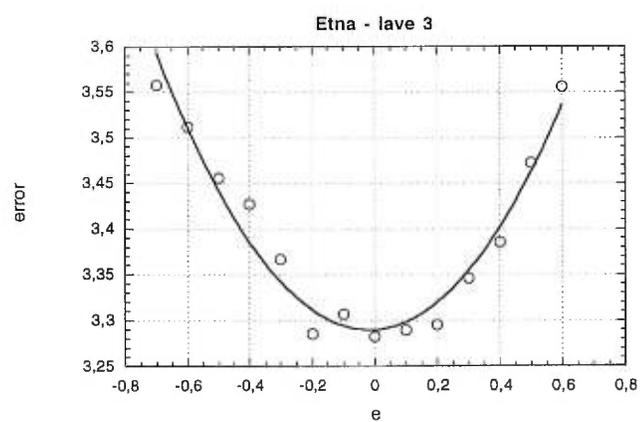
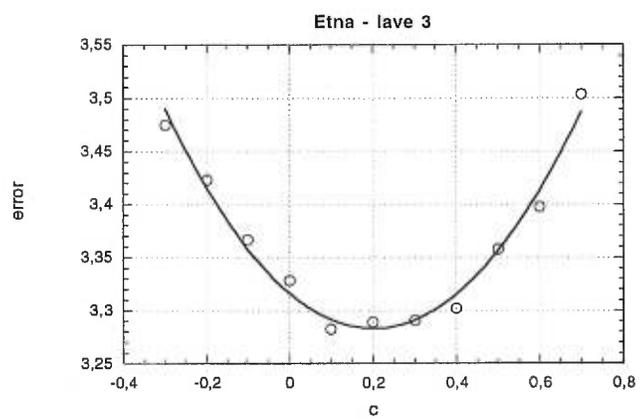


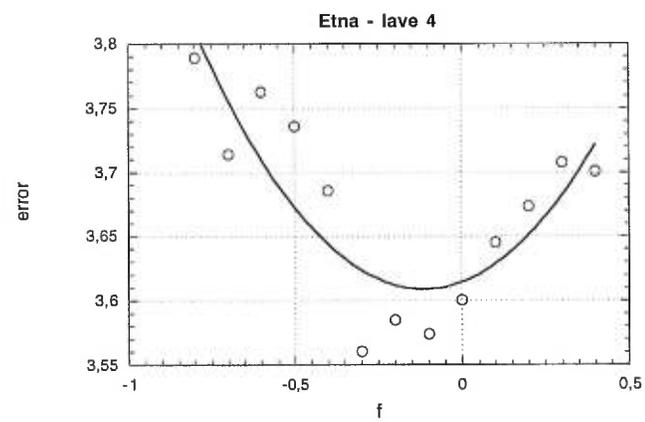
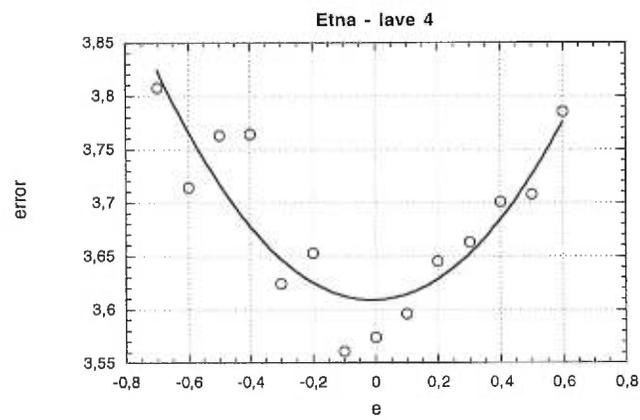
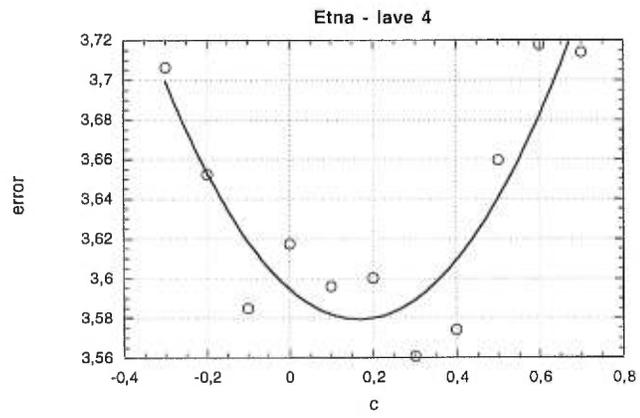


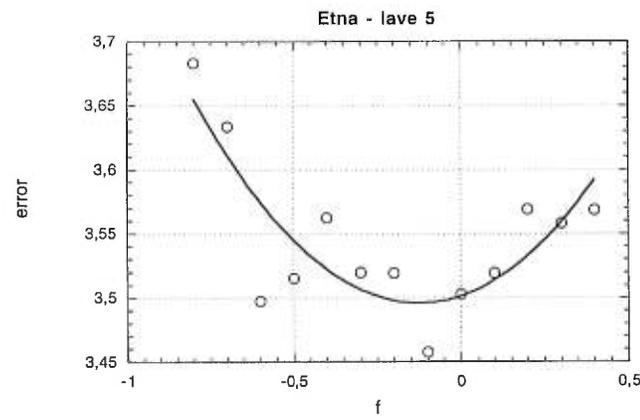
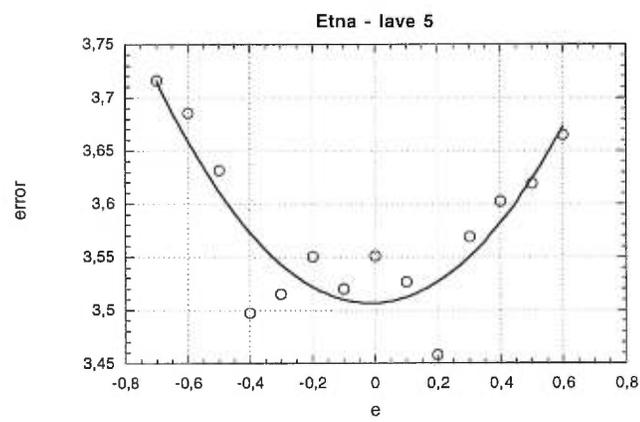
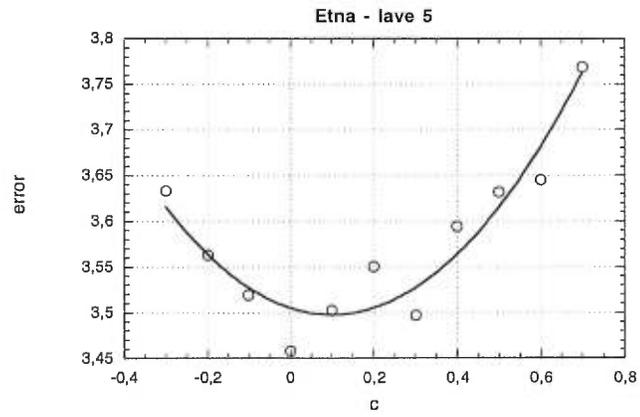




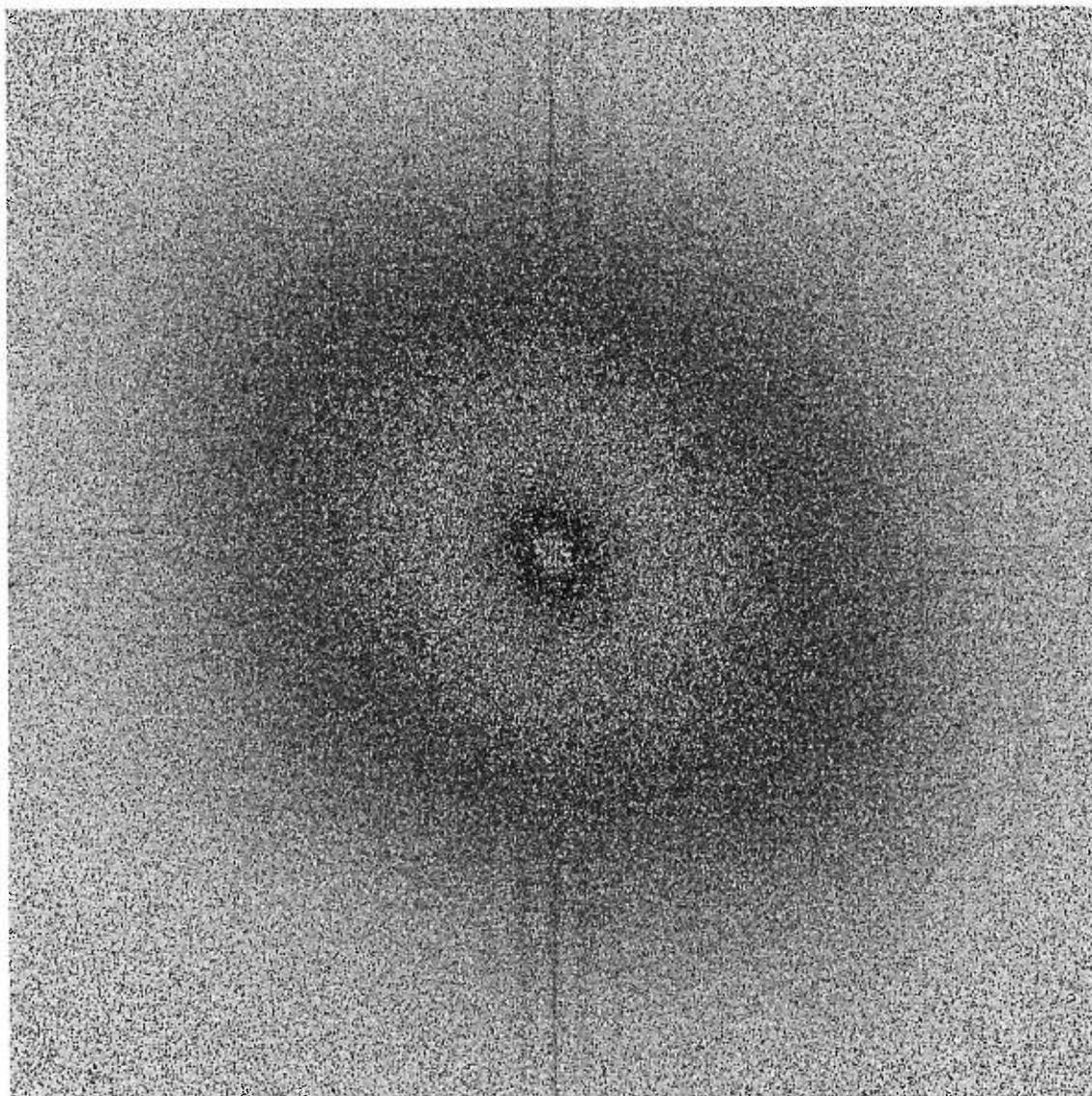


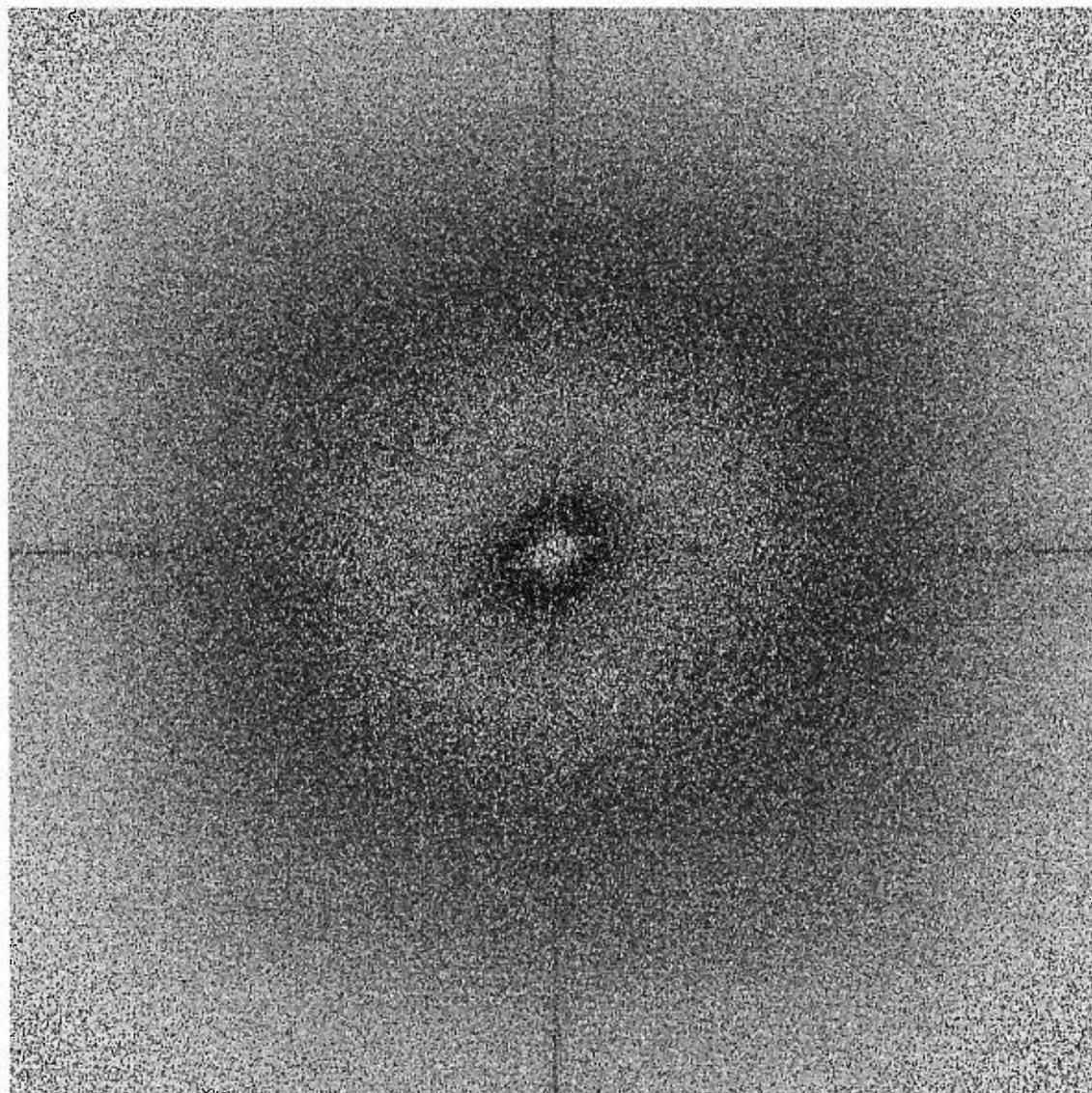


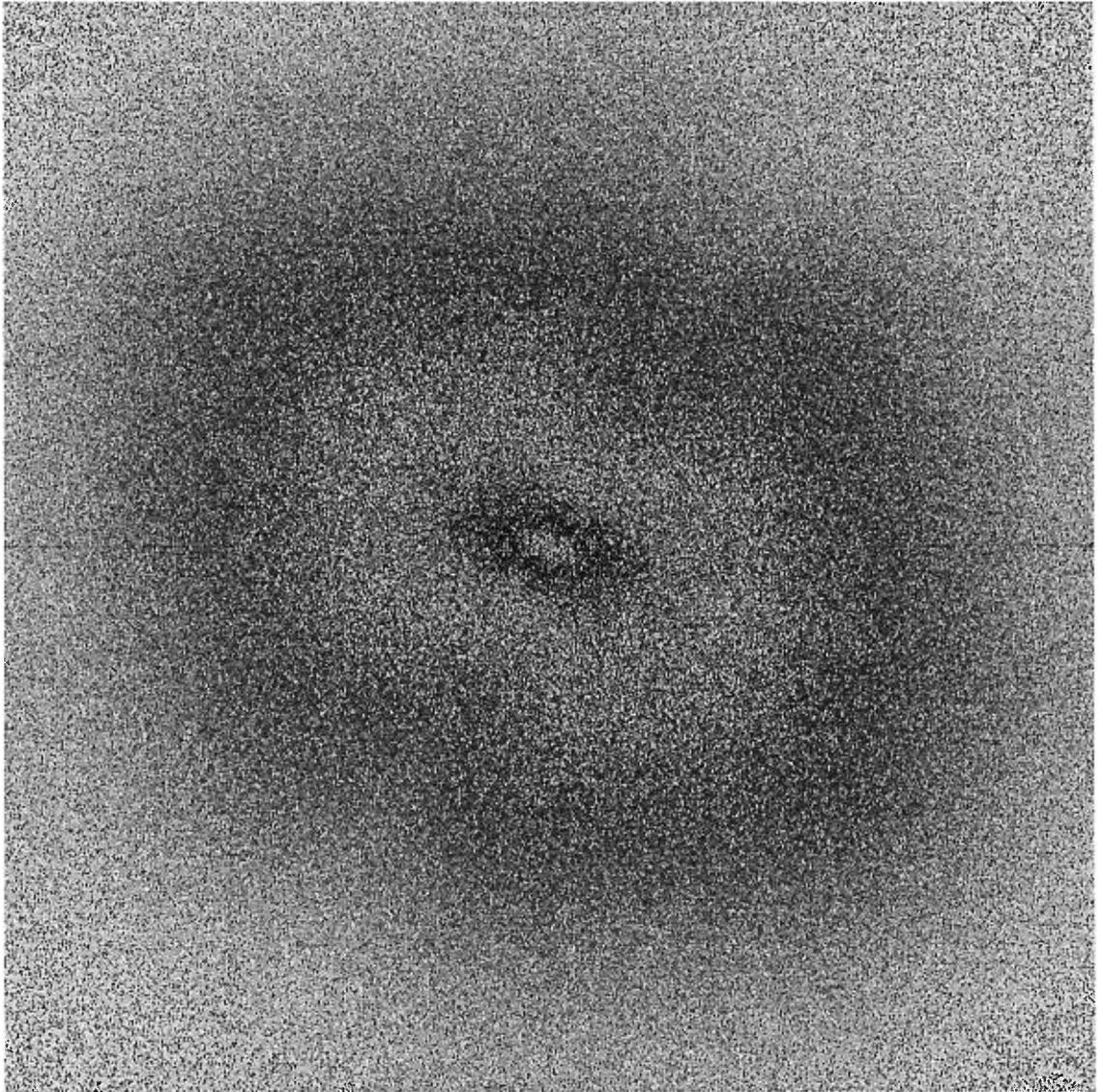




Appendice C: Images en espace Fourier des images SPOT de Etna,  
Mauna Loa et de la photographie aérienne de Etna respectivement

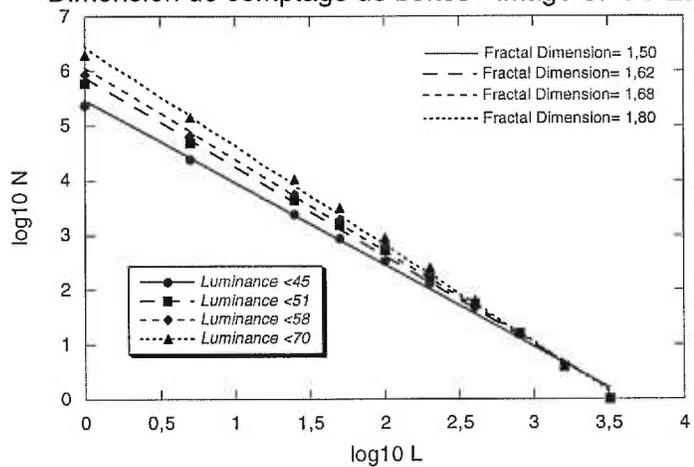




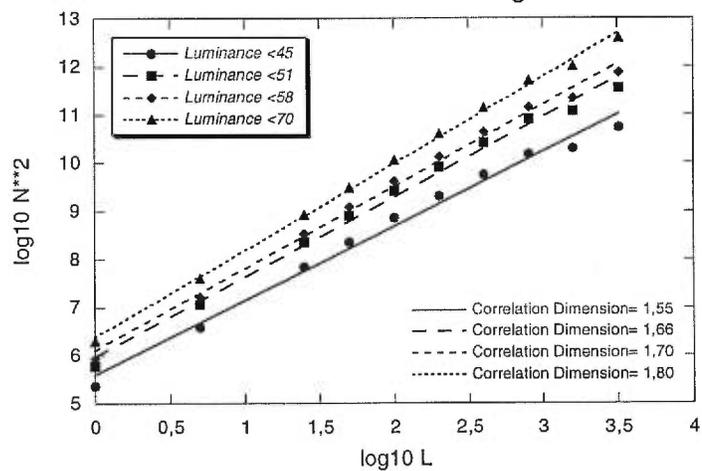


Appendice D: Diagrammes montrant la dimension de comptage de boîtes et la dimension de corrélation pour l'image SPOT de Etna

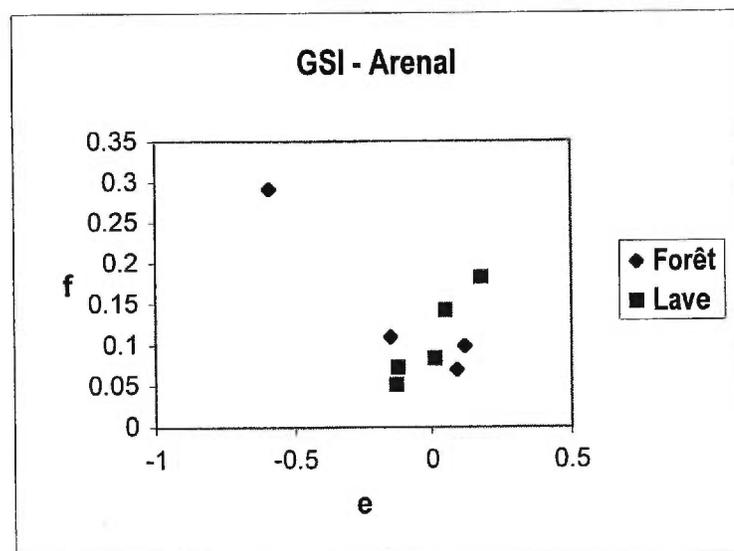
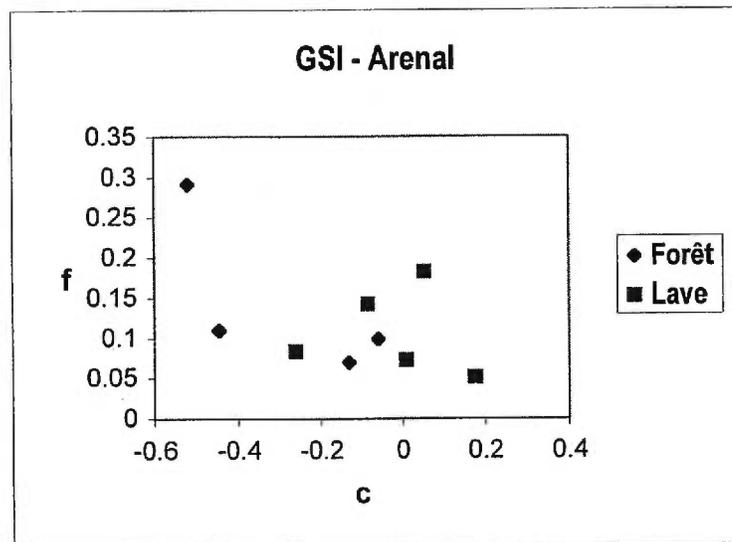
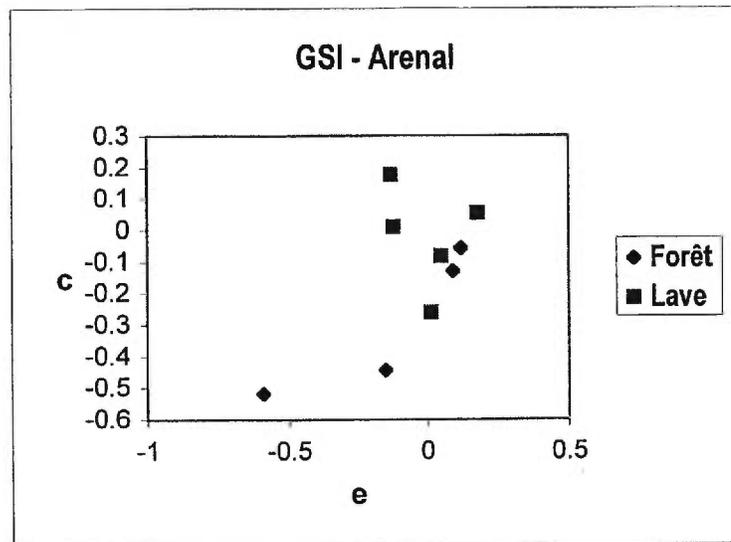
Dimension de comptage de boîtes - Image SPOT Etna

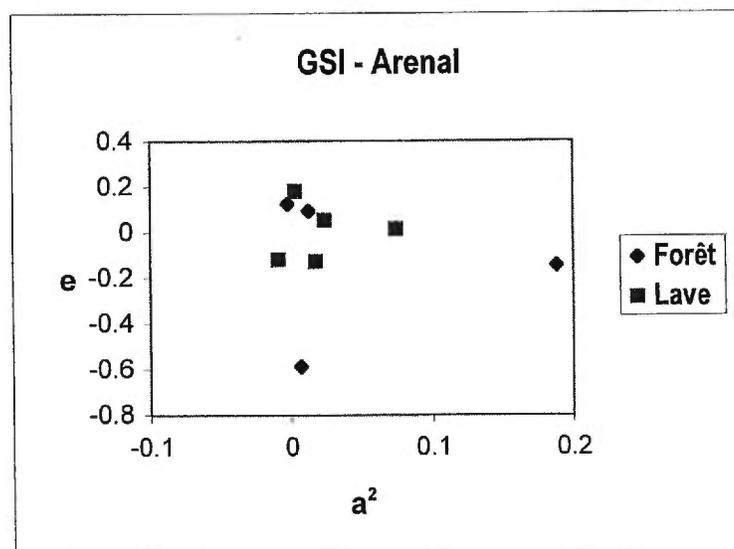
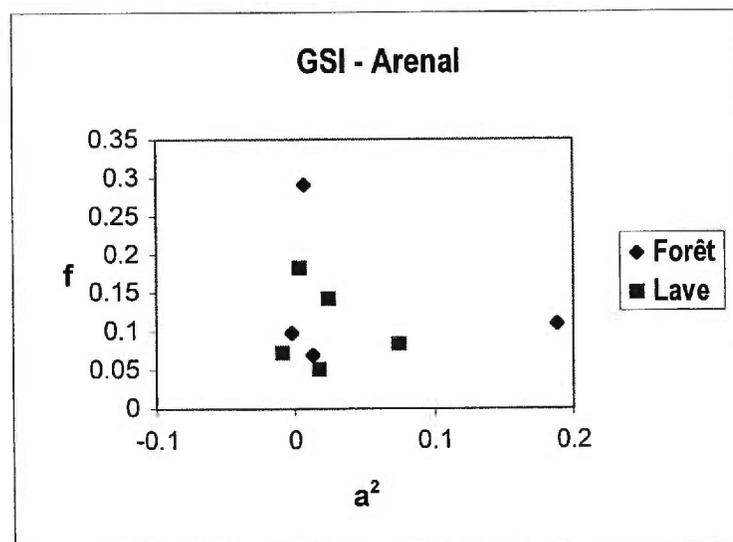
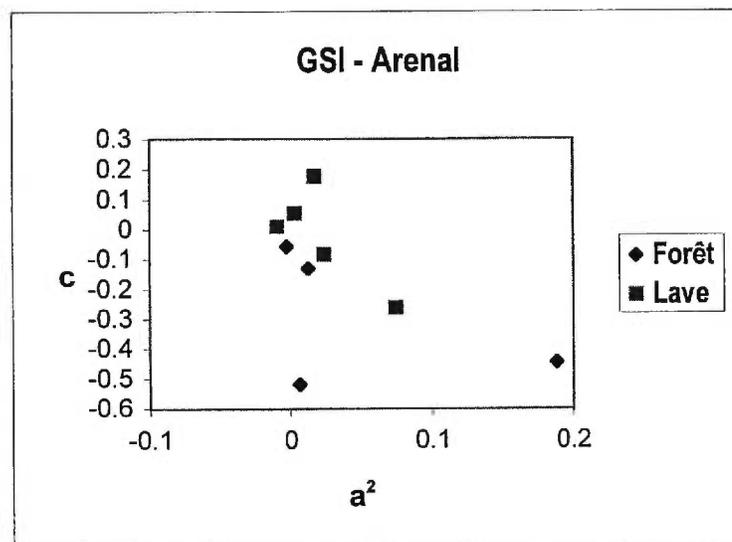


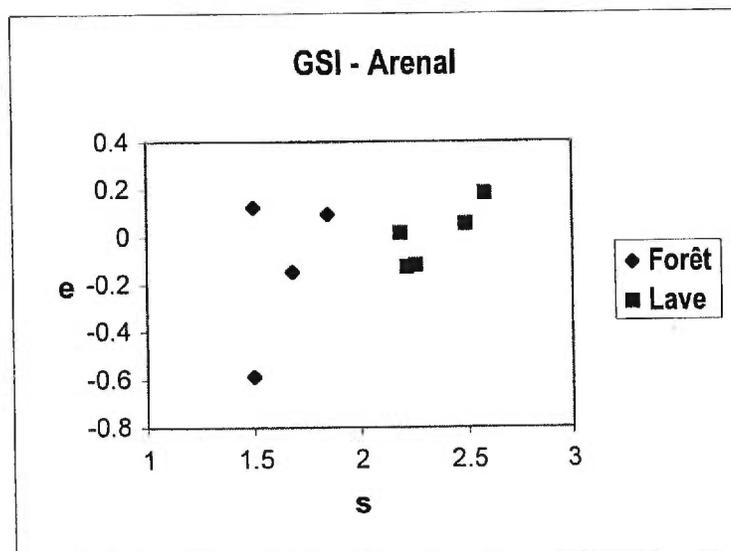
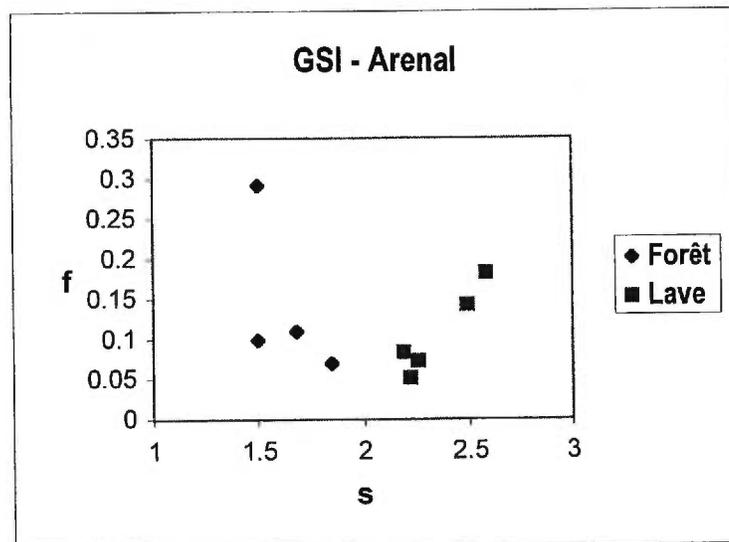
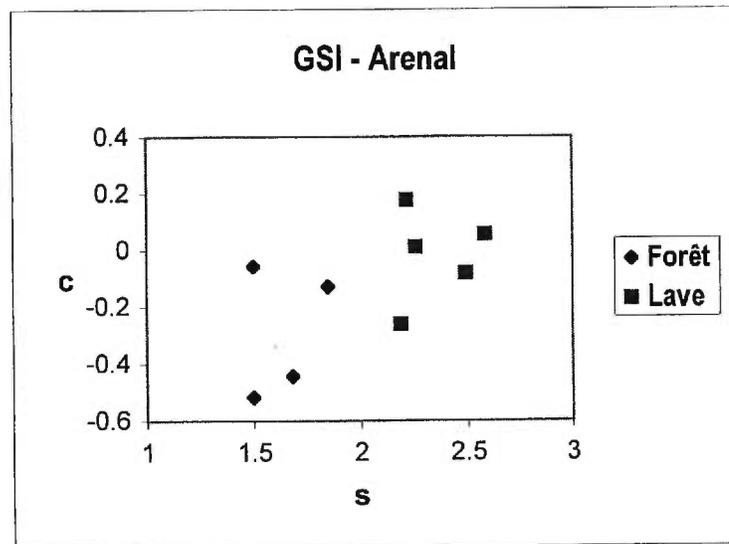
Dimension de corrélation - Image SPOT Etna

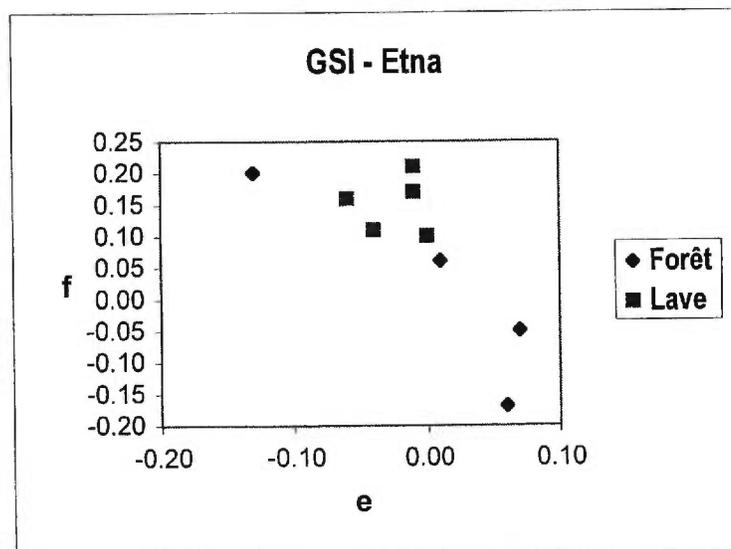
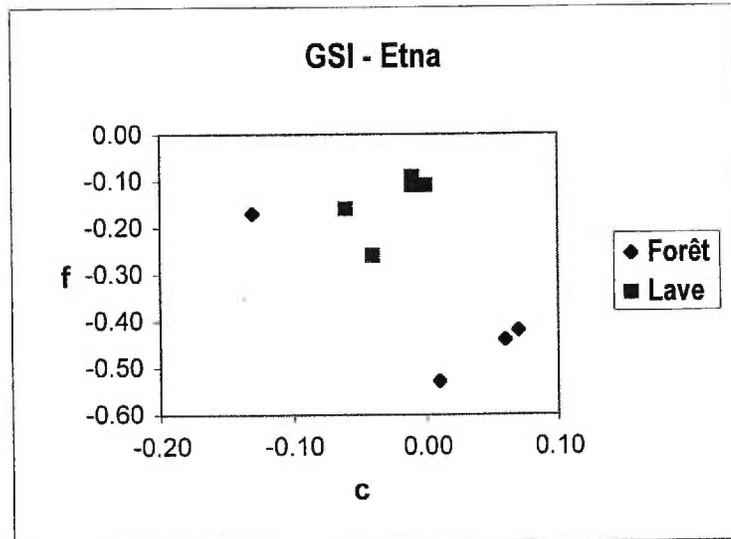
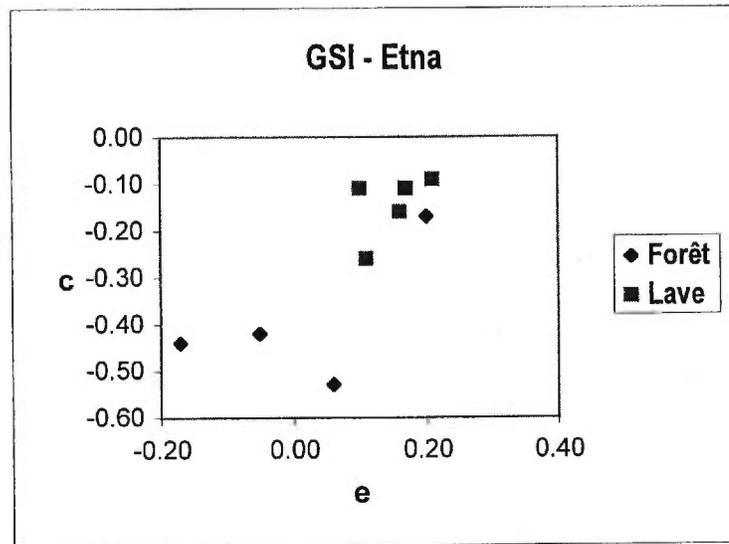


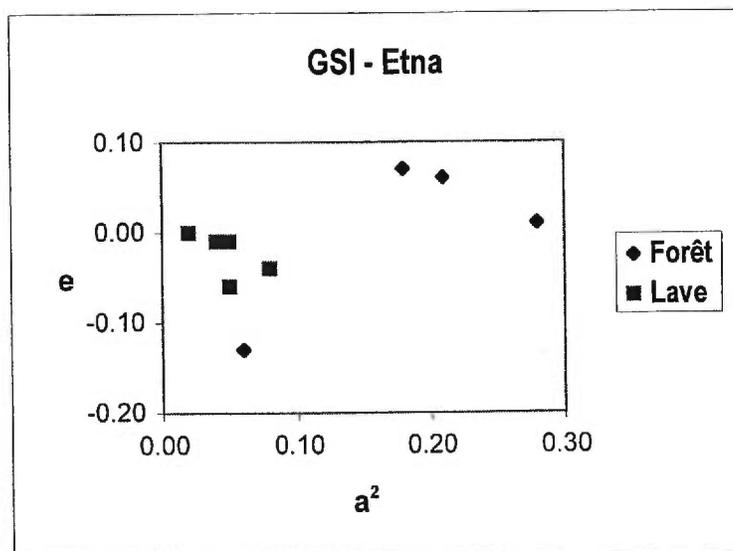
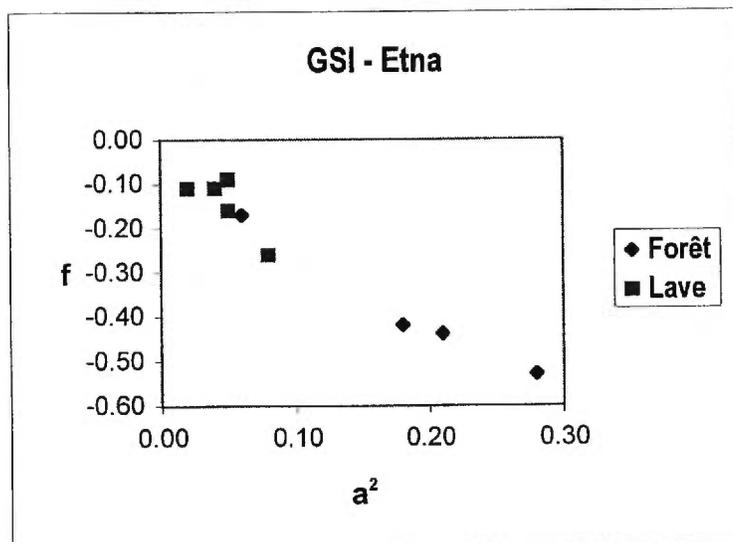
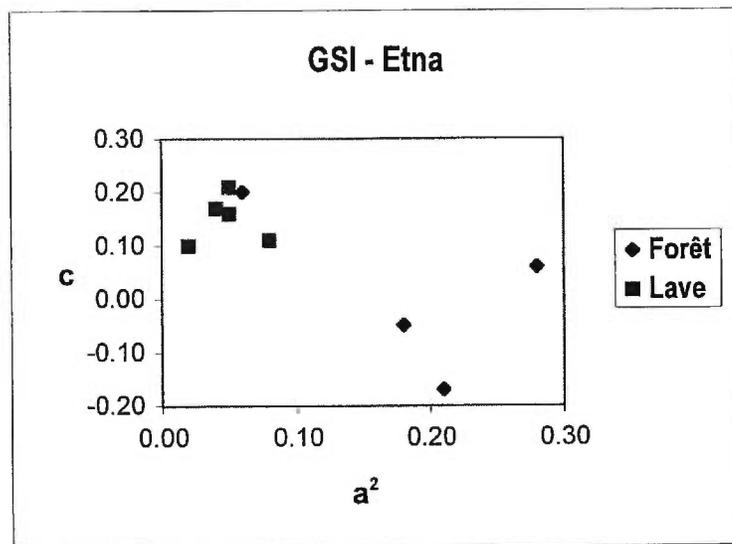
Appendice E: Graphiques de comparaison des paramètres *G.S.I*  
pour les volcans Arenal et Etna

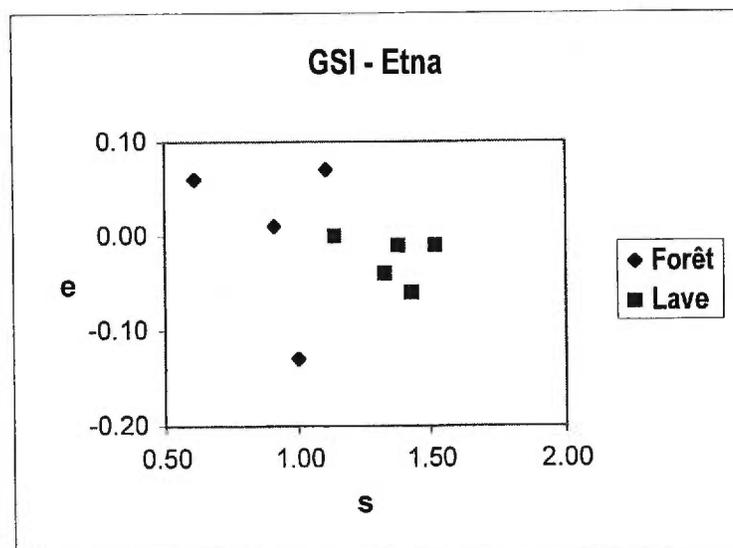
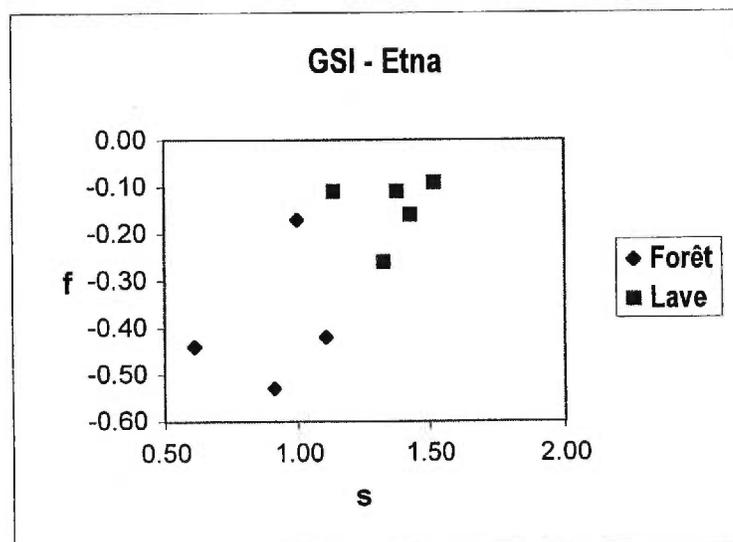
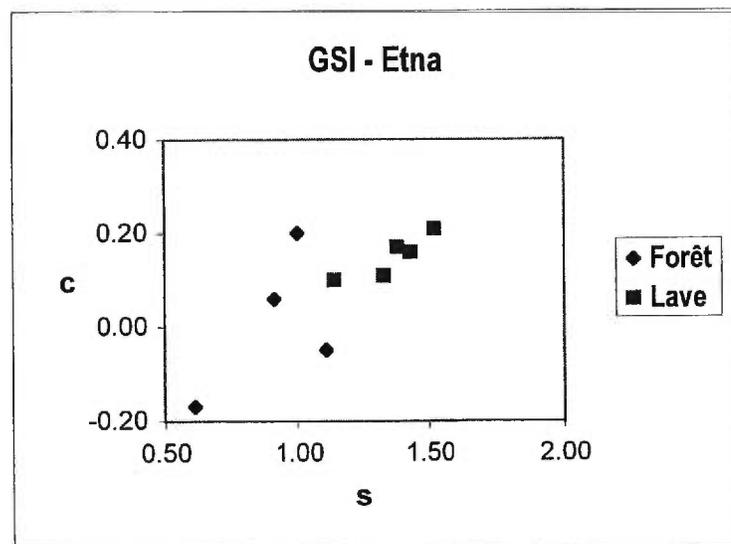












Appendice F: Graphiques de comparaison des paramètres *D.T.M.*  
pour les volcans Arenal et Etna

